

### MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DE MANCAIS MAGNÉTICOS UTILIZANDO FITAS E BLOCOS MACIÇOS SUPERCONDUTORES

Felipe Sass

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Rubens de Andrade Júnior Guilherme Gonçalves Sotelo

Rio de Janeiro Fevereiro de 2015

#### MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DE MANCAIS MAGNÉTICOS UTILIZANDO FITAS E BLOCOS MACIÇOS SUPERCONDUTORES

Felipe Sass

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Rubens de Andrade Júnior, D.Sc.

Prof. Guilherme Gonçalves Sotelo, D.Sc.

Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph.D

Prof. Durval Rodrigues Junior, D.Sc.

Prof. Evandro Vidor Lins de Mello, Ph.D

Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. d'État

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL FEVEREIRO DE 2015

#### Sass, Felipe

Modelagem do Comportamento de Mancais Magnéticos Utilizando Fitas e Blocos Maciços Supercondutores/Felipe Sass. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XXVI, 144 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Rubens de Andrade Júnior

Guilherme Gonçalves Sotelo

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 130 – 140.

 Supercondutores.
Fita 2G. 3. Simulação de supercondutores.
Andrade Júnior, Rubens de *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Dedico esta obra ao meu avô Osires e à minha tia Dulce, que faleceram recentemente deixando muitas saudades.

### Agradecimentos

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) pelo suporte financeiro. Agradeço também ao Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) pela parceria, sem a qual muitos dos resultados apresentados neste trabalho não seriam possíveis. Desta parceria, gostaria de agradecer especialmente ao engenheiro Alexander Polasek, um verdadeiro entusiasta da supercondutividade.

Agradeço à École Polytechnique de Montréal por ter me aceito durante 1 mês, e ao professor e pesquisador Fréderic Sirois por ter me supervisionado neste período. Sem a ajuda dele, não poderia ter ido tão longe.

Agradeço aos meus pais, que sempre me incentivaram nos estudos e foram meus grandes alicerces na vida, me dando segurança para seguir em frente sem medo de tropeçar. À minha irmã Carla, que, assim como eu, sobe os degraus da escadaria acadêmica, sendo uma grande companheira de viagem. Agradeço também à toda a minha família, por todo o carinho e atenção ao longo desta incrível jornada que é a vida.

Agradeço à Carla, que me viu escrever esta tese como namorada, noiva e esposa, acalmando meu coração nos momentos de angústia e sempre acreditando em mim. Aos meus amigos, pelos momentos de descontração e alegrias, mas também pela solidariedade frente a qualquer dificuldade.

A todos os integrantes do LASUP, que me acompanharam e incentivaram nos últimos anos. Em especial, agradeço aos meus orientadores, Rubens e Guilherme, que sempre estiveram disponíveis e interessados em me ajudar, não apenas na execução deste trabalho, mas em tudo que precisei. Considero-os grandes amigos. Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

#### MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DE MANCAIS MAGNÉTICOS UTILIZANDO FITAS E BLOCOS MACIÇOS SUPERCONDUTORES

Felipe Sass

Fevereiro/2015

Orientadores: Rubens de Andrade Júnior Guilherme Gonçalves Sotelo

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta uma nova topologia de mancal magnético, utilizando fitas supercondutoras de segunda geração de forma passiva. Apesar de promissora, esta aplicação precisa ser otimizada para se tornar economicamente viável. Destaca-se a importância de desenvolver uma ferramenta de simulação capaz de prever o funcionamento destes dispositivos. No entanto, a simulação de fitas supercondutoras de segunda geração requer uma série de cuidados especiais, abordados neste trabalho. Foram estudadas três técnicas de simulação e seus resultados foram comparados entre si e com dados experimentais. As vantagens e desvantagens de cada técnica foram apresentadas de modo a criar um poderoso arsenal a ser utilizado como ferramenta de simulação nas mais diversas aplicações de supercondutividade. Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

#### MODEL OF MAGNETIC BEARINGS BEHAVIOR USING SUPERCONDUCTING TAPES AND BULKS

Felipe Sass

February/2015

Advisors: Rubens de Andrade Júnior Guilherme Gonçalves Sotelo

Department: Electrical Engineering

This work presents a new topology of magnetic bearing using superconducting tapes of second generation passively. Although promising, this application must be optimized in order to become economically feasible. The study highlights the importance of developing a simulation tool able to predict the performance of these devices. However, the simulation of second generation superconducting tapes requires a lot of care, as presented in this work. Three simulation techniques were studied and their results were compared with experimental data. The advantages and disadvantages of each technique were presented in order to create a powerful arsenal to be used as simulation tools in several applications of superconductivity.

## Sumário

Li	Lista de Figuras xi						
$\mathbf{Li}$	Lista de Tabelas xviii						
$\mathbf{Li}$	sta d	de Símbolos					xix
$\mathbf{Li}$	sta c	de Abreviaturas				2	cxv
1	Inti	rodução					1
	1.1	Motivação	•	•	•		3
	1.2	Objetivos	•				3
	1.3	Organização do Trabalho	•		•	•	3
<b>2</b>	Teo	oria e Conceitos					<b>5</b>
	2.1	Resistividade Nula	•				5
	2.2	Efeito Meissner	•				6
	2.3	Supercondutores do Tipo I e do Tipo II	•				8
	2.4	Profundidade de Penetração e Comprimento de Coerência					11
	2.5	Limites da Supercondutividade					12
	2.6	Supercondutores de Alta Temperatura Crítica					14
	2.7	Fitas Supercondutoras de Segunda Geração					18
	2.8	Mancais Eletromagnéticos					22
		2.8.1 Mancais Magnéticos Ativos					23
		2.8.2 Mancais Eletrodinâmicos					24
		2.8.3 Mancais Magnéticos Supercondutores	•	•			26
3	Me	todologia e Resultados de Ensaios					29
	3.1	Sistema de Caracterização	•	•	•		29
		3.1.1 Comportamento Esperado	•	•			29
		3.1.2 Descrição do Sistema	•		•		32
		3.1.3 Resultados da caracterização elétrica das fitas 2G $\ldots$ .		•			35
	3.2	Componentes dos Mancais Magnéticos Construídos					39

		3.2.1	Fontes de Campo Magnético		39
		3.2.2	Amostras Supercondutoras	•	42
	3.3	Sisten	na de Medidas de Forças	•	46
		3.3.1	Descrição do Sistema	•	46
		3.3.2	Resultados das medidas de força	•	48
	3.4	Viabil	idade Técnica e Econômica da Levitação Supercondutora Uti-		
		lizand	o Fitas 2G de Maneira Passiva		60
4	Mo	delos p	para Simulação	(	<b>62</b>
	4.1	Model	lagem das Fontes de Campo		62
		4.1.1	Ímãs		63
		4.1.2	Condutores		66
	4.2	Model	lagem dos Mancais Magnéticos Supercondutores	. (	69
		4.2.1	Formulação A-V com MDF	•	72
		4.2.2	Formulação H com MEF		85
		4.2.3	Homogeneização de pilhas de fitas 2G		89
		4.2.4	Método das Equações Integrais		90
<b>5</b>	$\operatorname{Res}$	ultado	os e Discussões	ę	99
	5.1	Estud	o de Casos	. 1	00
	5.2	Formu	ılação A-V com MDF	. 1	01
		5.2.1	Ensaios 1 a 5	. 1	01
		5.2.2	Ensaios 6 a 10 $\ldots$	. 1	08
	5.3	Formu	ılação H com MEF	. 1	13
		5.3.1	Ensaios 1 a 5	. 1	14
		5.3.2	Ensaios 6 a 10 $\ldots$	. 1	17
	5.4	Métod	lo das Equações Integrais	. 1	22
		5.4.1	Power-Law	. 1	22
		5.4.2	Power-Law com corrente crítica dependente do campo magnétic	:01	23
		5.4.3	Power-Law com corrente crítica e expoente n dependentes do		
			campo magnético	. 1	24
	5.5	Síntes	e do Capítulo	. 1	25
6	Cor	nclusõe	es e Trabalhos Futuros	12	27
	6.1	Concl	$us \widetilde{o} es \ldots \ldots$	. 1	27
	6.2	Outra	s Contribuições	. 1	29
	6.3	Traba	lhos Futuros	. 1	29
R	eferê	ncias I	Bibliográficas	13	30

- A Formulação A-V com MDF: Correntes Induzidas nos Ensaios 3, 4 e 5
- B Formulação A-V com MDF: Correntes Induzidas nos Ensaios 8, 9 e 10 143

# Lista de Figuras

2.1	Ilustração comparando o comportamento da resistividade dos metais	
	com a dos supercondutores metálicos	6
2.2	Comportamento das linhas de fluxo em: (a), (b) e (c) um condutor	
	perfeito; (d), (e) e (f) um supercondutor (Efeito Meissner)	$\overline{7}$
2.3	Diagrama de fases: (a) supercondutores do tipo I e (b) supercondu-	
	tores do tipo II	8
2.4	Il ustração do comportamento de ${\cal M}$ em função d e ${\cal H}$ para supercon-	
	dutores dos tipos I e II	9
2.5	Rede de Abrikosov de um supercondutor do tipo II	10
2.6	Ilustração da fronteira entre as regiões normal e supercondutora, re-	
	lacionando $\lambda$ e $\xi$ para os supercondutores (a) do tipo I e (b) do tipo	
	II	11
2.7	Il ustração de $\lambda$ e $\xi$ no interior de um supercondu tor do tipo II no	
	estado misto.	12
2.8	Diagrama de fases de um supercondutor em função do ${\cal H}$ externo e	
	da constante $\kappa$ .	13
2.9	Ilustração dos limites teóricos e práticos dos supercondutores do tipo	
	II	14
2.10	Diagrama de $H_{c2}$ (em preto) e $H_{irr}$ (em vermelho) em função da	
	temperatura.	16
2.11	Estrutura cristalina do YBCO (YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7-<math>\delta</math></sub> ): (a) $\delta = 0$ , (b) $\delta = 0, 5$	
	$e(c) \delta = 1. \dots $	17
2.12	Estrutura de camadas da fita 2G modelo 344C da AMSC	19
2.13	Influência da dopagem com Zircônio nas propriedades da fita da SU-	
	PERPOWER	21
2.14	Ilustração da seção transversal das fitas 2G da AMSC	22
2.15	Ilustração de um mancal magnético ativo.	24
2.16	Ilustração de um mancal eletrodinâmico.	25

2.17	Ilustração da distorção das linhas de fluxo magnético e da força res- tauradora no supercondutor, quando este se movimenta da (a) posição	
	de FC para (b) uma nova posição de instabilidade.	26
2.18	Levitação magnética supercondutora: (a) Ilustração; (b) Foto	27
2.19	Foto de um MMS construído para prova de conceito com um ímã	
	cúbico e 10 pedaços de fita 2G empilhadas (12 $mm \times 12 mm$ )	28
3.1	Ilustração do sistema de caracterização das fitas 2G do LASUP	33
3.2	Exemplo de pulso de corrente aplicado nas amostras de fita 2G com	<b>.</b>
	largura de 200 $ms$ e amplitude de 200 $A$	34
3.3	Suporte para fita 2G utilizado durante os ensaios: (a) Ilustração da	<b>.</b>
<b>a</b> (	vista expandida e (b) Foto do suporte montado	34
3.4	Foto de curvatura que a fita 2G sofreu ao ser restriada em um dispo-	~
~ ~	sitivo que nao fornece rigidez mecanica à amostra.	35
3.5	Curvas $V - I$ quando diferentes intensidades de $B$ incidem perpen-	
	dicularmente ao plano de condução da fita e são aplicados pulsos de	
	corrente com duração de (a) $200ms$ e (b) $2000ms$	36
3.6	Comparação da curva $V-I$ levantada experimentalmente e do ajuste	
	pela "Power Law"	36
3.7	Curva $V - I$ em ensaios com diferentes valores de $\Delta t$	37
3.8	Comportamento de $I_C$ com o aumento do campo externo aplicado	
	perpendicularmente ao plano de condução de corrente	37
3.9	Comportamento do expoente $n$ com o aumento do campo externo	
	aplicado perpendicularmente ao plano de condução de corrente	38
3.10	Ilustração do trilho do MagLev Cobra com a representação de dois	
	eixos de coordenadas (CS1 e CS2) onde a amostra supercondutora	
	pode ser posicionada	40
3.11	Linhas de fluxo do trilho do MagLev Cobra	41
3.12	Densidades de fluxo magnético nas direções (a) $x \in (b) y$ no trilho do	
	MagLev Cobra em diferentes alturas	42
3.13	Bloco supercondutor maciço: (a) Foto e (b) Ilustração	42
3.14	Bloco 2G: (a) Foto durante a fabricação (antes de resinar), (b) Foto	
	do resultado final (após resinado) e (c) Ilustração	43
3.15	Etapas do processo construtivo da Placa 2G: (a) Placa de G10 com	
	cavidades para colocação dos segmentos de fita 2G, (b) Fitas 2G	
	posicionadas, (c) Tampa de G10 protegendo as fitas e (d) Conjunto	
	resinado	44
3.16	Laço 2G: Fitas 2G cortadas e empilhadas formando laços de correntes	
	persistentes	45

3.17	Sistema de medidas de forças: (a) Ilustração e (b) Foto	47
3.18	Fluxograma do sistema de medidas de forças.	48
3.19	Ruído na força de levitação medida ao se movimentar a célula de	
	carga em relação à base entre as respectivas distâncias: 100 $mm~\downarrow$	
	$5 mm \uparrow 100 mm$ .	48
3.20	Bancada experimental para comparação do desempenho do Bulk com	
	o Bloco 2G utilizando o ímã em forma de cilindro: (a) ilustração e	
	(b) foto	49
3.21	Força de levitação $(F_y)$ em ensaios com ZFC a uma distância inicial	
	de 100 mm: (a) Bulk e (b) Bloco 2G	50
3.22	Força de levitação $(F_y)$ em ensaios com FC a uma distância inicial de	
	30 <i>mm</i> : (a) Bulk e (b) Bloco 2G	50
3.23	Força de levitação $(F_y)$ em ensaios com FC a uma distância inicial de	
	20 <i>mm</i> : (a) Bulk e (b) Bloco 2G	51
3.24	Força de levitação $(F_y)$ em ensaios com FC a uma distância inicial de	
	10 <i>mm</i> : (a) Bulk e (b) Bloco 2G	51
3.25	Decaimento de $F_y$ com o tempo após aproximação da distância inicial	
	de 100 $mm$ para a final de 5 $mm$ a uma velocidade constante de 6 $mm/s$ .	52
3.26	Bancada experimental para comparação do desempenho do Bulk com	
	o Bloco 2G utilizando o Trilho do MagLev Cobra: (a) visão geral,	
	(b) reservatório de nitrogênio líquido aberto e (c) reservatório de ni-	
	trogênio líquido com fechado.	53
3.27	Ensaio de ZFC à 100 $mm$ de distância entre o trilho do MagLev Cobra	
	e as amostras	54
3.28	Ensaio de FC à 20 $mm$ de distância entre o trilho do MagLev Cobra	
	e as amostras	55
3.29	Força lateral pelo deslocamento lateralmente, após aproximação ver-	
	tical de $y = 100 mm$ (ZFC) à $y = 5 mm$ : (a) CS1 e (b) CS2	56
3.30	Força lateral pelo deslocamento lateralmente, após aproximação ver-	
	tical de $y = 20 mm$ (FC) à $y = 5 mm$ : (a) CS1 e (b) CS2	56
3.31	Decaimento de $F_y$ durante o movimento lateral em diferentes condições.	58
3.32	Comparação entre as forças de levitação do Bloco 2G e do Laço 2G,	
	com as amostras posicionadas sobre o CS1 e movendo-se entre as $\hfill \hfill $	
	respectivas distâncias no eixo y: 100 mm $\downarrow 5$ mm $\uparrow 100$ mm	59
3.33	Comparação entre as forças de levitação da Placa $2{\rm G}$ SP e da Placa	
	2G SUNAM, com as amostras posicionadas sobre o ímã em forma de	
	paralelepípedo e movendo-se entre as respectivas distâncias no eixo	
	y: 100 $mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm$ .	60

4.1	Seção transversal de um ímã de comprimento infinito, representado
4.9	Secondation de comprimente infinite
4.2	Exemple de mancel magnétice supercondutor com representação 2D 71
4.0	Exemplo de mancal magnetico supercondutor com representação 2D. $(1)$
4.4	Discretização espacial do 1115 em $N = \kappa \cdot m$ elementos retaliguiares
15	Unatração do molho do dois objetos supercondutores $(NS - 2)$
4.0	nustração da mama de dois objetos supercondutores $(NS = 2)$ Se
4.0	Diagrama de blocos simplificado do algoritino de solução
4.7	Diagrama de blocos do processo de atualização do vetor $[\Delta C]_{NS \times 1}$ . 83 Discretização especial de um HTS com simetria
4.0	Illustração do domínio do simulação do MMS, englebando o metado
4.9	de UTS devide à simetrie de probleme, e ume regiõe de er em ceu
	ao mas, devido a sinterna do problema, e uma região de ar em seu
4 10	entorno
4.10	nustração do processo de nomogeneização. (a) $NS$ nuas 2G emplina-
1 1 1	das, (b) un bloco maciço (c) $ND$ blocos maciços
4.11	nustração da seção transversar de uma inta 2G, onde a corrente apri-
4 1 9	cada ou induzida, nui na direção do eixo $z_1 \dots z_{n-1} \dots z_{n-1}$
4.12	Eletto da constante $C(t)$ na distribuição da densidade de corrente 94
4.10	Fuerração de uma pinha de intas 2.6 com <i>i</i> minas e <i>j</i> columas 9.
4.14	nilhas de fites 2C quendo hé simetrie em terme de um eive
	plinas de litas 26 quando na simetria em torno de um eixo
5.1	Distâncias entre HTS e ímã nos ensaios utilizados para validar as
	simulações
5.2	Comparação das forças de levitação obtidas com as configurações
	Cod. AV01 e Cod. AV08
5.3	Densidade de corrente induzida em $[{\cal A}/m^2]$ no Ensaio 1, no instante
	t=190s,utilizando as configurações: (a) Cod. AV01, (b) Cod AV02,
	(c) Cod. AV03 e (d) Cod. AV04
5.4	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 1 (100 $mm\downarrow 5mm\uparrow$
	100mm)utilizando o Cod. AV 05. Tempo de simulação: 589, 2 $s.$ . 104
5.5	Densidades de correntes induzidas em $[{\cal A}/m^2]$ em diferentes instantes
	de tempo durante o Ensaio 1
5.6	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 2 (10 $mm$ $\downarrow$ 5 $mm$ $\uparrow$
	$10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow$
	10mm)utilizando o Cod. AV 05. Tempo de simulação: 452, 4 $s.$ 105
5.7	Densidades de correntes induzidas em $[A/m^2]$ em diferentes instantes
	de tempo durante o Ensaio 2
5.8	Comportamento histerético simulado da força de levitação no Ensaio 2.106

5.9	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 3 (30 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$100 mm \downarrow 5 mm$ ) utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação:
	$737, 5s. \ldots 107$
5.10	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 4 $(20mm\downarrow 5mm\uparrow$
	$100 mm \downarrow 5 mm$ ) utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação:
	663, 3s.
5.11	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 5 (10 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$100 mm \downarrow 5 mm$ ) utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação:
	583, 1s.
5.12	Domínios da Placa 2G SP homogeneizada com simetria
5.13	Comparação entre os resultados de $F_y$ calculados, respectivamente,
	com as equações 4.27 e 4.23 para o Ensaio 6 (100 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	100mm)utilizando o Cod. AV05 com $b$ modificado 109
5.14	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 6 (100 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	100mm)utilizando o Cod. AV01 com $b$ modificado. Tempo de si-
	mulação: 170, 1 $s.$
5.15	Densidades de correntes induzidas em $[A/m^2]$ em diferentes instantes
	de tempo durante o Ensaio 6. $\ldots$
5.16	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 7 (10 $mm$ $\downarrow$ $5mm$ $\uparrow$
	$10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow$
	10mm)utilizando o Cod. AV01 com $b$ modificado. Tempo de si-
	mulação: 279, 3 s
5.17	Densidades de correntes induzidas em $[A/m^2]$ em diferentes instantes
	de tempo durante o Ensaio 7
5.18	Resultados do Ensaio 8 (30 mm $\downarrow 5mm \uparrow 100mm \downarrow 5mm)$ utilizando
	o Cod. AV01 com $b$ modificado. Tempo de simulação: 300, 8 $s.$ . $.$ . 112
5.19	Resultados do Ensaio 9 (20 mm $\downarrow 5mm \uparrow 100mm \downarrow 5mm)$ utilizando
	o Cod. AV01 com $b$ modificado. Tempo de simulação: 305, 0 $s.$ . $.$ . 113
5.20	Resultados do Ensaio 10 $(10mm\downarrow5mm\uparrow100mm\downarrow5mm)$ utili-
	zando o Cod. AV01 com $b$ modificado. Tempo de simulação: 247, 4 $s.~~113$
5.21	Densidade de corrente induzida no Ensaio 1, no instante $t = 190 s$ ,
	utilizando as configurações: (a) Cod. H10 e (b) Cod. H12 114
5.22	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 1 $(100mm\downarrow 5mm\uparrow$
	100 mm) utilizando o Cod. H 10. Tempo de simulação: 808, 1 $s.$ 115
5.23	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 2 (10 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow$
	10mm)utilizando o Cod. H 10. Tempo de simulação: 537, 9 $s.$ 116

5.24	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 3 (30 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$100 mm \downarrow 5 mm$ ) utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação:
	$523, 2s. \ldots 116$
5.25	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 4 $(20mm\downarrow5mm\uparrow$
	$100mm\downarrow5mm)$ utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação:
	589, 5s.
5.26	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 5 (10 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$100mm\downarrow5mm)$ utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação:
	434,0s.
5.27	Comparação entre as forças de levitação obtidas para o Ensai o $6$
	sem ajuste de parâmetros utilizando malhas mapeadas com diferentes $% f(x)=\int f(x)dx$
	números de divisões ao longo da largura da fita 2G
5.28	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 6 (100 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	100 $mm)$ utilizando o Cod. H 10. Tempo de simulação: 437, 1 $s.$ 120
5.29	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 7 (10 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow 10mm\downarrow 5mm\uparrow$
	10mm)utilizando o Cod. H 10. Tempo de simulação: 239, 5 $s.$ 120
5.30	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 8 (30 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$100mm\downarrow 5mm)$ utilizando o Cod. H 10. Tempo de simulação: 329, 2 $s.121$
5.31	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 9 (20 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$100mm\downarrow 5mm)$ utilizando o Cod. H 10. Tempo de simulação: 297, 4 $s.121$
5.32	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 10 (10 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	$100mm\downarrow 5mm)$ utilizando o Cod. H 10. Tempo de simulação: 236, 2 $s.122$
5.33	Comparação entre diversas simulações do Ensaio 6, modelando o com-
	portamento do HTS pela "power-law"
5.34	Comparação entre diversas simulações do Ensaio 6, modelando o com-
	portamento do HTS pela "power-law" com uma dependência exponen-
	cial de $J_c$ com $H$
5.35	Resultados medidos e simulados para o Ensaio 6 (100 mm $\downarrow$ 5 mm $\uparrow$
	100 mm) utilizando as configurações do EI12. Tempo de simulação:
	1610s.
A.1	Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo du-
	rante o Ensaio 3
A.2	Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo du-
	rante o Ensaio 4
A.3	Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo du-
	rante o Ensaio 5

B.1	Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo du-
	rante o Ensaio 8
B.2	Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo du-
	rante o Ensaio 9
B.3	Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo du-
	rante o Ensaio 10

## Lista de Tabelas

2.1	Descoberta de novos materiais supercondutores e suas temperaturas
	críticas
2.2	Comparação entre as faixas de operação usuais e dos custos de fita 2G,
	em relação aos custos totais, relativos a implementação de diversas
	aplicações que utilizam fitas 2G
3.1	Resumo dos ajustes feitos com os dados dos ensaios apresentados na
	Figura 3.5
3.2	Informações do Bloco 2G
4.1	Diferentes formulações utilizadas em modelos numéricos 70
5.1	Comparação de diferentes configurações nas simulações do Ensaio 1. . $102$
5.2	Comparação de diferentes configurações nas simulações do Ensaio $1.\ .\ 114$
5.3	Tempo de simulação do Ensaio 6 utilizando malhas mapeadas com
	diferentes números de divisões ao longo da largura da fita 2G. $\ldots$ . 119
5.4	Nomenclatura e dados referentes a diversas simulações do Ensaio $6.~.~123$
5.5	Tempos de simulação do Ensaio 6 utilizando a "power-law" com $J_c$
	dependente de $H$
5.6	Tempo de simulação dos ensaios 1 a 5 em $[s].$
5.7	Tempo de simulação dos ensaios 6 a 10 em $[s].$

## Lista de Símbolos

$\overrightarrow{A}$	Potencial Vetor Magnético, p. 1
$A_z$	Potencial Vetor Magnético na Direção $z,{\rm p.}$ 64
$A_{z_{EXT}}$	Componente de $A_z$ produzida pelas fontes de campo magnético externas ao HTS, p. 74
$A_{z_{HTS}}$	Componente de $A_z$ produzida pelas correntes induzidas no próprio HTS, p. 74
a	Metade da largura de elemento de área diferencial, p. 67
$a_0$	Distância entre os vórtices da rede de Abrikosov, p. 10
В	Densidade de Fluxo Magnético, p. 8
$B_x$	Componente de $B$ na Direção $x$ , p. 41
$B_y$	Componente de $B$ na Direção $y,{\rm p.}$ 41
b	Metade da altura de elemento de área diferencial, p. $67$
C	Constante utilizada para Ajustar a Corrente de Transporte, p. 74
D	Número de Instantes de Tempo da Simulação, p. 77
$dF_L$	Força de Lorentz em um Elemento Diferencial de Corrente, p. 10
$dF_x$	Força Restauradora na Direção $x$ em um Elemento Diferencial de Corrente, p. 41
$dF_y$	Força Restauradora na Direção $y$ em um Elemento Diferencial de Corrente, p. 41
$dR_E$	Derivada parcial de $R_E$ em relação à $J_z$ , p. 81

- dS Área da seção transversal de um elemento diferencial, p. 10
- E Campo Elétrico, p. 30
- $E_C$  Campo Elétrico Crítico da Amostra, p. 30
- $E_D$  Variável utilizada para identificar quais elementos da malha pertencem a qual domínio supercondutor, p. 79
- $ERRO_E$  Erro de campo elétrico, p. 82
- $ERRO_I$  Erro de corrente, p. 82
  - e Carga Elementar, p. 10
  - $F_L$  Força de Lorentz, p. 10
  - $F_P$  Força de Aprisionamento ("Pinning Force"), p. 11
  - $F_R$  Força Restauradora, p. 26
  - $F_x$  Força restauradora na direção x. Neste trabalho, também chamada de força lateral, p. 55
  - $F_y$  Força restauradora na direção y. Neste trabalho, também chamada de força de levitação, p. 47
  - $f_{HTS}$  Porcentagem do volume de material supercondutor no volume total do bloco homogeneizado, p. 89
    - *H* Intensidade de Campo Magnético, p. 2
    - $H_c$  Intensidade de Campo Magnético Crítica, p. 6
    - $H_{c1}$  Intensidade de Campo Magnético Crítico Inferior dos Supercondutores do tipo II, p. 8
    - $H_{c2}$  Intensidade de Campo Magnético Crítico Superior dos Supercondutores do tipo II, p. 8
  - $H_{c2}^{\parallel}$  Intensidade de Campo Crítico Paralelo ao Plano a-b, p. 17
  - ${H_{c2}}^{\perp}$  Intensidade de Campo Crítico Perpendicular ao Plano a-b, p. 17
  - $H_{irr}$  Intensidade de Campo Magnético de Irreversibilidade, p. 14
  - $H_x$  Intensidade de Campo Magnético na Direção x, p. 65

$H_{x_{EXT}}$	Componente de $H_x$ produzida pelas fontes de campo magnético externas ao HTS, p. 72
$H_{x_{HTS}}$	Componente de $H_x$ produzida pelas correntes induzidas no próprio HTS, p. 72
$H_y$	Intensidade de Campo Magnético na Direção $y,{\rm p.}~65$
$H_{y_{EXT}}$	Componente de $H_y$ produzida pelas fontes de campo magnético externas ao HTS, p. 72
$H_{y_{HTS}}$	Componente de ${\cal H}_y$ produzida pelas correntes induzidas no próprio HTS, p. 72
h	Altura da Amostra, p. 30
Ι	Corrente Elétrica, p. 30
$I_c$	Corrente crítica, p. 20
$I_{TR}$	Corrente de transporte, p. 80
i	Índice Arbitrário para Identificar as Linhas de uma Matriz, p. 78
J	Densidade de corrente, p. 6
$J_c$	Densidade de Corrente Crítica, p. 13
$J_{ce}$	Densidade de corrente crítica de engenharia, p. 89
$J_d$	Densidade de corrente máxima sem destruir os pares de Cooper (Depairing Current), p. 6
$J_e$	Densidade de Corrente de Engenharia, p. 20
$J_z$	Componente de $J$ na Direção $z,{\rm p.}$ 41
j	Índice Arbitrário para Identificar as Colunas de uma Matriz, p. 78
K	Densidade de corrente de lâmina, p. 63
$K_z$	Densidade de corrente de lâmina na direção do eixo $z,{\rm p}.$ 91
L	Distância entre os terminais de tensão da amostra de fita 2G, p. 30

- l Profundidade da amostra, p. 10
- M Magnetização, p. 8
- N Número de elementos em que um HTS foi dividido, p. 76
- ND Número de domínios em que o bloco maciço homogeneizado foi dividido, p. 89
- NS Número de domínios supercondutores contidos na simulação,p. 79
- $N_{SIM}$  Metade do número de elementos em que um HTS foi dividido, para uso em problemas com simetria, p. 84
  - n Parâmetro de ajuste da curva E J de acordo com o modelo conhecido como "Power Law", p. 30
  - R Distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e um ponto P(x, y, z), p. 64
  - $R_E$  Diferença entre os campos elétricos obtidos pela "Power Law" e pela formulação A - V, p. 81
  - $R_I$  Diferença entre as correntes de transporte induzida e desejada no HTS, p. 80
  - r Distância entre as projeções no plano xy dos ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e P(x, y, z), p. 64
  - *S* Área da Seção Transversal da Amostra Supercondutora, p. 30
  - $\overrightarrow{T}$  Potencial Vetor Corrente, p. 69
  - T Temperatura, p. 6
  - $T_c$  Temperatura Crítica, p. 6
- - $t_n$  Instante de Tempo Arbitrário, p. 71
- $t_{final}$  Instante de Tempo Final da Simulação, p. 77
  - V Diferença de Potencial Elétrico, p. 1
  - v Velocidade relativa entre componentes do mancal magnético durante os ensaios de medidas de força., p. 46

- w Largura da Amostra, p. 30
- $x_{elem}$  Coordenada no eixo x do centro de um elemento diferencial, p. 67
- $y_{elem}$  Coordenada no eixo y do centro de um elemento diferencial, p. 67
- $\Delta C \qquad \text{Define a variação de } C \text{ em cada domínio supercondutor a cada} \\ \text{iteração do algoritmo de solução, p. 83}$
- $\Delta t$  Intervalo de Tempo, p. 33
- $\Delta x$  Componente na direção x da distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e um ponto P(x, y, z), p. 63
- $\Delta y$  Componente na direção y da distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e um ponto P(x, y, z), p. 63
- $\Delta z$  Componente na direção z da distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e um ponto P(x, y, z), p. 64
  - $\Omega$  Potencial Magnético Escalar, p. 69
  - $\epsilon$  Fator de Anisotropia, p. 31
  - $\eta$  Razão entre  $H_{c2}^{\parallel} \in H_{c2}^{\perp}$ , p. 17
  - $\eta_s$  Densidade de Superelétrons, p. 11
  - $\hbar$  Constante Reduzida de Planck, p. 10
  - $\kappa$  Constante de Ginzburg-Landau, p. 12
- $\lambda$  Profundidade de Penetração, p. 11
- $\mu_0$  Permeabilidade Magnética do Vácuo, p. 9
- $\phi$  Fluxo Magnético, p. 24
- $\phi_0$  Fluxo Magnético Quantizado de um Fluxóide., p. 9
- $\rho$  Resistividade Elétrica, p. 69
- $\sigma$  Condutividade Elétrica, p. 69
- $\theta$  Ângulo de Incidência de Campo Magnético na Fita 2G, p. 20
- $\varepsilon_E$  Critério de parada para o erro de campo elétrico, p. 82

- $\varepsilon_{I}$  Critério de parada para o erro de corrente, p. 82
- $\xi$  Comprimento de Coerência, p. 11

## Lista de Abreviaturas

(Re)BCO	Análogo ao YBCO, porém substituindo o ítrio por materiais de terras raras, p. 20
1D	Modelo Unidimensional, p. 2
2D	Modelo Bidimensional, p. 52
2G	Segunda Geração. Esta abreviatura é muita usada seguida da palavra fitas (fitas 2G), se referindo às fitas supercondutoras de segunda geração, p. 2
3D	Modelo Tridimensional, p. 52
AMSC	Empresa americana "American Superconductors", p. 18
BCS	Teoria microscópica da supercondutividade proposta por J. Bardeen, L. N. Cooper e J. R. Schrieffer, p. 14
BULK	O mesmo que supercondutor maciço. Termo originário da língua inglesa e muito utilizado pelos pesquisadores da área de supercondutividade, p. 2
CC	Corrente Contínua, p. 38
CS1	Eixo de coordenadas número 1, posicionado no trilho do Mag- Lev Cobra, p. 40
CS2	Eixo de coordenadas número 2, posicionado no trilho do Mag- Lev Cobra, p. 40
EA	Erro absoluto, p. 113
ER	Erro relativo, p. 113
FC	Supercondutor Resfriado na Presença de Campo Magnético ("Field Cooled"), p. 7

HTS Supercondutores de Alta Temperatura Crítica (High Temperature Superconductors), p. 1 LASUP Laboratório de Aplicações de Supercondutores da UFRJ, p. 1 LTS Supercondutores de Baixa Temperatura Crítica ("Low Temperature Superconductors"), p. 1 MagLev Veículo de Levitação Magnética, p. 18 MDF Método das Diferenças Finitas, p. 1 MEF Método dos Elementos Finitos, p. 2 ME Mancais Eletrodinâmicos, p. 23 MEI Método das Equações Integrais, p. 2 MMA Mancais Magnéticos Ativos, p. 23 MMS Mancais Magnéticos Supercondutores, p. 1 Nd-Fe-B Neodímio-Ferro-Boro, p. 40 PDE Equações Diferenciais Parciais (Partial Differential Equation), p. 86 SMES Armazenador de Energia Magnética Supercondutor ("Superconducting Magnetic Energy Storage"), p. 18 SPEmpresa americana "SuperPower", p. 18 YBCO Sigla do supercondutor conhecido como *ítrio-bário-cobre*, p. 16 ZFC Supercondutor resfriado na Ausência de Campo Magnético ("Zero Field Cooled"), p. 7

## Capítulo 1

### Introdução

Mais de 100 anos após a descoberta dos supercondutores, o uso destes materiais promissores ainda não é bem aceito pela indústria. Em geral, dificuldades relacionadas à manutenção, tamanho e custo do sistema de refrigeração [1] fazem com que os investidores sintam-se mais confortáveis em utilizar tecnologias convencionais. No entanto, algumas aplicações que utilizam supercondutores de baixa temperatura crítica ("Low Temperature Superconductors", LTS) foram capazes de superar estas dificuldades e se tornar reais. Ao mesmo tempo, o uso dos supercondutores de alta temperatura crítica (High Temperature Superconductors - HTS) está sendo estudado em diversas aplicações, onde apresentaram resultados promissores. Entre estas aplicações destacam-se máquinas elétricas [2], cabos [3], limitadores de corrente [4] e mancais magnéticos [5], que são o foco deste trabalho. Neste contexto, de modo a tornar os supercondutores competitivos com outras tecnologias, é importante que se desenvolva uma ferramenta de simulação capaz de prever o comportamento destes materiais extremamente não lineares com boa precisão. Mais do que isso, é importante que esta ferramenta de simulação seja eficiente do ponto de vista do tempo computacional e de fácil implementação.

Em trabalhos anteriores do Laboratório de Aplicações de Supercondutores da UFRJ (LASUP), [6] e [7] apresentaram uma técnica para a simulação de mancais magnéticos supercondutores (MMS) pelo método das diferenças finitas (MDF). Nesta técnica, o problema é formulado em função do potencial vetor magnético ( $\vec{A}$ ) e da diferença de potencial elétrico (V), recebendo o nome de Formulação A - V. Apesar de eficiente, a formulação A - V, como foi apresentada, é somente capaz de prever o comportamento do supercondutor após o regime transitório. Além disso, esta técnica não apresenta nenhuma restrição ao valor da corrente de transporte<sup>1</sup>, que acaba sendo nula apenas nos casos em que o supercondutor estiver sujeito a um campo magnético externo simétrico ao longo de sua movimentação.

