

MODELAGEM, IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE ALTITUDE DE UM
HELICÓPTERO EM ESCALA REDUZIDA

William Vairo dos Santos

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

Prof. Ramon Romankevicius Costa, D.Sc.

Prof. Liu Hsu, Docteur d'Etat

Prof. Paulo César Pellanda Dr. ENSAE

Prof. José Paulo Vilela Soares da Cunha, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 2005

SANTOS, WILLIAM VAIRO DOS

Modelagem, identificação e controle de altitude de um helicóptero em escala reduzida [Rio de Janeiro] 2005

XII, 999p., 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Elétrica, 2005)

Tese — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Modelagem de helicóptero em escala reduzida, identificação de parâmetros, controle de altitude, eletrônica embarcada.

I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

Aos meus pais, Abel e Cléa,
e à minha família, Flávia, Junior e Luiz Guilherme, com amor.

Aos colegas Cícero Ricardo Máximo Bezerra, Filippe Simões Hallack e Alessandro Jacoud Peixoto pelas suas contribuições ao sucesso deste trabalho.

Ao instrutor de vôo e piloto de helicóptero miniatura Marcelo Ribeiro Barros pela colaboração inestimável. Graças à sua perícia durante os vôos experimentais a integridade do helicóptero foi preservada.

Resumo da tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M..Sc.)

MODELAGEM, IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE ALTITUDE DE UM HELICÓPTERO EM ESCALA REDUZIDA

William Vairo dos Santos

Abril/2005

Orientador : Ramon Romankevicius Costa

Programa : Engenharia Elétrica

Este trabalho aborda a modelagem, identificação e controle de altitude de um helicóptero em escala reduzida. A partir do modelo analítico simplificado da dinâmica do helicóptero, foi obtido um modelo de identificação linearizado de ordem 11 na condição de vôo pairado. Deste modelo linearizado completo da aeronave, foi enfocada a dinâmica vertical com a finalidade de se identificar suas derivadas de estabilidade para, posteriormente, projetar-se um controlador que regule a altitude em um valor desejado. Para a identificação dessas derivadas, foi desenvolvido um conjunto eletrônico, composto de um sensor ultra-sônico de altitude e um computador embarcado, o qual possibilitou a aquisição dos dados de vôo. A precisão das derivadas identificadas foi verificada pela comparação entre os valores teóricos e os obtidos na identificação. Em seguida, essas derivadas foram utilizadas para o projeto de um controlador PD para a regulação da altitude. A robustez do controlador, em relação às incertezas paramétricas e ao ruído de medida de altitude, foi verificada através de simulações em ambiente Matlab/Simulink. O algoritmo do controlador foi implementado no mesmo computador embarcado utilizado na identificação paramétrica. Com a finalidade de se diminuir os riscos de acidentes, foi desenvolvido um circuito comutador, independente do computador embarcado, cuja função é chavear o controle de altitude da aeronave entre um piloto humano e o controlador PD embarcado. O controlador desenvolvido foi capaz de regular a altitude em um valor desejado e rastrear os comandos de altitude enviados por rádio-controle por um piloto humano.

Abstract of the Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELING, IDENTIFICATION AND ALTITUDE CONTROL OF A
SMALL-SCALE HELICOPTER

William Vairo dos Santos

April/2005

Advisor : Ramon Romankevicius Costa

Department : Electrical Engineering

This work addresses the modeling, identification and altitude control of a small-scale helicopter. An 11th order linearized hover model was obtained from a simplified analytic helicopter dynamic model. Using this complete linearized model, the vertical dynamics was focused with the purpose of identifying its stability derivatives for, later, designing a controller to regulate the altitude in a desired value. In order to identify the derivatives, an electronic assembly composed of an ultrasonic altitude sensor and an embedded computer was developed for flight data acquisition. The correctness of the identified derivatives was verified by their comparison with the values obtained theoretically. After that, these derivatives were used for the design of a PD altitude controller. The robustness of the controller to parametric uncertainties and altitude measure noise was verified through simulation in Matlab/Simulink environment. The algorithm of the controller was implemented in the same embedded computer used for parametric identification. To reduce flight accident risks, a second independent embedded microcomputer circuit was developed with the function of switching the aircraft altitude control between a human pilot and the embedded PD controller. The developed controller was able to regulate the altitude in a desired value and to track the altitude commands sent by a human pilot using a radio-control unit.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Motivação	2
1.2	Objetivos	3
1.3	Métodos de Modelagem	4
1.3.1	Vôo Experimental de Identificação	5
1.3.2	Simulação/Validação	6
1.3.3	Vôo Experimental de Teste do Controlador	7
1.4	Descrição do Veículo de Testes	7
2	Modelagem da Dinâmica	9
2.1	Introdução	9
2.2	Sistemas de Referência e Transformações de Coordenadas	10
2.3	Equações de Movimento do Corpo Rígido	12
2.4	Estendendo o Modelo do Corpo Rígido	18
2.5	Dinâmica Simplificada do Rotor Principal	19
2.5.1	Construção Mecânica	19
2.5.2	Aerodinâmica do Rotor	26
2.5.3	Dinâmica do Rotor Principal	30
2.6	Forças e Torques do Rotor Principal	37
2.6.1	Empuxo	38
2.6.2	Forças e Torques do Rotor	39
2.6.3	Equações do Movimento da Dinâmica Acoplada Rotor-Fuselagem	41

