

COMPARAÇÃO DE ESTRUTURAS DE MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA  
VARIÁVEL PARA USO EM ARMAZENADOR CINÉTICO DE ENERGIA

Guilherme Gonçalves Sotelo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovado por:

---

Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph.D.

---

Prof. Rubens de Andrade Jr., D.Sc.

---

Prof. Luis Guilherme Barbosa Rolim, Dr.-Ing.

---

Prof. Jose Andres Santisteban Larrea, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
FEVEREIRO DE 2003

SOTELO, GUILHERME GONÇALVES

Comparação de Estruturas de Máquina  
de Relutância Variável para Uso em Arma-  
zenador Cinético de Energia [Rio de Janeiro]  
2003

XIV, 162 p. 29,7cm (COPPE/UFRJ,  
M.Sc., Engenharia Elétrica, 2003)

Tese - Universidade Federal do Rio de Ja-  
neiro, COPPE

1. Armazenamento de Energia
2. Máquina de Relutância Variável

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

Dedico esse trabalho para meus amados pais e noiva. Sem vossa ajuda seria impossível superar essa etapa.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por dar-me inteligência e forças que possibilitaram que esse trabalho fosse realizado. Agradeço aos meu pais, Dino e Nely, por estarem sempre ao meu lado -desde os meus primeiros momentos de vida- fornecendo toda a formação, apoio e carinho. Agradeço a minha noiva Marcele pelo incentivo, compreensão, principalmente nos momento mais críticos como os muitos finais de semana gastos com o desenvolvimento desse trabalho.

Agradeço aos professores orientadores Antonio Carlos e Rubens em reconhecimento por toda a paciência, ensinamentos transmitidos, disponibilidade e amizade.

Aos professores Vitorvani, Nicolsky, José Luiz, Rolim, Tony e tantos outros não citados aqui, pela ajuda prestada em diversas etapas desse trabalho. Um agradecimento em especial para o professor José Luiz pela gentileza de ceder o modelo para as simulações dinâmicas que foi usado para obtenção de alguns resultados dessa tese.

Aos professores do Laboratório de Eletrônica de Potência: Richard, Watanabe, Maurício e Walter, pelos ensinamentos transmitidos que extrapolaram as barreiras das salas de aula. Agradeço também pela oportunidade concedida no momento em que me aceitaram como aluno da COPPE, acreditando no meu potencial.

Aos colegas do Laboratório de Eletrônica de Potência, Laboratório de Aplicações de Supercondutores e do Laboratório de Sistemas de Potência sou grato pelas conversas esclarecedoras e discussões de idéias.

Aos funcionários da COPPE Paulo Roberto e Roberto Calvet pela ajuda prestada em diversos momentos.

Agradeço à CAPES e a FUJB pelo apoio financeiro concedido ao trabalho  
Muito Obrigado.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## COMPARAÇÃO DE ESTRUTURAS DE MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL PARA USO EM ARMAZENADOR CINÉTICO DE ENERGIA

Guilherme Gonçalves Sotelo

Fevereiro/2003

Orientadores: Antonio Carlos Ferreira  
Rubens de Andrade Jr.

Programa: Engenharia Elétrica

Esse trabalho apresenta um Armazenador Cinético de Energia, cuja energia mecânica é armazenada em um volante de inércia. A conversão entre energia mecânica e elétrica é realizada através de uma Máquina de Relutância Variável. A energia armazenada pode ser usada em diversas aplicações de qualidade de energia elétrica. Esse trabalho tem como foco o projeto da máquina, visando sua operação em alta velocidade, e sua utilização em conjunto com mancais magnéticos. Investigam-se diferentes geometrias e mudanças no material constituinte da máquina que resultem numa melhora da performance do sistema. Para tal investigação realizaram-se simulações estáticas pelo Método de Elementos Finitos, validadas pela comparação com um protótipo real, resultando em uma máquina promitente para a aplicação proposta. As simulações dinâmicas permitiram testar o desempenho de diferentes máquinas, previamente simuladas com o Método de Elementos Finitos. Os resultados dessas simulações mostram a capacidade da máquina absorver e devolver energia ao sistema.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

COMPARISON OF SWITCHED RELUCTANCE MACHINES' STRUCTURES  
FOR USING IN KINETIC ENERGY STORAGE DEVICE

Guilherme Gonçalves Sotelo

February/2003

Advisors: Antonio Carlos Ferreira  
Rubens de Andrade Jr.

Department: Electrical Engineering

This work presents an Energy Storage System, where the mechanical energy is stored as kinetic energy in a flywheel. The conversion from mechanical energy to electrical energy, and vice-versa, is made by a Switched Reluctance Machine. It is shown how the system can be used to mitigate some power quality related problems. The work focuses on the designing of the machine, taking into account requirements for high speed operation. Simulations using the Finite Element Method (FEM) are extensively used in order to explore the effect of different geometries and materials in the system performance. Magnetostatic finite element analysis, validated against a laboratory prototype, are used to calculate machine parameters, which are used in time stepping simulations. These simulations are useful to compare the system performance with different machine design.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivo e Motivação . . . . .	2
1.2	Sugestões para o armazenamento de Energia em um <i>Flywheel</i> de alta velocidade . . . . .	5
1.3	Conexão da MRV com a rede . . . . .	7
1.4	Descrição dos demais Capítulos . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Investigação da Máquina de Relutância Variável</b>	<b>11</b>
2.1	Princípios de Funcionamento da Máquina de Relutância Variável . . . . .	12
2.2	Modelagem Matemática da Máquina de Relutância Variável . . . . .	23
2.3	Influência do número de fases em uma Máquina de Relutância Variável	24
2.3.1	MRV monofásicas . . . . .	25
2.3.2	MRV bifásicas . . . . .	29
2.3.3	MRV trifásicas . . . . .	33
2.3.4	MRV com quatro ou mais fases . . . . .	39
2.4	Sumário do Capítulo . . . . .	39
<b>3</b>	<b>O Método de Elementos Finitos</b>	<b>40</b>
3.1	Um pequeno histórico sobre o Método de Elementos Finitos . . . . .	41
3.2	Noções da aplicação do MEF para casos Eletromagnéticos . . . . .	42
3.3	Formulação Matemática do MEF na Magnetostática . . . . .	45
3.3.1	Aplicação do MEF para elementos triangulares de primeira ordem . . . . .	46
3.3.2	Montagem das Matrizes dos Elementos . . . . .	49
3.3.3	Solução Global do Problema . . . . .	52
3.3.4	Introdução das Condições de Contorno . . . . .	54
3.3.5	Equação de Poisson . . . . .	55
3.4	O Tensor de Maxwell . . . . .	57
3.5	Aplicações para o Método de Elementos Finitos . . . . .	61
3.5.1	Cálculo da Indutância . . . . .	61
3.5.2	Forças em um corpo calculadas a partir do Tensor de Maxwell usando o MEF . . . . .	62

3.6	Sumário do Capítulo . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Perdas Energéticas no Circuito Magnético da MRV</b>	<b>65</b>
4.1	Perdas Energéticas na MRV . . . . .	66
4.2	Perdas no Ferro na MRV . . . . .	67
4.2.1	Introdução . . . . .	67
4.2.2	Perdas por Correntes Parasitas . . . . .	67
4.2.3	Histerese . . . . .	71
4.2.4	Perdas Anômalas . . . . .	73
4.2.5	Perda Total no Circuito Magnético . . . . .	73
4.3	Sumário do Capítulo . . . . .	75
<b>5</b>	<b>Resultados das Simulações Estáticas para a MRV</b>	<b>76</b>
5.1	Validação do Modelo . . . . .	77
5.1.1	Comparação entre resultados medidos e simulados para torque estático . . . . .	77
5.1.2	Comparação entre resultados analíticos e simulados para a in- dutância . . . . .	79
	Método Analítico para o cálculo da indutância da MRV . . . .	80
	MEF aplicado ao cálculo da indutância de uma fase da MRV .	82
5.2	Aplicação do MEF para a Otimização da MRV . . . . .	84
5.2.1	Propostas de novas geometrias para a MRV . . . . .	84
	Geometria B . . . . .	84
	Geometria C . . . . .	86
	Geometria D . . . . .	90
5.2.2	Variação da extensão do Entreferro da Máquina . . . . .	92
	Variação do entreferro Mantendo a Corrente de Alimentação Constante . . . . .	93
	Variação do entreferro Mantendo o Torque Constante . . . . .	95
5.2.3	Propostas de novos materiais para a MRV . . . . .	97
5.3	Estudo das Perdas Energéticas no Circuito Magnético . . . . .	99
5.3.1	Implementação do cálculo das perdas na MRV pelo MEF . . . .	99
5.3.2	Cálculo das perdas no ferro para investigação de melhorias no projeto de uma MRV. . . . .	102
	Aplicação: geometrias A e B, materiais ferromagnéticos e va- riação da velocidade. . . . .	102
	Aplicação: geometria D e variação do entreferro. . . . .	110
	Densidade de perda no ferro . . . . .	114
5.4	Sumário do Capítulo . . . . .	116



<b>6</b>	<b>Resultados das Simulações Dinâmicas para a MRV</b>	<b>117</b>
6.1	Modelo usado para a simulação dinâmica da MRV . . . . .	118
6.2	Simulações dinâmicas das geometrias propostas. . . . .	124
6.3	Sumário do Capítulo . . . . .	131
<b>7</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>132</b>
7.1	Conclusões . . . . .	132
7.2	Trabalhos Futuros . . . . .	134
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>135</b>
<b>A</b>	<b>Arquivo para Simulação da MRV.</b>	<b>140</b>
<b>B</b>	<b>Arquivo para Cálculo da Perda Energética no ferro.</b>	<b>160</b>

# Lista de Figuras

1.1	Possíveis problemas apresentados na energia elétrica. . . . .	2
1.2	Esquema proposto para o armazenador cinético de energia. . . . .	6
1.3	Outra proposta de um esquema para o armazenador cinético de energia. . . . .	7
1.4	Diagrama unifilar do esquema <i>shunt</i> de ligação. . . . .	8
1.5	Diagrama unifilar do esquema série de ligação. . . . .	9
2.1	Vista em corte de uma MRV 6/4. . . . .	14
2.2	Vista de uma seção da MRV 6/4 para a fase 1 alinhada. . . . .	15
2.3	Vista de uma seção da MRV 6/4 para a fase 1 desalinhada. . . . .	16
2.4	Sinais de controle para a comutação das chaves para diferentes formas de operação . . . . .	17
2.5	(a) Indutância em função da posição para o incremento da corrente de uma fase considerando a saturação do circuito magnético; (b) corrente para operação como motor; (c) corrente para operação como gerador ; (d) torque em função da posição angular do rotor. . . . .	18
2.6	Consideração para o fluxo magnético desprezando os efeitos de borda. . . . .	19
2.7	Variação da indutância em função da posição do rotor de uma fase do estator e variação do torque para alimentação de uma fase com corrente constante. . . . .	20
2.8	Sobreposição do torque positivo em função da posição do rotor para as 3 fases de um motor 6/4. . . . .	20
2.9	Curvas de magnetização para um motor de relutância chaveado: (a) operando sem saturação e (b) operando com saturação . . . . .	22
2.10	Cálculo do torque instantâneo a partir da taxa de variação da coenergia com corrente constante. . . . .	22
2.11	Vista em corte de uma MRV monofásica 2/2 primitiva. . . . .	26
2.12	MRV monofásica 6/6 com entreferro radial e axial, proposta por Lim <i>et al.</i> [14]. . . . .	26
2.13	MRV monofásica 6/6 com anel magnético (proposta por Lim <i>et al.</i> [15]) para que a máquina tenha sempre torque de partida. . . . .	28
2.14	MRV monofásica 4/4 com ímãs permanentes (proposta por Stephenson e Jenkinson [16]) para que a máquina tenha torque de partida. . . . .	29

2.15	MRV monofásica 4/4 com bobinas auxiliares (proposta por Krishnan <i>et al.</i> [17]) para eliminar o torque nulo na partida. . . . .	30
2.16	Vista em corte de uma MRV bifásica primitiva. . . . .	31
2.17	Vista em corte de uma MRV bifásica com entreferro variável. . . . .	32
2.18	Vista em corte de uma MRV bifásica com entreferro variável. . . . .	32
2.19	Estator da MRV bifásica (8/4) utilizada por Pollock e Brackley [20]. Rotor externo de 4 pólos (não apresentado.) . . . . .	34
2.20	Seção transversal de uma MRV trifásica 12/8. . . . .	35
2.21	Parâmetros para construção de uma MRV trifásica 6/4. . . . .	36
2.22	Geometria do rotor de uma MRV 6/2 sugerida por Morel <i>et al</i> [26]. . . . .	37
2.23	Geometria similar a MRV 6/2 construída por Iglesias <i>et al</i> [28]. . . . .	38
3.1	Exemplos de elementos bidimensionais e tridimensionais de primeira ordem. . . . .	42
3.2	Ilustração de uma malha bidimensional com elementos triangulares. . . . .	43
3.3	Representação de um elemento genérico. . . . .	47
3.4	(a)Elementos triangulares adjacentes separados. (b) elementos triangulares adjacentes, com potenciais necessariamente contínuos e nós numerados coerentemente. . . . .	50
3.5	Aplicação do tensor de Maxwell para o cálculo da força em um corpo. A força deve ser calculada num contorno sobre a superfície S. . . . .	63
4.1	Indução magnética variante no tempo e corrente parasita induzida em uma lâmina da MRV. . . . .	68
4.2	Representação de uma chapa metálica condutora. . . . .	68
4.3	Exemplo ilustrando o laço de histerese de um material ferromagnético. . . . .	71
4.4	Ajuste realizado para cálculo dos coeficientes das perdas. . . . .	74
5.1	Parâmetros utilizados para a construção de uma MRV regular. . . . .	77
5.2	Equipamentos usados para efetuar as medidas do torque da MRV. . . . .	79
5.3	Comparação entre os resultados medidos e os simulados pelo MEF para a MRV. Corrente elétrica entre 2A e 5A. . . . .	80
5.4	Família de curvas de indutância da MRV em função da posição do rotor, para corrente elétrica variando de 1 até 20A. . . . .	83
5.5	Gráfico das curvas de indutância da MRV em função da posição do rotor, para corrente elétrica variando de 1 até 20A. . . . .	83
5.6	Proposta de uma MRV com raio do rotor aumentado (Geometria B). . . . .	85
5.7	Comparação dos torque das geometrias A e B. . . . .	86
5.8	Proposta de uma MRV 6/2. . . . .	87
5.9	Indutância própria de uma fase da MRV 6/2 (geometria C). . . . .	88
5.10	Torque de uma fase da MRV 6/2 (geometria C). . . . .	89

5.11	Comparação entre o torque estático das geometrias A e C para as três fases. Corrente de alimentação de 3A. . . . .	89
5.12	Novo parâmetro para o entreferro. . . . .	90
5.13	Indutância de uma fase da geometria D para g2 assumindo valores entre 0,60mm e 2,00mm. . . . .	91
5.14	Torque de uma fase da geometria D para g2 assumindo valores entre 0,60mm e 2,00mm. . . . .	92
5.15	Comparação entre os torques da geometria A e D (g2=1,0mm), alimentando somente uma fase. . . . .	93
5.16	Torque das geometrias A e D (g2=1,0mm) e torque médio, considerando a comutação das fases. . . . .	94
5.17	Comparação entre as curvas de indutância da geometria A para g1 variando de 0,5mm até 2,0mm. . . . .	95
5.18	Valores de indutância máxima da geometria A para g1 variando de 0,5mm até 2,0mm. Curva calculada obtida a partir da equação 5.10. . . . .	96
5.19	Comparação entre as curvas de torque da geometria A para g1 variando de 0,5mm até 2,0mm. . . . .	97
5.20	Curvas de torque da geometria A para g1 variando de 0,5mm até 2,0mm, para diferentes correntes de alimentação. . . . .	98
5.21	Curvas de Indutância para a geometria A simulada com material amorfo. . . . .	99
5.22	Curvas de Indutância para a geometria A simulada com material amorfo. . . . .	100
5.23	Esquema para a alimentação das fases da MRV. . . . .	101
5.24	Forma de onda para a indução magnética e a reconstrução da mesma em uma série de Fourier com 200 harmônicos. . . . .	101
5.25	Ângulo de referência e regiões destacadas para análise. . . . .	102
5.26	Componentes radiais e azimutais para indução magnética em quatro regiões destacadas, conforme Figura 5.25 . . . . .	103
5.27	Gráfico da razão entre as perdas no ferro e potência total fornecida pela MRV, em função da corrente de alimentação da máquina, para o Fe-Si e o material Amorfo. . . . .	111
5.28	Gráfico da Perda no Ferro percentual em função da extensão do entreferro, para correntes de 3A e correntes que forneçam um torque próximo de 0,42Nm. . . . .	112
5.29	Densidade de perda energética para a geometria A (I=3A), em W/kg. . . . .	115
5.30	Densidade de perda energética para a geometria B (I=3A), em W/kg. . . . .	115
5.31	Densidade de perda energética para a geometria D (I=3A), em W/kg. . . . .	116
6.1	Gráfico da tabela de torque para a geometria A. . . . .	119
6.2	Gráfico da tabela de torque para a geometria B. . . . .	119
6.3	Gráfico da tabela de torque para a geometria D. . . . .	119
6.4	Gráfico da tabela de corrente elétrica para a geometria A. . . . .	120

6.5	Gráfico da tabela de corrente elétrica para a geometria B. . . . .	120
6.6	Gráfico da tabela de corrente elétrica para a geometria D. . . . .	120
6.7	Diagrama de blocos de uma fase da MRV. . . . .	121
6.8	Diagrama de blocos da MRV, contendo as três fases. . . . .	122
6.9	Diagrama de blocos principal do modelo proposto. . . . .	123
6.10	Diagrama de blocos do controle de uma fase da MRV. . . . .	123
6.11	Diagrama de blocos do elo de corrente contínua. . . . .	124
6.12	Diagrama elétrico do conversor eletrônico correspondente ao modelo usado na simulação. . . . .	124
6.13	Resultados de velocidade, corrente elétrica e torque, para as geometrias A e D da MRV. . . . .	125
6.14	Tensão e corrente elétrica no elo de corrente contínua para as geometrias A e D. . . . .	126
6.15	Corrente elétrica em modo de operação de pulso único para uma corrente de referência de 20A. . . . .	126
6.16	Resposta de velocidade para as geometrias A, B e C, conforme corrente elétricas da figura 6.15. . . . .	126
6.17	Corrente elétrica nas fases A, B e C, corrente de referência e tensão na fase A. Resultados para as geometrias A e D. . . . .	127
6.18	Variação na velocidade para as geometrias A e D operando como <i>flywheel</i> de alta potência. . . . .	128
6.19	Tensão sobre o capacitor do elo CC, para as geometrias A e D operando como <i>flywheel</i> de alta potência. . . . .	129
6.20	Potência elétrica no capacitor do elo CC, para as geometrias A e D operando como <i>flywheel</i> de alta potência. . . . .	129
6.21	Corrente elétrica nas fases da MRV e corrente de referência, para as geometrias A(e) e D(d) operando como <i>flywheel</i> de alta potência. . .	129
6.22	Variação na velocidade para as geometrias A e D operando como <i>flywheel</i> de baixa potência. . . . .	130
6.23	Tensão sobre o capacitor do elo CC, para as geometrias A e D operando como <i>flywheel</i> de baixa potência. . . . .	130
6.24	Potência elétrica no capacitor do elo CC, para a geometria A operando como <i>flywheel</i> de baixa potência. . . . .	130

# Lista de Tabelas

5.1	Resultados para a variação do entreferro. . . . .	95
5.2	Perdas no ferro para a geometria A e material Ferro-Silício, operando numa velocidade de 1800rpm. . . . .	106
5.3	Perdas no ferro para a geometria B e material Ferro-Silício, operando numa velocidade de 1800rpm. . . . .	107
5.4	Perdas no ferro para a geometria A e material Amorfo, operando numa velocidade de 1800rpm. . . . .	108
5.5	Perdas no ferro para a geometria A e material Ferro-Silício, operando numa velocidade de 3600rpm. . . . .	109
5.6	Perdas no ferro para as geometrias A ( $g_1=0,5\text{mm}$ ) e D ( $g_1=0,5\text{mm}$ e $g_2=0,9\text{mm}$ ) com Ferro Silício, operando numa velocidade de 1800rpm.	113
5.7	Perdas no ferro para a geometria A, material Ferro-Silício, com diferentes <i>gaps</i> e operando numa velocidade de 1800rpm. . . . .	113

# Capítulo 1

## Introdução

Esse capítulo tem como objetivo apresentar os tópicos abordados nessa tese e situar o leitor sobre os temas aqui tratados. Pretende-se apresentar a motivação do trabalho e algumas formas de armazenamento energéticos, com o intuito de justificar o uso do *flywheel* de alta velocidade.

## 1.1 Objetivo e Motivação

Alguns dos grandes problemas atuais em engenharia elétrica estão relacionados com a qualidade da energia elétrica que é fornecida pelas concessionárias. Conceitos fundamentais sobre os problemas relacionados com a qualidade de energia foram apresentados por Hingorani [1]. Entre esses problemas apresentados sobre qualidade de energia, tem-se alguns exemplos ilustrados na figura 1.1. Nessa figura sugere-se a introdução de um equipamento ideal para resolver os problemas da qualidade de energia. Neste equipamento o sinal de saída é composto por uma onda puramente senoidal de amplitude constante e frequência invariante.

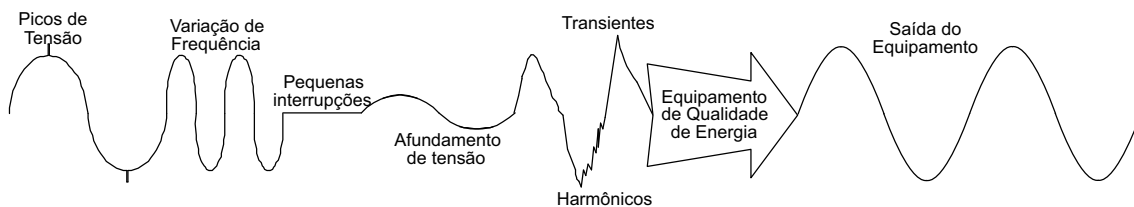


Figura 1.1: Possíveis problemas apresentados na energia elétrica.

Cada equipamento de qualidade de energia tem uma função específica, que depende da carga elétrica que será alimentada. Dentre os problemas expostos na figura 1.1, o afundamento de tensão e a interrupção momentânea, vêm causando grande prejuízo às indústrias. Como exemplo tem-se a interrupção de processos em linhas de produção, que simplesmente não têm como serem reiniciados no mesmo ponto que se encontravam no momento que ocorreu a pane. Assim, ocorrem prejuízos pelo atraso na produção e pela perda de material, que em muitos casos não pode ser reaproveitado. O afundamento de tensão e a interrupção momentânea também são responsáveis por danos aos equipamentos elétricos e eletrônicos domésticos de grande sensibilidade. Uma solução para esse problema é o armazenamento de parte da energia elétrica, enquanto que o sistema opera normalmente e a demanda de energia não é elevada, para utilizá-la nos momentos que ocorrerem tais falhas. O armazenamento de energia também pode ser utilizado para a eliminação de “gargalos” no sistema elétrico, podendo ser utilizado em sub-estações, por exemplo.

Existem algumas formas usuais de armazenamento de energia, dentre elas, destacam-se:



- usinas hidrelétricas reversíveis;
- baterias químicas;
- supercapacitores (ou ultracapacitores);
- reatores supercondutores (SMES - *Superconducting Magnetic Energy Storage*);
- volantes de inércia, também conhecidos como *flywheels*);

Quanto às usinas reversíveis, essas apresentam alto custo de implantação e não possuem rendimento elevado, sendo indicadas para aplicações específicas de larga escala, pois necessitam de uma grande área para operação. Esse tipo de armazenamento está fora do contexto a que se propõe esse trabalho.

As baterias químicas constituem o meio mais comum de armazenamento energético. Existem vários tipos de baterias: Chumbo-ácido, Níquel-Cádmio, íons de Lítio, entre outras. São normalmente associadas em série ou em paralelo para se obter a característica elétrica desejada. Segundo Ribeiro *et al.* [2] a bateria é uma tecnologia que apresenta atualmente melhor relação custo-benefício. Conforme McDowall [3], as baterias de Chumbo-ácido apresentam as seguintes características: alta densidade de energia, custo inicial relativamente baixo e vida útil de média entre 4 a 8 anos (utilizando entre 50% e 35% de sua capacidade, respectivamente). O baixo custo dessa tecnologia, de 50 a 100US\$ por kW [4], a torna atrativa do ponto de vista econômico inicial. Isso ocorre devido a essa tecnologia ser dominada e ao elevado número de fabricantes no mundo (aproximadamente 700).

Os supercapacitores mostram-se promissores, porém, ainda devem ser melhor desenvolvidos e explorados. Atualmente, encontram-se disponíveis comercialmente para baixos níveis de potência. Essa tecnologia tem sido usada recentemente em aplicações de baixa energia, para altos picos de potência em curtíssimos intervalos de tempo [2].

O SMES representa uma outra opção, que deve ser considerada quanto ao armazenamento de energia, devido a diversos fatores, como os seguintes [2] [4] [5]: média densidade de energia, tempo de resposta pequeno, vida útil elevada (estima-se que seja de aproximadamente 20 anos), custo de produção superior a 300US\$ por kW,

necessidade de refrigeração com hélio líquido (devido ao tipo de supercondutor utilizado atualmente). Como a resistividade elétrica do supercondutor é nula, a perda de energia armazenada no SMES é muito baixa, porém, para manter o supercondutor refrigerado a temperaturas criogênicas demanda grande quantidade de energia. Para viabilizar essa forma de armazenamento ainda é necessário reduzir os custos de produção e minimizar os gastos energéticos com a refrigeração.

Entre as formas de armazenamento de energia, os volantes de inércia (*flywheels*) representam uma das concepções mais antigas [4]. Existem duas possibilidades para realizar esse tipo de armazenamento: *flywheels* de alta velocidade e pequeno momento de inércia e *flywheels* de baixa velocidade e grande momento de inércia [6]. Como a energia armazenada é igual a  $\frac{1}{2}J\omega^2$ , onde  $J$  é o momento de inércia e  $\omega$  é a velocidade angular, os *flywheels* de alta velocidade podem armazenar maior quantidade de energia que os de baixa velocidade, com o mesmo momento de inércia. O *flywheel* de alta velocidade, se comparado com as outras formas de armazenamento energético, possui a maior densidade de energia [4], tornando-o atrativo. O tempo de resposta de um *flywheel* dependerá do tipo de conversor eletrônico utilizado e da máquina elétrica, mas estima-se que esse seja pequeno [6] (da ordem de 50 ms). Para que o *flywheel* opere em alta velocidade, surgem alguns problemas, como as perdas energéticas. Entre essas perdas tem-se: o atrito nos mancais (no caso dos mancais mecânicos), atrito viscoso devido à resistência do ar, perdas na comutação do conversor eletrônico, perdas no ferro no circuito magnético da máquina elétrica.

Pelos parágrafos acima, é possível concluir que o *flywheel* mostra-se uma forma de armazenamento energético com grande possibilidade de êxito, principalmente para aplicações em sistemas de potência. Todavia, existe a necessidade de resolver alguns problemas de projeto para que o *flywheel* de alta velocidade seja viável. Procura-se nessa dissertação propor algumas soluções para esses problemas. Outro problema, que não é nem um pouco trivial para a construção de sistema de armazenamento cinético de alta velocidade, é o tipo de máquina elétrica que será utilizada. Essa máquina deve atuar como motor/gerador para a conversão de energia elétrica em energia mecânica e sua posterior reconversão em energia elétrica. Uma possibilidade seria o uso de uma máquina síncrona com ímãs permanentes, entretanto perdas energéticas ocorreriam em virtude da variação de fluxo magnético no momento em que o rotor tivesse com energia armazenada. Dentre a várias vantagens apresentadas

pela Máquina de Relutância Variável (MRV) (que serão discutidas no decorrer dessa dissertação), pode-se destacar as perdas nulas no ferro quando o sistema estiver em *stand by*, com energia armazenada. Aspectos de construção de uma MRV de alta velocidade, assim como outras vantagens dessa máquina, serão discutidos nessa dissertação. O uso desse tipo de máquina para aplicação em armazenamento cinético de energia é umas das proposições principais dessa tese, cujo resultado inicial originado dessa dissertação foi apresentado no Congresso Internacional de Máquinas Elétricas (ICEM 2002) [7].

## 1.2 Sugestões para o armazenamento de Energia em um *Flywheel* de alta velocidade

Como comentado acima, objetiva-se relação vantajosa entre a energia armazenada e a massa do dispositivo. Assim, deve-se maximizar a velocidade de rotação do volante de inércia. Também se faz necessário minimizar a dissipação de energia, para que o tempo de armazenamento seja longo. Portanto, é necessário que o sistema opere em uma câmara evacuada ( $\simeq 1 \mu\text{bar}$ ) minimizando o atrito viscoso com o ar, que é proporcional a velocidade de rotação. A perda nos mancais rotativos, será minimizada utilizando mancais de alta eficiência, entre eles: mancais magnéticos supercondutores [8], mancais magnéticos passivos de ímãs permanentes e mancais magnéticos ativos.

Uma primeira proposta para o armazenamento de energia é o uso de uma configuração como apresentada na figura 1.2. Nessa figura sugere-se a montagem com os seguintes componentes: dois volantes de inércia (para ter simetria mecânica), um mancal axial supercondutor, dois mancais radiais ativos, uma MRV e uma câmara evacuada. O primeiro protótipo desse mancal axial supercondutor encontra-se atualmente em fase de testes no Laboratório de Aplicação de Supercondutores (LASUP) da UFRJ.

Outra configuração possível, mostrada na figura 1.3, para o *flywheel* que será construído é usar três tipos de mancais magnéticos: um mancal supercondutor (passivo), um mancal magnético de ímãs permanentes (passivo) e um mancal eletro-

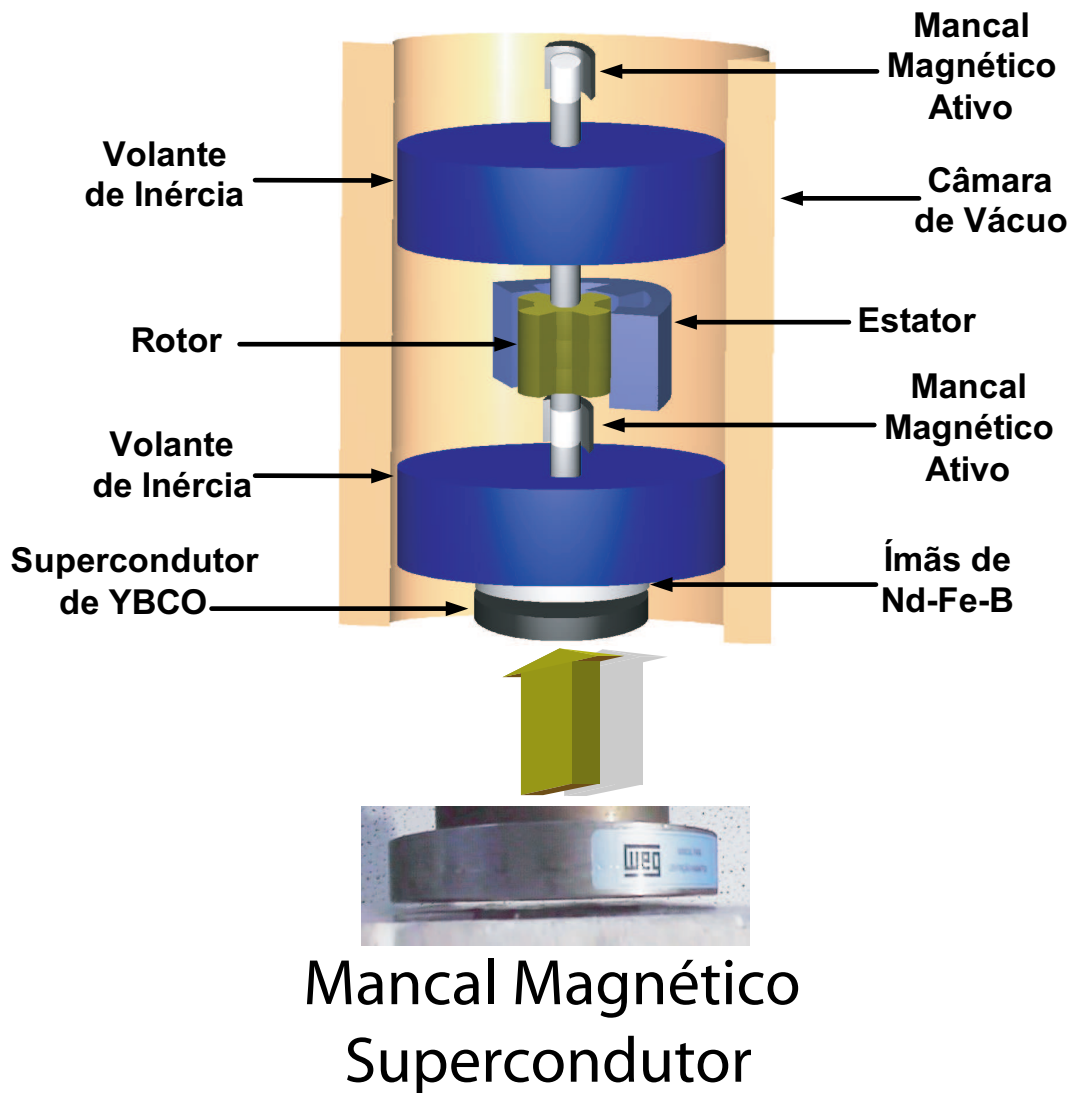


Figura 1.2: Esquema proposto para o armazenador cinético de energia.

magnético (ativo). Como o mancal supercondutor, apesar de ser um mancal axial, apresenta também a capacidade de operar como um mancal radial, devido ao aprisionamento de campo pelo supercondutor, é possível reduzir o número de mancais ativos (que necessitam de energia para operar). Então, usa-se um mancal magnético passivo, composto somente por ímãs de terras raras em forma anelar, que fornece uma estabilidade radial. Esse mancal precisa de um ponto de apoio para que tenha uma região de equilíbrio estável, que no caso em questão será proporcionado pelo mancal axial supercondutor. Já o mancal eletromagnético, será usado na estabilidade radial, necessitando de um sensoriamento para identificar se o eixo está fora de sua posição de operação. Através de um controle em malha fechada, é injetado um sinal capaz de trazer o eixo para seu devido local de operação. Pretende-se uti-

lizar esse mancal durante os instantes em que o volante estiver atravessando alguma velocidade crítica, que apresente modos normais de vibração. Para outra velocidade em que não ocorra tal vibração (no caso a faixa de velocidade para operação pretendida), o uso do mancal ativo será desnecessário.

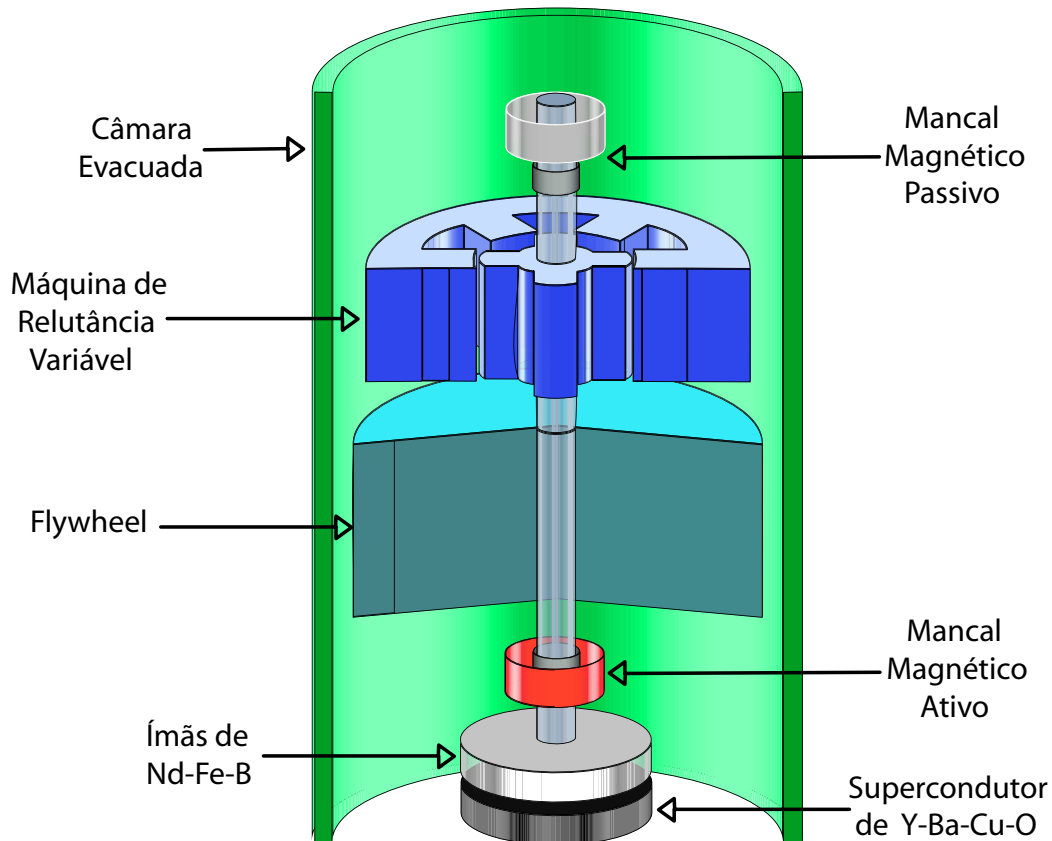


Figura 1.3: Outra proposta de um esquema para o armazenador cinético de energia.

As figuras 1.2 e 1.3 são meramente ilustrativas e o esquema que será realmente adotado para a montagem do protótipo do *flywheel* depende previamente de um estudo sobre as tensões mecânicas e dos valores de velocidade em que ocorrerão modos normais de vibração no sistema.

### 1.3 Conexão da MRV com a rede

Quanto à conexão da Máquina de Relutância Variável com a rede elétrica, para compensação de afundamentos de tensão e interrupções de pequenos ciclos, são sugeridas duas configurações. A primeira configuração será em forma de uma ligação

*shunt*, cujo diagrama unifilar pode ser visto na figura 1.4. Nesse tipo de conexão, o *flywheel* pode operar como um UPS (*Uninterruptible Power Supply*). Os principais componentes do sistema podem ser identificados pelo diagrama unifilar da figura 1.4: conversores eletrônicos bidirecionais, máquina de relutância variável, volante de inércia, mancal axial supercondutor composto por ímãs permanentes e pastilhas supercondutoras e circuito de controle. De acordo com os níveis de tensão onde o equipamento é utilizado será incorporado um transformador de potência entre o conversor mais à esquerda e a barra do sistema.

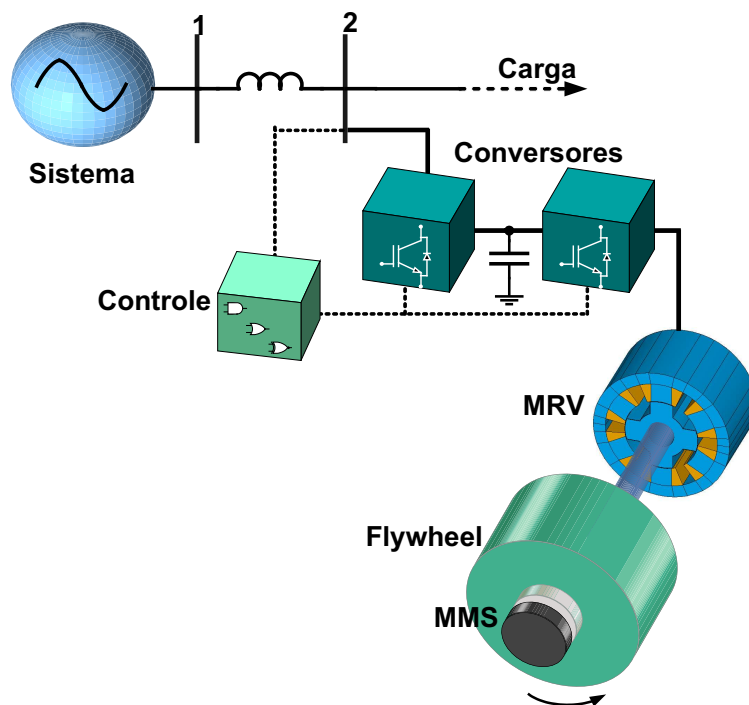


Figura 1.4: Diagrama unifilar do esquema *shunt* de ligação.

A segunda possibilidade de acoplamento da MRV com a rede elétrica, seria através de uma ligação série realizada com um transformador, como mostra o diagrama unifilar, apresentado na figura 1.5. Um esquema similar a esse foi proposto no trabalho de Weissbach *et al.* [9], sugerindo a aplicação da MRV em um sistema *DVR*<sup>®</sup> (*Dynamic Voltage Restorer*). Pode-se notar que, agora, o funcionamento do sistema se baseia na injeção de uma tensão em série com a da rede elétrica. A estratégia de controle foi apresentada em [10], onde o sistema responde em no máximo um ciclo (para  $f = 60\text{Hz}$ ), para a realizar a compensação de afundamentos de tensão. A energia armazenada pode ser então rapidamente devolvida ao sistema nos momentos de grande demanda, fazendo-se o controle da tensão de saída do conversor através de

um laço de realimentação cuja resposta dinâmica apresente tempo de estabilização da mesma ordem de grandeza que alguns ciclos da frequência da rede.

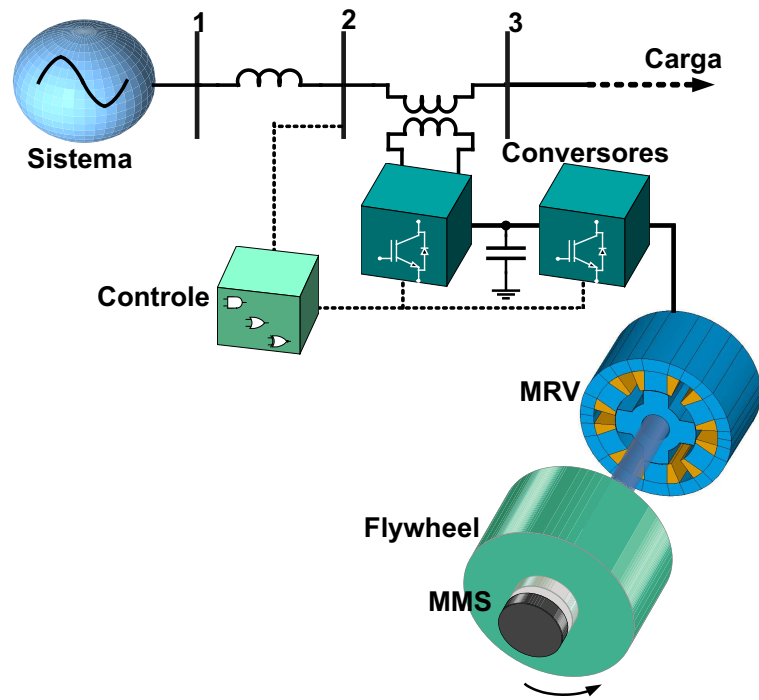


Figura 1.5: Diagrama unifilar do esquema série de ligação.

## 1.4 Descrição dos demais Capítulos

Como comentado acima, essa dissertação propõe o armazenamento cinético de energia em um *flywheel* de alta velocidade, usando uma MRV para fazer a conversão entre a energia cinética e mecânica e vice-versa. A principal contribuição dessa dissertação é a apresentação de um projeto inicial de uma Máquina de Relutância Variável, que deve ser otimizada para a aplicação sugerida. Pretende-se que essa máquina seja capaz de operar em velocidade superior a 10000rpm.

No segundo capítulo investiga-se a MRV, direcionando esse estudo para a aplicação da máquina em alta velocidade. Esse capítulo apresenta inicialmente o princípio de funcionamento dessa máquina. Nesse capítulo é feita uma revisão bibliográfica sobre as MRVs de diversos números de fases, objetivando encontrar quais as configurações que seriam mais adequadas para aplicações em alta velocidade e possivelmente em armazenamento energético.

O terceiro capítulo apresenta a teoria sobre o Método de Elemento Finitos, para casos das simulações bidimensionais. Outras ferramentas matemáticas de grande relevância, como o tensor de Maxwell, são também apresentadas, em vista de serem muito utilizadas nessa dissertação.

O quarto capítulo apresenta a teoria sobre as perdas no ferro, essas que serão mais um parâmetro de referência na busca pela melhoria na performance da máquina. O estudo dessas perdas torna-se relevante, dado que o rotor irá operar no vácuo e a dissipação do calor do rotor torna-se mais um problema a ser considerado.

No quinto capítulo são apresentados os resultados de torque, indutância e perda no ferro, entre outros, obtidos para várias Geometrias, utilizando simulações magnetostáticas realizadas com o Método de Elementos Finitos. Esses resultados foram validados através da comparação dos mesmos com medidas realizadas em um protótipo real. Os resultados dessa seção apontam as geometrias mais promitentes para aplicações em alta velocidade.

No sexto capítulo encontram-se os resultados das simulações dinâmicas realizadas para a MRV. Nesse capítulo investiga-se como as alterações na geometria contribuem para a melhoria no desempenho da máquina em alta velocidade. Apresenta-se também resultados que mostram a máquina absorvendo e devolvendo energia elétrica para o sistema.

No sétimo e último capítulo, são apresentadas as conclusões do trabalho e as considerações sobre os trabalhos futuros.



## Capítulo 2

# Investigação da Máquina de Relutância Variável

Nesse capítulo será apresentado o princípio de funcionamento de uma Máquina de Relutância Variável (MRV) assim como suas características operacionais. Serão discutidos alguns aspectos que envolvem a viabilidade da aplicação dessa máquina elétrica para dispositivos de armazenamento cinético de energia. Pretende-se desenvolver uma discussão inicial sobre diferentes topologias de MRVs, para direcionar o trabalho para um estudo mais detalhado e específico dessas máquinas. A finalidade desse estudo é permitir encontrar e descrever os caminhos a serem percorridos para a melhoria no projeto da MRV, visando a aplicação proposta.

