

### CONTROLE EXTREMAL VIA FUNÇÕES DE MONITORAÇÃO E REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA

Nerito Oliveira Aminde

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Liu Hsu Tiago Roux de Oliveira

Rio de Janeiro Julho de 2013

#### CONTROLE EXTREMAL VIA FUNÇÕES DE MONITORAÇÃO E REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA

Nerito Oliveira Aminde

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Liu Hsu, Docteur d'Etat

Prof. Tiago Roux de Oliveira, D. Sc.

Prof. Ramon Romankevicius Costa, D. Sc.

Prof. Leonardo Antonio Borges Torres, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL JULHO DE 2013 Aminde, Nerito Oliveira

Controle Extremal via Funções de Monitoração e Realimentação de Saída/Nerito Oliveira Aminde. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

XIV, 80 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Liu Hsu

Tiago Roux de Oliveira

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 65 – 70.

 Controle Extremal.
 Funções de Monitoração.
 Direção de Controle Desconhecida.
 Sistemas Não-Lineares.
 Hsu, Liu *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica.
 III. Título.

A meus pais, Oliveira Aminde e Betinha Medida, tio Geraldo Medida, com muito carinho e gratidão.

## Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pela graça da minha existência e por me acompanhar em todos os momentos difíceis e alegres da minha vida.

Um agradecimento especial aos meus orientadores, Professores Liu Hsu e Tiago Roux de Oliveira. Foi uma honra ter carinho e apoio em todos sentidos do primeiro e dedicação e paciência do segundo, ex orientando do primeiro e ganhador de Prêmio Melhor Tese de Doutorado da COPPE/UFRJ Capes. Certamente, essas qualidades tornaram possível a realização desta dissertação.

Aos Professores do LabCon Fernando Lizarralde, Eduardo Vieira Leão Nunes e Ramon Romankevicius Costa, o funcionário Roberto Calvet por criarem um ambiente agradável no laboratório. Ao Professor José Paulo Vilela Soares da Cunha e funcionários do LEE/UERJ pelo apoio e convívio durante a realização de experimentos.

A minha família de um modo geral, que direta ou indiretamente contribuiu para o alcance de mais um degrau, em especial aos meus irmãos Ronaldo, Zito e Ivanildo e irmãs Chinoca e Janete pelo carinho e por espelharem-se em mim.

Aos meus colegas que se tornaram verdadeiros amigos, Alessandro Santos de Lima, Ângela Arana, Ivanko Yannick Yanque Tomasevich, Luciano Menezes Júnior e Marcela Tarazona. Em especial a Diego Pereira Dias, meu "consultor" em LaTeX à disposição 24 h.

Aos Estudantes Moçambicanos no Rio de Janeiro (Mozucas) pela convivência fraternal longe de nossas famílias. Aos meus amigos e amigas: Adilson, Adolfo, Belchior, Cachimo, Cláudio, Egisto, Hinervo, Lívia, Miranda, Nordino, Roberto, Teodózio, Valéria, pela agradável convivência em todos os momentos, em especial a Paulo José Sigaúque, parceiro que morou comigo durante todo o mestrado.

Ao Instituto Nacional de Eficiência Energética - INEE, pelo apoio financeiro para solução de questões burocráticas do VISTO no Paraguai e, por fim, ao CNPq pelo suporte financeiro e à COPPE/UFRJ, melhor Universidade do Rio de Janeiro, pela oportunidade de realizar o mestrado. Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

#### CONTROLE EXTREMAL VIA FUNÇÕES DE MONITORAÇÃO E REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA

Nerito Oliveira Aminde

Julho/2013

Orientadores: Liu Hsu Tiago Roux de Oliveira Programa: Engenharia Elétrica

Esta dissertação apresenta o projeto de um controlador extremal baseado em função de monitoração para uma classe de sistemas não-lineares incertos. Demonstra-se que é possível alcançar uma vizinhança arbitrariamente pequena do extremo ótimo desejado usando apenas realimentação de saída. A ideia chave é a combinação da função de monitoração e um observador de norma do vetor de estado. Demonstra-se também que, como uma importante vantagem, a estratégia proposta permite alcançar o extremo de uma função não-linear desconhecida para todas as condições iniciais, isto é, o algoritmo de otimização em tempo real tem propriedades de convergência e estabilidade globais. Além disso, são dadas algumas técnicas de ajuste de parâmetros para alcançar a convergência para o extremo global na presença de extremos locais. Foram realizadas simulações em freios ABS e painel solar e experimentos utilizando o controlador proposto aplicado ao problema de busca de fonte para ilustrar a viabilidade do mesmo. Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

# EXTREMUM CONTROL VIA MONITORING FUNCTIONS AND OUTPUT-FEEDBACK

Nerito Oliveira Aminde

July/2013

Advisors: Liu Hsu Tiago Roux de Oliveira Department: Electrical Engineering

This dissertation addresses the design of an extremum-seeking controller based on monitoring function for a class of uncertain nonlinear systems. We demonstrate that it is possible to achieve an arbitrary small neighborhood of the desired optimal point using only output-feedback. The key idea is the combination of a monitoring function with a norm state observer framework. We also show that, as an important advantage, the proposed scheme allows to achieve the extremum of a unknown nonlinear mapping for all domain of initial conditions, i.e., the real-time optimization algorithm has global convergence and stability properties. Moreover, some parameters tuning rules are given to achieve convergence to global maximum in presence of local extrema. Simulations of Antilock Braking Systems and solar panel and experiments were realized utilizing the proposed controller applied to the problem of source seeking to illustrate its viability.

# Sumário

Lista de Figuras x				
Lista de Tabelas xiii			xiii	
1	Intr	Introdução		
	1.1	Breve Histórico sobre Controle Extremal	1	
	1.2	Aplicações	3	
		1.2.1 Amplificadores Ópticos Raman	4	
		1.2.2 Veículos Autônomos e Robôs Móveis	5	
		1.2.3 Motor de Combustão Interna	6	
	1.3	Objetivos	6	
	1.4	Organização da Dissertação	7	
<b>2</b>	Mét	todos de Controle Extremal	8	
	2.1	Perturbação Senoidal ou <i>Dither</i>	8	
		2.1.1 Análise de Estabilidade	10	
	2.2	Controle Extremal por Modos deslizantes via função de chaveamento		
		periódica	12	
		2.2.1 Projeto do controlador	15	
		2.2.2 Projeto da função de modulação	16	
3	Con	ntrolador Extremal via Função de Monitoração	19	
	3.1	Projeto do Controlador	19	
	3.2	Dinâmica do Erro	21	
	3.3	Projeto da Função de Monitoração	22	
	3.4	Projeto da Função de Modulação	24	
	3.5	Convergência Global	26	
	3.6	Múltiplos Extremos	29	
	3.7	Simulações Preliminares	29	
4	$\operatorname{Apl}$	icações do Controle Extremal Proposto	36	
	4.1	Sistemas de Freios ABS	36	

		4.1.1	Modelagem e Controle da Roda	38
		4.1.2	Resultados de Simulações	41
	4.2	Sistem	as Fotovoltaicos	44
		4.2.1	Modelagem Matemática	44
		4.2.2	Resultados de Simulações	50
<b>5</b>	$\mathbf{Res}$	ultado	s Experimentais do Controle de Busca de Fonte de Luz	53
	5.1	Descri	ção do Servomecanismo	53
	5.2	Result	ados e discussões	55
6	Con	clusõe	s e Trabalhos Futuros	63
	6.1	Contri	buições da Dissertação	63
	6.2	Trabal	hos Futuros	64
Re	eferê	ncias E	Bibliográficas	65
$\mathbf{A}$	Par	âmetro	os e Modelagem do Painel Solar	71
	A.1	Parâm	etros Elétricos e Condições de Referência da Célula Solar	71
	A.2	Model	agem da Célula Solar em Simulink	72
в	Mo	delagei	m do freio ABS	74
$\mathbf{C}$	Foto	Fotos de Componentes do Experimento 7		

# Lista de Figuras

1.1	Crescimento de publicações em controle extremal ao longo do tempo	
	[1]	2
0.1	Economa bácico do controlo ortromal	0
2.1	Esquema basico de controle extremai	9 10
2.2	Instração da perturbação senoidal [2]	10
2.3	Controle extremal por modos deslizantes usando função de chavea-	10
	mento periodica.	10
3.1	Esquema de controle proposto baseado em função de monitoração	20
3.2	As trajetórias de $\varphi_m(t)$ e $ e(t) $ e o chaveamento de $u$	23
3.3	Função objetivo $y = \frac{10z}{4+z^2}$	30
3.4	O parâmetro z converge para $z^* = 2$ que maximiza $y$	31
3.5	Saída da planta $y$ (linha contínua) e modelo de referência $y_m$ (linha	
	tracejada). A saída da planta tende para o valor máximo $y^*=2,5.~$ .	31
3.6	Função objetivo $\Phi(z)$ .	32
3.7	O parâmetro $z$ converge para $z^{\ast}$ = 5 que globalmente maximiza $y$	
	usando diferentes condições iniciais $z(0)$	33
3.8	A saída da planta y (linha contínua) e o modelo de referência $y_m$ (linha	
	tracejada). A saída da planta tende para o valor máximo $y^*=1,5.~$ .	34
3.9	Figura extraída de [1]. Convergência de $z$ para o máximo local/global	
	dependendo das condições iniciais de $z(0)$	34
3.10	Função de monitoração $\varphi_m$ e a norma do erro $ e $	35
4.1	Curvas que relacionam o escorregamento das rodas $(z)$ versus o coe-	
	ficiente de atrito ( $\mu$ ) para quatro tipos diferentes de pista	37
4.2	Forças que atuam na roda	39
4.3	Esquema de controle extremal para o modelo da roda	40
4.4	Curva do deslizamento da roda.	41
4.5	Curva do coeficiente do atrito.	42
4.6	Velocidades linear e angular da roda.	42
4.7	Desaceleração da roda.	43
4.8	Função de Monitoração do Erro	43

4.9	Circuito elétrico equivalente de uma célula fotovoltaica com resistên-	
	cias $R_s \in R_p$	44
4.10	Esquema de controle do painel solar.	47
4.11	Curvas características P-V variando-se a irradiação e $T=25^oC.$	48
4.12	Curvas características I-V variando-se a irradiação e $T = 25^{o} C.$	48
4.13	Curvas características P-V variando-se a temperatura e $S$ =	
	$1000 W/m^2$ .	49
4.14	Curvas características I-V variando-se a temperatura e $S = 1000 W/m^2$ .	49
4.15	Respostas no tempo da potência da célula solar sob o salto da irradi-	
	ação solar de $400W/m^2$ para $800W/m^2$	50
4.16	Respostas no tempo da corrente da célula solar sob o salto da irradi-	
	ação solar de $400 W/m^2$ para $800W/m^2$ .	51
4.17	Função de monitoração do erro sob o salto da irradiação solar de	
	$400 W/m^2$ para $800 W/m^2$	51
4.18	Sinal de controle para uma célula solar	52
5.1	Diagrama do servomecanismo com destaque as conexões ao computador.	54
5.2	Circuito de alimentação do fototransistor.	55
5.3	Intensidade de luz recebida pelo sensor convertida em volts	55
5.4	Sinal de controle	56
5.5	Função de monitoração $\varphi_m$ e a norma do erro $ e $	57
5.6	Intensidade de luz recebida pelo sensor interrompendo-se a luz	58
5.7	Sinal de controle interrompendo-se a luz	58
5.8	Monitoração do erro interrompendo-se a luz	59
5.9	Configuração do primeiro experimento. O carrinho para próximo à	
	fonte de luz	59
5.10	Intensidade de luz recebida pelo sensor movendo-se a fonte de luz	60
5.11	Sinal de controle movendo-se a fonte de luz	61
5.12	Monitoração do erro movendo-se a fonte de luz	61
5.13	Posição do carrinho ao longo do trilho.	62
5.14	Configuração do segundo experimento. Fonte de luz em movimento é	
	seguida pelo carrinho	62
A.1	Modelagem do Circuito Equivalente de uma célula solar	73
B.1	Modelagem e controle do freio ABS.	75
B.2	Modelagem e controle do freio ABS - subsistema	76
		. •
C.1	Monitor e periféricos.	77
C.2	CPU usada	78
C.3	Kit da Quanser.	78

C.4	Destaque do Kit da Quanser.	79
C.5	Amplificador de potência.	79
C.6	Circuito de alimentação do fotossensor	80
C.7	Placa do conversor A/D e D/A	80

# Lista de Tabelas

4.1	Média de pico para os valores do coeficiente de atrito para diferentes	
	condições de pista.	38
A.1	Parâmetros de simulação do painel solar.	72

# Lista de Abreviaturas

ABS	(Antilock Braking Systems)
SISO	Uma entrada e uma saída $(Single-input-single-output)$
ESC	Controle Extremal (Extremum Seeking Control)
HFG	Ganho de Alta Frequência (High Frequency Gain)
ISS	Estável no sentido Entrada-Estado (Input-to-State-Stable)
$\mathbf{SMC}$	Controle por Modos Deslizantes (Sliding Mode Control)
$\mathbf{SRS}$	Espalhamento Raman Estimulado (Stimulated Raman Scattering)
DC	Corrente Contínua (Direct Current)
MPPT	Busca do Ponto de Máxima Potência (Maximum Power Point
	Tracking)
STC	Condições Padrão de Testes (Standart Test Conditions)

## Capítulo 1

## Introdução

O possível primeiro registro existente na literatura a respeito do controle por busca extremal (*ESC - Extremum Seeking Control*) ou simplesmente, controle extremal foi introduzido por Leblanc em 1922 [3, 4], que se pode definir como sendo um sistema de controle usado para determinar e manter o extremo de uma função [1]. Portanto, é aplicável em situações onde existe uma não-linearidade no problema de controle e a não-linearidade apresenta um mínimo ou máximo [4, 5]. A não-linearidade pode estar na planta, uma não-linearidade física, ou pode estar na formulação do problema, associada ao sistema através de uma função objetivo de um problema de otimização [5].

#### 1.1 Breve Histórico sobre Controle Extremal

O histórico a seguir é baseado principalmente nos livros [4, 5] e artigo [1].

No artigo de Leblanc [3] foi proposto um mecanismo de controle que procurava manter uma maior transferência de potência a partir de uma linha de transmissão a um bonde elétrico através do controle extremal. Durante a segunda guerra mundial, houve uma considerável pesquisa na mesma área na Rússia.

Provavelmente o livro de Draper e Li em 1951 [6] foi a primeira publicação na literatura inglesa detalhando um algoritmo de controle extremal e seu desempenho. Nele, foi proposto como otimizar um motor de combustão interna. Após essa publicação, surgiram várias aplicações do controle extremal em motores de combustão interna.

O controle extremal, assim como outras formas de controle adaptativo, tornou-se importante tópico de pesquisa nas décadas de 1950 e 1960. A maioria dos resultados obtidos nessa época era focada na descrição dos algoritmos e exploração de seu desempenho em aplicações particulares.

Nas três décadas seguintes, 1970 - 2000, o estudo a respeito de controle extremal continuou, mas o principal foco passou para a busca de novas estratégias de con-



Figura 1.1: Crescimento de publicações em controle extremal ao longo do tempo [1].

trole adaptativo de maior complexidade em relação à estabilidade e desempenho do sistema de controle. Até 1990, a maioria dos algoritmos usava excitação periódica para explorar o regime permanente.

Acredita-se que o novo interesse na teoria de controle extremal ressurge após a publicação da prova rigorosa de estabilidade do clássico sistema de controle extremal por realimentação de saída, por Krstić e Wang em 2000 [1, 7].

O controle extremal tem se tornado uma área chave na teoria de controle devido à crescente necessidade de otimizar plantas de modo a reduzir os custos operacionais e adequar as especificações do produto [8]. Sendo assim, a solução para os projetistas tem sido projetar melhores controladores que garantam um ótimo desempenho da planta. Não é acaso que em [9], o controle extremal já era considerado uma das áreas mais promissoras do controle adaptativo. Esta previsão vem se confirmando. Na última década, por exemplo, o número de publicações sobre controle extremal cresceu aproximadamente oito vezes em relação à década anterior [1], conforme pode-se ver na Figura 1.1.

Os mais populares algoritmos para otimização sem restrição utilizam informação da derivada ou do gradiente da função objetivo. Entretanto, em muitos problemas de controle extremal tais informações não podem ser acessíveis em tempo real ou a sua obtenção pode ser muito dispendiosa. Além disso, o uso de derivadores ou sensores de gradiente tende a amplificar ruídos e a causar instabilidade em altas frequências [10]. O controle extremal baseado em perturbação senoidal ou *dither* [4] usa um filtro passa-alta na saída da planta e uma pequena perturbação senoidal para estimar o gradiente da função objetivo. Este método se caracteriza pela sua simplicidade e uma rápida adaptação. Entretanto, apenas estabilidade local pôde ser garantida, assumindo-se acesso a todos estados. A possibilidade de se lidar com extremos locais foi recentemente abordada em [7]. Em [1, 11, 12], sob mesmas hipóteses e variando-se a amplitude da perturbação, convergência semi-global na presença de máximo local foi obtida, porém, a taxa de convergência diminui com o aumento do domínio de atração.