2.6.4	Torque em Guinada	41
2.7	Modelo linearizado completo	45
3	Identificação	48
3.1	Introdução	48
3.2	Identificação Paramétrica	48
3.3	Fundamentação Teórica	50
3.3.1	Aquisição de Dados	50
3.3.2	Modelo de Identificação	51
3.3.3	Critério de Otimização dos Mínimos-Quadrados	53
3.4	Identificação da Dinâmica Vertical do Raptor-30	55
3.4.1	Discretização	55
3.4.2	Aplicação do Método dos Mínimos-Quadrados	55
3.4.3	Vôo Experimental de Identificação	56
3.4.4	Resultados da Identificação Paramétrica	57
3.4.5	Validação do Modelo	57
4	Projeto do controlador	59
4.1	Introdução	59
4.2	Projeto do Controlador	60
4.2.1	Controlador PID	60
4.2.2	Controlador PID Prático	61
4.2.3	Requisitos do Controlador	62
4.3	Robustez do Controlador em Relação às Incertezas de Z_{col} e Z_w	65
4.4	Discretização do Controlador	70
4.5	Simulação do Controlador	72
4.6	Aspectos Práticos da Implementação do Controlador	79
4.7	Testes Experimentais em Vôo do Controlador	82

5	Descrição do Conjunto Eletrônico	87
5.1	Introdução	87
5.2	Eletrônica de Terra	87
5.3	Eletrônica Embarcada	88
5.3.1	Sonar-Altímetro	89
5.3.2	Computador de Bordo	89
5.3.3	Circuito Comutador de Malha Aberta/Malha Fechada	94
5.3.4	Montagem	95
6	Conclusões	96
6.1	Introdução	96
6.2	Modelagem	96
6.3	Identificação	97
6.4	Projeto do Controlador	97
6.5	Observações	98
6.6	Pontos a Desenvolver	99

Lista de Símbolos

a	Inclinação da curva de sustentação
a_0	Ângulo de cone da pá do rotor principal
α	Ângulo de batimento longitudinal
β	Ângulo de batimento lateral
\mathbf{a}	Vetor de estado do Plano de Rotação (TPP)
x	Eixo longitudinal do sistema de referência do corpo do helicóptero, positivo à frente
y	Eixo lateral do sistema de referência do corpo do helicóptero, positivo à direita do piloto
z	Eixo vertical do sistema de referência do corpo do helicóptero, positivo para baixo
X	Força externa que atua na direção do eixo x
Y	Força externa que atua na direção do eixo y
Z	Força externa que atua na direção do eixo z
L	Torque externo que atua na direção do eixo x
M	Torque externo que atua na direção do eixo y
N	Torque externo que atua na direção do eixo z
u	Velocidade linear na direção do eixo x
v	Velocidade linear na direção do eixo y
w	Velocidade linear na direção do eixo z
p	Velocidade angular na direção do eixo x
q	Velocidade angular na direção do eixo y
r	Velocidade angular na direção do eixo z
ω^b	Vetor velocidade angular da aeronave no sistema de coordenadas do corpo
ϕ	Ângulo de Euler relativo ao eixo x
θ	Ângulo de Euler relativo ao eixo y
ψ	Ângulo de Euler relativo ao eixo z
\mathbf{x}	Vetor de estado da aeronave

\mathbf{u}	Vetor de entrada de controle da aeronave
$\delta\mathbf{x}$	Perturbação do vetor de estado da aeronave
$\delta\mathbf{u}$	Perturbação do vetor de entrada de controle da aeronave
ΔX	Perturbação da componente longitudinal da força que atua na aeronave
ΔY	Perturbação da componente lateral da força que atua na aeronave
ΔZ	Perturbação da componente vertical da força que atua na aeronave
ΔL	Perturbação da componente longitudinal do torque que atua na aeronave
ΔM	Perturbação da componente lateral do torque que atua na aeronave
ΔN	Perturbação da componente vertical do torque que atua na aeronave
$\Theta(\Psi)$	Ângulo de passo da pá do rotor principal
$\Theta(\Psi)_{fly}$	Ângulo de passo da pá do rotor da barra estabilizadora
Θ_0	Ângulo de passo médio da pá do rotor principal
u_{col}	Entrada de comando de coletivo
u_{lon}	Entrada de comando cíclico-longitudinal
u_{lat}	Entrada de comando cíclico-lateral
u_{ped}	Entrada de comando de guinada (pedal)
δ_{col}	Perturbação da entrada de comando de coletivo
δ_{lon}	Perturbação da entrada de comando cíclico-longitudinal
δ_{lat}	Perturbação da entrada de comando cíclico-lateral
δ_{ped}	Perturbação da entrada de comando de guinada (pedal)
X_u	Derivada parcial da força longitudinal em relação a u
X_a	Derivada parcial da força longitudinal em relação a a
Y_v	Derivada parcial da força lateral em relação a v
Y_b	Derivada parcial da força lateral em relação a b
Z_u	Derivada parcial da força vertical em relação a a
Z_w	Derivada parcial da força vertical em relação a w , amortecimento vertical
Z_{col}	Sensibilidade da entrada de coletivo

L_b	Derivada parcial do torque longitudinal em relação a b , devida à mola de batimento
M_a	Derivada parcial do torque vertical em relação a a , devida à mola de batimento
N_r	Derivada parcial do torque vertical em relação a r , amortecimento de guinada
K_r	Realimentação de velocidade de guinada
N_{ped}	Derivada parcial do torque vertical em relação a δ_{ped} , sensibilidade da entrada de pedal
Θ_{lon}	Coefficiente do termo senoidal de $\Theta(\Psi)$ devido a δ_{lon}
Θ_{lat}	Coefficiente do termo cossenoidal de $\Theta(\Psi)$ devido a δ_{lat}
Ψ	Ângulo de azimute da pá do rotor principal
$\beta(\Psi)$	Ângulo de batimento da pá do rotor principal
$\beta(\Psi)_{fly}$	Ângulo de batimento da pá do rotor da barra estabilizadora
k_β	Constante da mola equivalente de batimento do rotor principal
γ	<i>Lock number</i> , razão entre as forças aerodinâmicas e inerciais do rotor principal
I_β	Momento de inércia da pá do rotor principal em relação à dobradiça de batimento
τ_{mr}	Constante de tempo do rotor principal
τ_{fly}	Constante de tempo do rotor da barra estabilizadora
$\beta_{1c_{fly}}$	Componente cossenoidal do ângulo de batimento da barra estabilizadora, idem a d
d	Componente cossenoidal do ângulo de batimento da barra estabilizadora
$\beta_{1s_{fly}}$	Componente senoidal do ângulo de batimento da barra estabilizadora, idem a c
c	Componente senoidal do ângulo de batimento da barra estabilizadora
R_{mr}	Raio do rotor principal
Ω	Velocidade angular do rotor principal
$A_{\delta_{lon}}$	Ganho regime permanente da entrada cíclica δ_{lon}
$B_{\delta_{lat}}$	Ganho em regime permanente da entrada cíclica δ_{lat}
C_1	Coefficiente cossenoidal do ângulo de passo das pás da barra estabilizadora