## 2.1 Princípios de Funcionamento da Máquina de Relutância Variável

A construção de uma Máquina de Relutância Variável (MRV) é bastante simples, pois o rotor e o estator são constituídos apenas por material ferromagnético, com bobinas enlaçando os pólos salientes do estator. Quanto à operação da MRV, é tão simples quanto a sua confecção. O princípio de funcionamento dessa máquina baseia-se na tendência do rotor em se deslocar para uma posição onde a relutância é mínima, a qual corresponde à posição onde a indutância da bobina excitada do estator é máxima. Algumas vantagens apresentadas pela MRV devem ser destacadas, pois também motivam o uso desse tipo de máquina para a aplicação proposta:

- alta robustez e grande resistência a falhas;
- fácil construção e manutenção;
- capacidade de continuar em operação (mesmo que de forma limitada) quando ocorrem problemas em uma das fases;
- eventuais reparos das bobinas podem ser feitos sem a necessidade de reenrolar completamente o motor, tornando fácil a manutenção;
- custo de produção estimado relativamente baixo, se comparado com os motores de indução, por exemplo;
- operação com alta eficiência;
- bom comportamento térmico, pois a produção de calor no rotor apresenta-se somente no circuito magnético, já que o mesmo não possui enrolamentos;
- mostra-se muito compacta;
- quando a MRV está em movimento somente pela inércia (sem alimentação das fases), não existem perdas devido à variação de campo magnético, pois a máquina não possui ímãs permanentes.

A última vantagem apresentada acima é uma das razões que motivam a utilização dessa máquina para o armazenamento cinético de energia, em vez da máquina síncrona de ímãs permanentes, por exemplo.

O fato desse trabalho propor o uso da MRV, não será o motivo que fará com que o autor não destaque as desvantagens apresentadas por essas máquinas, que seguem:

- pode apresentar uma grande pulsação no conjugado fornecido pela máquina, principalmente para a operação em baixa velocidade;
- muitas vezes há a necessidade de utilizar um sensor capaz de determinar a posição angular do rotor (um *encoder* por exemplo) para realimentar o controle da máquina, ou usar estratégias para estimar a posição do rotor;
- necessidade de um conversor eletrônico para realizar o acionamento da máquina, pois, sem a presença do mesmo essa não é capaz de operar.

Como mencionado acima, para que a MRV possa operar é necessário o uso de um conversor eletrônico, que será responsável por aplicar uma seqüência de pulsos às bobinas de cada fase da máquina. Um outro motivo que favorece o uso da MRV reside na redução no custo de produção das chaves semi-condutoras, necessárias para a construção do conversor eletrônico. Para que uma máquina opere como armazenador cinético de energia, é necessário utilizar um conversor eletrônico para o acionamento da máquina, independentemente do tipo de máquina a ser utilizada. Isso ocorre porque existem as seguintes necessidades: efetuar o controle da velocidade, do modo de operação (como motor ou gerador), direção do fluxo de energia, entre outros fatores. Esses aspectos eliminam a aparente desvantagem apresentada sobre o uso do conversor eletrônico, para o caso específico da aplicação proposta por esse trabalho.

A figura 2.1 apresenta uma vista em corte de uma MRV trifásica, composta por seis pólos no estator e quatro pólos no rotor. Esta configuração, conhecida como 6/4, representa um dos tipos mais comuns de máquinas de relutância variável. Como pode ser observado pela figura 2.1, tanto estator como rotor possuem pólos salientes.

A Máquina de Relutância Variável é também conhecida na literatura como Máquina de Relutância Chaveada. Isso ocorre em virtude da MRV ter a necessidade de usar um conversor eletrônico para comutar a excitação das fases da máquina.

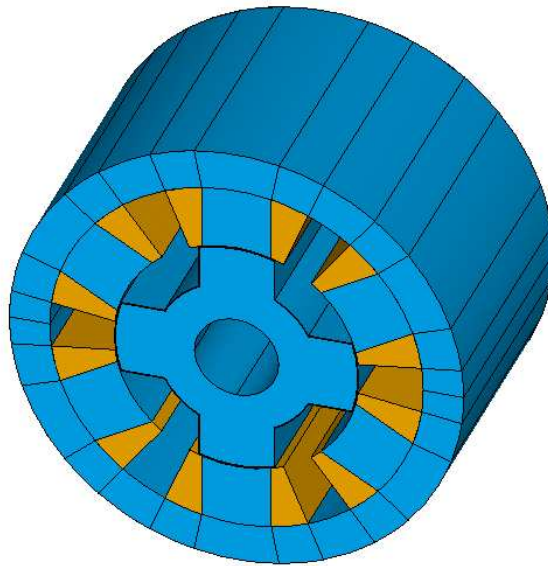


Figura 2.1: Vista em corte de uma MRV 6/4.

Entretanto, esse tipo de máquina não deve ser confundido com a Máquina de Relutância Síncrona, que é uma verdadeira máquina CA, alimentada senoidalmente, cujo estator é essencialmente igual ao estator de um motor de indução. A referência mais tradicional sobre motor de relutância chaveado, com centenas de citações é Lawrenson *et al.* [11] que descreve alguns conceitos e teorias sobre essa máquina, apresentando a MRV como é conhecida atualmente.

Segundo Miller [12], uma máquina de relutância variável pode ser definida como regular quando os pólos do rotor e estator são simétricos e igualmente espaçados ao redor do estator e rotor, enquanto que a MRV irregular apresenta alguma assimetria nos pólos do estator e/ou nos pólos do rotor.

Cada fase da máquina, na configuração 6/4, é composta por duas bobinas que situam-se em posições opostas em relação ao eixo da máquina. Cada enrolamento enlaça seu respectivo pólo do estator, constituindo um par de pólos por fase. Essas bobinas podem ser ligadas em série ou em paralelo, operando sempre de forma que: os fluxos magnéticos de ambas as bobinas de uma fase sejam somados.

Quando algum par de pólos do rotor está exatamente alinhado com o par de pólos do estator da fase em questão, diz-se que essa é a posição alinhada dessa fase. Isso pode ser observado através da figura 2.2, na qual o rotor está ocupando a posição

alinhada com a fase 1. Nessa figura, as bobinas são representadas pelas áreas mais escuras ao redor dos pólos do estator. Se uma das demais fases (2 ou 3) na figura 2.2 for excitada, haverá um torque que fará com que o rotor se desloque para a posição alinhada da fase que está alimentada.

Observando a figura 2.3, é possível perceber que o rotor está ocupando agora a posição mais afastada em relação a fase 1, caracterizando esta como posição desalinhada em relação a fase 1.

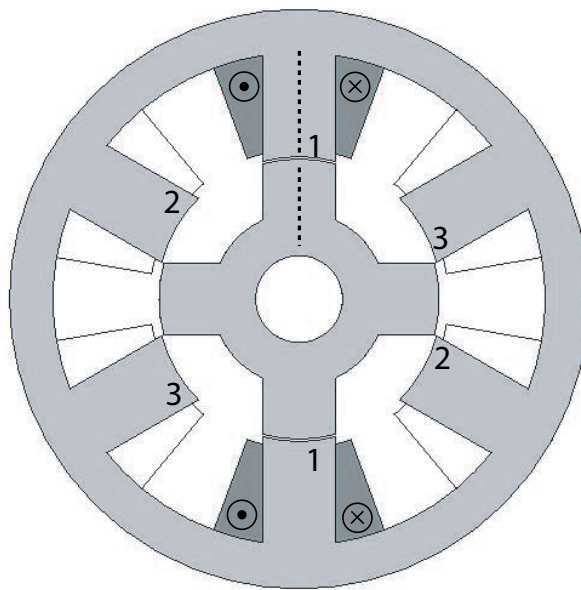


Figura 2.2: Vista de uma seção da MRV 6/4 para a fase 1 alinhada.

Uma determinada fase da máquina não deve ser alimentada quando o rotor está ocupando a posição alinhada em relação a essa fase, pois não haverá torque sobre o rotor nessa posição. Se a alimentação de uma fase ocorrer quando houver alinhamento para a fase em questão, esta posição corresponderá a um ponto de equilíbrio estável. Em contrapartida, se uma fase for alimentada quando o rotor estiver numa posição de desalinhamento total, ponto de torque nulo, este será um ponto de equilíbrio instável. Pode-se observar que o rotor sempre se desloca na direção da fase excitada que está mais próxima, de forma a ficar alinhado com os pólos do estator dessa fase.

Caso se deseje que a máquina entre em operação como um motor elétrico, a fase que estiver sendo alimentada deve ser desligada assim que a posição alinhada seja alcançada, ou instantes antes, repetindo este procedimento para todas as demais

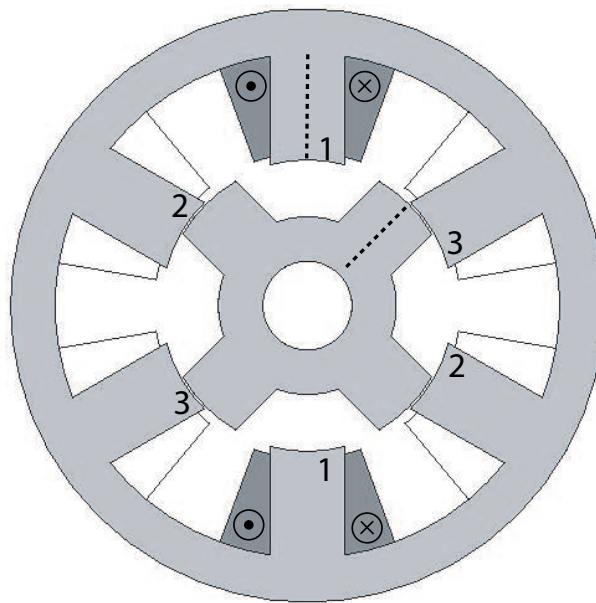


Figura 2.3: Vista de uma seção da MRV 6/4 para a fase 1 desalinhada.

fases da máquina de forma seqüencial. Vários trabalhos [11] [12] [13] apresentam detalhadamente várias formas de como proceder para realizar a alimentação de uma MRV.

A simetria do circuito magnético permite que o fluxo enlaçado mútuo seja praticamente nulo, mesmo quando a máquina opera sobre condições de saturação. Desta forma a indutância própria de cada fase será responsável pelo torque produzido quando a máquina opera como motor. Para o caso das MRVs que foram apresentadas, a indutância própria de uma fase varia linearmente com a posição angular do rotor, quando a mesma opera sem saturação. Já na presença de saturação, esta relação deixa de ser linear e a indutância de uma fase da MRV, que era apenas uma função da posição angular do rotor, passa a depender da magnitude da corrente elétrica.

Como mencionado acima, o sentido do torque será sempre para a posição alinhada mais próxima. Para a convenção do sinal do torque, o sentido de rotação do rotor deve ser considerado. Devido ao princípio de operação da MRV, o sinal algébrico do torque produzido não depende do sentido de circulação da corrente na fase, porém, depende apenas do deslocamento relativo entre rotor e estator, enquanto a corrente estiver circulando na fase. Será deduzida adiante uma expressão para o torque, que

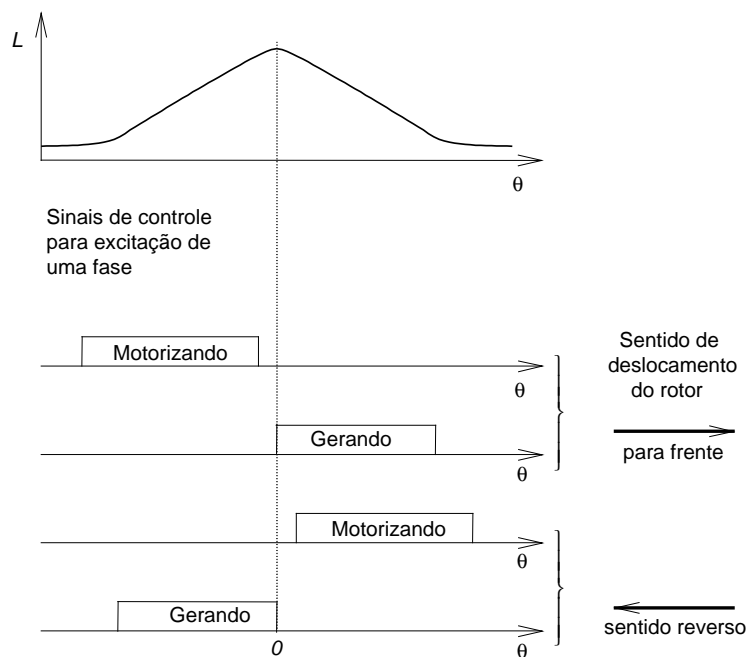


Figura 2.4: Sinais de controle para a comutação das chaves para diferentes formas de operação

informa que o sentido dessa grandeza depende apenas do sinal algébrico da derivada da indutância da fase em relação à posição angular do rotor. Conforme ilustrado na figura 2.4, se a corrente flui por uma bobina quando a derivada da indutância tiver o mesmo sinal que o sentido de deslocamento do rotor, será produzido torque para operação como motor. De forma simétrica, caso a corrente circule quando a derivada da indutância tiver sinal oposto ao sentido de rotação do rotor, será produzido um torque de frenagem. Nesse caso a máquina poderá devolver energia para o elo de corrente contínua do conversor eletrônico. A intensidade da corrente deve ser controlada de modo a rastrear apenas o módulo da referência.

Conforme a figura 2.5, que ilustra a indutância para vários valores de corrente elétrica, evidencia-se o efeito da saturação no circuito magnético (para o acréscimo da corrente elétrica). Essa mesma figura mostra também como deve ser a corrente de alimentação para que a MRV possa operar como motor ou gerador.

Uma análise para facilitar a compreensão de aspectos fundamentais da MRV, pode ser realizada desconsiderando tanto a saturação da máquina quanto os efeitos de borda do campo, ou seja, considerando um fluxo magnético como visto na figura

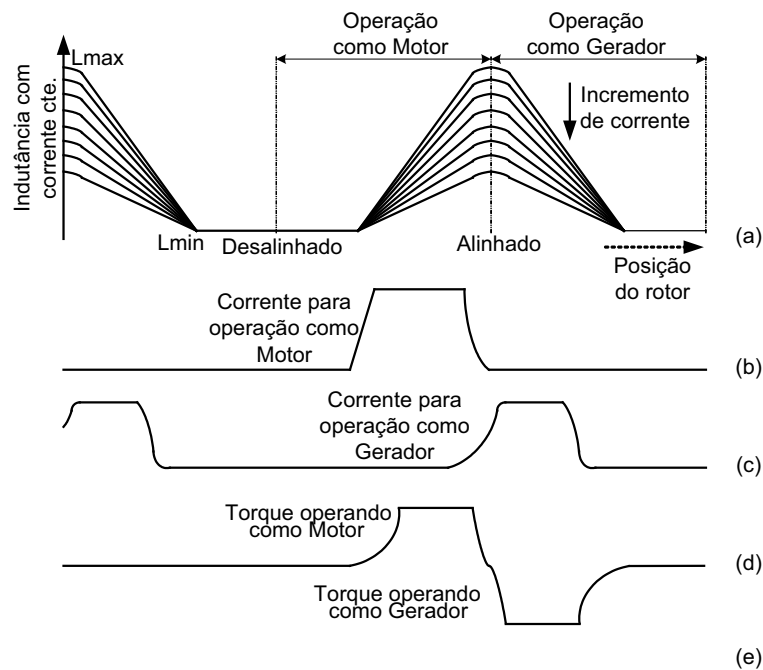


Figura 2.5: (a) Indutância em função da posição para o incremento da corrente de uma fase considerando a saturação do circuito magnético; (b) corrente para operação como motor; (c) corrente para operação como gerador ; (d) torque em função da posição angular do rotor.

2.6. Procedendo dessa forma, obtém-se resultados como os mostrados na figura 2.7. Essa figura apresenta a variação da indutância própria de uma fase do estator em função da posição angular do rotor e o conjugado fornecido pela máquina quando a mesma fase é alimentada por uma corrente contínua e constante. O número de ciclos da variação da indutância por revolução é proporcional ao número de pares de pólos e a extensão do ciclo tem o mesmo valor do passo polar do rotor. São destacadas diversas regiões na figura 2.7, que apresentam os seguintes significados físicos:

**R1**  $\Rightarrow$  nessa região os pólos do estator e do rotor estão completamente afastados da região de sobreposição, acarretando que o valor da indutância da fase permanecerá constante e corresponderá ao menor valor de indutância ( $L_{min}$ ). O torque fornecido pela referente fase para essa região será nulo;

**R2**  $\Rightarrow$  essa região inicia-se com a indutância apresentando um valor correspondente a  $L_{min}$  e conforme os pólos do rotor e do estator vão aumentando a sobreposição, ocorre o acréscimo linear da indutância em função da posição angular



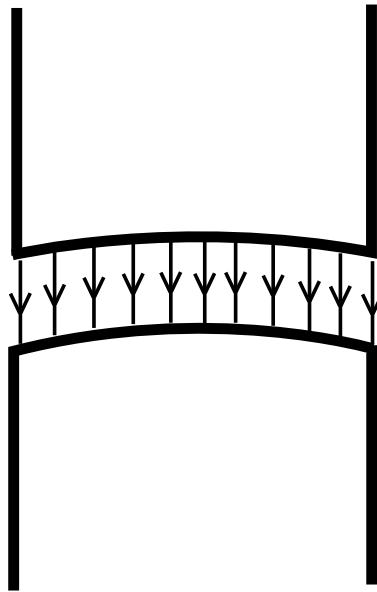


Figura 2.6: Consideração para o fluxo magnético desprezando os efeitos de borda.

do rotor, até que a posição alinhada seja alcançada, cuja indutância da fase corresponderá ao seu valor máximo ( $L_{max}$ ). Nessa região o torque será positivo (em relação ao referencial escolhido para o sentido do deslocamento angular do rotor) e constante.

**R3**  $\Rightarrow$  para tal região, ocorre a sobreposição total dos pólos do estator e do rotor, acarretando na permanência da indutância da fase em  $L_{max}$  e numa zona de torque nulo, que fez alguns autores denominarem-na de “região-morta”. A extensão dessa região será igual à diferença dos arcos polares do estator e do rotor.

**R4**  $\Rightarrow$  a partir do começo desse trecho, a sobreposição dos pólos passa a deixar de ser total e inicia a decair linearmente com a posição angular do rotor, até que o valor mínimo no final desse trecho seja atingido, que corresponderá novamente ao trecho R1. O torque proporcionado pela fase da máquina nessa região terá sinal oposto ao conjugado da região R2.

Um problema apresentado pela MRV 6/4 está associado com o torque total em função da posição angular do rotor, cujo gráfico pode ser visto na figura 2.8. Observa-se que há uma grande oscilação no valor do torque fornecido pelo motor, que ocorre próximo à região de comutação entre uma fase e a próxima. Esse problema pode ser resolvido com o aumento do número de pólos da MRV, que também apresenta

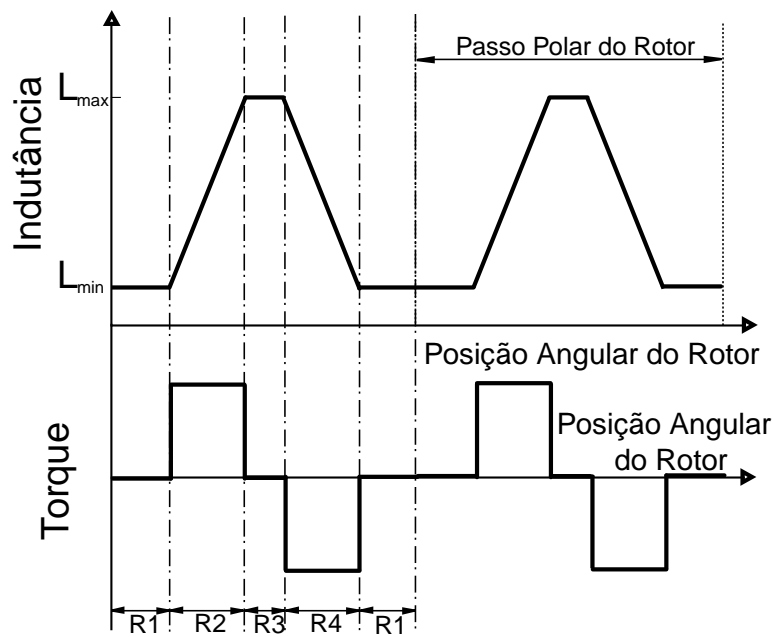


Figura 2.7: Variação da indutância em função da posição do rotor de uma fase do estator e variação do torque para alimentação de uma fase com corrente constante.

algumas outras desvantagens. Este assunto será discutido detalhadamente mais adiante.

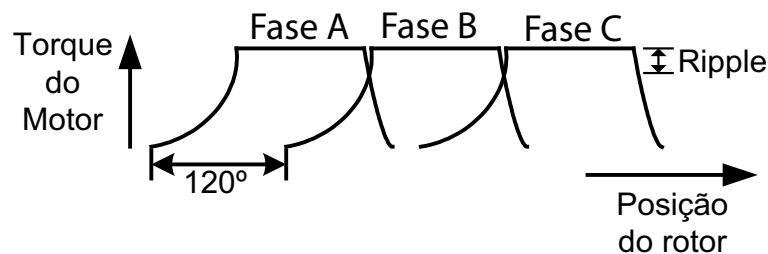


Figura 2.8: Sobreposição do torque positivo em função da posição do rotor para as 3 fases de um motor 6/4.

O torque é certamente um dos parâmetros mais importantes para a caracterização de uma máquina elétrica. Uma expressão geral pode ser usada para a obtenção do torque instantâneo produzido por uma fase do motor. Esse parâmetro pode ser encontrado a partir da derivada parcial da coenergia em relação à posição angular do rotor, para um dado valor de corrente elétrica constante alimentando a fase em questão. Isto é mostrado na relação 2.1, que segue.

$$T(i) = \left( \frac{\partial W(\theta)}{\partial \theta} \right)_{i=cte.} \quad (2.1)$$

onde  $W$  é a coenergia e  $\theta$  é a posição angular do rotor.

A coenergia pode ser obtida pela área sob a curva do fluxo enlaçado em função da corrente elétrica, que na verdade é dada pela seguinte integral:

$$W = \int_0^i \lambda(\theta, i) di \quad (2.2)$$

onde  $\lambda$  representa o fluxo enlaçado pelas bobinas da respectiva fase da máquina.

Finalmente, juntando as expressões 2.1 e 2.2 chega-se a equação 2.3 para o cálculo do torque.

$$T(i) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \int_0^i \lambda(\theta, i) di \right)_{i=cte.} \quad (2.3)$$

O torque total de uma MRV, de  $m$  fases, será dado pelo somatório dos torques produzidos por cada fase, como mostra a relação 2.4.

$$T_{tot} = \sum_{k=1}^m T_k(i) \quad (2.4)$$

Outra forma de calcular o torque é pelo tensor de tensões de Maxwell, cujo cálculo necessita que se conheça o valor do campo magnético que age na máquina. O uso do tensor de Maxwell torna-se então atrativo para os casos das simulações pelo Método de Elementos Finitos, onde o valor do campo magnético pode ser facilmente encontrado. Mais detalhes sobre o cálculo do torque pelo tensor de Maxwell, assim como sua aplicação, serão apresentados no capítulo seguinte.

A partir da relação 2.3, a família de curvas do fluxo enlaçado em função da corrente (para diferentes posições do rotor) torna-se relevante para o cálculo do torque instantâneo, pelo método descrito acima. A figura 2.9 apresenta o fluxo enlaçado em função da corrente (para diferentes posições do rotor), para os casos do motor operando sem saturação e com saturação.

A partir destas equações pode ser visualizado graficamente na figura 2.10, que o torque instantâneo será dado pelo trabalho  $\Delta W_m$  dividido por  $\Delta \theta$ , onde  $\Delta W_m$  é

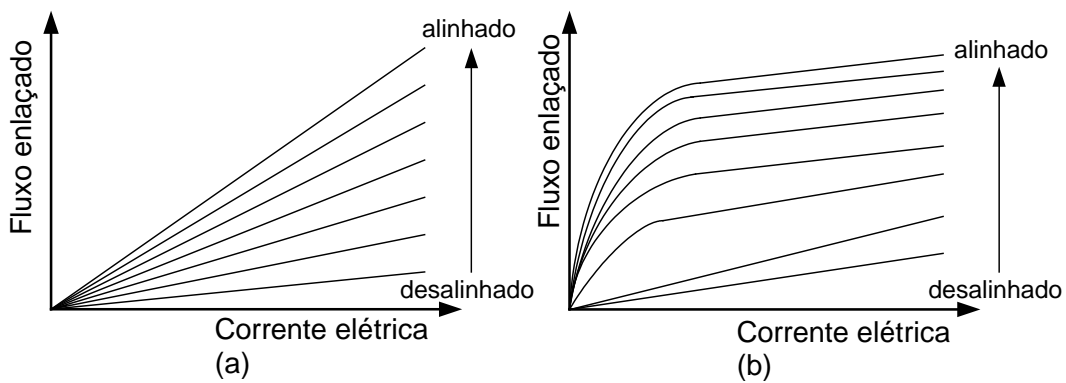


Figura 2.9: Curvas de magnetização para um motor de relutância chaveado: (a) operando sem saturação e (b) operando com saturação

realizado para uma corrente constante, conforme o deslocamento infinitesimal  $\Delta\theta$  do rotor.

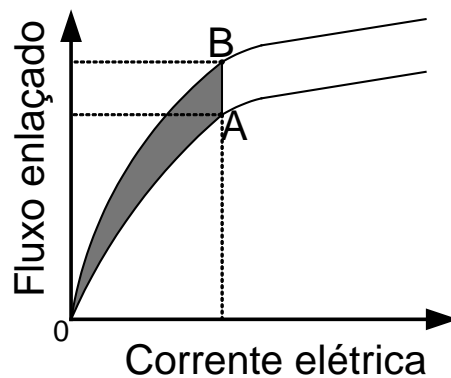


Figura 2.10: Cálculo do torque instantâneo a partir da taxa de variação da coenergia com corrente constante.

O trabalho mecânico realizado pelo motor será dado pela área 0AB da figura 2.10. É importante lembrar que nem toda energia fornecida pelo conversor será convertida em trabalho mecânico. Parte da energia é armazenada sobre forma de campo magnético, que apesar de não ser gasta, não está disponível para a conversão de energia durante o movimento de A para B. No caso especial de um motor onde não há a presença de saturação, a coenergia é dada pela relação:

$$W = \frac{1}{2} Li^2$$

onde  $L$  é a indutância própria da fase em questão.

Então para esse caso particular, onde não há saturação do circuito magnético da máquina, o torque instantâneo para uma fase da MRV será dado pela equação a seguir.

$$T(i, \theta) = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial \theta} \quad (2.5)$$

Esta equação apresenta uma validade bastante restrita, já que normalmente as máquinas de relutância operam sobre condições de saturação. Para uma MRV operando sobre certas condições de saturação, pode ser possível reduzir a quantidade de ferro necessária para a construção da máquina. Isso acarreta em redução de gasto com material e redução do volume ocupado pela máquina (para fornecer a mesma potência de saída), apesar de provocar significativo acréscimo no valor das perdas no ferro e no cobre (devido a elevada corrente elétrica), reduzindo o rendimento da máquina.

Para se obter uma idéia do torque fornecido pela MRV, é relevante o conhecimento prévio dos valores da indutância máxima e mínima da máquina. Define-se então como fator de saliência a razão entre a indutância máxima e indutância mínima da máquina. Máquinas com elevado fator de saliência são promissoras a fornecer um conjugado elevado.

## 2.2 Modelagem Matemática da Máquina de Relutância Variável

Como descrito na seção anterior, a máquina de relutância variável apresenta características altamente não lineares, devido à forte influência da saturação que ocorre no circuito magnético. Um modelo matemático dinâmico simplificado pode ser utilizado para a MRV, desde que as seguintes considerações sejam feitas:

- as perdas no ferro que ocorrem por correntes parasitas e por histerese sejam desconsideradas;
- a resistência elétrica dos enrolamentos deve ter um valor constante e inde-

pendente da forma de onda e frequência da corrente elétrica, assim como ser invariante com a temperatura de operação da máquina;

- a indutância mútua entre as fases deve ser considerada nula.

Sobre as considerações expostas acima chega-se às seguintes relações, para  $m'$  fases (onde  $m=1,2,3,\dots,m'$ ) de uma MRV:

$$v_m = R \cdot i_m + \frac{d}{dt} \left( \lambda_m(\theta, i_m) \right) \quad (2.6)$$

$$\tau_{tot}(\theta, i_m) = \sum_{m=1}^{m'} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \int_0^{i_m} \lambda_m(\theta, i_m) di_m \right) \right] \quad (2.7)$$

$$(J_{MRV} + J_{carga}) \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \tau_{tot} - \tau_{carga} - C \frac{d\theta}{dt} \quad (2.8)$$

onde  $v_m$  e  $i_m$  são respectivamente a tensão e corrente elétrica instantâneas em cada fase,  $R$  é a resistência elétrica das bobinas,  $\tau_{tot}$  e  $\tau_{carga}$  são respectivamente o torque total e o torque da carga,  $J_{MRV}$  e  $J_{carga}$  são os momentos de inércia da MRV e da carga,  $C$  é uma constante que representa o coeficiente da perda causada por atrito viscoso devido à resistência do ar e  $\lambda_m$  é uma família de curvas do fluxo enlaçado obtida somente para uma fase e que é extrapolada para as demais fases. Essa família de curvas de fluxo enlaçado pode ser obtida experimentalmente ou por simulações computacionais com o Método de Elementos Finitos.

## 2.3 Influência do número de fases em uma Máquina de Relutância Variável

A quantidade ideal de fases de uma MRV varia conforme a aplicação pretendida. As máquinas de relutância variável de poucas fases apresentam como vantagem a utilização de poucos componentes eletrônicos no conversor, assim como uma lógica de controle simplificada. Porém, alguns problemas surgem em relação às MRVs que apresentam um número reduzido de fases.

A investigação do número de fases será considerada na tentativa de encontrar uma configuração que seja apropriada para o armazenamento cinético de energia.

Será feita uma revisão bibliográfica, nas subseções a seguir, de máquinas monofásicas, bifásicas e trifásicas. Nessa revisão, serão apresentadas diversas máquinas (para as mais variadas aplicações) pretendendo mostrar algumas linhas de pesquisa, em máquinas de relutância variável, que vêm apresentando destaque nesses últimos anos. Torna-se útil o esclarecimento de que nem todas as máquinas que serão apresentadas são apropriadas para o armazenamento cinético de energia em um *flywheel* de alta velocidade.

### 2.3.1 MRV monofásicas

Uma máquina de relutância monofásica poderia ser construída com o intuito de utilizar pouquíssimos componentes eletrônicos, dado que somente um diodo e uma chave semi-condutora já serviriam como conversor eletrônico. Outro fator que poderia ser atrativo seria o uso reduzido de bobinas e conexões, para as máquinas com poucos pólos. Estes fatores tornariam o custo de produção muito reduzido. Entretanto, alguns fatores negativos apresentados pelas MRV monofásicas, restringem as possibilidades de aplicação dessas máquinas. Entre esse fatores, destacam-se: a altíssima oscilação no valor do torque da máquina (que provocaria grandes vibrações no eixo da máquina) e a grande região de torque nulo existente. Caso o rotor pare em determinadas posições de torque nulo, onde é impossível que a máquina inicie a operação como motor, torna-se necessário deslocar a posição angular do rotor para uma outra que permita o início da operação. A figura 2.11 apresenta uma máquina de relutância variável monofásica 2/2 bastante primitiva.

Algumas alternativas para possibilitar que a máquina tenha conjugado de partida, independentemente da posição inicial em que o rotor esteja, são propostas em diversos trabalhos.

Um motor de relutância variável monofásico 6/6, com entreferro radial e axial, foi apresentado por Lim *et al.* [14]. Segundo os autores a grande vantagem desta máquina consiste no aumento significativo (50%) do valor da indutância máxima da máquina (correspondente à posição alinhada do rotor), apresentando a mesma resistência elétrica para os enrolamentos. Isso ocorre devido a uma maior área do entreferro da máquina. Com uma indutância máxima maior, é possível que seja

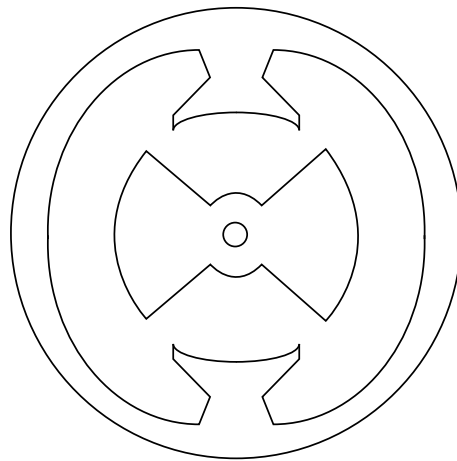


Figura 2.11: Vista em corte de uma MRV monofásica 2/2 primitiva.

produzido mais torque para a mesma corrente de alimentação. Ainda é destacado o fato dessa máquina possuir maior eficiência que uma outra MRV monofásica ou trifásica (6/2), operando sobre circunstâncias similares. A figura 2.12 apresenta a máquina utilizada neste trabalho de Lim *et al.*[14] e o detalhe sobre os entreferros radiais e axiais.

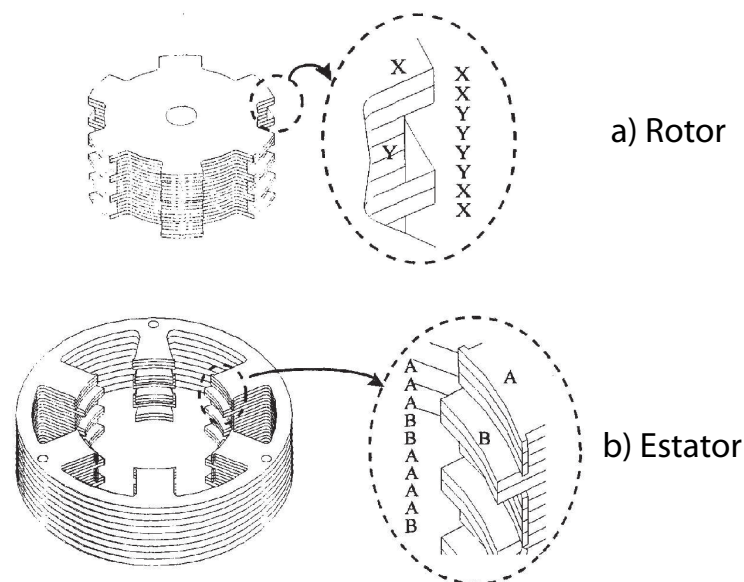


Figura 2.12: MRV monofásica 6/6 com entreferro radial e axial, proposta por Lim *et al.* [14].

Como aplicação para a máquina proposta, Lim *et al.* [14] sugere o uso como ventilador. O problema da alta oscilação do torque desaparece devido ao grande



momento de inércia da carga, que opera como um filtro passa baixa. Outros dois problemas são apresentados, a grande região de torque nulo (que pode impossibilitar a inicialização da operação do motor) e a grande oscilação na tensão e na corrente no elo de corrente contínua. Esse último problema dificultaria em muito a estratégia de controle para a aplicação proposta (armazenamento de energia em um volante girante), principalmente para o momento em que se desejar retirar energia do *flywheel* e devolver para o sistema.

Outro trabalho bastante interessante foi também realizado por Lim *et al.* [15], que apresentou um motor monofásico 6/6, de baixo custo, para operação em um aspirador de pó. Para solucionar o problema do torque nulo na partida, para algumas posições da máquina, foi introduzido um anel com ímãs permanentes no eixo do rotor e outro ímã permanente externo, de modo que o rotor só irá parar em posições estratégicas, na qual o torque não será nulo para essas posições. Outro ponto relevante neste trabalho é a menção dos autores sobre a frequência de comutação da chaves eletrônicas, de apenas 4,5kHz para a máquina operando com uma velocidade igual a 45.000 rpm. Segundo os autores, o motor se apresentava em ótimo estado, mesmo após 1600 horas de uso, e o problema da oscilação do torque foi minimizado para a operação em altas velocidades. A figura 2.13 apresenta a máquina utilizada neste trabalho e o detalhe sobre o anel de partida.

Para solucionar o problema do torque nulo de partida das MRV's monofásicas, outras soluções merecem destaque. O trabalho de Stephenson e Jenkinson [16], por exemplo, apresentou a introdução de dois ímãs permanentes que se encontram ao lado de pólos opostos de uma MRV monofásica (4/4). Com a introdução desses ímãs, o rotor, quando parar, terá duas possíveis posições de equilíbrio (uma de equilíbrio estável e outra instável). A figura 2.14 mostra esses ímãs permanentes e as possíveis posições de equilíbrio do rotor.

O trabalho realizado por Krishnan *et al.* [17], utilizou bobinas auxiliares para deslocar o rotor para posições estratégicas, que não possuíam torque nulo, possibilitando que a máquina sempre tivesse torque de partida. A figura 2.15 apresenta a máquina proposta nesse último trabalho.

Para o uso de uma MRV monofásica como motor-gerador para armazenamento cinético de energia, deve ser feito um estudo mais detalhado desse tipo de máquina.

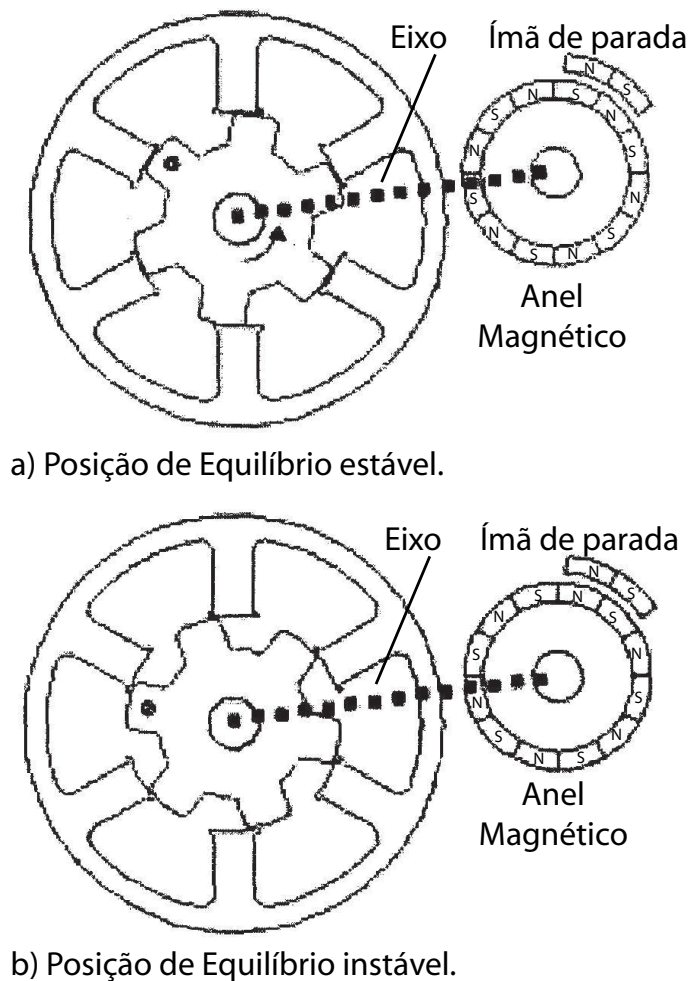


Figura 2.13: MRV monofásica 6/6 com anel magnético (proposta por Lim *et al.* [15]) para que a máquina tenha sempre torque de partida.

Alguns dos aspectos apresentados nessa seção devem ser tratados com cuidado para que se possa construir uma máquina de relutância variável monofásica. Para resumir esta seção, devem ser consideradas as características positivas das MRV's monofásicas como: redução do custo de produção, simplificação do conversor eletrônico, menor perda energética no chaveamento, menor perda energética no ferro, possibilidade de maior rendimento, além da máquina apresentar-se promissora para aplicações em alta velocidade. Mesmo assim, essas máquinas ainda apresentam muitos problemas, como: altíssima oscilação do torque (que pode ter seus efeitos na velocidade reduzidos com um volante de momento de inércia elevado), elevada zona de torque nulo que prejudica o início da operação da máquina e causa grande oscilação na potência fornecida pela máquina no momento em que a mesma opera

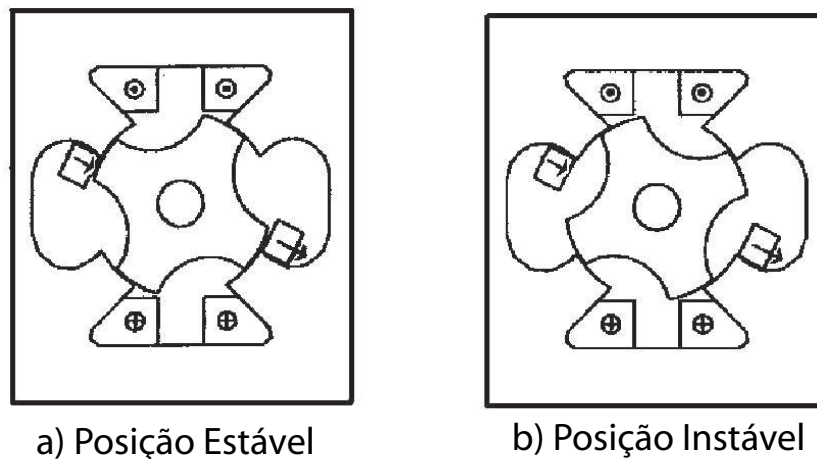


Figura 2.14: MRV monofásica 4/4 com ímãs permanentes (proposta por Stephenson e Jenkinson [16]) para que a máquina tenha torque de partida.

como gerador. Essa oscilação na potência dificultaria extremamente o controle da máquina para retirar uma dada energia e realizar o controle de tensão no elo de corrente contínua do conversor eletrônico. Talvez a solução dessas dificuldades, para a utilização desse tipo de máquina para o armazenamento cinético de energia em um *flywheel*, seja um grande desafio para engenheiros eletricitistas projetistas na área de acionamento de máquinas elétricas.

### 2.3.2 MRV bifásicas

As máquinas de relutância variável bifásicas vêm recebendo recentemente uma grande atenção da comunidade acadêmica e das empresas do setor de máquinas elétricas. Para efetuar uma primeira comparação entre essas máquinas e as monofásicas, uma desvantagem evidente consistiria num acréscimo no custo de produção das primeiras. As máquinas bifásicas mostram-se promissoras para aplicações em alta velocidade, além de apresentarem algumas vantagens técnicas em comparação com as máquinas monofásicas. Apesar de ainda apresentarem uma significativa oscilação no valor do torque, e possíveis zonas de torque nulo, as MRVs bifásicas apresentam-se como uma opção a ser também considerada para a aplicação em armazenamento energético em alta velocidade, merecendo destaque as seguintes características:

- baixa frequência de comutação das chaves semicondutoras para uma mesma

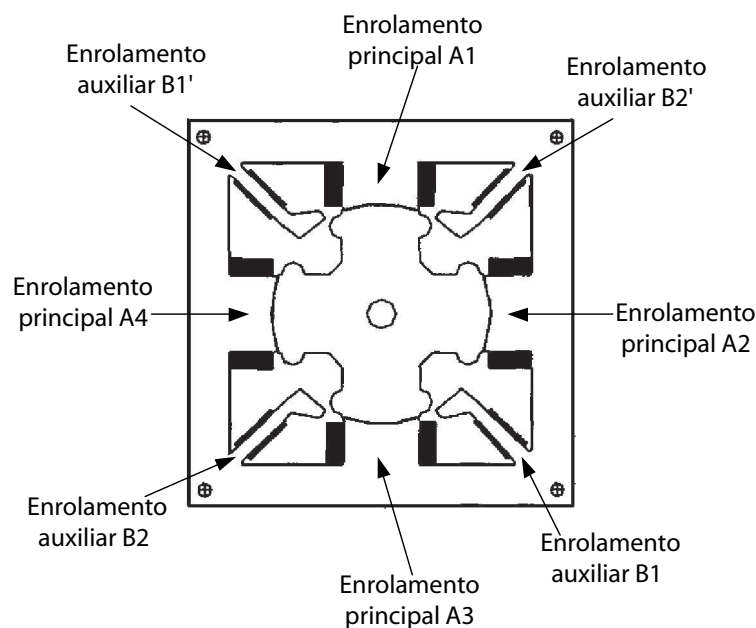


Figura 2.15: MRV monofásica 4/4 com bobinas auxiliares (proposta por Krishnan *et al.* [17]) para eliminar o torque nulo na partida.

velocidade de operação (comparando com uma máquina com maior número de fases);

- obtenção de elevado valor para o passo polar da máquina, possibilitando maior intervalo de tempo (do que as MRV's trifásicas, por exemplo) para a corrente elétrica da fase excitada alcançar o seu valor de referência, que é determinado pelo circuito de controle do acionamento;
- menor frequência da indução magnética no circuito magnético (comparando com máquinas de maior número de fases), que proporciona uma redução das perdas no ferro por histerese, correntes parasitas e perdas anômalas;
- número de chaves semicondutoras ainda bastante reduzido;
- simplicidade no circuito de controle e acionamento.

Muitas dessas vantagens apresentadas fazem necessário um estudo detalhado comparando também as máquinas bifásicas com as trifásicas. Esse estudo deve ser efetuado observando as vantagens e desvantagens de cada tipo de MRV, para verificar a que melhor se enquadraria na aplicação proposta por essa dissertação.

O problema da oscilação no torque poderia ser resolvido com o acréscimo no valor do momento de inércia do rotor (volante de inércia), para operação em alta velocidade, as oscilações na velocidade seriam filtradas. Entretanto, o problema da oscilação na tensão mecânica ainda não seria resolvido.

Um exemplo de uma MRV bifásica regular bastante primitiva pode ser observado na figura 2.16, que possui um par de pólos do estator por fase da máquina e dois pólos no rotor.