 $<sup>{}^1\</sup>acute{\mathrm{E}}$ a corrente total que passa pela seção transversal de um objeto simulado.

Com o desenvolvimento das fitas supercondutoras de segunda geração (2G), simular supercondutores se tornou uma tarefa ainda mais complexa. Isto se deve ao fato das fitas 2G apresentarem não linearidades ainda mais acentuadas que os supercondutores maciços, também conhecidos como *bulks*. Do ponto de vista construtivo, as fitas 2G possuem uma estrutura de camadas em que a seção transversal da região supercondutora apresenta uma elevada razão entre largura e altura, da ordem de  $10^4$ . Desta forma, a simulação da camada supercondutora exige que o problema seja discretizado de maneira muito refinada, o que poderia aumentar o tempo computacional a ponto de tornar a simulação simplesmente inviável.

Este trabalho se dedica à simulação de MMS que utilizam fitas 2G de maneira passiva. Esta topologia de mancal magnético consiste em empilhar diversos segmentos de fita 2G formando um objeto similar a um *bulk* [8]. Aproveitando a experiência adquirida pelo LASUP em trabalhos anteriores, a formulação A - V serviu como ponto de partida. No entanto, desde o início do estudo, ficou claro que esta ferramenta só poderia ser útil nesta aplicação com a adição de uma restrição impondo a corrente de transporte desejada em cada segmento de fita 2G presente na simulação. Posteriormente, surgiram outras dificuldades, como a modelagem das propriedades do supercondutor, a determinação das correntes induzidas na amostra durante o regime transitório e, principalmente, o elevado tempo de simulação.

Em paralelo com as tentativas de contornar os obstáculos existentes na formulação A - V, foram estudadas outras técnicas de simulação de fitas 2G presentes na literatura, como a formulação H [9], onde a variável de estado é o vetor intensidade de campo magnético  $(\vec{H})$ , e o método das equações integrais (MEI) [10], onde a seção transversal da fita 2G é representada por uma linha, sendo portanto um modelo unidimensional (1D). Tanto a formulação H quanto o MEI podem ser implementados pelo programa comercial COMSOL [11], que utiliza o método dos elementos finitos (MEF) e torna a implementação mais simples para usuários sem muita experiência de programação e em métodos numéricos. Por outro lado, o uso da ferramenta COMSOL não permite que o usuário tenha acesso a cada etapa do processo de solução, o que pode ser um fator limitante dependendo da aplicação.

Para simular um conjunto de fitas 2G empilhadas, as formulações  $A - V \in H$ precisaram ainda ser complementadas com uma técnica onde o empilhamento é representado por um *bulk* com uma restrição adicional no perfil da corrente. A este novo objeto foi dado o nome de *bulk homogeneizado* [12].

A grande contribuição do presente trabalho é explorar diversas técnicas de simulação de fitas 2G e abordar as vantagens e desvantagens de cada uma. Além disso, os resultados destas simulações serão comparados com as medidas em protótipos de mancais supercondutores com fitas empilhadas. Destaca-se que essa aplicação é original, uma vez que o LASUP foi pioneiro no estudo de mancais magnéticos que utilizam fitas 2G de maneira passiva [8].

### 1.1 Motivação

Sendo uma referência mundial nos estudos de MMS, em 2014 o LASUP inaugurou o MagLev Cobra, o primeiro veículo em escala real, operando em ambiente aberto [13], onde a levitação é obtida de maneira passiva pela interação entre supercondutores e ímãs. Para que se possa avançar para uma nova etapa na escala de desenvolvimento tecnológico, é necessário que esta tecnologia seja exaustivamente testada em diversas condições de operação [14, 15]. Uma das dificuldades de implementação deste projeto é a fabricação dos blocos supercondutores e dos criostatos que os armazenam. Atualmente, estes dispositivos são fabricados pela empresa alemã ATZ [16]. Neste contexto, o bloco construído com fitas 2G empilhadas apresentou-se com uma alternativa aos *bulks*. No entanto, para que esta substituição se torne vantajosa do ponto de vista econômico, é necessário que estes novos mancais sejam otimizados. Desta forma, o desenvolvimento de uma ferramenta de simulação apropriada para esta aplicação é fundamental neste processo de otimização.

### 1.2 Objetivos

Este trabalho se propõe a apresentar ferramentas que podem ser utilizadas na simulação de MMS, em especial os que utilizam fitas 2G. Para cada técnica apresentada, tem-se como objetivo analisar o tempo de simulação, a influência da discretização do problema na solução, a facilidade de implementação do método e a coerência dos resultados quando comparados com a literatura e com dados experimentais.

A longo prazo, espera-se que as técnicas de simulação apresentadas neste trabalho sejam utilizadas não apenas na aplicação de MMS, mas também na otimização de outros dispositivos elétricos supercondutores.

### 1.3 Organização do Trabalho

Esta tese está dividida da seguinte maneira: no presente capítulo, foi apresentada uma breve contextualização do trabalho, sua motivação e objetivos. O capítulo 2 apresenta conceitos importantes sobre a supercondutividade, as fitas 2G e, em seguida, descreve os tipos de mancais eletromagnéticos existentes. O capítulo 3 descreve as bancadas experimentais utilizadas e comenta resultados preliminares que foram fundamentais ao longo do desenvolvimento deste trabalho. O capítulo 4 apresenta de maneira detalhada cada um dos métodos de simulação estudados, cujos resultados são comparados com medidas experimentais no capítulo 5. Finalmente, o capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas e as perspectivas de trabalhos futuros.

### Capítulo 2

### Teoria e Conceitos

Neste capítulo será feita uma breve apresentação do fenômeno da supercondutividade, seguida de uma revisão bibliográfica sobre fitas 2G e mancais eletromagnéticos. Os tópicos abordados servirão de base para que o leitor possa compreender o potencial da utilização de fitas supercondutoras de segunda geração em mancais magnéticos e outras aplicações.

#### 2.1 Resistividade Nula

A corrente elétrica que flui em um material condutor é devida aos elétrons de condução, ou seja, elétrons que estão fracamente ligados a estrutura atômica e necessitam de pouca energia para se mover de um potencial elétrico mais elevado para um menos elevado. Os metais, que são conhecidos por serem bons condutores de calor e eletricidade, possuem uma estrutura cristalina que facilita o movimento dos elétrons livres. No entanto, devido às impurezas no material e à vibração dos átomos, os elétrons encontram barreiras que dificultam o seu movimento. Estas barreiras recebem o nome de resistência elétrica [17].

O processo de resfriar o material condutor reduz a agitação térmica dos átomos, o que reduz as chances de colisão dos elétrons de condução. Desta forma, a resistência elétrica dos metais diminui com a temperatura.

Em 1911, ao investigar o comportamento elétrico de metais em baixa temperatura (até 2 K), o físico holandês Heike Kamerlingh Onnes percebeu que a resistividade do mercúrio caía abruptamente a zero<sup>1</sup> quando a temperatura do metal era inferior a 4,2 K [18, 19]. A este fenômeno deu-se o nome de supercondutividade.

Quando um material transita para o estado supercondutor, os elétrons de condução agrupam-se em pares com spins e momentos opostos. Este acoplamento de elétrons recebe o nome de Par de Cooper [20, 21], também conhecido como su-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Neste trabalho, sempre que se falar em resistência nula ou igual a zero, entende-se um valor não mensurável com os equipamentos mais precisos.

perelétron, e é capaz de se mover na rede cristalina do supercondutor sem perder energia. Existem, basicamente, três grandezas que são capazes de fornecer a energia necessária para que ocorra a quebra da ligação entre os elétrons dos pares de Cooper. São elas: a intensidade de campo magnético (H), a temperatura (T) e a densidade de corrente (J).

A primeira observação a respeito dos materiais supercondutores, foi a de que o fenômeno da supercondutividade ocorre sempre que o material é resfriado abaixo de determinada temperatura. Esta temperatura é conhecida como temperatura crítica  $(T_c)$ . A Figura 2.1 mostra uma ilustração comparando o comportamento da resistividade dos metais com a dos supercondutores metálicos.



Figura 2.1: Ilustração comparando o comportamento da resistividade dos metais com a dos supercondutores metálicos.

Em 1914, Onnes observou que a presença de um campo magnético H externo poderia fazer com que o material permanecesse no estado normal, independentemente da temperatura da amostra. Este resultado deu margem para pesquisas e, em pouco tempo, se descobriu que além da  $T_c$  os supercondutores possuem uma intensidade de campo magnético crítica  $(H_c)$  e uma densidade de corrente máxima sem destruir os pares de Cooper [22] (Depairing Current,  $J_d$ ). A supercondutividade só é possível quando as três grandezas combinadas não fornecem a quantidade de energia necessária para separar os pares de Cooper. Na prática, existem outros fatores que limitam a utilização dos supercondutores, como será apresentado na seção 2.5.

### 2.2 Efeito Meissner

A resistividade nula não é a única característica do material supercondutor. Um condutor perfeito seria capaz de induzir correntes que anulem as variações de campo magnético no seu interior, o que não ocorre com os materiais supercondutores. O supercondutor é um diamagneto perfeito, ou seja, expulsa todo e qualquer fluxo magnético do seu interior, independentemente ter sido resfriado na presença de campo magnético ("Field Cooled", FC) ou de ter sido resfriado sem a presença de campo ("Zero Field Cooled", ZFC). Esse fenômeno é conhecido como efeito Meissner [23] e pode ser melhor compreendido com o auxílio da Figura 2.2, onde os índices (a), (b) e (c) são para um condutor perfeito e os índices (d), (e) e (f) são para um supercondutor.



Figura 2.2: Comportamento das linhas de fluxo em: (a), (b) e (c) um condutor perfeito; (d), (e) e (f) um supercondutor (Efeito Meissner).

Na Figura 2.2.a o condutor ideal hipotético encontra-se na presença de um campo externo. Na Figura 2.2.b ele é resfriado e então, na Figura 2.2.c, o campo externo é retirado, fazendo com que correntes sejam induzidas no condutor ideal de modo a impedir a variação de campo em seu interior. Ao contrário do condutor ideal, que aprisiona o campo magnético, o supercondutor apresenta o efeito Meissner. A Figura 2.2.d mostra um supercondutor que inicialmente está no estado normal e submetido a um campo externo. Na Figura 2.2.e o material é resfriado e expulsa todo campo magnético do seu interior (diamagnetismo perfeito). A Figura 2.2.f mostra o resultado quando o campo magnético externo deixa de ser aplicado.

### 2.3 Supercondutores do Tipo I e do Tipo II

As propriedades de exclusão de fluxo magnético dos supercondutores permitem a classificação destes materiais em dois grupos: os supercondutores do tipo I, também conhecidos como supercondutores moles ("soft"), e os supercondutores do tipo II, também conhecidos como supercondutores duros ("hard"). Os supercondutores do tipo I apresentam efeito Meissner completo, de modo que o material sai do estado supercondutor quando o campo crítico é atingido. Na prática existem poucas aplicações para os supercondutores do tipo I, devido ao baixo valor do campo crítico  $H_c$  destes materiais. Os supercondutores do tipo II possuem duas intensidades de campos magnéticos críticos ( $H_{c1} \in H_{c2}$ ) e também apresentam o efeito Meissner completo para campos menores que o crítico  $H_{c1}$ , onde  $H_{c1} < H_c$ . No entanto, para campos entre  $H_{c1} \in H_{c2}$ , o supercondutor do tipo II assume um estado entre o estado Meissner e o estado normal, conhecido como Estado Misto. A principal vantagem dos supercondutores do tipo II é apresentarem  $H_{c2}$  com valor suficientemente grande para viabilizar uma série de aplicações práticas. A Figura 2.3 mostra o diagrama de fases dos dois tipos de supercondutores.



Figura 2.3: Diagrama de fases: (a) supercondutores do tipo I e (b) supercondutores do tipo II.

A densidade de fluxo magnético (B) no interior da amostra se relaciona com a magnetização (M) e com o campo magnético (H) de acordo com a equação abaixo:

$$\overrightarrow{B} = \mu_0(\overrightarrow{H} + \overrightarrow{M}), \qquad (2.1)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do espaço livre.

Para que o efeito Meissner seja possível (B = 0), a intensidade de campo no interior da amostra deve ser anulada por uma magnetização  $\overrightarrow{M} = -\overrightarrow{H}$ . Assim como os supercondutores do tipo I, os supercondutores do tipo II apresentam efeito Meissner completo quando submetidos à campos de intensidade menor ou igual a  $H_{c1}$ . Quando a intensidade de campo possui valor intermediário aos dois campos críticos  $(H_{c1} < H < H_{c2})$ , o fluxo magnético penetra parcialmente no interior do material. Finalmente, se  $H > H_{c2}$ , os pares de Cooper são desfeitos e o material deixa de ser supercondutor. A Figura 2.4 ilustra a relação entre M e H para os supercondutores dos tipos I e II.



Figura 2.4: Ilustração do comportamento de M em função de H para supercondutores dos tipos I e II.

Nos modelos fenomenológicos abordados neste trabalho, a magnetização não é considerada, mas sua influência representada pelas correntes de blindagem induzidas no material. Assim, a Equação 2.1 se reduz à:

$$\overrightarrow{B} = \mu_0 \,\overrightarrow{H}.\tag{2.2}$$

O estado misto é caracterizado pelo fato de regiões normais e supercondutoras coexistirem no material. As regiões normais, também chamadas de fluxóides (ou vórtices), encontram-se distribuídas homogeneamente numa rede hexagonal conhecida como rede de Abrikisov [24] e ficam cercadas por regiões supercondutoras, como se pode ver na Figura 2.5. Os fluxóides apresentam um fluxo magnético quantizado  $(\phi_0)$ .

$$\phi_0 = \frac{\hbar \cdot \pi}{e} = 2.068 \times 10^{-15} \ Wb, \tag{2.3}$$

onde:

- $\hbar$  Constante reduzida de Planck;
- e Carga elementar.

A quantidade de fluxóides no interior da amostra aumenta com o campo magnético e a distância entre os vórtices  $(a_0)$  é dada pela equação abaixo [25]:

$$a_0 = 1,075\sqrt{\frac{\phi_0}{B}}.$$
 (2.4)



Figura 2.5: Rede de Abrikosov de um supercondutor do tipo II.

Em um supercondutor do tipo II, a capacidade de transporte de corrente está diretamente associada com a capacidade de aprisionamento de fluxo pelos vórtices, uma vez que só é possível existir uma densidade de corrente  $\overrightarrow{J}$  no material se houver um rotacional da densidade de fluxo entre os vórtices ( $\nabla \times \overrightarrow{B}$ ), como mostra a lei de Ampère para campos estáticos [26]:

$$\nabla \times \overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{J}. \tag{2.5}$$

A capacidade de transporte de corrente está associada com a existência de campo magnético. De acordo com a expressão da força de Lorentz  $(F_L)$ , em um elemento diferencial de área de seção transversal dS, pode-se calcular uma força diferencial por unidade de profundidade (l) dada pela Equação 2.6, abaixo [17]:

$$\frac{d\overrightarrow{F_L}}{l} = \overrightarrow{J} \times \overrightarrow{B} \, dS. \tag{2.6}$$

A interação entre a densidade de corrente e o campo magnético faz com que a rede de vórtices se movimente, dissipando energia. No entanto, este fenômeno é
minimizado pela existência de defeitos na estrutura cristalina do material, de modo que, quando um vórtice coincide com um defeito, o mesmo está sujeito a uma força de aprisionamento ("pinning force",  $\overrightarrow{F_P}$ ). Estes defeitos podem ser intrínsecos do material ou introduzidos no supercondutor do tipo II por dopagem, entre outros métodos. Quanto maior a capacidade de aprisionamento de fluxo de um material, maior a capacidade de transporte de corrente, sendo  $J_d$  o limite teórico de densidade de corrente. Estas considerações sugerem que defeitos devem ser propositalmente inseridos na amostra supercondutora do tipo II com o objetivo de melhorar suas propriedades.

# 2.4 Profundidade de Penetração e Comprimento de Coerência

A profundidade de penetração  $(\lambda)$  e o comprimento de coerência  $(\xi)$  são dois parâmetros que dependem de T e são importantes para a caracterização de supercondutores. A profundidade de penetração pode ser entendida como a distância média em que o fluxo magnético externo penetra em um material supercondutor devido às correntes de blindagem. Interpreta-se o comprimento de coerência como sendo a distância necessária para que a densidade de superelétrons  $(\eta_s)$  na fronteira entre as regiões normal e supercondutora suba de zero até o seu valor normal no interior do material [6]. Supercondutores do tipo I possuem  $\xi > \lambda$ , enquanto supercondutores do tipo II possuem  $\xi < \lambda$ , como está ilustrado na Figura 2.6.



Figura 2.6: Ilustração da fronteira entre as regiões normal e supercondutora, relacionando  $\lambda \in \xi$  para os supercondutores (a) do tipo I e (b) do tipo II.

Os fluxóides de um supercondutor do tipo II são tubos com raio de valor equivalente à  $\lambda(T)$ , por onde circulam correntes supercondutoras em volta de um núcleo não supercondutor de raio  $\xi(T)$ . Esta outra interpretação está ilustrada na Figura 2.7 [6].



Figura 2.7: Il<br/>ustração de  $\lambda$  e  $\xi$  no interior de um supercondu<br/>tor do tipo II no estado misto.

Em 1950, com a teoria de Ginzburg-Landau [27], surgiu uma nova forma de classificar os supercondutores em função dos parâmetros  $\lambda$  e  $\xi$ . Mas antes, é necessário compreender que existe uma energia de superfície na fronteira entre uma região normal e uma região supercondutora [28], de modo que a magnitude desta energia é diretamente proporcional à área da fronteira entre as regiões [6]. Os supercondutores do tipo I possuem energia de superfície positiva, enquanto que os supercondutores do tipo II possuem energia de superfície negativa [7].

A constante de Ginzburg-Landau ( $\kappa$ ) é definida em função de  $\lambda$  e  $\xi$ :

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} \tag{2.7}$$

O sinal da energia de superfície pode ser determinado comparando  $\kappa$  com a constante  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Desta forma, se  $\kappa < 0,707$ , o supercondutor é classificado como sendo do tipo I. Por outro lado, se  $\kappa > 0,707$ , o supercondutor é classificado como sendo do tipo II. A Figura 2.8 mostra o diagrama de fases de um supercondutor em função do H externo e da constante  $\kappa$  [29].

### 2.5 Limites da Supercondutividade

Este tópico tem como objetivo organizar conceitos que foram introduzidos ao longo do capítulo e apresentar os fatores teóricos e práticos que limitam a utilização dos supercondutores. É comum encontramos na literatura que um material supercondutor tem os limites da supercondutividade definidos por uma superfície que



Figura 2.8: Diagrama de fases de um supercondutor em função do H externo e da constante  $\kappa$  [29].

relaciona  $T_c$ ,  $H_c$  e  $J_c$ , separando a região normal da região supercondutora [30]. Esta abordagem, apesar de ser bem aceita no meio acadêmico, não representa uma série de fenômenos que foram apresentados neste trabalho.

A Figura 2.9 ilustra a superfície que relaciona  $T_c$ ,  $H_{c2}$  e  $J_d$  e separa a região normal da região supercondutora. Como já foi mencionado, qualquer uma destas três grandezas pode fornecer a energia necessária para separar os elétrons dos pares de Cooper, fazendo com que o material transite para o estado normal. Obviamente, esta energia pode ser fornecida parcialmente por cada uma das grandezas, de modo que a região onde o material se encontra no estado supercondutor não poderia ser representada por um cubo ou por um paralelepípedo.

Existem fenômenos que limitam a utilização dos supercondutores antes mesmo que os pares de Cooper sejam desfeitos. A densidade de corrente limite  $J_d$ , por exemplo, é um valor teórico que só pode ser atingido com um nível de aprisionamento de fluxo ("flux pinning") altíssimo, que não se consegue atingir na prática [22]. Este valor teórico é estimado de acordo com a equação abaixo [26]:

$$J_d = \frac{\sqrt{3}\,\phi_0}{3\,\pi\,\mu_0\,\lambda(T)^2\,\xi(T)}.$$
(2.8)

Do ponto de vista prático, existe uma densidade de corrente crítica  $(J_c)$ , que também depende da qualidade dos centros de aprisionamento da rede de vórtices, a partir da qual os fluxóides começam a se mover ("flux flow") dissipando energia. Este fenômeno ocorre devido à força de Lorentz a qual os vórtices estão submetidos [26]. Quando  $F_L$  é maior que a força de aprisionamento, os vórtices movimentam-se fa-



Figura 2.9: Ilustração dos limites teóricos e práticos dos supercondutores do tipo II.

zendo com que o material tenha um comportamento resistivo, apesar de ainda se encontrar no estado supercondutor. Desta forma, este valor de  $J_c$  pode ser encarado como um limite prático para as aplicações que utilizam materiais supercondutores.

Outro parâmetro importante que pode ser estimado através da teoria de Ginzburg-Landau é  $H_{c2}$  [31]. Na prática, o supercondutor deixa de ser útil na maioria das aplicações quando submetido a um  $H < H_{c2}$ . Este H é conhecido como intensidade de campo de irreversibilidade  $(H_{irr})$ , e representa o H em que ocorre uma mudança de fase na rede de vórtices do estado "sólido" (cristalino) para o "líquido" (desordenado), de modo que a capacidade de aprisionamento de fluxo é extinta e, consequentemente, a corrente crítica no material supercondutor não pode assumir valores diferentes de zero [32].

# 2.6 Supercondutores de Alta Temperatura Crítica

Durante muitos anos, desde a descoberta do fenômeno da supercondutividade em 1911, cientistas de todos os lugares do mundo se empenharam para descobrir novos materiais supercondutores. Em 1957, a teoria microscópica proposta por J. Bardeen, L. N. Cooper e J. R. Schrieffer (BCS) explicava o fenômeno para os supercondutores metálicos e alguns compostos cerâmicos, também conhecidos como supercondutores de baixa temperatura crítica (LTS). Baixas temperaturas de trabalho exigem equipamentos sofisticados de refrigeração. De maneira geral, os LTS utilizam o hélio líquido como fluído refrigerante.

Somente em 1986, com a descoberta do La-Ba-Cu-O, surgiram os supercondutores de alta temperatura crítica (HTS) com valores de  $T_c$  acima de 30 K. A título de comparação, a Tabela 2.1 mostra o ano de descoberta e a temperatura crítica de alguns supercondutores.

Material	$T_c$ (K)	Ano
Hg	4,1	1911
Pb	7,2	1913
Nb	9,2	1930
$\mathrm{NbN}_{0,96}$	15,2	1950
$Nb_3Sn$	18,1	1954
NbTi	9,2	década de 1960
$Nb_3(Al_{0,75}Ge_{0,25})$	20-21	1966
$Nb_3Ga$	20,3	1971
$Nb_3Ge$	23,2	1973
$\mathrm{Ba}_{x}\mathrm{La}_{5-x}\mathrm{Cu}_{5}\mathrm{O}_{y}$	30-35	1986
$(La_{0,9}Ba_{0,11})_2Cu_{4-\delta}$ (1 GPa)	52	1986
$YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$	92	1987
$\mathrm{Bi}_{2}\mathrm{Sr}_{2}\mathrm{Ca}_{2}\mathrm{Cu}_{3}\mathrm{O}_{10}$	110	1988
$Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$	125	1988
$Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$ (7 GPa)	131	1993
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$	133	1993
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$ (25 GPa)	155	1993
$Hg_{0,8}Pb_{0,2}Ba_2Ca_2Cu_3O_x$	133	1994
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_{8+\delta}$ (30 GPa)	164	1994
$Hg_{0,8}Tl_{0,2}Ba_2Ca_2Cu_3O_{8,33}$ (30 GPa)	138	1995
$MgB_2$	39	2001

Tabela 2.1: Descoberta de novos Materiais Supercondutores e suas temperaturas críticas (adaptada das referências [33] e [34]).

A teoria BCS, que funcionava muito bem para os LTS, se mostrou ineficiente para explicar a formação dos pares de Cooper nos HTS. Ainda não existe uma teoria que seja capaz de explicar na íntegra o mecanismo da supercondutividade do ponto de vista quântico para os HTS.

Supercondutores do tipo HTS possuem temperatura crítica elevada em relação aos demais supercondutores, tornando possível a refrigeração com nitrogênio líquido a 77K e reduzindo consideravelmente o custo de refrigeração. Alguns HTS possuem  $T_c$  menor que a temperatura do nitrogênio líquido, como é o caso do diboreto de magnésio (MgB<sub>2</sub>) que possui  $T_c = 39$  K, e podem ser refrigerados com um sitema de ciclo fechado, que também possui custo de refrigeração menor que o do hélio líquido.

Os HTS mais utilizados são o YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub> (Y-123), o Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>x</sub> (Bi-2212) e o Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub> (Bi-2223). Neste trabalho, o enfoque será no YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub>, que é conhecido como *ítrio-bário-cobre* (YBCO) e apresenta uma série de vantagens sobre os demais supercondutores. A Figura 2.10 relaciona as curvas de  $H_{c2}$  e  $H_{irr}$  em função da temperatura para diferentes supercondutores. Nota-se que na temperatura do nitrogênio líquido, o YBCO é único o que apresenta  $\mu_0 \cdot H_{irr}$  aceitável para aplicações práticas (entre 5 e 7 T). O Bi-2223, por exemplo, apesar de possuir  $H_{c2}$ maior que o do YBCO, possui  $\mu_0 \cdot H_{irr} \simeq 0,3$  T em 77 K. De fato, as aplicações são limitadas pelo valor de  $H_{irr}$ , onde J deixa de existir.



Figura 2.10: Diagrama de  $H_{c2}$  (em preto) e  $H_{irr}$  (em vermelho) em função da temperatura (adaptada da referência [26]).

Os valores tanto de  $J_c$  como de  $H_{irr}$  podem ser aumentados ao se melhorar a capacidade de aprisionamento de fluxo do material. No caso do YBCO, o comprimento de coerência é tão pequeno ( $\xi(0) \simeq 1, 5$  nm) que mesmo defeitos com dimensões da ordem de grandeza do tamanho de um átomo podem aprisionar fluxo. Além disso, o YBCO possui  $\lambda(0) \simeq 150$  nm e é facilmente classificado como um supercondutor do tipo II ( $\kappa = \frac{\lambda}{\xi} = 100 > 0,707$ ).

A estrutura cristalina do YBCO é mostrada na Figura 2.11 e depende do teor de oxigênio da amostra. O valor máximo de  $T_c$  é de aproximadamente 92 K e ocorre quando  $\delta = 0,06$  [35]. A quantidade de portadores de carga, responsáveis pelo controle das propriedades supercondutoras do material, também depende do teor de oxigênio. Uma das grandes dificuldades no preparo do YBCO é otimizar o teor de  $O_2$  em todo material, o que torna difícil garantir a homogeneidade da amostra [35]. Apenas para exemplificar, conforme o valor de  $\delta$  varia de 0 até 1, a  $T_c$  do material varia de 92 K até tender a 0 K, respectivamente [35].

Outra observação importante que pode ser feita a partir da Figura 2.11 é a de que o YBCO é um composto altamente anisotrópico. A anisotropia faz com que



Figura 2.11: Estrutura cristalina do YBCO (YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$ </sub>): (a)  $\delta = 0$ , (b)  $\delta = 0, 5$  e (c)  $\delta = 1$  [35].

tanto o valor de  $H_{c2}$  com o de  $H_{irr}$  variem em função da direção. Desta forma, a relação entre os campos críticos paralelo  $(H_{c2}^{\parallel})$  e perpendicular  $(H_{c2}^{\perp})$  ao plano a-b é definida pela constante  $\eta$  [26]:

$$\eta = \frac{H_{c2}^{\parallel}}{H_{c2}^{\perp}}.$$
(2.9)

Para o YBCO, o valor de  $\eta$  está entre 5 e 7. Este valor tende a ser maior em amostras texturizadas, onde as estruturas cristalinas do supercondutor estão alinhadas em uma mesma direção. Por outro lado, a densidade de corrente crítica na fronteira entre os grãos cai exponencialmente de acordo o nível de desorientação dos grão, de modo que as amostras de YBCO texturizadas possuem propriedades melhores que as amostras não texturizadas. A fronteira entre os grãos é chamada de elo fraco ("weak link") e não é uma região supercondutora com a mesma qualidade das demais [35]. A rigor, existe uma temperatura crítica referente aos elos fracos  $T_c^{EF}$  para que o transporte de corrente ocorra sem dissipação de energia [35], mas este assunto não será abordado neste trabalho devido a sua irrelevância nos estudos de fitas de segunda geração, como será comentado na seção 2.7.

### 2.7 Fitas Supercondutoras de Segunda Geração

Antes da descoberta dos HTS, aplicações com supercondutores maciços ("bulks") não eram consideradas viáveis. O surgimento da levitação magnética supercondutora de um ímã permanente fez com que os pesquisadores começassem a pensar no potencial de aplicação para estes materiais [36]. Algumas linhas de pesquisa consideram que os supercondutores maciços apresentam vantagens em relação às fitas, além de já terem sido utilizados em diversas aplicações práticas [37]. No entanto, o processo de fabricação destes materiais sempre encontrou dificuldades em manter um padrão de qualidade, de modo que as amostras maciças são inomogêneas e produzidas em pequena escala. Atualmente, quando se fala em primeira ou segunda geração de supercondutores, entende-se uma produção em escala industrial onde os supercondutores comerciais utiliza o supercondutor Bi-2223 e foi desenvolvida em escala industrial no período de 2000 à 2005, quando teve sua produção limitada principalmente por fatores econômicos, apesar deste material ainda continuar sendo produzido.

A produção em larga escala das fitas de YBCO deu origem à segunda geração de supercondutores que, do ponto de vista econômico, são bem mais atraentes que as fitas de primeira geração, que utilizam uma matriz de Ag que representa cerca de 70% do volume da fita [34]. Existem vários fabricantes de fitas 2G [38], com destaque para a SuNAM [39], SuperOx [40], Sumitomo [41], Fujikura [42], American Superconductors (AMSC) [43] e a SuperPower (SP) [44], entre outros. Segundo estes fabricantes, comprimentos contínuos da ordem de km de fitas 2G podem ser produzidos com grande homogeneidade. As fitas 2G já estão sendo utilizadas em diversos protótipos para uma série de aplicações, como cabos para a transmissão de energia elétrica [45], limitadores de corrente [46], veículos de levitação magnética (MagLev) [47], máquinas elétricas [48], eletromagnetos de alto campo [49], mancais magnéticos [50], o armazenador de energia magnética supercondutor ("superconducting magnetic energy storage", SMES) [51] e outras aplicações.

O ponto de operação da fita 2G pode variar consideravelmente dependendo da aplicação, assim como o custo percentual deste material em relação ao custo total de implementação do dispositivo supercondutor, conforme apresentado na Tabela 2.2. De fato, as necessidades de cada aplicação servem de incentivo para o estudo de diversas arquiteturas de fita 2G, com diferentes custos de produção.

Na segunda geração, as fitas possuem uma estrutura de camadas orientadas que são depositadas sob um substrato. A Figura 2.12 mostra a arquitetura básica das fitas 2G, onde são necessárias diversas camadas com diferentes funções para que a fita tenha estabilidade química, térmica, mecânica e elétrica. Algumas destas

em relação aos custos totais, relativos a implementação de diversas aplicações que utilizam fitas 2G. [52]). Aplicação  $B(T) = T(K) = \frac{Custo de Fita 2G}{Custo Total}$  (%) Magnetos 1.0 - 30.0 - 5 - 20 - 5 - 15

Tabela 2.2: Comparação entre as faixas de operação usuais e dos custos de fita 2G,

Aplicação	$B(\mathbf{T})$	T (K)	$\frac{Custo ue T tta 2G}{Custo T otal} (\%)$
Magnetos	1,0 - 30,0	5 - 20	5 - 15
Cabos	0,0 - 0,2	70 - 80	20 - 25
Limitadores de Corrente	0,1 - 1,0	60 - 80	20 - 25
Transformadores	0,3 - 1,5	70 - 80	20 - 25
Máquinas	2,0 - 10,0	20 - 70	$\approx 30$

funções são [34]:



Figura 2.12: Estrutura de camadas da fita 2G modelo 344C da AMSC (adapatada da referência [53]).

- O substrato serve de base para a formação de uma alta orientação dos grãos no recobrimento com supercondutor. Geralmente consiste em uma liga de níquel e tungstênio, ou então de hastelloy;
- A camada de prata fornece baixa resistividade de contato elétrico com a camada de HTS e proteção contra o ambiente externo;
- A camada externa não é necessariamente de cobre. Esta camada, além de aumentar a resistência mecânica do conjunto, provê estabilidade térmica;

• O YBCO corresponde ao material supercondutor, sendo muitas vezes representado por (Re)BCO. Tal representação se deve ao fato de uma proporção de ítrio ser substituida por outros elementos de terras raras que podem favorecer determinadas propriedades do material, como a capacidade de aprisionamento de vórtices e, consequentemente, a capacidade de transporte de corrente.

Vale a pena ressaltar que a camada de YBCO da fita apresentada na Figura 2.12 possui apenas 1  $\mu$ m de espessura. De fato, a área da seção transversal que transporta corrente nestes materiais é muito menor do que a área total. Por este motivo, um conceito muito utilizado quando se trabalha com fitas supercondutoras é o de densidade de corrente de engenharia ( $J_e$ ), que é definido como a razão entre o valor da corrente de transporte e a área total da seção tranversal da fita 2G, e não apenas da camada supercondutora. Uma observação importante é de que, os supercondutores maciços, compostos unicamente pelo material supercondutor, geralmente apresentam uma razão entre área útil e total ainda menor do que nas fitas 2G [26].

As propriedades das fitas 2G são consideravelmente superiores à dos supercondutores maciços. Um bloco de YBCO de boa qualidade possui  $J_c$  de cerca de  $8 \cdot 10^{10}$  $A/m^2$  a 4 K (0 T) e  $1 \cdot 10^9 A/m^2$  a 77 K (0 T) [16]. Por outro lado, a camada de YBCO das fitas 2G superam  $1,37 \cdot 10^{11} A/m^2$  a 4 K (0 T) e  $2 \cdot 10^{10} A/m^2$  a 77 K (0 T) [54]. Para o YBCO, o valor de  $J_d$  é de aproximadamente  $3 \cdot 10^{12} A/m^2$  a 4 K (0 T), o que mostra o quanto estes materiais ainda podem evoluir. Na verdade, as fitas 2G estão evoluindo rapidamente: em 2007, falava-se em manter um determinado padrão de qualidade em comprimentos da ordem de centenas de metros de fita 2G [55]; atualmente, este patamar é da ordem de milhares de metros.

As fitas 2G possuem um grau de orientação bastante elevado entre as fronteiras dos grãos, fazendo com que este tipo de material se comporte de maneira muito semelhante a um monocristal [26]. Além disso, os defeitos que são introduzidos nas fitas 2G possuem dimensões da ordem de nm, aumentando consideravelmente a capacidade de aprisionamento de fluxo em relação a um supercondutor maciço, onde os defeitos possuem dimensões da ordem de  $\mu m$ . Para um bom desempenho, é necessário que estes defeitos sejam da ordem de grandeza do comprimento de coerência do material. No entanto, como foi apresentado na Seção 2.4, o valor de  $\lambda$  depende de T. Em outras palavras, os tipos de defeitos que devem ser propositalmente inseridos na estrutura cristalina da amostra supercondutora dependem do ponto de operação em que se deseja utilizar a fita 2G. Explorando esta idéia, pesquisadores desta tecnologia descobriram que as características do supercondutor podem ser otimizadas para determinadas condições através da dopagem do YBCO com outros materiais.

A importância da dopagem da camada supercondutora pode ser melhor compreendida com base na Figura 2.13. Além da dependência da corrente crítica  $(I_c)$  com o ângulo de incidência de campo  $(\theta)$ , nota-se que uma pequena variação na composição do supercondutor acarreta em uma grande variação das propriedades deste material. Desta forma, a dopagem pode ser feita com o foco em uma aplicação específica. É também importante observar o comportamento altamente não linear e dependente do ponto de operação. Segundo [56], a adição de zircônio em diferentes proporções não apresenta correlação com os resultados de  $I_c$  obtidos. Além do zircônio, existem outros materiais que podem ser utilizados na dopagem, o que dá margem para infinitas possibilidades. É justamente neste ponto, onde não se conhece as propriedades das fitas 2G com precisão, que reside a grande a dificuldade de se otimizar qualquer aplicação que utilize estes materiais.



Figura 2.13: Influência da dopagem com Zircônio nas propriedades da fita da SU-PERPOWER (adaptada da referência [57]).