D_1	Coeficiente senoidal do ângulo de passo das pás da barra estabilizadora
$\bar{\delta}_{lat}$	Comando cíclico lateral acrescido da contribuição da barra estabilizadora
$\bar{\delta}_{lon}$	Comando cíclico longitudinal acrescido da contribuição da barra estabilizadora
K_c	Ganho mecânico do misturador Bell-Hiller relativo ao ângulo c
K_d	Ganho mecânico do misturador Bell-Hiller relativo ao ângulo d
$A_{lon,eff}$	Ganho longitudinal efetivo da entrada δ_{lon} , para rotor com barra estabilizadora
$B_{lat,eff}$	Ganho lateral efetivo da entrada δ_{lat} , para rotor com barra estabilizadora
τ_{eff}	Constante de tempo efetiva do rotor principal com barra estabilizadora
μ	Razão de avanço
$v_{i_{pairado}}$	Velocidade induzida no ar pelo rotor principal em vôo pairado
m_a	Massa da aeronave
A	Área do disco do rotor principal
C_T	Coeficiente de empuxo
$\lambda_{i_{pairado}}$	Fluxo de ar para vôo pairado
h_{mr}	Distância do cubo do rotor principal ao centro de gravidade da aeronave
C_Q	Coeficiente de torque de guinada
λ_0	Componente uniforme do fluxo de ar no rotor
σ	Razão de solidez do rotor
c_{d_0}	Coeficiente de arrasto aerodinâmico de um aerofólio com ângulo de ataque igual a zero
Q_{mr}	Torque do rotor principal
ρ	Densidade do ar
g	Aceleração da gravidade
τ_λ	Constante de tempo de acomodação do fluxo de ar no rotor
U	Resultante da velocidade do ar em relação às pás do rotor
U_T	Componente tangente ao plano de impulsão da velocidade do ar em relação às pás do rotor

U_P	Componente perpendicular ao plano de impulsão da velocidade do ar em relação às pás do rotor
ϕ	Ângulo medido entre a velocidade resultante U e o plano de impulsão
α	Ângulo de ataque, medido entre a corda da pá e a velocidade resultante U
c	Corda da pá
b	Comprimento da pá
c_l	Coefficiente de sustentação
c_d	Coefficiente de arrasto
L	Força de sustentação de uma seção elementar da pá
D	Força de arrasto de uma seção elementar da pá
T_{mr}	Empuxo do rotor principal
Q	Torque do rotor
P	Potência do rotor
N	Número de pás do rotor
AR	Razão de aspecto de um aerofólio
F_z	Forças aerodinâmicas elementar normal ao plano de impulsão
F_x	Forças aerodinâmicas elementar paralela ao plano de impulsão
C_T	Coefficiente de empuxo
C_P	Coefficiente de potência
C_Q	Coefficiente de torque
V	Velocidade de subida
σ	Razão de solidez do rotor
T_x	Componente do empuxo na direção do eixo x
T_y	Componente do empuxo na direção do eixo y
T_z	Componente do empuxo na direção do eixo z
$e(k)$	Ruído branco discreto
$y(k)$	Saída do modelo discreto de identificação no instante k
$y(k - n_a)$..	Saída do modelo discreto de identificação atrasada de n_a unidades de tempo discreto

$u(k)$	Entrada externa do modelo discreto de identificação
θ	Vetor de parâmetros que descrevem o sistema que se deseja identificar
$\varphi(k)$	Vetor de medidas da entrada e da saída do sistema que se deseja identificar
$\hat{\theta}$	Estimativa dos parâmetros θ
\hat{y}	Variável computada com base em $\varphi(k)$ e $\hat{\theta}$
$J(\hat{\theta})$	Função custo
Φ	Matriz de medidas
Φ^T	Pseudo-inversa de Φ
h	Intervalo de tempo discreto do controlador
$y(t)$	Saída do processo
$u_c(t)$	Entrada de comando do processo
$e(t)$	Diferença entre o sinal de entrada de comando $u_c(t)$ e a saída do processo $y(t)$
K_p	Ganho proporcional do controlador PID
T_i	Tempo de integração do controlador PID
T_d	Tempo derivativo do controlador PID
$U(s)$	Transformadas de Laplace de $u(t)$
$Y(s)$	Transformadas de Laplace de $y(t)$
$E(s)$	Transformadas de Laplace de $e(t)$
$\phi(s)$	Equação característica do controlador contínuo
ζ	Coefficiente de amortecimento
ω_n	Freqüência natural não-amortecida
$G(s)$	Função de transferência em malha fechada do sistema contínuo
$P(t)$	Termo proporcional do controlador PD contínuo
$D(t)$	Termo derivativo do controlador PD contínuo
$P(s)$	Transformadas de Laplace de $P(t)$
$D(s)$	Transformadas de Laplace de $D(t)$
$P(k)$	Discretização de $P(t)$
$D(k)$	Discretização de $D(t)$

$u_c(k)$ Entrada de comando discreta do processo
 $y(k)$ Saída discreta do processo
 $D(z)$ Transformadas z de $D(k)$
 $Y(z)$ Transformadas z de $y(k)$
 $\text{delta}(k)$... Diferença entre duas medidas consecutivas de altitude saturada