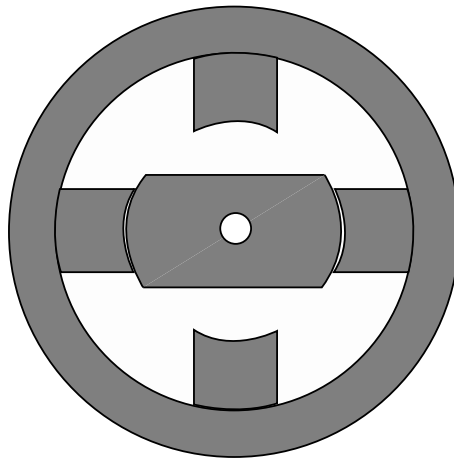


Figura 2.16: Vista em corte de uma MRV bifásica primitiva.

Desenvolver uma MRV bifásica regular com boa performance e que não tenha zonas de torque nulo é uma tarefa complexa. Alguns trabalhos, como o realizado por El-Khazendar e Stephenson [18], apresentam uma MRV  $4/2$  irregular com um entreferro variável nos pólos do rotor, que pode ser observada através da figura 2.17. O rotor possui dois estágios no entreferro, que minimiza a região de torque nulo para essa máquina. O rotor utilizado nesse trabalho pode ser também usado para outras configurações da MRV com sucesso. Essa máquina apresenta como resultado para a indutância em função da posição angular, uma curva com duas inclinações diferentes.

Na próxima seção será apresentada uma configuração  $6/2$  (máquina trifásica), com entreferro do rotor variável, como aqui sugerido para a máquina bifásica.

Outro tipo de MRV bifásica  $4/2$  foi apresentada no trabalho de Miller [12] e pode ser vista na figura 2.18. Uma desvantagem das MRV apresentadas nas figuras 2.17 e 2.18 reside no fato dessas máquinas poderem operar somente em dois quadrantes.

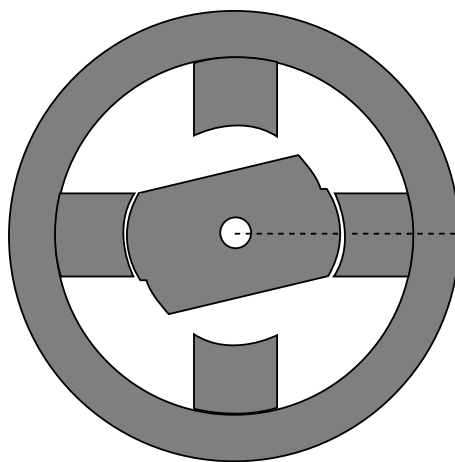


Figura 2.17: Vista em corte de uma MRV bifásica com entreferro variável.

Isso ocorre porque há somente a possibilidade de operação da máquina em um único sentido de rotação, enquanto o torque pode ser aplicado em ambos os sentidos. Entretanto, isto não representaria um problema para a aplicação pretendida, pois apesar da magnitude do torque que acelera o motor ser diferente da magnitude torque de frenagem (para geração), devido à assimetria do rotor, a máquina pode ser otimizada para operar na potência desejada tanto na motorização como na geração. O rotor apresentado na máquina da figura 2.18, pode ser também utilizado em uma MRV trifásica do tipo 6/2. Entretanto, a região de operação para excitação das fases dessa MRV não é tão trivial como a dos casos apresentados até esse momento.

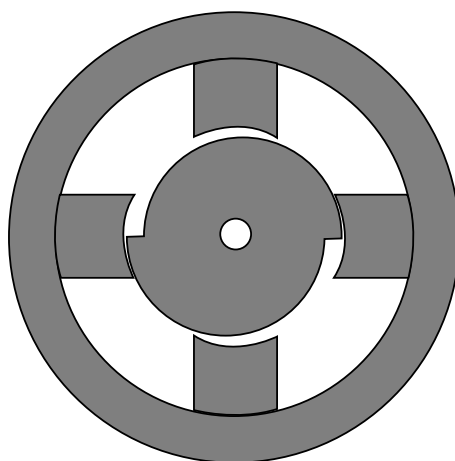


Figura 2.18: Vista em corte de uma MRV bifásica com entreferro variável.

Uma técnica para possibilitar torque de partida e operação em quatro quadrantes, para uma MRV regular bifásica 4/2, foi apresentada por Hamdy *et al.* [19]. Para

que a máquina tenha torque de partida, primeiramente uma fase é excitada (no caso a fase a ser excitada será a que estiver mais próxima da posição alinhada) e em seguida a outra fase será também alimentada, com a mesma magnitude da corrente da primeira fase. Com as duas fases simultaneamente alimentadas, a distribuição do fluxo magnético no motor não será homogênea, de forma que haverá um torque que irá tirar a máquina do repouso, e então a comutação das fases ocorrerá como em uma máquina convencional. Para o caso da partida dessa máquina, o sentido da corrente elétrica nos enrolamentos das duas fases será fundamental. Um problema apresentado é o baixo torque de partida, que só permite que a máquina opere em cargas que não necessitem de um torque de partida elevado.

Uma MRV bifásica não convencional foi apresentada por Pollock e Brackley [20]. A máquina de relutância variável utilizada nesse trabalho apresenta um motor cujo estator (que possui 8 pólos) encontra-se na parte interna da máquina e o rotor (que possui 4 pólos) encontra-se na parte externa. A figura 2.19 mostra o estator (que nesse caso é interno) utilizado por Pollock e Brackley [20]. Esse tipo de geometria pode apresentar algumas vantagens em relação à construção de um sistema de armazenamento, que mereceria um estudo detalhado. Uma das vantagens apresentadas por essa topologia é o grande incremento no momento de inércia do rotor, possibilitando que não seja mais necessário o uso um volante de inércia adicional.

### 2.3.3 MRV trifásicas

As Máquinas de Relutância Variável trifásicas têm se demonstrado como o tipo de MRV que aparece com maior frequência tanto na literatura técnica, quanto nas mais diversas aplicações. Das MRVs trifásicas, a configuração que tem apresentado maior destaque é a 6/4, que foi vista na figura 2.2. Uma comparação para saber quais as vantagens e desvantagens das MRVs trifásicas em relação às demais máquinas com diferentes números de fases, pode ser feita da mesma forma que foi procedido na seção anterior para comparar as MRVs bifásicas com as monofásicas.

Uma modificação que pode ser feita nas MRVs trifásicas é a alteração do número de pares de pólos por fase da máquina. Por exemplo, algumas configurações com número de pólos múltiplos da configuração 6/4 poderiam ser adotadas, como por

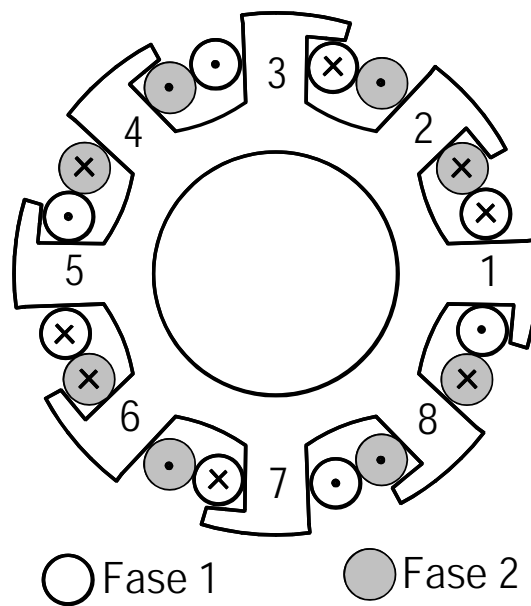


Figura 2.19: Estator da MRV bifásica (8/4) utilizada por Pollock e Brackley [20]. Rotor externo de 4 pólos (não apresentado.)

exemplo as configurações trifásicas: 12/8 (dois pares de pólos por fase), 18/12 (três pares de pólos por fase), 24/16 (quatro pares de pólos por fase), etc. A figura 2.20 mostra uma MRV trifásica com 12 pólos no estator e 8 no rotor.

O trabalho realizado por Lovatt e Stephenson [21] apresenta a comparação entre as configurações 6/4 e 12/8 encontrando resultados bastante expressivos. Dessa comparação, podem ser destacadas as seguintes conclusões:

- com um número maior de pares de pólos por fase, o espaço disponível para cada bobina individual torna-se menor;
- quanto maior o número de pólos por fase, menor torna-se o deslocamento do rotor por excitação de cada fase (redução do passo polar do motor). Então para a mesma velocidade de rotação, maior será a frequência de comutação das chaves do conversor eletrônico e também será maior a frequência da indução magnética, que acarretam em maior perda energética no chaveamento do conversor e no ferro, respectivamente;
- o acréscimo do número de pares de pólos por fase apresenta algumas vantagens, como maior torque para operação em altas correntes;



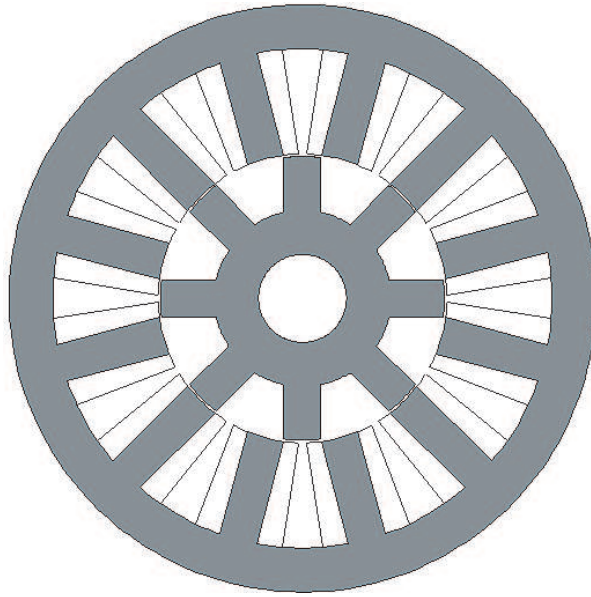


Figura 2.20: Seção transversal de uma MRV trifásica 12/8.

- Com um número maior de pólos por fase, o torque médio fornecido por essa máquina, operando em baixa velocidade é maior que o que seria fornecido por uma máquina com somente um pólo por fase, de dimensões similares, e que esteja operando nas mesmas condições de alimentação. Esse resultado também foi obtido em [22].

Resumindo, conclui-se pelo apresentado acima, que o acréscimo no número de pares de pólos por fase proporciona o aumento do torque fornecido pela máquina e reduz o passo polar da máquina. As máquinas com elevado número de pares de pólos por fase são indicadas para aplicações em alto torque e baixa velocidade, enquanto as MRVs com 1 par de pólos por fase se enquadram em situações que necessitam de menor torque e maior velocidade.

No trabalho de Zaïm *et al.* [23] é realizado um estudo sobre a redução na oscilação do torque de uma MRV 6/4 de alta velocidade, através de alterações na geometria da máquina. Nesse trabalho, foi utilizado o método de elementos finitos para estudar diferentes geometrias da MRV. Para uma velocidade de 1600 rpm, foi observado que aumentando a sobreposição dos ângulos do rotor e estator, representados pelos parâmetros  $\beta_r$  e  $\beta_s$  (conforme figura 2.21) e alimentando duas fases simultaneamente (para determinadas posições do rotor), é possível obter sensível redução na oscilação

do torque.

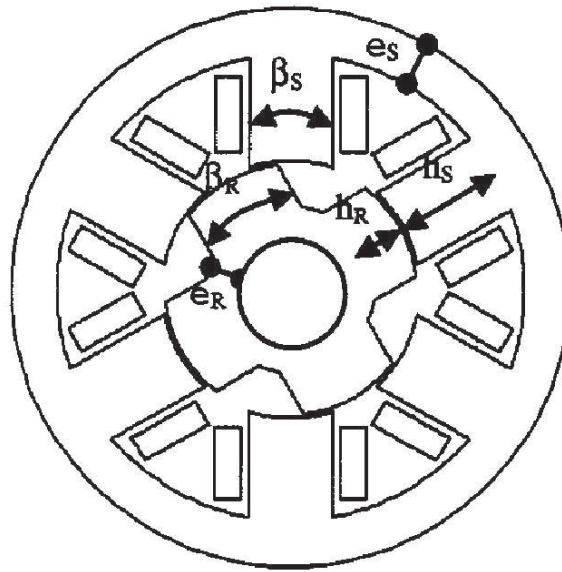


Figura 2.21: Parâmetros para construção de uma MRV trifásica 6/4.

As turbinas de aeronaves operam em altíssima velocidade e necessitam de um motor de arranque para entrarem em funcionamento. Assim, alguns trabalhos apresentam a aplicação de MRV trifásicas de alta velocidade objetivando a partida de turbinas e quando a turbina já está operando, a máquina passa a funcionar como gerador elétrico. O trabalho realizado por MacMinn e Jones [24] apresentou uma MRV que opera como motor para proporcionar a partida da turbina e elevar a velocidade até um valor próximo de 25.000 rpm, que é a velocidade de operação em vazio (sem torque de carga). Para valores de velocidade superiores a esse, a máquina está disponível para iniciar a geração de energia elétrica, podendo operar como gerador até valores de velocidade próximos de 50.000 rpm. A potência máxima fornecida pela máquina no momento em que a mesma está gerando é de 32kW. Neste trabalho houve uma preocupação em utilizar um material ferromagnético que permitisse perdas no ferro reduzidas para indução magnética de alta frequência. Utilizou-se então na construção da máquina o material ferromagnético Vanadium Permendur (Fe-Co-Va), que apresenta também como característica elevado campo magnético de saturação (2.2 T). O estudo das perdas energéticas no ferro, assim como o uso de novos materiais, será visto mais adiante nessa dissertação. Outro fator relevante, que é citado no trabalho de MacMinn e Jones [24], envolve a alta tensão mecânica a

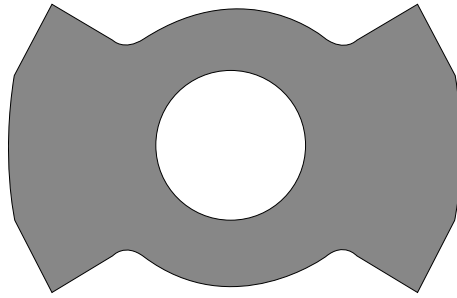


Figura 2.22: Geometria do rotor de uma MRV 6/2 sugerida por Morel *et al* [26].

que o rotor é submetido, quando está operando na faixa de velocidade mais elevada. Devido a isto as lâminas do rotor são recozidas a temperaturas inferiores que as lâminas do estator. Isso faz com que o rotor apresente maior robustez às tensões mecânicas, porém, as propriedades magnéticas do rotor ficam prejudicadas, acarretando num acréscimo das perdas no ferro durante a operação. Anos após, Ferreira *et al.* [25] continuaram esse trabalho, aprimorando o sistema de controle utilizado para o acionamento e apresentando novos resultados. Foi mostrado que a eficiência da MRV construída, quando operava como gerador a uma velocidade de 30000 rpm, foi de 88%, enquanto que a eficiência total do sistema foi de 79,8%. Nessas condições, a tensão do elo de corrente contínua era de 271,6V e a corrente nas fases 76,6A, de forma que o sistema era capaz de fornecer uma potência de 20,8kW.

O estudo de máquinas de relutância variável trifásicas de alta velocidade, considerando o aprimoramento da geometria, foi realizado por Morel *et al.* [26]. Neste trabalho, procurou-se otimizar a geometria do rotor (figura 2.22), levando em consideração os aspectos magnéticos e mecânicos. O rotor sugerido neste trabalho apresenta como melhora do circuito magnético a redução da indutância mínima ( $L_{min}$ ), que aumenta o fator de saliência ( $L_{max}/L_{min}$ ), acarretando na produção de um torque final maior. Em relação à melhora da estrutura mecânica do rotor, o autor informou que o mesmo apresentou redução de um fator igual a 7 da tensão mecânica máxima (causadas por forças centrífugas). Quanto ao controle da máquina, utiliza-se um algoritmo que foi programado em um DSP (processador digital de sinais) comercial.

Outros dois trabalhos de grande relevância, foram realizados por Iglesias *et al* [27] [28]. Nestes trabalhos foi sugerido o uso de um sistema eólico/diesel independente,

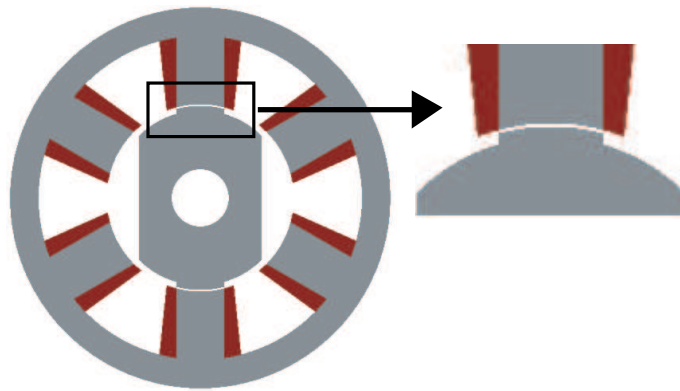


Figura 2.23: Geometria similar a MRV 6/2 construída por Iglesias *et al* [28].

composto por: um gerador assíncrono eólico, um motor diesel (alimentando um gerador síncrono) e um *flywheel* que utiliza uma MRV. O intuito de se utilizar um *flywheel* é armazenar energia, a ser utilizada no momento em que o gerador eólico não fornecer energia suficiente para atender a demanda de energia da carga, e assim seria possível diminuir o número de ciclos de partida/parada do motor diesel. A MRV utilizada neste trabalho mais recente é trifásica (6/2) e opera em alta velocidade (até 30.000 rpm), podendo ser visualizada na figura 2.23. O rotor utilizado possui um entreferro com um pequeno ressalto, possibilitando que a região de sobreposição dos pólos do rotor e estator não forneça torque nulo. As dimensões dessa MRV são:

- rotor  $\Rightarrow$  71mm (raio externo);
- estator  $\Rightarrow$  117mm (raio externo);
- entreferro  $\Rightarrow$  2/4mm;
- pacote  $\Rightarrow$  110mm;

O torque máximo fornecido pela máquina é de 16Nm e a tensão no elo C.C. e a corrente elétrica numa fase possuem os valores 750V e 70A (RMS, para o torque máximo), respectivamente. Com as especificações referidas, o sistema é capaz de armazenar uma energia de 1,25kWh e fornecer a potência de pico de 50kW, que são resultados bastante expressivos, devido às dimensões compactas da referida máquina.

### 2.3.4 MRV com quatro ou mais fases

Outras topologias de máquinas de relutância variável, com maior número de fases, podem ser também construídas com quatro ou mais fases. Na literatura constam diversos trabalhos que apresentam MRVs com quatro e com cinco fases, entre eles o trabalho de Miller [12] dá destaque a várias dessas máquinas. Quando se aumenta o número de fases de uma MRV, a oscilação no torque diminui e o valor do torque médio fornecido pela máquina pode ser superior ao que seria fornecido por uma máquina de mesmas dimensões e menor número de fases. Essas vantagens não compensam o acréscimo nas perdas energéticas na comutação do conversor e as perdas no circuito magnético da máquina, quando essas operam em velocidade elevada, já que a frequência no chaveamento sofre um grande incremento. Isso faz com que as máquinas com elevados números de fases sejam indicadas para aplicações que exijam baixa velocidade angular e alto torque, que não é exatamente o caso proposto nessa dissertação.

## 2.4 Sumário do Capítulo

Baseado nos relatos apresentados nesse capítulo, fica evidente que para a aplicação proposta para o armazenamento cinético de energia, cujas máquinas devem operar com velocidade muito elevada, o estudo da MRV deve ser direcionado para as configurações das máquinas de poucas fases (no máximo três) com reduzido número de pólos por fase. Entretanto, pelas razões discutidas na subseção 2.3.1, acredita-se que as máquinas monofásicas não representam a topologia mais adequada para o armazenamento cinético de energia. Conclui-se que as configurações mais promissoras são as MRVs bifásicas (4/2 ou 8/4) e as MRVs trifásicas (6/2 ou 6/4).

## Capítulo 3

# O Método de Elementos Finitos

No presente capítulo pretende-se apresentar as ferramentas matemáticas e computacionais que serão utilizadas para o cálculo de campos na MRV. O principal objetivo é introduzir o leitor ao Método de Elementos Finitos mostrando como o método se constitui e como proceder para efetuar a resolução de problemas eletromagnéticos através do método. Será mostrado como são calculadas algumas grandezas físicas de interesse no estudo da máquina, a partir dos resultados encontrados pelo método de elementos finitos.

## 3.1 Um pequeno histórico sobre o Método de Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos (MEF) é uma poderosa ferramenta para os engenheiros, tendo aplicações em diversas áreas de pesquisa, inclusive no cálculo de campos eletromagnéticos. A grande vantagem apresentada pelo método é dada pela confiabilidade dos resultados, além da economia de tempo e custo em projetos de engenharia.

Esse método surgiu na década de 1950 objetivando a solução de alguns problemas de engenharia mecânica como: a difusão de calor, o escoamento de fluidos, análise de estruturas, etc. O primeiro artigo que mencionou esse método foi publicado em 1956 no *Journal of Aeronautical Science* e foi escrito por M. J. Turner *et al*, cujo título é “Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures”.

A utilização do MEF em problemas de engenharia elétrica ganhou destaque em 1970 com o trabalho de Silvester e Chari [29] com a publicação do artigo “Finite element solution of saturable magnetic field problems”. Este trabalho incluiu na sua formulação a resolução de problemas não lineares, algo original até aquele momento. Esse artigo teve destaque porque os métodos de determinação de campo baseados no MEF que o antecederam não apresentaram bons resultados em casos onde havia saturação nos materiais ferromagnéticos ou para geometrias complexas.

A popularização do MEF no meio acadêmico e industrial, somente ocorreu por volta do início da década de 1980, com o surgimento de computadores mais velozes, de alto desempenho e com custos menores.

A seguintes obras são boas referências para quem deseja iniciar o estudo do método: Silvester e Ferrari [30], Cardoso [31] e Bastos [32]. Em nível de estudo do MEF no Brasil essas últimas obras merecem destaque.

## 3.2 Noções da aplicação do MEF para casos Eletromagnéticos

O Método de Elementos Finitos consiste basicamente em dividir uma região a ser estudada, em vários subdomínios, chamados de “elementos finitos”. Esta subdivisão da região é conhecida como malha, sendo a mesma constituída, na maioria dos casos, por triângulos e/ou quadriláteros (para elementos bidimensionais) e tetraedros e/ou paralelepípedos (para elementos tridimensionais). Os vértices desses elementos são chamados de nós da malha. A figura 3.1 apresenta alguns exemplos de elementos bidimensionais e tridimensionais de primeira ordem (possuem um nó em cada vértice do polígono). Já a figura 3.2 apresenta um exemplo de uma discretização de uma região com elementos triangulares num domínio bidimensional.

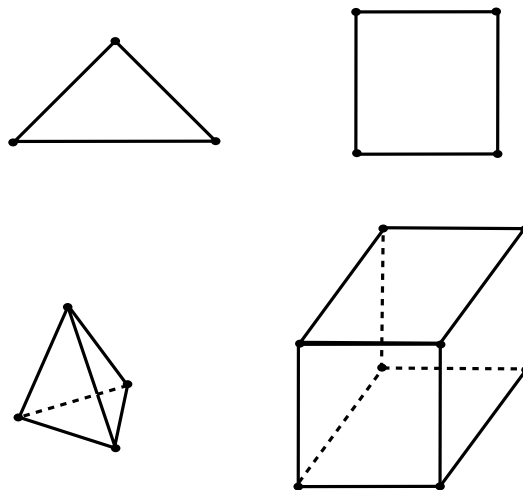


Figura 3.1: Exemplos de elementos bidimensionais e tridimensionais de primeira ordem.

A região da geometria onde se deseja obter maior exatidão nos resultados deve conter um número maior de elementos, que por sua vez serão elementos de menor tamanho que os das demais regiões onde não há tanto interesse. É através dessas subdivisões que se usa um sistema de equações que fornecerá como solução as grandezas de interesse para o fenômeno em questão. No caso do MEF aplicado ao eletromagnetismo, geralmente a solução será o potencial elétrico  $V$  (nos casos eletrostáticos ou eletrodinâmicos) ou o potencial vetor magnético  $\vec{A}$  (nos casos magnetostáticos ou magnetodinâmicos) determinados para cada nó da malha. A partir



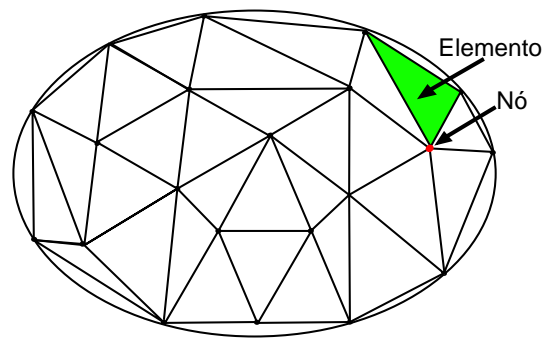


Figura 3.2: Ilustração de uma malha bidimensional com elementos triangulares.

deses resultados podem ser determinadas as seguintes grandezas no interior dos elementos: o campo elétrico ( $\vec{E}$ ), a indução elétrica ( $\vec{D}$ ), o campo magnético ( $\vec{H}$ ) e a indução magnética ( $\vec{B}$ ).

As simulações realizadas utilizaram o programa ANSYS, cuja modelagem apresenta três etapas: pré-processamento, solução e pós-processamento. Essas três etapas geralmente estão presentes em todos os programas de simulação computacional que utilizam o MEF.

No pré-processamento são definidas as geometrias (áreas, volumes) a serem analisadas, o tipo de elemento que será utilizado, discretização do problema (construção da malha definindo o tamanho dos elementos e a região de maior densidade desses elementos), imposição das características físicas dos materiais que constituem o domínio a ser estudado (o cobre dos enrolamentos, o ferro, o ar e ímãs permanentes no caso de uma máquina elétrica por exemplo), imposição da excitação (uma densidade de corrente elétrica alimentando as bobinas da máquina por exemplo) e finalmente a imposição das condições de contorno pertinentes ao fenômeno e ao domínio analisados.

A solução (ou processamento) engloba a montagem, em matrizes, do sistema de equações, considerando os parâmetros e características apresentados durante o pré-processamento, e a resolução desse sistema de equações, que pode ser realizada por métodos diretos (normalmente lineares) ou iterativos (normalmente não lineares) e com coeficientes reais ou complexos.

A última etapa do MEF, que é conhecida como pós-processamento, apresenta os

resultados obtidos a partir das etapas anteriores. Nessa etapa, o programa permite que os resultados obtidos sejam visualizados e que esses possam ser utilizados para o cálculo de outras grandezas físicas derivadas da solução. Nessa etapa da simulação, o programa possibilita uma apresentação final dos resultados e das grandezas derivadas, permitindo por exemplo a apresentação de um gráfico da indução magnética na geometria do circuito com cores referentes às faixas de valores dessa grandeza, linhas de campo magnético na geometria, etc., além de macros que permitem o cálculo de indutância (própria ou mútua), capacitância, impedância, correntes parasitas, energia, força, torque, etc. O pós-processamento representa toda a parte que realiza a análise e o tratamento dos dados, obtidos durante o processamento, referentes à solução.

O programa ANSYS possibilita diversas análises e soluções, com elementos bi ou tridimensionais, das quais merecem destaque as seguintes análises:

- Magnetostática bidimensional, que analisa o campo magnético gerado por uma corrente contínua ou um ímã permanente. Essa análise usa a formulação do potencial vetor magnético, permitindo solução linear ou não-linear de materiais magnéticos;
- Magnetodinâmica bidimensional (Harmônica), que estuda o campo magnético devido a corrente (ou tensão) alternada de baixa frequência. Pode ser usada para cálculos de correntes parasitas (e perdas decorrentes), efeito pelicular, entre outros. Esta análise apresenta limitações possibilitando apenas o estudo de casos não lineares de pequena saturação (desconsiderando efeitos de histerese), sem permitir o uso de ímãs permanentes. Esse tipo de análise usa a formulação do potencial vetor magnético.
- Magnetodinâmica bidimensional (Transiente), que analisa campos magnéticos causados por correntes elétricas arbitrárias ou campos externos que variam no tempo. Efeitos de ímãs permanentes também podem ser incluídos. Pode ser usada para cálculo de corrente parasita e as respectivas perdas no ferro e força magnética induzida. Esse tipo de análise pode ser linear ou não linear, também usando a formulação do vetor potencial magnético.
- Magnetostática tridimensional, que analisa o campo magnético causado por

uma corrente contínua ou um ímã permanente. Essa análise pode usar a formulação do potencial escalar magnético, permitindo solução linear ou não-linear de materiais magnéticos;

- Magnetodinâmica tridimensional(Harmônica), que estuda o campo magnético causado devido a corrente alternada de baixa frequência. Segundo o Manual da ANSYS [33] a formulação de limites baseados é recomendada para a maioria das aplicações magnéticas.
- Magnetodinâmica tridimensional(Transiente), que analisa campo magnético causados por correntes elétricas arbitrarias ou de campos externos que variam no tempo, usando também a formulação do potencial vetor magnético.

As simulações da máquina de relutância variável realizadas pelo MEF, utilizaram uma modelagem magnetostática bidimensional. Para variar a posição do rotor, foram utilizadas várias simulações, para essas diferentes localizações do rotor (uma solução para cada posição angular da máquina). Essa análise foi escolhida devido à sua capacidade de fornecer resultados bastante acurados, mesmo com métodos mais simples que as simulações dinâmicas. Assim, necessita-se de menor esforço computacional para encontrar a solução das grandezas relevantes para essa dissertação (campo magnético e a indução magnética).

### 3.3 Formulação Matemática do MEF na Magnetostática

Essa seção tem como objetivo apresentar de forma sucinta a formulação matemática do MEF, pretendendo situar o leitor quanto ao tema. Por se tratar de uma introdução ao assunto, será apresentado um caso simples bidimensional da análise de elementos triangulares de primeira ordem (um nó em cada vértice do elemento). Para encontrar uma solução pelo MEF, a região a ser analisada deve estar subdividida como na figura 3.2. Essa solução será aproximada e conforme se reduz o tamanho dos elementos, na mesma região, melhor é a aproximação da solução. A essência do método está em primeiramente aproximar de forma padronizada o potencial  $u$  no

interior de cada elemento e então relacionar a distribuição de potencial nos vários elementos para impor um potencial contínuo através das fronteiras entre elementos.

### 3.3.1 Aplicação do MEF para elementos triangulares de primeira ordem

Para um elemento triangular genérico, ilustrado na figura 3.3, cujos nós (1, 2 e 3) são representados pelos vértices do triângulo e P é um ponto qualquer do elemento, será assumido que o potencial no ponto P pode ser aproximado adequadamente pela expressão:

$$U(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.1)$$

Isto significa que a solução real é substituída por funções referentes a pedaços planares, ou seja, a superfície que representa graficamente a função torna-se um poliedro de faces triangulares. O potencial entre algum limite de dois triângulos é a interpolação linear entre os valores de seus potenciais dos dois vértices. Se dois triângulos compartilham os mesmos vértices, o potencial será contínuo através da fronteira comum aos elementos. Não existem espaços nas superfícies  $U(x,y)$  que aproximem a solução real sobre o plano x-y, pois a solução aproximada é composta por pedaços planares, que são contínuos em todo o plano.

Os coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  na equação 3.1 podem ser encontrados em três equações simultâneas independentes que são obtidas através dos valores dos potenciais nos vértices  $U_1$ ,  $U_2$  e  $U_3$  do elemento. Substituindo esses potenciais na equação 3.1, pode-se obter:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

A área,  $\Delta$ , do elemento triangular será dada pela metade do determinante da matriz 3.2. O valor de  $\Delta$  será positivo se os nós do elemento forem numerados no sentido anti-horário, como realizado na figura 3.3.

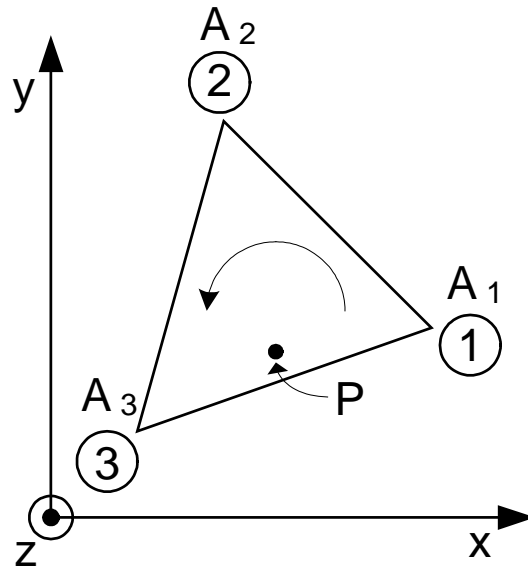


Figura 3.3: Representação de um elemento genérico.

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = (x_2y_3 - x_3y_2) + (x_3y_1 - x_1y_3) + (x_1y_2 - x_2y_1)$$

*ou*

$$\Delta = \frac{1}{2}[(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (3.3)$$

Os coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  podem ser determinados resolvendo a equação 3.2. Recordando conceitos da álgebra linear, se  $A=C \cdot \alpha$  tem-se que  $\alpha = C^{-1}A$ , onde  $C^{-1}$  é a matriz inversa de  $C$ . Dessa forma, a solução de 3.2 será dada pela seguinte relação matricial:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} x_2y_3 - x_3y_2 & x_3y_1 - x_1y_3 & x_1y_2 - x_2y_1 \\ y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Para se obter a expressão do potencial num ponto  $P$  qualquer, pertencente ao interior do elemento estudado, recombina-se as expressões 3.4 e 3.1, chegando à seguinte relação:

$$U = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} 1 & x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2y_3 - x_3y_2 & x_3y_1 - x_1y_3 & x_1y_2 - x_2y_1 \\ y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Para efeito de simplificação, e tornar mais fácil a visualização das equações, a relação 3.5 pode ser reescrita como segue:

$$U(x, y) = \sum_{i=1}^3 N_i(x, y)U_i \quad (3.6)$$

onde

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2\Delta} [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \\ N_2 &= \frac{1}{2\Delta} [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \\ N_3 &= \frac{1}{2\Delta} [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \end{aligned} \quad (3.7)$$

que é uma função linear dependente da posição. As funções  $N_i$ , denominam-se funções de forma do elemento.

A energia associada com um único elemento triangular, pode ser determinada usando o princípio da mínima energia potencial, em que a energia potencial deve minimizar a energia de campo armazenada por unidade de comprimento. Essa energia é dada por:

$$W(u) = \frac{1}{2} \int |\nabla u|^2 dS \quad (3.8)$$

a integração é em uma área para o caso de um problema em uma região bidimensional e seria no volume, no caso 3D.

O gradiente do potencial pode ser encontrado a partir da relação:

$$\nabla U = \sum_{i=1}^3 U_i \nabla N_i \quad (3.9)$$

Para obter então a energia no elemento, chega-se em:

$$W^{(e)} = \frac{1}{2} \int |\nabla U|^2 dS \quad (3.10)$$

ou, a partir da equação 3.9, reescreve-se

$$W^{(e)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 U_i \int \nabla N_i \cdot \nabla N_j dS U_j \quad (3.11)$$

A matriz de elementos pode ser definida como:

$$S_{ij}^{(e)} = \int \nabla N_i \cdot \nabla N_j dS \quad (3.12)$$

O índice sobrescrito identifica a numeração do elemento numa matriz global, que será discutida futuramente. A equação 3.11 pode ser reescrita como uma matriz quadrada, representada por:

$$\mathbf{W}^{(e)} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{S}^{(e)} \mathbf{U} \quad (3.13)$$

Nessa equação, U representa um vetor coluna com os valores dos potenciais nos vértices e a letra T sobrescrita se refere à transposição da matriz.

Para um dado elemento triangular, a matriz S pode ser prontamente calculada, a partir da substituição da equação 3.7 em 3.12, que após alguma arrumação algébrica fornece:

$$S_{12}^{(e)} = \frac{1}{4\Delta} \{(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)\} \quad (3.14)$$

onde, os outros índice de S podem ser encontrados de forma similar. Então, a matriz S será da seguinte forma:

$$S^{(e)} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ & S_{22} & S_{23} \\ \text{simétrica} & & S_{33} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.3.2 Montagem das Matrizes dos Elementos

Para qualquer elemento triangular, a energia no elemento pode ser aproximadamente calculada como mostrado acima. A energia total associada com um conjunto

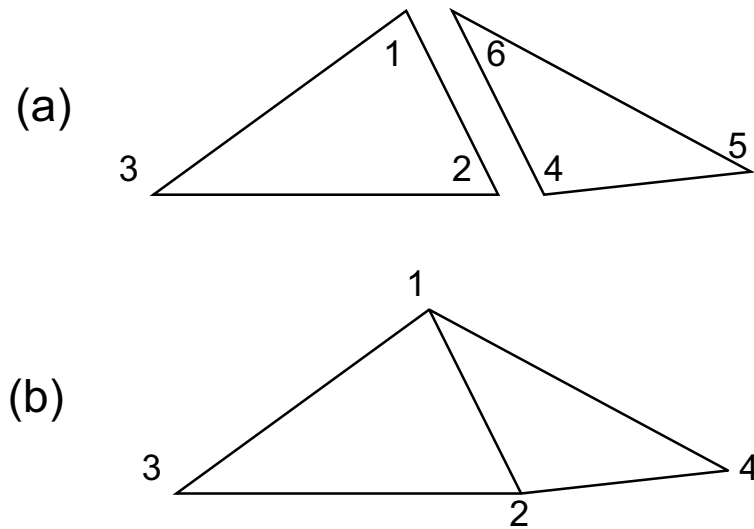


Figura 3.4: (a) Elementos triangulares adjacentes separados. (b) elementos triangulares adjacentes, com potenciais necessariamente contínuos e nós numerados coerentemente.

de vários elemento é geralmente a soma da energia de todos os elementos individuais, como mostrado abaixo.

$$W = \sum_{\text{todos}(e)} W^{(e)} \quad (3.16)$$

Para facilitar o entendimento, supõem-se uma malha simples composta de dois elementos triangulares 1-2-3 e 4-5-6 (que será unido ao primeiro), conforme figura 3.4. Como três valores de potenciais estão associados com cada triângulo, todos os estados possíveis para o par de elementos podem ser descritos por um vetor coluna, que contém os seis potenciais nos vértices desses elementos, permitindo escrever:

$$\mathbf{U}_{sep.}^T = \left( U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6 \right)_{sep.} \quad (3.17)$$

O “sep.” que está em sobrescrito na equação acima, indica que os elementos em questão estão separados. Pelas equações 3.13 e 3.17, a energia contida nesses dois elementos será:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} \mathbf{U}_{sep.}^T \mathbf{S}_{sep.} \mathbf{U}_{sep.} \quad (3.18)$$



onde

$$\mathbf{S}_{sep.} = \begin{pmatrix} S_{11}^{(1)} & S_{12}^{(1)} & S_{13}^{(1)} & & & & \\ S_{21}^{(1)} & S_{22}^{(1)} & S_{23}^{(1)} & & & & \\ S_{31}^{(1)} & S_{32}^{(1)} & S_{33}^{(1)} & & & & \\ & & & S_{44}^{(2)} & S_{45}^{(2)} & S_{46}^{(2)} & \\ & & & S_{54}^{(2)} & S_{55}^{(2)} & S_{56}^{(2)} & \\ & & & S_{64}^{(2)} & S_{65}^{(2)} & S_{66}^{(2)} & \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

é a matriz  $\mathbf{S}$  (matrix de Dirichlet) dos elementos triangulares que estão separados. Essa mesma matriz pode ser reescrita de forma simplificada, como segue.

$$\mathbf{S}_{sep.} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}^{(1)} & 0 \\ 0 & \mathbf{S}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Os valores dos potenciais são contínuos nas fronteiras entre elementos. Para que o requisito do potencial seja satisfeito, os potenciais devem ser idênticos nos vértices coincidentes de triângulos vizinhos. Como exemplo, tem-se a figura 3.4, em que o potencial será contínuo se os potenciais nos vértices 1 e 6 forem forçados a terem o mesmo valor (o mesmo deve ocorrer com os vértices 2 e 4). Essa igualdade de potenciais está implícita na numeração dos nós para o caso da figura 3.4 (b). A restrição da igualdade de valores nos vértices pode ser expressa de forma matricial, como uma matriz retangular  $\mathbf{C}$ , que relaciona os potenciais dos elementos separados com os potenciais do conjunto de elementos unidos, como mostrado abaixo.

$$\mathbf{U}_{sep.} = \mathbf{C}\mathbf{U}_{un.} \quad (3.21)$$

onde a notação “un.” representa elementos unidos. Para a numeração dos nós escolhida e mostrada na figura 3.4, a relação 3.21 pode ser escrita como segue:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{pmatrix}_{sep.} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}_{un.} \quad (3.22)$$

Os elementos da matriz  $\mathbf{C}$  (equação 3.22) que possuem valor igual a zero são consequência de não existir conexão entre os nós correspondentes. A energia para os dois elementos estudados pode ser encontrada através da substituição da equação 3.21 em 3.18, será dada por:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} \mathbf{U}_{un.}^T \mathbf{S} \mathbf{U}_{un.} \quad (3.23)$$

onde

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^T \mathbf{S}_{sep.} \mathbf{C} \quad (3.24)$$

que representa a matriz do conjunto de coeficientes do problema, para os elementos unidos. A matriz  $\mathbf{S}$  pode ser escrita, para o caso dos dois elementos da figura 3.4, como segue abaixo:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11}^{(1)} + S_{66}^{(2)} & S_{12}^{(1)} + S_{64}^{(2)} & S_{13}^{(1)} & S_{65}^{(2)} \\ S_{21}^{(1)} + S_{46}^{(2)} & S_{22}^{(1)} + S_{44}^{(2)} & S_{23}^{(1)} & S_{45}^{(2)} \\ S_{31}^{(1)} & S_{32}^{(1)} & S_{33}^{(1)} & 0 \\ S_{56}^{(2)} & S_{54}^{(2)} & 0 & S_{55}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

As numerações dos elementos que foram aqui apresentadas como unidas (un.) e separadas (sep.), são freqüentemente chamadas de numerações globais e locais, respectivamente.

### 3.3.3 Solução Global do Problema

Dadas as condições de fronteiras do problema (que serão discutidas mais adiante), o potencial no interior da geometria é governado pela equação de Laplace ( $\nabla^2 u = 0$ ). Para a solução aproximada dessa equação, resta minimizar a energia armazenada nos elementos do modelo de elementos finitos. Como a equação da energia 3.23 é quadrática nos potenciais dos nós, deve haver um único mínimo em relação a cada componente do potencial vetor  $\mathbf{U}$ . Para minimizar a energia, a relação abaixo deve ser satisfeita:

$$\frac{\partial W}{\partial U_k} = 0 \quad (3.26)$$

O índice  $k$  está referido com a numeração dos nós na matriz global. A diferenciação na equação acima em relação a cada  $k$  corresponderá a uma minimização natural, com a permissão que o potencial seja variável em cada nó. A energia mínima natural é zero, exatamente com potencial zero para qualquer local. Para resolver o problema da condição de fronteira, o potencial deve ser especificado para cada região pertencente a fronteira. Então, um certo subconjunto de potenciais contidos no vetor  $\mathbf{U}$  deve assumir exatamente aqueles valores estabelecidos. Supondo que a numeração dos nós no modelo da matriz global seja tal que todos os nós cujos potenciais são livres para variar sejam numerados primeiramente e todos os nós com valores estabelecidos sejam numerados posteriormente. A equação 3.26 pode ser escrita sobre forma matricial, como segue.

$$\frac{\partial W}{\partial U_k} = \frac{\partial}{\partial (\mathbf{U}_l)_k} (\mathbf{U}_l^T \ \mathbf{U}_p^T) \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{ll} & \mathbf{S}_{lp} \\ \mathbf{S}_{pl} & \mathbf{S}_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_l \\ \mathbf{U}_p \end{pmatrix} = 0 \quad (3.27)$$

onde os subscritos  $l$  e  $p$  referem-se aos nós com os potenciais livres e pré-estabelecidos. É relevante observar que o nós com os potenciais pré-estabelecidos não podem variar, acarretando que não há diferenciação em relação a eles. Procedendo a diferenciação em relação aos nós de potenciais livres, encontra-se a seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_{ll} & \mathbf{S}_{lp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_l \\ \mathbf{S}_p \end{pmatrix} = 0 \quad (3.28)$$

Reescrevendo a equação 3.28, chega-se à equação:

$$\mathbf{S}_{ll}\mathbf{U}_l = -\mathbf{S}_{lp}\mathbf{U}_p \quad (3.29)$$

O coeficiente da matriz do lado esquerdo da equação acima é uma matriz quadrada e, em geral, não singular. Uma solução formal para o problema pode ser dada

por:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} -\mathbf{S}_{ll}^{-1} \mathbf{S}_{lp} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_p \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

A solução aproximada, como calculada, recebe a forma de um conjunto de valores dos potenciais nos nós. Entretanto, é importante notar que a solução pelo MEF é única e precisamente definida em qualquer lugar, não somente nos nós dos elementos, pelo fato da minimização da energia assumir que a solução na superfície tem uma forma particular.

Para elementos triangulares, o valor do potencial local é prescrito pela equação 3.1. Assim, nenhuma aproximação futura é necessária para qualquer manipulação desejada.

### 3.3.4 Introdução das Condições de Contorno

Para que a solução de um problema pelo MEF possa ser efetuada, seja esse problema de qualquer natureza, o domínio a ser estudado deve estar necessariamente fechado. Nos casos que serão estudados nesse trabalho, os campos presentes estão confinados em regiões bem delimitadas, essas que se referem ao interior da MRV.

Uma vez que as dimensões do domínio a ser estudado foram definidas e foi elaborada a discretização de forma a se obter elementos triangulares (ou quadriláteros), dispostos de modo que a geometria tenha seus contornos respeitados. Então, após essas etapas, atribui-se as propriedades físicas dos materiais que foram utilizados na construção do dispositivo. Para os casos estudados, simulações magnetostáticas, os dados de entrada foram: permeabilidade magnética relativa do cobre (para os enrolamentos), permeabilidade magnética relativa do vácuo (para o ar no interior da máquina) e curva de magnetização ( $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$ ) para o material ferromagnético que constitui a máquina. Com isso as simulações realizadas apresentavam um caráter de não-linearidade.