Em alguns modelos de fita 2G, as camadas externas, que geralmente são de cobre, estão acopladas às demais camadas por meio de um filete de solda, como se pode ver na Figura 2.14. Em outros modelos, esta camada é aplicada por eletrodeposição, entre outras técnicas. Existem ainda alguns modelos de fita 2G revestidos com latão, aço inoxidável ou que simplesmente não possuem revestimento. De maneira geral, cada fabricante possui suas peculiaridades no processo de confecção da fita 2G, mas, além disso, todos eles oferecem fitas com características distintas que julgam mais apropriadas para uma determinada aplicação. Infelizmente, o uso de fitas 2G atuando passivamente em mancais magnéticos é tão original que ainda não existe nenhum modelo de fita otimizado para esta aplicação. No entanto, esta dificuldade serve de incentivo para que o LASUP discuta o assunto diretamente com os fabricantes, como tem acontecido nos últimos anos. A título de exemplo, a SUNAM enviou recentemente ao LASUP uma amostra de fita 2G com 6 m de comprimento para ser testada em MMS passivos, e os resultados obtidos foram promissores, como será apresentado no Capítulo 3.



Figura 2.14: Ilustração da seção transversal das fitas 2G da AMSC.

### 2.8 Mancais Eletromagnéticos

Um mancal é um dispositivo que fornece suporte a determinada carga com o objetivo de obter o menor atrito possível em determinada direção de deslocamento ou sentido de rotação. O eixo de alguns motores, por exemplo, são sustentados por mancais de elementos rolantes (rolamentos) que permitem o movimento de rotação do eixo. No entanto, o atrito viscoso e a força de atrito nos pontos de contato entre o suporte e o eixo do motor são fatores que comprometem a eficiência do mancal, principalmente quando grandes velocidades angulares são atingidas, o que acaba por limitar a velocidade máxima do mancal ( $\pm 50 \times 10^3 rpm$ ). Existem diversas soluções

que fornecem suporte mecânico aos mais diversos dispositivos. Alternativamente, os mancais eletromagnéticos operam sem que haja qualquer tipo de contato físico entre o objeto que se move e o que está fixo, tendo seu princípio de funcionamento baseado na força de interação entre campos magnéticos, condutores e objetos ferromagnéticos. Os principais tipos de mancais eletromagnéticos são:

- Mancais Magnéticos Ativos (MMA);
- Mancais Eletrodinâmicos (ME);
- Mancais Magnéticos Supercondutores (MMS).

### 2.8.1 Mancais Magnéticos Ativos

Os mancais magnéticos ativos se baseiam no princípio de minimização de energia, que no caso dos circuitos magnéticos consiste em uma força exercida sobre os materiais ferromagnéticos, no sentido de minimizar a relutância do circuito, facilitando assim o caminho do fluxo magnético. Para que haja levitação, um objeto ferromagnético deve ser atraído por uma força equivalente à que lhe é exercida pela gravidade. A título de exemplo, a Figura 2.15 apresenta uma esfera ferromagnética sendo atraída pelo campo magnético produzido por um eletroímã. Nota-se que este é um sistema de equilíbrio instável, sendo necessário estabelecer um mecanismo de controle que ajuste o valor da corrente na bobina em tempo real. Neste processo de ajuste, a escolha do valor da corrente é feita com base na posição atual da esfera. Para que isto seja possível, é necessário que se conheça a relação entre a intensidade da corrente aplicada e a força de atração em torno do ponto de operação desejado.

As principais vantagens de um MMA são o uso de uma tecnologia difundida, a tendência de redução de custos de implementação e as baixas perdas energéticas em velocidades elevadas, o que se aplica tanto para mancais lineares como rotativos. Por outro lado, estes dispositivos necessitam de um sistema de controle de relativa complexidade, de um mecanismo para monitoramento da posição do objeto levitante, podem apresentar gastos energéticos elevados e aquecimento na bobina, de modo que um sistema de arrefecimento pode ser necessário. Além disso, por questões de segurança, é aconselhável o uso de um mancal auxiliar para o caso de ocorrerem falhas nos sistemas de controle e/ou eletrônico.

Os MMA são muito utilizados em MagLevs. Entre os projetos de maior destaque estão duas linhas de alta velocidade (30 km cada) da Transrapid International [58], localizadas em Emsland (Alemanhã) e em Shanghai (China). Novamente na China, o governo implementou três linhas de uso urbano com esta tecnologia, localizadas em Shanghai (1,7 km), Tangshan (1,5 km) e Chengdu (1,5 km). Outros exemplos



Figura 2.15: Ilustração de um mancal magnético ativo.

poderiam ser citados, reforçando ainda mais a importância desta tecnologia nos meios de transporte.

O LASUP iniciou os estudos de MMA utilizando bobinas construídas com fitas 2G. Em [59, 60], o autor deste manuscrito fez um levantamento da força de levitação obtida para diferentes níveis de corrente aplicada em um enrolamento supercondutor. Posteriormente, [61] aprimorou a técnica de confecção da bobina e analisou seu desempenho em substituição ao enrolamento de campo do motor linear utilizado no MagLev Cobra [62]. Para estas aplicações, o sistema criogênico pode ser considerado uma dificuldade adicional, assim como a eletrônica de potência necessária para se aplicar intensidades de corrente da ordem de dezenas ou mesmo centenas de ampères.

### 2.8.2 Mancais Eletrodinâmicos

Os mancais eletrodinâmicos se baseiam na lei de indução de Faraday-Lenz [17, 63], onde uma tensão induzida surge sempre que há uma variação de fluxo magnético ( $\phi$ ). Se o material em questão for um condutor, esta tensão induzida fará com que uma corrente circule no sentido de se opor à variação de  $\phi$ . A Figura 2.16 apresenta um exemplo de ME, onde um  $\phi$  variante no tempo é produzido ao se aplicar corrente alternada em uma bobina. As correntes que serão induzidas na esfera condutora estarão sujeitas ao campo magnético produzido pelo eletroímã, resultado em uma força de repulsão dada por  $F_L$ . A intensidade da força de repulsão e, consequentemente, da altura de levitação, dependem da frequência da corrente alternada aplicada e de sua intensidade. Em alguns ME, o sistema de controle pode ser dispensado.



Figura 2.16: Ilustração de um mancal eletrodinâmico.

Outra possível topologia para os ME consiste em se utilizar ímãs permanentes, ou enrolamentos com correntes contínua, que se deslocam em relação ao material condutor. Alguns MagLevs também utilizam esta tecnologia, como é o caso da linha de Yamanashi (40 km) no Japão, construída pela Japanese Railways [64]. Neste sistema, a levitação eletrodinâmica só é acionada depois que determinada velocidade é atingida, sendo necessário o uso de rodas e trilhos convencionais durante a partida. Na lateral do veículo estão instaladas bobinas supercondutoras responsáveis pela produção de um campo magnético intenso. Estas bobinas estão posicionadas de modo a percorrer um trilho feito de material condutor quando o veículo se movimenta. Este movimento relativo entre campo magnético e material condutor produz uma força que mantém o veículo levitando, dispensando o uso do sistema roda/trilho quando uma velocidade crítica é atingida.

As principais vantagens dos ME são relacionadas à sustentação estável e passiva, podendo dispensar o sistema de controle. Trata-se de um sistema robusto, pouco afetado por imprecisões construtivas. Os pontos negativos são a baixa rigidez, o baixo rendimento e a necessidade de uma velocidade relativa (entre o campo magnético e o material condutor) mínima para operação.

### 2.8.3 Mancais Magnéticos Supercondutores

Os mancais magnéticos supercondutores tem sua operação baseada na interação entre supercondutores e ímãs permanentes. Sua viabilidade econômica só foi atingida com o surgimento dos HTS, que podem ser refrigerados com nitrogênio líquido, ou por meio de um sistema de ciclo fechado bem mais simples do que seria necessário para refrigerar um LTS. A principal vantagem dos MMS é a levitação com estabilidade passiva, de modo que não é necessário exercer nenhum tipo de controle sobre estes dispositivos, como no caso dos MMA. Em comparação com os ME, que também apresentam levitação passiva, os MMS se destacam por não necessitarem estar em movimento para levitar e, consequentemente, pela possibilidade de dispensar completamente o sistema roda trilho convencional.

Para que a aplicação de MMS seja possível, existem duas propriedades dos supercondutores que são fundamentais:

- Efeito Meissner: O diamagnetismo perfeito faz com que o material supercondutor apresente uma magnetização oposta ao campo magnético externo. Este fenômeno cria uma força de repulsão entre o HTS e a fonte geradora de campo magnético.
- Aprisionamento de Fluxo: As imperfeições mecânicas existentes na amostra supercondutora funcionam como uma barreira para o movimento da rede de vórtices. Desta forma, toda vez que o HTS se move, um vórtice aprisionado se desloca em relação ao campo magnético externo, dando origem a uma força restauradora  $(F_R)$  no sentido de minimizar a distorção das linhas de fluxo, como representado na Figura 2.17. A força restauradora devido ao aprisionamento de fluxo pode ser de atração ou repulsão, forçando o HTS para um ponto de equilíbrio estável. Quando um vórtice é submetido a uma força maior que  $F_P$ , o mesmo se desloca no interior do supercondutor.



Figura 2.17: Ilustração da distorção das linhas de fluxo magnético e da força restauradora no supercondutor, quando este se movimenta da (a) posição de FC para (b) uma nova posição de instabilidade.

Na prática, o aprisionamento de fluxo resulta em forças laterais maiores do que as obtidas pelo efeito Meissner. Como exemplo, a Figura 2.18.a ilustra um ímã de Nd-Fe-B levitando devido às correntes que circulam no bloco supercondutor de YBCO. Para que esse fenômeno seja possível, é necessário que o supercondutor seja resfriado abaixo de sua  $T_c$ , como pode ser visto na Figura 2.18.b, onde o bloco de YBCO está em um recipiente abastecido com nitrogênio líquido. As correntes que são induzidas no material supercondutor opõem-se à variação de campo magnético, enquanto a estabilidade lateral é obtida pela força de aprisionamento ("pinning force") dos vórtices.



Figura 2.18: Levitação magnética supercondutora: (a) Ilustração; (b) Foto.

O LASUP possui experiência com a levitação magnética supercondutora, aplicação onde existe um compromisso entre força de levitação e estabilidade lateral em função da distância entre o ímã e o supercondutor no instante em que este é resfriado. No caso do ZFC, como a transição para o estado supercondutor ocorre sem que nenhum campo magnético seja aprisionado, a amostra apresenta a maior força de repulsão possível quando aproximada de um ímã. Por outro lado, a ausência de fluxo aprisionado durante o ZFC não é vantajosa do ponto de vista da estabilidade lateral. Neste contexto, a escolha da altura de FC vai depender do quanto se pode abrir mão da força de levitação em função da estabilidade lateral, ou seja, uma questão de projeto.

Em 2014, o LASUP inaugurou o MagLev Cobra, o primeiro veículo operando em ambiente aberto que utiliza o princípio da levitação supercondutora de maneira passiva do mundo. Neste projeto, cada módulo do veículo com 1 m de comprimento possui seis criostatos, cada um deles com capacidade de suportar 250 kg quando corretamente posicionados nos trilhos do MagLev Cobra. Para que um dia possa se tornar uma alternativa nos meios de transporte, esta tecnologia precisa superar todas as dificuldades que surgirão nesta etapa da pesquisa. Atualmente, sabe-se que a fabricação dos criostatos é um fator crítico, pois existe apenas um fabricante no mundo todo [16]. Além disso, os supercondutores maciços são produzidos em um processo semi-artesanal, onde não se consegue alto grau de homogeneidade no padrão de qualidade. Em sua pesquisa, o LASUP verificou que existe deterioração dos supercondutores no interior dos criostatos, o que pode reduzir a vida útil de um equipamento de custo elevado. O estudo de outras tecnologias, como o uso de fitas 2G empilhadas para formar um bloco, aparecem como alternativas a estas dificuldades.

Os mancais magnéticos supercondutores utilizando fitas de segunda geração, assunto abordado neste trabalho, abre um novo leque de possibilidades nesta aplicação. Além de poderem ser utilizadas em mancais magnéticos ativos, onde a altura de levitação é controlada a partir da corrente imposta na bobina, as fitas 2G podem também ser utilizadas em mancais magnéticos passivos. A Figura 2.19 mostra o primeiro teste realizado no LASUP, que serviu como prova de conceito da aplicação antes da construção de um protótipo em maior escala.



Figura 2.19: Foto de um MMS construído para prova de conceito com um ímã cúbico e 10 pedaços de fita 2G empilhadas (12  $mm \times 12 mm$ ).

Do ponto de vista da viabilidade econômica, o MMS utilizando blocos maciços ainda apresenta vantagens em relação aos que utilizam fitas 2G, como será discutido no Capítulo 3. No entanto, o LASUP acredita que seja possível otimizar esta nova aplicação e torná-la competitiva com os MMS convencionais, ou até mesmo mais vantajosa, pois o custo das fitas 2G vem se reduzindo, a qualidade vem melhorando e novos fabricantes estão surgindo. Neste contexto, o desenvolvimento de uma ferramenta de simulação eficiente é fundamental.

# Capítulo 3

# Metodologia e Resultados de Ensaios

Em complemento ao estudo das técnicas de simulação, este trabalho fez uso de duas bancadas cujos resultados experimentais foram de extrema importância nos resultados finais: o sistema de caracterização das fitas 2G e o sistema de medidas de forças. O sistema de caracterização das fitas 2G tem como objetivo levantar as propriedades elétricas deste material, para que estas possam ser modeladas e utilizadas nas simulações. O sistema de medidas de forças serve para que os resultados das simulações possam ser comparados com dados experimentais, validando as ferramentas estudadas. Neste capítulo, além das bancadas utilizadas, serão apresentadas as técnicas de preparo das amostras, os componentes dos MMS estudados e alguns resultados experimentais de grande importância para a compreensão do trabalho. Em seguida, será feita uma análise da viabilidade técnica e econômica da levitação supercondutora utilizando fitas 2G empilhadas de maneira passiva.

## 3.1 Sistema de Caracterização

A importância de se ter um bom sistema de caracterização das fitas 2G é devida à alta não linearidade deste material. Neste processo, existe uma série de cuidados que precisam ser tomados para se obter uma aferição correta. É importante ressaltar que ainda não existe nenhuma norma para padronizar os ensaios nas fitas 2G. Este tópico descreve o sistema de caracterização do LASUP em seu estado atual, assim como apresenta os resultados experimentais relevantes para este trabalho.

### 3.1.1 Comportamento Esperado

Antes de descrever qualquer aparato experimental ou metodologia aplicada, é preciso entender quais são as grandezas que necessitam ser aferidas e qual o compor-

tamento esperado ao longo dos ensaios. De maneira geral, é importante determinar a corrente crítica em diferentes temperaturas e para diferentes campos aplicados na amostra. Um dos modelos mais utilizados e que será explorado neste trabalho é conhecido como "Power Law". Neste modelo, o campo elétrico (E) na amostra é relacionado com J de acordo com a Equação 3.1,

$$\frac{E}{E_C} = \left(\frac{J}{J_C}\right)^n,\tag{3.1}$$

onde:

- $E_C$  é o campo elétrico crítico da amostra; normalmente, considera-se  $E_C = 1 \ \mu V/cm$ ;
- n é um parâmetro de ajuste do modelo e depende do ponto de operação, ou seja, n(T, B).

Quanto maior for o valor de n, mais rápida é a transição entre os estados normal e supercondutor. Desta forma, o levantamento da curva E - J é importante não apenas para que se possa determinar  $J_C$  (valor de J onde  $E_C = 1 \ \mu V/cm$ ), mas também n em torno de um ponto de operação. Na prática, como será melhor discutido ao longo do texto, os ensaios permitem determinar a curva V - I, onde:

- V é a diferença de potencial no trecho selecionado da amostra;
- *I* é a corrente que percorre a amostra.

O levantamento da curva V-I é feito através de medidas de quatro pontas. Sabese que  $V = E \cdot L^1$ , onde L é a distância entre os terminais de tensão da amostra. Além disso, para uma amostra de largura w e altura h, a corrente estará distribuída por uma área  $S = w \cdot h$ . Considerando uma distribuição de corrente homogênea, pode-se assumir uma proporcionalidade entre as curvas  $E - J \in V - I$ , de modo que os resultados experimentais permitem determinar os valores do parâmetro n e da corrente crítica da fita 2G nas condições de  $T \in B$  do ensaio. No entanto, na prática, não se pode garantir uma distribuição de corrente homogênea ao longo da amostra, ou seja, como  $J_C$  depende de B e de T, pode-se afirmar que até mesmo o campo produzido pela corrente que percorre a fita 2G (auto-campo) é capaz de criar uma distribuição de corrente não homogênea na amostra.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>A expressão mais correta seria  $V = -\int_{inicial}^{final} \vec{E} \cdot d\vec{L}$  [17]. No entanto, este trabalho considera que o comprimento da fita é muito maior do que as dimensões da seção transversal, de modo que os efeitos de borda podem ser desprezados, resultando em um E constante ao longo do comprimento da amostra. Nota-se que o sinal depende do sentido de integração, mas não será relevante neste trabalho.

Como foi apresentado no tópico 2.7, as fitas 2G apresentam um comportamento altamente não linear, onde  $J_C$  depende de T, B (ou H) e  $\theta$ . Esta dependência, por sua vez, varia de acordo com a composição do material e com a qualidade da amostra. Em outras palavras, não existe nenhum modelo capaz de prever o comportamento destes materiais com precisão, apenas aproximações em torno de algum ponto de operação. Neste trabalho, focado na aplicação de MMS, podese considerar T = 77 K, a temperatura do nitrogênio líquido, de modo que não será abordada nenhuma dependência de  $J_C$  com a temperatura. Na literatura, encontram-se alguns modelos que podem ser utilizados para representar a influência H em  $J_C$  [65]:

• O modelo de Kim:

$$J_C(H) = \frac{J_{C0}}{H_0 + H};$$
(3.2)

• O modelo linear:

$$J_{C}(H) = J_{C0} \left( 1 - \frac{H}{H_{0}} \right), \text{ se } H < H_{0};$$
  
$$J_{C}(H) = 0, \text{ se } H \ge H_{0};$$
  
(3.3)

• O modelo da lei de potência:

$$J_C(H) = k_1 H^{-q}; (3.4)$$

• O modelo exponencial:

$$J_C(H) = J_{C0} \exp\left(-\frac{H}{H_0}\right); \qquad (3.5)$$

onde  $J_{C0}$ ,  $H_0$ ,  $k_1 \in q$  são constantes positivas. Nos casos em que é necessário levar em conta a anisotropia do material, o campo magnético H é usualmente multiplicado por um fator de anisotropia ( $\epsilon$ ), sendo a constante  $\gamma$  mais um parâmetro de ajuste do modelo [66]:

$$\epsilon = \sqrt{\cos^2(\theta) + \gamma^{-2} \sin^2(\theta)}.$$
(3.6)

Na literatura encontram-se ainda outros modelos mais complexos [67–69]. Basicamente, dada a alta não linearidade das fitas 2G, o nível de complexidade do modelo pode ser tão grande quanto for necessário. Ainda assim, vale a pena ressaltar que o modelo de Bean [70], que desconsidera a dependência de  $J_c$  com H, ainda é muito utilizado [6, 7].

### 3.1.2 Descrição do Sistema

Ao longo deste trabalho foi construído um sistema de caracterização de fitas 2G para o LASUP. Desde que foi construído, muitos alunos deram sua contribuição na melhoria do software ou mesmo criando dispositivos para realizar medidas quando um B externo é aplicado na amostra. A Figura 3.1 mostra uma ilustração desta bancada experimental, onde se pode comentar:

- O eletromagneto funciona em conjunto com uma fonte de corrente e com o "chiller", que mantém o equipamento resfriado, ambos não representados na Figura 3.1. A fonte é responsável por aplicar a corrente necessária para produzir o campo magnético desejado.
- A amostra deve ser inserida entre as placas polares do eletromagneto, onde se pode controlar a intensidade de B aplicado na amostra. Além da intensidade, este sistema permite que a curva V I seja levantada com diferentes ângulos de incidência de campo. Para isso, um motor de passo permite que a amostra seja rotacionada com resolução natural de 1,8 graus. No entanto, o driver (modelo ST10-plus) que controla este motor permite que esta resolução seja aumentada algumas milhares de vezes.
- A amostra de fita 2G é resfriada por imersão em um reservatório de nitrogênio líquido (T = 77 K), também posicionado entre as placas polares do eletromagneto.
- Um sensor de efeito Hall foi posicionado perto da amostra, medindo o valor de B em tempo real. Este sensor foi calibrado para operar imerso em nitrogênio líquido. Sua leitura é feita por meio de uma placa de aquisição conectada ao computador. Na mesma placa está conectado o sensor de corrente, também de efeito Hall, responsável por medir a corrente na amostra.
- As medidas de 4 pontas consistem em aplicar pulsos de corrente o mais estreitos que se conseguir para evitar aquecimento da amostra e, em seguida, medir a tensão entre dois pontos da amostra com um nanovoltímetro. Os terminais de tensão devem estar devidamente afastados dos terminais de corrente. Neste tipo de medida, a resistência dos contatos de tensão não interfere nos resultados.
- O sistema é inteiramente controlado por um computador através de uma placa de aquisição, uma porta serial (RS232) e da interface GPIB.

Como dito anteriormente, não existe nenhuma norma para a caracterização de fitas 2G. Alguns dos procedimentos adotados neste trabalho foram baseados na



Figura 3.1: Ilustração do sistema de caracterização das fitas 2G do LASUP.

IEC61788-3, que estipula como deve ser feita a caracterização das fitas de primeira geração [71, 72]. De maneira geral, deve-se ter em mente que quanto maior o nível de corrente aplicado, menor deve ser a duração do pulso de corrente, evitando-se assim o aquecimento da amostra. O sistema de caracterização de fitas 2G do LASUP é capaz de aplicar pulsos de corrente com cerca de 50 ms. No entanto, quanto menor o intervalo do pulso, mas difícil de se ler a tensão na amostra. Isso ocorre, em primeiro lugar, porque são poucos instrumentos capazes de ler este nível de tensão (nV), sendo o nível de ruído um fator crítico. Mas, além disso, quanto menor o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) de aplicação do pulso de corrente , menor deve ser o tempo de integração do equipamento, o que acarreta leituras menos precisas. Por estes motivos, serão aplicados pulsos de corrente com duração de 200 ms, como o da Figura 3.2, e de 2 s.

Para a realização dos ensaios, a amostra de fita 2G precisa ser inserida em um suporte adequado. Por falta de uma documentação específica ou da existência de uma norma que defina como devem ser estes dispositivos, o LASUP, em parceria com o CEPEL, testou diversos tipos de suporte até chegar ao atual [71, 72], mostrado na Figura 3.3. Este suporte é feito de cobre, porém isolado eletricamente da fita 2G com uma fita de kapton com 25  $\mu m$  de espessura. Desta forma, consegue-se boa isolação elétrica e, ao mesmo tempo, uma boa âncora térmica para a amostra



Figura 3.2: Exemplo de pulso de corrente aplicado nas amostras de fita 2G com largura de 200 ms e amplitude de 200 A.

supercondutora. Dois furos nas barras de cobre servem de passagem para os fios dos terminais de tensão. O bom posicionamento dos terminais de tensão é fundamental para se evitar um termo DC devido ao efeito Hall.



Figura 3.3: Suporte para fita 2G utilizado durante os ensaios: (a) Ilustração da vista expandida e (b) Foto do suporte montado.

Outra observação importante a respeito dos suportes é que estes devem fornecer rigidez mecânica à amostra. Este cuidado se deve às contrações do sistema quando refrigerado, fazendo com que a fita 2G empene, podendo até mesmo ser danificada. Este efeito pode ser visto na Figura 3.4, que mostra um dos suportes iniciais que foram testados.



Figura 3.4: Foto de curvatura que a fita 2G sofreu ao ser resfriada em um dispositivo que não fornece rigidez mecânica à amostra.

Estes e outros cuidados tornam a tarefa de caracterizar a fita 2G não trivial. Mesmo assim, este sistema foi capaz de apresentar resultados interessantes que serão apresentados na próxima seção.

### 3.1.3 Resultados da caracterização elétrica das fitas 2G

Nesta seção, serão apresentados os resultados de alguns dos ensaios feitos com uma amostra de fita 2G modelo SCS4050 da SUPERPOWER, com 4 mm de largura e revestimento de cobre. A Figura 3.5.a, por exemplo, mostra a curva V - I quando diferentes intensidades de B incidem perpendicularmente ao plano de condução da fita e pulsos de corrente com duração de 200 ms são aplicados. Um resultado parecido é apresentado na Figura 3.5.b, porém, neste caso, os pulsos de corrente tiveram a duração de 2 s. Nota-se que o comportamento das curvas é aproximadamente exponencial, como previsto pela "Power Law". Em uma primeira análise, não se percebe a diferença entre os resultados com pulsos de 200 ms e 2 s. No entanto, como já foi mencionado, pulsos muito rápidos não dão tempo para que o integrador do nanovoltímetro faça uma aferição correta, o que pode explicar eventuais diferenças nos resultados obtidos com as duas larguras de pulso utilizadas durante os ensaios. A caracterização para a aplicação de MMS não necessita que sejam aplicadas intensidades de corrente muito maiores que  $I_C$ , de modo que é possível utilizar pulsos de 2 s. Outras aplicações, como limitadores de corrente resistivos, onde  $I \gg I_C$ , necessitam de uma caracterização mais completa e, portanto, devem utilizar pulsos de corrente com a menor duração possível.



Figura 3.5: Curvas V - I quando diferentes intensidades de B incidem perpendicularmente ao plano de condução da fita e são aplicados pulsos de corrente com duração de (a)200ms e (b)2000ms.

Após o levantamento da curva V - I, pode-se pensar no ajuste de curvas, onde o comportamento exponencial pode ser transformado em uma reta com o uso da função logaritmo (ln). Em geral, é preferível fazer o ajuste de uma reta e avaliar a qualidade da aproximação por meio da correlação linear dos pontos. A Figura 3.6 mostra o resultado do ajuste de uma das curvas da Figura 3.5.a. É importante mencionar que os ajustes de curva apresentados neste trabalho foram para o intervalo  $0,95 < I_C < 1,2$ , pois os pontos iniciais da curva apresentam muito ruído, o que prejudica a qualidade do ajuste.



Figura 3.6: Comparação da curva V - I levantada experimentalmente e do ajuste pela "Power Law".

A Figura 3.7 mostra uma comparação entre os ensaios com pulsos de 200 ms e

2 s sem nenhum campo externo aplicado. É importante observar que com pulsos de 200 ms a curva apresenta uma ligeira inclinação antes de atingir a corrente crítica e faz uma transição mais suave do que a curva com pulsos de 2 s. Esta diferença não afeta significativamente o valor estimado da corrente crítica, como veremos a seguir. Por outro lado, o expoente n varia consideravelmente com a largura de pulso aplicada, uma vez que é ele quem determina o quão abrupta é a transição entre os estados normal e supercondutor.



Figura 3.7: Curva V - I em ensaios com diferentes valores de  $\Delta t$ .

A Figura 3.8, permite que se observe o decaimento da corrente crítica com o aumento do campo externo aplicado perpendicularmente ao plano de condução de corrente. Nota-se um comportamento exponencial, como o sugerido pela Equação 3.5.



Figura 3.8: Comportamento de  $I_C$  com o aumento do campo externo aplicado perpendicularmente ao plano de condução de corrente.

Analogamente à análise do decaimento da corrente com o aumento do campo externo, pode-se também observar o comportamento do expoente n obtido pelo ajuste da curva V - I com o modelo proposto pela "Power Law". A Figura 3.9 mostra que, neste caso, a largura dos pulsos de corrente é mais crítica. Acredita-se

que estas variações são devidas às limitações do integrador do nanovoltímetro, e não à mudança de temperatura na amostra, que tende a aquecer mais quando pulsos de corrente de maior duração são aplicados. Se o aquecimento fosse excessivo, era de se esperar que a inclinação inicial observada na Figura 3.7 para  $\Delta t = 200 ms$ , caracterizando a mudança de fase do estado supercondutor para o normal, ocorre-se no ensaio com maior  $\Delta t$ . Sendo assim, acredita-se que as medidas com  $\Delta t = 2 s$ sejam mais corretas.



Figura 3.9: Comportamento do expoente n com o aumento do campo externo aplicado perpendicularmente ao plano de condução de corrente.

A dependência de  $n \operatorname{com} B$  e com T é pouco abordada na literatura. A maior parte dos trabalhos de simulação considera n constante, principalmente quando se lida com um supercondutor maciço. Para as fitas 2G, [67] apresentou um modelo de ajuste, sem significado físico, relacionando  $n \operatorname{com} F_P$ . Neste trabalho, quando for necessário e com base nos resultados da Figura 3.9, será adotada uma dependência de  $n \operatorname{com} B$  do tipo exponencial.

A Tabela 3.1 apresenta um resumo dos ajustes feitos com os dados dos ensaios apresentados na Figura 3.5. Nota-se, que todos os ajustes de curvas obtiveram boa correlação linear, ou seja, ajustaram-se satisfatoriamente bem ao modelo proposto pela "Power Law".

Quando uma corrente contínua (CC) é aplicada à fita 2G, após o regime transitório, a distribuição de J na seção transversal do material não é homogênea devido ao B produzido pela própria fita, conhecido como auto-campo. Desta forma, não existe relação direta entre as curvas V - I e E - J, sendo que a segunda é a que deve ser inserida nos modelos computacionais. Na literatura encontram-se métodos numéricos para obtenção de E(J) a partir de dados experimentais [66]. Neste ponto, é interessante observar que os modelos e ajustes sugeridos por diversos trabalhos [66– 69] foram testados com os métodos de simulação propostos neste trabalho, mas os resultados obtidos para este ajuste não apresentaram boa concordância com os dados

B(mT)	$\Delta t\left(s ight)$	$I_C(A)$	n	Correlação Linear
0	$_{0,2}$	127,2	$18,\! 6$	99,92%
0	2	128,0	22,2	$99{,}80\%$
25	$_{0,2}$	123,7	18,9	$99,\!88\%$
25	2	$124,\!4$	$22,\!0$	$99{,}88\%$
50	$_{0,2}$	111,2	$17,\!3$	$99,\!89\%$
50	2	$113,\!5$	$19,\!8$	$99,\!92\%$
75	$_{0,2}$	101,8	$16,\!5$	99,90%
75	2	103,4	$18,\!8$	$99{,}96\%$
100	$_{0,2}$	94,2	16,1	$99{,}94\%$
100	2	95,3	$17,\!9$	$99{,}95\%$
200	$_{0,2}$	$77,\!6$	$15,\!6$	99,79%
200	2	77,5	16,7	$99{,}89\%$
400	$^{0,2}$	63,1	$16,\!8$	99,78%
400	2	63,1	16,1	$99,\!80\%$

Tabela 3.1: Resumo dos ajustes feitos com os dados dos ensaios apresentados na Figura 3.5.

experimentais. Em parte, esta não concordância pode ser atribuída às características das amostras, que podem ter sido otimizadas para pontos de operação diferentes. Ao mesmo tempo, existem algumas peculiaridades das técnicas de simulação estudadas neste trabalho que podem exigir alterações nos modelos que descrevem o comportamento das fitas 2G, como será melhor discutido ao longo do texto.

# 3.2 Componentes dos Mancais Magnéticos Construídos

Como foi mencionado na seção 2.8.3, os componentes básicos dos MMS são supercondutores e fontes de campo magnético, geralmente ímãs. Neste tópico, serão apresentadas as características de todos os componentes utilizados nos diversos MMS construídos e testados ao longo deste trabalho.

### 3.2.1 Fontes de Campo Magnético

Fontes de campo magnético podem ser ímãs ou enrolamentos de campo. A utilização de ímãs é vantajosa por ser passiva, porém, enrolamentos de campo permitem o controle de H. Apresenta-se, a seguir, as configurações de ímãs que foram utilizadas.

### Ímã em forma de cilindro

Consiste em um ímã cilíndrico de neodímio-ferro-boro (Nd-Fe-B) com 20 mm de altura e diâmetro de 75 mm. A força coercitiva e a densidade de fluxo magnético remanente deste ímã são de aproximadamente 998 kA/m e 1,198 T [60], respectivamente.

### Ímã em forma de paralelepípedo

Consiste em um ímã de Nd-Fe-B em formato de paralelepípedo com 50 mm de largura, 50 mm de altura e profundidade de 100 mm. Este componente foi inserido nas simulações considerando uma força coercitiva de 780 kA/m e permeabilidade magnética igual à do vácuo.

#### Trilho do MagLev Cobra

O trilho do MagLev Cobra é uma fonte de campo composta pela combinação de barras de ferro com ímãs de Nd-Fe-B, cujas propriedades são as mesmas das do ímã em forma de paralelepípedo. A Figura 3.10 ilustra este dispositivo, assim como indica dois eixos de coordenadas, CS1 e CS2, onde a amostra supercondutora pode ser posicionada durante os ensaios. Por se tratar de um trilho, os efeitos de borda podem ser desprezados e, consequentemente, as variações de H na direção z. Desta forma, se este dispositivo for um dos componentes de um MMS, o HTS pode se mover no sentido do trilho sem que exista nenhuma força restauradora. O mesmo não ocorre se o movimento for nas direções x e/ou y ( $F_R \neq 0$ ).



Figura 3.10: Ilustração do trilho do MagLev Cobra com a representação de dois eixos de coordenadas (CS1 e CS2) onde a amostra supercondutora pode ser posicionada.

Existem muitas combinações de ímãs e materiais ferromagnéticos que poderiam ser utilizadas em um MMS. A configuração adotada pelo LASUP é fruto do estudo técnico-econômico apresentado em [73], onde se objetiva estabelecer uma relação de custo-benefício de diferentes topologias concentradoras de fluxo. Do ponto de vista técnico, os componentes do trilho devem direcionar as linhas de fluxo do circuito magnético para regiões de interesse prático. A Figura 3.11 mostra a distribuição espacial das linhas de fluxo do trilho do MagLev Cobra.



Figura 3.11: Linhas de fluxo do trilho do MagLev Cobra.

Se a levitação supercondutora for encarada de maneira macroscópica, as forças restauradoras nas direções x e y em um elemento diferencial de corrente  $(dF_x e dF_y)$ são resultados diretos da interação entre B e J induzido durante a movimentação do HTS. Em outras palavras, de acordo com a Equação 2.6:

$$dF_x = l B_y J_z dS;$$
  

$$dF_y = l B_x J_z dS;$$
(3.7)

onde:

- $B_x$  é a componente de B na direção x;
- $B_y$  é a componente de B na direção y;
- $J_z$  é a componente de J na direção z.

Nota-se que, para que um MMS seja estável, é necessário que se tenha B nas direções x e y. O trilho do MagLev Cobra cumpre esta função, como se pode ver na Figura 3.12, onde valores de  $B_x e B_y$  foram calculados em diferentes alturas com a ajuda do programa Ansoft Maxwell, que utiliza o MEF. Neste trilho, o campo magnético em cima da região do ferro é predominantemente na direção vertical (y), enquanto que o campo magnético em cima da região dos ímãs é predominantemente na direção horizontal (x).



Figura 3.12: Densidades de fluxo magnético nas direções (a) x e (b) y no trilho do MagLev Cobra em diferentes alturas.

### 3.2.2 Amostras Supercondutoras

As amostras HTS em um MMS podem ser de diversos tipos. Neste trabalho, foram utilizados supercondutores maciços e amostras confeccionadas com fitas 2G em diferentes configurações.

### Bloco maciço (Bulk)

A primeira amostra apresentada consiste em um bloco maciço de YBCO com três sementes, fabricado pela empresa alemã ATZ [16] e mostrado na Figura 3.13. Neste trabalho, esta amostra será chamada de Bulk.



Figura 3.13: Bloco supercondutor maciço: (a) Foto e (b) Ilustração.

#### Bloco 2G

A prova de conceito, previamente apresentada na Figura 2.19, de que as fitas 2G podem ser usadas em MMS passivos deu origem a novas pesquisas nesta área [8, 74, 75]. Inicialmente, verificou-se uma deterioração muito rápida das propriedades dos segmentos de fitas 2G empilhados. Para proteger as fitas dos esforços mecânicos presentes na aplicação de mancais magnéticos e, assim, evitar a deterioração do material, optou-se por impregnar as amostras construídas com resina de baixa temperatura. Como resultado, a Figura 3.14 apresenta a amostra supercondutora chamada de Bloco 2G, construída com 531 segmentos de fitas 2G de 12 mm de largura empilhados, distribuídos em 3 colunas. Informações adicionais sobre este dispositivo estão apresentadas na Tabela 3.2. Para efeitos de comparação, o Bloco 2G foi construído com dimensões semelhantes às do bloco maciço.





(b)



(c)

Figura 3.14: Bloco 2G: (a) Foto durante a fabricação (antes de resinar), (b) Foto do resultado final (após resinado) e (c) Ilustração.