Um estudo de diferentes sinais de perturbação pode ser encontrado em [13], onde uma análise matemática e resultados de simulações ilustram que a forma dos sinais de perturbação influenciam no desempenho do controlador extremal em termos de precisão, velocidade e domínio de convergência.

Em [14], o controle extremal foi considerado um problema de controle não-linear dependente do estado e do ganho de alta frequência (*HFG - High Frequency Gain*) que muda de sinal (também chamado de direção de controle) em torno do extremo desejado.

Um esquema utilizando controle por modos deslizantes (*SMC* - *Sliding Mode Control*) e realimentação de saída para o rastreamento de plantas lineares incertas foi introduzido em [15–17] utilizando um algoritmo de chaveamento baseado em uma função de monitoração para o erro de saída. Entretanto, em [18], foi constatado a falta de robustez do esquema baseado em função de monitoração devido às recorrentes mudanças de direção de controle, o que prejudicaria sua aplicação ao problema de controle extremal.

Nesta dissertação, é proposta uma nova função de monitoração de modo a mostrar que o controlador baseado em realimentação de saída proposto em [15–17] pode ser aplicado ao problema de controle extremal para uma classe de sistemas nãolineares incertos, sendo que propriedades de convergência global são garantidas sem afetar a taxa de convergência. Além disso, para sistemas de grau relativo um, o algoritmo proposto permite a busca de extremo global na presença de extremo local conforme será mostrado através de simulações. Para mostrar a aplicabilidade prática do algoritmo proposto, são feitas modelagens matemáticas e simulações de freios ABS e painel solar, e são realizados experimentos aplicados ao problema de busca de fonte (source seeking).

### 1.2 Aplicações

Em [1] pode-se encontrar algumas dezenas de aplicações, dentre as quais pode-se citar, o problema de projetar sistemas de freios ABS (*Antilock Bracking System*), veículos autônomos e robôs móveis, motores de combustão interna, controle de processos e até aceleradores de partículas. Uma das aplicações mais importantes do controle extremal para problemas de engenharia na indústria é a otimização dos coeficientes do controlador PID [5]. A seguir é apresentada uma breve descrição de algumas das aplicações acima para motivar o leitor.

### 1.2.1 Amplificadores Ópticos Raman

Um amplificador Raman é um dispositivo composto por uma parte óptica e uma parte eletrônica, onde através de um grupo de *lasers* de comprimentos de onda não modulados (isto é, bombeamento óptico com *lasers*) inseridos na fibra, eleva-se a potência dos comprimentos de onda modulados (*lasers* de sinais de dados). Tal ganho de potência é chamado ganho de Raman e ocorre em todo o comprimento do enlace de fibra óptica devido principalmente ao Espalhamento Estimulado de Raman (*SRS* - *Stimulated Raman Scattering*) [19, 20].

Posto de outra forma, o fenômeno da amplificação por efeito Raman ocorre quando os fótons, provenientes de uma fonte de bombeio, que possuem níveis elevados de energia, interagem com as vibrações dos átomos da fibra óptica e, ao encontrar-se com os fótons do sinal óptico que se propagavam na fibra, estes são estimulados e o seu nível de energia é aumentado.

O amplificador Raman é, portanto, um dispositivo eletro-óptico que se aplica em sistemas de comunicação ótica submarina DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexed*) onde a melhoria da razão sinal-ruído é necessária e em transmissões terrestres onde os comprimentos do enlace são maiores do que os indicados para amplificadores de fibra dopada com érbio (*EDFAs - Erbium Doped Fiber Amplifiers*), necessitando-se da redução da atenuação dos sinais de dados presentes naturalmente na fibra [19].

Em [19] foi considerado o problema de minimização da variação da potência da saída do amplificador óptico ao longo do comprimento de onda do sinal de operação ajustando-se a potência óptica e/ou o comprimento de onda do *laser* de bombeamento óptico (atuadores). Para isso, foi implementado um algoritmo de controle extremal para proporcionar otimização em tempo real para melhor operação em regime permanente desses dispositivos, onde se verificou uma redução significativa, tanto do espalhamento do sinal, quanto do desvio do sinal de potência em relação ao ponto de operação desejado, ao longo de todos os sinais de propagação de comprimentos de onda.

Em [20] foi proposto o controle extremal por modos deslizantes e função de chaveamento periódica para sistemas multivariáveis visando a otimização do espectro de potências de sinais transmitidos em fibras ópticas, em particular amplificadores Raman. O objetivo foi a equalização do ganho nas diferentes frequências considerando eventuais inclusões ou exclusões de sinais na fibra. Nesse estudo verificou-se a robustez do controlador proposto perante a variação de tais sinais.

#### 1.2.2 Veículos Autônomos e Robôs Móveis

A robótica móvel é uma área de pesquisa multidisciplinar na qual o maior desafio é o desenvolvimento de robôs móveis autônomos, que sejam capazes de interagir com o ambiente, aprender e tomar decisões corretas para que suas tarefas sejam executadas com êxito.

Dentre os tópicos que vêm sendo pesquisados na área, o desenvolvimento de sistemas de navegação autônoma para veículos vem ganhando considerável atenção da comunidade científica. A navegação autônoma é um dos problemas fundamentais da robótica móvel, sendo um pré-requisito para que outras tarefas possam ser executadas. A grande maioria dos algoritmos de navegação é desenvolvida para atuar em ambientes internos estruturados, onde o grande desafio da navegação é o desvio de obstáculos. A navegação em ambientes externos consiste em um problema complexo.

O uso de veículos autônomos é muito comum na indústria atual. A aplicação desses sistemas possibilita maior exibilidade de produção e menor número de acidentes em operações de alto risco. Sendo esta uma área bastante pesquisada, constantemente surgem adaptações que se ajustam a diversos tipos de empresa. O controle de veículos autônomos é relativamente complexo. Tipicamente os agentes autônomos permitem compartilhar informações, dentre elas, ao menos, tem-se medidas de sua posição. Entretanto, em [21], graças ao uso do controle extremal, foi encarado o problema de total autonomia, ou seja, não se conhecendo a posição nem a velocidade do veículo, este pôde rastrear uma fonte de valor escalar. Fonte esta que pode ser, por exemplo, uma concentração de um agente químico ou um sinal eletromagnético. A concentração ou intensidade de sinal eletromagnético é desconhecida, entretanto, assume-se que seja muito maior na fonte e decai a partir desta.

O controlador proposto nesta dissertação também será aplicado ao problema de busca de fonte, onde os experimentos mostrarão a eficácia da estratégia proposta. Basicamente um servomecanismo que consiste em carrinho com motor DC num trilho se move em direção ao ponto com maior intensidade de luz, considerando desconhecimento da posição do carrinho e da fonte de luz. A descrição completa do experimento encontra-se no Capítulo 5. Portanto, um método de controle extremal para dinâmica não-modelada pode ser apropriado para este tipo de problema.

#### 1.2.3 Motor de Combustão Interna

Motores automotivos são equipados com dispositivos cujos parâmetros variam de acordo com as condições de operação (especificadas através da velocidade do motor e torque de saída) para controlar as emissões de gases poluentes, consumo de combustível e pico do sinal de torque. Otimizar esses parâmetros através de padronização do motor e calibração tem sido uma tarefa que demanda tempo. Entre os dispositivos pode-se citar o acelerador controlado eletronicamente e dissipador de válvula variável. O uso do controle extremal tem se tornado fundamental tanto para encontrar configurações ótimas dos parâmetros (para maximização da eficiência do motor), quanto para o ajuste rápido dos parâmetros do controlador PID.

Os controladores PID com e sem compensação *feedforward* controlam o tempo de combustão de vários motores, usando várias opções de atuação. Porém, estes controladores exigem o ajuste de seus parâmetros. Além disso, a natureza nãolinear dos motores requer a técnica de escalonamento de ganho (*gain scheduling*) para alcançar um melhor desempenho ao longo da faixa de operação do motor [22].

Existem vários métodos de ajuste de controladores PID [23]. Entretanto, a maioria dos métodos requer um modelo do sistema a ser controlado. Isto faz com que métodos que consideram dinâmicas não-modeladas sejam desejáveis. Em [22], o tempo de combustão é controlado por algumas válvulas de controle de temperatura e os autores primeiro usam o controle extremal baseado em perturbação senoidal ou *dither* para perturbar o *set-point* do tempo de combustão de modo a otimizar o consumo de combustível. Em seguida, uma malha de controle extremal rápido é usada para ajustar os parâmetros PID da válvula de controle.

Deste modo, o controlador proposto nesta dissertação poderá também se aplicar aos problemas de controle de motores de combustão interna.

#### 1.3 Objetivos

- Propor uma nova função de monitoração, primeiramente proposta em [15–17], que permita utilizar um controlador por realimentação de saída para aplicálo ao problema de busca extremal provando sua estabilidade e convergência globais em plantas não-lineares incertas.
- Através de simulações, mostrar o funcionamento do algoritmo em problemas de busca de extremos, em especial, em casos onde se tem extremo global na presença de extremo local, obtendo melhor desempenho em relação aos resultados existentes na literatura. Fazer modelagens matemáticas e simulações de freio ABS e painel solar.

• Realizar experimentos aplicando o algoritmo proposto ao problema de busca de fonte (*source seeking*).

### 1.4 Organização da Dissertação

Neste capítulo 1 apresenta-se um breve histórico do controle extremal e são destacadas algumas aplicações deste tipo de controle bem como os objetivos da dissertação.

O capítulo 2 apresenta alguns métodos de controle extremal existentes na literatura.

No capítulo 3 é apresentada a estratégia de controle proposta nesta dissertação, controlador por realimentação de saída baseado em função de monitoração, sendo discutidas suas principais características.

O capítulo 4 apresenta simulações do algoritmo aplicado a problemas práticos, nomeadamente o sistema de freios ABS e painéis solares, comprovando assim a aplicabilidade dos resultados teóricos obtidos.

O capítulo 5 apresenta resultados experimentais que consistem na aplicação da estratégia proposta ao problema de busca de fonte (*source seeking*) de luz, o que comprova efetivamente os resultados teóricos obtidos e simulações feitas.

Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho e são propostas atividades para trabalhos futuros. Para facilitar a leitura, algumas provas e detalhes técnicos são apresentados nos apêndices.

## Capítulo 2

## Métodos de Controle Extremal

O processo de busca de máximo ou mínimo (também chamado de extremo ou valor ótimo) de uma saída ou função objetivo é denominado controle extremal. O controle extremal é um campo de estudo muito amplo em que se procura otimizar sistemas onde a função objetivo, seu gradiente e o valor ótimo são desconhecidos.

Na literatura de controle existem vários métodos de controle extremal que podem ser divididos em cinco grandes grupos conforme [24]: controle extremal por modos deslizantes, por redes neurais, por aproximação, por perturbação e por adaptação. Aqui serão descritos dois desses métodos, o da perturbação e modos deslizantes. O método proposto nesta dissertação se enquadra numa variante do método baseado em modos deslizantes.

#### 2.1 Perturbação Senoidal ou Dither

O método da perturbação senoidal é o mais popular dos algoritmos de controle extremal existentes na literatura e tem como principal característica, a rápida adaptação e fácil implementação, superando os métodos numéricos que exigem a dinâmica das plantas antes de se estabelecer a otimização [4].

A Figura 2.1 mostra a estrutura básica do controle extremal para uma planta estática. Nela pode-se notar que considera-se planta do tipo:

$$\Phi(x) = \Phi^* + \frac{\Phi''}{2}(x - x^*)^2 \tag{2.1}$$

onde  $\Phi'' > 0$ . Qualquer função da classe  $C^2$  pode ser aproximada localmente em torno de um mínimo  $x^*$ , ou seja, pode ser aproximada em forma da equação 2.1. A premissa  $\Phi'' > 0$  é usada sem perda de generalidade. Se  $\Phi'' < 0$ , basta substituir k (k > 0) por -k na Figura 2.1.

O esquema apresenta uma perturbação senoidal  $a\sin(\omega t) \pmod{2}$  (modulação) que somada a  $\hat{x}$  gera o sinal da entrada x. O sinal da saída  $y = \Phi(x)$  passa por um filtro



Figura 2.1: Esquema básico de controle extremal.

passa-alta e é multiplicado pelo mesmo sinal de perturbação  $\sin(\omega t)$  (demodulação) gerando uma estimativa da derivada (gradiente)  $\Phi'(x)$  na entrada do integrador. Este integrador atualiza a estimativa de  $\hat{x}(t)$  conduzindo-a na direção do gradiente nulo. Para k > 0 o esquema conduz  $\hat{x}(t)$  para as proximidades do mínimo local de  $\Phi(x)$ , enquanto para k < 0, conduz  $\hat{x}(t)$  para as proximidades do máximo local. O filtro passa-alta não é necessário, mas contribui de alguma forma no desempenho do sistema [25]. Este filtro tem o papel de eliminar a componente DC de y sem que a frequência de perturbação  $\omega$  seja relativamente alta.

No esquema da Figura 2.1 há quatro parâmetros de projeto,  $a, k, \omega \in p$ . A amplitude a provê um dilema entre o desempenho assintótico e a região de atração do algoritmo. Quanto menor a, menor é o erro residual no extremo alcançado, porém, maior é a possibilidade de parar no extremo local, em caso de existência de vários máximos. Ao contrário, quanto maior a, maior é o erro residual e também maior é a possibilidade de alcançar o extremo global.

O ganho k controla a velocidade de convergência, juntamente com a que também influencia a velocidade de convergência. A frequência de perturbação  $\omega$  controla o processo de estimação do gradiente conduzido pelo integrador e pela perturbação somada e multiplicada. Quanto maior a frequência  $\omega$ , mais correta é a estimativa do gradiente e menor é o efeito da perturbação introduzida pelos harmônicos de ordem superior e a componente DC de y.

A frequência de corte do filtro passa-alta, p, deve ser menor do que  $\omega$ , de tal modo que o filtro elimine a componente DC em y sem comprometer a estimativa do gradiente  $\Phi'(x)$  [25].

A Figura 2.2 ilustra o princípio de funcionamento do método da perturbação senoidal. Uma pequena perturbação é introduzida na vizinhança do máximo. A frequência da perturbação, que é idêntica à frequência do filtro, deve ser feita menor que a do sistema de controle. Nota-se nesta figura que no caso de  $\varepsilon$  negativo (positivo), o ponto de operação encontra-se do lado direito (esquerdo) do extremo máximo, respectivamente. Quando o sinal de perturbação  $a \sin(\omega t)$  é introduzido na função objetivo  $y = \Phi(x)$  a saída resultante é denotada por

$$y = \Phi(\hat{x} + a\sin(\omega t)) \tag{2.2}$$



Figura 2.2: Ilustração da perturbação senoidal [2].

#### 2.1.1 Análise de Estabilidade

A seguir é dada uma explicação intuitiva mostrando como o esquema da Figura 2.1 funciona e é feita uma análise rigorosa.

A análise começa notando que  $\hat{x}$  na Figura 2.1 representa a estimativa da entrada ótima desconhecida  $x^*$ . Seja

$$\tilde{x} = x^* - \hat{x} \tag{2.3}$$

o erro de estimativa. Assim,

$$x - x^* = a\sin\omega t - \tilde{x}$$

que quando substituido na equação 2.1, resulta em

$$\Phi(x) = \Phi^* + \frac{\Phi''}{2} (\tilde{x} - a\sin\omega t)^2$$
(2.4)

Expandindo esta expressão, e aplicando identidade trigonométrica  $2\sin^2 \omega t = 1 - \cos 2\omega t$ , obtém-se

$$y = \Phi^* + \frac{a^2 \Phi''}{4} + \frac{\Phi''}{2} \tilde{x}^2 - a \Phi'' \tilde{x} \sin \omega t + \frac{a^2 \Phi''}{4} \cos 2\omega t.$$
(2.5)

O filtro passa-alta

$$\frac{s}{s+p}$$

quando aplicado na saída, remove o nível DC da equação (2.5), ou seja,

$$\frac{s}{s+p}[y] \approx \frac{\Phi''}{2}\tilde{x}^2 - a\Phi''\tilde{x}\sin\omega t + \frac{a^2\Phi''}{4}\cos 2\omega t$$
(2.6)

o sinal é então "demodulado" pela multiplicação por sin $\omega t$ , resultando

$$\varepsilon \approx \frac{\Phi''}{2}\tilde{x}^2\sin\omega t + a\Phi''\tilde{x}\sin^2\omega t + \frac{a^2\Phi''}{4}\cos 2\omega t\sin\omega t$$
(2.7)

Aplicando novamente  $2\sin^2 \omega t = 1 - \cos 2\omega t$ , bem como a identidade  $2\cos 2\omega t \sin \omega t = \sin 3\omega t - \sin \omega t$  chega-se à seguinte expressão com nova componente DC,

$$\varepsilon \approx -\frac{a\Phi''}{2}\tilde{x} + \frac{a\Phi''}{2}\tilde{x}\cos 2\omega t + \frac{a^2\Phi''}{8}(\sin\omega t - \sin 3\omega t) + \frac{\Phi''}{2}\tilde{x}^2\sin\omega t$$
(2.8)

Note que, como  $x^*$  em (2.3) é constante,

$$\dot{\tilde{x}} = -\dot{\hat{x}},$$

obtém-se

$$\tilde{x} \approx \frac{k}{s} \left[ -\frac{a\Phi''}{2} \tilde{x} + \frac{a\Phi''}{2} \tilde{x} \cos 2\omega t + \frac{a^2 \Phi''}{8} (\sin \omega t - \sin 3\omega t) + \frac{\Phi''}{2} \tilde{x}^2 \sin \omega t \right]$$
(2.9)

Como se está interessado em análise local, pode-se desprezar o termo quadrático da equação 2.9:

$$\tilde{x} \approx \frac{k}{s} \left[ -\frac{a\Phi''}{2} \tilde{x} + \frac{a\Phi''}{2} \tilde{x} \cos 2\omega t + \frac{a^2 \Phi''}{8} (\sin \omega t - \sin 3\omega t) \right]$$
(2.10)

Os dois últimos termos da equação (2.10) são de alta frequência. Quando passam pelo integrador, são bastante atenuados e, portanto, podem também ser desprezados, obtendo-se

$$\tilde{x} \approx \frac{k}{s} \left[ -\frac{a\Phi''}{2} \tilde{x} \right] \tag{2.11}$$

ou

$$\dot{\tilde{x}} \approx -\frac{ka\Phi''}{2}\tilde{x}.$$
(2.12)

Sendo que  $k\Phi'' > 0$ , este sistema é estável. Consequentemente, pode-se concluir que  $\tilde{x} \to 0$ , ou em termos do problema original,  $\hat{x}(t)$  converge para uma vizinhança de  $x^*$ . É importante notar que nesta análise, as aproximações foram feitas considerando que  $\omega$  é grande (no sentido qualitativo) em relação a k, a,  $p \in \Phi''$  [4].