Para os casos magnetostáticos, a excitação deve ser realizada através da aplicação de uma densidade de corrente elétrica em alguma região do domínio. Nas simulações que foram efetuadas, a excitação foi feita através da imposição de uma densidade

de corrente elétrica nos elementos em que se havia atribuído o material cobre.

Para o problema do potencial vetor magnético nos nós externos da máquina, foi feita a imposição que o valor desse potencial vetor magnético seria nulo para esses nós.

A introdução das condições de contorno remove a singularidade da matriz global, de forma que essa passa a ser inversível, permitindo a solução do sistema de equações. Essa etapa completa então a formulação matemática do problema estudado.

### 3.3.5 Equação de Poisson

Quando deseja-se calcular o campo em um domínio onde existam correntes elétricas aplicadas (qualquer circuito magnético), pode ser utilizada a formulação do potencial vetor magnético ( $\vec{A}$ ). Por definição, o potencial vetor magnético está relacionado com a indução magnética pela equação:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.31)$$

No caso magnetostático o potencial vetor magnético satisfaz à equação de Poisson:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (3.32)$$

Para os casos das simulações bidimensionais, as grandezas densidade de corrente elétrica ( $\vec{J}$ ) e o potencial vetor magnético ( $\vec{A}$ ) são perpendiculares ao plano do domínio estudado. Assim, a equação de Poisson vetorial possui apenas componentes longitudinais e pode ser escrita como um escalar, cuja formulação é apresentada a seguir.

$$\nabla^2 A = -\mu_0 J \quad (3.33)$$

O problema variacional equivalente a resolver a equação de Poisson é realizar a

minimização da energia, como segue.

$$f(u) = \frac{1}{2} \int |\nabla u|^2 dS - \mu_0 \int \mu J dS \quad (3.34)$$

Para mostrar que a equação acima possibilita encontrar a energia mínima na equação 3.33, supõe-se que  $A$  é a solução correta e que  $\nu$  é alguma função diferenciável que desaparece em todos os pontos de fronteira onde  $A$  é determinado. Para  $F(A + \theta\nu)$ , onde  $\theta$  é um parâmetro numérico, a partir de 3.34 pode ser obtida a seguinte relação:

$$F(A + \theta\nu) = F(A) + \theta \int \nabla A \cdot \nabla \nu dS - \theta\mu_0 \int \nu J dS + \frac{1}{2} \theta^2 \int |\nabla \nu|^2 dS \quad (3.35)$$

Através da aplicação do teorema de Green, o segundo termo da parte à direita pode ser modificado, como segue.

$$\int \nabla A \cdot \nabla \nu dS = \oint \nu \frac{\partial A}{\partial n} dS - \int \nu \nabla^2 A dS \quad (3.36)$$

A integral de linha da equação acima desaparece pois  $\nu$  ou a derivada de  $A$  (normal) é zero para os pontos ao longo da fronteira. Como  $A$  é a solução da equação 3.33, é possível reescrever a equação acima como mostrada a seguir.

$$\int \nabla A \cdot \nabla \nu dS = - \int \nu \nabla^2 A dS = \mu_0 \int \nu J dS \quad (3.37)$$

A relação 3.35 pode ser simplificada e ser apresentada da forma abaixo.

$$F(A + \theta\nu) = F(A) + \frac{1}{2} \theta^2 \int |\nabla \nu|^2 dS \quad (3.38)$$

Como a integral do lado direito será sempre positiva, é evidente que o mínimo será alcançado quando  $\theta$  for igual a zero. A função  $F(u)$  pode alcançar o valor mínimo para  $u = A$ , como solução da equação de Poisson.

Para calcular a energia do campo, a seguinte relação geral ainda pode ser usada:

$$W = \frac{1}{2} \int |\nabla A|^2 dS \quad (3.39)$$

ou, de forma alternativa, através da expressão equivalente

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \int AJ dS \quad (3.40)$$

Nesse valor mínimo de  $F(A)$ ,  $F$  tem um valor negativo igual, em magnitude, à energia total armazenada. O erro do termo na equação 3.38 depende do quadrado do parâmetro  $\theta$ . Quando a solução apresenta valor próximo do correto, o termo  $\theta$  será muito pequeno. A acurácia com que os valores da energia armazenada pode ser encontrada é entretanto muito alta, mesmo que o valor do potencial não seja localmente muito acurado.

### 3.4 O Tensor de Maxwell

No capítulo 2 mostrou-se que é possível calcular o torque elétrico de uma MRV a partir da derivada da coenergia em função da posição angular do rotor. Outra forma de executar o cálculo do torque eletromagnético é a partir do tensor de tensões de Maxwell (Maxwell stress tensor), conhecido também como tensor de Maxwell. Parte das deduções apresentadas a seguir, podem ser encontradas nos trabalhos de Griffiths [34] e Stratton [35], no último com uma notação tensorial um pouco mais complexa.

Segundo a equação de Força de Lorentz, a força aplicada sobre um corpo na presença de um campo elétrico  $\vec{E}$  e de um campo magnético  $\vec{H}$ , pode ser decomposta em duas componentes para a força, uma força elétrica e outra magnética, permitindo escrever a segunda lei de Newton como:

$$\vec{F}_{Total} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{Ele.} + \vec{F}_{Mag.} \quad (3.41)$$

onde  $\vec{p}$  é o momento linear associado ao corpo.

No caso de uma distribuição de cargas, a força total é dada no vácuo pela seguinte

relação:

$$\vec{F} = \int_V \vec{f} dV = \int_V (\rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}) dV = \int_V [\rho \vec{E} + \mu_o (\vec{J} \times \vec{H})] dV \quad (3.42)$$

onde  $\vec{f}$  é a força por unidade de volume.

Reescrevendo as relações  $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  e  $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$ , respectivamente, tem-se as seguintes equações:

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} - \epsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.43)$$

$$\rho = \epsilon_o (\nabla \cdot \vec{E}) \quad (3.44)$$

Substituindo as relações 3.43 e 3.44 na equação 3.42, obtém-se a seguinte expressão:

$$\vec{f} = \epsilon_o (\nabla \cdot \vec{E}) \vec{E} + \mu_o \left[ \nabla \times \vec{H} - \epsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] \times \vec{H} \quad (3.45)$$

Fazendo a derivada parcial em relação ao tempo do vetor de Poynting, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}) = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{H} + \vec{E} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.46)$$

Substituindo na equação 3.46 a Lei de Faraday ( $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ), é possível escrever a equação 3.46 da seguinte forma:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{H} = \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}) + \frac{1}{\mu_o} \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) \quad (3.47)$$

Já substituindo a relação 3.47 na equação 3.45, reescreve-se então essa equação como é mostrado à seguir.



$$\vec{f} = \epsilon_o(\nabla \cdot \vec{E})\vec{E} - \mu_o\vec{H} \times (\nabla \times \vec{H}) - \mu_o\epsilon_o \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\vec{E} \times \vec{H}) + \frac{1}{\mu_o}\vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) \right] \quad (3.48)$$

Usando a identidade matemática abaixo, para um vetor genérico  $\vec{A}$ ,

$$\nabla(A^2) = 2(\vec{A} \cdot \nabla)\vec{A} + 2\vec{A} \times (\nabla \times \vec{A})$$

que pode ser reescrita como segue.

$$\vec{A} \times (\nabla \times \vec{A}) = \frac{1}{2}\nabla(A^2) - (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{A} \quad (3.49)$$

Aplicando a identidade matemática dada pela relação 3.49 na equação 3.48, chega-se facilmente à relação que é apresentada a seguir.

$$\vec{f} = \epsilon_o(\nabla \cdot \vec{E})\vec{E} - \mu_o \left[ \frac{1}{2}\nabla(H^2) - (\vec{H} \cdot \nabla)\vec{H} \right] - \mu_o\epsilon_o \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\vec{E} \times \vec{H}) + \frac{1}{\mu_o} \left( \frac{1}{2}\nabla(E^2) - (\vec{E} \cdot \nabla)\vec{E} \right) \right] \quad (3.50)$$

Com efeito de facilitar a visualização da equação 3.50, é feito um rearranjo nessa, de forma que chega-se à seguinte relação:

$$\vec{f} = \epsilon_o[(\nabla \cdot \vec{E})\vec{E} + (\vec{E} \cdot \nabla)\vec{E}] + \mu_o(\vec{H} \cdot \nabla)\vec{H} - \frac{1}{2}\nabla[\mu_o(H^2) + \epsilon_o(E^2)] - \mu_o\epsilon_o \frac{\partial}{\partial t}(\vec{E} \times \vec{H}) \quad (3.51)$$

Para efeito de simetria, o termo  $\nabla \cdot \vec{B}$  pode ser inserido na equação 3.51, onde obtém-se a seguinte relação.

$$\vec{f} = \epsilon_o[(\nabla \cdot \vec{E})\vec{E} + (\vec{E} \cdot \nabla)\vec{E}] + \mu_o[(\nabla \cdot \vec{H})\vec{H} + (\vec{H} \cdot \nabla)\vec{H}] - \frac{1}{2}\nabla[\mu_o(H^2) + \epsilon_o(E^2)] - \mu_o\epsilon_o \frac{\partial}{\partial t}(\vec{E} \times \vec{H}) \quad (3.52)$$

Devido à complexidade da expressão 3.52, uma simplificação pode ser obtida através do tensor de Maxwell, que é visto a seguir.

$$T_{ij} = \epsilon_o \left( E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2 \right) + \mu_o \left( H_i H_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} H^2 \right) \quad (3.53)$$

Os índices  $i$  e  $j$  fazem referência ao sistema de coordenadas  $x, y$  e  $z$ , de forma que o tensor possui um total de nove componentes  $(T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}, T_{xy}, T_{xz}, T_{yx}, T_{yz}, T_{zx}, T_{zy})$ . O “delta de Kronecker”,  $\delta_{ij}$ , terá valor nulo quando os índices  $i$  e  $j$  forem diferentes ( $\delta_{xy} = \delta_{xz} = \delta_{yx} = \delta_{yz} = \delta_{zx} = \delta_{zy} = 0$ ) e terá valor unitário se esses mesmos índices forem iguais ( $\delta_{xx} = \delta_{yy} = \delta_{zz} = 1$ ). Pelo fato de  $T_{ij}$  possuir dois índices, enquanto um vetor possui somente um, é freqüente encontrar a notação  $\overleftrightarrow{T}$ . O produto escalar de  $\overleftrightarrow{T}$  por um vetor  $\vec{a}$  é dado por:

$$(\vec{a} \cdot \overleftrightarrow{T})_j = \sum_{i=x,y,z} a_i T_{ij}$$

onde o resultado é um vetor, que possui um único índice. Para o caso do divergente de  $\overleftrightarrow{T}$  a componente  $j$ -ésima é dada por:

$$(\nabla \cdot \overleftrightarrow{T})_j = \epsilon_o \left[ (\nabla \cdot \vec{E}) E_j + (\vec{E} \cdot \nabla) E_j - \frac{1}{2} \nabla_j E^2 \right] + \mu_o \left[ (\nabla \cdot \vec{H}) H_j + (\vec{H} \cdot \nabla) H_j - \frac{1}{2} \nabla_j H^2 \right] \quad (3.54)$$

A força  $\vec{f}$  por unidade de volume, pode ser novamente reescrita a partir da relação 3.54, chegando a seguinte expressão:

$$\vec{f} = \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} = \nabla \cdot \overleftrightarrow{T} - \epsilon_o \mu_o \frac{\partial \vec{S}}{\partial t} \quad (3.55)$$

onde  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$  representa o vetor de Poynting.

Inserindo 3.55 nas expressões 3.41 e 3.42 e usando o teorema da divergência, é fácil observar que:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \epsilon_o \mu_o \frac{d}{dt} \int_V \vec{S} dV + \oint_{superf.} \overleftrightarrow{T} \cdot d\vec{S}' \quad (3.56)$$

Podemos concluir que essa relação mostra a conservação do momento linear na eletrodinâmica:  $\mu_o \epsilon_o \vec{S}$  representa a densidade de momento linear contida no campo,

enquanto o último termo de 3.56 ( $\int \overleftarrow{T} \cdot d\vec{S}'$ ) está relacionado com a taxa de variação que o momento linear leva para fora da superfície. A equação 3.56 mostra que o acréscimo do momento em  $V$  corresponde ao decaimento do momento armazenado no campo, subtraído do momento que flui para fora pela superfície.

Para a forma apresentada nessa seção para o tensor de Maxwell, sua validade ficará restrita a aplicações em meios lineares que apresentem permeabilidade magnética e permissividade elétrica constantes, que é o caso do ar.

## 3.5 Aplicações para o Método de Elementos Finitos

### 3.5.1 Cálculo da Indutância

Um procedimento bastante simples será apresentado nesta seção para o cálculo da indutância própria pelo MEF para uma fase da Máquina de Relutância Variável. O acúmulo de energia no campo magnético em um indutor, pode ser dado pela seguintes relações:

$$W_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2 \quad (3.57)$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{J} dV \quad (3.58)$$

onde  $\vec{A}$  é o potencial vetor magnético,  $\vec{J}$  é a densidade de corrente elétrica e  $V$  é o volume.

Igualando as relações 3.57 e 3.58, chega-se a seguinte equação para o cálculo da indutância própria para uma fase da MRV.

$$L = \frac{1}{i^2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{J} dV \quad (3.59)$$

A equação 3.59 pode ser utilizada para o cálculo da indutância pelo MEF. Para tal, o cálculo é feito como mostra a relação abaixo.

$$L = \frac{N}{iS} \sum_k A_k V_k \quad (3.60)$$

onde  $N$  é o número de espiras da bobina,  $S$  é a área da seção transversal da bobina,  $A_k$  é o valor médio do potencial vetor magnético nos elementos da malha (referentes à bobina) e  $V_k$  é o volume desses mesmos elementos.

Outra forma simples para calcular a indutância própria pode ser derivada da equação 3.59, como mostra a equação a seguir.

$$L = \frac{J}{i^2} \sum_k A_k V_k \quad (3.61)$$

A relação acima foi utilizada para o cálculo da indutância própria de uma fase da MRV no programa ANSYS e os resultados serão apresentados nos próximos capítulos dessa dissertação.

### 3.5.2 Forças em um corpo calculadas a partir do Tensor de Maxwell usando o MEF

Como comentado acima, o tensor de Maxwell é um método geral e eficiente de calcular forças (e torques) em corpos que estão sob a influência de Campos Magnéticos. Para que seja possível realizar o cálculo dessas forças pelo tensor de Maxwell é necessário o conhecimento do campo magnético que age sobre o corpo. Dessa forma, o Método de Elementos Finitos se torna atualmente bastante propício, pois, com a aplicação do método em programas de microcomputadores de alto desempenho, o campo magnético pode ser facilmente (e rapidamente) obtido. Essa é a razão pela qual esse método vem se difundindo largamente nos últimos anos e que inviabilizava a sua utilização em outras épocas.

Considerando a simulação como magnetostática, o primeiro termo do lado direito da equação 3.56 será nulo e o campo elétrico será invariante com o espaço, fazendo

que os termos que possuam campo elétrico possam ser desconsiderados em 3.54. Assim, rearrumando as equações 3.54 e 3.56, uma simples expressão para a força exercida sobre a área  $dS$  pode ser encontrada. Considerando o domínio como sendo um plano, essa relação pode ser escrita da seguinte forma:

$$F = \oint_S \left[ \mu_0 (\vec{H} \cdot \hat{n}) \vec{H} - \frac{\mu_0}{2} H^2 \hat{n} \right] dS \quad (3.62)$$

onde  $\hat{n}$  representa o vetor normal à superfície.

Para que se possa fazer uma aplicação prática do tensor de Maxwell, supõe-se aqui que um corpo ocupa um volume  $V$  e que se saiba o valor do campo magnético na superfície  $S(V)$  que contorna o corpo. É também necessário que o corpo esteja envolto em ar, ou em um meio cuja permeabilidade magnética seja constante. Tal situação pode ser ilustrada na figura 3.5, onde um corpo encontra-se imerso em um campo magnético  $\vec{H}$ . Nessa figura,  $dS$  representa um elemento infinitesimal de área e  $\hat{n}$  é o vetor unitário normal à superfície, chegando então a  $d\vec{S} = \hat{n}dS$ .

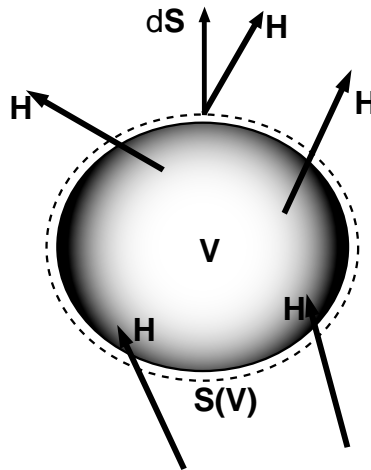


Figura 3.5: Aplicação do tensor de Maxwell para o cálculo da força em um corpo. A força deve ser calculada num contorno sobre a superfície  $S$ .

O torque é definido pelo produto vetorial  $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}$ , sendo  $\vec{r}$  a distância entre o ponto de aplicação e o eixo de rotação. Aplicando essa definição à equação 3.62, obtém-se a seguinte relação para o torque:

$$\tau = \int_S \left[ \mu_0 (\vec{H} \cdot \hat{n}) (\vec{r} \times \vec{H}) - \frac{\mu_0}{2} H^2 (\vec{r} \times \hat{n}) \right] dS \quad (3.63)$$

A aplicação do tensor de Maxwell para o MEF apresenta as seguintes vantagens:

- uma vez que o valor de campo é conhecido, somente uma integral de superfície é necessária para efetuar o cálculo;
- a escolha da superfície S é arbitrária desde que essa pertença a um meio linear;
- o método pode ser aplicado em problemas lineares ou não lineares, porém, a superfície de contorno deve ser um meio linear.

## 3.6 Sumário do Capítulo

Nesse capítulo foram apresentadas as ferramentas matemáticas e computacionais que serão utilizadas para o cálculo de campos na MRV. O Método de Elementos Finitos foi introduzido mostrando como utilizá-lo para efetuar a resolução de problemas magnetostáticos. Mostrou-se como é possível calcular o torque (usando o tensor de Maxwell) e a indutância através do MEF.

## Capítulo 4

# Perdas Energéticas no Circuito Magnético da MRV

Este capítulo destaca as perdas energéticas que ocorrem no ferro nas máquinas elétricas, e direciona o estudo destas perdas para as Máquinas de Relutância Variável. A compreensão das causas dessas perdas é de suma importância para a otimização da MRV e da construção do *flywheel*, devido à dificuldade de dissipação de calor no rotor, dado que a máquina irá operar no vácuo.

## 4.1 Perdas Energéticas na MRV

Entre as diversas formas de perdas de energia em uma máquina elétrica, acionada por um conversor estático, destacam-se:

- perdas nas bobinas dos enrolamentos da máquina (devido à resistência elétrica do fio condutor);
- atrito viscoso causado pela resistência do ar;
- atrito mecânico nos mancais;
- perdas na comutação nas chaves semicondutoras do conversor eletrônico e
- perdas no circuito magnético da máquina.

Como o projeto da máquina visa à operação desta em alta velocidade, todos os parâmetros de perdas destacados acima sofrem acréscimo em seus valores.

No caso das perdas nas bobinas, o principal responsável pelo aumento da dissipação energética é o fato da elevação no valor da frequência da corrente elétrica, proporcionando assim o surgimento do efeito pelicular no fio condutor. Para minimizar tal problema, a utilização de um fio de Litz deve ser considerada.

O atrito viscoso causado pela resistência do ar é diretamente proporcional à velocidade de rotação da máquina. Este atrito pode ser eliminado colocando o motor operando numa câmara fechada, onde é feito vácuo.

Para o caso do atrito mecânico dos mancais convencionais, é possível eliminá-lo quase que totalmente através do uso de um mancal magnético supercondutor, com ímãs permanentes de terras raras de Nd-Fe-B e blocos supercondutores de Y-Ba-Cu-O.

As perdas causadas pela comutação das chaves semicondutoras podem ser minoradas com a utilização de conversores eletrônicos de comutação suave.

No caso de uma Máquina de Relutância Variável, a perda no ferro é um dos principais agentes responsáveis pela dissipação de energia. Pretende-se minimizá-la



através da utilização de materiais ferromagnéticos mais apropriados (que ofereçam menores perdas) e da otimização da geometria da máquina. O cálculo e o estudo das perdas de energia no ferro são o foco da seção a seguir.

## 4.2 Perdas no Ferro na MRV

### 4.2.1 Introdução

Na otimização do projeto de uma máquina elétrica o estudo das perdas de energia que ocorrem no circuito magnético assume um papel primordial. Atualmente, a literatura apresenta técnicas eficientes para descobrir o valor destas perdas a partir de cálculos numéricos. A técnica que tem se mostrado mais atrativa para o cálculo das perdas no ferro utiliza o Método de Elementos Finitos e alguns autores [36] apresentaram resultados simulados computacionalmente muito próximos das medições realizadas com protótipos em laboratório. Para o caso específico estudado nessa dissertação, as perdas no ferro tornam-se ainda mais críticas pois, além de se tratar de uma aplicação onde há necessidade de alta eficiência, a máquina opera numa câmara evacuada onde trocas de calor ocorrem principalmente por irradiação.

As perdas totais no ferro ( $P_{tot}$ ) em máquinas elétricas podem ser decompostas em perdas por histerese ( $P_h$ ), correntes parasitas clássicas ( $P_c$ ) e outra componente dita anômala ou excedente ( $P_{exc}$ ), conforme [36] [37].

Nas seções abaixo serão apresentados modelos para o cálculo de cada perda separadamente, assim como a origem física das mesmas. O objetivo desse estudo visa desenvolver um método que possibilite estimar o valor das perdas no ferro através de cálculos computacionais com o Método de Elementos Finitos. Pretende-se, nessa dissertação, utilizar esse método para realizar a otimização da MRV.

### 4.2.2 Perdas por Correntes Parasitas

As correntes parasitas, ou de Foucault, são correntes elétricas induzidas em função de uma variação temporal da indução magnética. Como os materiais ferro-

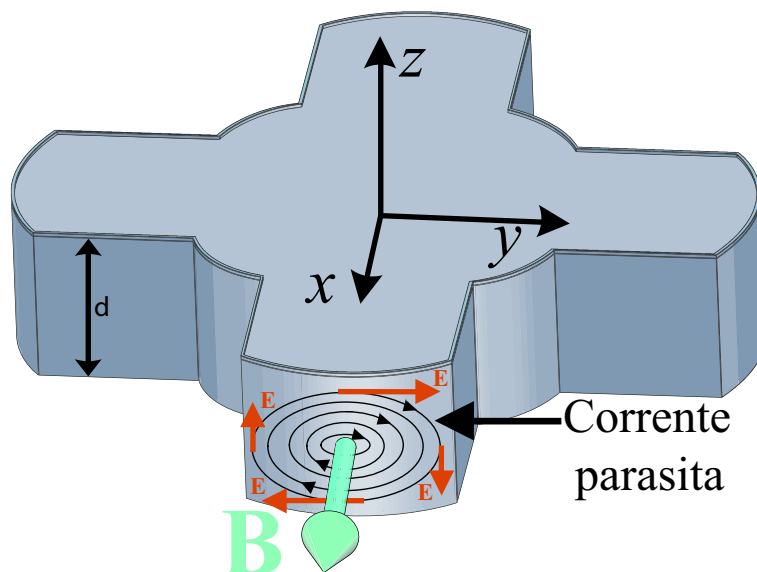


Figura 4.1: Indução magnética variante no tempo e corrente parasita induzida em uma lâmina da MRV.

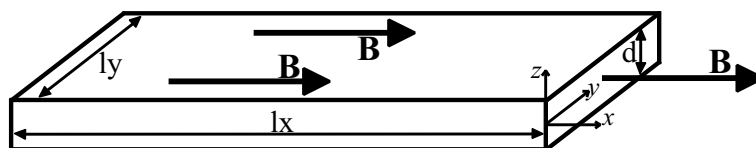


Figura 4.2: Representação de uma chapa metálica condutora.

magnéticos são geralmente condutores elétricos, correntes elétricas serão induzidas quando um campo magnético variante no tempo flui no interior destes materiais. A resistividade elétrica deste material terá influência direta na magnitude da perda que ocorre no circuito magnético. Como exemplo da corrente parasita em uma MRV a figura 4.1, mostra uma lâmina do rotor (cuja espessura  $d$  é apresentada com dimensão bastante exagerada) imersa num campo magnético produzido pelas bobinas da máquina elétrica. Nessa figura, pode ser visualizado como ficam as correntes parasitas, que são induzidas devido à variação temporal da indução magnética.

Na figura 4.2 mostra-se uma chapa metálica condutora. Como pode ser observado nessa figura, o valor da espessura  $d$  da lâmina é muito inferior ao valor de seu comprimento e de sua largura. Dessa forma, a componente  $\hat{z}$  do campo elétrico pode ser desprezada, pois esta componente será responsável por somente uma pequena fração da perda por corrente parasita no elemento.

Como visto anteriormente na figura 4.1, as correntes parasitas são induzidas em forma de vórtices e podem ser calculadas a partir da resolução da Lei de Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.1)$$

Considerando o caso mostrado na figura 4.2, onde a indução magnética é uniforme e possui apenas a componente  $E_y$  do campo elétrico, que por simetria é invariante na direção  $x$ , tem-se que a equação 4.1, reduz-se a:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial B_x}{\partial t} \quad (4.2)$$

A solução da equação 4.2, é dada por:

$$E_y(z) = \frac{\partial B_x}{\partial t} z + cte \quad (4.3)$$

Para que não exista descontinuidade de  $\vec{J}$  (e em  $\vec{E}$ ), é necessário que para  $z = 0$  se tenha  $E_y = 0$ . Isso faz com que a constante da equação 4.3 também seja nula, onde obtém-se:

$$E_y(z) = \frac{\partial B_x}{\partial t} z \quad (4.4)$$

A potência dissipada por efeito Joule para o elemento estudado é dada pela seguinte relação:

$$P_c = \iiint_V \sigma E_y^2 dV \quad (4.5)$$

onde  $V$  é o volume do elemento ( $V=l_x l_y d$ ) e  $\sigma$  é a condutividade elétrica do material que constitui o elemento. Aplicando 4.5 em 4.4, chega-se a:

$$P_c = \sigma \left( \frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \int_{-d/2}^{d/2} z^2 dx dy dz \quad (4.6)$$

Resolvendo a integral volumétrica da equação 4.6, chega-se ao seguinte valor para perdas por correntes parasitas:

$$P_c = \frac{\sigma}{12} \left( \frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 l_x l_y d^3 = \frac{\sigma}{12} \left( \frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 d^2 V \quad (4.7)$$

A partir da equação 4.7 pode ser encontrado o valor médio da perda, por unidade de massa, para um ciclo de operação da máquina de relutância variável, como mostra a relação 4.8.

$$\overline{P}_c(t) = \frac{\sigma d^2}{12\delta T} \int_T \left( \frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 dt \quad (4.8)$$

onde  $T$  é o período e  $\delta$  é a densidade de massa.

Para o caso de um fluxo variando de forma senoidal no tempo, sem a presença de freqüências harmônicas, a equação 4.8 pode ser reduzida à seguinte expressão:

$$P_c = \frac{\sigma d^2 \pi^2}{6\delta} B_{max}^2 f^2 \quad (4.9)$$

onde  $B_{max}$  é o valor de pico da densidade de fluxo e  $f$  é a freqüência.

Para o caso da forma de onda da indução magnética não ser senoidal, pode ser efetuada a decomposição harmônica da indução magnética, em uma série de Fourier. A expressão a seguir apresenta a perda por corrente de Foucault, para a indução magnética, que apresente uma forma de onda periódica qualquer:

$$P_c = \frac{\sigma d^2 \pi^2 f_{fund}^2}{6\delta} \left( \sum_{i=1}^{\infty} i^2 (B_m(i))^2 \right) \quad (4.10)$$

onde  $f_{fund}$  representa a freqüência fundamental e  $i$  o termo do somatório para as  $i$ -ésimas freqüências harmônicas da indução magnética.

Essa relação pode ser perfeitamente adaptada para o cálculo das perdas por correntes parasitas pelo método de elementos finitos para a máquina de relutância variável, e será em breve utilizada para tal finalidade.

### 4.2.3 Histerese

Quando um material ferromagnético está sob a ação de um campo magnético  $\vec{H}$  variante no tempo, de frequência  $f$ , a indução magnética  $\vec{B}$  descreverá uma curva cíclica característica, denominada de laço de histerese (ou ciclo de histerese). Para o caso de uma onda senoidal, o ciclo de histerese pode ser representado por uma curva similar àquela apresentada na figura 4.3.

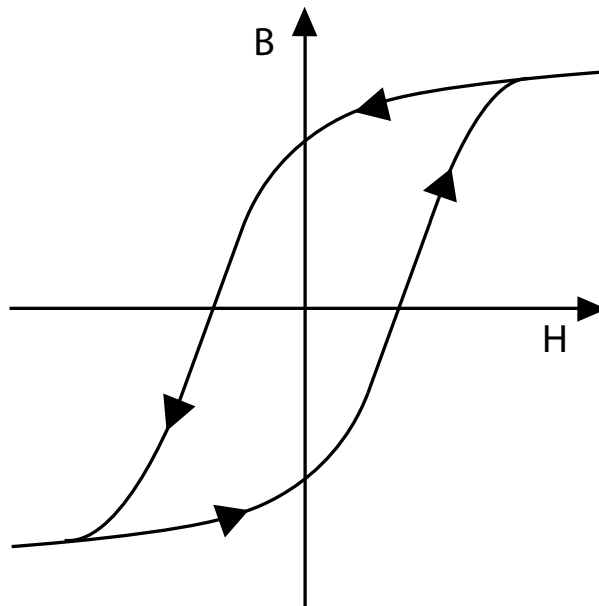


Figura 4.3: Exemplo ilustrando o laço de histerese de um material ferromagnético.

Com o campo magnético variável, o material percorrerá o seu ciclo de histerese, gastando uma parcela de sua energia injetada somente para realizar tal tarefa. Essa dissipação de energia pode comprometer o bom funcionamento do dispositivo, que terá como possível consequência o aquecimento do material. A energia consumida em um ciclo de histerese, por unidade de volume, será proporcional à frequência da onda associada ao campo magnético e à área interna do laço de histerese.

As perdas histeréticas podem ser descritas pelos modelos de Jiles-Atherton [38], Preisach [39] e Steinmetz [36]. O modelo de Jiles-Atherton baseia-se na consideração dos fenômenos físicos que envolvem o magnetismo, como: domínio magnético, paredes de domínio, sítios de aprisionamento, etc. O modelo de Preisach é um modelo puramente matemático que não leva em consideração os fenômenos físicos envolvidos. Já o modelo de Steinmetz é um modelo simplificado e empírico, cujos coeficientes são obtidos através de medidas do material.

A perda por histerese é proporcional à área do laço de histerese descrito durante um ciclo completo no caso de excitações senoidais. Quando a excitação tem uma forma de onda mais complexa, as perdas histeréticas são proporcionais à soma das áreas do laço principal e dos pequenos laços de histerese. A modelagem deste último caso é muito complexa, sendo que muitas vezes é preferível utilizar modelos simplificados para o cálculo, como o modelo empírico de Steinmetz. Através do uso deste modelo simplificado pode chegar à relação para a perda por histerese como uma função dos seguintes parâmetros: frequência, indução magnética máxima e uma constante predeterminada. A equação de Steinmetz pode ser escrita como:

$$P_h = k_h f (B_m)^\alpha \quad (4.11)$$

onde  $k_h$  e  $\alpha$  são constantes determinadas por ensaios em laboratório e  $f$  é a frequência da indução magnética. Mais adiante será descrito como proceder para determinar o valor dessas constantes.

É relevante informar que a relação 4.11 não se aplica para os casos de ondas não senoidais. Como as ondas da indução magnética da MRV não são senoidais, uma decomposição dessa forma de onda em seus componentes harmônicos, encontrando os coeficientes de uma série de Fourier correspondente, é uma alternativa para o cálculo dessa componente de perda. A perda por histerese descrita na equação 4.11, pode ser reescrita como:

$$P_h = k_h f_{fund.} \sum_{i=1}^{\infty} i (B_m(i))^\alpha \quad (4.12)$$

onde  $k_h$  e  $\alpha$  são constantes determinadas experimentalmente,  $f_{fund.}$  é a frequência fundamental,  $i$  é o termo do somatório que representa as frequências harmônicas e  $B_m(i)$  é o valor da amplitude de cada componente do espectro harmônico da densidade de campo magnético.

Este tipo de análise é vantajosa porque leva em consideração os pequenos laços de histerese. A decomposição harmônica era considerada uma técnica muito lenta devido à demanda de grande esforço computacional, porém, com a evolução dos computadores esta técnica se torna atrativa.

#### 4.2.4 Perdas Anômalas

Fenômenos físicos, como as paredes de domínios magnéticos, forçam a corrente parasita a fluir em torno destes domínios acarretando um acréscimo da densidade de corrente elétrica local, aumentando a perda total por corrente parasita [38]. Estas perdas adicionais, conhecidas como perdas anômalas ou excedentes, são representadas pela relação a seguir.

$$P_{exc} = k_e f \int_T \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1,5} dt \quad (4.13)$$

onde  $k_e$  é uma constante de proporcionalidade para a perda anômala.

Para uma forma de onda senoidal da indução magnética, a relação 4.13 pode ser escrita como segue:

$$P_{exc} = 8,67 k_e f^{1,5} B_m^{1,5} \quad (4.14)$$

Como as perdas anômalas representam uma pequena parcela das perdas totais que ocorrem no ferro [40], é possível desconsiderá-las sem que o resultado final seja comprometido.

#### 4.2.5 Perda Total no Circuito Magnético

Pelas seções acima, é possível escrever que a perda total ( $P_{tot}$ ) será dada pela soma das componentes de perda por corrente parasita, histerese e anômala, permitindo escrever a seguinte equação:

$$P_{tot} = P_c + P_h + P_{exc} \quad (4.15)$$

A equação acima pode ser reescrita da forma mostrada abaixo, a partir das equações 4.9, 4.11 e 4.14.

$$P_{tot} = k_c B_{max}^2 f^2 + k_h f (B_m)^\alpha + 8,67 k_e f^{1,5} B_m^{1,5} \quad (4.16)$$

onde  $k_c = \frac{\sigma d^2 \pi^2}{6\delta}$ , e pode ser facilmente calculado a partir dos dados do material.

Para encontrar os coeficientes apresentados acima, é necessário obter primeiramente os dados de perda total do material estudado em função da indução magnética e da frequência. Essa informação pode ser obtida por tabelas fornecidas pelo fabricante ou através de ensaios realizados em laboratório com o material a ser estudado. Para o caso desse trabalho, essa informação foi obtida através de um catálogo fornecido pelos fabricantes dos materiais estudados [41].

Calculando o coeficiente da perda por corrente parasita ( $k_e$ ), realiza-se um ajuste da função para a perda total, a partir da equação 4.16. Esse ajuste foi realizado no programa Origin, através da fixação dos coeficientes previamente conhecidos  $k_e$  e  $f$  na equação 4.16, permitindo que o programa determinasse os coeficientes livres  $k_h$ ,  $k_e$  e  $\alpha$  que fornecessem o melhor ajuste para a curva da perda total em função da indução magnética. O gráfico com o ajuste realizado para encontrar os coeficientes  $k_h$ ,  $\alpha$  e  $k_e$ , pode ser visualizado na figura 4.4. Nessa figura, os pontos representam os valores fornecidos pelo fabricante e a curva contínua, traçada a partir dos coeficientes obtidos, para o ajuste realizado para a função apresentada na equação 4.16. Outros detalhes do procedimento para calcular estes coeficientes podem ser encontrados em [36].

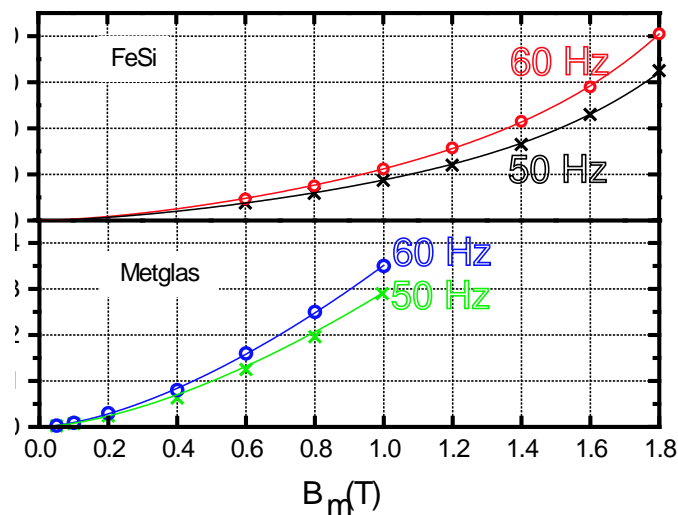


Figura 4.4: Ajuste realizado para cálculo dos coeficientes das perdas.



## 4.3 Sumário do Capítulo

Nesse capítulo foram apresentadas as causas das perdas energéticas em circuitos magnéticos e uma modelagem para permitir calculá-las em uma Máquina de Relutância Variável, a partir de simulações usando o Método de Elementos Finitos. A implementação desse cálculo é realizada no capítulo 5.

## Capítulo 5

# Resultados das Simulações Estáticas para a MRV

Como visto no capítulo 2, informações como Indutância própria de uma fase, torque eletromagnético, fluxo concatenado, campo e indução magnética, são algumas das grandezas físicas de suma importância para o estudo de uma MRV. Já o capítulo 4 apresentou a modelagem das perdas energéticas em uma MRV. O objetivo do presente capítulo é encontrar esses resultados pelo Método de Elementos Finitos, para investigar melhorias no projeto da MRV, visando sua aplicação como foi proposto no capítulo 1.

Inicialmente, pretende-se apresentar alguns resultados encontrados pelo MEF e realizar uma comparação desses resultados com outros experimentais. Isso é feito com o intuito de confirmar os resultados das simulações da MRV. Depois, efetua-se o cálculo das perdas energéticas em uma MRV.

## 5.1 Validação do Modelo

### 5.1.1 Comparação entre resultados medidos e simulados para torque estático

Nessa seção será apresentado o estudo uma MRV, cuja finalidade é comparar os resultados de uma máquina real, obtidos através de ensaios em laboratórios, com os resultados encontrados para um protótipo virtual. Esse protótipo virtual foi reconstruído no programa ANSYS, que realiza simulações pelo Método de Elementos Finitos. As linhas de comando do arquivo utilizado para a construção do protótipo virtual, baseado em uma linguagem utilizada pelo ANSYS, encontram-se no Apêndice A. A análise comparativa foi realizada a partir dos resultados de torque estático. O objetivo dessa comparação é validar o modelo de simulação, para que a partir de então novos protótipos virtuais possam ser desenvolvidos, com o intuito de otimizar a máquina.

Utiliza-se um padrão de parâmetros com as medidas da MRV para facilitar os projetos e a construção dessas máquinas. A figura 5.1 mostra uma máquina de relutância variável e seus respectivos parâmetros usados para a construção.

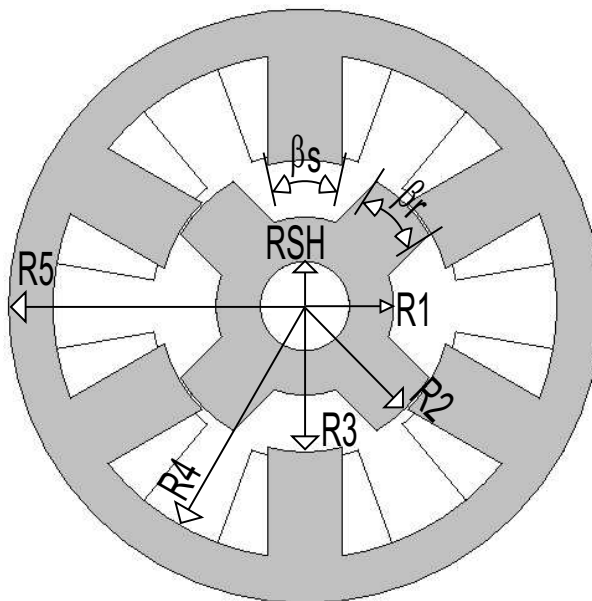


Figura 5.1: Parâmetros utilizados para a construção de uma MRV regular.

Para o caso do protótipo da MRV estudada nesse trabalho, os parâmetros visualizados na figura 5.1, correspondem aos seguintes valores:

- $R_{SH} = 9,0$  mm
- $R_1 = 18,0$  mm
- $R_2 = 29,0$  mm
- $R_3 = 29,5$  mm
- $R_4 = 51,0$  mm
- $R_5 = 60,0$  mm
- $\beta_s = 30^\circ$
- $\beta_r = 30^\circ$
- $L_{Fe} = 40,0$  mm (comprimento do pacote)
- $N = 137$  (número de espiras do estator em cada pólo).
- Ferro Silício de grão não orientado E-230 [41].

Para o caso dos parâmetros acima assumirem os valores apresentados, escolheu-se definir essa máquina como geometria A, conforme mostra a figura 5.1.

Para proceder a medida do torque estático, primeiramente acopla-se o eixo da máquina em um sensor de torque. Depois, alimentando somente uma das fases com uma corrente elétrica constante, varia-se lentamente a posição angular do rotor sem que se provoque aceleração angular no mesmo. Para obtenção dos dados de torque em função da posição do rotor, utilizou-se um *encoder* acoplado ao eixo do rotor e o sensor de torque tinha a saída conectada a um computador. Os resultados do torque em função da posição angular foram armazenados em arquivos digitais no microcomputador. A figura 5.2 mostra os equipamentos usados para proceder as medidas de torque estático da MRV estudada.

Como mencionado anteriormente, utilizou-se o MEF para realizar simulações magnetostáticas da MRV e comparar com os resultados medidos. A figura 5.3 apresenta os resultados de torque estático simulados pelo Método de Elementos Finitos

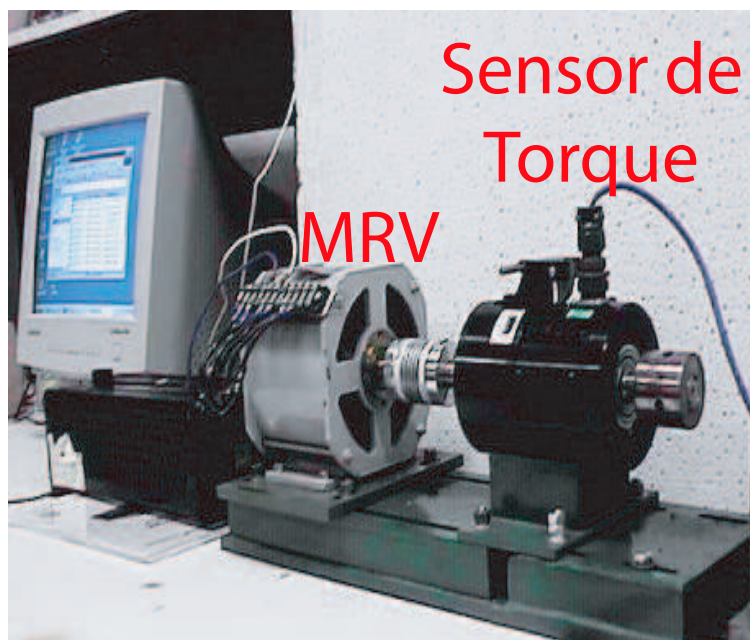


Figura 5.2: Equipamentos usados para efetuar as medidas do torque da MRV.

(representados pelas linhas contínuas), assim como os resultados obtidos através das medidas realizadas em um protótipo real (representadas pelos pontos sobre as curvas). Para facilitar a compreensão dos resultados estáticos de torque e indutância, a posição alinhada da máquina será representada pelo valor  $0^\circ$ .

Através da observação desses resultados, é possível perceber que as simulações realizadas apresentam resultados próximos daqueles fornecidos pelo protótipo, corroborando a eficiência do método e a confiabilidade nas simulações efetuadas. Dessa forma, pretende-se realizar outros cálculos pelo MEF para otimizar a performance da MRV, com a segurança de que os novos resultados também estão próximos da realidade. Assim, é possível economizar tempo e dinheiro na construção da máquina, já que reduz-se significativamente o número de protótipos necessários para chegar a uma MRV final otimizada.

### 5.1.2 Comparação entre resultados analíticos e simulados para a indutância

Serão apresentados nas subseções seguintes, dois procedimentos para o cálculo da indutância de um circuito magnético. A primeira subseção apresenta um método

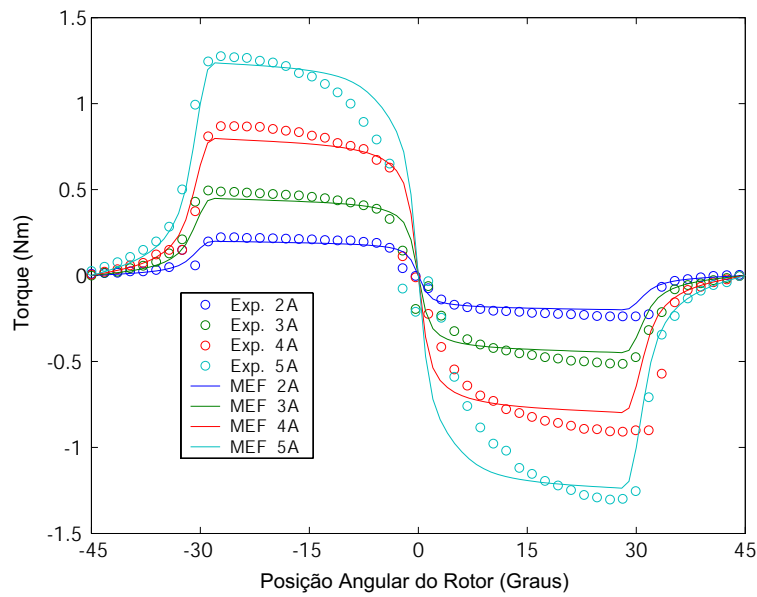


Figura 5.3: Comparação entre os resultados medidos e os simulados pelo MEF para a MRV. Corrente elétrica entre 2A e 5A.

analítico, que permite encontrar a indutância máxima da MRV, fornecendo resultados bastante aproximados. Já a segunda subseção apresenta um procedimento simples para o cálculo da indutância pelo MEF para várias posições angulares do rotor da MRV.