Tabela 3.2: Informações do Bloco 2G			
Modelo da resina	Stycast 2850ft Blue		
Fabricante da fita 2G	SuperPower		
Modelo da fita 2G	SF12050		
Largura da fita 2G	12 mm		
$I_c$ mínimo da fita 2G	276 A		
Número de colunas	3		
Número de segmentos de fita 2G	531 (176 + 179 + 176)		

### Placa 2G SP

Uma das maiores dificuldades ao se simular o comportamento de um pilha de fitas 2G é o tempo computacional. Com o objetivo de realizar simulações mais rápidas e comparar os resultados com dados experimentais, foi construída uma amostra supercondutora similar ao Bloco 2G, porém com apenas 30 segmentos de fita distribuídos igualmente em três colunas. Esta amostra recebeu o nome de Placa 2G SP, sendo o índice SP referente ao fabricante da fita (modelo SCS4050 da SuperPower), e as etapas de seu processo construtivo estão apresentadas na Figura 3.15. Basicamente, três cavidades foram usinadas em uma placa de G10 para colocação das fitas 2G. Em seguida, para aumentar a proteção mecânica, um tampão de G10 foi posicionado em cima das fitas. Finalmente, o conjunto foi impregnado com a mesma resina utilizada na confecção do bloco 2G.



Figura 3.15: Etapas do processo construtivo da Placa 2G: (a) Placa de G10 com cavidades para colocação dos segmentos de fita 2G, (b) Fitas 2G posicionadas, (c) Tampa de G10 protegendo as fitas e (d) Conjunto resinado.

#### Placa 2G SUNAM

A empresa coreana SUNAM, fabricante de fitas 2G, se interessou pela aplicação de MMS passivos construídos com fitas e doou ao LASUP uma amostra de 6 m de sua fita 2G com 12 mm de largura, cujo modelo HAN12600 foi considerado o mais apropriado para a aplicação. Com este material, foi construída uma amostra supercondutora que recebeu o nome de Placa 2G SUNAM. A única diferença entre esta amostra e a Placa 2G SP é o modelo de fita 2G utilizado.

#### Laço 2G

Baseado em [76] e [77], o pesquisador americano George Levin sugeriu que o LASUP, com sua experiência em MMS, verificasse a possibilidade de utilizar laços de corrente persistentes construídos com fitas 2G nesta aplicação. Neste contexto, André Ramos de Castro, na época aluno de graduação do curso de engenharia elétrica da UFRJ, e autor do trabalho [78], construíram a amostra apresentada na Figura 3.16, chamada de Laço 2G. Este dispositivo é constituído por 100 segmentos de fita 2G (modelo SF12050 da SuperPower) com 120 mm de comprimento. Em cada um destes segmentos, foi feito um corte de 100 mm para, posteriormente, serem empilhados e abertos formando uma laço supercondutor por onde se pode ter correntes persistentes. Finalmente, o conjunto foi massificado com a resina EP29LPSPAO do fabricante Master Bond.



Figura 3.16: Laço 2G: Fitas 2G cortadas e empilhadas formando laços de correntes persistentes (figura extraída de [78]).

## 3.3 Sistema de Medidas de Forças

O sistema de medidas de forças do LASUP foi desenvolvido em [6] e aprimorado ao longo dos anos. Sua função é levantar o comportamento das forças que aparecem em um MMS quando os componentes deste mancal são submetidos a movimentos relativos de diferentes tipos (vertical, lateral, com ZFC, com FC em diversas posições...). Este sistema foi utilizado para coletar dados experimentais que motivaram o estudo das diversas técnicas de simulação presentes neste trabalho, assim como por coletar os dados utilizados para validar estas técnicas.

### 3.3.1 Descrição do Sistema

O sistema de medidas de forças do LASUP está ilustrado na Figura 3.17, onde está destacada sua capacidade de se movimentar verticalmente e horizontalmente. As partes móveis do sistema são acionadas por motores de passo, girando os fusos e, conseqüentemente, fazendo com que as guias lineares deslizem sobre os trilhos. O movimento vertical faz com que a célula de carga se movimente na direção y, enquanto o movimento horizontal faz com que a base se movimente na direção x.

Durante os ensaios, os dois componentes básicos do MMS (HTS e ímãs) devem ser fixados ou na base do sistema ou na célula de carga, para que se possa medir as forças que surgem entre eles quando a distância relativa entre os mesmos é variada. A célula de carga utilizada é modelo Delta SI660-60 do fabricante ATI<sup>2</sup> e possui seis graus de liberdade, ou seja, é capaz de medir força em três direções e torque em três direções. As medidas de força realizadas chegam à um computador através de uma placa de aquisição, que recebe os sinais da célula de carga devidamente condicionados, como indicado no fluxograma da Figura 3.18. Nota-se também, que o controle dos motores de passo se dá por meio de um driver, modelo ST10-PLUS, que recebe instruções do computador por meio de uma porta de comunicação serial.

Originalmente [6], o sistema foi projetado para realizar movimentos discretos, onde os passos eram usualmente de 1 mm, com um intervalo de 1 s entre eles para a aquisição de dados (medidas de forças). Com isso, pretendia-se caracterizar o MMS após o regime transitório, uma vez que o método de simulação utilizado pelo LASUP na época era baseado no modelo de estado crítico e, portanto, apresentava apenas soluções de regime permanente. No entanto, de acordo com o que foi mencionado no capítulo 1, as técnicas de simulação que serão apresentadas neste trabalho funcionam em regime transitório. Desta forma, o sistema foi alterado para que a movimentação ocorresse com uma velocidade fixa de v = 0, 5 mm/s. Neste capítulo, serão apresentados resultados com os dois tipos de movimentação.

 $<sup>^{2}</sup>$ Nos ensaios mais antigos, utilizou-se a célula de carga modelo SV50 da ALFA Instrumentos, com capacidade de medir força de tração e compressão em apenas uma direção.


Figura 3.17: Sistema de medidas de forças: (a) Ilustração e (b) Foto.

A escolha de v = 0, 5 mm/s, ao invés de um valor maior, foi baseada no ruído presente no sinal da célula de carga devido às vibrações mecânicas quando o sistema está em movimento. Basicamente, foram executados testes com diferentes velocidades até que o nível de ruído fosse considerado aceitável. Para filtrar ainda mais este ruído, os dados medidos foram aquisitados pela placa de aquisição a uma taxa de 10 kHz e, em seguida, foi feita uma média com cada 1000 leituras. A título de exemplo, a Figura 3.19 apresenta o ruído na força de levitação  $(F_y)$  ao se movimentar a célula de carga em relação à base entre as respectivas distâncias: 100  $mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm$ . Nota-se, no sinal sem filtro, que picos de força surgiram nos períodos de maior transitório mecânico (aceleração, inversão de sentido, desaceleração). Além disso, verifica-se que a inversão de sentido deslocou a leitura da célula de carga. Os resultados com filtro, por outro lado, mostram que é possível tratar estes dados de modo a reduzir sua dispersão.

Como existe repetibilidade no resultado apresentado na Figura 3.19, os ensaios com velocidade constante são executados duas vezes, sendo a primeira sem refrigerar o HTS, uma situação em que as forças de interação entre ímã e supercondutor devem



Figura 3.18: Fluxograma do sistema de medidas de forças.



Figura 3.19: Ruído na força de levitação medida ao se movimentar a célula de carga em relação à base entre as respectivas distâncias: 100  $mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm$ .

ser nulas. A leitura deste ensaio deve ser descontada da leitura do ensaio com HTS refrigerado, de modo a minimizar a influência da movimentação nos resultados.

### 3.3.2 Resultados das medidas de força

O LASUP testou diferentes topologias de MMS utilizando fitas 2G de maneira passiva. Este tópico apresenta os resultados obtidos em alguns destes ensaios que servirão de base para a análise da viabilidade técnica desta aplicação e, conseqüentemente, para o entendimento da importância de se estudar diferentes métodos de simulação. Para efeito de validação das ferramentas de simulação, alguns resultados experimentais obtidos com este sistema somente serão apresentados nos próximos capítulos.

# Comparação entre o Bulk e o Bloco 2G utilizando o ímã em forma de cilindro

Nestes ensaios, os desempenhos do Bulk e do Bloco 2G em um MMS utilizando o ímã em forma de cilindro foram comparados [8]. A Figura 3.20 mostra a bancada experimental, onde se pode observar o HTS dentro de um recipiente que deve ser abastecido com nitrogênio líquido e o encapsulamento de alumínio onde o ímã cilíndrico está inserido. A movimentação da amostra foi executada na direção do eixo y com passos de 1 mm e pausas de 1 s para aquisição de dados.



Figura 3.20: Bancada experimental para comparação do desempenho do Bulk com o Bloco 2G utilizando o ímã em forma de cilindro: (a) ilustração e (b) foto.

O primeiro ensaio executado foi do tipo ZFC, onde se considerou desprezível o valor de B à uma distância inicial de 100 mm. A Figura 3.21 apresenta a força de levitação nas diferentes distâncias relativas entre HTS e ímã. É importante observar que, durante a movimentação, a amostra supercondutora aprisiona uma parcela do campo magnético do ímã, de modo que o HTS se encontra em pontos de operação diferentes nos movimentos de aproximação (Caminho 1) e afastamento (Caminho 2), resultando no comportamento histerético de  $F_y$  observado na Figura 3.21. Nota-se também, que a força de levitação obtida com o Bulk foi quase duas vezes maior que a obtida com o Bloco 2G. Este resultado não é ruim ao se levar em conta a quantidade de material supercondutor nas amostras, pois o volume de (Re)BCO no Bloco 2G apresenta também um laço de histerese mais aberto.

O fenômeno da histerese também pode ser observado na Figura 3.22, que apresenta  $F_y$  com as amostras refrigeradas na presença de campo (FC) a uma distância de 30 mm do ímã. Percebe-se que houve aprisionamento de fluxo durante o Caminho 1, pois os valores de  $F_y$  ao longo desta movimentação não coincidem com os registrados no Caminho 2. Por outro lado, os valores de  $F_y$  no Caminho 3 foram



Figura 3.21: Força de levitação  $(F_y)$  em ensaios com ZFC a uma distância inicial de 100 mm: (a) Bulk e (b) Bloco 2G.

similares aos do Caminho 1, sugerindo que as amostras chegaram na distância de  $30 \ mm$  com uma configuração de campo parecida com a do resfriamento.



Figura 3.22: Força de levitação  $(F_y)$  em ensaios com FC a uma distância inicial de 30 mm: (a) Bulk e (b) Bloco 2G.

Os resultados do segundo ensaio de FC estão apresentados na Figura 3.23, onde é importante ressaltar que  $F_y$  na distância inicial foi diferente nos caminhos 1 e 3. Isso ocorre porque o HTS armazena a configuração de *B* durante o resfriamento e, assim, não existe *J* induzido e  $F_y = 0$  neste instante. A configuração de *B* aprisionado se altera durante a movimentação, de modo que, quando o HTS retorna à posição inicial durante o Caminho 3, existe um *J* induzido que resulta em  $F_y \neq 0$ .

O último ensaio de FC foi realizado para uma distância inicial de 10 mm. O efeito da histerese foi bem evidente neste teste, como se pode ver na Figura 3.24. É interessante observar que, entre as distâncias de 10 mm e 5 mm, os resultados nos caminhos 1 e 2 são basicamente os mesmos. Isto indica que, nesta faixa de operação, o aprisionamento de fluxo foi forte o bastante para evitar mudanças significativas



Figura 3.23: Força de levitação  $(F_y)$  em ensaios com FC a uma distância inicial de 20 mm: (a) Bulk e (b) Bloco 2G.

no fluxo aprisionado.



Figura 3.24: Força de levitação  $(F_y)$  em ensaios com FC a uma distância inicial de 10 mm: (a) Bulk e (b) Bloco 2G.

De maneira geral, os ensaios de ZFC e FC provaram que a força de levitação é menor à medida que a distância inicial entre supercondutor e ímã também é menor. Além disso, como o Bloco 2G apresentou comportamento mais histerético que o Bulk, foi executado um ensaio para comparar o decaimento da força nas amostras ao longo do tempo, sendo os resultados mostrados na Figura 3.25. Nota-se que o Bulk e o Bloco 2G apresentaram um comportamento de relaxação muito semelhante.

Esta primeira comparação entre o Bulk e o Bloco 2G foi interessante por mostrar que estas amostras apresentam respostas semelhantes nas condições em que foram testadas. No entanto, esta topologia de MMS não é favorável para analisar a influência do comportamento altamente anisotrópico das fitas 2G nesta aplicação. Além disso, em termos de simulação, o ímã em forma de cilindro possui uma geometria onde é indicada uma modelagem com simetria axial (axissimétrica), enquanto os



Figura 3.25: Decaimento de  $F_y$  com o tempo após aproximação da distância inicial de 100 mm para a final de 5 mm a uma velocidade constante de 6 mm/s.

blocos supercondutores poderiam ser representados de maneira simplificada por uma modelagem bidimensional (2D), ignorando os efeitos de borda. Em outras palavras, este MMS exige uma modelagem tridimensional (3D), o que aumenta consideravelmente a complexidade das simulações.

### Comparação entre o Bulk e o Bloco 2G utilizando o Trilho do MagLev Cobra

O objetivo de comparar o desempenho do Bulk com o do Bloco 2G em um MMS utilizando os trilhos do MagLev Cobra é aproveitar a distribuição de *B* inomogênea do trilho e, assim, verificar como as amostras se comportam quando seu movimento ocorre em regiões de campos predominantemente verticais ou horizontais. A seguir, são apresentadas algumas informações sobre os ensaios:

- Os movimentos foram realizados de maneira discreta, com passos de 1 mm e pausas de 1 s para aquisição de dados.
- Além de movimentos verticais, realizaram-se deslocamentos laterais, a partir dos quais foram analizadas as forças restauradoras na direção horizontal [74] e o decaimento da força de levitação [75].
- As amostras foram posicionadas em relação aos eixos de coordenadas CS1 e CS2, definidos na Figura 3.10, de modo que a posição do HTS no eixo y corresponde à distância vertical entre o trilho e o supercondutor. Analogamente, a posição nos eixos x<sub>1</sub> e x<sub>2</sub> correspondem, respectivamente, ao deslocamento lateral do supercondutor em relação ao CS1 e ao CS2.

• Devido ao peso do trilho, este foi posicionado sobre a base do sistema de medidas de forças. Desta forma, o HTS deve ser fixado em um recipiente que, por sua vez, deve estar acoplado com a célula de carga, como indicado na Figura 3.26.a. Este reservatório possui uma tampa onde a amostra HTS deve ser fixada (Figura 3.26.b). Uma vez colocada a tampa, uma abertura retangular nesta peça (Figura 3.26.c) garante que a evaporação do nitrogênio não incida sobre a célula de carga, o que pode alterar a sensibilidade do equipamento. Como será mostrado, a perda de peso devido à evaporação do nitrogênio líquido também pode interferir nos resultados.





Figura 3.26: Bancada experimental para comparação do desempenho do Bulk com o Bloco 2G utilizando o Trilho do MagLev Cobra: (a) visão geral (figura extraída de [78]), (b) reservatório de nitrogênio líquido aberto e (c) reservatório de nitrogênio líquido fechado.

Inicialmente, foi realizado um teste do tipo ZFC com as amostras posicionadas em relação aos eixos de coordenadas CS1 e CS2. Os resultados estão apresentados na Figura 3.27, onde o máximo valor de  $F_y$  registrado para o Bloco 2G no CS1 correspondeu a aproximadamente 44 % do obtido com o Bulk. Ao mesmo tempo, a força de levitação do Bulk apresentou uma redução considerável quando a amostra foi posicionada no CS2. No entanto, os resultados mais surpreendentes são referentes ao Bloco 2G posicionado no CS2, que por uma questão de visualização, foram plotados separadamente. Neste caso, o comportamento de  $F_y$  merece alguns comentários:



Figura 3.27: Ensaio de ZFC à 100 mm de distância entre o trilho do MagLev Cobra e as amostras.

- No CS2, a força de levitação medida com o Bloco 2G foi pelo menos 10 vezes menor do que a do Bulk. Um boa explicação está no fato de que, nesta posição, as linhas de fluxos do trilho são predominantemente paralelas ao plano de condução de corrente das fitas 2G;
- Como a ordem de grandeza das medidas foi de alguns newtons, a evaporação do nitrogênio líquido resultou em distorções não desprezíveis nos resultados. Este fato pode ser evidenciado pelo valor não nulo da força de levitação no instante final do ensaio.

 Entre as distâncias de 5 mm a aproximadamente 10 mm, a força de levitação diminuiu mesmo com a aproximação do Bloco 2G ao trilho. Esse tipo de operação não é desejado em um MMS, o que reforça a necessidade de se otimizar estes dispositivos.

A Figura 3.28 mostra os resultados de um ensaio de FC onde a amostra se moveu percorrendo as seguintes distâncias do trilho:  $20 mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm \downarrow 5 mm$ . Novamente, o Bloco 2G apresentou baixa força de levitação quando posicionado no CS2.



Figura 3.28: Ensaio de FC à 20 mm de distância entre o trilho do MagLev Cobra e as amostras.

A seguir, serão avaliados os comportamentos de  $F_y$  e da força na direção x, também chamada de força lateral  $(F_x)$ , quando são executados deslocamentos laterais entre os componentes do MMS. A movimentação foi realizada em duas etapas:

- 1. Primeiramente, com a amostra centralizada com o respectivo sistema de coordenadas (x = 0), foi realizado um movimento de aproximação vertical da posição inicial, y = 100 mm (ZFC) ou y = 20 mm (FC), para a posição final onde y = 5 mm.
- 2. Em seguida, foram executados movimentos laterais deslocando o HTS para as seguintes posições no eixo  $x: 0 \ mm \rightarrow 10 \ mm \leftarrow -10 \ mm \rightarrow 0 \ mm$ .

Os primeiros resultados analisando a força lateral estão apresentados na Figura 3.29. Do ponto de vista do CS1, o campo magnético não é simétrico, resultando em uma força de estabilidade lateral também assimétrica. Desta forma, o comportamento de  $F_x$  será diferente dependendo do lado em que o HTS se deslocar primeiro. Nota-se também, que esta assimetria faz com que surja uma força lateral durante a aproximação vertical. Por outro lado, no CS2, onde o campo magnético é simétrico, o valor de  $F_x$  é zero no início do movimento lateral.



Figura 3.29: Força lateral pelo deslocamento lateralmente, após aproximação vertical de y = 100 mm (ZFC) à y = 5 mm: (a) CS1 e (b) CS2.

E também importante observar que, em um MMS, tanto o Bulk como o Bloco 2G devem apresentar forças se opondo ao deslocamento. No entanto, quando graficamente  $F_x$  está no primeiro ou no quarto quadrante, a força restauradora empurra a amostra para longe do sistema de coordenadas. De fato, o deslocamento lateral cria novas regiões de estabilidade, localizados nos pontos onde  $F_x = 0$ . Nestes aspectos, o CS2 se mostrou muito mais apropriado para a aplicação de MMS do que o CS1.

Um novo conjunto de medidas de força lateral está apresentado na Figura 3.30, porém, neste caso as amostras foram refrigeradas à uma distância vertical de 20 mm do trilho.



Figura 3.30: Força lateral pelo deslocamento lateralmente, após aproximação vertical de y = 20 mm (FC) à y = 5 mm: (a) CS1 e (b) CS2.

Como foi mencionado na seção 2.8.3, na aplicação de MMS, a maior força de levitação ocorre no ZFC porém, a melhor estabilidade lateral deve ocorrer nos ensaios de FC. Comparando as Figuras 3.29.a e 3.30.a, nota-se que o fluxo aprisionado no FC muda consideravelmente o comportamento de  $F_x$ , que chega a atingir o segundo quadrante, onde existe estabilidade. Ao mesmo tempo, quando as amostras foram posicionadas no CS2, o ensaio de FC apresentou estabilidade lateral maior que o ensaio de ZFC.

Da mesma forma que a força lateral varia durante o movimento vertical, se o campo magnético não for simétrico, a força de levitação em um MMS também varia durante o movimento lateral, como se pode ver na Figura 3.31.

De maneira geral, o Bloco 2G apresentou um decaimento percentual da força de levitação maior do que o do Bulk, o que pode ser explicado pelo volume menor de material supercondutor. No entanto, o comportamento deste decaimento se mostrou similar, exceto quando o Bloco 2G foi posicionado no CS2, onde a força de levitação após a aproximação é muito baixa. É interessante observar que, no CS2, o Bloco 2G apresenta  $F_y \neq 0$  durante o movimento lateral, pois, ao longo do movimento, as linhas de fluxo deixam de ser paralelas ao plano de condução de corrente da fita. Finalmente, a distância em que as amostras foram refrigeradas parecem não ter influenciado significativamente o comportamento do decaimento de  $F_y$ .

Os ensaios apresentados nesta seção mostraram que os MMS utilizando fitas 2G de maneira passiva exigem uma consideração a mais: a alta anisotropia do material. Em outras palavras, uma mesma amostra pode apresentar resultados com comportamentos completamente diferentes dependendo se o mancal estiver favorecendo ou não as propriedades da fita 2G.

### Comparação entre o Bloco 2G e o Laço 2G utilizando o Trilho do MagLev Cobra

O estudo do Laço 2G foi apresentado em [78] e, apesar de não ser o enfoque deste trabalho, permite algumas observações importantes a respeito da viabilidade técnica e econômica do uso de fitas 2G de maneira passiva na aplicação de MMS. A título de exemplo, a Figura 3.32 apresenta os resultados de um ensaio de ZFC com as amostras posicionadas no CS1 e movendo-se de maneira discreta (passos de 1 mm e pausas de 1 s para aquisição). Nota-se que, o Laço 2G atingiu um valor máximo de  $F_y$  correspondente a aproximadamente 2/3 do obtido com o Bloco 2G, porém utilizando apenas 1/3 da quantidade de fita 2G. Isso ocorre, basicamente, porque o enlace de fluxo do Bloco 2G é menor do que o do Laço 2G.

É também importante observar que, a partir de um determinado ponto, ocorreu uma mudança no comportamento da força de levitação à medida que o Laço 2G foi se aproximando do trilho. Antes deste ponto, a força medida com Laço 2G foi maior



Figura 3.31: Decaimento de  $F_y$  durante o movimento lateral em diferentes condições.

do que com o Bloco 2G. No entanto, o motivo deste aumento de  $F_y$  ter deixado de ser exponencial para ser linear é algo desconhecido, mostrando o quanto estes



Figura 3.32: Comparação entre as forças de levitação do Bloco 2G e do Laço 2G, com as amostras posicionadas sobre o CS1 e movendo-se entre as respectivas distâncias no eixo y: 100  $mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm$ .

estudos ainda podem evoluir.

### Comparação entre a Placa 2G SP e a Placa 2G SUNAM utilizando o ímã em forma de paralelepípedo

Com intuito de reduzir o tempo computacional das simulações que serão apresentadas futuramente neste trabalho, a Placa 2G SP foi construída com 30 segmentos de fita 2G, uma vez que o Bloco 2G possui 531 segmentos. Ao mesmo tempo, este MMS utilizou o ímã em forma de paralelepípedo, uma vez que este também pode ser representado por um modelo 2D. Além disso, esta configuração de MMS não possui componentes ferromagnéticos, com características não lineares, permitindo que o campo magnético do ímã seja calculado analiticamente. Estas facilidades fizeram deste mancal o escolhido para validar as técnicas de simulação estudadas no próximo capítulo. Sendo assim, os resultados experimentais desta topologia não serão apresentados nesta seção.

Uma comparação entre as forças de levitação medidas com a Placa 2G SP e a Placa 2G SUNAM é apresentada na Figura 3.33. Neste ensaio de ZFC, a movimentação ocorreu à v = 0,5 mm/s. Nitidamente, a fita da SUNAM atingiu um patamar maior de força de levitação, podendo ser considerada mais apropriada para esta aplicação. Existem ainda outros fabricantes de fita 2G, sendo o processo de escolha do modelo mais indicado uma etapa importante no desenvolvimento desta tecnologia.



Figura 3.33: Comparação entre as forças de levitação da Placa 2G SP e da Placa 2G SUNAM, com as amostras posicionadas sobre o ímã em forma de paralelepípedo e movendo-se entre as respectivas distâncias no eixo y: 100  $mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm$ .

## 3.4 Viabilidade Técnica e Econômica da Levitação Supercondutora Utilizando Fitas 2G de Maneira Passiva

Inicialmente, a idéia de substituir os supercondutores maciços por fitas 2G empilhadas tinha como objetivo contornar algumas dificuldades existentes quando se trabalha com os *bulks*, entre as quais destacam-se o processo de fabricação semi artesanal, a baixa homogeneidade das amostras e a rápida deterioração em ambientes úmidos. As fitas 2G, por outro lado, são fabricadas em escala industrial, onde se consegue garantir um bom padrão de qualidade. Além disso, o material supercondutor está protegido do ambiente externo por uma camada de prata com apenas 2  $\mu m$  de espessura.

Neste trabalho, a comparação entre duas amostras supercondutoras com dimensões aproximadamente iguais (Bulk e Bloco 2G) mostrou que as fitas 2G podem ser usadas na aplicação de MMS de maneira passiva. No entanto, em uma primeira análise do ponto de vista da viabilidade técnica e econômica, o Bloco 2G apresentou algumas desvantagens:

- O patamar de forças de levitação e lateral obtidas com o Bloco 2G foi sempre menor do que o atingido com o Bulk.
- Enquando um Bulk da ATZ custa cerca de US\$ 400,00, o Bloco 2G teve um custo total de aproximadamente US\$ 3600,00, considerando a fita 2G da SP a um custo de 100 US\$/m.

• Em função da alta anisotropia das fitas 2G, o Bloco 2G é mais sensível às condições de campo magnético externo.

Apesar destas observações, comparar o custo de um MMS utilizando *bulks* e fitas 2G é uma tarefa que exige alguns cuidados. Primeiramente, no alto custo das fitas 2G estão embutidos os gastos com pesquisa e desenvolvimento desta tecnologia e, portanto, não refletem o custo real da produção destes materiais. Além disso, estes supercondutores apresentaram grandes avanços nos últimos anos, o que se reflete numa melhora de desempenho em qualquer aplicação. Em [79], a SuperPower estimou que o custo por ampacidade de uma fita com 4 mm de largura, operando em  $T = 30 \ K \ e \ B = 2, 5 \ T$ , deve cair 45 % nos próximos dois anos. Ao mesmo tempo, os *bulks* já são uma tecnologia consolidada, sem grandes expectativas de melhoria nas propriedades do material ou de redução do custo de produção.

A escolha do modelo de fita 2G mais indicado também pode ser determinante nesta avaliação. Na seção 3.3.2, a fita da SUNAM apresentou uma força de levitação aproximadamente 50% maior que a fita da SuperPower, além de ser até 30% mais barata<sup>3</sup>. No entanto, esta etapa não se trata de apenas verificar a melhor opção de fita 2G disponível no mercado, mas também de incentivar os fabricantes a desenvolver produtos otimizados para esta aplicação.

Em paralelo com os avanços no processo de fabricação das fitas 2G, o LASUP estudou diversas topologias de MMS. A possibilidade de cortar a fita no meio para criar dispositivos capazes de enlaçar mais fluxo magnético, como o Laço 2G, é uma alternativa para se ter um melhor aproveitamento do material. De maneira análoga, existem outras infinitas topologias de MMS utilizando fitas 2G de maneira passiva que podem ser testadas, mas isso envolve muito tempo e dinheiro. Neste contexto, o desenvolvimento de uma ferramenta de simulação eficiente pode ser decisivo na busca por uma topologia de MMS que seja vantajosa do ponto de vista econômico em relação aos *bulks*. A apresentação desse modelo para essa aplicação será o foco dos próximos capítulos.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Este índice pode variar de acordo com a qualidade da amostra, as flutuações de mercado e com negociações de maneira geral.

## Capítulo 4

## Modelos para Simulação

Na simulação de mancais magnéticos supercondutores, existem duas grandes dificuldades: a modelagem do HTS e a movimentação dos objetos. Para lidar com as propriedades altamente não lineares dos supercondutores, este capítulo apresenta três técnicas diferentes: Formulação A - V com MDF, Formulação H com MEF e o MEI (somente para fitas 2G). Em cada um destes métodos, é possível que o domínio da simulação seja reduzido apenas ao HTS, desde que se conheça a influência dos outros componentes do MMS em cada instante de tempo. Neste contexto, também serão apresentadas ferramentas para determinar os valores de  $\vec{A} \in \vec{H}$ , dentro do domínio das simulações, devido às fontes de campo magnético externas. Este procedimento evita que a discretização espacial do problema tenha que ser refeita a medida que os objetos se movem.

Uma vez que o foco deste trabalho é a aplicação de MMS, os métodos de simulação estudados restringem-se à modelos 2D, podendo haver simetrias e, quando necessário, imposição das correntes de transporte nos objetos supercondutores. Finalmente, para os mancais construídos com fitas 2G empilhadas, será apresentada uma técnica de homogeneização do problema.

## 4.1 Modelagem das Fontes de Campo

Na aplicação de MMS, as correntes que são induzidas nos HTS devem-se à variação de campo magnético sobre os mesmos ao longo da movimentação. Existem basicamente duas maneiras de se estimar o valor de B aplicado externamente no supercondutor:

- Modelagem numérica;
- Modelagem analítica.

Quando as características das fontes de campo são conhecidas, algumas técnicas de simulação são capazes de fornecer resultados precisos. Entre estas técnicas, a

mais bem sucedida é o MEF, que é utilizada em muitos programas comerciais. De maneira geral, estes programas permitem que o usuário descreva o sistema que se deseja simular, sem a necessidade de se preocupar com os algoritmos de solução que são executados internamente pelo programa.

Em algumas situações específicas, como neste trabalho, as fontes de campo podem ter seu comportamento estimado de maneira analítica. Sempre que isto for possível, será vantajoso por ser fácil e rápido de implementar. Para que o leitor possa compreender como estas equações são desenvolvidas, são apresentadas algumas situações que serão úteis ao longo deste capítulo.

## 4.1.1 Ímãs

Este tópico se destina à determinação de  $\overrightarrow{A}$  e  $\overrightarrow{H}$  no espaço, por meio de equações analíticas, devido à presença de um ímã com profundidade infinita. No entanto, no modelo adotado, o desenvolvimento se aplica apenas aos casos em que o ímã possui permeabilidade magnética igual a  $\mu_0$ . Sendo assim, como apresentado na Figura 4.1, o comportamento do ímã pode ser representado por duas superfícies de corrente [80], uma positiva e a outra negativa, com valores de densidade de corrente de lâmina (K) equivalente ao módulo da magnetização do ímã (M) em [A/m].



Figura 4.1: Seção transversal de um ímã de comprimento infinito, representado com superfícies de corrente.

Para facilitar o entendimento das equações a seguir, serão definidas as seguintes variáveis:

- $\Delta x = x_1 x$ : Componente na direção x da distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e um ponto P(x, y, z);
- $\Delta y = y_1 y$ : Componente na direção y da distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e um ponto P(x, y, z);

- $\Delta z = z_1 z$ : Componente na direção z da distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e um ponto P(x, y, z);
- $R = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ : Distância entre o ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e um ponto P(x, y, z).
- $r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ : Distância entre as projeções no plano xy dos ponto  $P_1(x_1, y_1, z_1) \in P(x, y, z)$ .

#### Determinação do Potencial Vetor Magnético

Dada a geometria do problema, o potencial vetor magnético apresenta valores não nulos apenas na direção z:  $\overrightarrow{A} = (0, 0, A_z)$ . O valor de  $A_z$  no ponto  $P_1$  devido a superfície de corrente positiva pode ser obtido pela Lei de Biot-Savart, na sua formulação para o potencial vetor magnético [17]:

$$A_{z}(x_{1}, y_{1}, z_{1}) = \int_{y_{2}}^{y_{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_{0} M}{4 \pi R} dz dy + \int_{y_{4}}^{y_{5}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_{0} (-M)}{4 \pi R} dz dy.$$
(4.1)

De maneira análoga ao que foi apresentado em [81], a integração da Equação 4.1 com respeito a z resulta em:

$$A_{z}(x_{1}, y_{1}) = -\frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{y_{2}}^{y_{3}} M \ln(r^{2}) \,\mathrm{d}y - \frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{y_{4}}^{y_{5}} (-M) \ln(r^{2}) \,\mathrm{d}y, \qquad (4.2)$$

onde se pode notar que, por se tratar de um ímã com profundidade infinita, o valor de  $A_z$  não dependende de z, mas sim do logaritmo Neperiano de r. Isto implica que, em uma análise 2D:

$$\frac{\partial A_z(x_1, y_1)}{\partial z} = 0. \tag{4.3}$$

A Equação 4.2 pode ser integrada com respeito a y, resultando em:

$$\begin{aligned} A_{z}(x_{1},y_{1}) &= \\ &= -\frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{y_{2}}^{y_{3}} M \ln\left[(x_{1}-x_{2})^{2} + (y_{1}-y)^{2}\right] \, \mathrm{d}y + \frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{y_{4}}^{y_{5}} M \ln\left[(x_{1}-x_{4})^{2} + (y_{1}-y)^{2}\right] \, \mathrm{d}y = \\ &= -\frac{\mu_{0}}{4\pi} \left[2(x_{1}-x_{2}) \arctan\left(\frac{y-y_{1}}{x_{1}-x_{2}}\right) - 2y + (y-y_{1}) \ln\left[(x_{1}-x_{2})^{2} + (y-y_{1})^{2}\right]\right]_{y_{2}}^{y_{3}} + \\ &+ \frac{\mu_{0}}{4\pi} \left[2(x_{1}-x_{4}) \arctan\left(\frac{y-y_{1}}{x_{1}-x_{4}}\right) - 2y + (y-y_{1}) \ln\left[(x_{1}-x_{4})^{2} + (y-y_{1})^{2}\right]\right]_{y_{4}}^{y_{5}}. \end{aligned}$$

$$(4.4)$$

De acordo com o que foi definido na Figura 4.1, pode-se observar que  $x_2 = x_3$ ,  $x_4 = x_5$ ,  $y_2 = y_4$  e  $y_3 = y_5$ . Desta forma, a Equação 4.4 se reduz a:

$$\begin{aligned} A_{z}(x_{1},y_{1}) &= \\ &= -\frac{\mu_{0}M}{4\pi} \left[ (y_{1}-y) \ln \frac{(x_{1}-x_{4})^{2} + (y_{1}-y)^{2}}{(x_{1}-x_{2})^{2} + (y_{1}-y)^{2}} + \right. \\ &+ 2(x_{1}-x_{4}) \arctan \left( \frac{y_{1}-y}{x_{1}-x_{4}} \right) - 2(x_{1}-x_{2}) \arctan \left( \frac{y_{1}-y}{x_{1}-x_{2}} \right) \right]_{y_{2}}^{y_{3}} = \\ &= -\frac{\mu_{0}M}{4\pi} \left[ (y_{1}-y_{3}) \ln \left( \frac{(x_{1}-x_{4})^{2} + (y_{1}-y_{3})^{2}}{(x_{1}-x_{2})^{2} + (y_{1}-y_{3})^{2}} \right) + \\ &+ 2(x_{1}-x_{4}) \arctan \left( \frac{y_{1}-y_{3}}{x_{1}-x_{4}} \right) - 2(x_{1}-x_{2}) \arctan \left( \frac{y_{1}-y_{3}}{x_{1}-x_{2}} \right) - \\ &- 2(x_{1}-x_{4}) \arctan \left( \frac{y_{1}-y_{2}}{x_{1}-x_{4}} \right) + 2(x_{1}-x_{2}) \arctan \left( \frac{y_{1}-y_{2}}{x_{1}-x_{2}} \right) - \\ &- (y_{1}-y_{2}) \ln \left( \frac{(x_{1}-x_{4})^{2} + (y_{1}-y_{2})^{2}}{(x_{1}-x_{2})^{2} + (y_{1}-y_{2})^{2}} \right) \right]. \end{aligned}$$

$$(4.5)$$

Apesar de extensa, a Equação 4.5 é função direta dos valores de  $x_1$  e  $y_1$ . Esta expressão pode ser facilmente calculada sem o auxílio de um programa computacional, exceto no caso de  $P_1$  coincidir com um dos vértices do ímã, o que resultaria em uma singularidade. No entanto, como neste trabalho o interesse é determinar o valor do potencial vetor magnético no HTS devido ao ímã, não será necessário nenhum artifício para eliminar estas singularidades.