Lista de Acrônimos

PD Proporcional e Derivativo
 PID Proporcional, Integral e Derivativo
 $VANT$ Veículo Aéreo Não-Tripulado
 GPS *Global Positioning System*
 IMU *Inertial Measurement Unit*
 $CIFER$... *Comprehensive Identification from FrEquency Responses*
 $NASA$ *National Aeronautics and Space Administration*
 $DGPS$ *Differential Global Positioning System*
 MIT Massachusetts Institute of Technology
 OFE *Operational Flight Envelope*
 SEF *Safe Envelope Flight*
 TPP *Tip Path Plane* (plano de rotação do rotor principal)
 ARX *AutoRegressive with eXtra input*
 $ARMAX$.. *AutoRegressive Moving Average with eXtra input*
 $EEPROM$ Memória Programável Somente de Leitura Apagável Eletricamente
 $SISO$ *Single Input Single Output*
 ZOH *Zero Order Holder*
 $RISC$ *Reduced Instruction Set Computer*)
 TX Transmissor
 RX Receptor

MIPS Milhões de Instruções Por Segundo
SRAM Memória Estática de Acesso Aleatório
USART ... Receptor Transmissor Síncrono Assíncrono Universal
LCD Mostrador de cristal líquido
IHM Interface Homem-Máquina
IDE Ambiente integrado de desenvolvimento

Capítulo 1

Introdução

O principal objetivo deste trabalho foi realizar o controle de altitude de um helicóptero em escala reduzida. Tendo-se em vista as características dinâmicas do sistema a ser controlado, este objetivo é na verdade um desafio. Um erro na implementação do controlador ou uma falha nos procedimentos dos teste de vôo poderia facilmente destruir o helicóptero. Assim, para assegurar o sucesso do projeto, a seguinte metodologia foi cuidadosamente aplicada.

Inicialmente foi desenvolvido um modelo dinâmico não-linear de baixa ordem (contendo apenas 11 estados) para helicópteros em escala reduzida, partindo-se das equações de Newton-Euler para corpos rígidos. O modelo não-linear foi linearizado em vôo pairado. Para validar parte do modelo linearizado, um helicóptero miniatura RAPTOR-30 foi equipado com um conjunto de aviônica digital capaz de fazer aquisição de dados em vôo e armazená-los para posterior processamento.

A aeronave foi testada em vôo pairado e em algumas seqüências de manobras em torno deste ponto de operação, e o conjunto aeronave-aviônica demonstrou ser adequado à identificação da dinâmica vertical em vôo pairado. Baseado nestes resultados, foram obtidos os parâmetros do modelo linear simplificado desta dinâmica. Posteriormente, este modelo linear foi utilizado no desenvolvimento de um controlador PD capaz de controlar a altitude da aeronave. O controlador assim projetado foi exaustivamente simulado antes de se realizar os vôos experimentais em malha fechada.

Utilizando-se um conjunto adequado de sensores, e aplicando-se os mesmos métodos aqui utilizados para a identificação e validação da dinâmica vertical, é possível obter-se um modelo completo do RAPTOR-30, como já realizado por (Mettler 2003) e (Gavrilets, Mettler & Feron 2001). Esta aeronave, uma vez identificado o seu mo-

delo completo, poderá vir a ser uma plataforma de testes para técnicas de controle avançadas e simuladores em tempo real, com aplicações em helicópteros em escala reduzida.

1.1 Motivação

Os helicópteros são as aeronaves mais versáteis da atualidade por serem capazes de decolar e aterrissar verticalmente, pairar no ar, girar em torno de seu eixo vertical, se moverem lateralmente e longitudinalmente em avanço e recuo. Os helicópteros são também conhecidos pela sua instabilidade em malha aberta e dificuldade de controle. Sua dinâmica tem modos acoplados e instáveis que exigem muito dos pilotos humanos. Isso leva os fabricantes a dotarem estas aeronaves de algum tipo de assistência ao piloto, através de controles automáticos de orientação, velocidade ou altitude, com a finalidade de diminuir o esforço de pilotagem. Esta assistência ao piloto é obtida com o aumento do sistema dinâmico da aeronave pela utilização de estabilizadores mecânicos, sensores e circuitos eletrônicos embarcados.

Os helicópteros em escala reduzida não são uma exceção a esta regra, geralmente possuem um estabilizador eletrônico que amortece o movimento angular em torno do seu eixo vertical (movimento de guinada) e um estabilizador mecânico (barra estabilizadora) cuja finalidade principal é tornar mais lenta a dinâmica do rotor principal, a qual governa as forças e torques externos aplicados pelas entradas de comando à fuselagem da aeronave. Sem esta ajuda a pilotagem humana fica muito dificultada ou impossível.

Os helicópteros em escala reduzida possuem características que os tornam ainda mais versáteis que os helicópteros em escala normal. Sua pequena massa e elevada relação potência/peso permitem que estas aeronaves executem manobras acrobáticas, as quais são difíceis para outras aeronaves. Seu momento de inércia diminui com a quinta potência do fator de escala ($I = \sum m_i r_i^2$, onde m_i são as massas das partículas do corpo e r_i suas respectivas distâncias do eixo de rotação), enquanto o empuxo decresce proporcionalmente à massa, ou seja, com a terceira potência (o empuxo é proporcional à potência do motor, que é proporcional ao deslocamento volumétrico do cilindro). Helicópteros em escala reduzida podem ter elevada relação empuxo/peso, podendo chegar facilmente a dois ou três, o que permite que executem manobras acrobáticas, as quais são difíceis para aeronaves em tamanho normal.

O interesse em VANT's (Veículos Aéreos Não-Tripulados) vem aumentando consideravelmente, tanto para aplicações civis como militares. Entre elas estão filmagem em locais perigosos ou inacessíveis, vigilância e reconhecimento. Para a maioria das aplicações, as aeronaves em escala reduzida atendem aos requisitos de capacidade de carga útil e autonomia, e tendo como vantagens adicionais um menor custo e mais agilidade.