**Teorema 1** (Busca Extremal) Para o sistema da Figura 2.1, o erro da saída  $y - y^*$  alcança convergência exponencial local para uma vizinhança da ordem  $O(a^2 + 1/\omega^2)$  da origem desde que a frequência  $\omega$  seja suficientemente grande, e  $\frac{1}{1+L(s)}$  seja assintoticamente estável, onde

$$L(s) = \frac{ka\Phi''}{2s} \tag{2.13}$$

**Prova:** Ver Teorema 1.1 em [4].

**Observação 1** O resultado da convergência no Teorema 1 é de segunda ordem, isto é,  $O(a^2 + 1/\omega^2)$ , devido ao fato de estar-se operando em torno de ponto de derivada nula.

### 2.2 Controle Extremal por Modos deslizantes via função de chaveamento periódica

O problema de controle extremal baseado em função de chaveamento periódica foi proposto por Drakunov e Özgüner em [26, 27] para resolver o problema de controle de plantas cuja direção de controle (sinal de realimentação) é desconhecida. Basicamente, na função de chaveamento periódica, define-se uma série de superfícies de deslizamento, para as quais ao menos uma delas seria estável, independentemente da direção de controle.

Uma desvantagem do método proposto originalmente é a necessidade de se conhecer o vetor de estado completo da planta. A solução para este problema foi proposta em [14], que nada mais é do que a extensão do método proposto em [27] utilizando apenas realimentação de saída. Uma vantagem do novo método é que o esquema proposto alcança o extremo (máximo ou mínimo), em plantas com único extremo, para todas as condições iniciais, ou seja, convergência global.

Considere uma planta não-linear composta por um sistema não-linear afim na

entrada e variante no tempo, de grau relativo um

$$\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u$$
  

$$z = h(x,t)$$
(2.14)

em cascata com um subsistema estático

$$y = \Phi(z) \tag{2.15}$$

onde  $u \in \mathbb{R}$  é a entrada,  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estado,  $z \in \mathbb{R}$  é saída não mensurável e  $y \in \mathbb{R}$  é a saída mensurável do subsistema estático e, de modo a assegurar a existência e unicidade de soluções, as funções não-lineares  $f, g \in h$  são localmente Lipschitz contínuas em x, contínuas por partes em t e suficientemente suaves.

Sem perda de generalidades, considera-se a busca de pontos de máximo, isto é, a maximização de (2.15) sob (2.14), conforme descrito a seguir.

Controle extremal global: Deseja-se encontrar uma lei de controle u via realimentação de saída tal que, a partir de quaisquer condições iniciais, o sistema seja induzido a alcançar o extremo máximo e permanecer nele, o mais próximo possível.

Rescrevendo as equações (2.14) e (2.15) na forma normal, tem-se

$$\dot{\eta} = \phi_0(\eta, z, t),$$
 (2.16)

$$\dot{z} = \phi_1(\eta, z, t) + \phi_2(\eta, z, t)u,$$
 (2.17)

$$y = \Phi(z), \qquad (2.18)$$

com estados  $x := [\eta^T z]^T$ ,  $\eta \in \mathbb{R}^{n-1}$  e  $z \in \mathbb{R}$ , e função não-linear incerta  $\phi_0 : \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^{n-1}$  e  $\phi_1, \phi_2 : \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ .

Assume-se também que

(H1) (Sobre as incertezas): Todos os parâmetros incertos da planta pertencem a um conjunto compacto  $\Omega$ .

Esta hipótese é necessária para se obter os limitantes de incertezas para o projeto de controle.

(H2) (*Grau Relativo Um*): A função incerta  $\phi_2(\eta(t), z(t), t)$  é não nula, isto é,

$$0 < \phi_2 \le |\phi_2|, \qquad \forall t \in [0, t_M),$$

onde um limitante inferior  $\phi_2$  é conhecido e o tempo  $t_M$  pode ser finito ou infinito.

De acordo com (**H2**), o subsistema (2.16) e (2.17) tem grau relativo um com respeito a z desde que  $\phi_2 \neq 0$ . Isto limita para o caso de grau relativo um, que é o caso mais simples resolvido por uma pura função de Lyapunov.

Usando a notação  $\Phi'(z) := \frac{d\Phi(z)}{dz} \in \Phi''(z) := \frac{d^2\Phi(z)}{dz^2}$ , considera-se ainda em  $\Omega$ :

(H3) (*Função Objetivo*): Existe único máximo  $z^*$  em que  $y^* = \Phi(z^*)$  é um extremo da função objetivo  $\Phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  tal que

$$\Phi'(z^*) = 0, \quad \Phi''(z^*) < 0, \\ \Phi(z^*) > \Phi(z), \quad \forall z \in \mathbb{R}, \quad z \neq z^*.$$

Dado  $\Delta > 0$ , existe uma constante  $L_{\Phi}(\Delta) > 0$  tal que

$$L_{\Phi}(\Delta) \le |\Phi'(z)|, \, \forall z \notin \mathcal{D}_{\Delta} \equiv \{z : |z - z^*| < \Delta/2\}.$$

De (2.16)–(2.18), a derivada de y é dada por

$$\dot{y} = \Phi' \phi_1 + k_p u ,$$
 (2.19)

onde o ganho de alta frequência (HFG), também denotado por  $k_p$ , é o coeficiente de *u* que aparece na primeira derivada de *y* e é dado por

$$k_p = \Phi' \phi_2 \,, \tag{2.20}$$

Conforme [14], o sinal  $sgn(k_p)$  também é chamado de *direção de controle*. A Hipótese (**H3**) permite considerar um sistema de controle não-linear com dependência de estado e com HFG que muda de sinal em torno do ponto ótimo de modo contínuo.

De (2.20), (**H2**) e (**H3**),  $k_p$  satisfaz ( $\forall z \notin D_{\Delta}$ )

$$0 < \underline{k}_p \le |k_p| \tag{2.21}$$

onde o limitante inferior  $\underline{k}_p \leq \underline{\phi}_2 L_{\Phi}$  é uma constante.

(H4) (*Observador de Norma*): O sistema (2.16) admite um observador de norma definido a seguir

**Definição 1** Um observador de norma do sistema (2.16) de primeira ordem é um sistema dinâmico SISO da forma

$$\dot{\bar{\eta}} = -\lambda_0 \bar{\eta} + \varphi_0(z, t) \,, \tag{2.22}$$

com z definido em (2.17), entrada  $\varphi_0(z,t)$  e saída  $\bar{\eta}$  tais que: (i)  $\lambda_0$  é uma constante, (ii)  $\varphi_0(z,t)$  é uma função contínua em z, não negativa, contínua por partes e com limitante superior em t; e (iii) para cada estado inicial  $\eta(0)$  e  $\bar{\eta}(0)$ 

$$\|\eta(t)\| \le |\bar{\eta}(t)| + \pi_0, \quad \forall t \in [0, t_M),$$
(2.23)

onde  $\pi_0 := \bar{k}_0(|\bar{\eta}(0)| + ||\eta(0)||)e^{-\bar{\lambda}_0 t} e \bar{k}_0, \bar{\lambda}_0 > 0$  são constantes.

Sabe-se que, se a dinâmica interna (2.16) é estável no sentido entrada-estado

(ISS - Input-to-State-Stable) com relação a z, então admite tal observador de norma e a planta é de fase mínima [28].

Para se obter un limitante de norma para o termo  $\Phi' \phi_1$  em (2.19), assume-se adicionalmente que:

(H5) (Funções dominantes): Existem funções conhecidas  $\bar{\Phi}, \alpha_1 \in \mathcal{K}_{\infty}$ , com  $\alpha_1$  localmente Lipschitz, uma função não negativa  $\varphi_1(z, t)$  contínua em z, contínua por partes e limitada em t, tais que  $|\phi_1(\eta, z, t)| \leq \alpha_1(||\eta||) + \varphi_1(z, t)$  e  $|\Phi'| \leq \bar{\Phi}(|z|)$ .

Note que a hipótese (H5) não é restritiva visto que  $\Phi'$  é assumido ser suave e  $\phi_1$  é localmente Lipschitz contínua em  $\eta$  e em z. Além disso, as funções de dominação  $\alpha_1$  e  $\varphi_1$  impõem restrições de condições de crescimento com relação ao tempo. Assim, não-linearidades polinomiais em  $\eta$  e z podem ser consideradas.

**Observação 2** Esta formulação de problema é a mesma utilizada no próximo capítulo para a descrição do esquema de controle proposto nesta dissertação, salvo a extensão da hipótese (H3) para se estabelecer uma conjectura para o caso de múltiplos extremos.

#### 2.2.1 Projeto do controlador

O controle por modos deslizantes e realimentação de saída com função de chaveamento periódica é dado por

$$u = \rho(t) \operatorname{sgn}\left(\sin\left[\frac{\pi}{\varepsilon}\sigma(t)\right]\right) ,$$
 (2.24)

onde  $\rho(t)$  é uma função de modulação (contínua em t) a ser definida,

$$\sigma(t) = e(t) + \lambda \int_0^t \operatorname{sgn}(e(\tau)) d\tau \qquad (2.25)$$

sendo  $\lambda, \varepsilon > 0$  constantes apropriadas e e(t), o sinal do erro.

A Figura 2.3 mostra o esquema de controle por modos deslizantes via função de chaveamento periódica.

O sinal do erro e é dado por

$$e(t) = y(t) - y_m(t),$$
 (2.26)

onde  $y_m$  é a saída do modelo de referência e é obtida a partir de

$$\dot{y}_m = k_m, \quad y_m(0) = y_{m0},$$
(2.27)

onde  $k_m > 0$  e  $y_{m0}$  são constantes apropriadas, de modo que a saída do modelo  $y_m(t) = k_m t$ , para  $y_{m0} = 0$ . Para evitar o problema de sinal de referência ilimitado



Figura 2.3: Controle extremal por modos deslizantes usando função de chaveamento periódica.

 $y_m(t)$  na malha fechada, pode-se saturar a saída do modelo em um limitante superior conhecido para  $y^*$ , sem afetar o desempenho do sistema.

A função de modulação é projetada de modo que y(t) rastreie  $y_m(t)$ ,  $\forall t$ . Neste caso, y é forçado a alcançar a vizinhança do extremo  $y^* = \phi(z^*)$  e permanece próximo do valor ótimo  $y^*$ . Para esta finalidade, foi proposto um novo projeto de  $\rho$  tal que o modo deslizante  $\dot{\sigma} = 0$  ocorre em tempo finito sobre uma das superfícies  $\sigma = k\varepsilon$ , onde k é um número inteiro.

De (2.25) tem-se

$$\dot{\sigma} = \dot{e} + \lambda \operatorname{sgn}(e) = 0 \tag{2.28}$$

Assim, garante-se que o erro e tenda para zero, isto é,  $y = \phi(z)$  rastreia  $y_m$ (e consequentemente, y deve se aproximar do extremo  $y^*$ ) enquanto y permanece fora da vizinhança de  $y^*$ , onde o ganho de alta frequência é diferente de zero. Em contraste, uma vez que y alcança a vizinhança de  $y^*$ , o ganho de alta frequência se aproxima de zero, o que leva à perda de controlabilidade. Consequentemente, o rastreamento de  $y_m$  é interrompido. Mas a vizinhança do ponto ótimo terá sido alcançada conforme desejado. A estratégia de controle garante que y permanece próximo de  $y^*$ ,  $\forall t$ . Teoremas e respectivas provas podem ser encontradas em [14].

#### 2.2.2 Projeto da função de modulação

De (2.26)–(2.28) e a dinâmica (2.19), a derivada de  $\sigma$  é dada por

$$\dot{\sigma} = k_p [u + d_\sigma], \qquad (2.29)$$

onde

$$d_{\sigma} := \frac{1}{k_p} \left[ \Phi' \phi_1 - k_m + \lambda \operatorname{sgn}(e) \right] \,. \tag{2.30}$$

A seguir é projetada a função de modulação  $\rho$  de modo que satisfaça

$$\rho \ge |d_{\sigma}| + \delta \,, \tag{2.31}$$

modulo termos exponencialmente decrescentes, onde  $\delta$  é constante positiva arbitrária. Os limitantes superiores a seguir fornecem uma possibilidade de projeto da função de modulação tal que (2.31) é garantida e são obtidos considerando (H3), o observador de norma dado na Definição 1 e as funções limitantes dadas em (H5).

De **(H5)** e (2.23), tem-se  $|\phi_1| \leq \alpha_1(|\bar{\eta}| + \pi_0) + \varphi_1(z,t)$ . Note que  $\psi(a+b) < \psi(2a) + \psi(2b)$ ,  $\forall a, b \geq 0$  and  $\forall \psi \in \mathcal{K}_{\infty}$ . Assim, desde que  $\alpha_1 \in \mathcal{K}_{\infty}$  pode-se escrever  $\alpha_1(|\bar{\eta}| + \pi_0) \leq \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \alpha_1(2\pi_0)$  e  $|\phi_1| \leq \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \alpha_1(2\pi_0) + \varphi_1(z,t)$ . De (2.23),  $\pi_0 := \bar{k}_0(|\bar{\eta}(0)| + ||\eta(0)||)e^{-\bar{\lambda}_0 t}$  é uniformemente limitada, onde  $\bar{k}_0, \bar{\lambda}_0$  são constantes positivas. Assumindo-se que  $\alpha_1$  seja localmente Lipschitz em **(H5)**, pode-se obter un limitante superior para  $\alpha_1$  tal que

$$\alpha_1(2\pi_0) \le 2k_1\pi_0 = 2k_1\bar{k}_0(|\bar{\eta}(0)| + \|\eta(0)\|)e^{-\lambda_0 t},$$

onde  $k_1$  é uma constante positiva dependente da constante Lipschitz de  $\alpha_1$ . Definindo  $\bar{\phi}_1 := \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \varphi_1(z,t) \in \pi_1 := 2k_1\bar{k}_0(|\bar{\eta}(0)| + ||\eta(0)||)e^{-\bar{\lambda}_0 t}$ , pode-se escrever

$$|\phi_1| \le \bar{\phi}_1 + \pi_1 \,, \tag{2.32}$$

onde  $\pi_1$  decai exponencialmente.

Além disso, de (2.32), o primeiro termo  $\phi_1 \Phi'$  da dinâmica y em (2.19) satisfaz  $|\phi_1 \Phi'| \leq |\Phi'| |\bar{\phi}_1| + |\Phi'| \pi_1 \leq |\Phi'| |\bar{\phi}_1| + |\Phi'|^2 + \pi_1^2$ , onde foi usada a relação  $|\Phi'| \pi_1 \leq |\Phi'|^2 + \pi_1^2$ . Agora, de **(H5)** os seguintes limitantes superiores são garantidos

$$|\phi_1 \Phi'| \le \bar{\phi}_1 \bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \pi_1^2.$$
(2.33)

Usando a Hipótese **(H5)** e embrando que, fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , a derivada da função objetivo não se anula,  $\forall z$ , o limitante inferior  $\underline{k}_p$  da norma de  $k_p = \frac{d\Phi}{dz}\phi_2$ , dado em (2.21), é garantido.

Portanto, pode-se obter o limitante de norma a seguir para  $d_{\sigma}$  definido em (2.30):

$$|d_{\sigma}(t)| \leq \bar{d}_{\sigma} + \pi_2/\underline{k}_p, \quad \bar{d}_{\sigma} := (\bar{\phi}_1\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + k_m + \lambda)/\underline{k}_p, \quad (2.34)$$

onde a função  $\pi_2 = \pi_1^2$  decai exponencialmente.