#### Determinação da Intensidade de Campo Magnético

Em uma análise 2D, a intensidade de campo magnético do ímã da Figura 4.1 possui componente nula na direção z:  $\overrightarrow{H} = (H_x, H_y, 0)$ . Além disso, de maneira análoga ao que foi apresentado na Equação 4.3, pode-se escrever que:

$$\frac{\partial H_x(x_1, y_1)}{\partial z} = \frac{\partial H_y(x_1, y_1)}{\partial z} = 0.$$
(4.6)

Para calcular o valor de H, será novamente feito uso da Lei de Biot-Savart, mas desta vez utilizando sua formulação para a intensidade de campo magnético [17]. Neste procedimento, nota-se que a componente de H na direção x apresenta sentido oposto à  $\Delta y$ . Além disso, fazendo uso de propriedades trigonométricas, a Equação 4.7 mostra que o valor de  $H_x$  é uma porcentagem de H, dada pela razão  $\Delta y/r$ , como apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} H_x(x_1, y_1) &= \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_{y_2}^{y_3} M \, \frac{\Delta y}{r^2} \, \mathrm{d}y - \frac{1}{2\pi} \int_{y_4}^{y_5} (-M) \, \frac{\Delta y}{r^2} \, \mathrm{d}y = \\ &= -\frac{M}{2\pi} \int_{y_2}^{y_3} \frac{(y_1 - y)}{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y)^2} \mathrm{d}y + \frac{M}{2\pi} \int_{y_4}^{y_5} \frac{(y_1 - y)}{(x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y)^2} \mathrm{d}y = \quad (4.7) \\ &= \frac{M}{2\pi} \left[ \ln \frac{(y_1 - y)^2 + (x_1 - x_2)^2}{2} + \ln \frac{(y_1 - y)^2 - (x_1 - x_4)^2}{2} \right]_{y_2}^{y_3} = \\ &= \frac{M}{4\pi} \ln \frac{[(y_1 - y_3)^2 + (x_1 - x_3)^2][(y_1 - y_4)^2 + (x_1 - x_4)^2]}{[(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2][(y_1 - y_5)^2 + (x_1 - x_5)^2]}. \end{aligned}$$

Analogamente, a Equação 4.8 mostra o desenvolvimento de uma expressão para cálculo de  $H_y$ :

$$\begin{aligned} H_{y}(x_{1},y_{1}) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{y_{2}}^{y_{3}} M \frac{\Delta x}{r^{2}} \, \mathrm{d}y + \frac{1}{2\pi} \int_{y_{4}}^{y_{5}} (-M) \frac{\Delta x}{r^{2}} \, \mathrm{d}y = \\ &= \frac{M}{2\pi} \int_{y_{2}}^{y_{3}} \frac{(x_{1} - x_{2})}{(x_{1} - x_{2})^{2} + (y_{1} - y)^{2}} \mathrm{d}y - \frac{M}{2\pi} \int_{y_{4}}^{y_{5}} \frac{(x_{1} - x_{4})}{(x_{1} - x_{4})^{2} + (y_{1} - y)^{2}} \mathrm{d}y = \\ &= \frac{M}{2\pi} \left[ \arctan\left(\frac{y_{1} - y}{x_{1} - x_{4}}\right) \right]_{y_{4}}^{y_{5}} - \frac{M}{2\pi} \left[ \arctan\left(\frac{y_{1} - y}{x_{1} - x_{2}}\right) \right]_{y_{2}}^{y_{3}} = \\ &= -\frac{M}{2\pi} \arctan\left(\frac{y_{1} - y_{3}}{x_{1} - x_{3}}\right) + \frac{M}{2\pi} \arctan\left(\frac{y_{1} - y_{2}}{x_{1} - x_{2}}\right) - \\ &\quad - \frac{M}{2\pi} \arctan\left(\frac{y_{1} - y_{4}}{x_{1} - x_{4}}\right) + \frac{M}{2\pi} \arctan\left(\frac{y_{1} - y_{5}}{x_{1} - x_{5}}\right). \end{aligned}$$
(4.8)

#### 4.1.2 Condutores

Em muitos casos, a fonte de campo pode ser um condutor por onde circulam correntes. A rigor, as correntes induzidas no próprio HTS também alteram o valor de H dentro da amostra supercondutora. Desta forma, é muito importante que esta influência seja levada em conta nas simulações. No entanto, enquanto o campo magnético produzido por uma fonte externa ao HTS é fixo em cada instante de tempo, a parcela referente às correntes induzidas precisam ser atualizadas iterativamente. Nesta seção, a Figura 4.2 servirá de base para cálculo de  $A_z(x_1, y_1)$ ,  $H_x(x_1, y_1) \in H_y(x_1, y_1)$  em diversas situações de interesse para uma boa compreensão do texto.



Figura 4.2: Seção transversal de um condutor de comprimento infinito.

#### Determinação do Potencial Vetor Magnético

Se uma corrente I estiver distribuída na seção transversal de um objeto, como na Figura 4.2, a Equação 4.9 mostra que o valor de  $A_z(x_1, y_1)$  depende de uma integral de superfície, exigindo a utilização de algum método numérico que discretize o problema espacialmente.

$$A_z(x_1, y_1) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} J_z(x, y) \ln\left(r^2\right) \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y.$$
(4.9)

Como será apresentado ainda neste capítulo, cada técnica para simulação dos MMS exige cuidados diferentes. Por exemplo, o COMSOL permite que o usuário insira a Equação 4.9 manualmente, mas, internamente, o programa realiza a integração através de um somatório de termos, sendo cada um deles referente a um elemento da malha do MEF. Sem ajuda de um programa comercial, é preciso que o programador se preocupe primeiro com a discretização espacial do problema. Neste contexto, considere a seção transversal da Figura 4.2 como sendo de um elemento diferencial de área dS, como os que são utilizados no MDF. Neste caso, a distribuição de  $J_z$  deve ser homogênea no interior de cada elemento da malha. Uma boa aproximação para esta situação, onde uma densidade de corrente constante é aplicada à um elemento de área diferencial, é considerar uma corrente  $I = J_z \cdot dS$ aplicada pontualmente no centro do elemento, que fica no ponto  $P_{elem}(x_{elem}, y_{elem})$ e não precisa coincidir com a origem do eixo de coordenadas. Como resultado, a Equação 4.10 permite que se calcule o valor  $A_Z$  no ponto  $P_1$ :

$$A_z(x_1, y_1) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln\left[ (x_1 - x_{elem})^2 + (y_1 - y_{elem})^2 \right].$$
(4.10)

É importante observar que a Equação 4.10 apresenta uma singularidade quando  $P_1$  coincide com o centro geométrico do elemento diferencial ( $x_1 = x_{elem}$  e  $y_1 = y_{elem}$ ). A Equação 4.9 pode ser utilizada para evitar esta singularidade, como apresentado na Equação 4.11:

$$\begin{aligned} A_{z}(x_{elem}, y_{elem}) &= \\ &= -\frac{\mu_{0} J_{z}}{4\pi} \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} \ln \left(x^{2} + y^{2}\right) \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y = \\ &= -\frac{\mu_{0} J_{z}}{4\pi} \int_{-b}^{b} \left[x \ln \left(x^{2} + y^{2}\right) - 2x + 2y \arctan \left(\frac{x}{y}\right)\right]_{-a}^{a} \, \mathrm{d}y = \\ &= -\frac{\mu_{0} J_{z}}{4\pi} \int_{-b}^{b} \left[2a \ln \left(a^{2} + y^{2}\right) - 4a + 4y \arctan \left(\frac{a}{y}\right)\right] \, \mathrm{d}y = \\ &= -\frac{\mu_{0} J_{z}}{4\pi} \left[2a^{2} \arctan \left(\frac{y}{a}\right) + 2y^{2} \arctan \left(\frac{a}{y}\right) - 6ay + 2ay \ln \left(a^{2} + y^{2}\right)\right]_{-b}^{b} = \\ &= -\frac{\mu_{0} J_{z}}{4\pi} \left[4a^{2} \arctan \left(\frac{b}{a}\right) + 4b^{2} \arctan \left(\frac{a}{b}\right) - 12ab + 4ab \ln \left(a^{2} + b^{2}\right)\right]. \end{aligned}$$

$$(4.11)$$

Quando os elementos da malha são quadrados (a = b), a Equação 4.11 reduz-se à:

$$A_z(x_{elem}, y_{elem}) = -\frac{\mu_0 J_z a^2}{2\pi} \ln\left[\pi - 6 - 2\ln(2a^2)\right].$$
 (4.12)

#### Determinação da Intensidade de Campo Magnético

Os procedimentos para determinar  $H_x \in H_y$  no ponto  $P_1$  são análogos aos que foram utilizados para determinar  $A_z$ . Primeiramente, considerando uma densidade de corrente  $J_z$ , distribuída de maneira não homogênea na seção transversal do condutor da Figura 4.2, e fazendo uso da Lei de Biot-Savart, pode-se escrever que:

$$H_x(x_1, y_1) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} Jz(x, y) \frac{\Delta y}{r^2} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \tag{4.13}$$

е

$$H_y(x_1, y_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} Jz(x, y) \frac{\Delta x}{r^2} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y.$$
(4.14)

No caso em que o condutor possui área dS e distribuição homogênea de  $J_z$ , onde se pode considerar uma corrente  $I = J_z \cdot dS$  aplicada no ponto  $(x_{elem}, y_{elem})$ , as equações 4.15 e 4.16 mostram como calcular  $H_x$  e  $H_y$  no ponto  $P_1$ :

$$H_x(x_1, y_1) = -\frac{I}{2\pi} \frac{(y_1 - y_{elem})}{(x_1 - x_{elem})^2 + (y_1 - y_{elem})^2};$$
(4.15)

$$H_y(x_1, y_1) = \frac{I}{2\pi} \frac{(x_1 - x_{elem})}{(x_1 - x_{elem})^2 + (y_1 - y_{elem})^2}.$$
(4.16)

Para evitar mais uma singularidade, vale lembrar que, os valores de  $H_x$  e  $H_y$ em função da corrente em um elemento diferencial, devem ser nulos no centro do elemento:

$$H_x(x_{elem}, y_{elem}) = H_y(x_{elem}, y_{elem}) = 0.$$
 (4.17)

## 4.2 Modelagem dos Mancais Magnéticos Supercondutores

Determinar o comportamento de materiais não lineares não é novidade no ramo das simulações. Muitos programas comerciais, por exemplo, executam processos iterativos com a finalidade de determinar o ponto de operação de materiais ferromagnéticos, quando conhecidas suas curvas B - H. No entanto, quando o assunto são supercondutores, uma série de cuidados especiais precisam ser tomados. Em primeiro lugar, as não linearidades dos HTS envolvem uma série de variáveis:  $E - J(T, H, \theta)$ . Além disso, o material é muito sensível a estas variáveis e apresenta mudanças bruscas em seu ponto de operação. Em resumo, as técnicas utilizadas para simular supercondutores precisam ser ao mesmo tempo flexíveis, para suportar diferentes modelos, e robustas, para achar convergência em situações onde a mudança do ponto de operação ocorre de maneira acentuada.

Como era de se esperar, os supercondutores não violam as equações de Maxwell<sup>1</sup>, o que permite que a implementação numérica do problema faça uso de diferentes formulações, como apresentado na Tabela 4.1. Nota-se que, as formulações  $A - V \in H$  não são as únicas possíveis. Uma alternativa interessante é a formulação  $T - \Omega$  [82, 83], onde as variáveis de estado são o potencial vetor corrente  $(\vec{T})$  e o potencial magnético escalar ( $\Omega$ ), ambas grandezas não usuais nos cursos básicos de eletromagnetismo. A resistividade ( $\rho$ ) e a condutividade elétrica ( $\sigma$ ) podem ser derivadas da Equação 3.1. Neste trabalho, será utilizado  $\rho(J)$ , pois  $\rho(E)$  pode levar

 $<sup>^{1}</sup>$ A descrição macroscópica dos fenômenos eletromagnéticos no interior do supercondutor pode ser realizada para campos que variam lentamente no tempo [6].

a uma dependência circular nos modelos que serão apresentados:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E_c}{J_c} \left| \frac{E}{E_c} \right|^{1-1/n} = \frac{E_c}{J_c} \left| \frac{J}{J_c} \right|^{n-1}.$$
(4.18)

Tabela 4.1. Dherences formulações utilizadas em modelos numericos [9].					
Formulação	Equações Constitutivas	Definições			
A - V	$\mu  \sigma  \partial \overrightarrow{A} / \partial t - \nabla \times \nabla \times \overrightarrow{A} = -\mu  \sigma  \nabla V$	$\overrightarrow{B} = \nabla \times \overrightarrow{A}$ $\overrightarrow{E} = -\partial \overrightarrow{A} / \partial t - \nabla V$ $\sigma = \sigma(E)$			
$T - \Omega$	$\nabla^2 \Omega = 0$ $\nabla \times \rho \nabla \times \overrightarrow{T} = -\mu \partial (T - \nabla \Omega) / \partial t$	$\overrightarrow{J} = \nabla \times \overrightarrow{T}$ $\overrightarrow{H} = T - \nabla \Omega$ $\rho = \rho(J)$			
E	$\nabla\times\nabla\times\overrightarrow{E} = -\mu\partial(\sigma\overrightarrow{E})/\partial t$	$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E}$ $\sigma = \sigma(E)$			
Н	$\nabla\times\rho\nabla\times\overrightarrow{H}=-\mu\partial\overrightarrow{H}/\partial t$	$\overrightarrow{J} = \nabla \times \overrightarrow{H}$ $\rho = \rho(J)$			

Tabela 4.1: Diferentes formulações utilizadas em modelos numéricos [9].

O domínio de uma técnica de simulação que funcione nos supercondutores nem sempre será suficiente para prever o comportamento destes dispositivo em aplicações reais. É preciso que o modelo adotado seja compatível com outros objetos do sistema. No caso dos MMS, por exemplo, a representação de ímãs, de materiais ferromagnéticos e até mesmo a questão do movimento podem ser grandes obstáculos. Para evitá-los, é comum que alguns componentes do MMS sejam modelados separadamente, porém a solução do sistema como um todo deve ser acoplada. Desta forma, todo o desenvolvimento apresentado neste capítulo será voltado para o exemplo de MMS apresentado na Figura 4.3. Neste exemplo, a amostra supercondutora pode se mover apenas verticalmente, estando portanto submetida a um campo magnético simétrico devido ao ímã. De acordo com a literatura, esta simetria resulta em um perfil de  $J_z$  induzido também simétrico [84]. Em resumo:

$$A_z(x,y) = -A_z(-x,y); (4.19)$$

$$H_x(x,y) = -H_x(-x,y);$$
 (4.20)

$$H_y(x,y) = H_y(-x,y);$$
 (4.21)

$$J_z(x,y) = -J_z(-x,y).$$
 (4.22)



Figura 4.3: Exemplo de mancal magnético supercondutor com representação 2D.

Inicialmente, as técnicas de simulação apresentadas terão seu desenvolvimento voltado para o caso em que a amostra supercondutora da Figura 4.3 é um bloco maciço. Em seguida, será feita uma nova abordagem considerando o HTS como um conjunto de fitas 2G empilhadas. Neste caso, o mesmo procedimento pode ser usado nas formulações A - V com MDF e H com MEF. Finalmente, será apresentado o MEI, que se aplica apenas às fitas 2G e cuja variável de estado é a densidade de corrente  $J_z$ .

O objetivo de cada uma das técnicas de simulação apresentada é determinar a densidade de corrente induzida  $J_z$  e os valores de  $H_x$  e  $H_y$  no HTS em cada instante de tempo arbitrário  $(t_n)$ . De posse dessas informações, as forças de levitação e lateral podem ser calculadas pela integração da Equação 3.7 com respeito à S:

$$F_{x}(t_{n}) = l \int_{S} B_{y}(x, y, t_{n}) J_{z}(x, y, t_{n}) dS;$$
  

$$F_{y}(t_{n}) = l \int_{S} B_{x}(x, y, t_{n}) J_{z}(x, y, t_{n}) dS.$$
(4.23)

Supondo um meio com propriedades magnéticas lineares e aplicando o princípio da superposição,  $H_x$  e  $H_y$  podem ser decompostas em duas componentes:

$$H_x(x, y, t_n) = H_{x_{EXT}}(x, y, t_n) + H_{x_{HTS}}(x, y, t_n),$$
(4.24)

$$H_{y}(x, y, t_{n}) = H_{y_{EXT}}(x, y, t_{n}) + H_{y_{HTS}}(x, y, t_{n}), \qquad (4.25)$$

onde:

- $H_{x_{EXT}}$  é a componente de  $H_x$  produzida pelas fontes de campo magnético externas ao HTS;
- $H_{x_{HTS}}$  é a componente de  $H_x$  produzida pelas correntes induzidas no próprio HTS;
- $H_{y_{EXT}}$  é a componente de  $H_y$  produzida pelas fontes de campo magnético externas ao HTS;
- $H_{y_{HTS}}$  é a componente de  $H_y$  produzida pelas correntes induzidas no próprio HTS.

Uma vez que, na ausência de um campo magnético externo, o somatório vetorial de  $F_L$  em um objeto deve ser nulo, pode-se escrever:

$$l \int_{S} \mu_0 H_{y_{HTS}}(x, y, t_n) J_z(x, y, t_n) dS = 0;$$

$$l \int_{S} \mu_0 H_{x_{HTS}}(x, y, t_n) J_z(x, y, t_n) dS = 0.$$
(4.26)

Desta forma, a Equação 4.23 é equivalente à:

$$F_{x}(t_{n}) = l \int_{S} \mu_{0} H_{y_{EXT}}(x, y, t_{n}) J_{z}(x, y, t_{n}) dS;$$
  

$$F_{y}(t_{n}) = l \int_{S} \mu_{0} H_{x_{EXT}}(x, y, t_{n})) J_{z}(x, y, t_{n}) dS.$$
(4.27)

Durante o pós-processamento, as forças lateral e de levitação podem ser calculadas tanto pela Equação 4.23 como pela Equação 4.27, devendo apresentar o mesmo resultado. A divergência dos valores obtidos com estas duas equações é um bom indicador de que a simulação não apresentou resultados coerentes.

#### 4.2.1 Formulação A-V com MDF

Quando este trabalho foi iniciado, a experiência do LASUP na simulação de MMS era baseada na formulação A - V [6, 7] com MDF. No entanto, é importante

que se chame a atenção às principais modificações que foram implementadas neste trabalho:

- O modelo de estado crítico, capaz de prever o comportamento do HTS em situações de regime permanente, foi substituído pela Equação 3.1, permitindo soluções em regime transitório;
- Uma nova condição foi inserida para impor a corrente de transporte nos HTS;
- A influência das correntes induzidas, no supercondutor, no valor de  $A_z$  da própria amostra é calculado pelas equações 4.10 e 4.12. O procedimento anterior exigia um número de simulações pelo MEF equivalente ao número de elementos de malha utilizados para discretizar o HTS.

A principal vantagem de se utilizar a formulação A - V, é o número reduzido de incógnitas nos modelos 2D. Nestes casos, quando não há necessidade de impor a corrente de transporte, a única variável que precisa ser calculada é  $A_z$ . Se for necessário impor a corrente de transporte a um objeto, o valor de  $\nabla V$  neste objeto também precisa ser determinado.

Para a resolução do sistema de equações diferenciais, o MDF aproxima as derivadas parciais por diferenças finitas, obtidas do truncamento da série de Taylor expandida.

#### Formulação A-V

Normalmente, a formulação A - V é caracterizada pela equação constituinte apresentada na Tabela 4.1. Neste trabalho, no entanto, esta formulação será utilizada apenas para determinar o campo elétrico  $\overrightarrow{E}$  na amostra supercondutora e, em seguida, o erro deste resultado será minimizado com um algoritmo de solução onde a variável de estado é a densidade de corrente  $\overrightarrow{J}$ . Neste contexto, a definição do potencial vetor magnético é dada pela equação:

$$\overrightarrow{B} = \nabla \times \overrightarrow{A}. \tag{4.28}$$

A lei de Faraday  $\left(\nabla \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}\right)$  pode ser combinada com a Equação 4.28, resultando em:

$$\overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{A}}{\partial t} - \nabla V; \qquad (4.29)$$

O campo elétrico em um modelo 2D com simetria longitudinal, assim como o potencial vetor magnético, apresenta uma única componente não nula:  $\overrightarrow{E} = (0, 0, E_z)$ . De maneira análoga, o potencial elétrico é invariante nas direções  $x \in y$  dentro do domínio do supercondutor [80]:  $\nabla V = (0, 0, \partial V/\partial z)$ . Se o valor de  $\partial V/\partial z$ for definido em um instante de tempo arbitrário como  $C(t_n)$ , a Equação 4.29 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$E_z(x, y, t_n) = -\frac{\partial \left(A_z(x, y, t_n)\right)}{\partial t} - C(t_n).$$
(4.30)

onde C é uma constante que deve ser definida em cada objeto da simulação em função da corrente de transporte desejada em cada instante de tempo. Nos casos em que a amostra supercondutora de um MMS está sujeita a um campo magnético simétrico ao longo de sua movimentação, o valor desta constante deve ser zero para garantir corrente de transporte nula. Considerando um meio linear, o potencial vetor magnético pode ainda ser decomposto em duas componentes:

$$A_{z}(x, y, t_{n}) = A_{z_{EXT}}(x, y, t_{n}) + A_{z_{HTS}}(x, y, t_{n}),$$
(4.31)

onde:

- $A_{z_{EXT}}$  é a componente de  $A_z$  produzida pelas fontes de campo magnético externas ao HTS;
- $A_{z_{HTS}}$  é a componente de  $A_z$  produzida pelas correntes induzidas no próprio HTS.

Substituindo a Equação 4.31 na Equação 4.30 e lembrando que  $E_z = \rho J_z$ , chegase à:

$$\rho(J_z) J_z(x, y, t_n) = -\frac{\partial A_{z_{EXT}}(x, y, t_n)}{\partial t} - \frac{\partial A_{z_{HTS}}(x, y, t_n)}{\partial t} - C(t_n).$$
(4.32)

A primeira técnica que será apresentada neste trabalho consiste em resolver a Equação 4.32 pelo MDF. Nota-se que o valor de  $\rho$  deve estar de acordo com a modelagem escolhida para representar as propriedades do supercondutor. Além disso, sua dependência com a densidade de corrente  $J_z$  exige que esta variável seja atualizada a cada iteração.

#### Método das Diferenças Finitas

O método das diferenças finitas é uma técnica numérica para aproximar derivadas e solucionar equações diferenciais. Seu desenvolvimento é baseado na série de Taylor, onde a função com dependência temporal f(t) pode ser expandida no ponto  $t = t_0 + \Delta t$ , na vizinhança de  $t = t_0$ , como mostra a equação a seguir:

$$f(t_0 + \Delta t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\partial^n f(t_0)}{\partial t^n} \frac{\Delta t^n}{n!} \right] = f(t_0) + \frac{\partial f(t_0)}{\partial t} \Delta t + ERRO.$$
(4.33)

Considere  $\Delta t$  pequeno o bastante para garantir a convergência da série [85] e uma boa aproximação linear em torno de  $t = t_0$  pelo método de Euler [86]. Neste caso, ao se utilizar apenas os dois primeiros termos da expansão da série de Taylor, destacados na Equação 4.33, o *ERRO* pode ser considerado desprezível, resultando em:

$$\frac{\partial f(t_0)}{\partial t} = \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}.$$
(4.34)

A Equação 4.34, também conhecida como fórmula das diferenças progressivas, não é a única maneira de representar derivadas temporais em métodos numéricos [86]. Uma alternativa muito utilizada é a fórmula das diferenças regressivas, que pode ser obtida a partir da expansão de  $f(t_0 - \Delta t)$  com série de Taylor na vizinhança de  $t = t_0$ :

$$\frac{\partial f(t_0)}{\partial t} = \frac{f(t_0) - f(t_0 - \Delta t)}{\Delta t}.$$
(4.35)

Como exemplo de implementação do MDF, considere a equação diferencial:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u^2, \tag{4.36}$$

que pode ser discretizada de diferentes maneiras, resultando em dois caso principais [86]:

 Método Explícito: Através da fórmula das diferenças progressivas, apresentada na Equação 4.34, a Equação 4.36 se reduz à:

$$\frac{u^t - u^{t-\Delta t}}{\Delta t} = (u^{t-\Delta t})^2$$

$$\Rightarrow u^t = \Delta t \ (u^{t-\Delta t})^2 + u^{t-\Delta t}.$$
(4.37)

Nota-se que, o valor de  $u^t$  foi explicitado na Equação 4.37, podendo ser calculado diretamente em função de  $u^{t-1}$ . Este método é de fácil implementação, porém, em alguns casos, sua convergência exige passos de tempo ( $\Delta t$ ) impraticavelmente pequenos;

• Método Implícito: Através da fórmula das diferenças regressivas, apresentada

na Equação 4.35, a Equação 4.36 se reduz à:

$$\frac{u^t - u^{t - \Delta t}}{\Delta t} = (u^t)^2$$

$$\Rightarrow \Delta t (u^t)^2 - u^t = -u^{t - \Delta t}.$$
(4.38)

Nota-se que, o valor de  $u^t$  não foi explicitado na Equação 4.38, exigindo um algoritmo de solução numérica. A implementação deste método é complexa em relação ao método explícito, porém, sua solução é incondicionalmente estável, mesmo com passos de tempo relativamente grandes.

Desta forma, com base no que foi apresentado, a Equação 4.32 pode ser reescrita utilizando-se o método implícito para a implementação do MDF, da seguinte maneira:

$$\rho J_{z}^{t_{n}} = -\frac{A_{z_{EXT}}^{t_{n}} - A_{z_{EXT}}^{t_{n} - \Delta t}}{\Delta t} - \frac{A_{z_{HTS}}^{t_{n}} - A_{z_{HTS}}^{t_{n} - \Delta t}}{\Delta t} - C^{t_{n}}.$$
(4.39)

#### Implementação Numérica do Modelo

O método das diferenças finitas necessita que a geometria do HTS seja discretizada espacialmente. Neste trabalho, os elementos utilizados serão retangulares de largura 2*a* e altura 2*b*. A Figura 4.4 ilustra um supercondutor dividido em *m* linhas e *k* colunas, resultando em um total de  $N = k \cdot m$  elementos. Nota-se que cada elemento recebeu uma numeração que será utilizada como identificação.

1	m+1	2m+1		(k-1)m+1	×.
2	<i>m</i> +2	2m+2		(k-1)m+2	2b
:	;	:	•.	:	<del>_</del>
т	2m	3m		N = k m	
	,		ł		

Figura 4.4: Discretização espacial do HTS em  $N=k\cdot m$  elementos retangulares de largura 2ae altura 2b.

Além da discretização espacial do problema, é muito importante que haja também uma discretização temporal. Em outras palavras, o sistema de equações deve ser resolvido a cada intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), predefinido pelo usuário, entre os instantes inicial (t = 0) e final ( $t = t_{final}$ ). Seja D o número de instantes de tempo da simulação, define-se o vetor  $[t]_{1 \times D}$ :

$$[t]_{1\times D} = \begin{bmatrix} 0 \,\Delta t & 1 \,\Delta t & \cdots & t_{final} = (D-1) \,\Delta t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^{(1)} & t^{(2)} & \cdots & t^{(D)} \end{bmatrix}.$$
(4.40)

A densidade de corrente de cada elemento da Figura 4.4 deve ser calculada em cada instante de tempo da simulação, durante a movimentação do HTS. É importante que estes valores sejam salvos para serem utilizados no cálculo das forças lateral e de levitação durante o pós-processamento. Para executar esta função, cada coluna da matriz  $[J_z]_{N\times D}$  armazena as informações referentes a um determinado instante de tempo, ao mesmo tempo que cada linha da matriz corresponde aos valores de um mesmo elemento:

$$[J_{z}]_{N\times D} = \begin{bmatrix} J_{z}^{(1,1)} & J_{z}^{(1,2)} & \cdots & J_{z}^{(1,D)} \\ J_{z}^{(2,1)} & J_{z}^{(2,2)} & \cdots & J_{z}^{(2,D)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{z}^{(N,1)} & J_{z}^{(N,2)} & \cdots & J_{z}^{(N,D)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [J_{z}]_{N\times 1}^{t(1)} & [J_{z}]_{N\times 1}^{t(2)} & \cdots & [J_{z}]_{N\times 1}^{t(D)} \end{bmatrix}.$$

$$(4.41)$$

De maneira análoga, e utilizando a mesma notação das equações 4.40 e 4.41, define-se:

- [x<sub>elem</sub>]<sub>N×D</sub> e [y<sub>elem</sub>]<sub>N×D</sub> ⇒ Matrizes que armazenam, respectivamente, os valores de x<sub>elem</sub> e y<sub>elem</sub> de cada elemento do HTS, em cada instante de tempo da simulação. São responsáveis por definir a movimentação do HTS em relação ao ímã e, portanto, devem ser conhecidas a priori;
- $[A_{z_{EXT}}]_{N \times D}$ ,  $[H_{x_{EXT}}]_{N \times D}$  e  $[H_{y_{EXT}}]_{N \times D} \implies$  Matrizes que armazenam, respectivamente, os valores de  $A_z$ ,  $H_x$  e  $H_y$  de cada elemento do HTS, em cada instante de tempo da simulação, devido às fontes de campo magnético externas. Como  $[x_{elem}]_{N \times D}$  e  $[y_{elem}]_{N \times D}$  são conhecidas, estas matrizes podem ser construídas com o auxílio das equações 4.5, 4.7 e 4.8;
- $[A_{z_{HTS}}]_{N \times D} \Longrightarrow$  Matriz que armazena os valores de  $A_z$  de cada elemento do HTS, em cada instante de tempo da simulação, devido às correntes induzidas no próprio HTS. Os valores de seus elementos mudam a cada iteração do algoritmo de solução, em função de  $[J_z]_{N \times 1}^{t_n}$ . Para um meio com propriedades magnéticas lineares e aplicando o princípio da superposição, pode-se

escrever [87]:

$$[A_{z_{HTS}}]_{N\times 1}^{t_n} = [M_{A_z}]_{N\times N} \ [J_z]_{N\times 1}^{t_n}, \qquad (4.42)$$

onde a matriz  $[M_{A_z}]_{N \times N}$ , é uma constante.

O procedimento para determinar  $[M_{A_z}]_{N\times N}$  apresentado em [6, 7] exige N simulações pelo MEF, o que pode levar algumas horas. Neste trabalho, esta matriz pode ser rapidamente construída a partir de cálculos analíticos, sem comprometer a qualidade dos resultados. Neste contexto, define-se *i* e *j* como índices arbitrários para identificar, respectivamente, as linhas e colunas de uma matriz. Em seguida, aplicando-se uma densidade de corrente unitária ( $J_z = 1 A/m^2$ ) no elemento i = 1do HTS no instante  $t^{(k)} = t_n$ , pode-se expandir a Equação 4.42 da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} A_{z_{HTS}}^{(1,k)} \\ A_{z_{HTS}}^{(2,k)} \\ \vdots \\ A_{z_{HTS}}^{(N,k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{A_z}^{(1,1)} & M_{A_z}^{(1,2)} & \cdots & M_{A_z}^{(1,N)} \\ M_{A_z}^{(2,1)} & M_{A_z}^{(2,2)} & \cdots & M_{A_z}^{(2,N)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{A_z}^{(N,1)} & M_{A_z}^{(N,2)} & \cdots & M_{A_z}^{(N,N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{A_z}^{(1,1)} \\ M_{A_z}^{(2,1)} \\ \vdots \\ M_{A_z}^{(N,1)} \end{bmatrix} .$$
(4.43)

Nota-se que o resultado é equivalente à coluna 1 da matriz  $[M_{A_z}]_{N\times N}$ . A título de exemplo, o elemento  $M_{A_z}^{(i,j)}$  da matriz corresponde ao potencial vetor magnético no elemento *i* quando se aplica  $J_z = 1 A/m^2$  no elemento *j*. No entanto, o caso de uma densidade de corrente uniforme aplicada em um elemento de área diferencial foi abordado na seção 4.1.2, onde se pode observar que  $M_{A_z}^{(i,j)} = M_{A_z}^{(j,i)}$ . Desta forma, a Equação 4.44 mostra como calcular os valores de  $A_z$  em cada um das casos presentes:

$$M_{A_z}^{(i,j)} = M_{A_z}^{(j,i)} \Rightarrow \begin{cases} \text{Equação } 4.10 \Leftrightarrow i \neq j \\ \text{Equação } 4.11 \Leftrightarrow i = j \end{cases}$$
(4.44)

O próximo passo para determinar os elementos da matriz  $[M_{A_z}]_{N \times N}$  que ainda são desconhecidos é aplicar uma densidade de corrente unitária em outro elemento do HTS, como exemplificado a seguir:

$$\begin{bmatrix} A_{z_{HTS}}^{(1,k)} \\ A_{z_{HTS}}^{(2,k)} \\ \vdots \\ A_{z_{HTS}}^{(N,k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{A_z}^{(1,1)} & M_{A_z}^{(1,2)} & \cdots & M_{A_z}^{(1,N)} \\ M_{A_z}^{(2,1)} & M_{A_z}^{(2,2)} & \cdots & M_{A_z}^{(2,N)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{A_z}^{(N,1)} & M_{A_z}^{(N,2)} & \cdots & M_{A_z}^{(N,N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{A_z}^{(1,2)} \\ M_{A_z}^{(2,2)} \\ \vdots \\ M_{A_z}^{(N,2)} \end{bmatrix}.$$
(4.45)

Este procedimento deve ser repetido para todos os elementos do HTS, até que a matriz  $[M_{A_z}]_{N\times N}$  seja inteiramente conhecida. Na prática, não se tem interesse nos resultados armazenados na matriz  $[A_{z_{HTS}}]_{N\times D}$ , sendo estes necessários apenas durante a solução do problema.

Do ponto de vista da implementação, a resistividade de cada elemento do HTS deve ser representada pela matriz diagonal  $[\rho]_{N \times N}$ :

$$[\rho]_{N \times N} = \begin{bmatrix} \rho^{(1)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho^{(2)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \rho^{(N)} \end{bmatrix},$$
(4.46)

onde cada elemento não nulo  $(\rho^{(i)})$  pode ser calculado pela Equação 4.18 e, portanto, depende do valor de  $J_z^{(i,j)}$ . Desta forma, a matriz  $[\rho]_{N\times N}$  precisa ser atualizada a cada iteração do algoritmo de solução. Quando desejado, deve-se ainda considerar a dependência de  $J_c$  e/ou n com outras grandezas, de acordo com o que foi apresentado na seção 3.1. Se uma destas grandezas, por exemplo, for a intensidade de campo magnético H, suas componentes podem ser obtidas de maneira análoga ao que foi apresentado para o potencial vetor magnético:

$$\begin{cases} [H_x]_{N \times D} = [H_{x_{EXT}}]_{N \times D} + [H_{x_{HTS}}]_{N \times D} \\ [H_y]_{N \times D} = [H_{y_{EXT}}]_{N \times D} + [H_{y_{HTS}}]_{N \times D} \end{cases},$$
(4.47)

onde:

$$\begin{cases} [H_{x_{HTS}}]_{N\times 1}^{t_n} = [M_{H_x}]_{N\times N} \ [J_z]_{N\times 1}^{t_n} \\ [H_{y_{HTS}}]_{N\times 1}^{t_n} = [M_{H_y}]_{N\times N} \ [J_z]_{N\times 1}^{t_n} \end{cases} .$$

$$(4.48)$$

Aplicando-se uma densidade de corrente unitária a cada um dos elementos do HTS, como foi feito para montar a matriz  $[M_{A_z}]_{N \times N}$ , pode-se também obter os elementos das matrizes  $[M_{H_x}]_{N \times N}$  e  $[M_{H_x}]_{N \times N}$ :

$$\begin{cases}
M_{H_x}^{(i,j)} = -M_{H_x}^{(j,i)} \Rightarrow \begin{cases}
\text{Equação } 4.15 \Leftrightarrow i \neq j \\
0 \Leftrightarrow i = j \\
M_{H_y}^{(i,j)} = -M_{H_y}^{(j,i)} \Rightarrow \begin{cases}
\text{Equação } 4.16 \Leftrightarrow i \neq j \\
0 \Leftrightarrow i = j
\end{cases}$$
(4.49)

Para impor corrente de transporte em diversos supercondutores na mesma simulação, é preciso que se defina os domínios de cada HTS. Seja NS o número de domínios supercondutores, a matriz  $[E_D]_{NS\times N}$  identifica quais elementos pertencem a qual domínio. Ao mesmo tempo, a matriz  $[I]_{NS\times D}$  é responsável por armazenas a corrente total em cada HTS, a cada instante de tempo, de acordo com a equação abaixo:

$$[I]_{NS \times D} = 4 \, a \, b \, [E_D]_{NS \times N} \, [J_z]_{N \times D} \,, \tag{4.50}$$

onde 4 a b é a área dos elementos da malha.

Como exemplo, considere a malha de dois supercondutores apresentados na Figura 4.5: os elementos 1 à 4 pertencem ao domínio 1 e os elementos 5 à 8 pertencem ao domínio 2. Desta forma, no instante  $t^{(k)} = t_n$ , a Equação 4.50 é equivalente à:



Figura 4.5: Ilustração da malha de dois objetos supercondutores (NS = 2).

$$\begin{bmatrix} I^{(1,k)} \\ I^{(2,k)} \end{bmatrix} = 4 a b \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_z^{(1,k)} \\ J_z^{(2,k)} \\ \vdots \\ J_z^{(8,k)} \end{bmatrix} = 4 a b \begin{bmatrix} J_z^{(1,k)} + J_z^{(2,k)} + J_z^{(3,k)} + J_z^{(4,k)} \\ J_z^{(5,k)} + J_z^{(6,k)} + J_z^{(7,k)} + J_z^{(8,k)} \end{bmatrix}.$$

$$(4.51)$$

Nota-se que a matriz  $[E_D]_{NS\times N}$  é composta apenas por 1 e 0, dependendo se o elemento da coluna j, respectivamente, pertence ou não pertence ao domínio da linha i. Para simplificação, a matriz transposta de  $[E_D]_{NS\times N}$  é chamada de  $[E_D]_{N\times NS}^{Trans}$ .