### Método Analítico para o cálculo da indutância da MRV

Por definição, a indutância própria  $L$  de uma bobina é igual ao fluxo enlaçado  $\lambda$  dividido pela corrente elétrica  $i$  que circula pela bobina, como mostra a relação a seguir.

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi_m}{i} \quad (5.1)$$

onde  $N$  é o número de espiras e  $\phi_m$  é o fluxo magnético. O fluxo magnético pode ser encontrado pela seguinte expressão:

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (5.2)$$

onde  $\vec{B}$  é a indução magnética e  $S$  é a área da seção por onde o fluxo magnético está passando. Para o caso em questão, onde  $\vec{B}$  é considerado homogêneo e perpendicular à área  $S$ , esta relação pode ser simplificada para:

$$\phi_m = B \cdot S \quad (5.3)$$

Chega-se então a uma relação para a indutância, para este caso específico.

$$L = \frac{NBS}{i} \quad (5.4)$$

Pela Lei de Ampère,  $\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint H \cdot dl$ , chega-se à seguinte equação para o caso em questão:

$$Ni = H_l l + H_g g \quad (5.5)$$

onde  $H_l$  e  $H_g$  são respectivamente o campo magnético no interior do circuito magnético e no entreferro,  $l$  é o comprimento do caminho médio do circuito magnético e  $g$  é a extensão do entreferro.

Considerando que o material constituinte do núcleo do circuito magnético é isotrópico e na ausência de saturação, o campo magnético pode ser escrito como:

$$B_l = \mu_{Fe} H_l \quad (5.6)$$

$$B_o = \mu_o H_g \quad (5.7)$$

onde  $\mu_{Fe}$  e  $\mu_o$  são a permeabilidade magnética do material que constitui o circuito magnético e do entreferro, respectivamente.

Substituindo 5.6 e 5.7 em 5.5, chega-se em:

$$Ni = \frac{B_l l}{\mu_{Fe}} + \frac{B_o g}{\mu_o} \quad (5.8)$$

Um aproximação razoável pode ser realizada, para o caso em questão, na relação 5.8, pois o segundo termo dessa equação é muito superior ao primeiro termo, chegando em:

$$Ni \cong \frac{B_o g}{\mu_o} \quad (5.9)$$

Escrevendo a relação 5.9 em função da indução magnética e substituindo em 5.4, é possível chegar na equação abaixo, que pode fornecer facilmente um valor para a indutância.

$$L \cong \frac{N^2 S \mu_o}{g} \quad (5.10)$$

Aplicando na relação 5.10, as medidas da máquina que foram apresentadas anteriormente, é possível estimar um valor para a indutância de uma fase da MRV para a posição alinhada do rotor.

Entre estes parâmetros, tem-se: o número de espiras  $N$  para uma fase do motor igual a 274 espiras (137 em cada pólo do motor), a área  $S$  da seção transversal do pólo do estator é de  $6,18 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  e o valor do *gap* total (somando o entreferro dos dois pólos) será obtido um valor igual a  $1,0 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Com estes parâmetros aplicados na equação 5.10, encontra-se um valor para a indutância de uma fase da MRV igual a 58,3 mH, para a posição alinhada do rotor com uma fase.

### MEF aplicado ao cálculo da indutância de uma fase da MRV

Na seção 3.5.1, foi apresentado o procedimento para efetuar o cálculo da indutância própria de uma fase em uma Máquina de Relutância Variável pelo MEF. Através da equação 3.61 foi encontrada a família de curvas de indutância em função da posição angular do rotor da MRV para diversos valores de corrente elétrica. As figuras 5.4 e 5.5 ilustram essa família de curvas e são gráficos similares, com a diferença do segundo gráfico apresentar a informação em três eixos.

O valor encontrado para a indutância própria de uma fase pelo MEF para a posição alinhada é de 60,9mH. Comparando esse resultado com o obtido pelo método analítico (que é um resultado aproximado), observa-se que ambos são próximos. Isso é mais um indício que os resultados do MEF podem ser considerados corretos.

Observando as figuras 5.4 e 5.5, os efeitos da saturação do circuito magnético da MRV ficam evidentes com o incremento do valor da corrente elétrica de alimentação, confirmando a alta não-linearidade da máquina, que já havia sido descrita anteriormente.



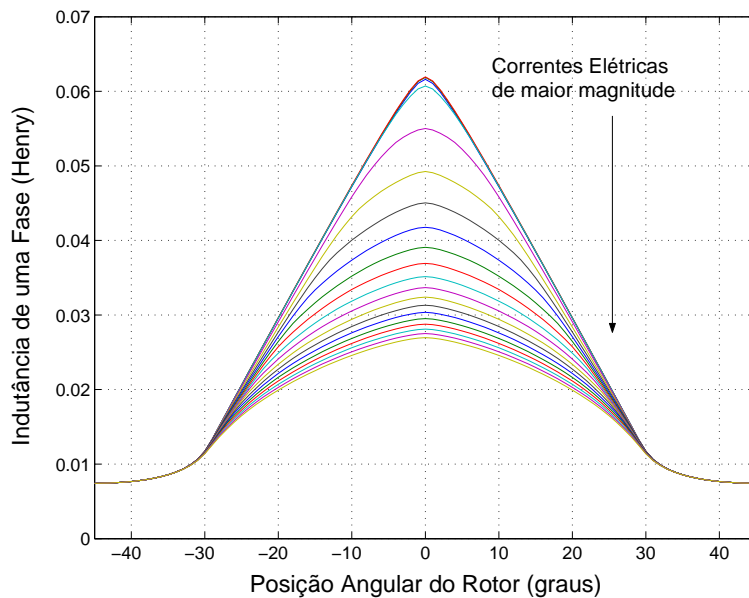


Figura 5.4: Família de curvas de indutância da MRV em função da posição do rotor, para corrente elétrica variando de 1 até 20A.

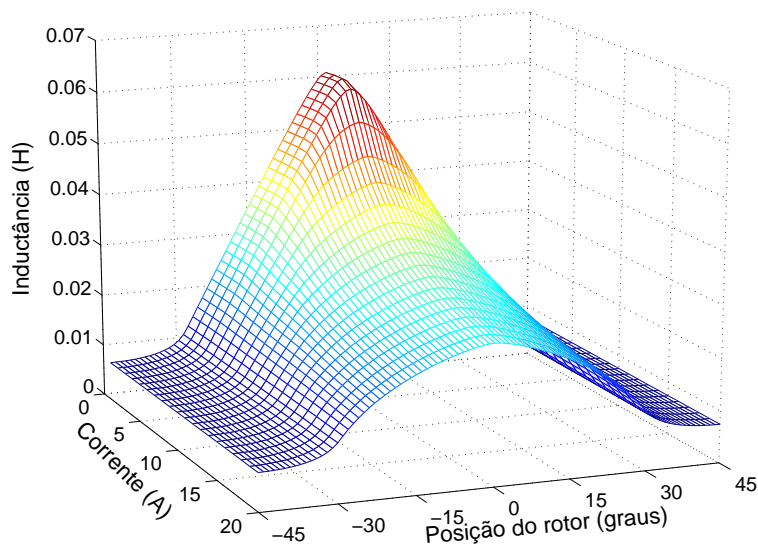


Figura 5.5: Gráfico das curvas de indutância da MRV em função da posição do rotor, para corrente elétrica variando de 1 até 20A.

## 5.2 Aplicação do MEF para a Otimização da MRV

Como discutido diversas vezes anteriormente, um dos focos dessa dissertação é mostrar a possibilidade de melhorar a performance de uma MRV, com o objetivo de aplicar essa máquina para o armazenamento de energia em um *flywheel* de alta velocidade. Seguindo essa linha de raciocínio, serão realizados alguns procedimentos, entre os quais: estudar algumas geometrias novas, investigar o uso de um material ferromagnético não convencional e finalmente verificar as perdas no ferro em algumas dessas geometrias e materiais. Através da comparação desses resultados, pretende-se cumprir o objetivo proposto.

### 5.2.1 Propostas de novas geometrias para a MRV

Nessa seção serão apresentadas três diferentes geometrias para a MRV, cada qual com seu respectivo objetivo de investigar alguma determinada mudança no desempenho da máquina.

#### Geometria B

A proposta inicial será estudar uma MRV 6/4 e aumentar o tamanho do raio do rotor, sem alterar a dimensão total da máquina, ou seja, o raio externo do estator permanecerá inalterado. Essa geometria será chamada daqui para em diante de geometria B, ao passo que a primeira geometria, apresentada na seção 5.1.1 será chamada de geometria A. É importante ressaltar que o tamanho do entreferro não será alterado para essa geometria. A finalidade do estudo da geometria B é investigar a possibilidade de aumentar o torque da máquina (sem alterar a alimentação da máquina e seu diâmetro externo), variando somente as dimensões do rotor. A figura 5.6 mostra a geometria B proposta.

Para o caso da geometria B os parâmetros de construção correspondem aos seguintes valores:

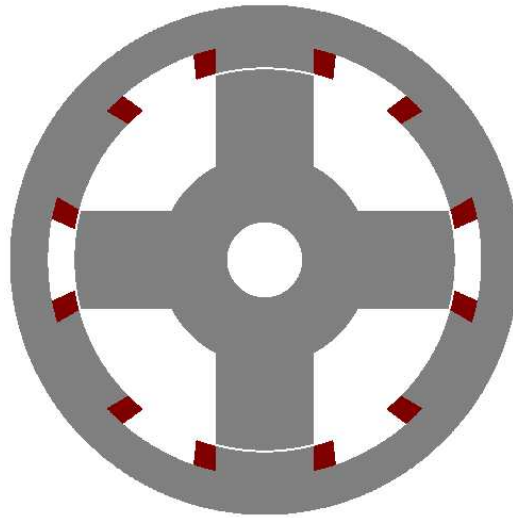


Figura 5.6: Proposta de uma MRV com raio do rotor aumentado (Geometria B).

- $R_{SH} = 9,0$  mm
- $R_1 = 25,0$  mm
- $R_2 = 45,0$  mm
- $R_3 = 45,5$  mm
- $R_4 = 51,0$  mm
- $R_5 = 60,0$  mm
- $\beta_s = 30^\circ$
- $\beta_r = 30^\circ$
- $L_{Fe} = 40,0$  mm (comprimento do pacote)
- $N = 137$  (número de espiras do estator em cada pólo).
- Ferro Silício de grão não orientado E-230 [41].

A figura 5.7 mostra os resultados de torque para as geometrias A e B, para uma corrente de alimentação de três ampères. Através da observação dessa figura, é possível perceber que a geometria B apresenta significativo acréscimo no torque.

Essa modificação exige que o tamanho do pólo do estator seja reduzido, que conseqüentemente provoca uma significativa diminuição do volume disponível para

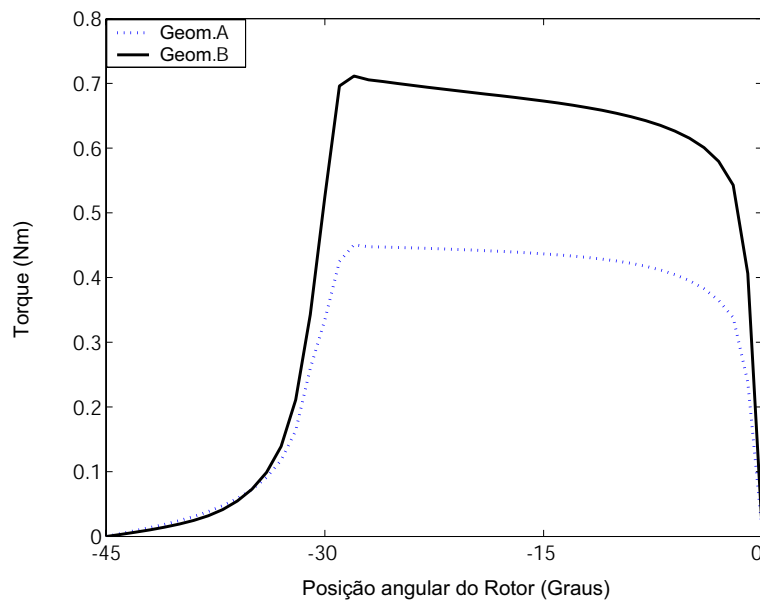


Figura 5.7: Comparação dos torque das geometrias A e B.

a acomodação das bobinas. Mesmo assim, admite-se que essa nova máquina é capaz de suportar 137 espiras em cada pólo. Com isso o valor da densidade de corrente elétrica para a alimentação deve aumentar proporcionalmente ao inverso da área seção do enrolamento. Assim, pode ocorrer um aumento excessivo da temperatura na bobina da fase, que danificaria o verniz isolante dos enrolamentos. Isso cria então uma limitação na corrente de alimentação das fases. Como o objetivo do estudo dessa geometria não consiste em otimizar, mas investigar a possibilidade do aumento do torque para MRV de mesma dimensão externa, os problemas descritos nesse parágrafos não serão considerados.

### Geometria C

Como já discutido no capítulo 2, com o aumento da velocidade de operação da MRV surgem problemas de aumento das perdas energéticas no ferro e na comutação do conversor, além dos problemas como o da corrente das fases ter tempo suficiente para atingir o valor de referência determinado pelo controle (antes que o desligamento seja também determinado pelo controle). Esses problemas podem ser solucionados com a redução do número de pólos no rotor de 4 para 2.

Seguindo essa linha de raciocínio, serão estudadas agora as configurações 6/2, que

possuem somente 2 pólos no rotor. A figura 5.8 apresenta uma primeira proposta de uma MRV 6/2. Essa geometria será chamada de geometria C.

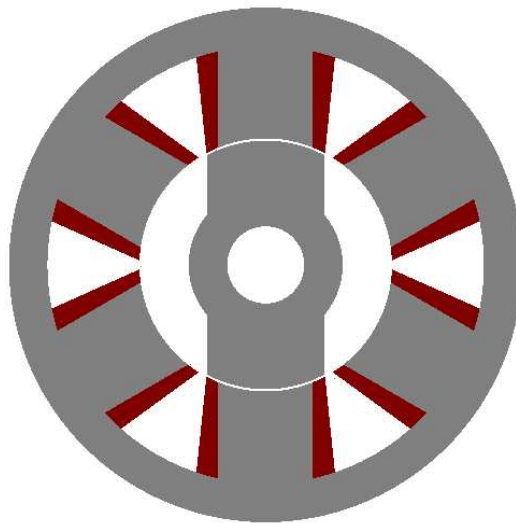


Figura 5.8: Proposta de uma MRV 6/2.

A geometria C apresenta os seguintes parâmetros de construção:

- $R_{SH} = 9,0$  mm
- $R_1 = 18,0$  mm
- $R_2 = 29,0$  mm
- $R_3 = 29,5$  mm
- $R_4 = 51,0$  mm
- $R_5 = 60,0$  mm
- $\beta_s = 44^\circ$
- $\beta_r = 56^\circ$
- $L_{Fe} = 40,0$  mm (comprimento do pacote)
- $N = 137$  (número de espiras do estator em cada pólo).
- Ferro Silício de grão não orientado E-230 [41].

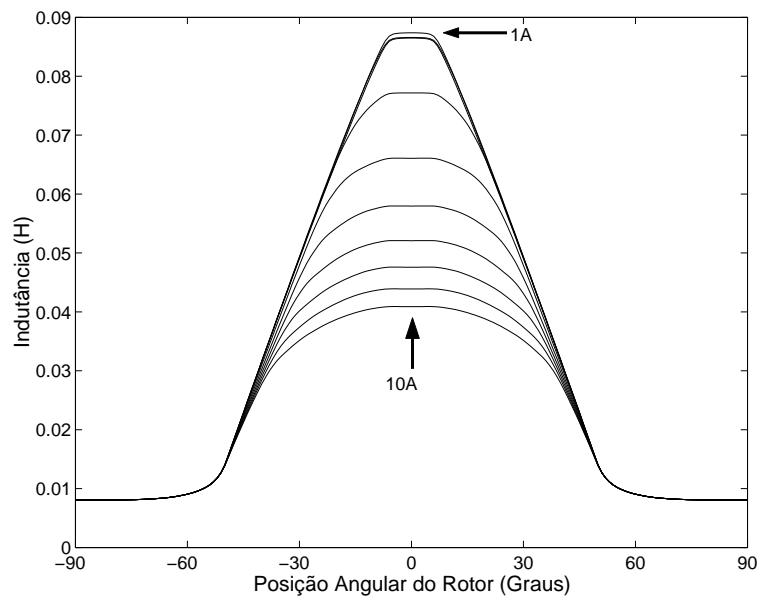


Figura 5.9: Indutância própria de uma fase da MRV 6/2 (geometria C).

A indutância própria e o torque de uma fase da MRV descrita acima podem ser vistos na figuras 5.9 e 5.10. Como é possível perceber, o valor da indutância máxima dessa máquina é superior ao valor da indutância máxima fornecida pela geometria A, permanecendo a indutância mínima de ambas com o mesmo valor. Seria esperado que o torque máximo fornecido pela geometria C fosse maior que o da A, porém, com o aumento do passo polar de C, o torque máximo de ambas configurações apresentam aproximadamente o mesmo valor.

Como na geometria C existe uma sobreposição dos pólos do rotor e do estator em  $12^\circ$ , nessa região não haverá variação no valor da relutância na fase, explicando assim o motivo do torque nulo, que pode ser também observado devido à região em que a derivada da indutância é nula (próximo a posição alinhada). Caso essa sobreposição seja reduzida, aumentará a região de torque nulo para as posições desalinhadas. Como o passo polar da geometria C é de  $180^\circ$  e a defasagem é de  $60^\circ$ , e para a geometria A esses valores são a metade, uma comparação entre o torque estático dessas duas geometria pode ser realizada, conforme figura 5.11.

Conforme observado na figura 5.11, a geometria C possui maior oscilação no torque que a geometria A e o valor do torque médio de A será maior que o de C. Assim, a real vantagem da geometria C será dada pela redução na frequência de comutação do conversor e pela evidente redução nas perdas no ferro.

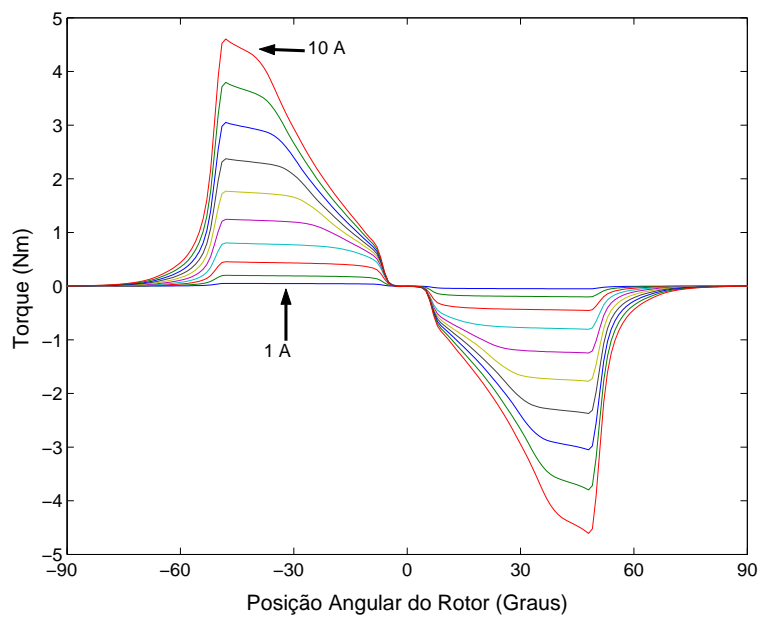


Figura 5.10: Torque de uma fase da MRV 6/2 (geometria C).

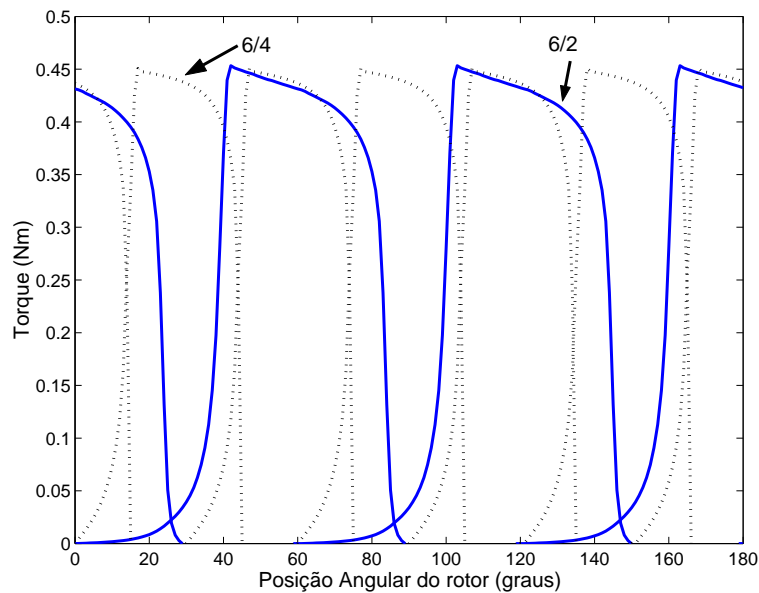


Figura 5.11: Comparação entre o torque estático das geometrias A e C para as três fases. Corrente de alimentação de 3A.

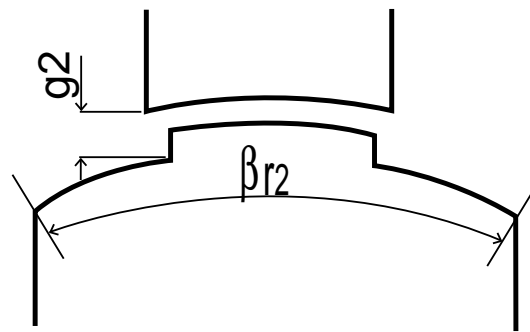


Figura 5.12: Novo parâmetro para o entreferro.

### Geometria D

Uma solução para a minorar o problema da região de torque nulo da geometria C está na utilização de uma MRV 6/2, como a apresentada na figura 2.23. Essa geometria possui a vantagem de poder operar sem apresentar regiões de torque nulo. Dois novos parâmetros devem ser definidos, que são: um segundo entreferro ( $g_2$ ) e um segundo ângulo para o rotor ( $\beta r_2$ ), visualizados na figura 5.12.

Para facilitar a comparação dessa configuração, que será aqui definida como geometria D, manteve-se o mesmo estator estudado na geometria A e o mesmo valor do entreferro menor, variando então o valor de  $g_2$ . Os casos analisados serão para várias derivações da geometria D (que terão somente o parâmetro  $g_2$  variado), que apresentam os seguintes parâmetros de construção:

- $RSH = 9,0$  mm
- $R1 = 18,0$  mm
- $R2 = 29,0$  mm
- $R3 = 29,5$  mm
- $R4 = 51,0$  mm
- $R5 = 60,0$  mm
- $\beta s = 30^\circ$
- $\beta r = 30^\circ$



- $\beta_{r2} = 90^\circ$
- $L_{Fe} = 40,0$  mm (comprimento do pacote)
- $N = 137$  (número de espiras do estator em cada pólo).
- Ferro Silício de grão não orientado E-230 [41].

Entre os valores de  $g_2$  analisados temos, os seguintes: 0,60 mm, 0,75 mm, 1,00 mm, 1,50 mm e 2,00 mm. Para uma corrente elétrica de 3 Ampères, os resultados de indutância e torque podem ser visualizados nas figuras 5.13 e 5.14. Como era de se esperar, quanto mais  $g_2$  se aproxima de  $g_1$  (onde,  $g_1=R_3-R_2$ ), menor será o torque na posição de alinhamento total e maior será o torque para a região do início da sobreposição (figura 5.14). Se  $g_2=g_1$ , haverá uma grande região de torque nulo, nas vizinhanças da posição de alinhamento.

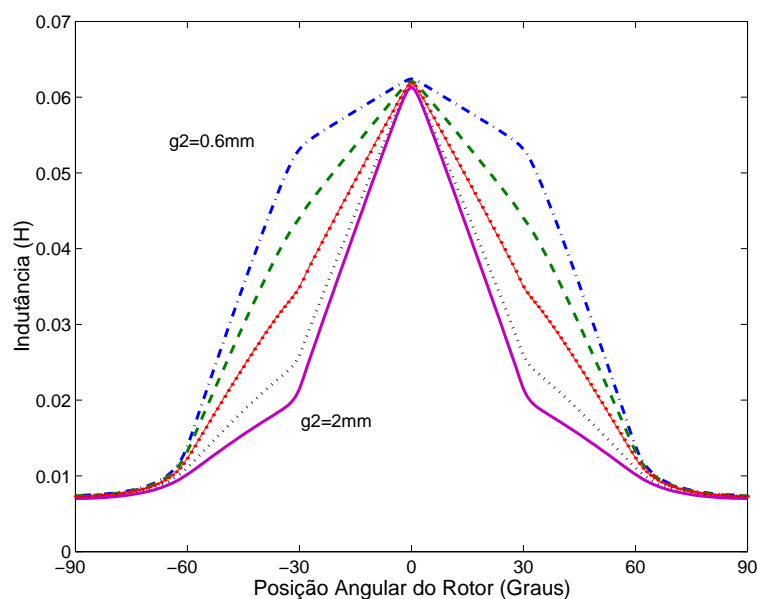


Figura 5.13: Indutância de uma fase da geometria D para  $g_2$  assumindo valores entre 0,60mm e 2,00mm.

Através da observação da figura 5.14, é possível concluir que os melhores valores para  $g_2$  serão aqueles intermediários, pois apresentarão uma menor oscilação no torque. Uma forma de encontrar um valor adequado para  $g_2$ , seria através da análise da curva de indutância. Existem dois valores distintos (de mesmo sinal algébrico) para a derivada da indutância em relação à posição angular, e quanto mais próximos forem os valores de ambas as derivadas, menor será a oscilação do torque (isso para

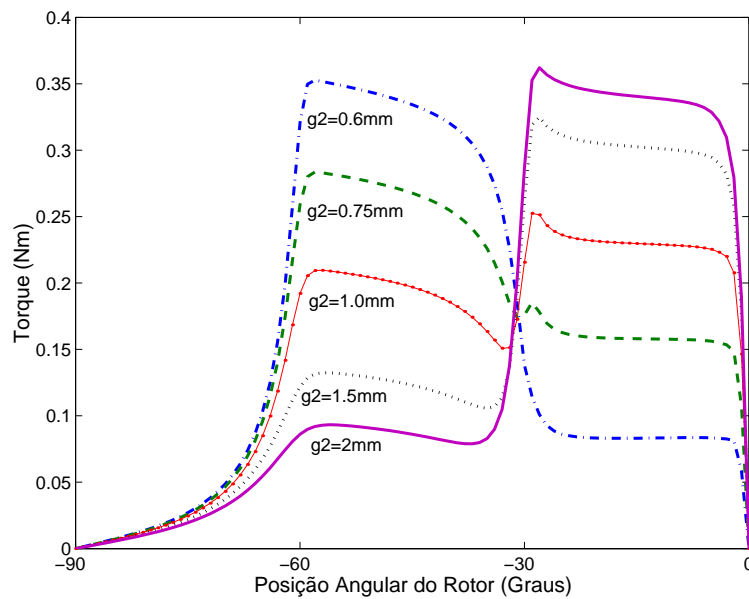


Figura 5.14: Torque de uma fase da geometria D para  $g_2$  assumindo valores entre 0,60mm e 2,00mm.

a mesma fase de alimentação). Uma desvantagem apresentada pela geometria D em relação à A é dada pelo menor valor do torque médio que a MRV é capaz de proporcionar. Isso pode ser visualizado através das figuras 5.15 e 5.16. Na figura 5.15 é apresentado o resultado para uma única fase alimentada. Já a figura 5.16 apresenta os resultados de torque estático e torque médio, considerando que ocorre a comutação das fases.

### 5.2.2 Variação da extensão do Entreferro da Máquina

Outro ponto importante a ser estudado é o comprimento do entreferro a ser utilizado na máquina. É comum encontrar na literatura técnica a seguinte frase: “O entreferro de uma máquina elétrica deve ser tão pequeno quanto possível, dependendo das limitações impostas pela aplicação pretendida”. O *flywheel* que será construído usará provavelmente três tipos de mancais magnéticos: um mancal supercondutor (passivo), um mancal magnético de ímãs permanentes (passivo) e um mancal eletromagnético (ativo). O mancal supercondutor apesar de ser um mancal axial, tem também a capacidade de operar como um mancal radial (devido ao aprisionamento de campo pelo supercondutor). O mancal magnético, composto somente por ímãs de terras raras em forma anelar, fornece estabilidade radial e precisa de

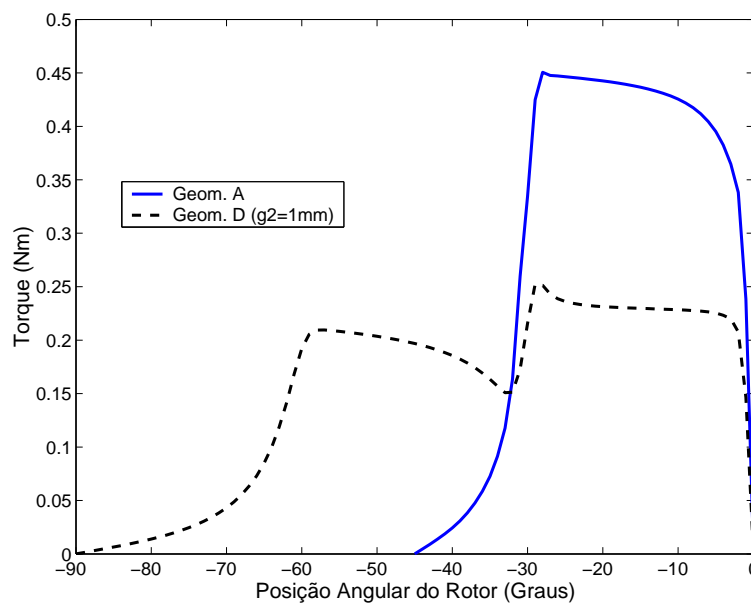


Figura 5.15: Comparação entre os torques da geometria A e D ( $g_2=1,0\text{mm}$ ), alimentando somente uma fase.

um ponto de apoio para que tenha uma região de equilíbrio estável. Nesse caso o mancal axial supercondutor será o ponto de equilíbrio estável. Finalmente o mancal eletromagnético, que auxiliará na estabilidade radial, necessita de um sensoramento para identificar o quanto o eixo está fora de sua posição de operação e, através de um controle em malha fechada, injeta um sinal que irá assentar o rotor em seu devido lugar.

Pelos fatos expostos acima, é possível concluir que entreferros maiores facilitam no controle da estabilidade radial do volante, diminuindo também a energia gasta no mancal ativo, apesar de prejudicar parcialmente a performance da máquina. Dessa forma pretende-se investigar o quanto o incremento na extensão do entreferro irá influir no desempenho da MRV.

### Variação do entreferro Mantendo a Corrente de Alimentação Constante

Para as simulações que serão apresentadas foi escolhida a geometria A e variou-se o entreferro, alterando para tal R3. Os seguintes valores de entreferro foram estudados: 0,5mm, 1,0mm, 1,5mm e 2,0mm. Na verdade o *gap* varia com o dobro desses valores, dado que existem 2 entreferros no total. Nas seções seguintes, para

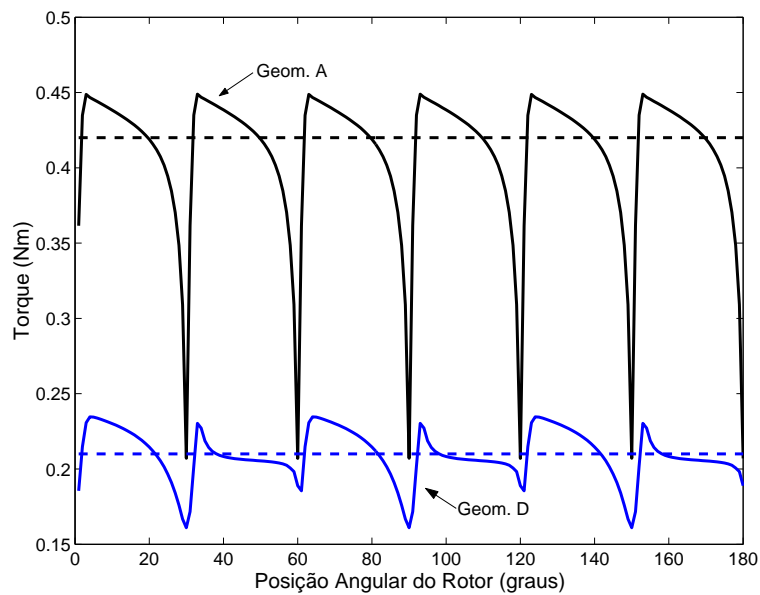


Figura 5.16: Torque das geometrias A e D ( $g_2=1,0\text{mm}$ ) e torque médio, considerando a comutação das fases.

efeito de simplificação, será apresentado o valor da extensão do *gap* em somente um dos pólos da MRV.

Para os casos simulados com a variação de  $g_1$ , a corrente elétrica que alimenta a fase é de 3 A.

A tabela 5.1 mostra os resultados de indutância e torque máximos, para máquinas com entreferos entre 0,5mm e 2,0mm. A terceira coluna mostra a razão entre a indutância máxima para  $g_1=0,5\text{mm}$  e a indutância máxima para o valor de  $g_1$  na respectiva linha. Na quinta coluna é realizado o mesmo procedimento para o torque. Com o aumento do entreferro, fica evidente que a indutância máxima da MRV sofrerá significativa redução e, conseqüentemente, o torque da máquina também será reduzido. A figura 5.17 mostra essa redução no valor da indutância máxima, devido ao acréscimo da extensão do entreferro.

Observa-se pela figura 5.18, que a aproximação realizada utilizando a equação 5.10 tem sua validade comprometida ao aumentar a extensão do entreferro. Já a curva de torque em função da extensão do entreferro apresenta um caráter praticamente linear, na qual o torque diminui na mesma proporção em que a extensão do *gap* aumenta, conforme mostra a figura 5.19, que apresenta a diminuição no torque causada pelo acréscimo no *gap*. Essa característica será de suma importância para a

$g_1$ (mm)	$L_{max}(mH)$	$\frac{L_{max}}{L_{max}(g_1=0,5mm)} \cdot 100$	$T_{max}$ (Nm)	$\frac{T_{max}}{T_{max}(g_1=0,5mm)} \cdot 100$
0,5	60,9	1	0,45	1
1,0	33,6	55,2%	0,22	47,6%
1,5	24,1	39,5%	0,14	31,3%
2,0	19,2	31,5%	0,10	22,2%

Tabela 5.1: Resultados para a variação do entreferro.

proxima análise, em que serão usados valores maiores para a corrente de alimentação, objetivando manter máquinas de diferentes entreferros operando com o mesmo torque.

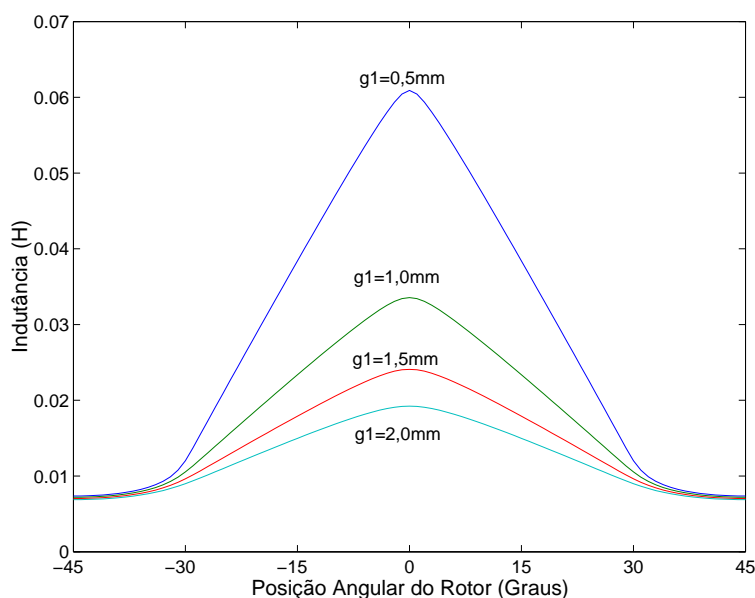


Figura 5.17: Comparação entre as curvas de indutância da geometria A para  $g_1$  variando de 0,5mm até 2,0mm.

### Varição do entreferro Mantendo o Torque Constante

Como descrito acima, deseja-se que máquinas com diferentes entreferros forneçam o mesmo torque, e para tal varia-se a corrente de alimentação da MRV. Para determinar o valor da corrente de alimentação que deveria alimentar a MRV, para uma dada extensão de  $g_1$ , utilizou-se a seguinte relação:

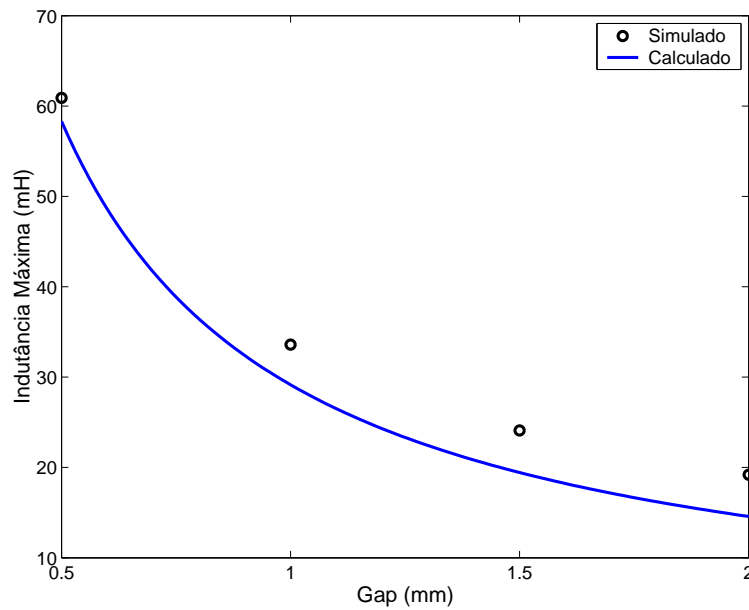


Figura 5.18: Valores de indutância máxima da geometria A para  $g_1$  variando de 0,5mm até 2,0mm. Curva calculada obtida a partir da equação 5.10.

$$I_{des.} = \left( (I_{g_1=0,5mm}^2) \cdot \frac{T_{g_1=0,5mm}(3A)}{T_{g_1}(3A)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.11)$$

onde,  $I_{des.}$  é a corrente elétrica desejada para obter um determinado torque de operação,  $I_{g_1=0,5mm}$  é a corrente aplicada à máquina com entreferro de 0,5mm,  $T_{g_1=0,5mm}(3A)$  é o torque fornecido pela MRV de  $gap$  0,5mm alimentado por uma corrente de 3A e  $T_{g_1}(3A)$  é o torque fornecido pela geometria estudada, quando essa opera alimentada com 3A.

Através da relação 5.11 e da tabela 5.1 foram encontrados os valores de corrente elétrica para alimentar as MRVs com diferentes entreferros. A figura 5.20 mostra o torque estático para a geometria A, para 4 extensões diferentes do entreferro, alimentadas cada qual com uma dada corrente elétrica, com a finalidade de manter o torque constante.

O resultado mostrado no gráfico da figura 5.20 é interessante pois mostra que quadruplicando-se a extensão do entreferro e alimentando a máquina com um pouco mais do dobro de corrente obtém-se o mesmo torque. Isso mostra que o aumento do entreferro não inviabiliza o funcionamento da MRV. O cuidado a ser tomado está no valor limite de corrente elétrica que a máquina é capaz de suportar (sem que seus enrolamentos sofram danos) e no valor da perda energética no cobre (que é

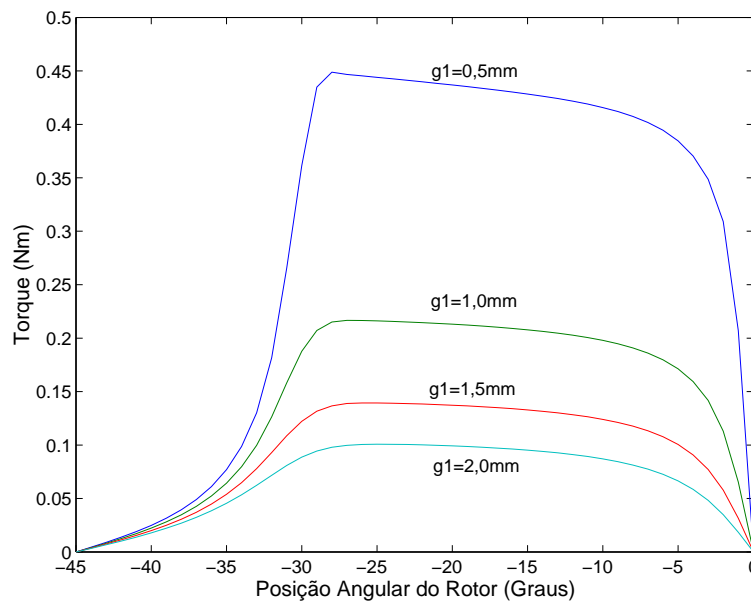


Figura 5.19: Comparação entre as curvas de torque da geometria A para  $g_1$  variando de 0,5mm até 2,0mm.

proporcional ao quadrado da corrente elétrica).

Deve ser realizado um estudo mais detalhado do acréscimo das perdas no cobre, em comparação com os benefícios para o controle do mancal eletromagnético ativo, com o objetivo de determinar qual o valor ideal do entreferro a ser utilizado. O ponto mais relevante nessa etapa é mostrar que o aumento do entreferro deve ser considerado como um ponto fundamental no projeto da MRV proposta e essa alteração não é tão prejudicial para o torque da máquina.

### 5.2.3 Propostas de novos materiais para a MRV

Nessa seção será proposto o uso de novos materiais ferromagnéticos para a construção da MRV, dando destaque para o material amorfo. O material amorfo usado é o 2605CO, fabricado pela Metglas e suas principais características são: lâminas finíssimas ( $22 \cdot 10^{-6}m$ ), altíssima permeabilidade magnética na região não saturada, curva de magnetização ( $B \times H$ ) retangular (joelho com inclinação de quase  $90^\circ$ ) com saturação para valores de indução magnética próximos de 1 Tesla.

Essas características tornam esse material atrativo para uso em circuitos mag-

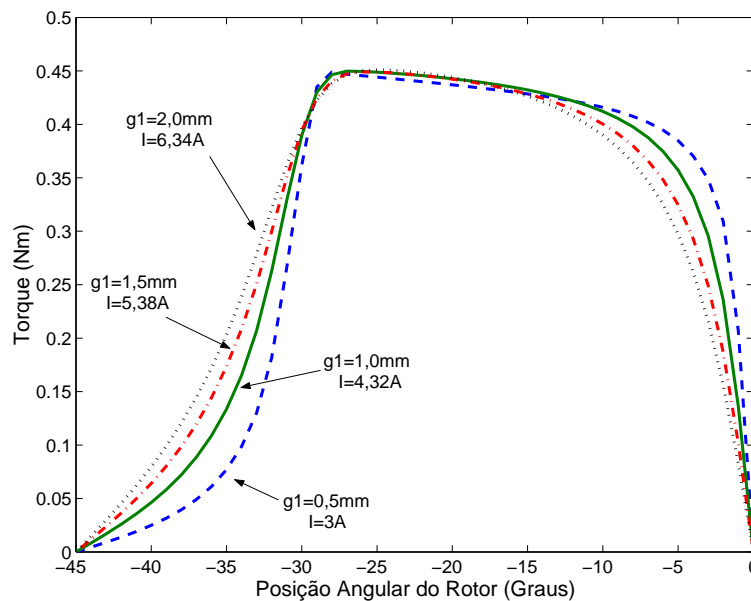


Figura 5.20: Curvas de torque da geometria A para  $g_1$  variando de 0,5mm até 2,0mm, para diferentes correntes de alimentação.

néticos devido às suas baixas perdas energéticas no ferro, principalmente quando é desejado operar em altas frequências. Deve ser comentado que esse tipo de material apresenta baixa resistência mecânica, fator que inviabiliza a sua aplicação às partes móveis da máquina. Outro problema do material amorfo consiste na sua temperatura de operação, que não pode ser muito superior a  $100^{\circ}\text{C}$ , possibilitando a perda irreversível de suas propriedades magnéticas. Esse último problema dificultaria também o corte da lâmina para construir a máquina, na qual técnicas sofisticadas tornariam-se necessárias para o corte, elevando o custo.

Outro material que deve ser também considerado é o Permendur, que apresentou bons resultados nos trabalhos de MacMinn e Jones [24] e Ferreira *et al.* [25]. Apesar do Permendur ser um material indicado para a aplicação em altas frequências, seu estudo não será considerado nessa dissertação.

O principal objetivo de simular esse material amorfo é mostrar como o uso de outros materiais ferromagnéticos, influenciaria na performance da máquina, principalmente quanto às perdas no ferro. As figuras 5.21 e 5.22 mostram, respectivamente, os resultados de indutância e torque para a MRV da geometria A, simulada com materiais amorfos para correntes elétricas de 1 a 10A.



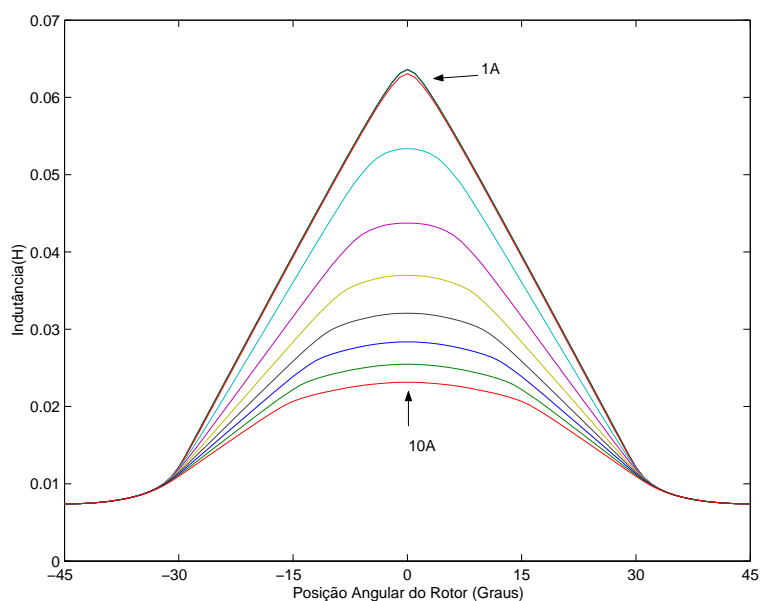


Figura 5.21: Curvas de Indutância para a geometria A simulada com material amorfo.