A proposição a seguir provê a implementação de uma possível função de modulação tal que (2.31) seja garantida, escape em tempo finito é evitado e a realização de modos deslizantes em  $\sigma$  também é assegurada. **Proposição 1** (Modos Deslizantes em  $\sigma$ ) Considere o sistema (2.16)–(2.18), (2.25), (2.27), com lei de controle (2.24). Fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , se  $\rho$  em (2.24) for definida

$$\rho := \frac{1}{\underline{k}_p} \left[ \bar{\phi}_1 \bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + k_m + \lambda \right] + \|y_t\| e^{-\beta t} + \delta , \qquad (2.35)$$

onde  $\delta$  é uma constante positiva arbitrária, então, enquanto  $z \notin \mathcal{D}_{\Delta}$ , tem-se: (a) não se observa escape em tempo finito nos sinais do sistema  $(t_M \to +\infty)$  e (b) um modo deslizante  $\sigma = k\varepsilon$  é alcançado em tempo finito para algum número inteiro k.

**Prova:** Ver [14].

O termo exponencial com taxa  $\beta$  em (2.35) age como um fator que torna o projeto da função de modulação mais conservativo. Note que o termo da norma funcional é fundamental para prevenir o escape em tempo finito dos sinais do sistema.

Observação 3 (Da Disponibilidade da Saída z) Nesta estratégia, a saída z é necessária apenas para a obtenção do limitante de norma  $\bar{\eta}$  para o sistema inverso  $\eta$  e a função de modulação em (2.35). Assim, se for possível obter um limitante de norma para z usando apenas o sinal de controle u, através de observadores de norma para o subsistema (2.17), não é necessário que z seja mensurável. Além disso, se  $\Phi$  em ??saidameasured) possuísse uma inversa contínua por partes, então seria razoável assumir que se poderia obter uma função conhecida  $\varphi \in \mathcal{K}$  e alguma constante  $k_{\varphi} \geq 0$  tal que  $|z| \leq \varphi(|y|) + k_{\varphi}$ .

O teorema a seguir mostra que a lei de controle (2.24) e (2.25) com constantes apropriadas  $\lambda, \varepsilon > 0$  e função de modulação (2.35) conduzem z para a região  $\mathcal{D}_{\Delta}$  do maximizador desconhecido  $z^*$  definido em (H3). Isto não implica que z(t) permanece em  $\mathcal{D}_{\Delta}, \forall t$ . Entretanto, as oscilações em torno de  $y^*$  podem ser feitas da ordem  $\mathcal{O}(\varepsilon)$ .

**Teorema 2** Considere a planta (2.16)-(2.17), com saída ou função objetivo em (2.18), lei de controle (2.24) e (2.25), função de modulação (2.35) e trajetória de referência (2.27). Asssuma (H1)-(H5) válidas. Então: (i) a região  $\mathcal{D}_{\Delta}$  em (H3) é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito e (ii) para  $L_{\Phi}$  suficientemente pequeno, as oscilações em torno do valor máximo y<sup>\*</sup> de y podem ser feitas da ordem  $\mathcal{O}(\varepsilon)$ , com  $\varepsilon$  em (2.24). Adicionalmente, todos os sinais da malha fechada permanecem uniformemente limitados, exceto para  $\sigma(t)$  que é o único argumento da função seno em (2.24).

**Prova:** Ver [14].

## Capítulo 3

# Controlador Extremal via Função de Monitoração

Neste capítulo será considerada a mesma formulação de problema feita para o controle extremal por modos deslizantes via função de chaveamento periódica na Seção 2.2, ou seja, as hipóteses (H1)-(H5) são assumidas. Apenas a hipótese (H3) será modificada de modo a incorporar a possibilidade de existência de vários extremos.

#### 3.1 Projeto do Controlador

O esquema de controle extremal baseado em função de monitoração e realimentação de saída proposto nesta dissertação está representado na Figura 3.1. A lei de controle para plantas com o HFG desconhecido está definida conforme [15, 16]:

$$u = \begin{cases} u^+ = -\rho \operatorname{sgn}(e), & t \in T^+, \\ u^- = \rho \operatorname{sgn}(e), & t \in T^-, \end{cases}$$
(3.1)

onde a função de monitoração é usada para escolher quando a lei de controle uchaveia de  $u^+$  para  $u^-$  e vice-versa. Nesta lei,  $\rho$  é a função de modulação a ser projetada mais adiante e os conjuntos  $T^+$  e  $T^-$  satisfazem  $T^+ \cap T^- = \emptyset \in T^+ \cup T^- = [0, t_M)$ .

De modo análogo à equação (2.26), o erro de rastreamento e é dado pela seguinte expressão

$$e(t) = y(t) - y_m(t),$$
 (3.2)

onde  $y_m \in \mathbb{R}$  é uma simples rampa gerada através do seguinte modelo de referência

$$\dot{y}_m = k_m, \quad y_m(0) = y_{m0},$$
(3.3)



Figura 3.1: Esquema de controle proposto baseado em função de monitoração.

onde  $k_m$  e  $y_{m0}$  são constantes projetadas. Para evitar sinal de referência  $y_m(t)$ ilimitado no controlador, pode-se saturar a saída do modelo de referência através de um limitante superior conhecido para  $|y^*|$ , sem que este afete o desempenho do controlador.

A função de modulação  $\rho$  será projetada de modo que  $y(t) = \Phi(z)$  rastreie  $y_m(t)$  (e consequentemente y deve aproximar-se do ponto máximo  $y^*$ ) enquanto y permanece fora de uma pequena vizinhança de  $y^*$  onde o ganho de alta frequência é não nulo. Uma vez que y alcança a vizinhança de  $y^*$ , o HFG se aproxima de zero e assim a controlabilidade é perdida. Consequentemente, o rastreamento de  $y_m$  é interrompido. Mas a vizinhança do ponto ótimo já terá sido alcançada conforme desejado. A estratégia proposta garante que y permaneça próximo a  $y^*$ ,  $\forall t > t^*$ . A taxa de convergência de z para a região  $\mathcal{D}_{\Delta}$  definida em (**H3**) é função de  $\rho$ .

Embora a região  $\mathcal{D}_{\Delta}$  não seja positivamente invariante após ser alcançada, será mostrado que z permanecerá próximo a  $z^*$  que é o maximizador. Note que isto não implica que z(t) permanecerá dentro de  $D_{\Delta}$ ,  $\forall t$ . Entretanto, conforme será mostrado mais adiante no Teorema 3, pode-se garantir que y permanecerá próximo ao máximo  $y^*$ .

### 3.2 Dinâmica do Erro

De (2.19), (3.2) e (3.3), somando-se e subtraindo-se  $\lambda e$  à derivada do erro no tempo  $\dot{e}$  tem-se

$$\dot{e} = \Phi' \phi_1 + k_p u - k_m + \lambda e - \lambda e , \qquad (3.4)$$

$$\dot{e} = -\lambda e + k_p (u + d_e), \qquad (3.5)$$

onde $\lambda>0$ é uma constante apropriada

$$d_e := \frac{1}{k_p} [\Phi' \phi_1 - k_m + \lambda e].$$
(3.6)

Em [17], foi mostrado que se a lei de controle:

$$u = -\operatorname{sgn}(k_p)\rho\operatorname{sgn}(e) \tag{3.7}$$

for usada com função de modulação  $\rho$ , de modo análogo à desigualdade (2.31), satisfazendo

$$\rho \ge |d_e| + \delta, \tag{3.8}$$

modula termos exponenciais decrescentes, então, usando o Lema de comparação [29], tem-se  $\forall t \in [t_i, t_M)$ :

$$|e(t)| \le \zeta(t), \quad \zeta(t) := |e(t_i)|e^{-\lambda(t-t_i)} + \pi_1,$$
(3.9)

onde  $\pi_1 := \Psi_1(|\bar{\eta}(0)| + ||\eta(0)||)e^{-\lambda_1 t}, \ 0 < \lambda_1 < \min\{\lambda_0, \lambda\}, \ \lambda_0$  definido em (2.22), e  $\Psi_1 \in \mathcal{K}.$ 

Por outro lado, se a desigualdade (3.8) for verificada levando em consideração os termos exponenciais decrescentes tem-se

$$|e(t)| \le \zeta(t), \quad \zeta(t) := |e(t_i)|e^{-\lambda(t-t_i)}.$$
 (3.10)

onde  $t_i \in [0, t_M)$ .

O problema é que a direção de controle é desconhecida e, portanto, não se pode implementar a lei de controle 3.7.

No que segue, um esquema de chaveamento baseado em função de monitoração é desenvolvido para resolver o problema do desconhecimento da direção de controle.

### 3.3 Projeto da Função de Monitoração

A descrição mais detalhada da função de monitoração, aqui resumida, pode ser encontrada em [17]. Nesta dissertação serão apresentados o princípio de funcionamento e as principais alterações feitas de modo a se alcançar os objetivos propostos. Lembrando que a desigualdade (3.10) é garantida quando a direção de controle é conhecida, portanto, é natural usar  $\zeta$ , em (3.10), como referência para se decidir quando o chaveamento de u em (3.1) ocorre de  $u^+$  para  $u^-$  (ou  $u^-$  para  $u^+$ ), isto é, o chaveamento ocorre apenas quando (3.10) é violada.

Portanto, considere a seguinte função

$$\varphi_k(t) = |e(t_k)|e^{-\lambda(t-t_k)} + r, \qquad (3.11)$$

onde  $t_k$  é o tempo de chaveamento, r é qualquer constante positiva arbitrariamente pequena. A função de monitoração  $\varphi_m$  pode ser definida como

$$\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}) \subset [0, t_M). \tag{3.12}$$

Note que de (3.11) e (3.12), tem-se  $|e(t)| < |\varphi_k(t)|$  em  $t = t_k$ . Assim,  $t_k$  é definido como o instante em que a função de monitoração  $\varphi_m(t)$  encontra |e(t)|, isto é,

$$t_{k+1} := \begin{cases} \min\{t > t_k : |e(t)| = \varphi_k(t)\}, & \text{se existir}, \\ t_M, & \text{caso contrário}, \end{cases}$$
(3.13)

onde  $k \in \{1, 2, \ldots\}$  e  $t_0 := 0$  (ver Fig. 3.2).

A seguinte desigualdade vem de (3.12)

$$|e(t)| \le \varphi_m(t), \quad \forall t \in [0, t_M).$$

$$(3.14)$$

A Figura 3.2 ilustra a norma do erro de rastreamento |e| bem como a função de monitoração  $\varphi_m$ . Nela nota-se claramente o funcionamento da função de monitoração. A cada chaveamento ocorre um salto de valor r, parâmetro que determina a ordem das oscilações em torno do extremo procurado, conforme será mostrado mais adiante. Salienta-se que a saída do modelo de referência pode ser saturado sem que se comprometa o funcionamento do algoritmo.


Figura 3.2: As trajetórias de  $\varphi_m(t) \in |e(t)|$  e o chaveamento de u.

Observação 4 (Principais Modificações na Função de Monitoração) A principal diferença entre a função de monitoração proposta em [15-17] e a proposta nesta dissertação, em (3.11) é que a primeira era baseada em um limitante superior (3.9) tal que a função  $\varphi_k$  era definida como:

$$\varphi_k(t) = |e(t_k)|e^{-\lambda(t-t_k)} + a(k)e^{-t/a(k)}, \qquad (3.15)$$

onde a(k) é qualquer sequência ilimitada monotonicamente crescente. O objetivo do segundo termo em (3.15) é dominar o termo  $\pi_1$  em (3.9) que não está disponível para medição. No esquema aqui proposto para o controle extremal, isto poderia causar problema visto que, como será mostrado, o conjunto residual do algoritmo aqui proposto, em torno do máximo y<sup>\*</sup>, é dependente do valor para o qual a função de monitoração converge. Assim, (3.15) pode assumir valores arbitrariamente grandes que eventualmente resultariam em transientes do erro de saída inaceitáveis como resultado da recorrente mudança da direção de controle  $(k \to +\infty)$  conforme constatado em [18]. Ao contrário, isto não ocorre com a nova definição dada em (3.11) onde o conjunto residual em torno de y<sup>\*</sup> pode ser fixado na ordem de  $\mathcal{O}(r)$ .

O termo  $a(k)e^{-t/a(k)}$  em 3.15 passou a fazer parte da função de modulação (ver seção 3.4 a seguir), com denominação de  $\Pi(k)$ . Esta transição foi de grande valia visto que acelera o transitório do erro de saída sem prejudicá-lo e nem perder a estabilidade, problemas estes constatados em [18].

# 3.4 Projeto da Função de Modulação

O projeto da função de modulação segue, de forma análoga, os passos apresentados na Seção 2.2.2.

O seguinte limitante superior possibilita o projeto da função de modulação tal que (3.8) é válida, e é obtido considerando os termos exponenciais decrescentes dados em (H4) e funções limitantes dadas em (H5).

De **(H5)** e (2.23), tem-se que  $|\phi_1| \leq \alpha_1(|\bar{\eta}| + \pi_0) + \varphi_1(z, t)$ . Note que  $\psi(a+b) < \psi(2a) + \psi(2b), \forall a, b \geq 0$  e  $\forall \psi \in \mathcal{K}_{\infty}$ . Assim, considerando  $\alpha_1 \in \mathcal{K}_{\infty}$  pode-se escrever  $\alpha_1(|\bar{\eta}| + \pi_0) \leq \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \alpha_1(2\pi_0)$  e

$$|\phi_1| \le \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \alpha_1(2\pi_0) + \varphi_1(z,t)$$

De (2.23),  $\pi_0 := \Psi_0(|\bar{\eta}(0)| + ||\eta(0)||)e^{-\lambda_0 t}$  é limitado uniformemente. Portanto, desde que  $\alpha_1$  é considerado localmente Lipschitz em **(H5)**, pode-se obter um limitante superior para  $\alpha_1$  tal que

$$\alpha_1(2\pi_0) \le 2k_1\pi_0 = 2k_1\Psi_0(|\bar{\eta}(0)| + ||\eta(0)||)e^{-\lambda_0 t}$$

onde  $k_1$  é uma constante dependente da maior constante de Lipschitz para  $\alpha_1$  no intervalo considerado. Então, definindo

$$\bar{\phi}_1 := \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \varphi_1(z,t) \tag{3.16}$$

e  $\bar{\pi}_1 := 2k_1\Psi_0(|\bar{\eta}(0)| + ||\eta(0)||)e^{-\lambda_0 t}$ , pode-se escrever também

$$|\phi_1| \le \bar{\phi}_1 + \bar{\pi}_1 \,, \tag{3.17}$$

onde  $\bar{\pi}_1$  decai exponencialmente.

Além disso, de (3.17), o primeiro termo  $\phi_1 \Phi'$  da dinâmica y em (2.19) satisfaz  $|\phi_1 \Phi'| \leq |\Phi'| |\bar{\phi}_1| + |\Phi'| \bar{\pi}_1 \leq |\Phi'| |\bar{\phi}_1| + |\Phi'|^2 + \bar{\pi}_1^2$ , onde foi usada a relação  $|\Phi'| \bar{\pi}_1 \leq |\Phi'|^2 + \bar{\pi}_1^2$ . Agora, de **(H5)** os seguintes limitantes superiores são válidos

$$|\phi_1 \Phi'| \le \bar{\phi}_1 \bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \bar{\pi}_1^2.$$
(3.18)

Usando (**H3**) e lembrando que, fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , a derivada da função objetivo existe para  $\forall z$ . Assim, o limitante inferior  $\underline{k}_p$  de norma de  $k_p = \Phi' \phi_2$  dado em (2.21) é válido.

Portanto, pode-se obter o seguinte limitante em norma para  $d_e$  definido em (3.6):

$$|d_e(t)| \le \bar{d}_e + \pi_2/\underline{k}_p, \quad \bar{d}_e := (\bar{\phi}_1\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + k_m + \lambda|e|)/\underline{k}_p, \quad (3.19)$$

com a função  $\pi_2 = \bar{\pi}_1^2$  que decai exponencialmente.

A proposição a seguir sugere a implementação de uma possível função de modulação tal que (3.8) seja válida.

**Proposição 2** Considere o sistema (2.16)–(2.18), modelo de referência (3.3) e lei de controle (3.1). Fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , se  $\rho$  em (3.1) for definido como:

$$\rho := \frac{1}{\underline{k}_p} \left[ \bar{\phi}_1 \bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + k_m + \lambda |e| \right] + \Pi(k) + \delta , \qquad (3.20)$$

então, enquanto  $z \notin \mathcal{D}_{\Delta}$ , tem-se: (a) a função de monitoração para de chavear, (b) não há escape em tempo finito  $(t_M \to +\infty)$ , e (c) o erro e tende para zero em tempo finito. O termo  $\Pi(k) = a(k)e^{-t/a(k)}$  com a(k) sendo uma sequência ilimitada monotonicamente crescente e  $\delta$ , uma constante arbitrariamente pequena.

#### Prova

Fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , suponha, por contradição, que u dado em (3.1) chaveia sem parar  $\forall t \in [0, t_M)$ , onde  $t_M$  pode ser finito ou infinito. Então,  $\Pi(k)$  em (3.20) aumenta periodicamente  $k \to +\infty$ . Assim, existe um valor finito  $\kappa$  tal que para  $k \geq \kappa$ : (i) o termo  $\Pi(k)$  vai majorar  $\pi_2/\underline{k}_p$  em (3.19) e (ii) a direção de controle será correta. De (i),  $\varphi_m(t) > \zeta(t), \forall t \in [t_{\kappa}, t_{\kappa+1}), \text{ com } \zeta$  em (3.10). De (ii),  $\zeta$  é um majorante válido para |e|. Portanto, nenhum chaveamento ocorrerá depois de  $t = t_{\kappa}, i.e., t_{\kappa+1} = t_M$ (ver (3.13)), o que implica uma contradição. Portanto,  $\varphi_m$  tem que parar em algum tempo finito  $t_k$ , onde k = N e  $t_N \in [0, t_M)$ , sempre que  $z \notin \mathcal{D}_{\Delta}$ .