A princípio, os elementos de  $[I]_{NS\times D}$  podem apresentar qualquer valor. Para impor a corrente de transporte desejada,  $[I_{TR}]_{NS\times D}$ , é preciso ajustar os valores dos temos de  $[C]_{NS\times D}$ . De maneira geral:

Erro na Corrente = 
$$R_I^{(i)} = I^{(i,j)} - I_{TR}^{(i,j)} \begin{cases} > 0 \Rightarrow C^{(i,j)} \text{ aumenta} \\ < 0 \Rightarrow C^{(i,j)} \text{ diminui} \end{cases}$$
, (4.52)

onde o vetor  $[R_I]_{NS\times 1}$  armazenas os erros de corrente nos NS domínios, sendo, portanto, um parâmetro a ser minimizado no algoritmo de solução.

Finalmente, usando as matrizes que foram apresentadas, a Equação 4.39 pode ser reescrita para a implementação do MDF da seguinte maneira:

$$[\rho]_{N \times N} [J_{z}]_{N \times 1}^{t_{n}} = -\frac{[A_{z_{EXT}}]_{N \times 1}^{t_{n}} - [A_{z_{EXT}}]_{N \times 1}^{t_{n} - \Delta t}}{\Delta t} - \frac{[A_{z_{HTS}}]_{N \times 1}^{t_{n}} - [A_{z_{HTS}}]_{N \times 1}^{t_{n} - \Delta t}}{\Delta t} - [E_{D}]_{N \times NS}^{Trans} [C]_{NS \times 1}^{t_{n}},$$

$$(4.53)$$

onde a última parcela da soma,  $[E_D]_{N \times NS}^{Trans} [C]_{NS \times 1}^{t_n}$ , resulta em um vetor de dimensões  $N \times 1$ . Para minimizar o erro de corrente no instante  $t^{(k)} = t_n$ , este vetor soma a constante  $C^{(i,k)}$  a todos elementos do domínio *i*.

Substituindo a Equação 4.42 na Equação 4.53:

$$[\rho]_{N \times N} [J_z]_{N \times 1}^{t_n} = -\frac{[M_{A_z}]_{N \times N} [J_z]_{N \times 1}^{t_n}}{\Delta t} + \frac{[M_{A_z}]_{N \times N} [J_z]_{N \times 1}^{t_n - \Delta t}}{\Delta t} - \frac{[A_{z_{EXT}}]_{N \times 1}^{t_n}}{\Delta t} + \frac{[A_{z_{EXT}}]_{N \times 1}^{t_n - \Delta t}}{\Delta t} - [E_D]_{N \times NS}^{Trans} [C]_{NS \times 1}^{t_n} .$$

$$(4.54)$$

A Equação 4.54 iguala o campo elétrico obtido pela "Power Law" com o obtido pela formulação A - V. Este sistema pode ser resolvido pelo método de Newton-Raphson, que necessita que as equações sejam iguais à zero. Desta forma, definindo-se  $[R_E]_{N\times 1}$  como o vetor que representa o erro de campo elétrico em cada elemento da malha, a Equação 4.54 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$[R_{E}]_{N\times1} = \left( [\rho]_{N\times N} + \frac{[M_{A_{z}}]_{N\times N}}{\Delta t} \right) [J_{z}]_{N\times1}^{t_{n}} - \frac{[M_{A_{z}}]_{N\times N}}{\Delta t} [J_{z}]_{N\times1}^{t_{n}-\Delta t} + \frac{[A_{z_{EXT}}]_{N\times1}^{t_{n}}}{\Delta t} - \frac{[A_{z_{EXT}}]_{N\times1}^{t_{n}-\Delta t}}{\Delta t} + [E_{D}]_{N\times NS}^{Trans} [C]_{NS\times1}^{t_{n}}.$$

$$(4.55)$$

No método de Newton-Raphson, é executado um processo iterativo com o objetivo de determinar os valores dos elementos de  $[J_z]_{N\times 1}^{t_n}$  que minimizam os erros de campo elétrico em cada elemento da malha, armazenados em  $[R_E]_{N\times 1}$ . Para que isso seja possível, é necessário definir  $[dR_E]_{N\times 1}$ :

$$[dR_E]_{N\times 1} = \frac{\partial [R_E]_{N\times 1}}{\partial [J_z]_{N\times 1}^{t_n}} = \left( [\rho]_{N\times N} + \frac{[M_{A_z}]_{N\times N}}{\Delta t} \right) [U]_{N\times 1}, \qquad (4.56)$$

onde o vetor  $[U]_{N\times 1}$  contém apenas elementos unitários:

$$\begin{bmatrix} U \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{4.57}$$

Com os resultados das equações 4.55 e 4.56, pode-se calcular  $[\Delta J_z]_{N\times 1}$ , que representa o quanto os elementos do vetor  $[J_z]_{N\times 1}^{t_n}$  variam a cada iteração. Vale ressaltar que, do ponto de vista da implementação, o calculo do vetor  $[\Delta J_z]_{N\times 1}$  depende de uma operação não matricial, ou seja, que precisa ser executada individualmente em cada linha do vetor, de acordo com a equação abaixo:

$$[\Delta J_z]_{N \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{R_E^{(1,1)}}{dR_E^{(2,1)}} \\ \frac{R_E^{(2,1)}}{dR_E^{(2,1)}} \\ \vdots \\ \frac{R_E^{(N,1)}}{dR_E^{(N,1)}} \end{bmatrix}.$$
(4.58)

A cada iteração, a densidade de corrente nos elementos é atualizada pelo método de Newton-Raphson:

$$[J_z]_{N\times 1}^{t_n} = [J_z]_{N\times 1}^{t_n} - [\Delta J_z]_{N\times 1}.$$
(4.59)

A convergência ocorre quando os erros de campo elétrico<sup>2</sup> e de corrente<sup>3</sup>, são menores que seus respectivos critérios de parada,  $\varepsilon_E \in \varepsilon_I$ , de acordo com o diagrama de blocos apresentado na Figura 4.6:



Figura 4.6: Diagrama de blocos simplificado do algoritmo de solução.

 ${}^{2}ERRO_{E} = max(|[R_{E}]_{N\times 1}|).$  ${}^{3}ERRO_{I} = max(|[R_{I}]_{N\times 1}|)$
Na Figura 4.6, o bloco "Atualiza [C]" está em destaque, pois sua implementação ainda não foi discutida à fundo. A Equação 4.52 mostra quando os valores dos elementos do vetor  $[C]_{NS\times D}$  devem aumentar ou diminuir, mas não comenta qual deve ser a variação de cada um destes elementos em cada iteração. Neste contexto, o vetor  $[\Delta C]_{NS\times 1}$  é responsável por definir esta variação em cada domínio supercondutor. No entanto, se este valor for constante durante toda a execução do algoritmo de solução, é possível que a convergência não seja alcançada. Além disso, é um inconveniente muito grande procurar o  $\Delta C^{(i)}$  adequado para cada domínio *i* e para cada tipo de movimentação, o que pode inclusive prejudicar o tempo de solução do problema. Desta forma, a Figura 4.7 apresenta o diagrama de blocos do processo de atualização de  $[\Delta C]_{NS\times 1}$ :



Figura 4.7: Diagrama de blocos do processo de atualização do vetor  $[\Delta C]_{NS\times 1}$ .

Com base no que foi apresentado na Figura 4.7, nota-se que  $\Delta C^{(i)}$  diminui toda vez que  $R_I^{(i)}$  muda de sinal, e aumenta após 3 iterações sem que a convergência seja atingida, sendo estas iterações contabilizadas por um contador ("count").

### Implementação Numérica com Simetria

Em qualquer método de simulação, é importante identificar as simetrias do problema e, assim, reduzir o tempo computacional para obter uma solução. Neste contexto, a Figura 4.8 ilustra a discretização espacial de um HTS com simetria em torno do eixo y. Em outras palavras, as grandezas que estão a direita e a esquerda deste eixo se relacionam de acordo com as equações 4.19 à 4.22.



Figura 4.8: Discretização espacial de um HTS com simetria.

Para considerar o efeito da simetria no método da formulação A-V com MDF, é preciso modificar a matriz  $[M_{A_z}]_{N\times N}$ , que pode ser obtida pelo mesmo procedimento descrito na seção 4.2.1. No entanto, de acordo com a Equação 4.22, para levar em conta o efeito da simetria, a densidade de corrente unitária pode ser aplicada simultaneamente e em sentidos opostos nos elementos que são simétricos em relação ao eixo y. Com exemplo, com base na Figura 4.8, isto ocorre da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} A_{z_{HTS}}^{(1,k)} \\ A_{z_{HTS}}^{(2,k)} \\ A_{z_{HTS}}^{(3,k)} \\ A_{z_{HTS}}^{(3,k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{A_z}^{(1,1)} & M_{A_z}^{(1,2)} & M_{A_z}^{(1,3)} & M_{A_z}^{(1,N)} \\ M_{A_z}^{(2,1)} & M_{A_z}^{(2,2)} & M_{A_z}^{(2,3)} & M_{A_z}^{(2,N)} \\ M_{A_z}^{(3,1)} & M_{A_z}^{(3,2)} & M_{A_z}^{(3,3)} & M_{A_z}^{(3,N)} \\ M_{A_z}^{(N,1)} & M_{A_z}^{(4,2)} & M_{A_z}^{(4,3)} & M_{A_z}^{(4,4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{A_z}^{(1,1)} - M_{A_z}^{(1,3)} \\ M_{A_z}^{(2,1)} - M_{A_z}^{(2,3)} \\ M_{A_z}^{(3,1)} - M_{A_z}^{(3,3)} \\ M_{A_z}^{(4,1)} - M_{A_z}^{(4,3)} \end{bmatrix} .$$

$$(4.60)$$

Nota-se que, com simetria, a corrente unitária precisa ser aplicada apenas na metade dos elementos ( $N_{SIM} = N/2$ ). Além disso, o sistema precisa ser resolvido apenas para  $N_{SIM}$  elementos. Desta forma, a matriz  $[M_{A_z}]_{N \times N}$  reduzida para este exemplo é chamada de  $[Mr_{A_z}]_{N_{SIM} \times N_{SIM}}$  e dada por:

$$[Mr_{A_z}]_{N_{SIM} \times N_{SIM}} = \begin{bmatrix} (M_{A_z}^{(1,1)} - M_{A_z}^{(1,3)}) & (M_{A_z}^{(1,2)} - M_{A_z}^{(1,4)}) \\ (M_{A_z}^{(2,1)} - M_{A_z}^{(2,3)}) & (M_{A_z}^{(2,2)} - M_{A_z}^{(2,4)}) \end{bmatrix}$$
(4.61)

De maneira geral, os elementos de  $[Mr_{A_z}]_{N_{SIM} \times N_{SIM}}$  são uma combinação dos elementos de  $[M_{A_z}]_{N \times N}$ :

$$Mr_{A_z}^{(i,j)} = M_{A_z}^{(i,j)} - M_{A_z}^{(i,N_{SIM}+j)}$$
(4.62)

Analogamente, pode-se calcular  $[M_{H_x}]_{N \times N}$  e  $[M_{H_y}]_{N \times N}$  reduzidas devido à simetria, sendo estas, respectivamente,  $[Mr_{H_x}]_{N_{SIM} \times N_{SIM}}$  e  $[Mr_{H_y}]_{N_{SIM} \times N_{SIM}}$ . Para resolver um problema com simetria, basta utilizar as matrizes reduzidas no lugar das matrizes completas.

### Considerações Finais do Método

O método da formulação A - V com MDF exige bons conhecimentos de programação por parte de quem pretende implementá-lo. No entanto, esta dificuldade pode ser compensada pelo controle total do algoritmo de solução. Este controle pode ser extremamente vantajoso, por exemplo, em problemas onde o supercondutor está inserido em um meio não linear, pois não existe nenhum impedimento para o acoplamento de resultados entre diferentes simulações.

### 4.2.2 Formulação H com MEF

A formulação H resolvida com o MEF é, sem dúvida, a técnica de simulação de supercondutores mais utilizada atualmente [88]. Sua principal vantagem é não exigir do usuário grandes conhecimentos de eletromagnetismo, de programação e nem de métodos numéricos, o que torna a implementação de uma série de problemas bastante simples. A princípio, esta técnica pode ser utilizada em qualquer programa de MEF que trabalhe com elementos de aresta ("Edge Elements") de primeira ordem [9]. Particularmente, o programa comercial COMSOL oferece uma interface amigável, flexibilidade e a possibilidade de acoplar simulações com modelos físicos diferentes. No entanto, para a aplicação de mancais magnéticos, a maior parte dos trabalhos presentes na literatura utiliza a formulação A - V. Neste contexto, este trabalho tem como objetivo identificar as vantagens e desvantagens deste método na simulação de MMS.

### Formulação H

A formulação H para a simulação de MMS, se baseia nas equações de Maxwell para campos variando lentamente no tempo. Desta forma, as equações a seguir são, respectivamente, a lei de Faraday, a relação não linear entre  $E \in J$  do HTS e a lei de Ampère, que servem como ponto de partida para o desenvolvimento deste modelo:

$$\mu \frac{\partial \overrightarrow{H}}{\partial t} + \nabla \times \overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}, \qquad (4.63)$$

$$\overrightarrow{E} = \rho \overrightarrow{J}, \qquad (4.64)$$

$$\overrightarrow{J} = \nabla \times \overrightarrow{H}. \tag{4.65}$$

Em uma análise 2D, similar à que foi apresentada na seção 4.2.1, tem-se que  $H_z = E_x = E_y = J_x = J_y = 0$  e, portanto, as equações 4.63, 4.64 e 4.65 se reduzem à:

$$\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0, \qquad (4.66)$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \qquad (4.67)$$

$$E_z = \rho J_z, \tag{4.68}$$

$$J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}.$$
(4.69)

As equações 4.66 e 4.67 precisam ser resolvidas simultaneamente em termos de  $H_x$  e  $H_y$  em cada elemento da malha do HTS. A cada iteração, deve-se atualizar o valor de  $\rho$  de acordo com o modelo adotado para representar as propriedades do material supercondutor.

### Implementação Numérica com Simetria no COMSOL

A primeira vantagem de um programa comercial como o COMSOL é poder utilizar suas ferramentas de discretização espacial, cabendo ao usuário apenas especificar o nível de refinamento da malha. Além disso, todas as propriedades que são especificadas para um determinado objeto da simulação, são automaticamente aplicadas a todos os elementos de sua malha, de modo que o próprio programa se encarrega de montar o sistema matricial a ser resolvido. Esta facilidade permite que se apresente diretamente a modelagem de um MMS com simetria, sem comprometer o entendimento do modelo.

O COMSOL possui um pacote para equações diferenciais parciais (*Partial Differential Equation* - PDE) genéricas. Neste caso, o programa oferece as ferramentas para resolver espacialmente e temporalmente a PDE abaixo:

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = f, \qquad (4.70)$$

onde os coeficientes devem ser especificados de modo a resultar nas equações 4.66 e 4.67, para um sistema cartesiano:

$$u = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} ; \quad \nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} ; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & E_z \\ -E_z & 0 \end{bmatrix} ;$$

$$f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad d_a = \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 \\ 0 & \mu_0 \end{bmatrix} ; \quad e_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ,$$

$$(4.71)$$

lembrando que o valor de  $E_z$  deve ser atualizado juntamente com o valor de  $\rho$  a cada iteração, através das equações 4.68 e 4.69.

Neste modelo, como a densidade de corrente não é uma variável de estado, a mesma não pode ser imposta aos elementos ou fronteiras do domínio de simulação. De fato, o que se deseja especificar é a corrente de transporte no domínio k, de cada HTS, e a cada instante de tempo:

$$I_{TR}^{k}(t) = \int_{S_{k}} J_{z}^{k}(t) \,\mathrm{d}S.$$
(4.72)

onde  $S_k$  é a área da seção transversal do condutor k. A possibilidade de utilizar o resultado de uma integração como variável do problema é um pré-requisito para implementação deste modelo por um programa de MEF. O COMSOL utiliza multiplicadores de Lagrange para impor estas restrições nas correntes de transporte de cada HTS [12], que devem ser nulas no caso dos MMS que serão analizados neste trabalho.

O domínio de simulação deve conter o HTS e uma pequena região de ar em seu entorno. A Figura 4.9 ilustra esta situação quando o comportamento do HTS é simétrico em torno de um eixo. O campo magnético externo deve ser configurado pela imposição de  $H_x$  e  $H_y$  na fronteira da simulação, da seguinte maneira:

•  $H_x \Rightarrow$  Equação 4.24:

 $H_{x_{EXT}} \Rightarrow$  Equação 4.7;

 $H_{x_{HTS}} \Rightarrow$  Equação 4.13 considerando a área do HTS dentro do domínio de simulação e, também, sua imagem do outro lado do eixo de simetria, onde as correntes induzidas possuem sentido oposto (Equação 4.22).

•  $H_y \Rightarrow$  Equação 4.25:

 $H_{y_{EXT}} \Rightarrow$  Equação 4.8;

 $H_{y_{HTS}} \Rightarrow$  Equação 4.14 considerando a área do HTS dentro do domínio de simulação e, também, sua imagem do outro lado do eixo de simetria, onde as correntes induzidas possuem sentido oposto (Equação 4.22).

É importante comentar que existe uma perda de informação associada à este procedimento de atribuir os valores de  $H_x$  e  $H_y$  à fronteira da simulação. Na prática, os



Figura 4.9: Ilustração do domínio de simulação do MMS, englobando a metade do HTS, devido à simetria do problema, e uma região de ar em seu entorno.

elementos de aresta permitem que seja imposta apenas uma projeção das componentes de campo, paralela à aresta do elemento. Por exemplo, no eixo de simetria, que coincide com o eixo y e possui a mesma direção das arestas dos elementos, apenas a componente  $H_y$  pode ser fixada.

A região de ar no entorno do HTS é necessária por evitar singularidades nas equações 4.13 e 4.14 nos casos em que r = 0. No entanto, estas singularidades não ocorrem no eixo de simetria, uma vez que neste segmento  $J_z = 0$ .

Os algoritmos de solução numérica precisam satisfazer a condição de divergente de campo nulo  $(\nabla \cdot \vec{H} = 0)$  em cada instante de tempo. Se fossem utilizados elementos nodais, o resultado seria um número de restrições elevado. Por outro lado, os elementos de aresta de primeira ordem satisfazem esta condição automaticamente [12], garantindo a unicidade da solução. No entanto, a principal vantagem dos elementos de aresta, é o fato de garantirem a continuidade da componente de H tangencial à aresta de elementos adjacentes. Esta continuidade é obtida mesmo nos casos críticos de geometrias com cantos afiados, e em regiões onde a condutividade e a permeabilidade magnética dos elementos variam bruscamente. Como consequência, não é necessário que se utilize uma malha muito refinada [9].

#### Considerações Finais do Método

Esta técnica apresenta diversas vantagens em relação às demais, principalmente por sua implementação simples, que conta com a ajuda dos robustos algoritmos de solução do programa COMSOL. Além disso, vale ressaltar que os valores de  $H_x$  e  $H_y$  estão imediatamente disponíveis no término da simulação, não sendo necessário calculá-los, o que pode reduzir a precisão da solução. Por outro lado, esta técnica deixa o usuário restrito às limitações do COMSOL, como será melhor comentado ao longo do texto. Além disso, programas comerciais que utilizam o MEF possuem um custo elevado e, por isso, nem sempre estarão disponíveis.

## 4.2.3 Homogeneização de pilhas de fitas 2G

A razão entre a largura e a altura de uma fita 2G pode ser da ordem de 10<sup>4</sup>. Desta forma, para simular estes componentes, tanto o MDF quanto o MEF necessitam de malhas consideravelmente refinadas e/ou intervalos de integração muito pequenos, para que se obtenha convergência e resultados coerentes. Estas dificuldades aumentam ainda mais quando o objetivo é prever o comportamento de uma pilha de fitas, como as que foram apresentadas no Bloco 2G, na Placa 2G SP e na Placa 2G SUNAM. Em alguns casos, como no Laço 2G, o objeto simulado necessita ainda de uma modelagem 3D. A técnica que será apresentada nesta seção consiste em uma simplificação do problema para que a simulação seja computacionalmente viável e, ao mesmo tempo, capaz de atingir bons resultados.

Uma possível simplificação para um empilhamento de fitas 2G é substitui-lo por um bloco maciço, a partir da homogeneização das propriedades do material [12, 88]. Neste contexto, como as resistividades das camadas não supercondutoras das fitas e da região de ar entre elas são muito maiores que à do HTS, o processo de homogeneização pode levar em consideração apenas a camada supercondutora. Além disso, para efeitos de simulação, é uma aproximação razoável supor que a distância entre as fitas é constante em todo o empilhamento, o que não ocorre na prática.

As propriedades supercondutoras do bloco maciço homogeneizado devem ser equivalentes às da fita 2G, porém reescaladas para uma nova área. Por exemplo, o valor de  $J_c$  da fita 2G deve ser substituído por uma densidade de corrente crítica de engenharia  $J_{ce}$ :

$$J_{ce}(H) = J_c(H) f_{HTS} \tag{4.73}$$

onde  $f_{HTS}$  é a porcentagem do volume de material supercondutor no volume total do bloco homogeneizado.

Quando um empilhamento com NS condutores (Figura 4.10.a) é modelado sem o processo de homogeneização, são necessárias NS restrições para impor as correntes de transporte desejadas em cada domínio supercondutor. No entanto, quando esta pilha é substituída por um bloco maciço (Figura 4.10.b), apenas uma restrição de corrente pode ser imposta. Obviamente, o perfil de  $J_z$  pode ser alterado pela ausência destas restrições, levando a resultados errados. Uma alternativa para contornar este problema é dividir o bloco maciço homogeneizado em ND domínios (Figura 4.10.c), sendo  $ND \leq NS$ . Vale observar que, quando ND = NS, a altura de cada domínio supercondutor é equivalente à altura da fita 2G somada com a região de ar entre elas. Em outras palavras, estes domínios possuem uma razão entre largura e altura muito menor do que a da camada supercondutora das fitas e, por isso, não necessitam de uma malha tão refinada durante a simulação.



Figura 4.10: Ilustração do processo de homogeneização: (a) NS fitas 2G empilhadas; (b) um bloco maciço (c) ND blocos maciços.

Por último, esta técnica permite que o usuário avalie o número de fitas engobladas por cada um dos ND domínios de acordo com o que for mais importante em seu estudo: tempo computacional ou um perfil de correntes mais próximo do real.

## 4.2.4 Método das Equações Integrais

O método das equações integrais é uma alternativa à homogeneização das pilhas de fita 2G nos casos em que modelar a camada supercondutora da fita se torna computacionalmente inviável. O MEF pode servir de ferramenta para resolver as equações integrais e, novamente, o programa comercial COMSOL será utilizado neste trabalho. Uma vantagem do MEI, é o fato de a variável J ser calculada diretamente em cada elemento do modelo durante cada iteração, não sendo este valor derivado de outras grandezas, o que reduziria a precisão dos resultados. Neste método, a elevada razão entre a largura (w) e a altura (h) da fita 2G é abordada de modo à aproximar a seção transversal destes objetos por uma linha.

### Equações Integrais para uma única fita 2G

Inicialmente, as equações integrais serão desenvolvidas para um modelo 1D, onde uma única fita 2G é considerada suficientemente fina para que se ignore as variações de qualquer grandeza ao longo de sua espessura. Neste contexto, a Figura 4.11 ilustra uma fita 2G posicionada com o centro geométrico de sua seção transversal coincidindo com a origem do eixo cartesiano. Nesta fita, podem ser induzidas correntes devidas à variação da intensidade de campo magnético na direção do eixo  $y (\partial H_y/\partial t)$ . Uma vez que no MEI o valor de h pode ser considerado desprezível, a variação temporal da componente de H na direção x  $(\partial H_x/\partial t)$  não é capaz de induzir correntes na fita 2G.



Figura 4.11: Ilustração da seção transversal de uma fita 2G, onde a corrente aplicada ou induzida, flui na direção do eixo z.

Ao se representar a seção transversal da fita 2G por uma linha, pode-se definir a densidade de corrente de lâmina na direção do eixo z ( $K_z$ ) como:

$$K_z(x,t) = \int_{-h/2}^{h/2} J_z(x,y,t) \,\mathrm{d}y.$$
(4.74)

Com auxílio da Lei de Ampère, a Equação 4.25 pode ser expressa em função de  $K_z$  ao se substituir o termo  $H_{y_{HTS}}$  por uma equação integral:

$$H_y(x,t) = H_{y_{EXT}}(x,t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{K_z(u,t)}{x-u} \,\mathrm{d}u, \qquad (4.75)$$

É importante observar que os valores de  $H_x$  e  $H_y$  podem ser necessários durante a simulação, seja para cálculo de  $F_x$  e  $F_y$ , ou mesmo para cálculo de  $\rho$  quando  $J_c$ depende de H. No entanto, a Equação 4.75 apresenta uma singularidade quando x = u. Para contorná-la, [89] sugeriu que o valor de  $H_{y_{HTS}}$  fosse calculado com base no valor principal de Cauchy:

$$H_{y_{HTS}} = \operatorname{Re}\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{K_z(u,t)}{x - u + i\,\xi} \,\mathrm{d}u\right], \qquad (4.76)$$

onde  $i \xi$  é uma pequena quantidade imaginária inserida para remover a singularidade. Segundo [89], bons resultados são obtidos com um valor de  $\xi$  equivalente à distância entre os elementos da malha, que no caso do modelo 1D, consiste no tamanho dos segmentos de reta que discretizam a fita 2G.

Como  $H_{y_{EXT}}$  pode ser um campo qualquer, a densidade de corrente de lâmina  $(K_z)$  não precisa apresentar simetria com nenhum eixo. Logo, o ponto x = 0 não é necessariamente uma referência (terra) para a tensão induzida. Inicialmente, podese supor o ponto x = -w/2 como referência. Sendo assim, o fluxo magnético ( $\phi$ ) entre os pontos x = -w/2 e um ponto arbitrário x por unidade de comprimento (l) da fita ao longo do eixo z é dado por:

$$\frac{\phi(x,t)}{l} = \\
= \mu_0 \int_{-w/2}^x H_{y_{EXT}}(x',t) \, \mathrm{d}x' + \mu_0 \int_{-w/2}^x \frac{1}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{K_z(u,t)}{x'-u} \, \mathrm{d}u \, \mathrm{d}x' = \\
= \mu_0 \int_{-w/2}^x H_{y_{EXT}}(x',t) \, \mathrm{d}x' + \mu_0 \int_{-w/2}^{w/2} \frac{K_z(u,t)}{2\pi} \int_{-w/2}^x \frac{1}{x'-u} \, \mathrm{d}x' \, \mathrm{d}u = \\
= \mu_0 \int_{-w/2}^x H_{y_{EXT}}(x',t) \, \mathrm{d}x' + \mu_0 \int_{-w/2}^{w/2} \frac{K_z(u,t)}{2\pi} \ln\left(\frac{u-x}{u+w/2}\right) \, \mathrm{d}u.$$
(4.77)

Nota-se que expressão dentro da função logaritmo pode assumir valores negativos, resultando em números complexos. Para que apenas a parte real seja considerada, é usual que a função logaritmo seja aplicada no módulo do resultado desta expressão [90]:

$$\frac{\phi(x,t)}{l} = \mu_0 \int_{-w/2}^x H_{y_{EXT}}(x',t) \, \mathrm{d}x' + \mu_0 \int_{-w/2}^{w/2} \frac{K_z(u,t)}{2\pi} \ln \left| \frac{u-x}{u+w/2} \right| \mathrm{d}u.$$
(4.78)

Com o auxílio da lei de Faraday e lembrando que o sentido do campo elétrico é oposto ao sentido da diferença de potencial, tem-se que:

$$E_z(x,t) = -\frac{V(x,t)}{l} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi(x,t)}{l} \right] = \rho \frac{K_z(x,t)}{h}.$$
(4.79)

Finalmente, a partir das equações 4.78 e 4.79, pode-se escrever:

$$K_{z}(x,t) = = \frac{\mu_{0}h}{\rho} \left[ \int_{-w/2}^{x} \dot{H}_{y_{EXT}}(x',t) \, \mathrm{d}x' + \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln \left| \frac{u-x}{u+w/2} \right| \, \mathrm{d}u \right] = \\ = \frac{\mu_{0}h}{\rho} \int_{-w/2}^{x} \dot{H}_{y_{EXT}}(x',t) \, \mathrm{d}x' + \frac{\mu_{0}h}{\rho} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln |u-x| \, \mathrm{d}u - \\ - \frac{\mu_{0}h}{\rho} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln \left| u + \frac{w}{2} \right| \, \mathrm{d}u,$$

$$(4.80)$$

onde  $\dot{H}_{y_{EXT}}$  e  $\dot{K}_z$  são, respectivamente, as derivadas parciais de  $H_{y_{EXT}}$  e  $K_z$  em relação ao tempo.

A Equação 4.80 é a equação integral que deve ser resolvida ao longo da largura da fita 2G para que se obtenha a densidade de corrente de lâmina na mesma. É importante ressaltar que uma solução analítica desta equação não pode ser obtida de maneira trivial, pois existem singularidades para u = x e u = -w/2. Hoje em dia, no entanto, estas equações integrais podem ser facilmente convertidas em um problema de MEF, capaz de lidar com estas singularidades de maneira mais eficiente que a maioria dos métodos convencionais [10]. Além disso, nota-se que o último termo da Equação 4.80 não depende da posição x, sendo portanto uma constante que varia a cada instante de tempo e chamada de C(t), como apresentado abaixo:

$$\rho K_z(x,t) = \tau \left[ P(x,t) + Q(x,t) \right] + C(t), \tag{4.81}$$

onde:

- $\tau = \mu_0 h;$
- $P(x,t) = \int_{-w/2}^{x} \dot{H}_{y_{EXT}}(x',t) \, \mathrm{d}x'$ , sendo esta parcela relativa às correntes induzidas devido ao campo magnético externo;
- $Q(x,t) = \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\dot{K}_z(u,t)}{2\pi} \ln|u-x| \, du$ , sendo esta parcela relativa às correntes induzidas por ação do campo magnético gerado pela própria fita;
- C(t) é um termo que pode ser ajustado para impor a corrente de transporte desejada na fita<sup>4</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Apesar de a variável C ser utilizada com o propósito de impor a corrente de transporte desejada tanto na formulação A - V com MDF como no MEI, o significado físico deste parâmetro não é o mesmo em ambos os métodos.

O valor instantâneo da corrente na fita 2G pode ser imposto pela seguinte restrição:

$$I_{TR}(t) = \int_{-w/2}^{w/2} K_z(x,t) \,\mathrm{d}x.$$
(4.82)

Com a restrição da Equação 4.82, pode-se determinar, a cada instante de tempo, um valor para C(t) que desloque o terra da fita 2G do ponto x = -w/2 para o ponto apropriado dentro do intervalo [-w/2, w/2]. A Figura 4.12 mostra o efeito da constante C(t) na distribuição da densidade de corrente. O valor de C(t) é usualmente obtido pelo MEF ao se impor a restrição de corrente através de multiplicadores de Lagrange ou algum outro método equivalente [91].



Figura 4.12: Efeito da constante C(t) na distribuição da densidade de corrente.

Se o campo magnético externo for simétrico em torno do eixo y, a corrente de transporte na fita 2G será naturalmente nula, como esperado nos MMS que serão analisados neste trabalho. Neste caso, não é necessário impor nenhuma restrição à corrente de transporte da fita 2G. Além disso, este tipo de simetria, onde  $K_z(x,t) = -K_z(-x,t)$ , permite que o termo Q da Equação 4.81 seja simplificado da seguinte maneira:

$$Q(x,t) = \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln|u-x| \, du =$$

$$= \int_{-w/2}^{0} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln|u-x| \, du + \int_{0}^{w/2} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln|u-x| \, du =$$

$$= \int_{0}^{w/2} \frac{-\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln|u+x| \, du + \int_{0}^{w/2} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln|u-x| \, du =$$

$$= \int_{0}^{w/2} \frac{\dot{K}_{z}(u,t)}{2\pi} \ln\left|\frac{u-x}{u+x}\right| \, du.$$
(4.83)

### Equações Integrais para pilhas de fitas 2G

O mesmo procedimento que foi apresentado para simular uma única fita 2G pelo MEI pode ser expandido para os empilhamentos. Neste caso, as fitas 2G podem ser posicionadas em uma matriz com diversas linhas e colunas, como se pode ver na Figura 4.13, abaixo:

Figura 4.13: Ilustração de uma pilha de fitas 2G com i linhas e j colunas.

Nesta nova topologia, os termos  $P \in Q$  da Equação 4.81 devem englobar todas as fitas de uma mesma linha, podendo ser reescritos das seguintes formas:

• P(x, y, t):

Sem simetria:

$$P(x, y, t) = \int_{-x_j}^{x_j} \dot{H}_{y_{EXT}}(x', y, t) \, \mathrm{d}x'; \qquad (4.84)$$

Com simetria em torno do eixo y:

$$P(x, y, t) = \int_{0}^{x_j} \dot{H}_{y_{EXT}}(x', y, t) \,\mathrm{d}x'; \qquad (4.85)$$

• Q(x, y, t):

Sem simetria:

$$Q(x, y, t) = \int_{-x_j}^{x_j} \frac{\dot{K}_z(u, y, t)}{2\pi} \ln|u - x| \,\mathrm{d}u;$$
(4.86)

Com simetria em torno do eixo y:

$$Q(x, y, t) = \int_{0}^{x_{j}} \frac{\dot{K}_{z}(u, y, t)}{2\pi} \ln \left| \frac{u - x}{u + x} \right| du.$$
(4.87)

A interação entre diferentes linhas do empilhamento pode ser computada pela variável R, que deve ser inserida na Equação 4.81:

$$\rho K_z(x, y, t) = \tau \left[ P(x, y, t) + Q(x, y, t) + R(x, y, t) \right] + C(t), \tag{4.88}$$

onde, o valor de R pode ser calculado seguindo o mesmo procedimento adotado para Q [92], resultando em:

• Sem simetria:

$$R(x,y,t) = \sum_{\substack{k=1\\y\neq y_k}}^{i} \left[ \int_{-x_j}^{x_j} \frac{\dot{K}_z(u,y_k,t)}{4\pi} \ln\left[ (u-x)^2 + (y-y_k)^2 \right] \mathrm{d}u \right]; \quad (4.89)$$

• Com simetria em torno do eixo y:

$$R(x,y,t) = \sum_{\substack{k=1\\y\neq y_k}}^{i} \left[ \int_{0}^{x_j} \frac{\dot{K}_z(u,y_k,t)}{4\pi} \ln\left[\frac{(u-x)^2 + (y-y_k)^2}{(u+x)^2 + (y-y_k)^2}\right] \mathrm{d}u \right].$$
(4.90)

### Implementação do MEI com Simetria

O MEI pode ser implementado com um pacote do COMSOL que resolve a PDE abaixo:

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \left( -c \,\nabla u - \alpha \, u + \gamma \right) + \beta \cdot \nabla u + a \, u = f, \qquad (4.91)$$

onde:

$$u = K_z \quad ; \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \quad ; \quad a = \rho \quad ; \quad f = \tau \left[ P + Q + R \right] \quad ; \quad \alpha = 0 \quad ; c = 0 \quad ; \quad e_a = 0 \quad ; \quad d_a = 0 \quad ; \quad \beta = 0 \quad ; \quad \gamma = 0 \quad .$$
(4.92)

Quando os coeficientes da Equação 4.92 são substituidos na Equação 4.91, o resultado é a Equação 4.88 sem o termo C. De fato, a corrente de transporte pode ser imposta diretamente por meio de uma restrição, como a da Equação 4.82, implementada com multiplicadores de Lagrange. No caso dos MMS que serão simulados neste trabalho, onde a corrente de transporte em cada fita 2G deve ser nula, uma restrição deve ser inserida em cada fita, exceto as que estão centralizadas no eixo de simetria e, portanto, são representadas por metade de sua seção transversal, como exemplificado na Figura 4.14. Além disso, é preciso impor uma condição de contorno de Dirichlet nos pontos que tocam o eixo de simetria, forçando a densidade de corrente de lâmina à zero:  $K_z(0, y, t) = 0$ .



Figura 4.14: Exemplo de como aplicar restrições na corrente de transporte em pilhas de fitas 2G quando há simetria em torno de um eixo.