As principais universidades do mundo que desenvolvem projetos com VANT's preferem fazê-lo utilizando como plataformas os helicópteros em escala reduzida, principalmente devido à facilidade operacional e às peculiaridades de sua dinâmica que permitem testar técnicas de controle avançadas.

A principal motivação para o presente trabalho de modelagem dinâmica, identificação e controle de uma helicóptero miniatura foi o desenvolvimento de uma plataforma versátil e econômica que permita o teste de diversas técnicas avançadas de controle e que permita comparações com técnicas tradicionais como os controladores PID. Esta plataforma poderá vir a servir a futuros trabalhos de projetos de controladores que permitam manobras completamente autônomas e, ainda, para o planejamento de trajetórias, em ambos os casos com o auxílio de uma unidade de medidas inerciais (IMU) em conjunto com um receptor de GPS (*Global Positioning System*).

1.2 Objetivos

Os principais objetivos da presente tese são:

- Desenvolver um modelo dinâmico analítico de baixa ordem de um helicóptero miniatura;
- Projetar, construir e testar a instrumentação eletrônica embarcada e de terra;
- Identificar os parâmetros da dinâmica vertical extraída do modelo linearizado em vôo pairado;
- Simular a dinâmica vertical em ambiente Matlab/Simulink;
- Projetar um controlador que regule a altitude, e
- Realizar testes experimentais deste controlador.

1.3 Métodos de Modelagem

Existe farta literatura que aborda a modelagem dinâmica de helicópteros de escala normal baseados nos primeiros princípios (princípios básicos da Mecânica e da Física). Alguns servem de referência como o (Heffley & Mních 1987), (Harris 1972), (Padfield 1996) e (Johnson 1980).

Geralmente, os modelos utilizados são de ordem elevada e possuem uma grande quantidade de parâmetros que geralmente não podem ser medidos diretamente. Após seu desenvolvimento, estes modelos requerem uma extensa validação e refinamentos antes que eles possam prever o comportamento dinâmico da aeronave com confiabilidade e precisão. Portanto, a modelagem detalhada usando os princípios básicos da Mecânica e da Física não é uma tarefa trivial, e necessita recursos muitas vezes indisponíveis ou onerosos, como um túnel de vento, por exemplo.

Os helicópteros desenvolvem suas manobras em um conjunto complexo de condições aerodinâmicas. O fluxo de ar descendente gerado pelo rotor principal é, por si só, um sistema dinâmico complexo. A dinâmica do helicóptero envolve interações complexas deste fluxo de ar com a fuselagem, o rotor de cauda e outras superfícies de estabilização. A complexidade aumenta mais ainda à medida que a aeronave sai da condição de vôo pairado para a de vôo de cruzeiro e ganha velocidade.

Devido às diferenças de escala e características construtivas dos helicópteros em escala reduzida, estes efeitos são dominados pelas relativamente grandes forças e torques que são gerados quase que instantaneamente após aplicadas as entradas de controle (Gavrilets 2003).

Como opção às modelagens físicas complexas e de ordem elevada, existe a técnica de modelagem baseada na identificação paramétrica de sistemas, a qual tem sido utilizada com frequência para o desenvolvimento de modelos linearizados em pontos de operação específicos (principalmente vôo pairado e de cruzeiro).

Estes modelos têm se mostrado úteis em projetos de controladores, estudos de qualidade de vôo e, ainda, em validação e refinamento de modelos não-lineares detalhados baseados nos princípios básicos da Física. Métodos como o CIPHER (*Comprehensive Identification from FrEQUENCY Responses*) da NASA (Heffley & Mních 1987) foram usados para o desenvolvimento de modelos linearizados relativamente simples ((Mettler 2003) pp. 30 e 40), os quais capturaram com precisão o comportamento da dinâmica do veículo em torno de pontos de operação específicos.

Embora se buscasse um modelo simplificado, este modelo teria que ter uma boa precisão e guardar uma direta relação com os princípios físicos básicos que regem os movimentos do helicóptero e os seus parâmetros mensuráveis, ou seja, o modelo deveria ter uma visão física. Esta visão é imprescindível, pois permite que falhas na modelagem, e/ou nas medidas realizadas durante os testes experimentais, fossem mais visíveis, e depuradas com mais facilidade. Uma vantagem adicional advinda desta abordagem é a possibilidade de se aproveitar boa parte do modelo, se não todo, ao se modelar outro helicóptero miniatura, de dimensões e construção diferentes, substituindo-se os parâmetros mensuráveis, estimando-se outros não mensuráveis diretamente, e utilizando-se técnicas de escalamento (Mettler 2003).

A modelagem parte das equações de movimento do corpo rígido dadas pelas equações de Newton-Euler, onde os produtos cruzados das inércias foram desprezados. O rotor principal gera as principais forças e torques que agem sobre a aeronave e sua dinâmica é fundamental no modelo a ser obtido. A barra estabilizadora, que está acoplada ao rotor principal, domina a dinâmica do conjunto rotor/barra estabilizadora, e este aumento do sistema dinâmico também está explicitado no modelo. O modelo captura ainda o aumento do sistema dinâmico devido a um sistema de estabilização eletrônica da dinâmica de guinada.

Parâmetros importantes do helicóptero foram, quando possível, calculados e/ou medidos, e reservados para posterior comparação com os obtidos na fase de identificação paramétrica nos vôos experimentais. A semelhança dos valores medidos ou calculados com os obtidos no processo de identificação nos dá uma idéia da adequação do nosso modelo sob as condições testadas.