Considere que se pare com uma estimativa errada da direção de controle. Então, a equação para o erro e pode ser escrita como  $\dot{e} = -\lambda e + |k_p| [\rho \operatorname{sgn}(e) + d_e]$ . Neste caso, se  $\rho$  for definido como em (3.20), existe  $t_d < t_M$  tal que  $e\dot{e} > 0, \forall t > t_d$ . Assim, e(t) deveria divergir quando  $t \to t_M$  para todas condições iniciais, o que é uma contradição, uma vez que a função de monitoração é exponencialmente decrescente quando o chaveamento para e o módulo do erro está sempre abaixo dela. Portanto,  $\operatorname{sgn}(k_p)$  é corretamente estimado em k = N.

Agora, considere a função quadrática de Lyapunov

$$V_e = \frac{e^2}{2} \,. \tag{3.21}$$

Calculando  $V_e$  ao longo da solução de (3.5),

$$\dot{V}_e = e\dot{e} \tag{3.22}$$

$$\dot{V}_e = e[-\lambda e + k_p(u+d_e)].$$
 (3.23)

Considerando o sinal de controle dado em (3.1) e sgn $(k_p)$  corretamente estimado, a

função  $V_e$  pode ser reescrita como

$$\dot{V}_e = e[k_p(-\operatorname{sgn}(k_p)\rho\operatorname{sgn}(e) + d_e) - \lambda e]$$
(3.24)

$$=e[-|k_p|\rho\operatorname{sgn}(e) + k_p d_e - \lambda e]$$
(3.25)

$$\leq |e||k_p|[-\rho + |d_e|]. \tag{3.26}$$

Tendo em vista que a função de modulação  $\rho$  satisfaz (3.20), a seguinte desigualdade  $\dot{V}_e \leq -\delta |k_p| |e| < 0$  é valida com alguma constante  $\delta > 0$ , e a condição  $e\dot{e} < 0$  (ou de forma equivalente  $\dot{e} = -\lambda_1 sgn(e)$ , para algum  $\lambda_1 > 0$ ), é verificada tal que  $e(t) \to 0$  em tempo finito, para  $z \notin \mathcal{D}_{\Delta}$ . Consequentemente, pode-se concluir que não há escape em tempo finito.

Observação 5 (Reinicialização da Função de Modulação) O termo  $\Pi(k)$  em (3.20) desempenha um papel fundamental na dominação do termo que decai exponencialmente  $\pi_2/\underline{k}_p$  em (3.19). Isto permite que a desigualdade (3.8) seja satisfeita antes que  $\pi_2/\underline{k}_p$  desapareça. Entretanto, desde que  $\Pi(k) \to +\infty$  quando  $k \to +\infty$ , se faz necessário um mecanismo de reinicialização do k na função de modulação, de tempos em tempos, para evitar que a amplitude do controlador alcance valores muito altos. Salienta-se, também, que depois de certo tempo, o termo  $\Pi(k)$  em 3.20 poderá ser removido visto que o termo exponencialmente decrescente  $\pi_2/\underline{k}_p$ , devido às condições iniciais, já teria sido suficientemente pequeno e, consequentemente, teria sido majorado pela constante  $\delta$ . Em particular, se for considerado um sistema de primeira ordem (isto é, se a dinâmica  $\eta$  em (2.16)–(2.18) é omitida), o termo  $\Pi(k)$ 

# 3.5 Convergência Global

No teorema a seguir, será mostrado que o controlador por realimentação de saída baseado em função de monitoração conduz z para a região  $\mathcal{D}_{\Delta}$  onde se encontra o maximizador desconhecido  $z^*$  definido em **(H3)**. Isto não implica que z(t) permanece em torno de  $\mathcal{D}_{\Delta}$ ,  $\forall t$ . Entretanto, as oscilações em torno de  $y^*$  podem ser feitas da ordem  $\mathcal{O}(r)$ .

**Teorema 3** Considere o sistema (2.16)-(2.17), com saída ou função objetivo (2.18), lei de controle (3.1), modelo de referência (3.3), função de monitoração (3.11)-(3.12) e função de modulação (3.20) com  $\Pi(k)$  reinicializado conforme a Observação 5. Assuma que **(H1)-(H5)** sejam satisfeitas, então: **(i)** a região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ em **(H3)** é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito e **(ii)** para  $L_{\Phi}$ suficientemente pequeno, as oscilações em torno do valor máximo y<sup>\*</sup> de y podem ser feitas da ordem  $\mathcal{O}(r)$ , com r definido em (3.11). Já que o sinal  $y_m$  em (3.3) pode ser saturado, todos os sinais em malha fechada permanecem uniformemente limitados.

#### Prova

Fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , a derivada da função objetivo  $\Phi(z)$  é diferente de zero  $(d\Phi(z)/dz \neq 0, \forall z \notin \mathcal{D}_{\Delta})$ . Assim, um limitante de norma  $\underline{k}_p$  para  $k_p$  pode ser obtido a partir de limitante inferior de  $L_{\Phi}$  dado em **(H3)** que é válido globalmente. Além disso, a Proposição 2 é válida enquanto z permanecer fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , isto é, não ocorre escape em tempo finito para os sinais do sistema.

Segue a prova das propriedades (i) e (ii) do Teorema 3.

#### (i) Atratividade de $\mathcal{D}_{\Delta}$

Esta prova é feita por contradição. Assuma que z(t) permanece fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$ para todo t, isto é,  $z \notin \mathcal{D}_{\Delta}$ ,  $\forall t \in [0, t_M)$ . Então, da Proposição 2, existe um tempo finito  $t_s$  tal que  $\dot{e} = -\lambda_1 \operatorname{sgn}(e)$ , para algum  $\lambda_1 > 0$ ,  $\forall t \ge t_s$ . O erro  $e = y - y_m$  tende para zero, mas como  $y_m$  cresce estritamente com o tempo e  $y = \Phi(z)$  tem um valor máximo  $y^*$ , para t suficientemente grande,  $y_m > y^* \ge y$  e  $\operatorname{sgn}(e) = -1$ , assegurando que y cresce com uma taxa constante de  $(\dot{y} = k_m + \lambda_1)$  obtido de (3.2)-(3.3), isto é, y deve aproximar-se de  $y^*$ . Portanto, z é conduzido para dentro de  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , o que é uma contradição. Assim,  $\mathcal{D}_{\Delta}$  é alcançada em algum tempo finito. Consequentemente, z(t) permanecerá ou oscilará em torno de  $\mathcal{D}_{\Delta}$ , e de modo similar y estará em uma pequena vizinhança de  $y^*$ ,  $\forall t$  suficientemente grande.

Estas oscilações se devem a perda de controle quando  $k_p \rightarrow 0$  sempre que a relação  $\underline{k}_p \leq |k_p|$  é violada ou são devidas a mudanças recorrentes do sinal do HFG em torno do ponto desejado  $(z^*, y^*)$  onde  $k_p = 0$   $(d\Phi(z)/dz = 0)$ . No que segue, mostra-se que estas oscilações podem ser feitas da ordem de  $\mathcal{O}(r)$ , com r em (3.11).

#### (ii) Oscilações da ordem $\mathcal{O}(r)$ em torno de $y^*$

De acordo com a Hipótese (H3),  $\Delta$  pode ser feito arbitrariamente pequeno tal que  $|y - y^*| = \mathcal{O}(r)$  quando  $z \in \mathcal{D}_\Delta$ . Assim, se z(t) permanecer em  $\mathcal{D}_\Delta$ ,  $\forall t$ , a vizinhança correspondente de  $y^*$  pode ser feita da ordem  $\mathcal{O}(r)$  com um  $L_{\Phi}$  apropriado. Caso contrário, a ideia chave é mostrar que, se z oscila em torno de  $\mathcal{D}_\Delta$ , isto também é válido desde que o tempo gasto depois de deixar a região  $\mathcal{D}_\Delta$  é também da ordem  $\mathcal{O}(r)$ .

Realmente, lembrando primeiro que depois de um tempo finito  $t_{y^*} > 0$ , tem-se que sgn(e) = -1, contanto que  $y_m$  cresce estritamente com o tempo e  $y = \Phi(z)$  tem um valor máximo  $y^*$ . Lembrando também que o erro de rastreamento é dado por

$$e(t) = y(t) - y_m(t), \quad \forall t > t_{y^*}.$$
 (3.27)

Agora, assuma que z alcança a fronteira de  $\mathcal{D}_{\Delta}$  (saindo de dentro) em algum instante  $T_1 > t_{y^*}$  com direção de controle incorreta em  $t = T_1$ . Note que  $\mathcal{D}_{\Delta}$  é invariante quando a direção de controle  $\acute{e}$  correta e t suficiente grande.

Além disso, de (3.27), pode-se escrever

$$\tilde{e}(t) = \tilde{y}(t) - \delta_m(t - T_1), \qquad (3.28)$$

onde  $\tilde{e}(t) := e(t) - e(T_1), \ \tilde{y}(t) := y(t) - y(T_1), \ \delta_m = 0$  quando  $y_m$  é saturado e  $\delta_m = k_m$ , caso contrário.

A partir de (3.28) pode-se reescrever

$$|\tilde{y}(t)| \le |\tilde{e}(t)| + \delta_m(t - T_1).$$
 (3.29)

Sejam  $T_2 \ge T_1 > t_{y^*}$  e  $T_3 \ge T_1 > t_{y^*}$ , onde  $T_2$  é o primeiro instante em que  $\varphi_m(t) = e(t)$  (independentemente de z(t) estar dentro ou fora de  $\mathcal{D}_{\Delta}$ ) e  $T_3$  o primeiro instante em que z(t) alcança a fronteira de  $\mathcal{D}_{\Delta}$  novamente (saindo de fora). Note que,  $z(t) \notin \mathcal{D}_{\Delta}$  para  $t \in [T_1, T_3)$ .

Considere, agora, dois casos: (a) z alcança a fronteira de  $\mathcal{D}_{\Delta}$  com direção de controle correta  $(T_3 > T_2)$  e (b) z alcança a fronteira de  $\mathcal{D}_{\Delta}$  com direção de controle incorreta  $(T_3 \leq T_2)$ .

**Caso (a):** Suponha que  $t \in [T_1, T_3]$  e primeiro considere  $t \in [T_1, T_2)$ . Durante esse tempo, a lei de controle está com direção de controle incorreta. Assim, permitindo que  $t_{y^*}$  seja suficientemente grande tal que o termo exponencial  $\pi_2/\underline{k}_p$  tenha sido dominado pelo termo  $\Pi(k)$  na função de modulação  $\rho$  em (3.20). Consequentemente, por construção da função de monitoração, tem-se  $e(T_1) < e(t) < e(T_2)$  e  $e(T_2) - e(T_1) < 2r$ . Caso contrátrio, uma mudança da direção de controle ocorrerá de acordo com a Proposição 2. Portanto,  $\tilde{e}(t) = e(t) - e(T_1)$  é da ordem  $\mathcal{O}(r)$ ,  $\forall t \in [T_1, T_2)$ . Ademais, como sgn $(k_p)$  foi erradamente estimado, pode-se escrever  $|u(t)| = \rho(t), \forall t \in [T_1, T_2)$ , com u definido em (3.1).

A partir de (3.5), (3.6), (3.19) e lembrando que  $t_{y^*}$  é considerado suficientemente grande tal que o termo exponencial  $\pi_0$  tenha decaído para um valor arbitrariamente pequeno, pode-se verificar que  $|\dot{e}| \ge \underline{k}_p |u + d_e|$  e  $|u + d_e| \ge \rho - |d_e| \ge \delta$  com uma constante positiva apropriada  $\delta$  em (3.20).

Assim,  $|\dot{e}(t)| > \delta_1$ ,  $\forall t \in [T_1, T_2)$ ,  $e(t - T_1) \le |\tilde{e}|/\delta_1$ , onde  $\delta_1 = \underline{k}_p \delta$  é uma constante arbitrária positiva.

Lembrando que  $\tilde{e}$  é da ordem  $\mathcal{O}(r)$ ,  $\forall t \in [T_1, T_2)$ , pode-se assegurar que  $(t - T_1)$ e  $\tilde{y}(t)$  em (3.29) são também da ordem  $\mathcal{O}(r)$ ,  $\forall t \in [T_1, T_2)$ .

Além disso, por continuidade,  $\tilde{y}(t)$  é também da ordem  $\mathcal{O}(r)$ ,  $\forall t \in [T_1, T_2]$ . Agora considere  $t \in [T_2, T_3]$ . Durante este intervalo, a direção de controle é correta, e assim  $e \to 0$ . De (3.27) e (3.3), tem-se que  $\dot{y} = k_m + \lambda_1 > 0$  e y(t) está estritamente crescendo  $\forall t \in [T_2, T_3]$ . Consequentemente, pode-se concluir que  $\tilde{y}(t) = y(t) - y(T_1)$ é também da ordem  $\mathcal{O}(r)$ ,  $\forall t \in [T_2, T_3]$ , visto que y(t) se aproxima de  $y^*$  durante este intervalo. Portanto, como foi verificado também no intervalo  $[T_1, T_2)$ , conclui-se que as oscilações fora da região  $\mathcal{D}_{\Delta}$  são da ordem  $\mathcal{O}(r)$  no caso (a),  $\forall t \in [T_1, T_3]$ .

Para o **Caso** (b), considere o intervalo  $t \in [T_1, T_3]$ . Durante este intervalo, a lei de controle tem direção de controle incorreta. Assim, pode-se concluir que  $\tilde{y}(t)$  é da ordem  $\mathcal{O}(r), \forall t \in [T_1, T_3]$ , seguindo diretamente as etapas da primeira parte da prova do caso (a). Por continuidade da saída incerta  $y = \Phi(z)$ , a limitação em norma de yapresentada acima implica que z é uniformemente limitado em norma, e também a partir de (H4) pode-se facilmente concluir que todos os sinais de sistema em malha fecha são uniformemente limitados admitindo que  $\Pi(k)$  reinicializado conforme a Observação 5.

### 3.6 Múltiplos Extremos

ESC aplicado para buscar máximo global na presença de máximo local é uma área desafiadora. Às vezes, a busca exaustiva de conjunto de soluções pode ser a única opção conforme discutido em [12]. Os autores de [12] apresentaram um controlador por realimentação de saída que garante convergência semi-global para máximo global na presença de máximo local.

Inspirados em suas ideias, foi observado neste trabalho que através da regulação dos parâmetros da função de monitoração é possível passar por máximos locais e convergir para o máximo global do mesmo modo que em [12], quando a amplitude de excitação (perturbação) era ajustada de forma adaptativa.

Neste caso, a função de monitoração (3.11)–(3.12) deve ser substituída por

$$\varphi_k(t) = |e(t_k)|e^{-\lambda(t-t_k)} + r + c(k), \qquad (3.30)$$

onde c(k) é qualquer sequência positiva monotonicamente decrescente, tal que  $c(k) \to 0$  quando  $k \to +\infty$ , e  $c(0) > \mathcal{O}(r)$ .

# 3.7 Simulações Preliminares

Neste seção serão apresentados dois exemplos que ilustram o funcionamento do sistema de controle proposto nesta dissertação.

**Exemplo 1** Neste primeiro exemplo, considere o seguinte sistema não-linear de primeira ordem:

$$\dot{z} = u, \quad y = \Phi(z) = \frac{10z}{4+z^2},$$
(3.31)



Figura 3.3: Função objetivo  $y = \frac{10z}{4+z^2}$ 

onde  $\dot{y} = k_p u$ ,  $k_p = \frac{d\Phi(z)}{dz}$  é o HFG, z é a saída do integrador e a condição inicial é z(0) = 1 (e y(0) = 2). O modelo de referência é escolhido conforme (3.3) e  $y_m$ foi saturado em 10, e, consequentemente, |e| será uniformemente limitado. A lei de controle (3.1) é aplicada com função de modulação constante

$$\rho = (k_m + \lambda |e|) / L_{\Phi} + \delta.$$
(3.32)

O parâmetro  $L_{\Phi} = 5r$  foi usado como limitante inferior em (3.32). Outros parâmetros foram definidos da seguinte forma:  $\lambda = 2$ ,  $k_m = 1$  e  $\delta = 0, 1$  e r = 0, 01.

A Figura 3.3 mostra a planta a ser maximizada. Conforme pode ser observado nas Figuras 3.4 e 3.5, y rastreia  $y_m$  até que z alcança a região onde o maximizador  $z^*=2$  se encontra. Logo depois, o rastreamento exato não é obtido, mas y será preso a uma vizinhança r de  $y^*=2,5$  e  $y_m$  crescerá até a saturação em 10.



Figura 3.4: O parâmetro z converge para  $z^{\ast}=2$  que maximiza y.