Para determinar  $K_z$  no exemplo da Figura 4.14, os coeficientes não nulos da Equação 4.92 devem ser atualizados a cada iteração da seguinte maneira:

- $\rho \Rightarrow O$  valor da resistividade depende do modelo adotado.
- $Q(x, y, t) \Rightarrow$  Equação 4.87;
- $R(x, y, t) \Rightarrow$  Equação 4.90;
- $P(x, y, t) \Rightarrow$  Equação 4.85, onde  $\dot{H}_{y_{EXT}}$  é derivado de  $H_{y_{EXT}}$ , obtido pela Equação 4.8, e depende do tipo de movimento relativo entre o HTS e a fonte de campo do MMS durante às simulações. Se a movimentação for apenas na

direção vertical (eixo y), pode-se escrever:

$$\dot{H}_{y_{EXT}}(x,y,t) = \frac{\partial H_{y_{EXT}}}{\partial t} = \frac{\partial H_{y_{EXT}}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial H_{y_{EXT}}}{\partial y} v = = -\frac{M v}{2\pi} \frac{(x-x_3)}{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2} + \frac{M v}{2\pi} \frac{(x-x_2)}{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} - -\frac{M v}{2\pi} \frac{(x-x_4)}{(x-x_4)^2 + (y-y_4)^2} + \frac{M v}{2\pi} \frac{(x-x_5)}{(x-x_5)^2 + (y-y_5)^2};$$
(4.93)

onde  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ ,  $(x_4, y_4)$  e  $(x_5, y_5)$  são os vértices do ímã apresentado na Figura 4.1.

Considere que a variável *i* representa o número de linhas do empilhamento. Neste caso, é necessário que sejam criados *i* modelos no COMSOL, devendo cada um ser resolvido pelo MEI. A influência de cada linha de supercondutores nas outras deve ser computada através de acoplamentos bidirecionais, de modo que os *i* valores de  $K_z$  devem ser conhecidos em todos os *i* modelos à cada iteração.

### Considerações Finais do Método

Em termos de dificuldade de implementação, o MEI é um meio termo entre as formulações  $H \in A - V$ . Quando a quantidade de linhas do empilhamento é grande, é conveniente que o usuário crie os diversos modelos necessários (1 para cada linha do empilhamento) através de um código em Matlab, automatizando as configurações que devem ser repetidas em cada modelo. Este procedimento pode exigir conhecimentos de programação.

A principal vantagem do MEI é que este pode ser facilmente acoplado com modelos 2D que utilizam formulação A - V [93]. Por outro lado, o MEI não pode ser utilizado em conjunto com modelos 3D, sendo esta sua maior limitação.

# Capítulo 5

# Resultados e Discussões

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos com as técnicas de simulação apresentadas no Capítulo 4. As vantagens e desvantagens de cada método serão analisadas levando-se em conta a facilidade de implementação, estabilidade, tempo necessário para se obter uma solução e a influência da malha nos resultados. A validação das ferramentas propostas foi obtida por meio de comparações dos valores de força de levitação medidos e simulados. Além disso, o perfil de densidade de corrente induzidas no supercondutor será apresentado com o objetivo de facilitar o entendimento dos resultados.

Todas as simulações foram realizadas em um computador com as seguintes características:

- Modelo: XPS 8300 da DELL Inc.
- Tipo do sistema: x64
- Processador: Intel(R) Core(TM) i7-2600 @ 3,40GHz
- Memória Física (RAM) Instalada: 8,00 GB

Neste estudo, a formulação A - V com MDF e a formulação H com MEF serão comparadas diretamente com resultados experimentais. Espera-se que estas técnicas sejam capazes de prever o comportamento do MMS utilizando o mesmo ajuste de parâmetros para representar as propriedades do HTS. Por outro lado, o MEI parte de princípios muito diferentes, onde a geometria utilizada para representar o empilhamento de fitas 2G difere da geometria utilizada nos outros métodos. Desta forma, os resultados do MEI serão confrontados com os resultados da formulação H com MEF, para que sejam evidenciadas as principais diferenças entre as duas técnicas.

# 5.1 Estudo de Casos

A validação das técnicas de simulação foi realizada com o estudo de casos que será apresentado nesta seção. Para efeito de comparação, foram realizados 10 ensaios com o sistema de medidas de forças apresentado na seção 3.3.1. Em todos eles, a movimentação da amostra foi realizada a uma velocidade fixa de v = 0,5 mm/s na direção vertical (eixo y), de modo que o HTS pode apenas ser aproximado ou afastado da fonte de campo magnético. Os componentes utilizadas nestes MMS foram:

• Fonte de campo magnético:

Ensaios 1 a 10: Ímã em forma de paralelepípedo, apresentado na seção 3.2.1;

• Amostras Supercondutoras:

Ensaios 1 a 5: Bloco maciço, apresentado na seção 3.2.2;

Ensaios 6 a 10: Placa 2G SP, apresentada na seção 3.2.2.

As distância relativas entre HTS e ímã durante a movimentação dos ensaios pode ser vista na Figura 5.1. Nota-se que os ensaios 1 a 5 e 6 a 10 são respectivamente correspondentes, porém utilizam amostras supercondutoras diferentes. Desta forma, os modelos utilizados para representar o HTS nos ensaios 1 a 5 devem ser diferentes dos modelos utilizados nos ensaios 6 a 10.



Figura 5.1: Distâncias entre HTS e ímã nos ensaios utilizados para validar as simulações.

Os resultados medidos em cada um dos 10 ensaios realizados foram comparados com os resultados obtidos com as técnicas de simulação propostas. Uma vez que não foi realizado nenhum movimento lateral (eixo x), o HTS está sujeito a um campo magnético simétrico durante todas as simulações, tornando possível o uso de um eixo de simetria que reduz a complexidade do problema à metade. Também foram desprezados os efeitos de borda, permitindo uma análise 2D, e todos os componentes dos MMS foram considerados com propriedades magnéticas lineares.

# 5.2 Formulação A-V com MDF

A primeira técnica de simulação testada neste trabalho foi a formulação A - Vcom MDF, uma vez que esta já havia sido objeto de estudo do LASUP [6, 7]. No tópico 4.2.1, foram propostas alterações no sentido de diminuir o tempo de implementação e de simulação deste método. Além disso, o modelo de estado crítico, limitado a apresentar soluções de regime permanente, foi substituído pelo modelo da "power-law", que pode ser utilizado em simulações de regime transitório. No entanto, existe uma diferença muito grande entre simular um bloco maciço (ensaios 1 a 5) e uma pilha de fitas 2G (ensaios 6 a 10). Desta forma, estes casos serão tratados separadamente.

# 5.2.1 Ensaios 1 a 5

Nestas simulações, onde o único supercondutor é um bloco maciço (NS = 1)centralizado no eixo de simetria, a corrente de transporte do HTS será naturalmente nula, não sendo necessário aplicar nenhuma restrição (C = 0). O código utilizado nestas simulações considera uma dependência de  $J_c$  com H do tipo exponencial, apresentada na Equação 3.5. A escolha por este tipo de dependência se deu com base nos resultados experimentais apresentados na Figura 3.8, mas não existem restrições à utilização de outros modelos.

Neste trabalho, foram adotados os seguintes parâmetros de ajuste para o modelo que representa as propriedades do HTS:  $E_c = 1 \,\mu V/cm$ ,  $J_{c_0} = 3,7 \times 10^8 \, A/m^2$ , n = 25e  $H_0 = 1,8 \times 10^5 \, A/m$ . Esses parâmetros foram ajustados de modo a reproduzir os resultados das medições obtidas no Ensaio 1, que foi usado para calibração das propriedades do supercondutor. Obviamente, é possível ajustar os parâmetros do modelo de modo a obter resultados ainda mais exatos, de acordo com as necessidades do usuário. A Tabela 5.1 apresenta informações de diversas simulações do Ensaio 1, utilizando diferentes discretizações espaciais e diferentes critérios de parada. Os valores de  $F_y(H_x)$  e  $F_y(H_{x_{EXT}})$  devem ser iguais e são dados, respectivamente, pelas equações 4.23 e 4.27. Desta forma, a sétima coluna da Tabela 5.1 indica problemas de convergência do algoritmo de solução, a medida que seus valores se afastam de zero. Nota-se que, os benefícios de utilizar  $\varepsilon_E = 1, 0 \times 10^{-7}$  não compensam o aumento de tempo computacional e, portanto, os resultados que serão apresentados nesta etapa do trabalho utilizam  $\varepsilon_E = 1, 0 \times 10^{-6}$ .

Cod.	$\varepsilon_E$	$a\left(m ight)$	b(m)	N	Tempo $(s)$	$max F_y(H_x) - F_y(H_{x_{EXT}}) $
AV01	1e-7	25e-5	25e-5	952	3,341e3	4,26e-14
AV02	1e-7	25e-5	50e-5	476	6,036e2	2,84e-14
AV03	1e-7	50e-5	25e-5	476	5,934e2	5,68e-14
AV04	1e-7	50e-5	50e-5	238	5,145e1	4,26e-14
AV05	1e-6	25e-5	25e-5	952	5,892e2	5,68e-14
AV06	1e-6	25e-5	50e-5	476	9,879e1	7,11e-14
AV07	1e-6	50e-5	25e-5	476	1,001e2	5,68e-14
AV08	1e-6	50e-5	50e-5	238	1,120e1	4,26e-14
AV09	1e-5	25e-5	25e-5	952	2,099e1	2,04e0
AV10	1e-5	25e-5	50e-5	476	4,571e0	1,87e0
AV11	1e-5	50e-5	25e-5	476	4,614e0	1,83e0
AV12	1e-5	50e-5	50e-5	238	1,286e0	1,74e0

Tabela 5.1: Comparação de diferentes configurações nas simulações do Ensaio 1.

Os dados que serão apresentados são referentes ao cálculo de  $F_y$  pela Equação 4.23, uma vez que esta produz resultados menos estáveis que a Equação 4.27 quando a simulação converge para valores inconsistentes. Desta forma, a necessidade de refinar as configuração da simulação pode ser percebida graficamente. Além disso, é importante observar que a força de levitação não é muito sensível às configuração adotadas, como pode ser visto na Figura 5.2.



Figura 5.2: Comparação das forças de levitação obtidas com as configurações Cod. AV01 e Cod. AV08.

O tamanho dos elementos que discretizam o problema não possui grande influência sobre a força de levitação. No entanto, quanto mais refinada for a malha, melhor será a visualização do perfil de correntes induzidas. A título de exemplo, a Figura 5.3 apresenta os valores de  $J_z$  em metade da seção transversal do HTS, devido ao eixo de simetria, para diferentes malhas. Apesar de as figuras conterem apenas valores de  $J_z$  positivos, a escala foi dimensionada de maneira simétrica, considerando a reflexão de  $J_z$  no eixo de simetria e deixando a visualização dos resultados mais próxima do que se encontra na literatura. Desta forma, os resultados que serão apresentados a seguir são referentes à configuração Cod. AV05.



Figura 5.3: Densidade de corrente induzida em  $[A/m^2]$  no Ensaio 1, no instante t = 190 s, utilizando as configurações: (a) Cod. AV01, (b) Cod AV02, (c) Cod. AV03 e (d) Cod. AV04.

### Ensaio 1

Após a execução de uma série de simulações seguidas de modificações nos parâmetros que definem as propriedades do supercondutor, os valores de força de levitação obtidos foram considerados suficientemente próximos dos medidos no Ensaio 1, como pode ser visto na Figura 5.4. Vale ressaltar que bons resultados eram esperados, uma vez que o Ensaio 1 foi utilizado para calibração e, portanto, não serve para validação da ferramenta apresentada. Ainda assim, a Figura 5.4.b apresenta um erro absoluto máximo de aproximadamente 4, 5 N. De fato, neste trabalho, o foco do estudo são as técnicas de simulação e a capacidades de prever o comportamento

do HTS, de modo que não foram gastos muitos esforços para se obter resultados mais precisos, o que seria possível através de um ajuste mais fino dos parâmetros do modelo, ou mesmo pela adoção de um modelo mais sofisticado para representar o comportamento do HTS.



Figura 5.4: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 1 ( $100 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm$ ) utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 589, 2 s.

Para uma melhor compreensão do funcionamento deste MMS, a Figura 5.5 apresenta o perfil de densidades de correntes induzidas em diferentes instantes de tempo. Este perfil, apresentado na Figura 5.5, se assemelha a outros encontrados na literatura [6, 7], porém, como a modelagem considera uma dependência de  $J_c$  com H, nota-se um perfil com diferentes tonalidades de cores. Por exemplo, no instante  $t = 190 \ s$ , o valor de  $J_c$  é menor na região externa da amostra, onde o campo é mais intenso. No entanto, ao se afastar do ímã, as correntes induzidas sofrem também influência do campo magnético que foi aprisionado na amostra durante o movimento de aproximação. Como resultado, no instante  $t = 380 \ s$ ,  $J_c$  é maior na região externa do bloco supercondutor. É importante observar que, apesar de a amostra retornar para a posição inicial, esta se encontra em um ponto de operação diferente, onde existe fluxo aprisionado e circulação de corrente.

### Ensaio 2

No Ensaio 2, o supercondutor fez movimentos de aproximação e afastamento repetidos (5 ciclos). A Figura 5.6, mostra que o comportamento da força de levitação pode ser previsto com simulações que utilizam a formulação A - V implementada com o MDF. Além disso, como a modelagem do HTS não é perfeita, é natural que exista um aumento no erro absoluto a cada ciclo, mas como pode ser observado na Figura 5.6.b, este aumento é da ordem de  $10^{-1}N$ . Em outras palavras, a calibração que foi realizada com o Ensaio 1 representa bem o HTS quando este se encontra entre 10 mm e 5 mm de distância do trilho.



Figura 5.5: Densidades de correntes induzidas em  $[A/m^2]$  em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 1.



Figura 5.6: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 2  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 10 \, mm)$  utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 452, 4 s.

O perfil de correntes induzidas do Ensaio 2, apresentado na Figura 5.7, mostra que o aprisionamento de fluxo ao longo da movimentação atinge algo próximo do regime permanente ao término do primeiro movimento de descida, em t = 10 s. Em outras palavras, a cada ciclo, o HTS passa pelas mesmas configurações de correntes induzidas. Por este motivo, o perfil de  $F_y$  durante o ensaio forma um laço de histerese definido, como indicado na Figura 5.8. De maneira geral, a largura do laço de histerese formado pela força de levitação ao longo do movimento de subida e descida, depende da quantidade de material supercondutor da amostra. No entanto, como o HTS é um bloco maciço, o fato de o laço de histerese ter sido tão estreito está relacionado com uma variação de fluxo pequena no intervalo do movimento.



Figura 5.7: Densidades de correntes induzidas em  $[A/m^2]$  em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 2.



Figura 5.8: Comportamento histerético simulado da força de levitação no Ensaio 2.

### Ensaios 3, 4 e 5

Nos ensaios 3, 4 e 5, a amostra supercondutora foi resfriada a diferentes distâncias do ímã, correspondendo a diferentes condições de resfriamento. As figuras 5.9, 5.10 e 5.11 mostram comparações entre os resultados medidos e simulados, onde se pode notar que, novamente, a formulação A - V com MDF foi capaz de prever o comportamento do mancal magnético supercondutor em diferentes condições de ensaio.

Pode-se observar um decaimento da força de levitação máxima à medida que a distância inicial entre o ímã e o supercondutor diminui. Em contrapartida, quanto menor for a distância inicial, maior será o fluxo magnético aprisionado no instante do resfriamento e, conseqüentemente, maior será a estabilidade lateral. Desta forma, os testes com FC são essenciais para se determinar o ponto de operação de um mancal magnético supercondutor. Para mais informações, os perfis de correntes induzidas obtidos nestas simulações estão disponíveis no Apêndice A.



Figura 5.9: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 3 ( $30 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm$ ) utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 737, 5 s.



Figura 5.10: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 4  $(20 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 663, 3 s.



Figura 5.11: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 5  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 583, 1 s.

De maneira geral, a calibração dos parâmetros do modelo que define as propriedades da amostra supercondutora, realizada com os dados experimentais do Ensaio 1, mostrou-se eficaz para prever o comportamento de outros 4 ensaios (2 a 5), aumentando a confiabilidade da ferramenta e validando o modelo.

# 5.2.2 Ensaios 6 a 10

Inicialmente, tentou-se utilizar a formulação A - V com MDF para simular o MMS utilizado nos ensaios 6 a 10, representado cada camada de HTS das fitas 2G em tamanho real. Apesar do MDF estar sendo utilizado de maneira implícita, a convergência das simulações não foi obtida. Desta forma, cada coluna do empilhamento foi homogeneizada, transformando-se em dois domínios supercondutores (ND = 2) que, portanto, englobam 5 fitas 2G. Como a Placa 2G SP possui três pilhas de fitas 2G posicionadas lado a lado, se não houvesse simetria seriam necessários seis domínios supercondutores para representar este objeto nas simulações. Com simetria bastam quatro, como se pode ver na Figura 5.12.



Figura 5.12: Domínios da Placa 2G SP homogeneizada com simetria.

A fita 2G apresenta não linearidades mais acentuadas que os blocos maciços, exigindo uma modelagem mais sofisticada. O código utilizado nestas simulações inclui uma dependência de n com H do tipo exponencial, similar à que foi apresentada para  $J_c$  na Equação 3.5. A escolha por este tipo de dependência se deu com base nos resultados experimentais da Figura 3.9. Nesta etapa do trabalho, utilizaram-se os dados do Ensaio 6 para ajustar os parâmetros do modelo que representa as propriedades do HTS, resultando em:  $E_c = 1 \,\mu V/cm$ ,  $J_{c_0} = 3,0 \times 10^8 \, A/m^2$ ,  $n_0 = 25$ ,  $H_{0_J} = 12,0 \times 10^5 \, A/m \, \text{e } H_{0_n} = 1,4 \times 10^5 \, A/m$ . Uma vez que as configurações de malha e de critério de parada dadas pelo Cod. AV05 foram bem sucedida nos ensaios de 1 a 5, pensou-se em utilizá-las também nos ensaios de 6 a 10. No entanto, dado o tamanho dos domínios supercondutores, o valor da altura dos elementos teve que ser modificada para  $b = 15.528 \, e - 5$ . O resultado desta simulação para o Ensaio 6 é apresentado na Figura 5.13, onde se pode notar instabilidades quando a força de levitação é computada pela Equação 4.23. Desta forma, os resultados que serão apresentados a seguir utilizam o Cod. AV01 com b modificado.



Figura 5.13: Comparação entre os resultados de  $F_y$  calculados, respectivamente, com as equações 4.27 e 4.23 para o Ensaio 6 (100 mm  $\downarrow$  5 mm  $\uparrow$  100 mm) utilizando o Cod. AV05 com b modificado.

### Ensaio 6

Os resultados do Ensaio 6, utilizados para ajuste dos parâmetros que representam as propriedades do HTS, podem ser vistos na Figura 5.14. Como era de se esperar, verifica-se uma boa concordância entre os dados medidos e simulados, onde o erro absoluto máximo de 0, 8 N foi considerado satisfatório. Desta forma, a homogeneização dos empilhamentos de fitas 2G mostrou-se uma boa alternativa nos casos em que não se consegue obter convergência.



Figura 5.14: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 6 ( $100 \ mm \downarrow 5 \ mm \uparrow 100 \ mm$ ) utilizando o Cod. AV01 com *b* modificado. Tempo de simulação: 170, 1 *s*.

O perfil de densidade de correntes induzidas na simulação do Ensaio 6 é apresentado na Figura 5.15 em diversos instantes de tempo. É importante observar que este problema exige que sejam impostas 2 restrições de corrente, sendo uma em cada domínio que não toca o eixo de simetria. Desta forma, as restrições fazem com que  $J_z$  apresente um perfil aproximadamente simétrico neste domínios, forçando a corrente de transporte a zero. Além disso, é importante observar que, no movimento de descida, o perfil  $J_z$  praticamente manteve-se inalterado entre as distância de 20 mm e 5 mm.



Figura 5.15: Densidades de correntes induzidas em  $[A/m^2]$  em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 6.

### Ensaio 7

No Ensaio 7, o erro na força de levitação apresentou um comportamento crescente a cada ciclo de movimentação, como indicado na Figura 5.16, podendo este ser atribuído às imperfeições do modelo e do ajuste de parâmetros. No entanto, a comparação entre os resultados experimentais e medidos mostra que esta técnica de simulação foi capaz de prever o comportamento do MMS de maneira satisfatória. Este resultado é interessante, pois deixa evidente a dificuldade de ajustar os parâmetros do HTS com base em modelos presentes na literatura. Neste ponto, é importante mencionar o papel dos sistemas de caracterização de fitas 2G, como o que foi apresentado na seção 3.1.2, que tem por objetivo fazer o levantamento do comportamento das fitas 2G em diferentes condições de operação. Em outras palavras, os estudos das técnicas de simulação de supercondutores devem ocorrer em paralelo com os estudos na área de caracterização, como tem sido feito no LASUP.



Figura 5.16: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 7  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 10 \, mm)$  utilizando o Cod. AV01 com *b* modificado. Tempo de simulação: 279, 3 *s*.

O perfil de correntes induzidas do Ensaio 7, apresentado na Figura 5.17, mostra as inversões no sentindo de magnetização do HTS a cada mudança de direção. Nota-se que, as correntes induzidas penetram os domínios supercondutores a partir de suas extremidades. Por exemplo, do instante t = 10 s para o instante t = 15 s, as correntes induzidas no sentido positivo do eixo z tiveram seu valor reduzido em algumas regiões, porém, nas extremidades do HTS, chegaram a ficar negativas. Essa mudança tende a ocorrer rapidamente quando o volume de HTS é pequeno. De maneira análoga ao que foi apresentado no Ensaio 2, as variações de  $J_z$  são visualmente pequenas desde o término do primeiro movimento de descida, em t = 10s, porém, o comportamento de  $F_y$  ao longo do ensaio indica que o regime permanente não foi atingido.



Figura 5.17: Densidades de correntes induzidas em  $[A/m^2]$  em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 7.

### Ensaios 8, 9 e 10

Para os ensaios 8, 9 e 10, as figuras 5.18, 5.19 e 5.20 mostram comparações entre os resultados medidos e simulados, onde se pode notar que os erros absolutos máximos foram da mesma ordem de grandeza do Ensaio 6, onde foi feita a calibração. Como o volume de HTS na Placa 2G SP é pequeno, as correntes induzidas penetram rapidamente todo o material. Por este motivo, os valores máximos de  $F_y$  são praticamente iguais nos ensaios 8 e 9. Para mais informações, os perfis de correntes induzidas obtidos nestas simulações estão disponíveis no Apêndice B.



Figura 5.18: Resultados do Ensaio 8  $(30 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. AV01 com *b* modificado. Tempo de simulação: 300, 8 *s*.



Figura 5.19: Resultados do Ensaio 9  $(20 mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm \downarrow 5 mm)$  utilizando o Cod. AV01 com *b* modificado. Tempo de simulação: 305,0 *s*.



Figura 5.20: Resultados do Ensaio 10  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. AV01 com *b* modificado. Tempo de simulação: 247, 4 *s*.

# 5.3 Formulação H com MEF

A formulação H com MEF, é a técnica de simulação de supercondutores mais presente na literatura. No entanto, não é muito utilizada para a aplicação de MMS. Nesta seção, são apresentados os resultados do uso desta ferramenta nos ensaios 1 a 10, onde foram utilizados os mesmos parâmetros da formulação A - V com MDF para descrever o comportamento do HTS.

Como esta técnica é implementada com o auxílio do COMSOL, o programa permite que o usuário estabeleça o erro absoluto (EA) e, se desejar, o erro relativo (ER). Além disso, o COMSOL possui ferramentas para criar malhas com diferentes níveis de refinamento, especificadas por códigos que variam de 1 a 9, sendo 1 o maior nível de refinamento e 9 o menor. O usuário também pode escolher as configurações da malha manualmente, ou utilizar malhas mapeadas [94].

## 5.3.1 Ensaios 1 a 5

Para realização dos ensaios 1 a 5, foram testadas diferentes configurações de malha e critérios de parada, como apresentado na Tabela 5.2 para o Ensaio 1. Pode-se observar que o parâmetro mais relevante na qualidade dos resultados foi o refinamento da malha, de modo que a configuração Cod. H10 foi selecionada e utilizada nos resultados que serão apresentados nesta seção. De maneira geral, quando comparada com a formulação A - V, a formulação H apresentou erros maiores entre as duas formas de calcular  $F_y$ . Isso pode ser um indicativo de resultados menos precisos.

Cod.	ER	EA	Malha	IN	Tempo $(s)$	$\max F_y(H_x) - F_y(H_{x_{EXT}}) $
H01	-	1e-4	4	896	1600	0,7625
H02	-	1e-4	5	532	535,0	1,098
H03	-	1e-4	6	348	$54,\!40$	1,725
H04	1e-4	1e-4	4	896	921,5	0,7660
H05	1e-4	1e-4	5	532	$389,\!6$	1,113
H06	1e-4	1e-4	6	348	$54,\!14$	1,723
H07	-	1e-3	4	896	1466	0,7650
H08	-	1e-3	5	532	$388,\!6$	1,095
H09	-	1e-3	6	348	$50,\!84$	1,719
H10	1e-4	1e-3	4	896	808,1	0,7659
H11	1e-4	1e-3	5	532	308,0	1,113
H12	1e-4	1e-3	6	348	47,41	1,723

Tabela 5.2: Comparação de diferentes configurações nas simulações do Ensaio 1.

A influência do refinamento da malha no perfil de correntes induzidas pode ser vista na Figura 5.21. Nota-se que este perfil é muito semelhante ao que foi apresentado na formulação A - V para o Ensaio 1 (Figura 5.3).



Figura 5.21: Densidade de corrente induzida no Ensaio 1, no instante t = 190 s, utilizando as configurações: (a) Cod. H10 e (b) Cod. H12.

De fato, todos os perfis de densidade de corrente que poderiam ser apresentados nos ensaios 1 a 5 para a formulação H, são semelhantes aos que foram apresentados na formulação A-V. Desta forma, para evitar a repetição, este tópico não apresentará perfis de  $J_z$ . Esta técnica pode ser implementada com o auxílio de um código em Matlab, utilizado em conjunto com o COMSOL [11].

Na formulação H, o Ensaio 1 não foi utilizado para ajuste dos parâmetros. No entanto, espera-se que os resultados desta formulação sejam semelhantes aos obtidos com a formulação A - V, onde a calibração foi feita. Neste contexto, a Figura 5.22 mostra um EA máximo ainda menor do que o que foi obtido na formulação A - V. É importante mencionar que as duas formulações poderiam não apresentar exatamente o mesmo resultado, como pode ser visto pela comparação dos erros na força de levitação, em função dos seguintes fatores:

- A discretização espacial não é a mesma;
- Ainda que a mesma malha fosse implementada nos dois métodos, a formulação A – V com MDF minimiza o erro de E no centro de cada elemento, enquanto a formulação H com MEF calcula as componentes de H nas bordas dos ele-mentos;
- Não existe uma relação entre os critérios de parada dos dois métodos, que se aplicam à grandezas diferentes.



Figura 5.22: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 1 ( $100 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm$ ) utilizando o Cod. H10. Tempo de simulação: 808, 1 s.

De maneira análoga, a Figura 5.23 apresenta os resultados obtidos para o Ensaio 2. Apesar de os erros na força de levitação serem de mesma ordem de grandeza dos apresentados no ensaio de calibração, este parece aumentar a cada ciclo de maneira ligeiramente mais acentuada que na Figura 5.6.



Figura 5.23: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 2  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 10 \, mm)$  utilizando o Cod. H10. Tempo de simulação: 537, 9 s.

Os resultados dos ensaio com diferentes alturas de FC (3 a 5) estão apresentados nas figuras 5.24, 5.25 e 5.26. Novamente, as simulações foram capazes de prever o comportamento dos ensaios, mostrando que a formulação H com MEF também pode ser utilizada na aplicação de MMS. No entanto, se por um lado este método é de fácil implementação, por outro a formulação A-V apresentou tempos de solução menores, o que pode ser precioso dependendo da complexidade do problema a ser simulado.

Outra observação importante da formulação H, diz respeito ao tamanho da região de ar no entorno do HTS, pertencente ao domínio de simulação. Este parâmetro também influencia a qualidade da malha, o tempo de simulação e qualidade dos resultados. Em alguns casos, o tamanho da região de ar pode até mesmo comprometer a convergência do problema. Neste trabalho, os resultados apresentados foram referentes à uma região de ar de 1 mm, escolhida de maneira empírica.



Figura 5.24: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 3  $(30 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 523, 2 s.



Figura 5.25: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 4  $(20 mm \downarrow 5 mm \uparrow 100 mm \downarrow 5 mm)$  utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 589, 5 s.



Figura 5.26: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 5  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. AV05. Tempo de simulação: 434, 0 s.

### 5.3.2 Ensaios 6 a 10

Nos ensaios 6 a 10, a amostra supercondutora corresponde a um conjunto de 30 fitas 2G empilhadas em 3 colunas com 10 linhas cada. A princípio, não existe nada que impeça a utilização da formulação H para simular este mancal magnético supercondutor. Em termos práticos, no entanto, será mostrado que a complexidade do problema pode resultar em simulações que exigem grande esforço computacional, tornando o uso desta ferramenta não adequado. Neste contexto, a análise da qualidade da malha será de extrema importância para os resultados. Em primeiro lugar, como a camada supercondutora de cada fita 2G possui 1  $\mu m$  de altura e 12 mm de largura, seriam necessários muitos elementos para representar a seção transversal deste objeto e manter a qualidade da malha dentro de padrões aceitáveis. Como

exemplo, são apresentadas algumas estatísticas referentes ao uso da malha padrão do COMSOL menos refinada (9 - Extremely Coarse):

- Número de Elementos: 2.047.242
- $Q_{min}$ : 0.1001
- $Q_{med}$ : 0.8809

onde  $Q_{min}$  e  $Q_{med}$  são, respectivamente, os valores mínimo e médio da qualidade do elemento, que varia de 0 até 1, sendo 1 referente ao elemento de melhor qualidade possível. Vale ressaltar que esta análise é feita automaticamente pelo COMSOL. A título de exemplo, para o caso de elementos triangulares, o elemento ideal seria um triângulo equilátero.

Observa-se que, mesmo com um refinamento ruim, o número de elementos necessários para resolver este problema é bastante grande. A qualidade média dos elementos ( $Q_{med}$ ) apresenta um valor muito bom, visto que a qualidade do elemento é um valor entre 0 e 1. No entanto, o valor de  $Q_{min}$  pode ser considerado baixo, podendo comprometer os resultados. Do ponto de vista computacional, resolver um problema com uma malha que contem 2 milhões de elementos é uma tarefa não trivial. Desta forma, este trabalho descarta o uso das malhas padrão do COMSOL e faz uma análise do uso de malhas mapeadas, como sugerido em [94].

Na maioria dos programas de MEF, é possível que o usuário defina as características da malha manualmente, especificando, por exemplo, o número de divisões que serão feitas em uma linha no processo de criação da malha. Desta forma, a camada supercondutora da fita 2G foi dividida em regiões retangulares de 1  $\mu m$  de altura e uma largura que variou ao longo de diversas simulações. Posteriormente, estes elementos retangulares foram divididos em dois elementos triangulares iguais. Seguindo este raciocínio, a Figura 5.27 apresenta uma comparação das forças de levitação obtidas para o Ensaio 6 (sem ajuste de parâmetros) utilizando malhas mapeadas com diferentes números de divisões ao longo da largura da fita 2G. Nota-se que, a medida que o número de divisões aumenta, os resultados parecem convergir.

Existem outros fatores que precisam ser levados em conta para avaliar o uso da formulação H em mancais magnéticos supercondutores que utilizam fitas 2G empilhadas como levitadores passivos. Um deles é custo computacional com o refinamento da malha, apresentado na Tabela 5.3. Observa-se que, em todos os casos, a qualidade dos elementos é bastante baixa. Por outro lado, o refinamento da malha implicaria em aumentar ainda mais o tempo computacional. Desta forma, para a aplicação de interesse deste trabalho, esta técnica fica computacionalmente limitada a topologias simples, com poucas fitas empilhadas.


Figura 5.27: Comparação entre as forças de levitação obtidas para o Ensaio 6 sem ajuste de parâmetros utilizando malhas mapeadas com diferentes números de divisões ao longo da largura da fita 2G.

Tabela 5.3: Tempo de simulação do Ensaio 6 utilizando malhas mapeadas com diferentes números de divisões ao longo da largura da fita 2G.

Divisões/mm	DOF	Tempo $(s)$	$Q_{min}$	$Q_{med}$
1	2159	8063	0.001540	0.2027
2	3635	13685	0.003079	0.2630
3	5111	17491	0.004619	0.3149
4	6587	24493	0.006158	0.3468
5	8063	29630	0.006158	0.3650

Em resumo, a formulação H, da forma como foi apresentada até o momento, não mostrou resultados satisfatórios para o Ensaio 6 e, portanto, não foi considerada uma boa opção para o mancal magnético proposto. Esta consideração se estende aos ensaios 7 a 10, que também necessitam de uma ferramenta que atenda aos objetivos deste trabalho.

Para viabilizar o uso da formulação H com MEF em MMS constituídos por empilhamentos de fitas 2G atuando de maneira passiva, foi adotado o mesmo procedimento de homogeneização utilizado na formulação A - V com MDF, de modo que o problema foi discretizado exatamente da mesma maneira (mesma malha). Os outros parâmetros de configuração são equivalentes aos do Cod. H10.

A Figura 5.28 apresenta a comparação entre os resultados medidos e simulados para o Ensaio 6. Apesar de a calibração ter sido executada na formulação A - V, o erro na força de levitação foi ainda menor com este método.

Existe uma observação muito importante a respeito do tempo de simulação dos ensaios. Todos os resultados desta seção foram executados a partir de um código fonte executado na versão 4.4 do COMSOL. No entanto, ao longo do trabalho,



Figura 5.28: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 6 ( $100 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm$ ) utilizando o Cod. H10. Tempo de simulação: 437, 1 s.

percebeu-se que o tempo de simulação varia brutalmente de acordo com a versão do COMSOL utilizada. A título de exemplo, o mesmo arquivo do Ensaio 6 que foi executado no LASUP e demorou 437, 1 s para ser resolvido, foi executado em um computador da École Polytechnique de Montréal<sup>1</sup>, onde a versão do COMSOL instalada é a 4.3a. Como resultado, o arquivo gerado no Canadá foi posteriormente executado no LASUP em apenas 52 s. De fato, algumas configurações que são executadas automaticamente pelo COMSOL diferem de uma versão para outra, mas, nem todas as diferenças são acessíveis ao usuário.

Como era de se esperar, o Ensaio 7 também apresentou um erro crescente com esta técnica, como pode ser observado na Figura 5.29. Nota-se que, na primeira descida, este erro ficou aproximadamente constante durante um pequeno intervalo.



Figura 5.29: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 7  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 10 \, mm)$  utilizando o Cod. H10. Tempo de simulação: 239, 5 s.

 $<sup>^{1}</sup>$ O autor deste trabalho for recebido pelo pesquisador canadense Frédéric Sirois pelo período de 1 mês, onde desenvolveu parte de seu trabalho.

Finalmente, os resultados simulados com diferentes alturas de FC também apresentaram boa concordância com os dados experimentais, pois seus EA máximos são da ordem de grandeza do Ensaio 6, como pode ser visto nas figuras 5.30, 5.31 e 5.32.

De maneira geral, a formulação H com MEF atingiu resultados similares aos que foram obtidos com a formulação A-V com MDF, estando os resultados de ambas as técnicas em concordância com os valores medidos durante os ensaios. Existem muitos fatores que interferem na análise do tempo computacional, mas pode-se afirmar que a ordem de grandeza é similar nas duas formulações estudadas para configurações de malha e critério de parada compatíveis. Esta compatibilidade também envolve certo grau de subjetividade, em função dos elementos de malha serem de tipos diferentes, assim como as grandezas analisadas para a convergência do problema.



Figura 5.30: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 8  $(30 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. H10. Tempo de simulação: 329, 2 s.



Figura 5.31: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 9  $(20 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. H10. Tempo de simulação: 297, 4 s.



Figura 5.32: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 10  $(10 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm \downarrow 5 \, mm)$  utilizando o Cod. H10. Tempo de simulação: 236, 2 s.

#### 5.4 Método das Equações Integrais

O método das equações integrais é exclusivo para fitas 2G ou geometrias que possam ser aproximadas por modelos 1D, de modo que não se aplica aos ensaios 1 a 5. Desta forma, o MEI e o método dos blocos homogeneizados são duas alternativas para resolver o mesmo problema. Uma vez que estas técnicas são aplicadas a geometrias diferentes, é importante verificar se ambas produzem os mesmos resultados. Esta comparação encontra-se disponível neste tópico para diferentes modelagens das propriedades do HTS.