1.3.1 Vôo Experimental de Identificação

Uma vez obtido um modelo com as características desejadas, segue-se o processo de identificação. O modelo não-linear descrito acima é linearizado em vôo pairado (velocidades angulares e lineares nulas), o que nos permite obter um modelo em espaço de estados de 11a. ordem. Este modelo linearizado tem como entradas os quatro comando usuais de helicópteros, que são **coletivo** (δ_{col}), **cíclico-lateral** (δ_{lat}), **cíclico-longitudinal** (δ_{lon}) e **pedal** (δ_{ped}). Devido às limitações impostas pela falta de um conjunto de sensores adequado, incluindo sensores inerciais precisos e DGPS (*Differential Global Positioning System*), somente uma parte da dinâmica será identificada. A parte a ser identificada é a dinâmica vertical, ou seja, a variação

da altitude do helicóptero em resposta ao comando coletivo, graças a um medidor de altitude ultra-sônico (sonar-altímetro), desenvolvido exclusivamente para esta finalidade, cuja precisão é melhor que um centímetro, sob as condições de teste. Além do sonar-altímetro, também foi desenvolvido um conjunto de eletrônica embarcada cuja finalidade é a aquisição dos dados do sonar-altímetro, das entradas recebidas via rádio-controle e o registro em memória não-volátil de todas estas informações para posterior processamento. Outra função desta eletrônica é computar o algoritmo do controlador PD desenvolvido para a dinâmica vertical.

O processo de identificação da dinâmica vertical será feito com a aeronave no ponto de operação próximo ao vôo pairado, ou seja, o helicóptero tem sua orientação estabilizada por um piloto humano via rádio-controle, sendo permitido que o helicóptero derive poucos metros, em baixa velocidade, nos sentidos lateral e longitudinal, ao mesmo tempo que o piloto aplica comandos de coletivo, de modo que a aeronave suba e desça dentro de uma determinada faixa de altitude. O piloto é instruído a aplicar os comandos de coletivo com uma frequência que começa baixa e vai aumentando gradativamente, até a aeronave não responder aos comandos com uma variação significativa na sua altitude. Várias séries de testes com períodos de 40 segundos são executadas.

Os dados, assim obtidos, passam por um processo de seleção onde são escolhidas as séries que melhor representem as excitações solicitadas ao piloto (uma vez que o comando da aeronave se dá em malha aberta, é de se esperar que parte dos dados não possa ser aproveitada). Os dados são filtrados para se retirar os ruídos de frequência superior às da dinâmica dominante do helicóptero, principalmente devidas às vibrações produzidas pelo motor, engrenagens de redução e ruídos elétricos, além das perturbações de baixa frequência devidas às rajadas de vento. Dos dados também é subtraído o valor médio. Os dados, assim selecionados e processados, são divididos em duas partes: a primeira será utilizada para a identificação paramétrica e a segunda parte para a validação da identificação.

1.3.2 Simulação/Validação

Os dados reservados para a validação serão aplicados ao modelo linearizado em vôo pairado, desenvolvido em ambiente Matlab/Simulink, e os resultados da simulação serão comparados aos obtidos nos vôos experimentais. Esta comparação poderá permitir a avaliação das deficiências do modelo, e onde serão necessários refinamentos.

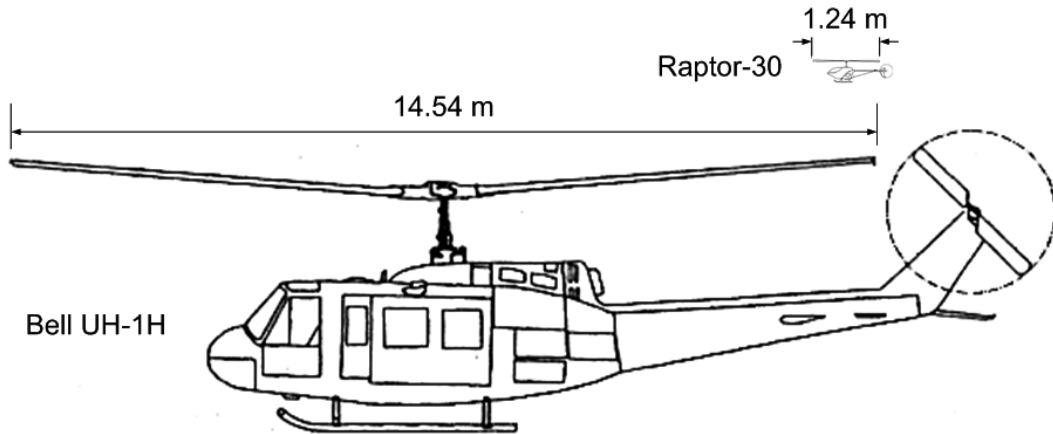


Figura 1.1: O Raptor-30 tem uma escala aproximada de 1:12 em relação ao helicóptero Bell UH-1H, um dos mais utilizados helicópteros de emprego múltiplo.

1.3.3 Vôo Experimental de Teste do Controlador

Após a identificação da dinâmica vertical será projetado um controlador embarcado que seja capaz de regular a altitude em um valor desejado enquanto o piloto humano aplica comandos, via rádio-controle, para controlar os outros movimentos.

1.4 Descrição do Veículo de Testes

A aeronave utilizada no desenvolvimento deste trabalho foi um helicóptero miniatura Raptor-30 de fabricação *Thunder Tiger Corporation*. Vem equipado com um motor de 0,3 polegadas cúbicas ($\approx 5 \text{ cc}$) de dois tempos e seu combustível é metanol com 18% de óleo 2T. Seu uso é muito difundido entre os aeromodelistas brasileiros e seu custo é relativamente baixo. Pesa 2,85 kg em condições de vôo, excluindo-se o combustível, e sua carga útil é de 0,225 kg.

A Fig. 1.2 mostra suas principais características dimensionais. A escala aproximada do Raptor-30 é 1:12, comparado ao Bell UH-1H, vide Fig. 1.1.