Figura 3.5: Saída da planta y (linha contínua) e modelo de referência  $y_m$  (linha tracejada). A saída da planta tende para o valor máximo  $y^* = 2, 5$ .

**Exemplo 2 (Múltiplos máximos)** Considere neste exemplo uma planta com característica desconhecida, dinâmica com grau relativo um descrita por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1\\ 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0\\ 1 \end{bmatrix} u \tag{3.33}$$

$$y = \Phi(z) = e^{-\frac{(z-3)^2}{0.5}} + 1.5e^{-\frac{(z-5)^2}{1.5}},$$
(3.34)

onde  $x = [\eta^T \ z]^T$ .

Este tipo de problema é similar a muitos problemas práticos incluindo a calibração de motor unidimensional pelo qual se procura ajustar a válvula para operar no seu ponto ótimo [1]. Note que a função objetivo ilustrada na Figura 3.6 tem dois máximos e, ao contrário de [1], convergência global (para todas as condições iniciais) pode ser garantida.



Figura 3.6: Função objetivo  $\Phi(z)$ .

A função de modulação foi projetada para satisfazer (3.20) com  $\Pi(k) = (k + 1)e^{-t/(k+1)}$ .

O observador de norma definido em (1) foi aplicado com os seguintes parâmetros:  $\varphi_0(z,t) = 2z \ e \ \lambda_0 = 0, 8.$ 

Na função de monitoração (3.30) usada desta vez para solucionar o problema de máximo local foi incluso o termo c(k) definido como c(k) = 2/(k+1). Os parâmetros restantes foram:  $L_{\Phi} = \frac{2}{3}$ ,  $\lambda = 2$ ,  $k_m = 1$ ,  $\delta = 0, 1$  e r = 0, 1.

A Figura 3.7 ilustra a convergência do esquema proposto para diferentes condições iniciais de x, correspondentes a z(0) = 2, 3, 5 e 7. Note que, ao contrário de [1] (veja a Figura 3.9), onde a taxa de convergência e o máximo global são diretamente dependentes das condições iniciais, aqui o exemplo ilustra que é possível alcançar o maximizador global z = 5 na presença do local  $z \approx 3$ , sem que a taxa de convergência seja afetada, e também, independentemente das condições iniciais.



Figura 3.7: O parâmetro z converge para  $z^* = 5$  que globalmente maximiza y usando diferentes condições iniciais z(0).

A Figura 3.8 ilustra a saída y rastreando  $y_m$  até alcançar o máximo global y = 1, 5. Nela observa-se uma pequena oscilação pouco depois de t = 1s que mostra a capacidade de a função de monitoração passar pelo máximo local em y = 1, 1 e fazer com que y convirja para o máximo global.

A Figura 3.10 ilustra o comportamento da função de monitoração. Pode-se observar que depois de se alcançar o máximo global, o erro e começa a aumentar indefinidamente até a saturação, este crescimento do erro se deve ao fato de a trajetória de referência ser uma rampa, ou melhor, monotonicamente crescente. Note também o efeito do termo c(k) incluso na função de monitoração que faz com que os seus saltos sejam cada vez menores.



Figura 3.8: A saída da planta y (linha contínua) e o modelo de referência  $y_m$  (linha tracejada). A saída da planta tende para o valor máximo  $y^* = 1, 5$ .



Figura 3.9: Figura extraída de [1]. Convergência de z para o máximo local/global dependendo das condições iniciais de z(0).



Figura 3.10: Função de monitoração  $\varphi_m$ e a norma do erro|e|.

# Capítulo 4

# Aplicações do Controle Extremal Proposto

Conforme apresentado na Introdução, há uma infinidade de aplicações do controle extremal. Aqui serão apresentados dois resultados de simulações, especificamente sistemas de freios ABS e painéis solares, dada a sua importância na atualidade.

### 4.1 Sistemas de Freios ABS

O freio ABS é um sistema de frenagem que evita que a roda bloqueie (quando o pedal de freio é pisado fortemente) e entre em derrapagem, deixando o veículo sem aderência à pista. Assim, evita-se o descontrole do veículo, permitindo que obstáculos sejam desviados enquanto se freia e aproveita-se mais o atrito estático, que é maior que o atrito cinético (de deslizamento). A derrapagem é uma das maiores causas ou agravantes de acidentes.

O travamento da roda durante a frenagem impacta de forma adversa a estabilidade do veículo. Assim, o sistema de freio ABS foi projetado para prevenir o travamento das rodas, reduzir a distância de parada do veículo e melhorar sua dirigibilidade. Um melhor desempenho do sistema ABS depende da identificação adequada do tipo de superfície da pista. Até o momento, não há sensores que possam identificar corretamente o tipo de superfície e tornar esta informação disponível para o controlador ABS. Contudo, o tipo de superfície pode ser inferido a partir da pressão exercida pelo freio, medidas de escorregamento da roda e comparações entre índices de desaceleração [30, 31].

Um dos objetivos do sistema ABS é regular o escorregamento da roda de forma que o coeficiente de adesão da pista seja maximizado. Por outro lado, isto implica na minimização da distância de parada do veículo. Todavia, essa faixa de escorregamento desejado depende do tipo de superfície da pista. Por exemplo, o valor ótimo de escorregamento para uma pista de gelo é diferente do valor ótimo para uma pista de asfalto seco.

Curvas típicas que relacionam o escorregamento das rodas (z) versus o coeficiente de adesão ou atrito  $(\mu)$  são apresentadas na Figura 4.1. Nesta figura são mostradas quatro curvas características para diferentes tipos de pista: asfalto seco, asfalto molhado, neve e gelo.

A equação do escorregamento da roda z é definida [4] a seguir:

$$z = \frac{v - \omega R}{v}, \qquad (4.1)$$

onde v é velocidade linear,  $\omega$  velocidade angular e R, o raio da roda.

A função

$$\mu(z) = \frac{2\mu_p z_p z}{z_p^2 + z^2},$$
(4.2)

é utilizada para gerar as curvas da Figura 4.1, onde  $\mu_p$  e  $z_p$  são valores de pico [32]. A Tabela 4.1 mostra os diferentes valores de pico para várias condições de pistas. As características do coeficiente de atrito também são influenciadas pelos parâmetros operacionais como velocidade e carga vertical. O valor de pico para o coeficiente de atrito usualmente varia entre 0, 1 (pista com gelo) e 0, 9 (asfalto seco e concreto).



Figura 4.1: Curvas que relacionam o escorregamento das rodas (z) versus o coeficiente de atrito  $(\mu)$  para quatro tipos diferentes de pista

Na frenagem sem ABS, quando o motorista pisa no freio, ele faz instantaneamente  $\omega = 0$  (trava a roda) com o objetivo de parar o carro. No entanto, o coeficiente de atrito  $\mu(z)$  não é máximo (ótimo) para o valor de z = 1 (ver equação 4.1 e Figura 4.1). Assim, o carro continua em movimento com as rodas travadas até que depois de um

Superfície	Média de Pico
Asfalto e concreto (seco)	0,8-0,9
Asfalto (molhado)	0,5-0,6
Concreto (molhado)	0,8
Pista de Terra (seca)	$0,\!68$
Pista de Terra (molhada)	$0,\!55$
Pedra	0,6
Gelo	0,1
Neve (placa sólida)	0,2

Tabela 4.1: Média de pico para os valores do coeficiente de atrito para diferentes condições de pista.

certo tempo aquele atrito referente ao "escorregamento máximo" (z = 1) faz com que o carro pare.

No freio ABS é feito algo mais inteligente. Quando o motorista pisa no freio,  $\omega$  não vai diretamente para zero. Primeiro é feita a busca pelo valor ótimo  $z^*$ correspondente ao maior coeficiente de atrito. Com esse valor, o controlador de torque ajusta  $\omega$ , de forma a manter  $z \approx z^*$  (correspondendo a um valor próximo ao máximo atrito da pista) e consequentemente o veículo para mais rapidamente sem travar as rodas do que o sistema de freio convencional.

#### 4.1.1 Modelagem e Controle da Roda

Da mesma forma que em [4], nesta dissertação considera-se a modelagem de uma roda (uniciclo) conforme ilustrado na Figura 4.2. Nela estão representadas todas as forças que atuam sobre a roda.

Agora segue uma análise de aplicação do controlador proposto nesta dissertação para o freio ABS.

O projeto dos freios ABS é difícil devido à não-linearidade da dinâmica e incertezas nos sistemas desses freios. O coeficiente de atrito  $\mu(z)$  atuando sobre o pneu de um veículo automotivo tem um máximo para um escorregamento da roda baixo (não nulo) z e diminui quando o mesmo escorregamento aumenta (ver Fig 4.1). O objetivo da estratégia é projetar um controlador u tal que o coeficiente de atrito  $\mu(z)$ seja maximizado independentemente das condições da estrada. De modo análogo ao descrito em [4], considera-se um modelo do tipo uniciclo (uma roda):

$$\dot{v} = -\frac{N}{m}\mu(z) \tag{4.3}$$

$$\dot{\omega} = -\frac{B}{I}\omega + -\frac{mR}{I}g\mu(z) - \frac{1}{I}\tau_B \tag{4.4}$$

onde o sinal de controle  $\tau_B$  é o torque de freio, v é a velocidade linear,  $\omega$  a velocidade



Figura 4.2: Forças que atuam na roda.

angular e as constantes positivas  $m, mg, R \in I$  são a massa, o peso, o raio e o momento de inércia, respectivamente, enquanto B é o coeficiente inicial de torque.

Para configurar o problema na forma de controle extremal, seja uma constante  $z_0$  a ser definida mais adiante, defina-se  $\tilde{z} = z - z_0$  e considere a derivada da equação (4.1), onde obtém-se:

$$\dot{\tilde{z}} = \dot{z} = \left(\frac{R\omega}{v^2} + \frac{mR^2}{Iv}\right)\dot{v} + \frac{RB}{Iv}\omega + \frac{R}{Iv}\tau_B \tag{4.5}$$

Como a aceleração  $\dot{v}$  é considerada disponível através do acelerômetro, um simples controlador via linearização por realimentação de saída:

$$\tau_B = -\frac{cIu}{R}(z - z_0) - B\omega - \frac{I\omega}{v}\dot{v} - mR\dot{v}$$
(4.6)

onde c é uma constante positiva,  $z_0$  torna o sistema do sistema (4.5) exponencialmente estável, resultando em  $\dot{\tilde{z}} = -c\tilde{z}$ . Note que o controle na equação (4.6) independe da função desconhecida  $\mu(z)$ .

A Figura 4.3 ilustra o esquema de controle da roda via função de monitoração. O controle de torque é governado pela equação (4.6) e o modelo da roda corresponde às equações (4.3)-(4.4).

De (4.4), assume-se implicitamente que o cenário é de freamento, isto é,  $v \leq 0$ . Além disso, é razoável assumir que o escorregamento da roda satisfaz  $0 \leq z \leq 1$ ,



Figura 4.3: Esquema de controle extremal para o modelo da roda.

ou seja,  $0 \leq \omega R \leq v$  e que, para evitar singularidade quando v = 0 em (4.1), o controle ABS é aplicado somente enquanto  $v(t) \geq v_{\varepsilon} > 0$  para uma constante suficientemente pequena  $v_{\varepsilon}$ . De fato, a uma velocidade linear desprezível, o controle ABS é desnecessário. Além disso, considera-se que existe uma constante positiva limitante  $\bar{\omega}$  para a velocidade angular tal que  $0 \leq \omega(t) < \bar{\omega}$ .

A aceleração linear da roda  $\dot{v}$  é considerada disponível através do acelerômetro [4]. A linearização através de realimentação de saída (4.6) permite que o problema de controle recaia para o sistema

$$\frac{1}{c}\dot{z} = -z + z_0 \tag{4.7}$$

$$y = -\dot{v} = g\mu(z) := \Phi(z),$$
 (4.8)

onde  $\Phi$  é a função objetivo desconhecida e  $z_0$ , o controlador u proposto (3.1) que, em analogia a [4], corresponde à classe de problemas descritos na Seção 2.2 e Capítulo 3. Mais detalhes da modelagem matemática, esquema de controle e sua implementação em *Simulink* podem ser consultados no Apêndice B.

#### 4.1.2 Resultados de Simulações

A breve descrição do Freio ABS foi feita na seção anterior. Agora, para efeito de simulação usa-se a função (4.2), a mesma considerada em [4, 5], que qualitativamente corresponde à Figura 4.1. Esta função tem um máximo em  $z = z^*$ , com  $\mu^* = 0, 25$  e  $z^* = 0, 6$ .

Foram considerados os seguintes parâmetros da roda: m = 400kg,  $B = 0,01kgm^2/s$ ,  $I = 18kg/m^2$ , c = 10. As condições iniciais são: v(0) = 120km/h, ou seja,  $33,33m/s \in \omega(0) = \frac{400}{3,6}$ , correspondendo a y(0) = 0. Os demais parâmetros de projeto do controlador são:  $\lambda = 2$ ,  $k_m = 1, 1$ ,  $k_{pmin} = 0,66$ , r = 0,08,  $\delta = 1$ .

A Figura 4.4 ilustra o deslizamento da roda z. Através dela é fácil concluir que a roda leva pouco mais de dois segundos para alcançar o maior valor do deslizamento da roda, 0, 25.



Figura 4.4: Curva do deslizamento da roda.

A Figura 4.5 ilustra o coeficiente de atrito  $\mu(z)$ , que converge rapidamente para seu valor máximo, 0, 6.

Na Figura 4.6 são ilustrados os gráficos das velocidades linear e angular da roda. Nota-se que durante o freamento, o carro para em menos de seis segundos, portanto, em curto tempo.

A Figura 4.7 mostra o processo de desaceleração durante o freamento da roda.

Por fim a Figura 4.8 mostra o chaveamento da função de monitoração ao longo da curva do erro de saída. O gráfico mostra também o detalhe do chaveamento durante o primeiro 0, 1s.



Figura 4.5: Curva do coeficiente do atrito.



Figura 4.6: Velocidades linear e angular da roda.



Figura 4.7: Desaceleração da roda.



Figura 4.8: Função de Monitoração do Erro.

# 4.2 Sistemas Fotovoltaicos

A energia solar é uma das formas de energia alternativa mais indicadas para substituir os métodos convencionais de geração de eletricidade. Atualmente, a energia fotovoltaica tem aplicações nas mais diversas áreas, com o objetivo de geração de energia elétrica aliada às seguintes vantagens: simplicidade de instalação, elevado grau de confiabilidade do sistema, redução das perdas por transmissão de energia devido à proximidade entre a geração e o consumo e pouca necessidade de manutenção. Além disso, os sistemas fotovoltaicos são fontes silenciosas de geração de energia elétrica não poluente [33].

Devido à baixa eficiência no processo de conversão da energia solar em energia elétrica, a comunidade acadêmica vem desenvolvendo métodos de controle para a obtenção de maior eficiência.

#### 4.2.1 Modelagem Matemática

O circuito equivalente do modelo generalizado real de uma célula fotovoltaica consiste de uma fonte de corrente  $I_s$ , um diodo D, um resistor em paralelo  $R_p$  e um resistor em série  $R_s$  conforme a Figura 4.9. As resistências  $R_p \in R_s$  representam a queda de tensão devida à corrente de fuga e a queda de tensão interna da célula, respectivamente. Para células reais os valores das resistências são superiores a 10 $\Omega$ para a primeira e da ordem de  $m\Omega$  para a segunda [34].



Figura 4.9: Circuito elétrico equivalente de uma célula fotovoltaica com resistências  $R_s$  e  $R_p$ .

A equação característica corrente versus tensão I-V da célula solar é dada por:

$$I = I_s - I_{sat} \left[ e^{((V + IR_s)(AV_T))} - 1 \right] - (V + IR_s)/R_p$$
(4.9)

onde:

*I<sub>sat</sub>* - corrente máxima de saturação do diodo;

V - tensão nos terminais da célula;

A - fator de idealidade do diodo (A = 1: ideal, A > 1: real);

- $V_T$  potencial térmico  $(V_T = kT_c/q);$
- k constante de Boltzmann  $(k = 1, 38 \times 10^{-23} J/K);$
- q carga elétrica do elétron  $(q=1,6\times 10^{-19}\,C).$

A fonte de corrente  $I_s$  representa a corrente elétrica gerada pelos feixes de radiação luminosa. Esta corrente unidirecional depende principalmente da intensidade da irradiação solar e é dada por:

$$I_s = I_0 [1 + K_I (T_c - T_r)]$$
(4.10)

e a corrente  $I_0$  é dada por:

$$I_0 = (G_a I_{sc}) / G_0 \tag{4.11}$$

sendo:

 $I_{sc}$  - corrente de curto-circuito da célula a  $25\,^{0}C$  e  $1000\,W/m^{2}$ ;

 $K_I$  - coeficiente da temperatura de corrente de curto-circuito;

 $T_c$  - temperatura da célula em K (0  $^{0}C = 273, 16 K$ );

 $T_r$  - temperatura de referência da célula;

- $G_0$  referência da irradiação solar, seu valor é dado por  $1000 W/m^2$ ;
- $G_a$  irradiação solar em  $W/m^2$ .