Comparando os resultados de indutância das figuras 5.21 e 5.4 observa-se que o material amorfo seria indicado apenas para operação em baixas correntes elétricas, devido a alta saturação do circuito magnético, essa que se torna ainda mais intensa no caso do material amorfo para correntes de maior magnitudes. Esses efeitos podem se visualizados com a redução do valor do torque (para uma mesma corrente elétrica) para uma fase, como pode ser observado comparando os resultados das figuras 5.22 e 5.3.

## 5.3 Estudo das Perdas Energéticas no Circuito Magnético

### 5.3.1 Implementação do cálculo das perdas na MRV pelo MEF

Para efetuar o cálculo das perdas no ferro, foram realizadas simulações computacionais com o Método de Elementos Finitos (MEF), através do uso do programa ANSYS. As simulações realizadas foram magnetostáticas, sendo que os valores das

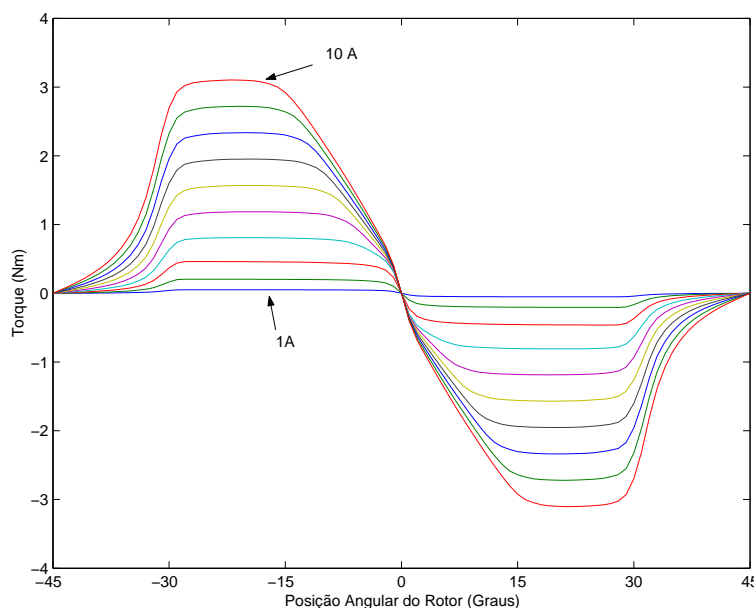


Figura 5.22: Curvas de Indutância para a geometria A simulada com material amorfo.

componentes radiais e azimutais da indução magnética para cada elemento da malha e para cada posição angular do rotor foram armazenados em uma tabela. A variação da indução magnética com o tempo foi determinada posteriormente, a partir da velocidade angular imposta para a operação da máquina. Nas simulações realizadas todas as fases da MRV podiam ser excitadas independentemente. Cada uma das fases era alimentada com corrente contínua, e a posição angular do rotor era deslocada na direção de torque positivo para a respectiva fase que estava em operação. A comutação da alimentação, entre uma fase e a fase seguinte, ocorria quando a fase alimentada estava na iminência de chegar à posição alinhada (que é a posição de torque nulo e indutância máxima). Neste instante, a alimentação desta fase era interrompida e a próxima fase passava a ser alimentada, não havendo sobreposição na excitação das fases. Figura 5.23 ilustra a alimentação aplicada às fases e a indutância própria de cada uma fase, em função da posição angular do rotor.

Os cálculos de perdas no ferro foram realizados efetuando-se a decomposição harmônica da forma de onda da indução magnética, para cada elemento da máquina, em uma série de Fourier. A Figura 5.24 ilustra a forma de onda obtida para a componente radial da indução magnética em um elemento da máquina e a sua reprodução através dos coeficientes encontrados para uma série de Fourier truncada

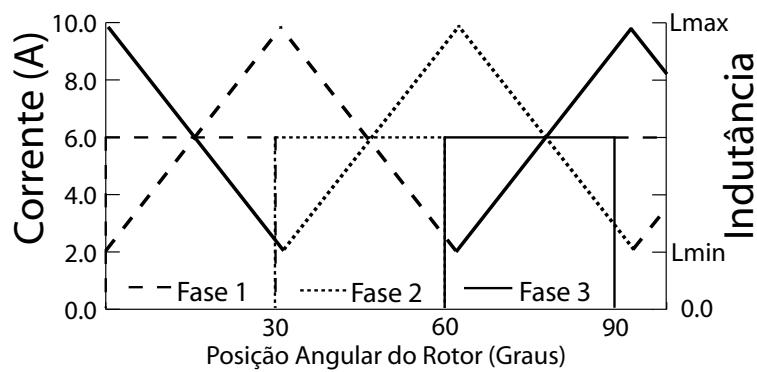


Figura 5.23: Esquema para a alimentação das fases da MRV.

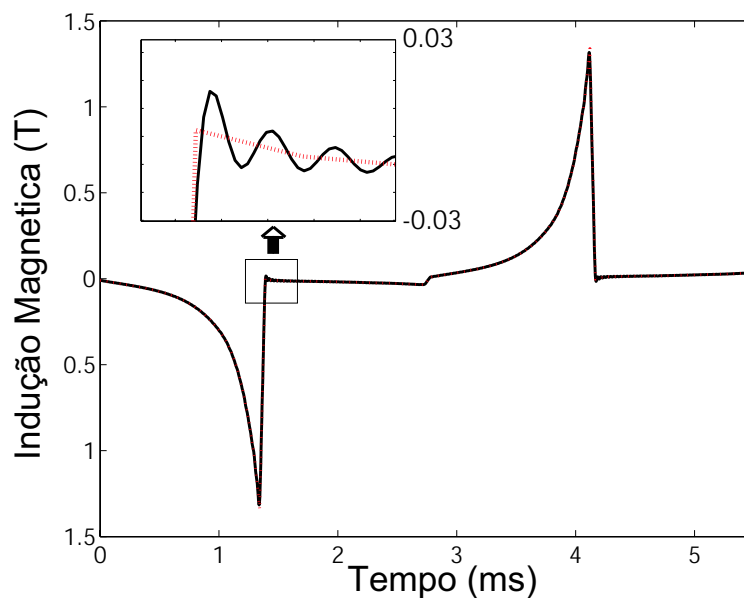


Figura 5.24: Forma de onda para a indução magnética e a reconstrução da mesma em uma série de Fourier com 200 harmônicos.

no harmônico ducentésimo. Esta figura mostra que a aproximação para tal harmônico é bastante razoável. As amplitudes das componentes de uma série de Fourier para indução magnética foram multiplicadas pelas suas respectivas frequências, aplicando para tal as equações 4.10 e 4.12. O valor total para a densidade de perda (em W/kg) em um elemento da malha é dado pela soma das perdas por histerese e por corrente parasitas, calculadas para cada componente harmônica. Para encontrar a perda total, foi feito o somatório dos produtos da perda por unidade de massa pela respectiva massa de cada elemento. O programa para o cálculo das perdas no ferro no MATLAB (para o cálculo das perdas no Fe-Si), encontra-se no Apêndice B.

A Figura 5.25 mostra o ângulo de referência que foi adotado, e quatro regiões des-

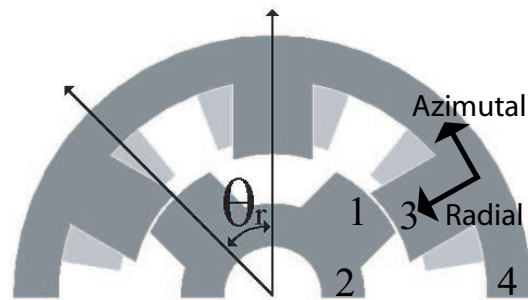


Figura 5.25: Ângulo de referência e regiões destacadas para análise.

tacadas, onde pretende-se dar um enfoque aos seus respectivos valores de densidade de fluxo magnético, que estão decompostos em componentes radiais e azimutais. Observando a Figura 5.26, as regiões 1 e 3 apresentam valores elevados para os fluxos na direção azimutal devido aos elementos selecionados estarem bem próximos da região externa dos pólos. Já as regiões 2 e 4 apresentam praticamente somente fluxo na direção azimutal, como era de se esperar.

### 5.3.2 Cálculo das perdas no ferro para investigação de melhorias no projeto de uma MRV.

**Aplicação: geometrias A e B, materiais ferromagnéticos e variação da velocidade.**

No capítulo 4, investigaram-se as causas e a modelagem das perdas de energia no circuito magnético da MRV. Nessa seção será apresentado um estudo dessas perdas pelo MEF com objetivo de investigar melhores geometrias e materiais ferromagnéticos para a MRV. Como as perdas anômalas representam somente uma pequena fração das perdas totais [40], essa componente não será considerada na presente análise, já que sua ausência não compromete a acurácia dos resultados. Então, serão consideradas apenas as componentes de perdas por corrente parasita e histerese, calculadas aqui a partir das relações 4.10 e 4.12, respectivamente.

As próximas tabelas mostram os resultados encontrados para as perdas no ferro, para três geometrias distintas, dois tipos de materiais constituintes do circuito magnético, dois valores de velocidade angular e variação na corrente de alimentação

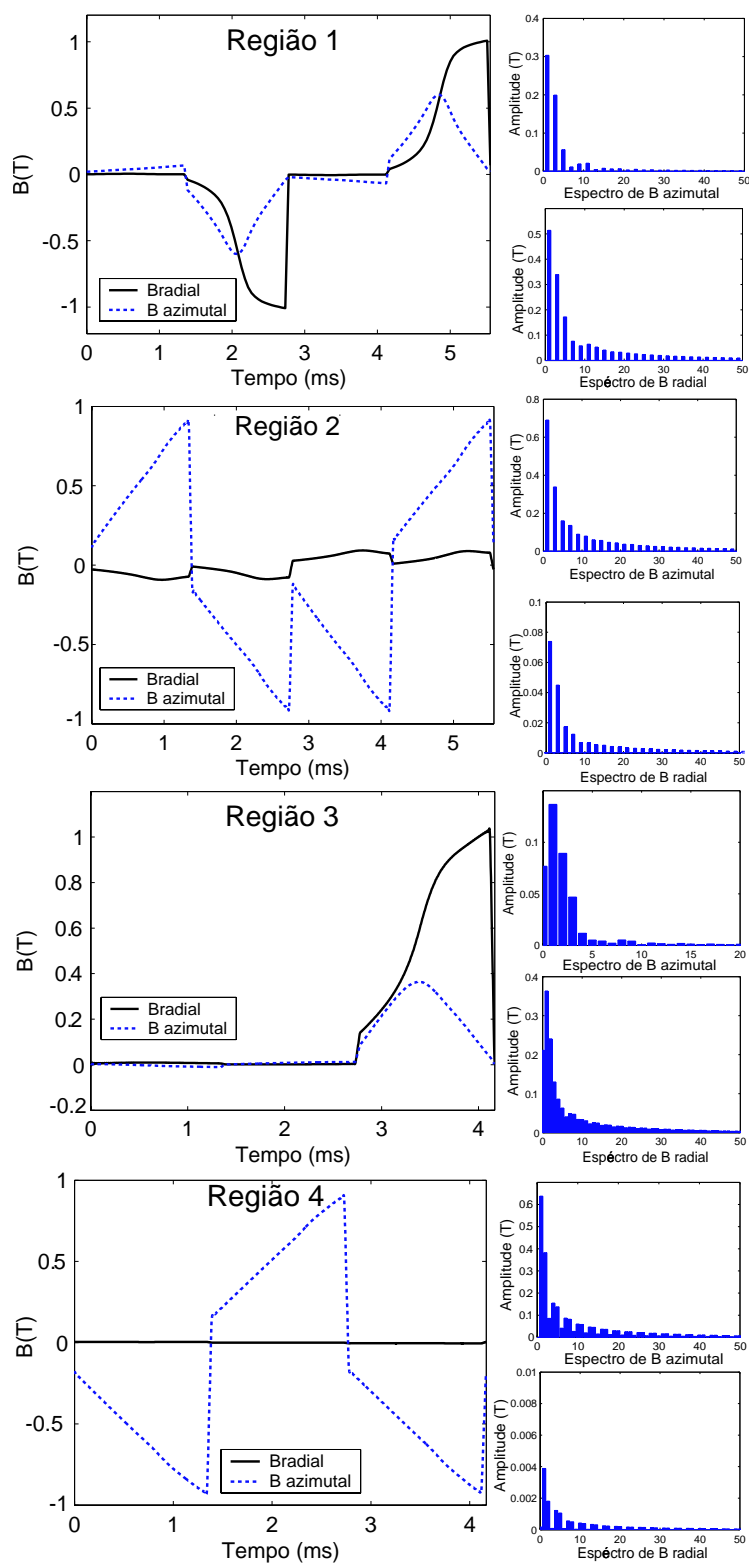


Figura 5.26: Componentes radiais e azimutais para indução magnética em quatro regiões destacadas, conforme Figura 5.25

da máquina. Para todos os resultados apresentados nas tabelas (inclusive o torque médio), considera-se que a máquina foi alimentada da forma descrita na seção 5.3.1.

Procurou-se decompor as perdas para facilitar a identificação da região em que ocorrem com maior concentração. As legendas das tabelas podem ser identificadas por: I $\Rightarrow$  Corrente Elétrica.

$P_{h.e} \Rightarrow$  Perda por histerese no estator.

$P_{h.r} \Rightarrow$  Perda por histerese no rotor.

$P_h \Rightarrow$  Perda total por histerese, onde  $P_h = P_{h.r} + P_{h.e}$ .

$P_{c.e} \Rightarrow$  Perda por corrente parasita no estator.

$P_{c.r} \Rightarrow$  Perda por corrente parasita no rotor.

$P_c \Rightarrow$  Perda por corrente parasita, onde  $P_c = P_{c.r} + P_{c.e}$ .

$P_{t.e} \Rightarrow$  Perda total no estator, onde  $P_{t.e} = P_{h.e} + P_{c.e}$ .

$P_{t.r} \Rightarrow$  Perda total no rotor, onde  $P_{t.r} = P_{h.r} + P_{c.r}$ .

$P_t \Rightarrow$  Perda total na máquina, onde  $P_t = P_h + P_c = P_{t.e} + P_{t.r}$ .

$\tau_{med.} \Rightarrow$  Torque médio.

$P_{ot} \Rightarrow$  Potência da máquina.

Como descrito anteriormente, as perdas de energia de forma mecânica são mínimas. Sendo assim, o torque eletromagnético será praticamente igual ao torque mecânico e a potência total será dada pelo produto desse torque pela velocidade angular de operação determinada para a máquina. A última coluna das tabelas abaixo apresenta a razão entre a perda total no circuito magnético e a potência da máquina, fornecendo o percentual de perda energética no ferro.

A alimentação das fases será dada conforme ilustrado na figura 5.23, na qual considera-se a corrente de alimentação como constante para cada fase. É importante ressaltar que essa não é uma boa aproximação para a máquina operando em alta velocidade. Através das próximas tabelas (5.2, 5.3, 5.4 e 5.5), que apresentam resultados para corrente elétrica entre 1 e 10 Ampères, é possível observar que ocorre menor perda percentual de energia no ferro para maiores magnitudes de corrente. Dessa forma, correntes de grande magnitude possuem pequenas perdas percentuais no ferro. É relevante destacar que as perdas no cobre não estão sendo consideradas, e que essas variam com o quadrado da corrente elétrica ( $P = RI^2$ ). Sintetizando,

elevados valores de corrente elétrica provocam grandes perdas energéticas no cobre. Para ilustrar essa situação, uma elevação na corrente para um valor 10 vezes maior, provocará uma perda no cobre 100 vezes maior, isso sem considerar variações na temperatura do cobre que elevariam sua resistividade elétrica.

Como a frequência da indução magnética no estator é superior a do rotor, as perdas de energia no estator são sempre superiores às do rotor, como mostrado nas tabelas 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5.

I(A)	$P_{h,e}$ (W)	$P_{h,r}$ (W)	$P_h$ (W)	$P_{c,e}$ (W)	$P_{c,r}$ (W)	$P_c$ (W)	$P_{t,e}$ (W)	$P_{t,r}$ (W)	$P_t$ (W)	$\tau_{med.}$ (Nm)	$P_{ot.}$ (W)	$\frac{100 \cdot P_t}{P_{ot.}}$
1.0	0.08	0.03	0.11	1.97	0.65	2.62	2.05	0.67	2.72	0.05	8.69	31.34%
2.0	0.41	0.15	0.57	8.05	2.64	10.69	8.46	2.79	11.26	0.18	34.87	32.29%
3.0	1.10	0.41	1.50	18.38	6.00	24.38	19.47	6.41	25.88	0.42	78.65	32.91%
4.0	2.13	0.78	2.92	31.82	10.33	42.16	33.96	11.12	45.08	0.74	139.61	32.29%
5.0	3.04	1.13	4.17	40.48	13.22	53.70	43.52	14.35	57.87	1.13	213.19	27.15%
6.0	3.57	1.35	4.92	44.45	14.66	59.10	48.01	16.01	64.02	1.55	292.20	21.91%
7.0	3.97	1.53	5.50	47.47	15.81	63.29	51.44	17.34	68.78	1.99	374.69	18.36%
8.0	4.28	1.68	5.96	49.69	16.73	66.42	53.97	18.41	72.38	2.44	460.37	15.72%
9.0	4.52	1.81	6.33	51.05	17.41	68.46	55.57	19.21	74.78	2.91	548.84	13.63%
10.0	4.72	1.92	6.64	52.21	18.02	70.24	56.94	19.94	76.88	3.39	639.87	12.01%

Tabela 5.2: Perdas no ferro para a geometria A e material Ferro-Silício, operando numa velocidade de 1800rpm.



I(A)	$P_{h,e}$ (W)	$P_{h,r}$ (W)	$P_h$ (W)	$P_{c,e}$ (W)	$P_{c,r}$ (W)	$P_c$ (W)	$P_{t,e}$ (W)	$P_{t,r}$ (W)	$P_t$ (W)	$\tau_{med.}$ (Nm)	$P_{ot.}$ (W)	$\frac{100 \cdot P_t}{P_{ot.}}$
1.0	0.13	0.07	0.20	3.25	1.49	4.74	3.38	1.56	4.94	0.07	13.43	36.79%
2.0	0.69	0.36	1.05	13.35	6.11	19.46	14.04	6.46	20.51	0.29	54.07	37.93%
3.0	1.82	0.93	2.75	30.10	13.59	43.69	31.92	14.52	46.44	0.65	122.07	38.05%
4.0	2.97	1.59	4.56	42.21	19.31	61.52	45.18	20.90	66.08	1.13	212.40	31.11%
5.0	3.45	2.03	5.49	46.29	21.90	68.18	49.74	23.93	73.67	1.66	312.34	23.59%
6.0	3.64	2.37	6.01	49.38	24.22	73.60	53.02	26.59	79.61	2.21	417.08	19.09%
7.0	3.78	2.69	6.46	52.36	26.57	78.93	56.14	29.26	85.40	2.79	526.35	16.22%
8.0	3.88	3.00	6.88	55.06	28.84	83.90	58.94	31.84	90.78	3.39	639.80	14.19%
9.0	3.97	3.30	7.27	57.44	31.00	88.44	61.41	34.30	95.71	4.02	756.91	12.64%
10.0	4.04	3.60	7.63	59.27	32.96	92.23	63.30	36.56	99.86	4.65	877.30	11.38%

Tabela 5.3: Perdas no ferro para a geometria B e material Ferro-Silício, operando numa velocidade de 1800rpm.

I(A)	$P_{h,e}$ (W)	$P_{h,r}$ (W)	$P_h$ (W)	$P_{c,e}$ (W)	$P_{c,r}$ (W)	$P_c$ (W)	$P_{t,e}$ (W)	$P_{t,r}$ (W)	$P_t$ (W)	$\tau_{med.}$ (Nm)	$P_{ot.}$ (W)	$\frac{100 \cdot P_t}{P_{ot.}}$
1.0	0.39	0.13	0.52	1.4E-03	4.7E-04	1.9E-03	0.39	0.13	0.52	0.05	9.68	5.37%
2.0	1.16	0.37	1.53	5.7E-03	1.9E-03	7.6E-03	1.16	0.37	1.53	0.21	38.72	3.96%
3.0	2.17	0.69	2.86	1.3E-02	4.2E-03	1.7E-02	2.18	0.70	2.88	0.46	86.96	3.31%
4.0	2.65	0.85	3.49	1.6E-02	5.3E-03	2.1E-02	2.66	0.85	3.51	0.81	152.49	2.30%
5.0	2.65	0.86	3.51	1.6E-02	5.4E-03	2.1E-02	2.66	0.86	3.53	1.19	223.61	1.58%
6.0	2.61	0.86	3.47	1.5E-02	5.4E-03	2.1E-02	2.63	0.87	3.50	1.57	295.76	1.18%
7.0	2.59	0.86	3.45	1.5E-02	5.4E-03	2.1E-02	2.60	0.87	3.47	1.95	367.95	0.94%
8.0	2.56	0.84	3.40	1.5E-02	5.2E-03	2.0E-02	2.57	0.85	3.42	2.34	440.32	0.78%
9.0	2.65	0.85	3.50	1.6E-02	5.3E-03	2.2E-02	2.66	0.85	3.52	2.72	512.75	0.69%
10.0	2.61	0.85	3.46	1.6E-02	5.5E-03	2.1E-02	2.62	0.86	3.48	3.10	585.01	0.59%

Tabela 5.4: Perdas no ferro para a geometria A e material Amorfo, operando numa velocidade de 1800rpm.

I(A)	$P_{h,e}$ (W)	$P_{h,r}$ (W)	$P_h$ (W)	$P_{c,e}$ (W)	$P_{c,r}$ (W)	$P_c$ (W)	$P_{t,e}$ (W)	$P_{t,r}$ (W)	$P_t$ (W)	$\tau_{med.}$ (Nm)	$P_{ot.}$ (W)	$\frac{100 \cdot P_t}{P_{ot.}}$
1.0	0.16	0.06	0.22	8.23	2.71	10.46	8.39	2.76	10.68	0.05	17.39	61.43%
2.0	0.83	0.31	1.13	32.19	10.57	42.76	33.02	10.87	43.89	0.18	69.73	62.94%
3.0	2.19	0.81	3.00	73.51	24.01	97.52	75.70	24.82	100.52	0.42	157.30	63.90%
4.0	4.26	1.57	5.83	127.30	41.33	168.63	131.56	42.90	174.47	0.74	279.22	62.48%
5.0	6.08	2.26	8.34	161.92	52.89	214.81	168.00	55.15	223.15	1.13	426.37	52.34%
6.0	7.14	2.70	9.84	177.78	58.63	236.42	184.92	61.33	246.26	1.55	584.40	42.14%
7.0	7.94	3.06	10.99	189.89	63.26	253.15	197.83	66.32	264.15	1.99	749.38	35.25%
8.0	8.56	3.36	11.93	198.75	66.93	265.69	207.32	70.29	277.61	2.44	920.73	30.15%
9.0	9.04	3.61	12.66	204.20	69.62	273.82	213.24	73.23	286.48	2.91	1097.68	26.10%
10.0	9.45	3.84	13.28	208.85	72.09	280.95	218.30	75.93	294.23	3.39	1279.75	22.99%

Tabela 5.5: Perdas no ferro para a geometria A e material Ferro-Silício, operando numa velocidade de 3600rpm.

Para o caso da máquina composta por Fe-Si, as perdas por corrente parasita são responsáveis pela maior parte das perdas no ferro, como mostram as tabelas 5.2, 5.3 e 5.5. Já no caso do material amorfo (tabela 5.4), as perdas por corrente parasita são menores que aquelas causadas pela histerese. O motivo para que isso ocorra é o fato do material amorfo possuir lâminas muito finas e alta resistividade elétrica, reduzindo abruptamente as perdas por correntes parasitas.

Realizando os cálculos de perda para dois valores de velocidade (1800rpm e 3600rpm), observa-se um aumento significativo na perda percentual de energia da máquina, conforme mostram as tabelas 5.2 e 5.5. Esse aumento já era esperado, devido à frequência da indução magnética na simulação de 3600rpm ter o dobro do valor do caso de 1800rpm. A componente de perda por corrente parasita é a principal responsável pelo acréscimo das perdas, dado que essa componente depende do quadrado da frequência da indução magnética.

Na figura 5.27, é apresentado o gráfico da razão entre a potência total fornecida pela MRV e sua respectiva perda no ferro, em função da corrente de alimentação da máquina. Nessa figura mostram-se as informações já apresentadas na última coluna das tabelas 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5. É interessante observar que a geometria B apresenta maior perda no ferro percentual para baixas correntes que a geometria A e para correntes de valores intermediários (entre 4 e 9 Ampères) essas perdas percentuais no ferro da geometria B ficam inferiores às apresentadas pela geometria A. Já para correntes elétricas próximas de 10 Ampères, a perda percentual das duas geometrias é praticamente a mesma.

#### **Aplicação: geometria D e variação do entreferro.**

A MRV com menor número de pólos apresenta menor frequência para a indução magnética, para uma mesma velocidade de operação, que ocorre em virtude do aumento do passo polar da máquina. Com a redução da frequência da indução magnética, deve ocorrer redução nas perdas no ferro. Essa confirmação é apresentada pela tabela 5.6, que mostra as perdas no ferro para as geometrias A e D, operando numa corrente elétrica de 3 Ampères e velocidade de 1800 rpm.

Como é esperado que a variação do entreferro diminua o fluxo magnético, é rele-

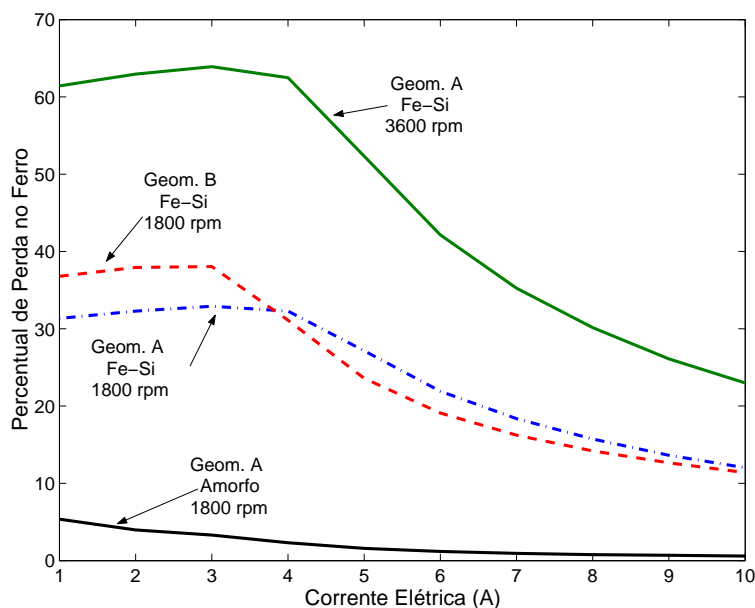


Figura 5.27: Gráfico da razão entre as perdas no ferro e potência total fornecida pela MRV, em função da corrente de alimentação da máquina, para o Fe-Si e o material Amorfo.

vante investigar a perda no ferro para os casos de diferentes extensões no entreferro. A tabela 5.7 apresenta os resultados de perda no ferro para diferentes extensões no *gap*, para corrente de alimentação de 3 Ampères e corrente de alimentação que forneça um torque próximo de 0,42Nm.

É possível observar que as máquinas com maiores extensões do entreferro apresentam pequena variação no percentual de perda no ferro, mesmo quando a máquina sofre um aumento significativo na corrente de alimentação. Para ilustrar melhor essa situação, apresenta-se o gráfico da figura 5.28 com as informações referentes à última coluna da tabela 5.7. Esse resultado ocorre devido ao valor do percentual de perda no ferro sofrer uma redução para uma certa faixa de correntes elétricas, como comentado anteriormente.

Para facilitar a compreensão dos resultados da tabela 5.7, será feita uma análise comparando  $g_1 = 0,5\text{mm}$  e  $g_1 = 2,0\text{mm}$  (1ª, 6ª e 7ª linhas da tabela). Quadruplicando a extensão do entreferro e preservando a corrente elétrica, o torque médio fica 4,7 vezes menor, as perdas percentuais no ferro ficam 3,5 vezes menores e a perda no cobre permanece a mesma. Para o caso de quadruplicar o entreferro e elevar a corrente de alimentação para 6,3A, o torque permanece praticamente o mesmo, as

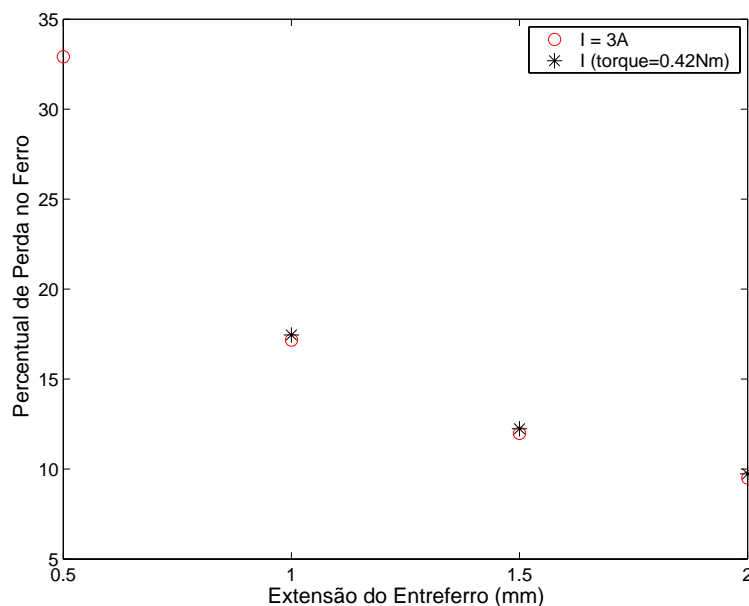


Figura 5.28: Gráfico da Perda no Ferro percentual em função da extensão do entreferro, para correntes de 3A e correntes que forneçam um torque próximo de 0,42Nm.

perdas percentuais no ferro ficam 3,4 vezes menores e as perdas no cobre ficam 4,4 vezes maiores. Se por outro lado a máquina com  $g_1=0,5\text{mm}$  fosse agora alimentada com 6A, seu torque médio seria de 1,55Nm (3,7 vezes maior), seu percentual de perda no ferro seria 21,91% e sua perda no cobre seria 4 vezes maior.

A redução do percentual de perda no ferro para maiores extensões do entreferro é acompanhada de acréscimo das perdas no cobre, isso para manter a máquina operando na mesma potência. Essa análise confirma que a extensão do entreferro deve ser cuidadosamente estudada, pois vários fatores são envolvidos. O grande problema quanto ao aumento do entreferro está no acréscimo da perda no cobre, que varia com o quadrado da corrente elétrica, limitando a extensão do *gap*.

Geom.	I(A)	$P_{h,e}$ (W)	$P_{h,r}$ (W)	$P_h$ (W)	$P_{c,e}$ (W)	$P_{c,r}$ (W)	$P_c$ (W)	$P_{t,e}$ (W)	$P_{t,r}$ (W)	$P_t$ (W)	$\tau_{med.}$ (Nm)	$P_{ot.}$ (W)	$\frac{100 \cdot P_t}{P_{ot.}}$
A	3.0	1.10	0.41	1.50	18.38	6.00	24.38	19.47	6.41	25.88	0.42	78.65	32.91%
D	3.0	0.58	0.10	0.69	8.94	1.85	10.80	9.52	1.96	11.48	0.21	39.51	29.07%

Tabela 5.6: Perdas no ferro para as geometrias A ( $g_1=0,5\text{mm}$ ) e D ( $g_1=0,5\text{mm}$  e  $g_2=0,9\text{mm}$ ) com Ferro Silício, operando numa velocidade de 1800rpm.

g1(mm)	I(A)	$P_{h,e}$ (W)	$P_{h,r}$ (W)	$P_h$ (W)	$P_{c,e}$ (W)	$P_{c,r}$ (W)	$P_c$ (W)	$P_{t,e}$ (W)	$P_{t,r}$ (W)	$P_t$ (W)	$\tau_{med.}$ (Nm)	$P_{ot.}$ (W)	$\frac{100 \cdot P_t}{P_{ot.}}$
0.5	3.0	1.10	0.41	1.50	18.38	6.00	24.38	19.47	6.41	25.88	0.42	78.65	32.91%
1.0	3.0	0.23	0.08	0.31	4.52	1.52	6.04	4.75	1.61	6.35	0.20	37.00	17.17%
1.5	4.3	0.54	0.20	0.75	9.49	3.20	12.69	10.03	3.40	13.43	0.41	76.96	17.45%
2.0	3.0	0.09	0.03	0.13	1.99	0.68	2.67	2.08	0.71	2.79	0.12	23.30	11.98%
	5.4	0.37	0.14	0.51	6.48	2.21	8.70	6.85	2.35	9.20	0.40	75.16	12.24%
	3.0	0.05	0.02	0.07	1.12	0.38	1.50	1.17	0.40	1.57	0.09	16.50	9.50%
	6.3	0.29	0.11	0.40	5.06	1.73	6.79	5.35	1.84	7.19	0.39	73.88	9.73%

Tabela 5.7: Perdas no ferro para a geometria A, material Ferro-Silício, com diferentes *gaps* e operando numa velocidade de 1800rpm.

### Densidade de perda no ferro

Como comentado na seção 5.3.1, a perda no ferro é calculada para cada elemento da malha no MEF. As perdas totais mostradas na seção anterior são resultado de um somatório referente às perdas por unidade de massa em cada elemento, multiplicados pela respectiva massa desses elementos. Se for desenhado um gráfico na geometria com essas perdas por unidade de massa, é possível observar a região de maior densidade de perda energética, que é dada em W/kg. Nas Figuras 5.29, 5.30 e 5.31 tem-se os gráficos de densidade de perda no ferro para as Máquinas de Relutância Variável, das geometrias A, B e D, respectivamente, para uma corrente de alimentação de 3A e uma velocidade de 3600rpm. As regiões em vermelho são correspondentes aos locais onde a densidade de perda é maior. A importância desse resultado está na visualização das regiões em que as perdas se concentram. Caso essas regiões ocupem um volume muito grande, é sinal que a máquina está operando extremamente saturada, provocando um excesso de perda no ferro. Isso possibilita que sejam investigadas alterações no projeto da máquina para melhorar a performance da MRV. A figura 5.29 mostra que para a alimentação imposta (3A) a máquina opera com concentração de saturação apenas em algumas regiões, como por exemplo nos locais aonde os fluxos magnéticos são somados, os “cantos” dos pólos do rotor e do estator. A figura 5.30 mostra que ocorre uma grande saturação na região da coroa do estator. O motivo para que isso ocorra na geometria B é devido a área dessa região ser inferior a área dos pólos do rotor e estator e como todo o fluxo que passa pelos pólos passará também pela região da coroa, essa ficará bem mais saturada. Outro motivo é que a frequência da indução magnética na coroa é maior que a frequência nos pólos do rotor e estator. A figura 5.31 mostra que a perda energética na geometria D (principalmente no pólo do rotor) está muito mais distribuída que na geometria A.



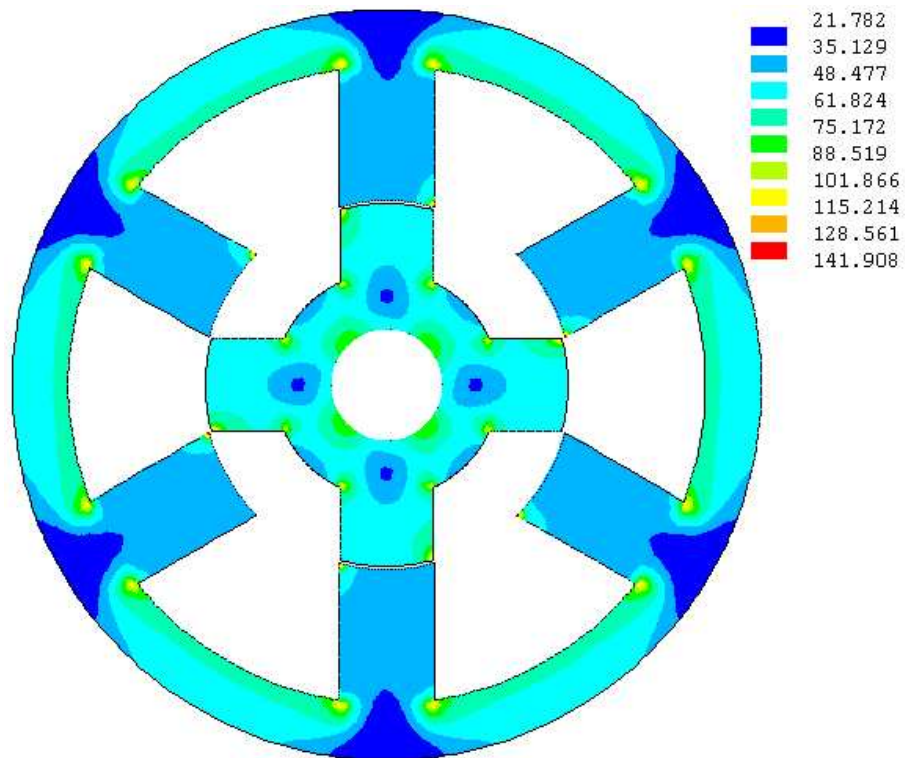


Figura 5.29: Densidade de perda energética para a geometria A ( $I=3A$ ), em W/kg.

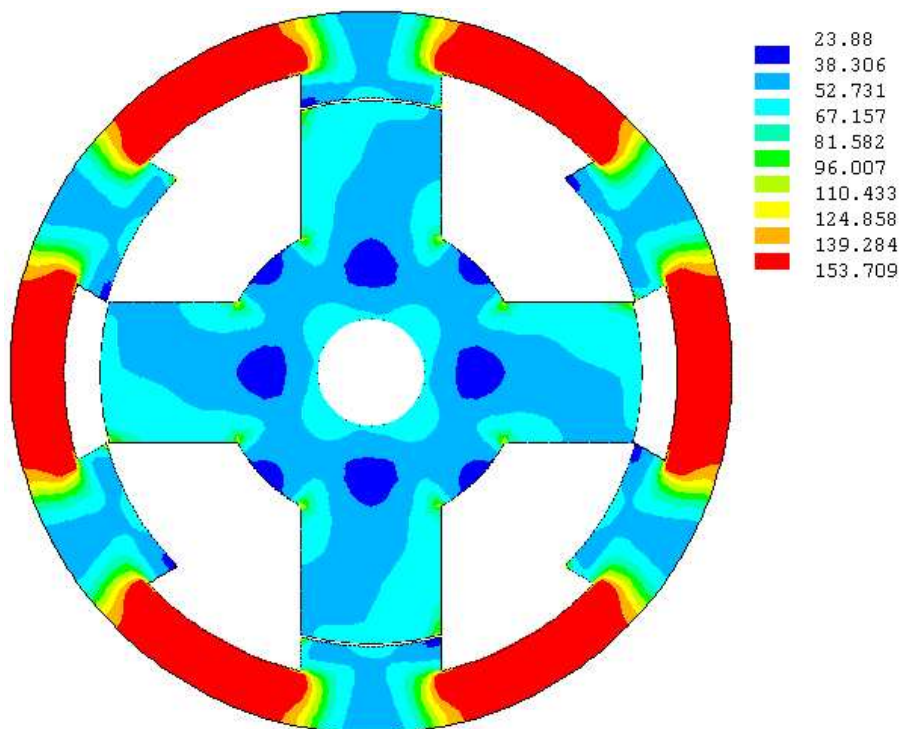


Figura 5.30: Densidade de perda energética para a geometria B ( $I=3A$ ), em W/kg.

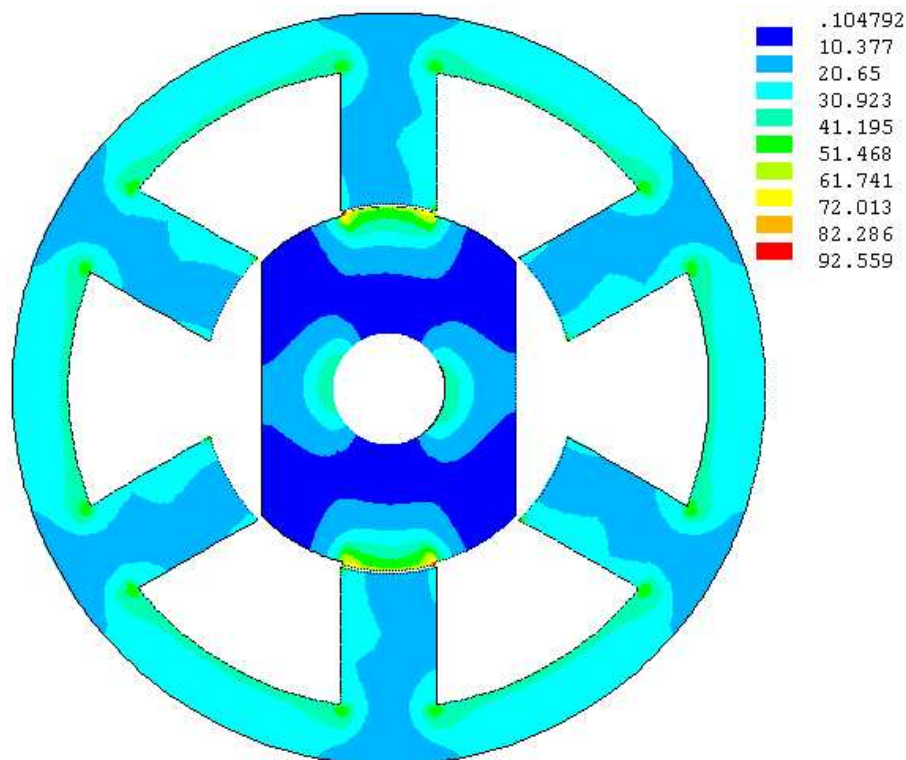


Figura 5.31: Densidade de perda energética para a geometria D ( $I=3A$ ), em W/kg.

## 5.4 Sumário do Capítulo

Nesse capítulo foram apresentados os resultados de torque, indutância e perda no ferro, encontrados a partir do MEF para a Máquina de Relutância Variável. Primeiramente os resultados do MEF são confirmados por medidas em um protótipo. Posteriormente, foram estudadas diferentes geometrias e dois tipos de materiais ferromagnéticos com o objetivo de encontrar resultados que confirmem a melhora do desempenho da máquina, e possibilitem sua aplicação para altas velocidades. Foi realizada uma análise sobre a influência da variação da extensão do entreferro da MRV, devido às necessidades práticas do projeto proposto para o *flywheel*.

## Capítulo 6

# Resultados das Simulações Dinâmicas para a MRV

Nesse capítulo são apresentadas as simulações dinâmicas das máquinas descritas no capítulo 5. Isso é feito objetivando complementar o estudo das Máquinas de Relutância Variável. Numa primeira etapa, descreve-se o modelo utilizado para realizar as simulações. Posteriormente, são apresentados diversos resultados das simulações dinâmicas realizadas que permitem chegar às conclusões das características mais adequadas para MRV utilizada na implementação do *flywheel*.

## 6.1 Modelo usado para a simulação dinâmica da MRV

Na seção 2.2 apresentou-se uma modelagem matemática para a MRV, cujas equações podem ser escritas sobre a forma de diagrama de blocos. Para resolução das equações diferenciais da seção 2.2, é utilizado o programa Simulink (MATLAB). O modelo proposto para a simulação dinâmica foi desenvolvido pelo professor José Luiz Neto (Departamento de Engenharia Elétrica - UFRJ) e foi gentilmente cedido para ser utilizado nessa dissertação. Outros modelos de simulação de relativa simplicidade também podem ser usados, fornecendo bons resultados para a MRV [42].

Para realizar a simulação é necessário o uso de duas tabelas com informações referentes à máquina simulada. A primeira tabela utilizada possui a informação do torque em função da corrente elétrica e da posição angular do rotor. Já a segunda tabela, é composta pela corrente elétrica em função da posição angular e do fluxo enlaçado. Essas tabelas podem ser obtidas basicamente de duas formas: através de ensaios com a máquina ou realizando simulações com o MEF para a máquina. No caso dessa dissertação, essas tabelas foram obtidas pelo MEF.

A tabela de torque foi obtida diretamente pelo ANSYS, através do Tensor de Maxwell, cujo procedimento de cálculo foi apresentado nas seções 3.4 e 3.5.2. As tabelas de torque, para as geometrias A, B e D podem ser representadas pelos gráficos das figuras 6.1, 6.2 e 6.3, respectivamente.

Para obtenção da tabela de corrente, deve-se obter, primeiramente, a tabela da indutância em função da corrente e da posição angular. Posteriormente, multiplica-se cada valor de indutância pela sua respectiva corrente elétrica de alimentação, obtendo assim a tabela de fluxo enlaçado em função da posição angular do rotor e da corrente elétrica. Invertendo a tabela de fluxo enlaçado e fazendo uma interpolação linear, chega-se finalmente à tabela de corrente em função do fluxo enlaçado e da posição angular, essa que será usada na simulação dinâmica. Os gráficos representando essas tabelas para as geometrias A, B e D, são apresentados, respectivamente, pelas figuras 6.4, 6.5 e 6.6.