A Fig. 1.3 compara as dimensões do Raptor-30 com outras duas aeronaves em escala reduzida que já foram utilizadas como plataformas de VANT's: o X-Cell-60 no MIT (Gavrilets 2003), fabricado pela *Miniature Aircraft Corporation* e o R-50 na Carnegie Mellon (Mettler 2003), da *Yamaha Motors Company*.

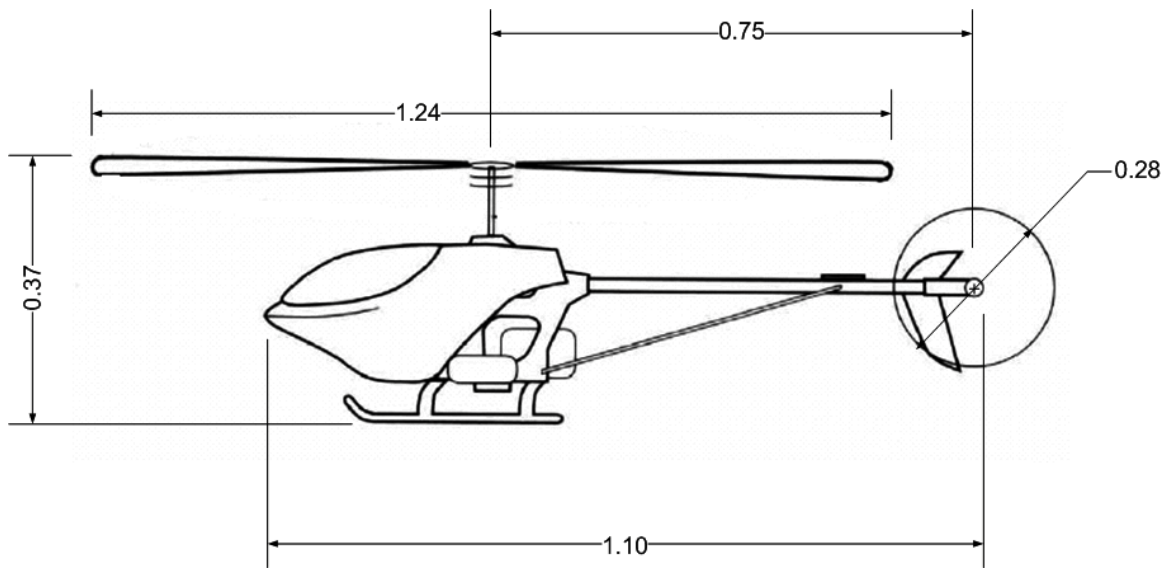


Figura 1.2: Principais características físicas do Raptor, valores em metros.

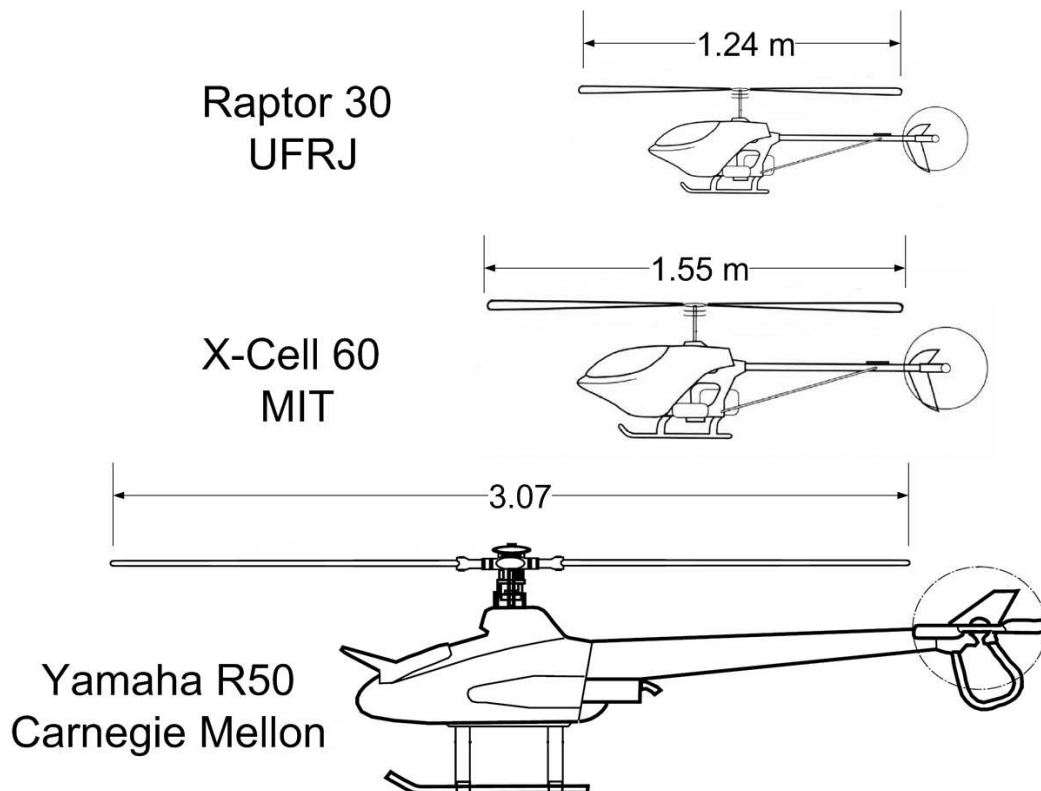


Figura 1.3: Raptor-30 comparado com outras duas aeronaves utilizadas como plataformas em projetos de VANT's em universidades americanas: o X-Cell-60 do MIT e o Yamaha R50 da Carnegie Mellon.