Para diferentes valores de irradiação solar  $G_a$ , a temperatura da célula  $T_c[k]$  é dada por:

$$T_c = \frac{T_a + G_a(NOCT - 20\,^{0}C)}{800\,W/m^2} \tag{4.12}$$

O parâmetro NOCT é denominado "Normal Operating Cell Temperature", ou seja, a temperatura nominal de operação da célula. Geralmente este parâmetro é fornecido pelo fabricante do painel solar, com valores variando entre 45<sup>o</sup> e 49<sup>o</sup>C. O NOCT é a temperatura da célula  $T_c$  quando a temperatura ambiente for 20<sup>o</sup>C, a irradiação for de 0,8 kW/m<sup>2</sup> e a velocidade do vento for 1 m/s.

A corrente  $I_D$  no diodo é expressa por:

$$I_D = I_{sat} \left[ e^{((q/(AkT_c))(V+R_sI))} - 1 \right].$$
(4.13)

A corrente de saturação  $I_{sat}$  varia com a temperatura da célula, sendo determinada

por:

$$I_{sat} = I_{or} \left(\frac{T_c}{T_r}\right)^3 e^{[qE_g(1/T_r - 1/T_c)/kA]}.$$
(4.14)

Na equação (4.14), o parâmetro  $I_{or}$  corresponde à corrente de saturação reversa da célula, que é dada por:

$$I_{or} = \frac{I_{sc}}{e^{(qV_{oc}/(kAT_c))} - 1},$$
(4.15)

onde:

 $V_{oc}$  - tensão de circuito-aberto;

 $E_g$  - banda proibida ou gap de energia.

Para uma situação ideal, onde não há perdas ou correntes de fuga, basta considerar as resistências  $R_s = 0$  e  $R_p = \infty$  o que reduz a equação (4.9) e (4.13) em

$$I = I_s - I_{sat}(e^{(V/(AV_T))} - 1$$
(4.16)

$$I_D = I_{sat} \left( e^{(V/(AV_T))} - 1 \right).$$
(4.17)

A modelagem usada nas simulações utilizando o controlador proposto nesta dissertação é feita considerando o caso ideal para uma única célula solar.

Normalmente, a potência produzida por uma célula fotovoltaica é muito baixa (valor inferior a 2W), o que é insuficiente para aplicações envolvendo a alimentação de circuitos de potência. Neste sentido, para aumentar a potência resultante, estas células são agrupadas em série e em paralelo para se obter módulos. Esta associação de células solares resulta no painel solar, onde determinado número de módulos solares são conectados em circuitos série e paralelo para gerar a tensão e corrente desejadas.

Há vários métodos para se maximizar a potência dos painéis solares. O esquema de controle extremal via função de monitoração e realimentação de saída, para a busca do ponto de máxima potência (*Maximum Power Point Tracking -MPPT*) está ilustrado na Figura 4.10. O funcionamento do método está descrito no Capítulo 3. Salienta-se que os painéis solares são parametrizados por condições ambientais, nomeadamente temperatura e irradiação solar.

O sistema de controle para ilustração da aplicação para a busca de ponto de máxima potência foi considerado um simples integrador

$$\dot{v} = u \tag{4.18}$$

$$y = p(v) \tag{4.19}$$

Mas, sabe-se que, para uma análise mais profunda do MPPT é necessário inclusão de uma topologia de conversor *DC-DC*. Isto poderá ser feito em um próximo estudo.



Figura 4.10: Esquema de controle do painel solar.

As Figuras 4.11-4.12 ilustram que a potência e a corrente crescem linearmente com a incidência da irradiação solar.

As Figuras 4.13-4.14 ilustram um comportamento mais complexo da temperatura sobre a potência e a corrente. A corrente de curto-circuito aumenta levemente com o aumento da temperatura, mas a potência e o ponto de máxima potência diminuem com o aumento da temperatura. Isto mostra que os painéis solares operam melhor em dias ensolarados a baixas temperaturas.



Figura 4.11: Curvas características P-V variando-se a irradiação e  $T = 25^{\circ} C$ .



Figura 4.12: Curvas características I-V variando-se a irradiação e $T=25^o\,C.$ 



Figura 4.13: Curvas características P-V variando-se a temperatura e $S=1000\,W/m^2.$ 



Figura 4.14: Curvas características I-V variando-se a temperatura e $S=1000\,W/m^2.$ 

#### 4.2.2 Resultados de Simulações

As simulações foram feitas considerando os seguintes parâmetros: a função de modulação foi projetada para satisfazer (3.20) com  $\Pi(k) = 0$  por considerar-se o caso de primeira ordem, sendo  $\lambda = 2$ ,  $k_m = 1, 1, k_{pmin} = 0, 9, \delta = 0, 1$ . Foi usada a função de monitoração (3.30) com  $\lambda = 2, r = 0, 01$ . Os parâmetros de modelagem podem ser consultados no Apêndice A.

As Figuras 4.15-4.16 mostram as trajetórias da potência e corrente seguindo a rampa de referência até alcançar o ponto de máxima potência e corrente da célula solar, para a irradiação solar de  $400W/m^2$  e  $800W/m^2$ . O salto ocorre devido à variação instantânea da irradiação solar incidente. Isto pode ser interpretado como um instante em que uma nuvem sai da direção da irradiação solar. Note que imediatamente após o salto, o algoritmo procura o novo ponto de máxima potência. Note também que os valores da potência e corrente correspondem aos apresentados nas Figura 4.11 e 4.12, respectivamente. Foram consideradas as seguintes condições iniciais: v(0) = 0, 5V, I(0) = 0, 65A e p(0) = 0, 48W, temperatura constante  $T = 25 \, {}^{0}C$ .



Figura 4.15: Respostas no tempo da potência da célula solar sob o salto da irradiação solar de  $400W/m^2$  para  $800W/m^2$ .

A Figura 4.17 mostra o comportamento da função de monitoração do erro ante a variação instantânea da irradiação solar de  $400 W/m^2$  para  $800W/m^2$ .

A Figura 4.18 ilustra o sinal de controle de uma célula solar. Nela é possível constatar o chaveamento com frequência alta devido à recorrente mudança de direção de controle que, por sua vez, se deve à violação da relação (3.14).



Figura 4.16: Respostas no tempo da corrente da célula solar sob o salto da irradiação solar de  $400\,W/m^2$  para  $800W/m^2.$ 



Figura 4.17: Função de monitoração do erro sob o salto da irradiação solar de  $400\,W/m^2$  para  $800W/m^2.$ 



Figura 4.18: Sinal de controle para uma célula solar.

# Capítulo 5

# Resultados Experimentais do Controle de Busca de Fonte de Luz

Para ilustrar a aplicação do controlador baseado em função de monitoração e realimentação de saída, considera-se um sensor de luz (fototransistor) preso a um servomecanismo que busca a posição onde se encontra maior intensidade de luz ao longo do trilho do servomecanismo. Será considerado o problema de busca de uma fonte usando um carrinho alimentado por um motor DC, equipado com um sensor de luz, mas sem a capacidade de reconhecer tanto a posição da fonte quanto a sua própria posição. Assume-se que a fonte de luz tem maior intensidade na própria fonte e decai fora dela. Emprega-se o controlador por busca extremal baseado em função de monitoração e realimentação de saída para estimar o gradiente do campo em tempo real em direção ao ponto onde o gradiente é nulo (o máximo do campo, isto é, a localização da fonte). Ou seja, o problema de busca de fonte pode ser interpretado como problema de controle extremal.

# 5.1 Descrição do Servomecanismo

No experimento, utilizou-se o servomecanismo de posicionamento linear fabricado pela Quanser Consulting descrito no manual nas Seções 3.1 e 5.2.1 [35] e disponível no Laboratório de Engenharia Elétrica da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. O sistema é composto por um carrinho acionado por um motor DC sobre um trilho. A posição do carrinho y é medida por um potenciômetro multivoltas que gera uma tensão proporcional à posição ( $e_p = 10,7y$ ) [36]. Entretanto, esta posição é desconhecida pelo sistema de controle adotado. O eixo do motor e o eixo do potenciômetro são conectados por engrenagens a uma cremalheira instalada no trilho conforme a Figura 5.1.

A interface com o computador utiliza um conversor A/D e um conversor D/A



Figura 5.1: Diagrama do servomecanismo com destaque as conexões ao computador.

com resolução de 12 bits e tensões de entrada e saída na faixa de -5V a +5V. O sinal de controle u atua na tensão enviada para o motor do carrinho.

O algoritmo de controle baseado em função de monitoração e realimentação de saída (Capítulo 3) é codificado num diagrama de blocos através do *software* Matlab/Simulink 5.2 para gerar um programa executável. As variáveis são amostradas periodicamente com intervalo de amostragem de 1 ms, que é o menor intervalo de amostragem que se pôde obter com este sistema de aquisição de dados. O algoritmo de controle é implementado através de integração numérica pelo método de Euler.

No circuito de alimentação do fototransistor representado na Figura 5.2, os capacitores de  $100\mu F$  e  $0, 1\mu F$  servem para a redução de *ripple* do retificador (em condição de baixa frequência) e redução de ruído e oscilações de alta frequência, respectivamente. É importante lembrar também que os capacitores eletrolíticos não possuem boa resposta em alta frequência daí a necessidade do capacitor de  $0, 1\mu F$ . Fotos dos componentes de todo o experimento podem ser vistas no Apêndice C



Figura 5.2: Circuito de alimentação do fototransistor.

# 5.2 Resultados e discussões

A Figura 5.3 ilustra a intensidade de luz recebida pelo sensor preso ao carrinho, que se dirige em direção à fonte de luz ao longo do trilho. Foi usada uma lanterna como a fonte de luz. Nos primeiros segundos, a lanterna encontra-se apagada, por isso a tensão é praticamente nula e, consequentemente, o carrinho fica parado. Logo que é ligada, aproximadamente aos 5 s, a tensão sobe imediatamente para um valor correspondente à intensidade de luz da lanterna e, o carrinho começa a se dirigir em direção à fonte de luz, por isso nota-se na Figura 5.3 um leve aumento da tensão dos 5 - 16 s. A tensão tende a 5 V porque o circuito de alimentação do sensor consiste de uma fonte de 5 V.



Figura 5.3: Intensidade de luz recebida pelo sensor convertida em volts.

Por outro lado, a Figura 5.4 ilustra o sinal de controle. Note que antes de se ligar a fonte de luz ocorre mudança de direção de controle devido à violação da relação (3.14) e o crescimento do mesmo se deve ao termo  $\Pi(k)$  na função de modulação



Figura 5.4: Sinal de controle.

em (3.20). A partir do momento em que se liga a fonte de luz, não há mais troca de sinal de controle garantindo que, de fato, o carrinho está se dirigindo na mesma direção, a direção onde se encontra a fonte luz.

A Figura 5.5 ilustra o comportamento da função de monitoração  $\varphi_m(t)$  e o módulo do erro |e|. Nela é possível ver que antes de ligar a fonte de luz, o erro de saída corresponde ao próprio modelo de referência (rampa unitária) que foi saturada em 5 V. Por isso, após ligar-se a fonte de luz, o erro de saída cai para um valor aproximado a zero, dependendo da intensidade da luz do ambiente. Note mais uma vez a violação da relação (3.14) antes de ligar-se a luz e a direção de controle constante após a mesma ser ligada.

A seguir são apresentados resultados obtidos após a interrupção da fonte de luz em um dado instante.

A Figura 5.6 ilustra o comportamento semelhante ao descrito a respeito da Figura 5.3 diferindo apenas o fato de haver interrupção da fonte de luz durante o intervalo aproximado entre 7 - 9 s. No experimento, foi possível observar a parada do carrinho com oscilações de alta frequência durante este intervalo.

A Figura 5.7 apresenta o sinal de controle, desta vez com interrupção da fonte durante o intervalo aproximado entre 7 - 9s. Note que no instante em que se desliga a fonte de luz, o carrinho para e oscila em um ponto com frequência alta, mas com amplitude constante, o que pode causar o fenômeno denominado *chattering* [37], oscilações de alta frequência que podem danificar os dispositivos. Após ligar-se novamente a fonte de luz ocorrem três chaveamentos referentes à violação da relação



Figura 5.5: Função de monitoração  $\varphi_m$  e a norma do erro |e|.

(3.14). No servomecanismo, neste instante, nota-se o deslocamento do carrinho em direção oposta à fonte antes de se dirigir em direção correta da mesma.

A Figura 5.8 ilustra o comportamento da função de monitoração  $\varphi_m(t)$  e o módulo do erro |e| com interrupção da fonte de luz. Nela é possível notar que antes de a fonte de luz ser ligada, o erro de saída corresponde ao próprio modelo de referência (rampa unitária) que foi saturada em 5 V. Por isso, após ligar-se a fonte luz, o erro de saída cai para um valor aproximado a zero dependendo da intensidade da luz do ambiente. Quando a fonte de luz é desligada, o processo se reinicia.

A Figura 5.9 ilustra a primeira configuração do experimento. O carrinho para no ponto de potência máxima da fonte de luz. Resultado observado conforme a Figura 5.6.



Figura 5.6: Intensidade de luz recebida pelo sensor interrompendo-se a luz.



Figura 5.7: Sinal de controle interrompendo-se a luz.


Figura 5.8: Monitoração do erro interrompendo-se a luz.



Figura 5.9: Configuração do primeiro experimento. O carrinho para próximo à fonte de luz.

A seguir são apresentados resultados após colocar-se o sensor na direção transversal do trilho e consequentemente a posição da fonte de luz (ver Fig 5.14). Além disso, desta vez, com a fonte de luz fixada a uma distância de aproximadamente 1 m, o carrinho procura localizar o ponto de maior potência ao longo do trilho.

A Figura 5.10 apresenta a saída da planta, que é basicamente a tensão correspondente à intensidade de luz recebida pelo sensor. Nela pode-se notar que permanece quase constante, apesar de o carrinho se deslocar ao longo do trilho enquanto a fonte de luz é movida conforme a Figura 5.13. Note que nos primeiros quatro segundos a fonte de luz encontra-se desligada. O resíduo nesse intervalo deve-se à luz do ambiente.



Figura 5.10: Intensidade de luz recebida pelo sensor movendo-se a fonte de luz.

A Figura 5.11 apresenta o sinal de controle. Note que antes de se ligar a fonte, ocorre um chaveamento de alta frequência decorrente à violação da relação (3.14) dado que o erro tende a crescer e a referência está saturada em 5 V o que torna o erro maior nesse intervalo conforme pode ser visto na Figura 5.12. Nela pode-se notar também que do intervalo aproximado de 5, 5 - 10 s ocorre chaveamento ruidoso com menor frequência, este comportamento corresponde ao instante em que o carrinho localiza o ponto de maior potência e oscila em torno do mesmo.

A Figura 5.12 ilustra a função de monitoração  $\varphi_m(t)$  e o módulo do erro |e| de saída durante o deslocamento da fonte de luz. Nela é possível ver, no intervalo citado acima, a consequência das maiores oscilações em torno do ponto de máxima potência - variação brusca do erro.

A Figura 5.13 ilustra a posição do carrinho durante o experimento. Note que nos primeiros 4s o carrinho está praticamente parado e, quando o sensor percebe a presença de luz, ele se dirige para o centro do trilho e começa a oscilar com amplitudes cada vez menores até alcançar a residual (r = 0, 1). Note na mesma



Figura 5.11: Sinal de controle movendo-se a fonte de luz.



Figura 5.12: Monitoração do erro movendo-se a fonte de luz.

figura que aos 15 s a fonte de luz começa a ser movida lentamente ao longo do trilho e o carrinho segue-a na mesma velocidade, mas as oscilações e a intensidade de luz se mantêm constantes conforme ilustrado na Figura 5.10.

A Figura 5.14 ilustra a configuração do segundo experimento. O carrinho para no ponto de potência máxima da fonte de luz. Resultado observado conforme a Figura 5.6. Um vídeo ilustrativo dos resultados experimentais pode ser acessado em http://youtu.be/adjjkUx\_mU0.



Figura 5.13: Posição do carrinho ao longo do trilho.



Figura 5.14: Configuração do segundo experimento. Fonte de luz em movimento é seguida pelo carrinho.

### Capítulo 6

### Conclusões e Trabalhos Futuros

Um novo controlador extremal baseado em função de monitoração e observador de norma de estado foi desenvolvido para uma classe de plantas não-lineares incertas. A abordagem resultante garante convergência global da saída do sistema controlado para uma pequena vizinhança do extremo (máximo) usando apenas realimentação da saída.

#### 6.1 Contribuições da Dissertação

- Desenvolvimento de estratégia de controle baseada em função de monitoração e realimentação de saída para lidar com o problema de desconhecimento da direção de controle de sistemas incertos não-lineares monovariáveis, com provas matemáticas de estabilidade e convergência globais.
- Aplicação da estratégia de controle proposta para sistemas de freios ABS e painéis solares com desempenho satisfatório comprovado através de modelagem matemática e simulações numéricas.
- 3. Aplicação da estratégia de controle proposta para o problema de busca de fonte (source seeking) tendo-se obtido resultados satisfatórios observados através de experimentos em servomecanismo que consiste em um carrinho com motor DC em um trilho, um fototransistor e fonte de luz, sem a necessidade de medição da posição tanto do carrinho quanto da fonte de luz.
- 4. Artigo aceito para publicação em congresso internacional intitulado "Global Output-Feedback Extremum Seeking Control via Monitoring Functions" (52nd IEEE International Conference on Decision and Control - CDC 2013) e artigo aceito para publicação em congresso nacional intitulado "Controle Extremal via Função de Monitoração Aplicado ao Problema de Busca de Fonte" (XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI 2013).