Como comentado acima, para simular uma determinada máquina deve-se incluir

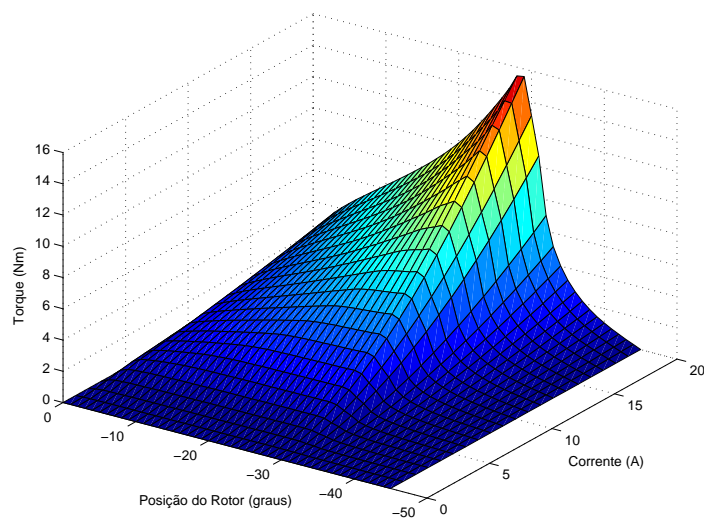


Figura 6.1: Gráfico da tabela de torque para a geometria A.

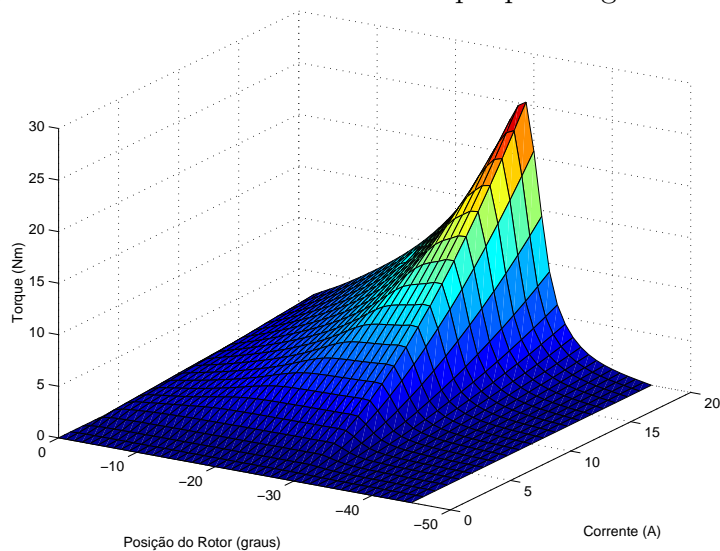


Figura 6.2: Gráfico da tabela de torque para a geometria B.

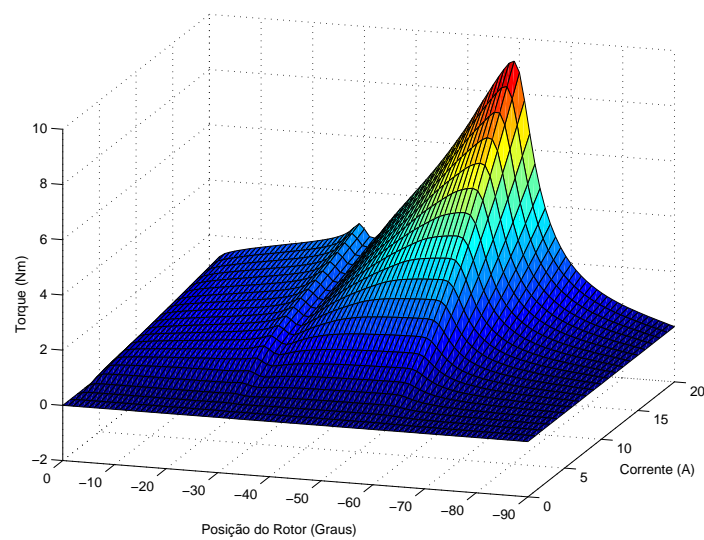


Figura 6.3: Gráfico da tabela de torque para a geometria D.

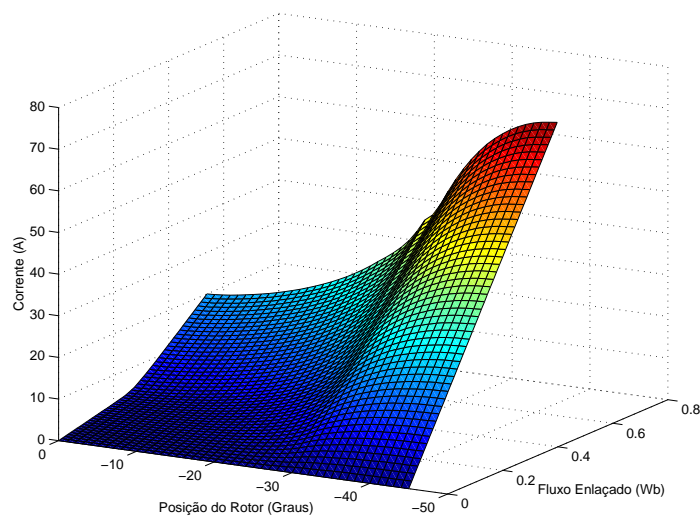


Figura 6.4: Gráfico da tabela de corrente elétrica para a geometria A.

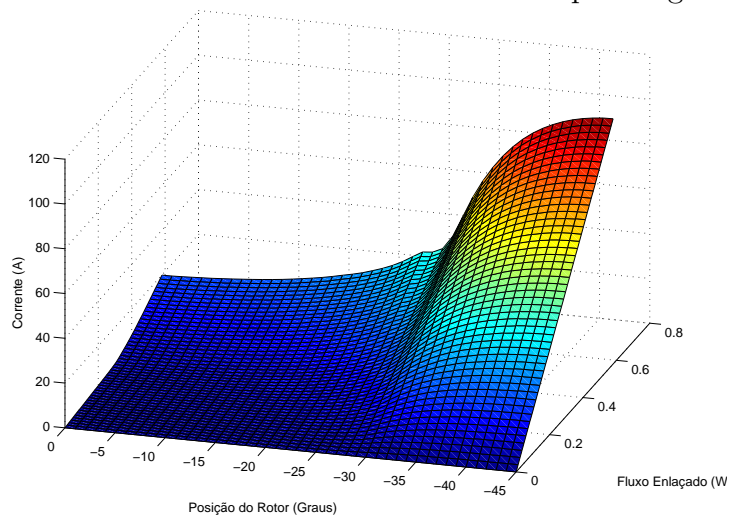


Figura 6.5: Gráfico da tabela de corrente elétrica para a geometria B.

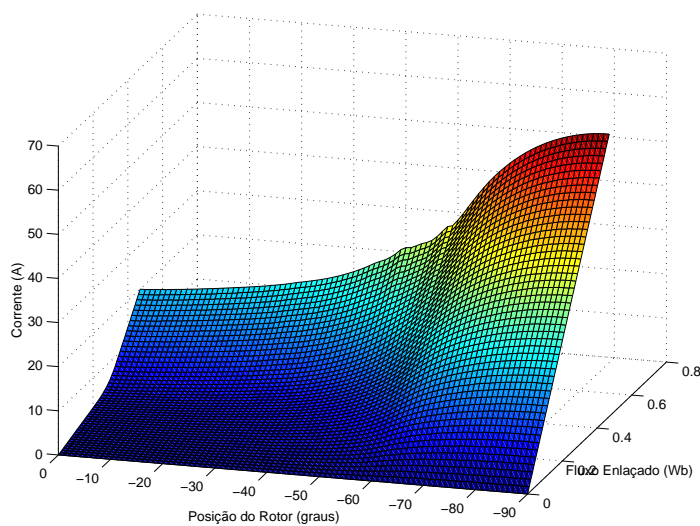


Figura 6.6: Gráfico da tabela de corrente elétrica para a geometria D.

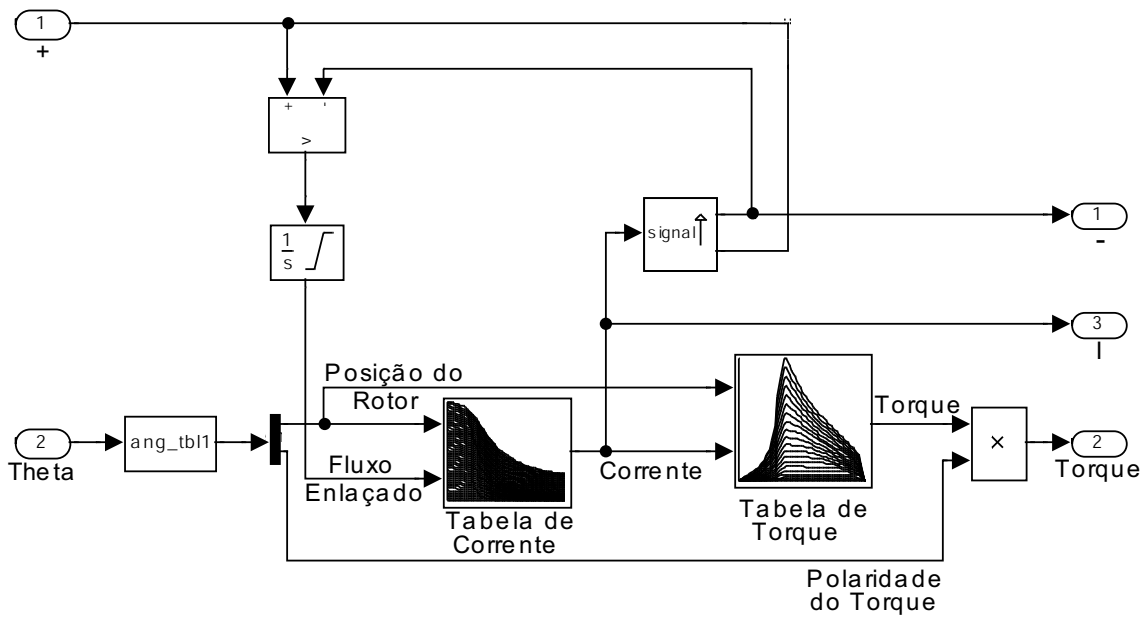


Figura 6.7: Diagrama de blocos de uma fase da MRV.

no modelo do MATLAB as tabelas de torque (em função da posição angular do rotor e da corrente) e corrente elétrica (em função da posição angular do rotor e do fluxo enlaçado). Assim, cada fase da máquina fica representada como mostra o diagrama da figura 6.7. Nessa figura, o bloco “ang\_tbl1” representa uma função escrita na linguagem C, que determina o ângulo que entrará na tabela para a polaridade do torque (no caso da máquina operando como gerador as informações das tabelas serão refletidas em relação à origem do respectivo eixo e o torque de saída terá sinal negativo). Para representar a máquina devem ser usados três diagramas, como o apresentado na figura 6.7, dado que a máquina é trifásica, fornecendo o diagrama de blocos da figura 6.8. Então, o diagrama da figura 6.7 representa cada um dos blocos da figura 6.8, cujos nomes são: Fase 1, Fase 2 e Fase 3. Pode ser observado que as equações 2.6, 2.7 e 2.8 são corretamente representadas pelos dois diagramas em questão, que representam completamente a modelagem de uma MRV trifásica, cabendo aos demais blocos o acionamento da máquina. Na figura 6.8, o bloco “angulos” representa uma função escrita na linguagem C, responsável por determinar o ângulo que será visto por cada fase da MRV.

Nessas simulações, utilizou-se a *toolbox* do MATLAB, *Power System Blockset*, que possui diversos dispositivos de Eletrônica de potência. O programa diferencia os sinais elétricos dos demais sinais, sejam eles discretos ou contínuos. Os sinais ditos

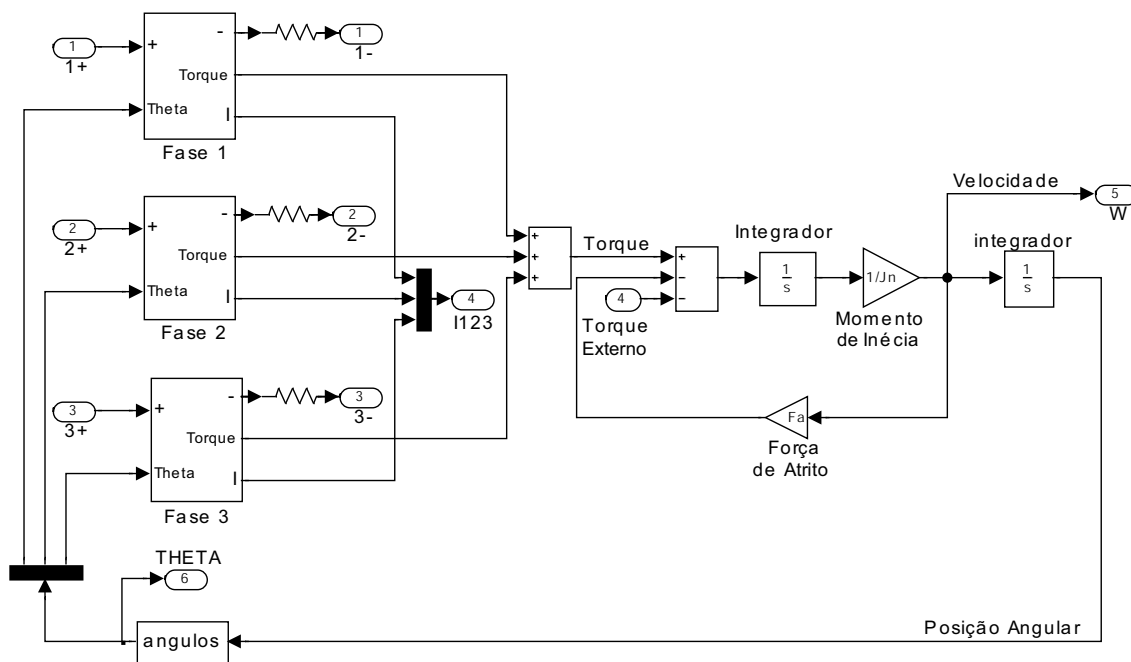


Figura 6.8: Diagrama de blocos da MRV, contendo as três fases.

elétricos de potência são provenientes de fontes elétricas e podem ser utilizados em: cargas RLC, IGBT's, diodos, GTO's, transistores, etc. Os demais sinais foram usados para implementar a lógica de controle da MRV e para identificação dos termos da tabela. Como existe essa diferenciação entre os sinais, é necessário utilizar blocos que permitam que um sinal seja convertido no outro. Na figura 6.7 tem-se o bloco *signal* que transforma sinais comuns em sinais elétricos de potência; já os blocos contendo a letra V, têm exatamente a função contrária dos blocos anteriores.

O diagrama de blocos principal pode ser visto na figura 6.9, que apresenta o bloco S.R. Motor, que foi mostrado na figura 6.8. Nesta figura podem ser visualizados os blocos de controle de corrente da MRV (figura 6.10) e do elo de corrente contínua (figura 6.11). Os blocos da figura 6.10 têm a função de substituir as chaves semicondutoras, objetivando reduzir o tempo gasto nas simulações. É importante ressaltar que no sistema simulado não existe conexão da MRV com a rede elétrica. O sistema elétrico e o conversor eletrônico acoplado ao sistema, são substituídos por uma fonte de tensão CC (com uma dada resistência interna) e um capacitor em paralelo, conforme a figura 6.11, que representa o elo de corrente contínua.

A figura 6.12 apresenta o diagrama elétrico de um conversor eletrônico, equivalente ao que é utilizado na simulação. Esse circuito não aparece em nenhuma das



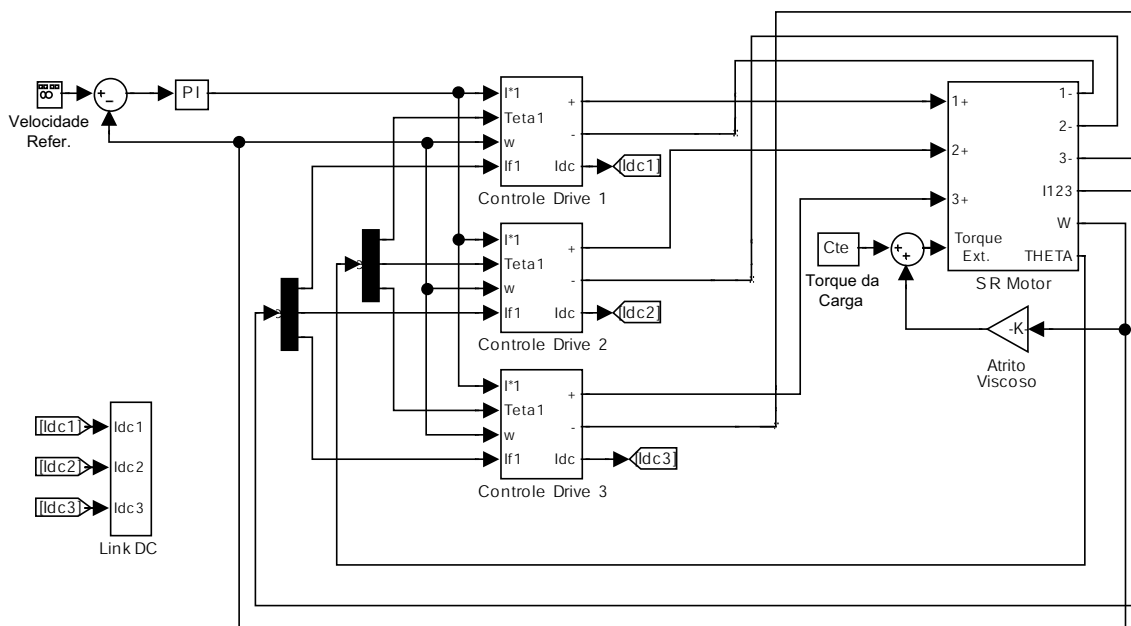


Figura 6.9: Diagrama de blocos principal do modelo proposto.

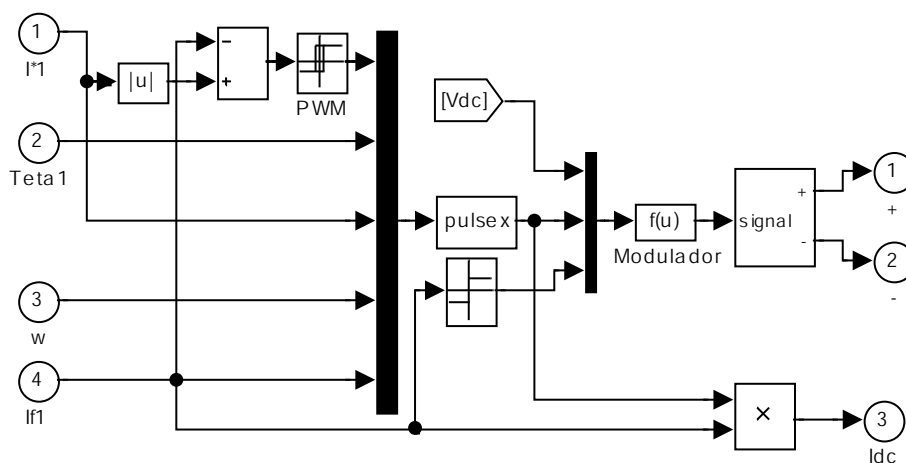


Figura 6.10: Diagrama de blocos do controle de uma fase da MRV.

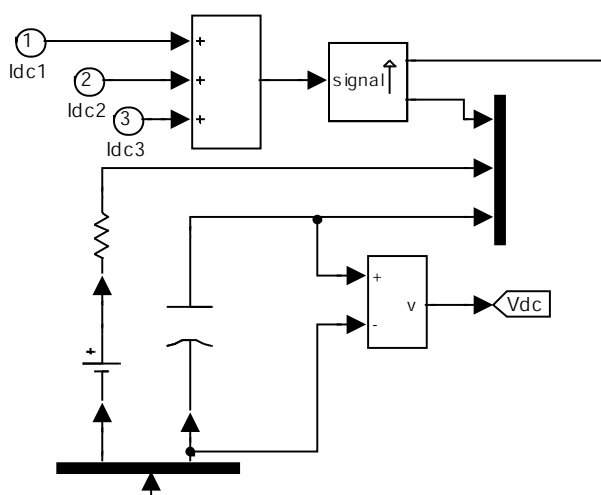


Figura 6.11: Diagrama de blocos do elo de corrente contínua.

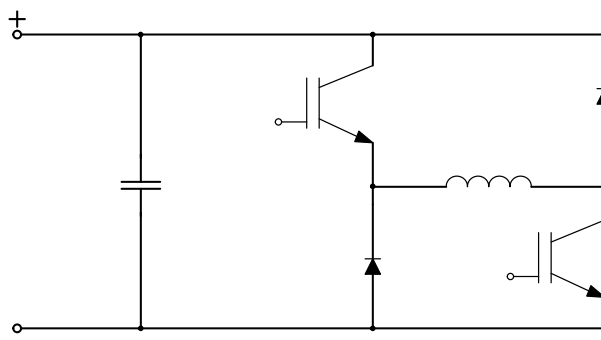


Figura 6.12: Diagrama elétrico do conversor eletrônico correspondente ao modelo usado na simulação.

figuras do modelo, dado que uma função em C exerce a função de tal conversor, para aumentar a velocidade das simulações. Detalhes sobre as estratégias de controle das MRV podem ser encontradas no trabalho de Rolim [13].

## 6.2 Simulações dinâmicas das geometrias propostas.

Nessa seção será feita a comparação entre as geometrias propostas em 5.2.1. A grande diferença é que os resultados que são apresentados na presente seção são correspondentes às simulações dinâmicas.

No primeiro caso simulado, foi feita uma comparação entre as geometrias A

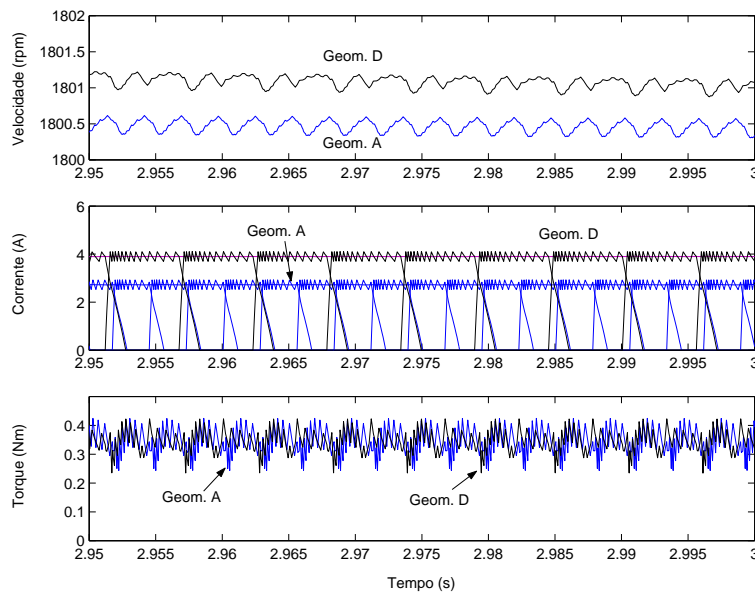


Figura 6.13: Resultados de velocidade, corrente elétrica e torque, para as geometrias A e D da MRV.

(figura 5.29) e D (figura 5.31). Para tal, utilizou-se uma tensão de 200V no elo de corrente contínua e uma velocidade de referência de 1800rpm. Os resultados de velocidade, corrente elétrica e torque podem ser vistos na figura 6.13. Como manteve-se o mesmo ajuste no controlador proporcional integral (para a velocidade de referência), as duas curvas de velocidade estão convergindo lentamente para o valor de referência (1800rpm). Observa-se na figura 6.13, que a corrente elétrica necessária para manter a geometria D operando é superior à da geometria A, para ambos operando na mesma velocidade. Isso ocorre em virtude do torque médio da geometria D ser inferior ao da geometria A, para uma mesma corrente de alimentação, como comentado no capítulo anterior. Na figura 6.14 podem ser observados os resultados de tensão e corrente elétrica no elo de corrente contínua para esse mesmo caso.

No segundo caso simulado, para as geometrias A, B (figura 5.30) e D, desligou-se o controle de velocidade, elevou-se a tensão no elo CC para 500V e injetou-se diretamente uma corrente de referência de 20A. Como é possível observar pela figura 6.15, todas as três geometrias operam com pulso único (sem controle de corrente com banda de histerese) e a velocidade atingida está no seu valor máximo, para essa tensão no elo. É relevante comentar que as forças de atrito estão sendo consideradas nas presentes simulações. Através da figura 6.16, tem-se que a geometria D (6/2) é capaz de fornecer maior velocidade que as geometrias A e B.

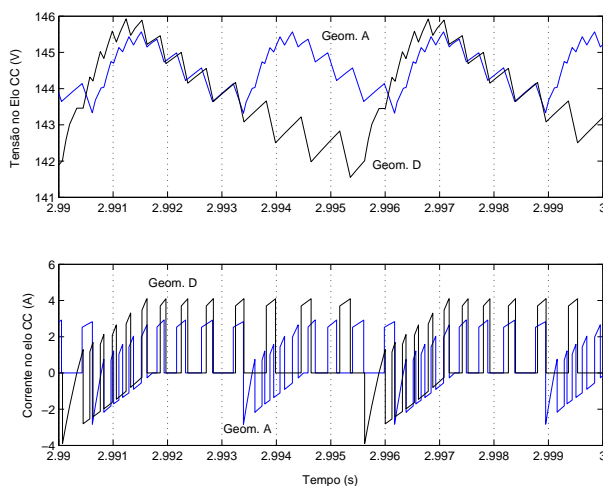


Figura 6.14: Tensão e corrente elétrica no elo de corrente contínua para as geometrias A e D.

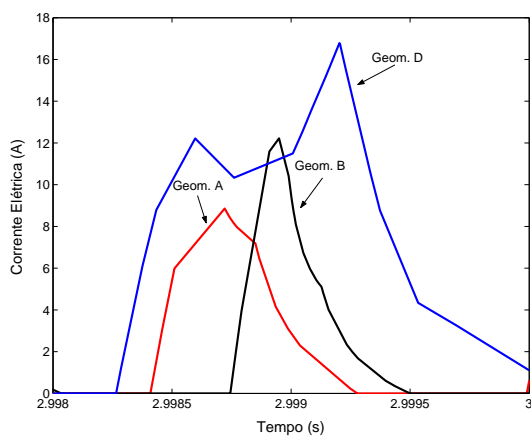


Figura 6.15: Corrente elétrica em modo de operação de pulso único para uma corrente de referência de 20A.

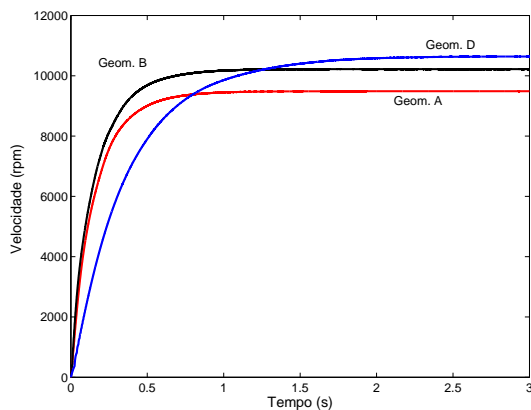


Figura 6.16: Resposta de velocidade para as geometrias A, B e C, conforme correntes elétricas da figura 6.15.

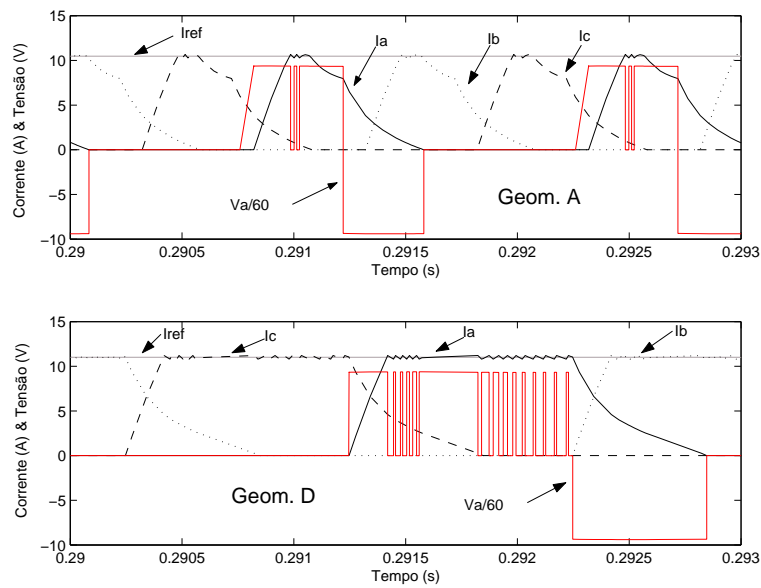


Figura 6.17: Corrente elétrica nas fases A, B e C, corrente de referência e tensão na fase A. Resultados para as geometrias A e D.

Na terceira simulação realizada, elevou-se a tensão do elo de corrente contínua para 600V e utilizou-se uma velocidade de referência de 10000rpm, para as geometrias A e D. A figura 6.17 apresenta os resultados de corrente elétrica para as três fases e tensão na fase A, cujo valor é apresentado no gráfico dividido por 60. É possível observar nessa figura que enquanto a geometria A opera praticamente no modo de operação de pulso único, a geometria D ainda apresenta o controle de corrente com banda de histerese.

A próxima simulação apresenta os resultados da MRV operando como um armazenador cinético de energia. Para essas simulações, foram desprezadas todas as perdas mecânicas causadas pelas forças de atrito. Essa consideração baseia-se numa forma de operação para um caso similar ao proposto na seção 1.2. Nessas simulações, a única perda considerada é a perda no cobre. Inicialmente, a máquina operava com velocidade constante, em regime permanente e estava ligada à fonte de tensão no elo de corrente contínua. No instante de 0,1s a fonte de tensão é retirada do circuito (através da abertura de uma chave que está em série com a fonte), o que equivaleria à tensão do sistema cair para 0V. Nesse momento a MRV inicia um processo de desaceleração, diminuindo a sua energia cinética armazenada e devolvendo energia para o capacitor que se encontra no elo de corrente contínua. Como nessa simulação desconectou-se o capacitor do sistema, esse passa a armazenar a energia que é

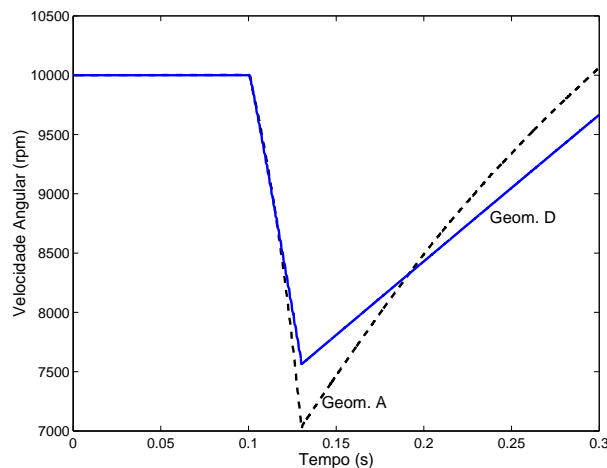


Figura 6.18: Variação na velocidade para as geometrias A e D operando como *flywheel* de alta potência.

retirada do *flywheel*. Conseqüentemente, a tensão elétrica sobre os seus terminais se eleva. Em 0,13s (após quase dois ciclos da frequência da rede elétrica de 60Hz) inverte-se novamente o fluxo de potência, retirando agora a energia estocada no capacitor e devolvendo-a para a MRV, que será agora acelerada. São simuladas as geometrias A e D, operando inicialmente em 10000rpm, para uma tensão no elo de corrente contínua de 600V. Os resultados da velocidade da máquina nos instantes de aceleração e desaceleração, a tensão sobre o capacitor do elo CC e a potência elétrica da máquina, podem ser observados através das figuras 6.18, 6.19 e 6.20, respectivamente. Já as correntes elétricas das três fases para as geometrias A e D podem ser encontradas, respectivamente, nas figura 6.21.

Existem duas possibilidades de se retirar energia do *flywheel*: desacelerando bruscamente a máquina num curto intervalo de tempo (fornecendo alta potência) e reduzindo a velocidade do volante lentamente, durante um grande intervalo tempo. As situações mostradas nas figuras 6.18 a 6.21, foram para operação em alta potência. Para alimentar cargas elétricas que demandam menor potência, porém necessitam dessa alimentação durante um intervalo de tempo maior, pode se retirar energia como mostrado nas figuras 6.22, 6.23 e 6.24.

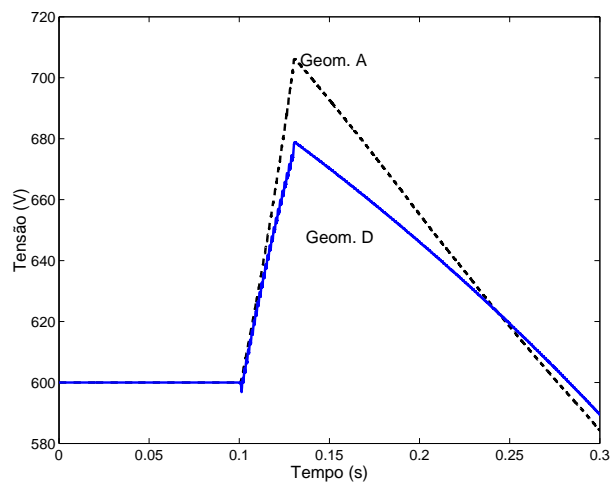


Figura 6.19: Tensão sobre o capacitor do elo CC, para as geometrias A e D operando como *flywheel* de alta potência.

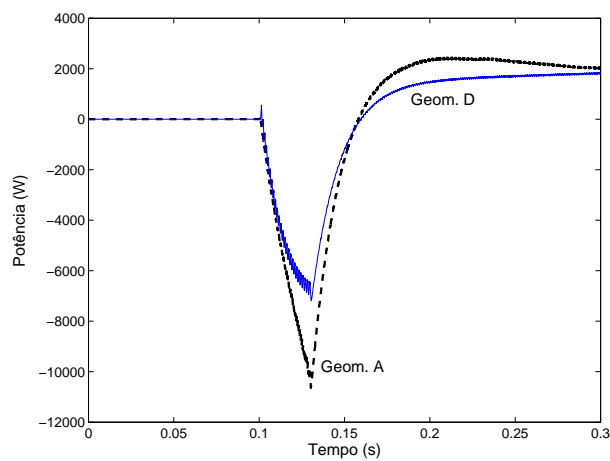


Figura 6.20: Potência elétrica no capacitor do elo CC, para as geometrias A e D operando como *flywheel* de alta potência.

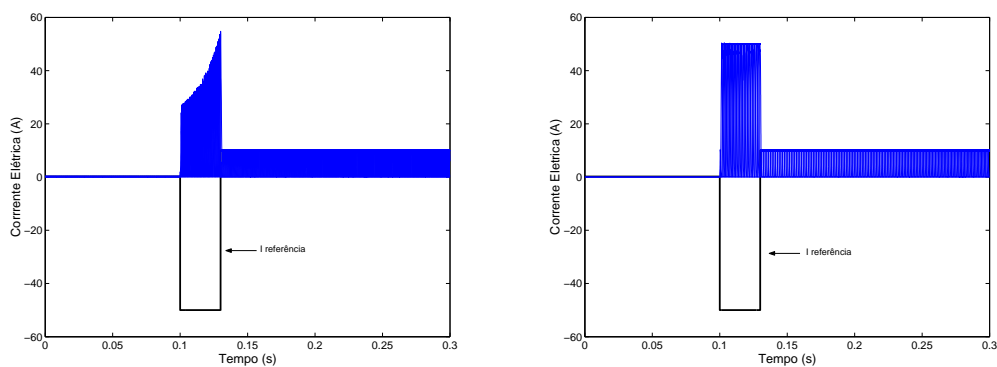


Figura 6.21: Corrente elétrica nas fases da MRV e corrente de referência, para as geometrias A(e) e D(d) operando como *flywheel* de alta potência.

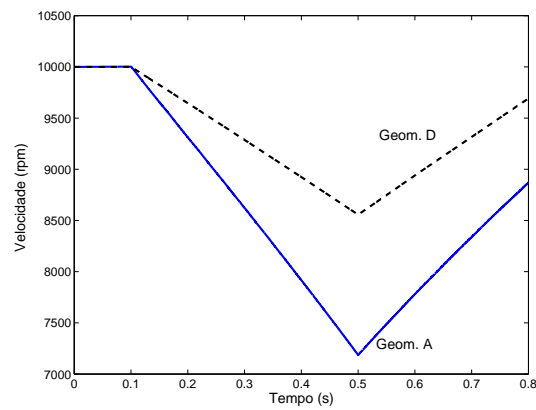


Figura 6.22: Variação na velocidade para as geometrias A e D operando como *flywheel* de baixa potência.

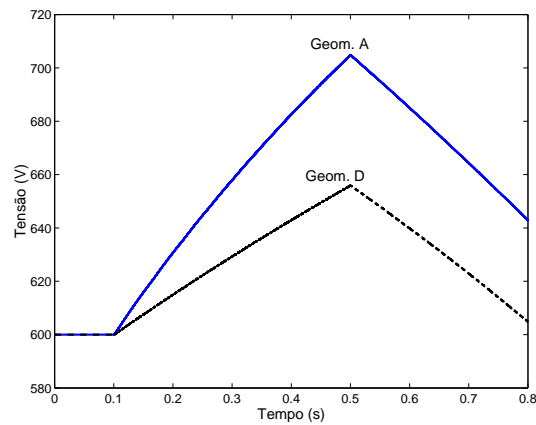


Figura 6.23: Tensão sobre o capacitor do elo CC, para as geometrias A e D operando como *flywheel* de baixa potência.

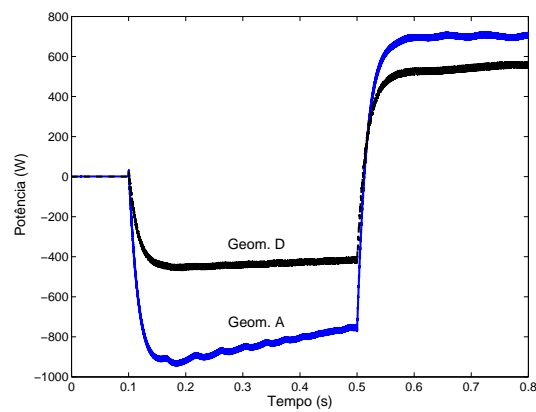


Figura 6.24: Potência elétrica no capacitor do elo CC, para a geometria A operando como *flywheel* de baixa potência.



## 6.3 Sumário do Capítulo

Nesse capítulo foram apresentadas as simulações dinâmicas das máquinas descritas no capítulo anterior. O objetivo dessas simulações é complementar o estudo realizado das Máquinas de Relutância Variável. Numa primeira etapa, foi descrito o modelo dinâmico utilizado nas simulações. Posteriormente, foram apresentados diversos resultados das simulações dinâmicas. Esse resultados apontam diversas características de cada geometria da MRV, mostrando as vantagens e eventuais desvantagens de cada configuração para operação do *flywheel*. Apresentou-se também como o sistema pode operar fornecendo alta potência durante alguns ciclos e baixa potência durante um longo intervalo de tempo.

# Capítulo 7

## Conclusões e Trabalhos Futuros

### 7.1 Conclusões

Dos resultados e discussões apresentados nessa tese concluiu-se que a Máquina de Relutância Variável (MRV) mostra-se uma opção viável para operar num armazenador cinético de energia. Dentre os diversos fatores que contribuem para tal ilação, destacam-se:

- bons resultados das simulações da máquina para a operação em alta velocidade;
- curto tempo de resposta do sistema para o armazenamento e retirada da energia;
- grande versatilidade do equipamento que pode operar fornecendo altas potências em poucos ciclos da rede elétrica ou baixas potências durante longos intervalos de tempo;

Os resultados das simulações comparando as máquinas 6/4 e 6/2 mostram que, enquanto operando com a mesma corrente de alimentação, as primeiras podem fornecer maior potência. Entretanto as configurações 6/2 podem atingir uma velocidade um pouco mais elevada, possuindo perda no ferro ligeiramente menor que as 6/4. Os resultados apresentados para diferentes máquinas 6/4 mostraram que as máquinas com maior raio do rotor e mesmo diâmetro externo podem fornecer um torque muito maior, como já era esperado.

O aumento da extensão do entreferro é importante para que o uso dos mancais magnéticos seja viável. Se o *gap* da máquina for muito pequeno, os gastos de energia no mancal ativo e os riscos de acidentes em alta velocidade (devido aos modos normais de vibração) aumentam brutalmente. Os resultados das simulações confirmaram que o aumento do entreferro proporciona redução no conjugado da máquina, que pode ser compensado elevando a corrente que alimenta as fases. Para a nova máquina com extensão do entreferro maior, mesmo alimentada por correntes mais elevadas, não ocorre um acréscimo significativo das perdas no ferro. Entretanto, nessas situações ocorre um grande acréscimo nas perdas no cobre nos enrolamentos da máquina. Para se obter uma conclusão final deve ser realizado um estudo mecânico detalhado sobre volante de inércia e os mancais passivos, uma análise do gasto de energia do mancal ativo e investigação de todas as perdas energéticas envolvidas no processo. Com os resultados apresentados nessa dissertação, foi possível chegar à seguinte inferência: a extensão ideal para o entreferro será a que fornecer uma relação otimizada entre todos os parâmetros descritos nesse parágrafo. O fato mais relevante é que a alteração na extensão do *gap* (aumentando-o), não inviabiliza o funcionamento da MRV no armazenamento cinético de energia.

Certamente a construção da MRV para operação em alta velocidade necessitará de materiais ferromagnéticos que apresentem características magnéticas mais apropriadas que o ferro silício utilizado, principalmente quanto ao aspecto das perdas no ferro. O modelo utilizado para calcular as perdas no ferro previu a perda de grande parte da energia somente no circuito magnético, criando a óbvia necessidade de utilizar outros materiais na construção da máquina, principalmente para operações em alta velocidade, mesmo que seja um outro tipo de ferro-silício com melhores propriedades ferromagnéticas. No estudo realizado nessa tese o modelo utilizado previu que essas perdas -que são de suma importância devido à dificuldade de retirada do calor da parte móvel- podem ser significativamente reduzidas utilizando materiais ferromagnéticos mais adequados para altas frequências da indução magnética. O material amorfo, que possui propriedades magnéticas favoráveis, infelizmente, apresenta características mecânicas que inviabilizam a construção das partes móveis da máquina com tais materiais.

## 7.2 Trabalhos Futuros

Pretende-se efetuar em trabalhos futuros as medidas das perdas no ferro. Assim, será possível comparar os resultados experimentais com aqueles que foram calculados e apresentados nessa dissertação.

Algumas melhorias nas geometrias estudadas ainda podem ser realizadas e testadas por simulações com o método de elementos finitos, antes de efetuar a construção do *flywheel*.

Outro aspecto fundamental é a consideração de outros materiais ferromagnéticos para a construção da MRV, como por exemplo: outros tipos de ferro silício (que apresente melhores propriedades magnéticas), Vanadium permendur e powdered iron.

# Referências Bibliográficas

- [1] N. G. Hingorani, “Introducing custom power,” *IEEE Spectrum*, vol. 32, pp. 41–48, Junho 1995.
- [2] P. F. Ribeiro, B. K. Johnson, M. Crow, A. Arsoy, and Y. Liu, “Energy storage systems for advanced power applications,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 89, pp. 1744–1756, dezembro 2001.
- [3] J. McDowall, “Conventional battery technologies-present and future,” *Power Engineering Society Summer Meeting*, vol. 3, pp. 1538–1540, 2000.
- [4] R. Hebner, J. Beno, and A. Walls, “Flywheel batteries come around again,” *IEEE Spectrum*, vol. 39, pp. 46–51, abril 2002.
- [5] C. A. Luongo, “Superconducting storage systems: an overview,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, pp. 2214–2223, Julho 1996.
- [6] H. Darrelmann, “Comparison of high power short time flywheel storage systems,” in *Proceeding of the 21st International Telecommunications Energy Conference*, (Compenhague), IEEE, Junho 1999.
- [7] L. G. B. Rolim, A. C. Ferreira, G. G. Sotelo, and R. de Andrade Jr., “Flywheel generator with switched reluctance machine,” in *International Conference on Electric Machines*, (Brugge), Agosto 2002.
- [8] R. Nicolsky, R. de Andrade Jr., A. S. Pereira, D. F. B. David, A. Ripper, J. A. Santisteban, and R. M. Stephan, “Superconducting-electromagnetic hybrid bearing using ybco bulk blocks for passive axial levitation,” *Supercond. Sci. Technol*, no. 13, pp. 870–874, 2000.

- [9] R. Weissbach, G. Karady, and R. Farmer, “Dynamic voltage compensation on distribution feeders using flywheel energy storage,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, pp. 465–471, abril 1999.
- [10] G. G. Sotelo, A. C. Ferreira, and L. G. B. Rolim, “Uso de uma máquina de relutância variável para armazenamento energético: uma aplicação para qualidade de energia,” in *Anais do XIV Congresso Brasileiro de Automática.*, vol. 1 of 1, (Natal-RN), SBA, setembro 2002.
- [11] P. J. Lawrenson, J. M. Stephenson, P. T. Blenkinsop, J. Corda, and N. N. Fulton, “Variable-speed switched reluctance motors,” *IEE Proceedings*, vol. 1277, pp. 253–265, July 1980.
- [12] T. J. E. Miller, *Switched Reluctance Motors and their Control*. Oxford: Magna Physics Publishing and Oxford Science Publications, 1993.
- [13] L. G. B. Rolim, *Investigation of a drive system: soft-switching converter and switched reluctance motors*. Dr.-Ing. thesis, Technische Universität Berlin, Berlin, 1997.
- [14] J. Y. Lim, H. Kim, J. Y. Oh, D. H. Cheong, and J. C. Kim, “A performance of single phase switched reluctance motor having both radial and axial air gap,” in *Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE, IECON’98*, vol. 2, (Aachen), pp. 905–910, Industrial Electronics Society, 1998.
- [15] J. Y. Lim, Y. C. Jung, S. Y. Kim, and J. C. Kim, “Single phase switched reluctance motor for vacuum cleaner,” in *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE*, vol. 2, (Pusan), pp. 1393–1400, IEEE, 2001.
- [16] J. M. Stephenson and G. C. Jenkinson, “Single-phase switched reluctance motor desing,” *IEE Proceedings of Electric Power Applieds*, vol. 147, pp. 131–139, Março 1999.
- [17] R. Krishnan, A. M. Staley, and K. Sitapati, “A novel single-phase switched reluctance motor drive system,” in *Proceedings of 27th Annual Conference of the IEEE*, vol. 2, (Denver), pp. 1488–1493, Industrial Electronics Society, 2001.