#### 5.4.1 Power-Law

Nesta primeira análise, as propriedades do HTS serão representadas pelo modelo proposto pela "power-law" (Equação 3.1), sem que haja nenhuma dependência de  $J_c$  e n com a intensidade de campo magnético. A Tabela 5.4 apresenta dados referentes a diversas simulações do Ensaio 6 utilizando os seguintes parâmetros<sup>2</sup>:  $E_c = 1 \,\mu V/cm, J_c = 2,0 \times 10^8 \,A/m^2$  e n = 25. Na terceira coluna desta tabela, encontram-se os números de divisões aplicados na largura da seção transversal do HTS por unidade de largura durante o processo de discretização espacial. Uma comparação dos resultados obtidos em cada uma destas simulações pode ser vista na Figura 5.33.

E importante observar o alto grau de concordância dos resultados apresentados na Figura 5.33, mostrando que, neste caso, é aproximadamente equivalente utilizar o MEI ou a técnica de blocos homogeneizados. Com respeito ao tempo de simulação, o EI24 foi mais rápido que o BH24, onde foi criado 1 domínio supercondutor para cada fita 2G. Por outro lado, a possibilidade de criar domínios que englobam mais

 $<sup>^2{\</sup>rm O}$ valor de  $J_c$  deve ser escalado, de acordo com o método utilizado, pelas equações 4.73 e $\,$  4.74.

Código	Descrição	Divisões $/mm$	Tempo (s)
EI12	MEI	2	736
EI24	MEI	4	1832
BH12	Formulação H com MEF, com cada empilhamento de fitas 2G convertido em 2 blocos homogeneizados.	2	473
BH24	Formulação H com MEF, com cada empilhamento de fitas 2G convertido em 10 blocos homogeneizados.	4	3143

Tabela 5.4: Nomenclatura e dados referentes a diversas simulações do Ensaio 6.



Figura 5.33: Comparação entre diversas simulações do Ensaio 6, modelando o comportamento do HTS pela "power-law".

de uma fita 2G pode tornar o processo de homogeneização mais rápido que o MEI, como pode ser visto pela comparação do tempo de simulação dos ensaios EI12 e BH12.

### 5.4.2 Power-Law com corrente crítica dependente do campo magnético

Dando prosseguimento à análise do MEI, uma dependência exponencial de  $J_c$ com H, dada pela Equação 3.5, foi incluída nos mesmo ensaios definidos na Tabela 5.4. Nesta abordagem, foram adotados os seguintes parâmetros para representar o comportamento do HTS:  $E_c = 1 \,\mu V/cm$ ,  $J_{c_0} = 2,0 \times 10^8 \,A/m^2$ , n = 25 e  $H_0 = 1,8 \times 10^5 \,A/m$ . A Tabela 5.5 mostra os tempos de simulação de cada uma destas simulações, onde se pode notar que o MEI está em desvantagem para a técnica do bloco homogeneizado, mesmo na comparação entre EI24 e BH24, que na seção anterior foi favorável ao MEI.

Tabela 5.5: Tempos de simulação do Ensaio 6 utilizando a "power-law" com  $J_c$  dependente de H.

Código	EI12	EI24	BH12	BH24
Tempo (s)	3494	9427	520	5509

Uma comparação dos dados simulados é apresentada na Figura 5.34. Neste caso, o MEI apresentou resultados diferentes aos do bloco homogeneizado. De fato, quando os parâmetros do modelo dependem de H, as geometrias de cada método estarão espacialmente sujeitas a intensidades de campo magnético diferentes e, portanto, funcionando em pontos de operação também diferentes. No entanto, as simulações BH12 e BH24 mostram que o número de domínios criados no processo de homogeneização não são tão relevantes nestes resultados.



Figura 5.34: Comparação entre diversas simulações do Ensaio 6, modelando o comportamento do HTS pela "power-law" com uma dependência exponencial de  $J_c$  com H.

#### 5.4.3 Power-Law com corrente crítica e expoente n dependentes do campo magnético

Finalmente, o MEI foi aplicado ao Ensaio 6 utilizando os mesmos parâmetros obtidos na calibração feita com a formulação A - V para representar o comportamento do HTS. Uma comparação entre dados medidos e simulados é apresentada na Figura 5.35. Nota-se que, o MEI necessita de uma calibração própria, ou mesmo de um modelo diferenciado, para reproduzir o comportamento deste MMS.

A grande questão que fica dos resultados apresentados nesta seção é se a modelagem que foi adotada para representar o comportamento do HTS se aproxima do comportamento real da fita 2G, uma vez que tanto o MEI quanto a técnica de homogeneização modificam a geometria da fita. Neste espírito, o MEI se destaca



Figura 5.35: Resultados medidos e simulados para o Ensaio 6 ( $100 \, mm \downarrow 5 \, mm \uparrow 100 \, mm$ ) utilizando as configurações do EI12. Tempo de simulação:  $1610 \, s$ .

por ser baseado em uma representação bastante próxima da geometria da fita 2G e, por isso, provavelmente é uma alternativa mais interessante para ser usada em conjunto com uma modelagem das propriedades do HTS obtida experimentalmente, a partir de um sistema de caracterização.

#### 5.5 Síntese do Capítulo

Neste capítulo, foram apresentadas comparações entre resultado experimentais e as três técnicas de simulação de MMS estudadas neste trabalho. De maneira geral, as formulações A - V com MDF e H com MEF atingem resultados semelhantes, apesar de passarem por processos de implementação completamente distintos. As tabelas 5.6 e 5.7 apresentam comparações dos tempos de simulação dos ensaios 1 a 10 com ambas as técnicas, onde se pode notar uma mesma ordem de grandeza. No entanto, é importante observar que alguns ensaio foram executados mais rapidamente com a formulação A - V com MDF, enquanto outros foram executados mais rapidamente com a formulação H com MEF. Desta forma, não é possível afirmar que uma das técnicas seja mais rápida que a outra.

Tabela 5.6: Tempo de simulação dos ensaios 1 a 5 em [s].

	Ensaio				
	1	2	3	4	5
Formulação $A - V$	589,2	452,4	737,5	663,3	583,1
Formulação H	808,1	537,9	523,2	589,5	434,0

Na simulação de empilhamentos de fitas 2G, o MEI apresenta resultados semelhantes aos obtidos com as demais técnicas apenas nos casos em que não se considera

-	Ensaio				
	6	7	8	9	10
Formulação $A - V$	170,1	279,3	300,8	305,0	247,4
Formulação H	437,1	239,5	329,2	297,4	236,2

Tabela 5.7: Tempo de simulação dos ensaios 6 a 10 em [s].

a dependência  $J_c$  com B na modelagem das propriedades que descrevem o comportamento do HTS.

### Capítulo 6

### Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste capítulo, são apresentadas as principais conclusões atingidas ao longo da execução deste trabalho e as propostas de trabalhos futuros.

#### 6.1 Conclusões

Este trabalho foi inspirado na possibilidade de substituir os supercondutores maciços por fitas 2G na aplicação de MMS passivos. Esta proposta é bastante inovadora no atual cenário mundial de MMS, mas toda esta originalidade esbarra em uma série de dificuldades técnicas e econômicas. Neste trabalho, foram testadas diversas topologias de mancais, onde ficou evidenciada a viabilidade técnica desta substituição. No entanto, por se tratar de uma tecnologia nova, o custo de um MMS que utiliza fitas 2G é muito superior ao de um MMS convencional, que utiliza blocos maciços. Ainda assim, de acordo com o que foi apresentado no Capítulo 3, acreditase que esta aplicação pode ser otimizada a ponto de se tornar economicamente viável.

O processo de otimização de qualquer aplicação de engenharia está atrelado ao desenvolvimento de uma boa ferramenta de simulação. No caso em que se deseja prever o comportamento de materiais supercondutores, que apresentam não linearidades muito acentuadas, é preciso que sejam utilizadas técnicas numéricas robustas para se obter convergência. Uma complicação adicional surge na hora de simular fitas 2G, uma vez que a geometria da seção transversal da camada supercondutora destes materiais possui uma elevada razão entre largura e altura. Em outras palavras, a discretização espacial de uma fita 2G necessita de uma grande quantidade de elementos, tornando a solução do sistema simplesmente impraticável. Neste trabalho, foram estudadas 3 técnicas para a simulação de supercondutores: a formulação A - V com MDF; a formulação H com MEF e o método das equações integrais.

As formulações A - V e H funcionam muito bem para simulação de blocos maciços, mas não apresentam resultados satisfatórios quando se deseja prever os

comportamentos de um MMS constituído por fitas 2G empilhadas. Neste caso, uma alternativa que apresentou bons resultados se baseia na representação do empilhamento por um bloco maciço com propriedades homogeneizadas. Por outro lado, o MEI é exclusivo para a simulação de geometrias que possam ser aproximadas por modelos 1D e, portanto, não pode ser aplicada aos *bulks*. Para validação das ferramentas, foram executados 10 experimentos na aplicação de MMS, sendo 5 utilizando blocos supercondutores maciços, e 5 utilizando empilhamentos de fitas 2G. Todos os ensaios foram reproduzidos com as técnicas de simulação apresentadas, mostrando o potencial destas ferramentas. A seguir, estão explicitadas as principais contribuições deste estudo em cada uma das técnicas de simulação:

- Formulação A V com MDF: Esta ferramenta foi objeto de estudo de trabalhos anteriores do LASUP. Neste trabalho, apresentou-se uma maneira de realizar um pré-processamento baseado em equações analíticas, em substituição às N simulações pelo MEF, resultando em grande economia de tempo. Além disso, o método agora é capaz de realizar simulações em regime transitório e de impor restrições na corrente de transporte de cada domínio supercondutor.
- Formulação *H* com MEF: Em função de sua facilidade de implementação, esta técnica é a mais utilizada atualmente para a simulação de supercondutores. Para contornar a dificuldade de lidar com a movimentação dos objetos, presente na aplicação de MMS, este trabalho apresentou uma maneira de restringir o domínio de simulação ao HTS, onde a influência do campo magnético externo está embutida no cálculo das componentes de *H* definidas na fronteira da simulação.
- Método das Equações Integrais: Esta técnica de simulação está sumindo da literatura, sendo substituída pelo uso da formulação *H* com MEF com malhas mapeadas. Ainda assim, este trabalho mostrou que os resultados obtidos com a formulação *H* necessitam de uma grande quantidade de elementos para simular fitas 2G, resultando em um tempo elevado de simulação e, portanto, sendo viável apenas em problemas simples. Por outro lado, como foi apresentado na seção 5.4, o MEI não necessita de uma malha tão refinada para obter bons resultados. Além disso, as técnicas de simulação que alteram a geometria dos empilhamentos podem necessitar de modelagens das propriedades do HTS diferentes das obtidas experimentalmente. Neste contexto, o MEI se destaca por representar a geometria da fita 2G de maneira próxima à real. Em resumo, este trabalho mostrou que o MEI ainda é uma alternativa interessante para simulação de MMS e outras aplicações que utilizam fitas 2G.

Em resumo, existem vantagens e desvantagens associadas a cada técnica de si-

mulação estudada neste trabalho. Não existe ainda uma ferramenta de simulação que se destaque em todos os quesitos exigidos por um programa comercial e, por isso, nenhum fabricante de software possui bibliotecas para a simulação de supercondutores. O mais próximo disso são os exemplos disponibilizados pelo COMSOL, que são restritos a aplicações simples. Este trabalho deu um passo a frente em relação ao que se encontra na literatura ao analisar um problema de maior complexidade. Como resultado, além de prover ao LASUP o potencial para otimizar os MMS que utilizam fitas 2G empilhadas de maneira passiva, este trabalho fornece um poderoso arsenal, a ser utilizado como ferramenta de simulação nas mais diversas aplicações de supercondutividade, além de abrir diversas frentes de pesquisa.

#### 6.2 Outras Contribuições

Em relação às contribuições na parte experimental, este trabalho modificou a forma de aquisição de dados do sistema de medidas de forças do LASUP, apresentado na seção 3.3, permitindo que esta seja feita com a amostra em movimento. Neste caso, foi apresentada uma maneira de filtrar os ruídos oriundos da vibração mecânica do sistema durante a movimentação. Além disso, foi construído um sistema de caracterização para levantamento das propriedades das fitas 2G, apresentado na seção 3.1.

#### 6.3 Trabalhos Futuros

São inúmeras as propostas de trabalhos futuros. Na parte de instrumentação, destaca-se o aperfeiçoamento do sistema de caracterização de fitas 2G, para que os resultados das medições sejam utilizados na construção de modelos que possam ser inseridos nas simulações. No campo das simulações, as principais propostas de trabalhos futuros referem-se ao acoplamento da simulação do HTS com materiais ferromagnéticos não lineares e na modelagem 3D. Além disso, este trabalho fornece o ferramental necessário para o processo de otimização dos MMS utilizando fitas 2G de maneira passiva, uma aplicação pioneira no mundo da supercondutividade.

### **Referências Bibliográficas**

- HOMA, D., KAUR, G., PICKRELL, G., et al. "Efficient cooling of superconducting fiber core via holey cladding", *Cryogenics*, v. 61, n. 0, pp. 25 30, 2014. ISSN: 0011-2275. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.cryogenics.2014.
  02.002. Disponível em: <a href="http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0011227514000253">http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0011227514000253</a>>.
- [2] KLAUS, G., NICK, W., NEUMULLER, H.-W., et al. "Advances in the development of synchronous machines with high-temperature superconducting field winding at Siemens AG". In: *Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE*, pp. 7 pp.–, 2006. doi: 10.1109/PES.2006.1709648.
- [3] TOMITA, M., MURALIDHAR, M., SUZUKI, K., et al. "Design and construction of a high temperature superconducting power cable cryostat for use in railway system applications", *Superconductor Science and Technology*, v. 26, n. 10, pp. 105005, 2013. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/26/i=10/a=105005">http://stacks.iop.org/0953-2048/26/i=10/a=105005</a>>.
- [4] ZHANG, J., DAI, S., TENG, Y., et al. "Development, Updating and Long-Term Operations of a 10.5 kV HTS Fault Current Limiter", Journal of Superconductivity and Novel Magnetism, pp. 1–9, 2014. ISSN: 1557-1939. doi: 10.1007/s10948-014-2586-0. Disponível em: <a href="http://dx.doi.org/10.1007/s10948-014-2586-0">http://dx.doi.org/10.1007/s10948-014-2586-0</a>>.
- [5] WERFEL, F. N., FLOEGEL-DELOR, U., ROTHFELD, R., et al. "Superconductor bearings, flywheels and transportation", Superconductor Science and Technology, v. 25, n. 1, pp. 014007, 2012. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/25/i=1/a=014007">http://stacks.iop.org/0953-2048/25/i=1/a=014007</a>>.
- [6] SOTELO, G. G. Modelagem de supercondutores aplicada ao projeto de mancais magnéticos. Tese de Doutorado, Unversidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.

- [7] DIAS, D. H. N. Modelagem de mancais lineares supercondutores considerando o resfriamento na presença de campo magnético. Tese de Doutorado, Unversidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.
- [8] SASS, F., DIAS, D. H. N., SOTELO, G. G., et al. "Coated Conductors for the Magnetic Bearing Application", *Physics Procedia*, v. 36, n. 0, pp. 1008 – 1013, 2012. ISSN: 1875-3892. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.phpro.2012.06.097. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/ S1875389212020342>. {SUPERCONDUCTIVITY} {CENTENNIAL} Conference 2011.
- [9] BRAMBILLA, R., GRILLI, F., MARTINI, L. "Development of an edge-element model for AC loss computation of high-temperature superconductors", *Superconductor Science and Technology*, v. 20, n. 1, pp. 16, 2007. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/20/i=1/a=004">http://stacks.iop.org/0953-2048/20/i=1/a=004</a>>.
- BRAMBILLA, R., GRILLI, F., MARTINI, L., et al. "Integral equations for the current density in thin conductors and their solution by the finite-element method", Superconductor Science and Technology, v. 21, n. 10, pp. 105008, 2008. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/21/i=10/a=105008">http://stacks.iop.org/0953-2048/21/i=10/a=105008</a>>.
- [11] "Finite-element software package Comsol Multiphysics". http://www.comsol. com.
- [12] ZERMENO, V. M. R., ABRAHAMSEN, A. B., MIJATOVIC, N., et al. "Calculation of alternating current losses in stacks and coils made of second generation high temperature superconducting tapes for large scale applications", Journal of Applied Physics, 114(17):173901, 2013. doi: http: //dx.doi.org/10.1063/1.4827375. Disponível em: <http://scitation. aip.org/content/aip/journal/jap/114/17/10.1063/1.4827375>.
- [13] Technology Readiness Assessment Guide. U.S. Department of Energy, Washington, D.C., 9 2011. Disponível em: <www.directives.doe.gov>.
- [14] DIAS, D. H. N., SOTELO, G. G., SASS, F., et al. "Dynamical Tests in a Linear Superconducting Magnetic Bearing", *Physics Procedia*, v. 36, n. 0, pp. 1049 1054, 2012. ISSN: 1875-3892. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.phpro.2012.06.104. Disponível em: <a href="http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187538921202041X">http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187538921202041X</a>. {SUPERCONDUCTIVITY} {CENTENNIAL} Conference 2011.

- [15] SOTELO, G., DIAS, D., MOTTA, E., et al. "Operational Tests of a Full Scale Superconducting MagLevehicle Unit", Physics Procedia, v. 36,n. 0, pp. 943 – 947, 2012.ISSN: 1875http://dx.doi.org/10.1016/j.phpro.2012.06.234. 3892. doi: Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/</pre> S1875389212021712>. {SUPERCONDUCTIVITY} {CENTENNIAL} Conference 2011.
- [16] HTS properties. ATZ, Disponível em: http://www.atz-gmbh.com/. Acesso em: 27 jan. 2011, 12:19:39.
- [17] HAYT, W. H., BUCK, J. A. Eletromagnetismo. 7 ed. Nacional, Mc Graw Hill, 2008.
- [18] ONNES, H. K. "The Superconductivity of Mercury", Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden, 1911.
- [19] ONNES, H. K. "Report on the researches made in Leiden cryogenic laboratory between the second and third international congress of refrigeration", Selected Reprints of Americam Association of Physics Teachers, v. 34, n. b, pp. 55–70, 1913.
- [20] COOPER, L. N. "Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas", PHYSI-CAL REVIEW, v. 104, n. 4, pp. 1156–1157, Novembro 1956.
- [21] BARDEEN, J., COOPER, L. N., SCHRIEFFER, J. R. "Theory of Superconductivity", *PHYSICAL REVIEW*, v. 108, n. 5, pp. 1175–1204, Dezembro 1957.
- [22] XU, K., CAO, P., HEATH, J. R. "Achieving the theoretical depairing current limit in superconducting nanomesh films", *American Chemical Society*, pp. 4206–4210, 2010.
- [23] MEISSNER, W., OCHSENFELD, R. "Ein neuer effekt bei eintritt der supraleitfähigkeit", Die Naturwissenschaften, v. 21, pp. 787–788, 1933.
- [24] ABRIKOSOV, A. A. "On the magnetic properties of superconductors of the second group." Soviet Physics (JETP), v. 5, n. 6, pp. 1174–1182, 1957.
- [25] DE ANDRADE JR, R. Estudo da Linha de Irreversibilidade em Supercondutores do Tipo II. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 1995.

- [26] LARBALESTIER, D., GUREVICH, A., FELDMANN, D. M. "High-T<sub>c</sub> superconducting materials for electric power applications", *NATURE*, v. 414, pp. 368–377, 2001.
- [27] GINZBURG, V. L., LANDAU, L. D. "On the theory of superconductivity", *JETP*, pp. 1064–1082, 1950.
- [28] ROSE-INNES, A. C., RHODERICK, E. Introduction to Superconductivity. Oxford, London, Edingburg, New York, Toronto, Sydney, Paris, Braunschweig, Pergamon Press, 1969.
- [29] CHAPMAN, S. J. A hierarchy of models for type-II superconductors. OXFORD, Março 2004.
- [30] About Superconductivity. American Superconductor, Disponível em: http:// www.amsc.com/aboutus/about\_super.html. Acesso em: 29 dez. 2010, 00:24:30.
- [31] CYROT, M., PAVUNA, D. Introduction to superconductivity and high-T<sub>c</sub> materials. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, World Scientific, 1992.
- [32] CHANDLER, J. G., JIANG, J., CAI, X. Y., et al. "Irreversibility Fields of Bi-2223 at 30-77 K", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 2003.
- [33] POOLE, C. P., FARACH, H. A., CRESWICK, R. J. "Superconductivity", *California: Academic Press*, 1995.
- [34] LAMAS, J. S. Projeto e Construção de um Limitador de Corrente Supercondutor Utilizando Fitas de YBCO. Tese de Mestrado, Escola de Engenharia de Lorena -Universidade de São Paulo, 2009.
- [35] BEIMLING, C. V. Propriedades inter e intragranulares de amostras mesoscópicas de YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> preparadas por síntese química. Tese de Doutorado, Unversidade Federal de São Carlos, 2010.
- [36] HULL, J. R., MURAKAMI, M. "Applications of bulk high-temperature superconductors", *Proceedings of the IEEE*, v. 92, n. 10, pp. 1705–1718, 2004.
- [37] HU, Z. Z., JIN, J. X. "Development and applications of high-T<sub>c</sub> superconducting bulk materials", Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices, pp. 42–47, 2009.

- [38] WORLSY, A. HTS from precommercial to commercial. Relatório técnico, Energy Technology Network, 2013.
- [39] Superconductor, nano and advanced materials. SuNAM, Disponível em: http: //www.i-sunam.com/. Acesso em: 05 jan. 2015, 15:00:00.
- [40] Superconductor to the future. SuperOx, Disponível em: http://www.superox. ru/. Acesso em: 05 jan. 2015, 15:10:00., .
- [41] Sumitomo Electric, Disponível em: http://global-sei.com/index.html. Acesso em: 05 jan. 2015, 15:20:00.
- [42] 2G High Temperature Superconductor. Fujikura, Disponível em: http://www.fujikura.co.uk/products/energy-and-environment/ 2g-ybco-high-tempurature-superconductors/. Acesso em: 05 jan. 2015, 15:25:00.
- [43] LI, X., RUPICH, M. W., THIEME, C. L. H., et al. "The Development of Second Generation HTS Wire at American Superconductor", *IEEE Transactions* on Applied Superconductivity, v. 19, n. 3, pp. 3231–3235, 2009.
- [44] XIE, Y., SELVAMANICKAM, V., MARCHEVSKY, M., et al. "Second-Generation HTS Wire Manufacturing and Technology Advancement at SuperPower", Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices, pp. 398–402, 2009.
- [45] SELVAMANICKAM, V., CHEN, Y., XIONG, X., et al. "High Performance 2G Wires: From R&D to Pilot-Scale Manufacturing", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 19, n. 3, pp. 3225–3230, 2009.
- [46] BALDAN, C. A., LAMAS, J. S., SHIGUE, C. Y., et al. "Fault Current Limiter Using YBCO Coated Conductor-The Limiting Factor and Its Recovery Time", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 19, n. 3, pp. 1810–1813, 2009.
- [47] OGATA, M., MIYAZAKI, Y., HASEGAWA, H., et al. "Basic Study of HTS Magnet Using 2G Wires for Maglev Train", Accepted for publication at Physica C, pp. 1–5, 2010.
- [48] PEI, R., VELICHKO, A., HONG, Z., et al. "Numerical and Experimental Analysis of IC and AC Loss for Bent 2G HTS Wires Used in an Electric Machine", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 19, n. 3, pp. 3356–3360, 2009.

- [49] HAZELTON, D. W., SELVAMANICKAM, V. "SuperPower's YBCO Coated High-Temperature Superconducting (HTS) Wire and Magnet Applications", *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 11, pp. 1831–1836, 2009.
- [50] NAGASHIMA, K., SEINO, H., SAKAI, N., et al. "Superconducting Magnetic Bearing for a Flywheel Energy Storage System Using Superconducting Coils and Bulk Superconductors", *Physica C*, v. 469, pp. 1244–1249, 2009.
- [51] YUAN, W., XIAN, W., AINSLIE, M., et al. "Design and Test of a Superconducting Magnetic Energy Storage (SMES) Coil", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 20, n. 3, pp. 1379–1382, 2010.
- [52] OBRADORS, X., PUIG, T. "Coated conductors for power applications: materials challenges", Superconductor Science and Technology, v. 27, n. 4, pp. 044003, 2014. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/27/i=4/a=044003">http://stacks.iop.org/0953-2048/27/i=4/a=044003</a>>.
- [53] GAMBLE, B. Progress on High Temperature Superconducting (HTS) Electric Machines. American Superconductor Corporation, "Disponível em: http://www.amsc.com/products/motorsgenerators/documents/ HTSMachinesBBGambleApr05.pdf. Acesso em: 15 fev. 2011, 00:59:05.".
- [54] SuperPower 2G HTS Wire Specifications. SuperPower, Disponível em: http://www.superpower-inc.com/system/files/SP\_2G+Wire+ Spec+Sheet\_for+web\_0509.pdf. Acesso em: 27 jan. 2011, 16:18:02., .
- [55] SELVAMANICKAM, V., CHEN, Y., XIONG, X., et al. "Recent Progress in Second-Generation HTS Conductor Scale-Up at SuperPower", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 17, n. 2, pp. 3231–3234, 2007.
- [56] SELVAMANICKAM, V., XU, A., LIU, Y., et al. "Correlation between infield critical currents in Zr-added (Gd, Y)Ba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub> superconducting tapes at 30 and 77 K", Superconductor Science and Technology, v. 27, n. 5, pp. 055010, 2014. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/27/i=5/a=055010">http://stacks.iop.org/0953-2048/27/i=5/a=055010</a>>.
- [57] Key performance of 2G HTS wire for coil applications. SuperPower, Disponível em: http://www.superpower-inc.com/system/files/2013\_ 0529+DEC\_WS+YZ\_SuperPower+FINAL.pdf. Acesso em: 29 jan. 2014, 17:28:00.,.
- [58] Transrapid International, Disponível em: http://www.transrapid.de/. Acesso em: 08 out. 2014, 17:08:00., .

- [59] SASS, F., SOTELO, G., POLASEK, A., et al. "Application of 2G-Tape for Passive and Controlled Superconducting Levitation", *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 3, pp. 1511–1514, June 2011. ISSN: 1051-8223. doi: 10.1109/TASC.2010.2103539.
- [60] SASS, F. Mancais magnéticos supercondutores utilizando fitas de segunda geração. Tese de Mestrado, Unversidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.
- [61] DOS REIS MARTINS, F. G. Projeto de um motor linear supercondutor com fitas de segunda geração. Tese de Mestrado, Unversidade Federal do Rio de Janeiro, 2014.
- [62] GOMES, D. R., CHABU, I. E. "Magnetic induction modulation analysis in the linear induction motor yoke", *MagLev Conference*, 2014.
- [63] BASTOS, J. Eletromagnetismo e calculo de campos. Ed. da UFSC, 1996. Disponível em: <a href="https://books.google.com.br/books?id=s80ulwEACAAJ>">https://books.google.com.br/books?id=s80ulwEACAAJ></a>.
- [64] Transrapid International, Disponível em: http://www.rtri.or.jp. Acesso em: 09 out. 2014, 14:59:00., .
- [65] NAVAU, C., DEL-VALLE, N., SANCHEZ, A. "Macroscopic Modeling of Magnetization and Levitation of Hard Type-II Superconductors: The Critical-State Model", *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, v. 23, n. 1, pp. 8201023–8201023, Feb 2013. ISSN: 1051-8223. doi: 10.1109/TASC.2012.2232916.
- [66] ROSTILA, L., LEHTONEN, J., MIKKONEN, R., et al. "How to determine critical current density in YBCO tapes from voltage-current measurements at low magnetic fields", *Superconductor Science and Technology*, v. 20, n. 12, pp. 1097, 2007. Disponível em: <http://stacks.iop.org/ 0953-2048/20/i=12/a=002>.
- [67] VOJENČIAK, M., GRILLI, F., TERZIEVA, S., et al. "Effect of self-field on the current distribution in Roebel-assembled coated conductor cables", Superconductor Science and Technology, v. 24, n. 9, pp. 095002, 2011. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/24/i=9/a="http://stacks.iop.org/0953-2048/24/i=9/a=">http://stacks.iop.org/0953-2048/24/i=9/a=</a> 095002>.
- [68] PARDO, E., VOJENČIAK, M., GÔMÔRY, F., et al. "Low-magnetic-field dependence and anisotropy of the critical current density in coated conductors", *Superconductor Science and Technology*, v. 24, n. 6, pp. 065007,

2011. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0953-2048/24/i=6/a=065007>.

- [69] PARDO, E., GRILLI, F. "Numerical simulations of the angular dependence of magnetization AC losses: coated conductors, Roebel cables and double pancake coils", Superconductor Science and Technology, v. 25, n. 1, pp. 014008, 2012. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/25/i=1/a=014008">http://stacks.iop.org/0953-2048/25/i=1/a=014008</a>>.
- [70] BEAN, C. P. "MAGNETIZATION OF HARD SUPERCONDUCTORS", PHYSICAL REVIEW LETTERS, v. 8, n. 6, pp. 250–253, 1962.
- [71] POLASEK, A., DIAS, R., MARTINS, F., et al. "Avaliação da Curva VxI de Materiais Supercondutores para Aplicações no Setor Elétrico", XXII SNP-TEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 2013.
- [72] POLASEK, A., DIAS, R., SASS, F., et al. "Application of IEC 61788-3 for the determination of the DC critical current of high temperature superconductors of second generation." *CIGRE 2014*, v. Materials and Emerging Test Techniques, 2014.
- [73] MOTTA, E. S. Otimização de trilho magnético de um sistema de levitação supercondutora para veículo maglev. Tese de Doutorado, Unversidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.
- [74] SASS, F., DIAS, D., SOTELO, G., et al. "Superconducting Levitation Using Coated Conductors", Applied Superconductivity, IEEE Transactions on, v. 23, n. 3, pp. 3600905–3600905, June 2013. ISSN: 1051-8223. doi: 10.1109/TASC.2012.2234172.
- [75] SASS, F., NOGUEIRA DIAS, D., GONCALVES SOTELO, G., et al. "Lateral Displacement Influence on the Levitation Force of YBCO Coated Conductor Linear Bearings", *Applied Superconductivity, IEEE Tran*sactions on, v. 24, n. 3, pp. 1–5, June 2014. ISSN: 1051-8223. doi: 10.1109/TASC.2013.2289300.
- [76] LEVIN, G. A., BARNES, P. N., MURPHY, J., et al. "Persistent current in coils made out of second generation high temperature superconductor wire." *Applied Physics Letters*, 93(6):062504, 2008. doi: http://dx.doi. org/10.1063/1.2969798. Disponível em: <a href="http://scitation.aip.org/content/aip/journal/ap1/93/6/10.1063/1.2969798">http://scitation.aip.org/content/aip/journal/ap1/93/6/10.1063/1.2969798</a>>.

- [77] FAGNARD, J. F., DIRICKX, M., LEVIN, G. A., et al. "Use of second generation coated conductors for efficient shielding of dc magnetic fields", *Journal of Applied Physics*, 108(1):013910, 2010. doi: http://dx.doi. org/10.1063/1.3459895. Disponível em: <http://scitation.aip.org/ content/aip/journal/jap/108/1/10.1063/1.3459895>.
- [78] DE CASTRO, A. R. "MANCAIS MAGNÉTICOS COM FITAS SUPERCON-DUTORAS 2G". Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013. Trabalho de Conclusão de Curso.
- [79] Investigation of HTS Materials for Electric Power Equipment. SuperPower, Disponível em: http://www.superpower-inc.com/system/files/ 2012\_0829+CIGRE+WS+Pres\_Lehner\_HTS+Materials+FINAL.pdf. Acesso em: 28 out. 2014, 17:34:00., .
- [80] MA, G.-T., LIU, H., LI, X.-T., et al. "Numerical simulations of the mutual effect among the superconducting constituents in a levitation system with translational symmetry", *Journal of Applied Physics*, 115(8): 083908, 2014. doi: http://dx.doi.org/10.1063/1.4867160. Disponível em: <a href="http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/115/8/10.1063/1.4867160">http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/115/8/10.1063/1.4867160</a>>.
- [81] KASAL, R. B. Simulação de supercondutores pelo modelo de estado crítico. Tese de Mestrado, Unversidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.
- [82] MA, G., JIANG, D., XU, Y., et al. "3-D Finite-Element Simulation of the Vertical Force Evolvement of a Bulk High-Tc Superconductor Subjected to Durative Vertical Fluctuation". In: *Electromagnetic Field Problems* and Applications (ICEF), 2012 Sixth International Conference on, pp. 1–4, June 2012. doi: 10.1109/ICEF.2012.6310357.
- [83] LAHTINEN, V., LYLY, M., STENVALL, A., et al. "Comparison of three eddy current formulations for superconductor hysteresis loss modelling", Superconductor Science and Technology, v. 25, n. 11, pp. 115001, 2012. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/25/i=11/">http://stacks.iop.org/0953-2048/25/i=11/</a> a=115001>.
- [84] RUIZ-ALONSO, D., COOMBS, T., CAMPBELL, A. "Numerical analysis of high-temperature superconductors with the critical-state model", *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, v. 14, n. 4, pp. 2053–2063, Dec 2004. ISSN: 1051-8223. doi: 10.1109/TASC.2004.838316.

- [85] ANTON, H. Cálculo, um novo horizonte, v. 2. 6 ed. Porto Alegre, Bookman, 2000.
- [86] BOYCE, W. E., DIPRIMA, R. C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. 7 ed. Rio de Janeiro, LTC, 2001.
- [87] RUIZ-ALONSO, D., COOMBS, T., CAMPBELL, A. M. "Computer modelling of high-temperature superconductors using an A - V formulation", Superconductor Science and Technology, v. 17, n. 5, pp. S305, 2004. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/17/i=5/a=042">http://stacks.iop.org/0953-2048/17/i=5/a=042</a>>.
- [88] ZERMENO, V. M. R., GRILLI, F. "3D modeling and simulation of 2G HTS stacks and coils", Superconductor Science and Technology, v. 27, n. 4, pp. 044025, 2014. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/27/i=4/a=044025">http://stacks.iop.org/0953-2048/27/i=4/a=044025</a>>.
- [89] GRILLI, F., SIROIS, F., BRAULT, S., et al. "Edge and top/bottom losses in non-inductive coated conductor coils with small separation between tapes", *Superconductor Science and Technology*, v. 23, n. 3, pp. 034017, 2010. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0953-2048/23/i=3/a= 034017>.
- [90] BRANDT, E. H. "Thin superconductors in a perpendicular magnetic ac field: General formulation and strip geometry", *Phys. Rev. B*, v. 49, pp. 9024– 9040, Apr 1994. doi: 10.1103/PhysRevB.49.9024. Disponível em: <a href="http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.49.9024">http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.49.9024</a>>.
- [91] BRAMBILLA, R., GRILLI, F. "Simulating Superconductors in AC Environment: Two Complementary COMSOL Models", Proceedings of the COM-SOL Conference, 2009.
- [92] BRAMBILLA, R., GRILLI, F., NGUYEN, D. N., et al. "AC losses in thin superconductors: the integral equation method applied to stacks and windings", Superconductor Science and Technology, v. 22, n. 7, pp. 075018, 2009. Disponível em: <a href="http://stacks.iop.org/0953-2048/22/i=7/a="http://stacks.iop.ed"/http://stacks.iop.org/0953-2048/22/i=7/a="http://stacks.iop.info73/i=7/i=7/i="http://stacks.i
- [93] GRILLI, F., BRAMBILLA, R., MARTINI, L., et al. "Current Density Distribution in Multiple YBCO Coated Conductors by Coupled Integral Equations", Applied Superconductivity, IEEE Transactions on, v. 19, n. 3, pp. 2859–2862, June 2009. ISSN: 1051-8223. doi: 10.1109/TASC.2009. 2018465.

 [94] RODRIGUEZ-ZERMENO, V., MIJATOVIC, N., TRAEHOLT, C., et al. "Towards Faster FEM Simulation of Thin Film Superconductors: A Multiscale Approach", Applied Superconductivity, IEEE Transactions on, v. 21, n. 3, pp. 3273–3276, June 2011. ISSN: 1051-8223. doi: 10.1109/TASC.2010.2091388.

### Apêndice A

# Formulação A-V com MDF: Correntes Induzidas nos Ensaios 3, 4 e 5

Este anexo apresenta os perfis de correntes induzidas, simulados com Formulação A-V e MDF, nos ensaios 3, 4 e 5.



Figura A.1: Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 3.



Figura A.2: Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 4.



Figura A.3: Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 5.

## Apêndice B

# Formulação A-V com MDF: Correntes Induzidas nos Ensaios 8, 9 e 10

Este anexo apresenta os perfis de correntes induzidas, simulados com Formulação A - V e MDF, nos ensaios 8, 9 e 10.



Figura B.1: Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 8.



Figura B.2: Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 9.



Figura B.3: Densidade de corrente induzida em diferentes instantes de tempo durante o Ensaio 10.