#### 6.2 Trabalhos Futuros

Para a continuação deste trabalho, são propostos os seguintes tópicos:

- 1. Desenvolver algoritmo de controle extremal por realimentação de saída baseado em função de monitoração para caso SISO (monovariável) mais geral, por exemplo, com grau relativo arbitrário em presença de ruído de medição.
- 2. Desenvolver algoritmo de controle extremal por realimentação de saída baseado em função de monitoração para caso multivariável e sua aplicação em problemas de formação de multiagentes ou robótica móvel aplicada a localização e navegação autônoma em ambientes sem uso de GPS (Global Positioning System).
- 3. Como as provas obtidas são para o caso de único máximo e foram constatados bons resultados no caso de existência de múltiplos extremos, há que providenciar as provas matemáticas rigorosas para este caso.
- 4. Incluir na aplicação da estratégia de controle do painel solar (seção 4.2) um conversor DC-DC e uma carga constante (ex: bateria), onde o controlador proposto teria o papel de PWM para controlar a frequência de chaveamento do conversor de modo a forçar o painel a operar em seu ponto de máxima potência.

#### **Referências Bibliográficas**

- TAN, Y., MOASE, W., MANZIE, C., et al. "Extremum seeking from 1922 to 2010". In: 29th Control Conference Chinese (CCC), pp. 14–26, 2010.
- YAU, H.-T., WU, C.-H. "Comparison of Extremum-Seeking Control Techniques for Maximum Power Point Tracking in Photovoltaic Systems", *Energies*, v. 4, pp. 2181–2195, 2011.
- [3] LEBLANC, M. "Sur l'electrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de frequence elevee". In: *Revue Génerale de l'Electricité*, 1922.
- [4] ARYIUR, K. B., KRSTIĆ, M. Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control. John Wiley & Sons, 2003.
- [5] ZHANG, C., ORDONEZ, R. Extremum Seeking Control and Application: A Numerical Optimization-Based Approach. Springer-Verlag London Limited, 2012.
- [6] DRAPER, C., LI, Y. Principles of Optimalizing Control Systems and an Application to the Internal Combustion Engine. R. Oldenburger, 1951.
- [7] KRSTIĆ, M., WANG, H.-H. "Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems". In: *Automatica*, pp. 595–601, 2000.
- [8] ADETOLA, V., DEHAAN, D., GUAY, M. "Adaptive extremum-seeking receding horizon control of nonlinear systems". In: American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004, v. 4, pp. 2937 –2942 vol.4, 30 2004-july 2 2004.
- [9] ASTROM, K. J., WITTENMARK, B. Adaptive Control. Addison-Wesley, 2005.
- [10] OLALLA, C., ARTEAGA, M., LEYVA, R., et al. "Analysis and Comparison of Extremum Seeking Control Techniques". In: Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007. IEEE International Symposium on, pp. 72–76, june 2007. doi: 10.1109/ISIE.2007.4374576.

- [11] TAN, Y., NESIĆ, D., MAREELS, I. M. Y. "On non-local stability properties of extremum seeking control." In: *Automatica*, v. 42, 6, pp. 889–903. Automatica, 2006.
- [12] TAN, Y., NESIĆ, D., MAREELS, I. M. Y., et al. "On global extremum seeking in the presence of local extrema". In: *Automatica*, v. 45, 1, pp. 245–251, 2009.
- [13] NESIC, D., TAN, Y., MAREELS, I. "On the Choice of Dither in Extremum Seeking Systems: a Case Study". In: Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on, pp. 2789–2794, 2006. doi: 10.1109/CDC.2006.377309.
- [14] OLIVEIRA, T. R., PEIXOTO, A. J., HSU, L. "Global real-time optimization by output-feedback extremum-seeking control with sliding modes." In: Journal of Franklin Institute, v. 349, pp. 1397–1415, 2012.
- [15] OLIVEIRA, T. R., PEIXOTO, A. J., NUNES, E. V. L., et al. "Control of uncertain nonlinear systems with arbitrary relative degree and unknown control direction using sliding modes". In: *Int. J. Adapt. Control Signal Process*, v. 21, pp. 692–707, 2007.
- [16] YAN, L., HSU, L., COSTA, R. R., et al. "A variable structure model reference robust control without a prior knowledge of high frequency gain sign", *Automatica*, v. 44, n. 4, pp. 1036 – 1044, 2008. ISSN: 0005-1098. doi: 10.1016/j.automatica.2007.08.011.
- [17] OLIVEIRA, T. R., PEIXOTO, A. J., HSU, L. "Sliding Mode Control of Uncertain Multivariable Nonlinear Systems With Unknown Control Direction via Switching and Monitoring Function". In: *IEEE Trans. Automat. Contr.*, v. 55, 4, pp. 1028–1034, 2010.
- [18] OLIVEIRA, T. R., HSU, L., PEIXOTO, A. J. "Output-feedback global tracking for unknown control direction plants with application to extremumseeking control", *Automatica*, v. 47, n. 9, pp. 2029 – 2038, 2011. ISSN: 0005-1098.
- [19] DOWER, P., FARRELL, P., NESIC, D. "Extremum Seeking Control of Cascaded Raman Optical Amplifiers", *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 16, n. 3, pp. 396–407, 2008. ISSN: 1063-6536. doi: 10.1109/TCST.2007.903056.
- [20] SAGAZ, G. S. G. Controle por Busca Extremal de Amplificadores Ópticos Raman via Modos Deslizantes e Função de Chaveamento Periódica. Tese

de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica CE-FET/RJ, 2011.

- [21] ZHANG, C., SIRANOSIAN, A., KRSTIC, M. "Extremum seeking for moderately unstable systems and for autonomous vehicle target tracking without position measurements". In: *American Control Conference*, 2006, pp. 6 pp.-, 2006. doi: 10.1109/ACC.2006.1657503.
- [22] KILLINGSWORTH, N. J., ACEVES, S. M., FLOWERS, D. L., et al. "HCCI Engine Combustion-Timing Control: Optimizing Gains and Fuel Consumption Via Extremum Seeking", *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 17, n. 6, pp. 1350–1361, 2009. ISSN: 1063-6536. doi: 10.1109/TCST.2008.2008097.
- [23] ASTRÖM, K. J., HAGGLUND, T. PID Controllers: Theory, Design and Tuning, v. Astrom, K. J. and Hagglund, T. Research Triangle Park, NC: ISA, 1995.
- [24] CALLI, B., CAARLS, W., JONKER, P., et al. "Comparison of extremum seeking control algorithms for robotic applications". In: Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on, pp. 3195–3202, 2012.
- [25] LIU, S.-J., KRSTIĆ, M. Stochastic Averaging and Stochastic Extremum Seeking. Springer-Verlag London, 2012.
- [26] DRAKUNOV, S. V., ÖZGÜNER, U. "Optimization of nonlinear system output via sliding mode approach". In: Proc. IEEE Int. Workshop on Variable Structure Syst. and Lyapunov Control of Uncertain Dynami-cal Systems, pp. 61–62, 1992.
- [27] DRAKUNOV, S. V. "Sliding mode control of the systems with uncertain direction of control vector". In: in: Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2477 – 2478. in: Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, 1993.
- [28] KRICHMAN, M., SONTAG, E., WANG, Y. "Input-output-to-state stability".
   In: SIAM Journal on Control and Optimization (SICON), v. 39, pp. 1874– 1928, Philadelphia, PA, USA, 2001.
- [29] FILIPPOV, A. F. "Differential equations with discontinuous right-hand side". In: American Math. Soc. Translations, v. 42, 2, pp. 199–231, 1964.

- [30] WILL, A. B., HUI, S., ZAK, S. H. "Sliding Mode Wheel Slip Controller for an Antilock Braking System". In: Int. J. Veh. Design, v. 19, pp. 523–539, 1998.
- [31] DRAKUNOV, S. V., ÖZGÜNER, U., DIX, P., et al. "ABS Control Using Optimum Search via Sliding Modes". In: *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, v. 3, pp. 79–85, 1995.
- [32] WONG, J. Y. Theory of Ground Vehicles. John Wiley & Sons, 2001.
- [33] CARRIJO, D. R., FERREIRA, R. S., GUIMARÁES, S. C., et al. "Uma Proposta de Técnica de Rastreamento do Ponto de Máxima Potência de um Painel Fotovoltaico". In: XVIII Congresso Brasileiro de Automática, pp. 2543–2548, 2010.
- [34] QUASCHNING, V. Understanding Renewable Energy Systems. London: Earthscan, 2005.
- [35] APKARIAN, J. A Comprehensive and Modular Laboratory for Control Systems Design and Implementation. Quanser Consulting, 1995.
- [36] CUNHA, J. P. V. S. Controle de Sistemas Multivariáveis Incertos por Realimentação de Saída e Modo Deslizante. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, 2004.
- [37] UTKIN, V. L. Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems. Moskow, Imported Publications, Incorporated, 1978. ISBN: 9780828506960.
- [38] AMINDE, N. O., HSU, L., OLIVEIRA, T. R. "Global Output-Feedback Extremum Seeking Control via Monitoring Functions". In: 52nd IEEE Conference on Decision and Control, 2013.
- [39] EDWARDS, C. & SPURGEON, S. Sliding Mode Control: Theory and Applications. Systems and Control Book Series, 1998.
- [40] HSU, L., COSTA, R. R. "Variable structure model reference adaptive control using only input and output measurement". In: Int. J. Control, v. 49, pp. 399–416, 1989.
- [41] LIMA, J. J. B. Sistemas Antibloqueio (ABS) para Freios Eletromecânicos Utilizando Controle por Modos Deslizantes. Tese de Mestrado, Programa de Eng. Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.

- [42] MOURA, S. "A Switched Extremum Seeking Approach to Maximum Power Point Tracking in Photovoltaic Systems". In: *Electrical Engineering and Computer Science, University of Michigan*, 2009.
- [43] MOURA, S. J., CHANG, Y. A. "Asymptotic Convergence through Lyapunov-Based Switching in Extremum Seeking with Application to Photovoltaic Systems". In: in American Control Conference, pp. 3542–3548, 2010.
- [44] MUDGETT, D., MORSE, A. "Adaptive Stabilization of Linear Systems with Unknown High Frequence Gains". In: *IEEE Trans. Aut. Contr.*, v. 30, pp. 549–554, 1985.
- [45] NUNES, E. V. L. Controle por Modos Deslizantes de Ordem Superior com Estabilidade Global. Tese de Mestrado, Programa de Eng. Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.
- [46] NUSSBAUM, R. "Some Results on a conjecture in parameter". In: Systems and Control Letters, v. 3, pp. 243–246, 1983.
- [47] OLIVEIRA, T. R. Rastreamento para Sistemas Incertos Fortemente não Lineares com Direção de Controle Desconhecida. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2010.
- [48] OLIVEIRA, T. R. Controle por Modos Deslizantes de Sistemas Incertos com Direção de Controle Desconhecida. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.
- [49] OLIVEIRA, T. R., PEIXOTO, A. J., HSU, L. "Sliding Mode Output Tracking of Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Direction". In: in Proc. American Contr. Conf., pp. 3831–3836, New York, 2007.
- [50] PEIXOTO, A. J. Rastreamento de Trajetória por Modos Deslizantes de uma Classe de Sistemas Não-Lineares Incertos via Realimentação de Saída. Tese de Mestrado, Programa de Eng. Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2007.
- [51] POPOVIC, D., JANKOVIC, M., MAGNER, S., et al. "Extremum seeking methods for optimization of variable cam timing engine operation". In: *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, v. 4, pp. 3136–3141 vol.4, 2003. doi: 10.1109/ACC.2003.1244011.
- [52] RASHID, M. H. Eletrônica de Potência Circuitos, Dispositivos e Aplicações. San Diego, CA, USA, MAKRON Books, 1999.

- [53] TEIXEIRA, M. C. M., ZAK, S. H. "Analog neural nonderivative optimizers", *Neural Networks, IEEE Transactions on*, v. 9, n. 4, pp. 629–638, 1998. ISSN: 1045-9227. doi: 10.1109/72.701176.
- [54] TEIXEIRA, M. C. M., ZAK, S. H. "Analog nonderivative optimizers". In: American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997, v. 6, pp. 3592–3596, 1997.
- [55] TSAI, H.-L., TU, C. S., SU, Y. J. "Development of Generalized Photovoltaic Model Using MATLAB/SIMULINK". In: World Congress on Engineering and Computer Science, 2003. Disponível em: <a href="http://www.iaeng.org/">http://www.iaeng.org/</a> publication/WCECS2008/WCECS2008\_pp846-851.pdf>.
- [56] UTKIN, V. I. Sliding modes in control and optimization. Communication and control engineering series. Berlin, New York, Springer-Verlag, 1992. ISBN: 3-540-53516-0.
- [57] YAN, L., HSU, L., COSTA, R., et al. "Variable structure model reference adaptive control for systems with unknown high frequency gain". In: *Decision* and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on, v. 4, pp. 3525 – 3530 vol.4, dec. 2003. doi: 10.1109/CDC.2003.1271694.

### Apêndice A

# Parâmetros e Modelagem do Painel Solar

#### A.1 Parâmetros Elétricos e Condições de Referência da Célula Solar

O ponto de potência máxima (*MPP* - *Maximum Power Point*) produzida pela célula solar faz parte das características técnicas de cada módulo fotovoltaico e são fornecidas pelo fabricante. Basicamente, o MPP de uma célula é obtido a partir de testes feitos com a célula em curto-circuito e em circuito aberto. Na sequência, os procedimentos para a realização destes testes estão descritos.

Para o caso de curto-circuito a impedância da carga é igualada a zero, isto é, fazendo V = 0. Na equação 4.17 obtém-se  $I_D = 0$  e, consequentemente, a corrente de curto-circuito  $I_{sc}$  corresponde à corrente de saturação, ou seja,  $I = I_{sat} = I_{sc}$ Esta corrente de curto-circuito  $I_{sc}$  é o valor máximo da corrente de carga, isto é, o valor gerado na célula pelo efeito fotovoltaico.

Para o caso de circuito-aberto a impedância da carga é retirada obtendo-se I = 0. Substituindo esta corrente em 4.17, a tensão de circuito-aberto  $V_{oc}$  é dada por:

$$0 = I_s - I_{sat} \left( e^{V/AV_T} \right) - 1 \right) ; \tag{A.1}$$

$$I_s/I_0 = e^{V/AV_T)} - 1; (A.2)$$

$$\ln(I_s/I_{sat} + 1) = V/(AV_T);$$
(A.3)

$$V = V_{oc} = AV_T \ln(I_s/I_{sat} + 1).$$
 (A.4)

A tensão em vazio,  $V_{oc}$ , corresponde ao valor máximo da tensão nos terminais da célula quando esta não possui nenhuma carga aplicada. Os valores de tensão em vazio e corrente em curto-circuito são utilizados na caracterização do comportamento da célula solar. Para o teste de sistemas fotovoltaicos, existem condições de referência com as quais se devem realizar os testes da célula (*STC* - *Standart Test Conditions*) e são definidas pela norma IEC 60904 (*International Electrotechnical Commission*). Estas condições servem para a obtenção dos parâmetros de funcionamento nominais da célula/módulo fotovoltaico e estipulam:

- Temperatura de referência  $T_r = 25\,^0C \leftrightarrow T_r = 298, 16\,K$
- Irradiação incidente $G_0=1000\,W/m^2$

#### A.2 Modelagem da Célula Solar em Simulink

A Tabela A.1 apresenta os parâmetros de simulação e a Figura A.1 ilustra a modelagem da célula solar em *Matlab/Simulink*.

Constante	Valor	Definição
q	$1,6  imes 10^{-19}  C$	carga do elétron
k	$1,38 \times 10^{-23} J/K$	constante de Boltzman
$V_{oc}$	0,596V	tensão de circuito aberto
$E_g$	1, 12  eV	gap de energia
A	1, 2	fator de idealidade do diodo
$T_r$	298, 16 K	temp. de referência $(= 25 {}^{0}C)$
$K_I$	$3 \times 10^{-3}$	coef. de temp. da corrente de curto circuito
NOCT	$49{}^{0}C$	temp. nom. de operação da célula.

Tabela A.1: Parâmetros de simulação do painel solar.



Figura A.1: Modelagem do Circuito Equivalente de uma célula solar.

## Apêndice B

## Modelagem do freio ABS

As Figuras C.2 e B.2 apresentam, de maneira detalhada, toda a modelagem e controle do freio ABS feito durante as simulações, que nada mais é a representação das equações (4.1)-(4.8). Note que  $\lambda$  corresponde a variável z conforme descrição na Seção 4.1.



Figura B.1: Modelagem e controle do freio ABS.



Figura B.2: Modelagem e controle do freio ABS - subsistema

## Apêndice C

# Fotos de Componentes do Experimento

As Figuras C.1-C.7 a presentam os principais componentes dos experimentos realizados.



Figura C.1: Monitor e periféricos.



Figura C.2: CPU usada.



Figura C.3: Kit da Quanser.



Figura C.4: Destaque do Kit da Quanser.



Figura C.5: Amplificador de potência.



Figura C.6: Circuito de alimentação do fotossensor.



Figura C.7: Placa do conversor A/D e D/A.