- [18] M. A. El-Khazendar and J. M. Stephenson, "Analysis and optimization of the 2-phase self-starting switched reluctance motor," in *International Conference on Electric Machines*, (Munich), pp. 1031–1034, September 1986.
- [19] R. Hamdy, J. Fletcher, and B. W. Williams, "Bidirectional starting of a symmetrical two-phase switched reluctance machine," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 15, pp. 211–217, Junho 2000.
- [20] C. Pollock and M. Brackley, "Comparison of the acoustic noise of a fluxe switching and a switched reluctance drive," in *Thirty-Sixth IAS Annual Meeting*, vol. 3, (Chicago), pp. 2089–2096, IEEE Industry Applications Conference, 2001.
- [21] H. C. Lovatt and J. M. Stephenson, "Influence of number of poles per phase in switched reluctance motor," *IEE Proceedings-B*, vol. 139, pp. 307–314, June 1992.
- [22] R. Arumugam, J. F. Lindsay, and R. Krishnan, "A comparasion of the performance of two different types of switched reluctance motors," *Electric Machines and Power Systems*, no. 12, pp. 281–286, 1987.
- [23] M. E. Zaïm, K. Dakhouché, and M. Bounekhla, "Design for torque ripple reduction of a three-phase switched-reluctance machine," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, pp. 1189–1192, março 2002.
- [24] S. R. MacMinn and W. D. Jones, "A very high speed switched-reluctance starter-generator for aircraft engine applications," in *Proceedings of the IEEE 1989 National Aerospace and Electronics Conference*, vol. 4, (Daytona), pp. 1758–1764, 1989.
- [25] C. A. Ferreira, W. S. Heglund, S. R. Jones, and W. D. Jones, "Detailed design of a 30 kw switched reluctance starter/generator system for a gas turbine engine application," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, pp. 553–561, maio/junho 1995.
- [26] L. Morel, H. Fayard, H. V. Fos, A. Galindo, and G. Abba, "Study of ultra high speed switched reluctance motor drive," in *Proccedins of Industry Applications Conference*, vol. 1, (Roma), pp. 87–92, Industry Applications Society, 2000.

- [27] I. Iglesias, L. Garcia-Tabares, A. Agudo, I. Cruz, and L. Arribas, “Design and simulation of a stand-alone wind-diesel generator with a flywheel energy storage system to supply the required active and reactive power,” in *IEEE 31st Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC 00.)*, vol. 3, pp. 1381–1386, 2000.
- [28] I. J. Iglesias, L. G. Tabarés, M. Lafoz, J. Calero, S. Portillo, I. Cruz, F. Toral, and P. Abramian, “A flywheel switched reluctance motor drive for wind energy applications,” in *International Conference On Electrical Machines*, vol. 3, 2002.
- [29] P. P. Silvester and M. V. K. Chari, “Finite element solution of saturable magnetic fields problems,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 89, no. 7, pp. 1642–1651, 1970.
- [30] P. P. Silvester and R. L. Ferrari, *Finite Elements for Electrical Engineers*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- [31] J. R. Cardoso, *Introdução ao Método dos Elementos Finitos para Engenheiros Eletricistas*. Publicação Independente.
- [32] J. P. A. Bastos, *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*. Santa Catarina: Editora da UFSC, 1996.
- [33] ANSYS, *Documentação disponível no programa ANSYS 6.1*. ANSYS Inc.
- [34] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*. Prentice-Hall Inc., 1981.
- [35] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill Company Inc., 1941.
- [36] K. Atallah, Z. Zhu, and H. Howe, “The prediction of iron losses in brushless permanent magnet d.c. motor,” in *International Conference On Electrical Machines*, (Manchester. U.K.), pp. 814–818, 1992.
- [37] G. Bertotti, “General properties of power losses in soft ferromagnetic materials,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, pp. 621–630, January 1988.
- [38] D. Jiles, *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*. Chapman and Hall, 2<sup>o</sup> edição ed., 1998.
- [39] I. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis*. Nova York: Springer Verlag, 1991.



- [40] G. G. Sotelo, A. C. Ferreira, and R. de Andrade Jr., “Estudo das perdas energéticas em máquinas de relutância variável,” in *Anais do V Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, (Gramado), SBMAG, Novembro 2002.
- [41] Acesita, *Programa com especificações técnicas dos aços*, 1.1 ed.
- [42] P. P. de Paula, *Aspectos de projeto, simulação e operação de geradores e motores de relutância chaveados*. D.sc., Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

# Apêndice A

## Arquivo para Simulação da MRV.

Seguem as linhas de comando para a construção no ANSYS de um dos protótipos virtuais que foram utilizados nessa dissertação. Esse arquivo refere-se a Geometria A. Para simular outras geometrias, basta alterar os parâmetros da máquina.

```
/COM,ANSYS MEDIA REL. 5.4 (8/20/97) REF. VERIF. MANUAL: REL. 5.4
/PREP7
SMRT,OFF
/TITLE, MOTOR RELUTÂNCIA VARIÁVEL
ANTYPE,STATIC                ! ANALISIS ELETROSTATICO
  PIR= 4*ATAN(1)              !PIR=3.1415...(RADIANOS)
EMUNIT,MKS
*AFUN,DEG
PI=4*ATAN(1)                  !PI=180 (GRAUS)
/COLOR,OUTL,BLAC             !linhas em preto
*DIM,TAB1,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB2,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB3,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB4,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB5,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB6,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB7,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB8,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB9,ARRAY,180,3,0,
*DIM,TAB10,ARRAY,180,3,0,

/PREP7
! *****Parâmetros para cálculo da corrente*****
Area=0.0000906173            !Área da seção da bobina
N=137

! *****Parâmetros para as medidas do estator*****
```

```

NPEST=6                                !NÚMERO DE PÓLOS DO ESTATOR
ANGEST=360/NPEST                        !ÂNGULO QUE INFORMA O ESPAÇAMENTO ENTRE OS PÓLOS DO ESTATOR
REFI=1.5/1000                            ! COMPRIMENTO DAS REGIÕES PRÓXIMAS AS ÁREAS DE REFINAMENTO
R3= 29.5/1000                            ! Defino os valores para os parametros do raio menor do estator
R3C=R3+REFI
R4= 51/1000                              ! Defino os valores para os parametros do raio maior do estator
R4C1=R4-REFI
R4C2=R4+REFI
R5= 60/1000                              ! Defino os valores para os parametros o raio exterior do estator
Bs=30                                    ! Defino os valores para os parametros para angulodo etator
GAMA=ACOS(1+(COS(Bs)-1)*R3*R3/(R3C*R3C)) ! ângulo para o segundo ponto de referência do estator
GAMA1=ACOS(1+(COS(Bs)-1)*R3*R3/(R4C1*R4C1))
GAMA2=ACOS(1+(COS(Bs)-1)*R3*R3/(R4*R4))
GAMA3=ACOS(1+(COS(Bs)-1)*R3*R3/(R4C2*R4C2))
GAMA4=ACOS(1+(COS(Bs)-1)*R3*R3/(R5*R5))
pacote=0.04                             !tamanho do pacote

! *****PARÂMETROS PARA AS MEDIDAS DAS BOBINAS*****
BB=6                                     ! ANGULO (GRAUS) QUE DEFINE O TAMANHO DA BOBINA

! *****Parâmetros para as medidas do rotor*****

NPROT=4                                 !NÚMERO DE PÓLOS DO ROTOR
ANGROT=360/NPROT                       !ÂNGULO QUE INFORMA O ESPAÇAMENTO ENTRE OS PÓLOS DO ROTOR
rsh=9/1000                              ! Defino os valores para os parametros do raio interno do rotor
R1=18/1000                              ! Defino os valores para os parametros do raio menor do rotor
R1C1=R1-REFI
R1C2=R1+REFI
R2=29/1000                              ! Defino os valores para os parametros do raio maior do rotor
R2C=R2-REFI
Br=30                                    ! Defino os valores para os parametros para o angulo rotor (GRAUS)
PSI=ACOS(1+(COS(Br)-1)*R2*R2/(R1*R1))    ! ângulo para o segundo ponto de referência do estator (GRAUS)
PSI1=ACOS(1+(COS(Br)-1)*R2*R2/(R1C2*R1C2))
PSI2=ACOS(1+(COS(Br)-1)*R2*R2/(R2C*R2C))
contorno=(R3-R2)/4                      ! Comprimento do contorno do rotor
THETA=0                                 ! ÂNGULO INICIAL DA POSIÇÃO DO ROTOR
RC=R2+CONTORNO !CONTORNO DO ROTOR
ZETA=(360-(NPEST*(BS+2*BB)))/NPEST      !ÂNGULO PARA PARÂMETRO DAS DIVISÕES ENTRE OS PÓLOS DO ESTATOR
ZETA1=(360-(NPROT*BR))/NPROT

! *****Pontos que definem o posicionamento do estator*****
K,1,0,0,0                               !PONTO CENTRAL
Csys,1                                   !muda o eixo de coordenadas para polar

*DO,PIN,0,NPEST-1
K,2+PIN*4,R5,ANGEST/2-GAMA4/2-BB+PIN*ANGEST,0
K,3+PIN*4,R5,-GAMA4/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,4+PIN*4,R5,GAMA4/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,5+PIN*4,R5,ANGEST/2+GAMA4/2+BB+PIN*ANGEST,0

```

```

K,2+NPEST*4+PIN*4,R4C2,ANGEST/2-GAMA3/2-BB+PIN*ANGEST,0
K,3+NPEST*4+PIN*4,R4C2,-GAMA3/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,4+NPEST*4+PIN*4,R4C2,GAMA3/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,5+NPEST*4+PIN*4,R4C2,ANGEST/2+GAMA3/2+BB+PIN*ANGEST,0

K,2+NPEST*8+PIN*4,R4,ANGEST/2-GAMA2/2-BB+PIN*ANGEST,0
K,3+NPEST*8+PIN*4,R4,-GAMA2/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,4+NPEST*8+PIN*4,R4,GAMA2/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,5+NPEST*8+PIN*4,R4,ANGEST/2+GAMA2/2+BB+PIN*ANGEST,0

K,2+NPEST*12+PIN*4,R4C1,ANGEST/2-GAMA1/2-BB+PIN*ANGEST,0
K,3+NPEST*12+PIN*4,R4C1,-GAMA1/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,4+NPEST*12+PIN*4,R4C1,GAMA1/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,5+NPEST*12+PIN*4,R4C1,ANGEST/2+GAMA1/2+BB+PIN*ANGEST,0

K,2+NPEST*16+PIN*4,R3C,ANGEST/2-GAMA/2-BB+PIN*ANGEST,0
K,3+NPEST*16+PIN*4,R3C,-GAMA/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,4+NPEST*16+PIN*4,R3C,GAMA/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,5+NPEST*16+PIN*4,R3C,ANGEST/2+GAMA/2+BB+PIN*ANGEST,0

K,2+NPEST*20+PIN*4,R3,ANGEST/2-BS/2-BB+PIN*ANGEST,0
K,3+NPEST*20+PIN*4,R3,-BS/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,4+NPEST*20+PIN*4,R3,BS/2+ANGEST/2+PIN*ANGEST,0
K,5+NPEST*20+PIN*4,R3,ANGEST/2+BS/2+BB+PIN*ANGEST,0
*ENDDO

! *****Pontos que definem o posicionamento do rotor*****
*DO,PIN,0,NPROT-1
K,2+NPEST*24+PIN*2,R2,THETA-BR/2+ANGROT*PIN,0
K,3+NPEST*24+PIN*2,R2,THETA+BR/2+ANGROT*PIN,0

K,2+NPROT*2+NPEST*24+PIN*2,R2C,THETA-PSI2/2+ANGROT*PIN,0
K,3+NPROT*2+NPEST*24+PIN*2,R2C,THETA+PSI2/2+ANGROT*PIN,0

K,2+NPROT*4+NPEST*24+PIN*2,R1C2,THETA-PSI1/2+ANGROT*PIN,0
K,3+NPROT*4+NPEST*24+PIN*2,R1C2,THETA+PSI1/2+ANGROT*PIN,0

K,2+NPROT*6+NPEST*24+PIN*2,R1,THETA-PSI/2+ANGROT*PIN,0
K,3+NPROT*6+NPEST*24+PIN*2,R1,THETA+PSI/2+ANGROT*PIN,0

K,2+NPROT*8+NPEST*24+PIN*2,R1C1,THETA-PSI/2+ANGROT*PIN,0
K,3+NPROT*8+NPEST*24+PIN*2,R1C1,THETA+PSI/2+ANGROT*PIN,0

K,2+NPROT*10+NPEST*24+PIN*2,RSH,THETA-PSI/2+ANGROT*PIN,0
K,3+NPROT*10+NPEST*24+PIN*2,RSH,THETA+PSI/2+ANGROT*PIN,0
*ENDDO

! *****Pontos que definem o CONTORNO do rotor*****
*DO,PIN,0,NPEST-1
K,2+NPEST*24+12*NPROT+PIN*4,RC,ANGEST/2-BS/2-BB+PIN*ANGEST,0

```

K,3+NPEST\*24+12\*NPROT+PIN\*4,RC,-BS/2+ANGEST/2+PIN\*ANGEST,0  
 K,4+NPEST\*24+12\*NPROT+PIN\*4,RC,BS/2+ANGEST/2+PIN\*ANGEST,0  
 K,5+NPEST\*24+12\*NPROT+PIN\*4,RC,ANGEST/2+BS/2+BB+PIN\*ANGEST,0  
 \*ENDDO

!CRIAS LINHAS DO ESTATOR

CSYS,0  
 \*DO, PIN,0,NPEST\*4-1  
 L,2+PIN,2+NPEST\*4+PIN  
 L,2+NPEST\*4+PIN,2+NPEST\*8+PIN  
 L,2+NPEST\*8+PIN,2+NPEST\*12+PIN  
 L,2+NPEST\*12+PIN,2+NPEST\*16+PIN  
 L,2+NPEST\*16+PIN,2+NPEST\*20+PIN  
 \*ENDDO

\*DO, PIN,0,NPEST\*4-2  
 Larc,2+pin,3+pin,1,R5  
 Larc,2+NPEST\*4+pin,3+NPEST\*4+pin,1,R4C2  
 Larc,2+NPEST\*8+pin,3+NPEST\*8+pin,1,R4  
 Larc,2+NPEST\*12+pin,3+NPEST\*12+pin,1,R4C1  
 Larc,2+NPEST\*16+pin,3+NPEST\*16+pin,1,R3C  
 Larc,2+NPEST\*20+pin,3+NPEST\*20+pin,1,R3  
 \*enddo

Larc,3+pin,2,1,R5  
 Larc,3+NPEST\*4+PIN,2+NPEST\*4,1,R4C2  
 Larc,3+NPEST\*8+PIN,2+NPEST\*8,1,R4  
 Larc,3+NPEST\*12+PIN,2+NPEST\*12,1,R4C1  
 Larc,3+NPEST\*16+PIN,2+NPEST\*16,1,R3C  
 Larc,3+NPEST\*20+PIN,2+NPEST\*20,1,R3

!CRIAS LINHAS DO ROTOR

\*DO,PIN,0,NPROT-1  
 L,2+NPEST\*24+PIN\*2,2+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,2+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2,2+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,2+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2,2+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,2+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2,2+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,2+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2,2+NPROT\*10+NPEST\*24+PIN\*2

L,3+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,3+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,3+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,3+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2  
 L,3+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*10+NPEST\*24+PIN\*2

Larc,2+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPEST\*24+PIN\*2,1,R2  
 Larc,2+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2,1,R2C  
 Larc,2+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2,1,R1C2  
 Larc,2+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2,1,R1  
 Larc,2+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2,1,R1C1  
 Larc,2+NPROT\*10+NPEST\*24+PIN\*2,3+NPROT\*10+NPEST\*24+PIN\*2,1,RSH

\*ENDDO

\*DO, PIN, 0, NPROT-2

Larc, 3+NPEST\*24+PIN\*2, 4+NPEST\*24+PIN\*2, 1, R2

Larc, 3+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2, 4+NPROT\*2+NPEST\*24+PIN\*2, 1, R2C

Larc, 3+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2, 4+NPROT\*4+NPEST\*24+PIN\*2, 1, R1C2

Larc, 3+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2, 4+NPROT\*6+NPEST\*24+PIN\*2, 1, R1

Larc, 3+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2, 4+NPROT\*8+NPEST\*24+PIN\*2, 1, R1C1

Larc, 3+NPROT\*10+NPEST\*24+PIN\*2, 4+NPROT\*10+NPEST\*24+PIN\*2, 1, RSH

\*ENDDO

Larc, 3+NPEST\*24+(NPROT-1)\*2, 2+NPEST\*24, 1, R2

Larc, 3+NPROT\*2+NPEST\*24+(NPROT-1)\*2, 2+NPROT\*2+NPEST\*24, 1, R2C

Larc, 3+NPROT\*4+NPEST\*24+(NPROT-1)\*2, 2+NPROT\*4+NPEST\*24, 1, R1C2

Larc, 3+NPROT\*6+NPEST\*24+(NPROT-1)\*2, 2+NPROT\*6+NPEST\*24, 1, R1

Larc, 3+NPROT\*8+NPEST\*24+(NPROT-1)\*2, 2+NPROT\*8+NPEST\*24, 1, R1C1

Larc, 3+NPROT\*10+NPEST\*24+(NPROT-1)\*2, 2+NPROT\*10+NPEST\*24, 1, RSH

! CRIA AS LINHAS DO CONTORNO DO ROTOR

\*DO, PIN, 0, 4\*NPEST-2

Larc, 2+24\*NPEST+12\*NPROT+PIN, 3+24\*NPEST+12\*NPROT+PIN, 1, RC

\*ENDDO

Larc, 2+24\*NPEST+12\*NPROT, 1+28\*NPEST+12\*NPROT, 1, RC

\*DO, PIN, 0, 4\*NPEST-1

L, 2+NPEST\*20+PIN, 2+NPEST\*24+12\*NPROT+PIN

\*ENDDO

L, 2+NPEST\*24, NPEST\*28+12\*NPROT

\*DO, PIN, 0, NPROT/2-1

L, 3+NPEST\*24+4\*PIN, 3+NPEST\*24+12\*NPROT+12\*PIN

L, 4+NPEST\*24+4\*PIN, 7+NPEST\*24+12\*NPROT+12\*PIN

L, 5+NPEST\*24+4\*PIN, 8+NPEST\*24+12\*NPROT+12\*PIN

\*IF, PIN, LT, NPROT/2-1, THEN

L, 6+NPEST\*24+4\*PIN, 12+NPEST\*24+12\*NPROT+12\*PIN

\*ENDIF

\*ENDDO

!\*\*\*\*CRIA ÁREAS PARA O ESTATOR\*\*\*\*

\*DO, PIN1, 0, 4\*NPEST-2

FLST, 2, 4, 4

FITEM, 2, 1+PIN1\*5

FITEM, 2, 6+PIN1\*5

FITEM, 2, 1+20\*NPEST+PIN1\*6

FITEM, 2, 2+20\*NPEST+PIN1\*6

AL, P51X

FLST, 2, 4, 4

FITEM, 2, 2+PIN1\*5

FITEM, 2, 7+PIN1\*5

FITEM, 2, 2+20\*NPEST+PIN1\*6

FITEM, 2, 3+20\*NPEST+PIN1\*6

```

AL,P51X
*ENDDO
FLST,2,4,4
FITEM,2,1
FITEM,2,6+PIN1*5
FITEM,2,7+20*NPEST+PIN1*6
FITEM,2,8+20*NPEST+PIN1*6
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,2
FITEM,2,7+PIN1*5
FITEM,2,8+20*NPEST+PIN1*6
FITEM,2,9+20*NPEST+PIN1*6
AL,P51X
*DO,PIN2,0,NPEST-1
*DO, PIN1,0,2
FLST,2,4,4
FITEM,2,8+PIN1+PIN2*20
FITEM,2,13+PIN1+PIN2*20
FITEM,2,9+20*NPEST+PIN1+PIN2*24
FITEM,2,10+20*NPEST+PIN1+PIN2*24
AL,P51X
*ENDDO
*ENDDO
!****CRIA ÁREAS PARA AS BOBINAS****
*DO,PIN2,0,NPEST*2-1
*DO, PIN1,0,2
FLST,2,4,4
FITEM,2,3+PIN1+PIN2*10
FITEM,2,8+PIN1+PIN2*10
FITEM,2,3+20*NPEST+PIN1+PIN2*12
FITEM,2,4+20*NPEST+PIN1+PIN2*12
AL,P51X
*ENDDO
*ENDDO
!****CRIA ÁREAS PARA O AR ENTRE OS PÓLOS DO ESTATOR****
*DO,PIN2,0,NPEST-2
*DO, PIN1,0,2
FLST,2,4,4
FITEM,2,18+PIN1+PIN2*20
FITEM,2,23+PIN1+PIN2*20
FITEM,2,21+20*NPEST+PIN1+PIN2*24
FITEM,2,22+20*NPEST+PIN1+PIN2*24
AL,P51X
*ENDDO
*ENDDO
*DO, PIN1,0,2
FLST,2,4,4
FITEM,2,3+PIN1
FITEM,2,20*NPEST-2+PIN1
FITEM,2,21+20*NPEST+PIN1+(NPEST-1)*24

```

FITEM,2,22+20\*NPEST+PIN1+(NPEST-1)\*24

AL,P51X

\*ENDDO

!\*\*\*\*CRIA ÁREAS PARA OS PÓLOS DO ROTOR\*\*\*\*

\*DO,PIN1,0,NPROT-1

\*DO,PIN,0,4

FLST,2,4,4

FITEM,2,44\*NPEST+1+PIN+PIN1\*16

FITEM,2,44\*NPEST+6+PIN+PIN1\*16

FITEM,2,44\*NPEST+11+PIN+PIN1\*16

FITEM,2,44\*NPEST+12+PIN+PIN1\*16

AL,P51X

\*ENDDO

\*ENDDO

\*DO,PIN1,0,NPROT-2

\*DO,PIN,0,1

FLST,2,4,4

FITEM,2,44\*NPEST+9+PIN+16\*PIN1

FITEM,2,44\*NPEST+20+PIN+16\*PIN1

FITEM,2,4+44\*NPEST+NPROT\*16+PIN+6\*PIN1

FITEM,2,5+44\*NPEST+NPROT\*16+PIN+6\*PIN1

AL,P51X

\*ENDDO

\*ENDDO

\*DO,PIN,0,1

FLST,2,4,4

FITEM,2,44\*NPEST+9+(NPROT-1)\*16+PIN

FITEM,2,44\*NPEST+4+PIN

FITEM,2,4+44\*NPEST+NPROT\*16+6\*(NPROT-1)+PIN

FITEM,2,5+44\*NPEST+NPROT\*16+6\*(NPROT-1)+PIN

AL,P51X

\*ENDDO

!\*\*\*\*CRIA ÁREAS PARA O AR ENTRE OS PÓLOS DO ROTOR\*\*\*\*

\*DO,PIN1,0,NPROT-2

\*DO,PIN,0,2

FLST,2,4,4

FITEM,2,44\*NPEST+6+PIN+16\*PIN1

FITEM,2,44\*NPEST+17+PIN+16\*PIN1

FITEM,2,1+44\*NPEST+NPROT\*16+PIN+6\*PIN1

FITEM,2,2+44\*NPEST+NPROT\*16+PIN+6\*PIN1

AL,P51X

\*ENDDO

\*ENDDO

\*DO,PIN,0,2

FLST,2,4,4

FITEM,2,44\*NPEST+6+(NPROT-1)\*16+PIN

FITEM,2,44\*NPEST+1+PIN

FITEM,2,1+44\*NPEST+NPROT\*16+6\*(NPROT-1)+PIN

FITEM,2,2+44\*NPEST+NPROT\*16+6\*(NPROT-1)+PIN



AL,P51X

\*ENDDO

!\*\*\*CRIA ÁREAS PEQUENAS PARA O AR ENTRE OS PÓLOS DO ROTOR E ESTATOR\*\*\*

\*DO,PIN,0,4\*NPEST-2

FLST,2,4,4

FITEM,2,6+20\*NPEST+6\*PIN

FITEM,2,1+44\*NPEST+22\*NPROT+PIN

FITEM,2,1+48\*NPEST+22\*NPROT+PIN

FITEM,2,2+48\*NPEST+22\*NPROT+PIN

AL,P51X

\*ENDDO

FLST,2,4,4

FITEM,2,44\*NPEST

FITEM,2,48\*NPEST+22\*NPROT

FITEM,2,1+48\*NPEST+22\*NPROT

FITEM,2,52\*NPEST+22\*NPROT

AL,P51X

FLST,2,6,4

FITEM,2,44\*NPEST+11

FITEM,2,1+44\*NPEST+22\*NPROT

FITEM,2,-1+48\*NPEST+22\*NPROT

FITEM,2,48\*NPEST+22\*NPROT

FITEM,2,1+52\*NPEST+22\*NPROT

FITEM,2,2+52\*NPEST+22\*NPROT

AL,P51X

\*DO,PIN,0,NPROT/2-1

FLST,2,4,4

FITEM,2,44\*NPEST+27+32\*PIN !291

FITEM,2,6+44\*NPEST+22\*NPROT+12\*PIN !358

FITEM,2,3+52\*NPEST+22\*NPROT+4\*PIN !403

FITEM,2,4+52\*NPEST+22\*NPROT+4\*PIN !404

AL,P51X

\*ENDDO

\*DO,PIN,0,NPROT/2-2

FLST,2,6,4

FITEM,2,44\*NPEST+43+32\*PIN !307

FITEM,2,11+44\*NPEST+22\*NPROT+12\*PIN !363

FITEM,2,12+44\*NPEST+22\*NPROT+12\*PIN !364

FITEM,2,13+44\*NPEST+22\*NPROT+12\*PIN !365

FITEM,2,5+52\*NPEST+22\*NPROT+4\*PIN !405

FITEM,2,6+52\*NPEST+22\*NPROT+4\*PIN !406

AL,P51X

\*ENDDO

\*DO,PIN,0,NPROT/2-1

```

FLST,2,7,4
FITEM,2,1+44*NPEST+16*NPROT+12*PIN      !329
FITEM,2,2+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN      !354
FITEM,2,3+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN      !355
FITEM,2,4+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN      !356
FITEM,2,5+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN      !357
FITEM,2,2+52*NPEST+22*NPROT+4*PIN       !402
FITEM,2,3+52*NPEST+22*NPROT+4*PIN       !403
AL,P51X
*ENDDO

*DO,PIN,0,NPROT/2-2
FLST,2,7,4
FITEM,2,7+44*NPEST+16*NPROT+12*PIN      !335
FITEM,2,10+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN     !362
FITEM,2,7+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN      !359
FITEM,2,8+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN      !360
FITEM,2,9+44*NPEST+22*NPROT+12*PIN      !361
FITEM,2,4+52*NPEST+22*NPROT+4*PIN       !404
FITEM,2,5+52*NPEST+22*NPROT+4*PIN       !405
AL,P51X
*ENDDO

FLST,2,7,4
FITEM,2,7+44*NPEST+16*NPROT+12*(NPROT/2-1) !347
FITEM,2,10+44*NPEST+22*NPROT+12*(NPROT/2-1) !374
FITEM,2,7+44*NPEST+22*NPROT+12*(NPROT/2-1) !371
FITEM,2,8+44*NPEST+22*NPROT+12*(NPROT/2-1) !372
FITEM,2,9+44*NPEST+22*NPROT+12*(NPROT/2-1) !373
FITEM,2,1+52*NPEST+22*NPROT              !401
FITEM,2,4+52*NPEST+22*NPROT+4*(NPROT/2-1) !408
AL,P51X

!DIVISÃO DAS LINHAS DO MOTOR
!divide as linhas dos pólos do estator
*DO,PIN,0,NPEST-1
FLST,5,6,4,ORDE,2
FITEM,5,(20*NPEST+7+24*PIN)
FITEM,5,-(20*NPEST+12+24*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,BS, , , , ,1
*ENDDO

!LINHAS DO ARCO DO ESTATOR
*DO,PIN,0,NPEST-1
FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,(1+20*PIN)

```

```

FITEM,5,(6+20*PIN)
FITEM,5,(11+20*PIN)
FITEM,5,(16+20*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,5, , , , ,1
*ENDDO

!LINHAS DAS BOBINAS
*DO,PIN,0,2*NPEST-1
FLST,5,6,4,ORDE,2
FITEM,5,(20*NPEST+1+12*PIN)
FITEM,5,-(20*NPEST+6+12*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,BB, , , , ,1
*ENDDO

!LINHAS DAS REGIOES DE SATURACAO DOS POLOS DO ESTATOR
*DO,PIN,0,4*NPEST-1
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,(2+5*PIN)
FITEM,5,(3+5*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,3, , , , ,1
*ENDDO

!LINHAS GRANDES DOS POLOS DO ESTATOR
*DO,PIN,0,2*NPEST-1
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,(4+10*PIN)
FITEM,5,(9+10*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,7, , , , ,1
*ENDDO

!LINHAS PROXIMAS AS EXTREMIDADES DOS POLOS DO ESTATOR
*DO,PIN,0,4*NPEST-1
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(5+5*PIN)
CM,_Y,LINE

```

```

LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,5, , , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS GRANDES DOS ARCOS DO ESTATOR

```

```

*DO,PIN,0,NPEST-1
FLST,5,6,4,ORDE,2
FITEM,5,(19+20*NPEST+24*PIN)
FITEM,5,-(24+20*NPEST+24*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,ZETA, , , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DOS PÓLOS DO ROTOR

```

```

*DO,PIN,0,NPROT-1
FLST,5,6,4,ORDE,2
FITEM,5,(11+44*NPEST+16*PIN)
FITEM,5,-(16+44*NPEST+16*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,BR, , , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DOS PÓLOS DO ROTOR

```

```

*DO,PIN,0,NPROT-1
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,(2+44*NPEST+16*PIN)
FITEM,5,(7+44*NPEST+16*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL, ,_Y
LESIZE,_Y1, , ,6, , , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DOS PÓLOS DO ROTOR

```

```

*DO,PIN,0,NPROT-1
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,(1+44*NPEST+PIN*16)
FITEM,5,(3+44*NPEST+16*PIN)
FITEM,5,(4+44*NPEST+16*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE

```

```

CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,3, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DOS PÓLOS DO ROTOR
*DO,PIN,0,NPROT-1
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,(6+44*NPEST+PIN*16)
FITEM,5,(8+44*NPEST+16*PIN)
FITEM,5,(9+44*NPEST+16*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,3, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DO ARCO DO ROTOR
*DO,PIN,0,NPROT-1
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(5+44*NPEST+PIN*16)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,5, , , ,1
*ENDDO
*DO,PIN,0,NPROT-1
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(10+44*NPEST+PIN*16)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,5, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DO AR ENTRE OS POLOS DO ROTOR
*DO,PIN,0,NPROT-1
FLST,5,6,4,ORDE,2
FITEM,5,(1+44*NPEST+16*NPROT+6*PIN)
FITEM,5,-(6+44*NPEST+16*NPROT+6*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,ZETA1, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DO AR ENTRE OS POLOS DO ROTOR
*DO,PIN,0,2*NPEST-1

```

```

FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(1+44*NPEST+22*NPROT+2*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,BB, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DO AR ENTRE OS POLOS DO ROTOR
*DO,PIN,0,NPEST-1
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(2+44*NPEST+22*NPROT+4*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,BS, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DO AR ENTRE OS POLOS DO ROTOR
*DO,PIN,0,NPEST-1
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(4+44*NPEST+22*NPROT+4*PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,ZETA, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DO AR ENTRE OS POLOS DO ROTOR E DO ESTATOR
*DO,PIN,0,4*NPEST-1
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(1+48*NPEST+22*NPROT+PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,3, , , ,1
*ENDDO

```

```

!LINHAS DO AR ENTRE OS POLOS DO ROTOR E DO ESTATOR
*DO,PIN,0,2*NPROT-1
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,(1+52*NPEST+22*NPROT+PIN)
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,1, , , ,1

```

\*ENDDO

!\*\*\*\*\*NUMERAÇÃO CORRESPONDENTE AS ÁREAS\*\*\*\*\*

!A1 ATÉ A11\*NPEST=> ESTATOR  
!A31 ATÉ A46=>ROTOR  
!A47,A48 => COBRE FASE 1 #1  
!A49,A50 => COBRE FASE 1 #2  
!A51,A52 => COBRE FASE 3 #1  
!A53,A54 => COBRE FASE 3 #2  
!A55,A56 => COBRE FASE 2 #1  
!A57,A58 => COBRE FASE 2 #2  
!A59 ATÉ A104=>AR NO INTERIOR DO MOTOR

!\*\*\*\*\*Definição dos materiais \*\*\*\*\*

tb,bh,1 !mur para o aco silicio do rotor e do estator  
tbpt,defi,99.5,0.6  
! tbpt, ,103.5,0.65  
tbpt, ,111.4,0.75  
! tbpt, ,119.4,0.85  
tbpt, ,127.3,0.9  
tbpt, ,135.3,0.95  
tbpt, ,143.3,1  
tbpt, ,151.3,1.05  
tbpt, ,159.2,1.1  
tbpt, ,175.2,1.15  
tbpt, ,199.0,1.22  
tbpt, ,238.9,1.3  
tbpt, ,318.5,1.37  
tbpt, ,398.1,1.41  
tbpt, ,477.7,1.43  
tbpt, ,557.3,1.46  
tbpt, ,636.9,1.47  
tbpt, ,716.6,1.49  
tbpt, ,796.2,1.5  
tbpt, ,1592.4,1.59  
tbpt, ,2388.5,1.63  
tbpt, ,3980.9,1.7  
! tbpt, ,5573.2,1.75  
! tbpt, ,7165.6,1.79

MP,MURX,2,1 !COBRE1  
MP,MURY,2,1  
MP,MURX,3,1 !COBRE2  
MP,MURY,3,1  
MP,MURX,4,1 !COBRE3  
MP,MURY,4,1  
MP,MURX,5,1 !COBRE4  
MP,MURY,5,1  
MP,MURX,6,1 !COBRE5

```

MP,MURY,6,1
MP,MURX,7,1           !COBRE6
MP,MURY,7,1
MP,MURX,8,1           !AR
MP,MURY,8,1

!MATERIAIS FEROMAGNETICOS
ASEL,S,AREA, ,1,11*NPEST,1,0           ! SELECIONA ESTATOR
AATT,1                                   ! ATRIBUI O MATERIAL REFERENTE
ASEL,S,AREA, ,20*NPEST+1,20*NPEST+7*NPROT,1,0           ! SELECIONA ROTOR
AATT,1                                   ! ATRIBUI O MATERIAL REFERENTE AO ROTOR

!FASE 1
!MATERIAIS PARA AS BOBINAS
ASEL,S,AREA, ,73,75,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,2
ASEL,S,AREA, ,94,96,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,2
!MATERIAIS PARA AS BOBINAS
ASEL,S,AREA, ,76,78,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,3
ASEL,S,AREA, ,91,93,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,3

!FASE 2
!MATERIAIS PARA AS BOBINAS
ASEL,S,AREA, ,67,69,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,6
ASEL,S,AREA, ,88,90,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,6
!MATERIAIS PARA AS BOBINAS
ASEL,S,AREA, ,70,72,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,7
ASEL,S,AREA, ,85,87,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,7

!FASE 3
!MATERIAIS PARA AS BOBINAS
ASEL,S,AREA, ,100,102,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,4
ASEL,S,AREA, ,79,81,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,4
!MATERIAIS PARA AS BOBINAS
ASEL,S,AREA, ,82,84,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,5
ASEL,S,AREA, ,97,99,1,0           ! SELECIONA BOBINA FASE 1
AATT,5

!AR
ASEL,S,AREA, ,1+17*NPEST,20*NPEST,1,0           ! SELECIONA AR ESTATOR
AATT,8                                   ! ATRIBUI O MATERIAL REFERENTE

```



ASEL,S,AREA, ,7\*NPROT+20\*NPEST+1,192,1,0  
AATT,8

! SELECIONA AR ROTOR  
! ATRIBUI O MATERIAL REFERENTE

!PLOTA AS ÁREAS

ase1,all  
APLOT  
/PNUM,AREA,1  
/NUMBER,1  
/PNUM,MAT,1  
/REPLOT

!\*\*\*\*\*CRIA MALHA\*\*\*\*\*

ET,1,PLANE13

!\*\*\*PARTE FIXA

!ELEMETOS CRIADOS DE FORMA MANUAL

!ROTOR +AR

FLST,5,10\*NPROT,5,ORDE,2  
FITEM,5,(1+20\*NPEST)  
FITEM,5,-(20\*NPEST+10\*NPROT)

CM,\_Y,AREA  
ASEL, , , ,P51X

CM,\_Y1,AREA  
CHKMSH,'AREA'

CMSEL,S,\_Y

AMESH,\_Y1

CMDELE,\_Y

CMDELE,\_Y1

CMDELE,\_Y2

!ELEMETOS CRIADOS LIVREMENTE

MSHKEY,0 !MUDA PARA CRIAR ELEMENTOS LIVREMENTE

FLST,5,(4\*NPEST+2\*NPROT),5,ORDE,2  
FITEM,5,(1+20\*NPEST+10\*NPROT)  
FITEM,5,-(24\*NPEST+12\*NPROT)

CM,\_Y,AREA  
ASEL, , , ,P51X

CM,\_Y1,AREA  
CHKMSH,'AREA'

CMSEL,S,\_Y

AMESH,\_Y1

CMDELE,\_Y

CMDELE,\_Y1

CMDELE,\_Y2

!\*\*\*PARTE GIRANTE\*\*\*

!ELEMETOS CRIADOS DE FORMA MANUAL

!ESTATOR + AR

MSHKEY,1 !MUDA PARA CRIAR ELEMENTOS MANUALMENTE

FLST,5,20\*NPEST,5,ORDE,2  
FITEM,5,1  
FITEM,5,-(20\*NPEST)

CM,\_Y,AREA

```

ASEL, , , ,P51X
CM, _Y1, AREA
CHKMSH, 'AREA'
CMSEL, S, _Y
AMESH, _Y1
CMDELE, _Y
CMDELE, _Y1
CMDELE, _Y2

!*****parâmetros para repetição*****
*DO, ENT, 1, 180 !repetição para a variação da posição do rotor
*DO, I, 1, 10 ! Loop de corrente
Jn=I*N/AREA !Densidade de corrente

!***** define a região de fronteira para o motor*****
!Atribui potencial vetor = zero na fronteira externa
/PREP7
CSYS, 1 ! Muda o sistema de coordenadas para cilíndricas
NSEL, S, LOC, X, r5 ! SELEÇÃO DO CONTORNO EXTERNO
D, ALL, AZ, 0 !
NSEL, S, LOC, X, rsh ! SELEÇÃO DO CONTORNO EXTERNO
D, ALL, AZ, 0 !
NSEL, ALL

!****APLICA A CORRENTE ELÉTRICA AS BOBINAS DO ESTATOR****

!ALIMENTAÇÃO DA FASE 2
/SOLU
ESEL, S, MAT, , 6
BFE, all, JS, 1, , , Jn, ,
esel, all
ESEL, S, MAT, , 7
BFE, ALL, JS, 1, , , -Jn, ,
ALLSEL, ALL
VSEL, ALL
ASEL, ALL
LSEL, ALL
KSEL, ALL
ESEL, ALL
NSEL, ALL
!SOLUÇÃO
/SOLU
/STAT, SOLU
SOLVE
/REPLOT

!Cálculo da indutância
/POST1
ESEL, S, MAT, , 6, 7
ETABLE, , A, Z

```

```

ETABLE, ,JT,Z
ETABLE, ,VOLU,
SMULT,A*J,AZ,JTZ,1,1,
SMULT,A*J*V,A*J,VOLU,1,1,
SSUM
*GET,AJV,SSUM, ,ITEM,A*J*V
ALLSEL,ALL
ASEL,ALL
LSEL,ALL
KSEL,ALL
ESEL,ALL
NSEL,ALL
/REPLOT

```

```
INDUT=AJV*pacote/(I*I)
```

```
!leitura do arquivo para cálculo do torque
```

```

*if,i,eq,1,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB1(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB1(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB1(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB1,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB1(1,1),TAB1(1,2),TAB1(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOSE
*endif

```

```

*if,i,eq,2,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB2(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB2(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB2(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB2,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB2(1,1),TAB2(1,2),TAB2(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOSE
*endif

```

```

*if,i,eq,3,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB3(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB3(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB3(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB3,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB3(1,1),TAB3(1,2),TAB3(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOSE
*endif

```

```

*if,i,eq,4,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB4(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB4(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB4(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB4,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB4(1,1),TAB4(1,2),TAB4(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOS
*endif

*if,i,eq,5,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB5(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB5(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB5(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB5,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB5(1,1),TAB5(1,2),TAB5(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOS
*endif

*if,i,eq,6,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB6(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB6(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB6(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB6,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB6(1,1),TAB6(1,2),TAB6(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOS
*endif

*if,i,eq,7,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB7(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB7(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB7(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB7,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB7(1,1),TAB7(1,2),TAB7(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOS
*endif

*if,i,eq,8,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0      ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB8(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB8(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB8(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB8,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB8(1,1),TAB8(1,2),TAB8(1,3)

```

```

(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOSE
*endif

*if,i,eq,9,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0 ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB9(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB9(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB9(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB9,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB9(1,1),TAB9(1,2),TAB9(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12) *CFCLOSE
*endif

*if,i,eq,10,then
/INPUT,Torq,txt,E:\sotelo,, 0 ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO
TAB10(ENT,1)=THETA-1+ENT
TAB10(ENT,2)=TORQUE*pacote
TAB10(ENT,3)=INDUT
*CFOPEN,TAB10,txt,E:\sotelo
*VWRITE,TAB10(1,1),TAB10(1,2),TAB10(1,3)
(1X,' ',F20.12,' ',F20.12,' ',F20.12)
*CFCLOSE
*endif

*ENDDO

/INPUT,girar_novo,txt,e:\sotelo,, 0 ! CONTINUAR LENDO OUTRO ARQUIVO

/post1
reset
FINISH
*ENDDO

```

# Apêndice B

## Arquivo para Cálculo da Perda Energética no ferro.

Seguem as linhas de comando para o cálculo das perdas no ferro. Esse arquivo refere-se a Geometria D com material Ferro Silício, descrita na dissertação.

```
%Calcula as perdas no ferro de um SRD para uma decomposicao harmonica

load br;
load bt;
bt1=sqrt(br.^2+bt.^2);
velo=30; %velocidade da maquina em ciclos/segundos
kmax=200; %numero de harmonicos considerados para a serie
bt1rot(1,:)=0:1/(velo*360):(1+1/3)/(4*velo); %tempo btrot
bt1est(1,:)=0:1/(velo*360):1/(velo); %tempo btest

sigma=2.5e6; %condutividade eletrica
d2=(0.5e-3)^2; % espessura da lamina (em m) ao quadrado
dens=7700; %densidade do material (em kg/m^3)
kp=(sigma*d2*pi^2)/(6*dens); %constante perda por eddy currents
kh=0.0256; %constante perdas por histerese
alfa=2.36; %constante perdas por histerese

for lin=1:14040;
    pct(lin,1)=0;
    pht(lin,1)=0;
end

for cont=1:3840
    bt1rot(2,:)=bt1(cont,1:121)]; %inducacao tangencial em funcao do tempo para o rotor
    T=bt1rot(1,length(bt1rot))/2; %periodo
    t=linspace(0,T,2048); %tempo
```

```

pulso=interp1(bt1rot(1,:),bt1rot(2,:),t+T); %interpolacao de btrot para achar funcao par fft
H=fft(pulso); %calculo da fft
N=length(H);
a0=H(1)*2/N;
ak=real(H(2:N/2))*2/N;
bk=-imag(H(2:N/2))*2/N;
ck=sqrt(ak.^2+bk.^2);
for i=1:kmax
    pct1(i)=kp*(i*(1/T))^2.*(ck(i)^2);
    pht1(i)=kh*i*(1/T)*(ck(i)^alfa);
end
pct(cont,1)=sum(pct1);
pht(cont,1)=sum(pht1);
end
clear pct1 clear pht1 clear T clear pulso clear ak clear bk
clear ck clear a0 clear t clear N clear H clear i clear cont

for cont=6481:11700
bt1est(2,:)=[bt1(cont,1:180),bt1(cont,1:180),bt1(cont,1)]; %inducao tangencial em funcao do tempo para o estator
T=bt1est(1,length(bt1est))/2; %periodo
t=linspace(0,T,2048); %tempo
pulso=interp1(bt1est(1,:),bt1est(2,:),t+T); %interpolacao de btest para achar funcao par fft
H=fft(pulso); %calculo da fft
N=length(H);
a0=H(1)*2/N;
ak=real(H(2:N/2))*2/N;
bk=-imag(H(2:N/2))*2/N;
ck=sqrt(ak.^2+bk.^2);
for i=1:kmax
    pct1(i)=kp*(i*(1/T))^2.*(ck(i)^2);
    pht1(i)=kh*i*(1/T)*(ck(i)^alfa);
end
pct(cont,1)=sum(pct1);
pht(cont,1)=sum(pht1);
end
clear pct1 clear pht1 clear T clear pulso clear ak clear bk
clear ck clear a0 clear t clear N clear H clear i clear cont

ph=pht;
pc=pct;
pt=ph+pc;

save pc.txt pc -ascii
save ph.txt ph -ascii
save pt.txt pt -ascii

load massa.txt
perdac=pc.*massa;
perdah=ph.*massa;
perda=pt.*massa;

```

```
perdacrot=pc(1:3840).*massa(1:3840);
perdahrot=ph(1:3840).*massa(1:3840);
perdarot=pt(1:3840).*massa(1:3840);
perdacest=pc(6481:11700).*massa(6481:11700);
perdahest=ph(6481:11700).*massa(6481:11700);
perdaest=pt(6481:11700).*massa(6481:11700);
IL=[10,sum(perdahest),sum(perdahrot),sum(perdah),sum(perdacest),
sum(perdacrot),sum(perdac),sum(perdaest),sum(perdarot),sum(perda)];
save IL.txt IL -ascii
```