Capítulo 2

Modelagem da Dinâmica

2.1 Introdução

Padfield (Padfield 1996) observa que a dinâmica do helicóptero é dominada pelo rotor principal, o que justifica a atenção especial que é dada à dinâmica do rotor. Ele classifica a modelagem do rotor em três níveis crescentes de complexidade, cada um adequado a um tipo de aplicação. O nível 1, sendo o mais simples, é adequado à análise das tendências paramétricas para o estudo de qualidades de vôo e desempenho, e ao controle em largura de banda estreita, desde que limitados a uma faixa não-extrema do envelope operacional de vôo (OFE - *operational flight envelope*), o que significa manobras suaves, limitadas em amplitude e frequência, mas que representam a maior parte das manobras de rotina da aeronave. O nível 2 tem as mesmas aplicações do nível 1, abrangendo todo o OFE, e é apropriado para o controle ativo de vôo com alto ganho e com largura de banda média. O nível 3 é adequado ao projeto do rotor, à predição de limite de carga do rotor, análise de vibração, análise de estabilidade do rotor, indo além do OFE até o limite do envelope seguro de vôo (SEF - *safe envelope flight*).

Como visto em ((Gavrilets 2003), p. 14), a dinâmica dos helicópteros miniatura é dominada pelos fortes torques produzidos pelo rotor principal, o que relaxa a necessidade de modelos complicados de efeitos secundários, usualmente encontrados na literatura de helicópteros em escala normal, como a supracitada. Além disto, seu envelope de velocidade relativamente baixa facilita ainda mais a modelagem. Gavrilets et al (Gavrilets 2003), a partir de recente trabalho de Mettler (Mettler 2003), que se baseia na identificação da dinâmica de um helicóptero linearizada em torno de condições de equilíbrio, mostraram que uma dinâmica de batimento de primeira ordem acoplada com a dinâmica de corpo rígido é suficiente para uma

descrição precisa da dinâmica de atitude até mesmo em vôos acrobáticos, e para o projeto de sistemas de controle de banda larga de frequência, necessários aos vôos acrobáticos autônomos.

Devido ao exposto, a modelagem aqui descrita será uma adaptação para helicópteros miniatura da modelagem de nível 1, na qual resulta em erros paramétricos inferiores a 20%, para helicópteros em escala normal, e representa com melhor fidelidade os helicópteros em escala reduzida. Como objetivamos um modelo para identificação, somente as características pertencentes ao helicóptero devem ser incluídas, o que simplifica ainda mais a modelagem.

2.2 Sistemas de Referência e Transformações de Coordenadas

Com a finalidade de se simplificar a obtenção das equações de movimentos translacional e rotacional de um helicóptero será suposto que:

- O helicóptero é um corpo rígido;
- Um sistema de eixos de referência tem sua origem fixada ao centro de massa do helicóptero, que é fixo em relação à aeronave (supondo que o centro de massa não muda de posição em relação à aeronave). O eixo x está na direção longitudinal da aeronave, sendo positivo na direção de movimento à frente; o eixo y está na direção lateral e é positivo para a direita do piloto; e o eixo z é determinado pela regra da mão direita, tendo a direção vertical e sentido positivo para baixo.
- A terra é tratada como sendo plana e estacionária no espaço inercial.
- Os eixos movem-se com velocidades variáveis com o tempo, cujas componentes translacionais são u , v e w , e as rotacionais são p , q e r , sob a ação das forças X , Y e Z e torques L , M e N , conforme a Fig. 2.1.

Ângulos de Euler

Uma forma usual de se descrever a orientação angular de uma aeronave em relação a um dado sistema de referência inercial é através dos ângulos de Euler, que se

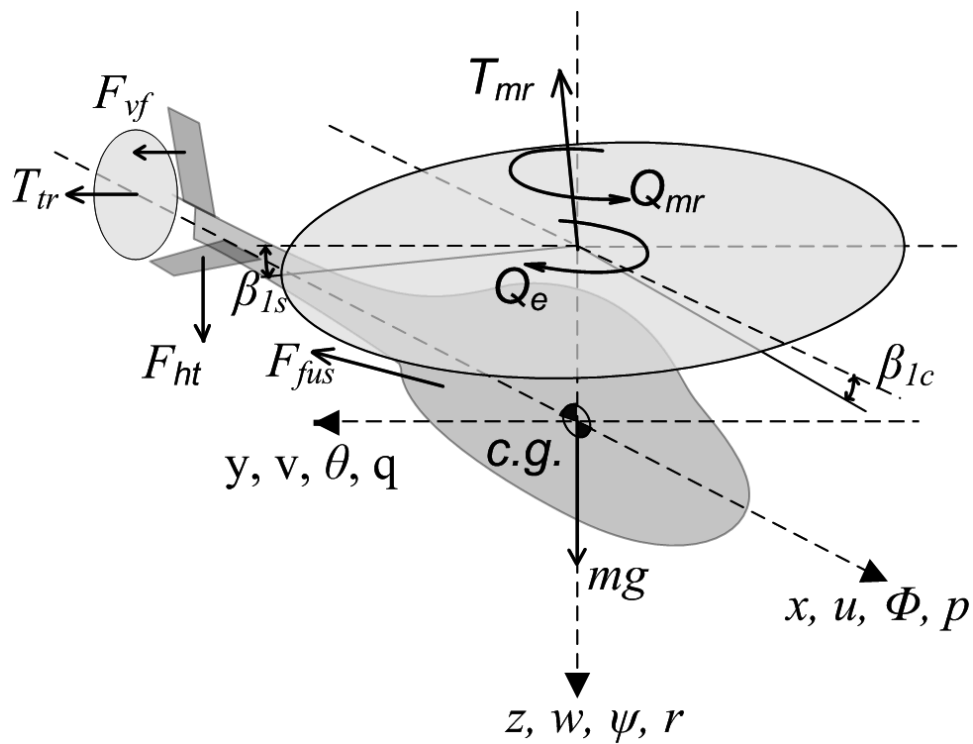


Figura 2.1: Forças e torques que atuam no helicóptero. T_{mr} e T_{tr} são os empuxos gerados pelos rotores principal e de cauda, respectivamente. F_{vf} , F_{ht} e F_{fus} são forças de arrasto relativas aos estabilizadores vertical e horizontal, e à fuselagem, respectivamente. Q_e é o torque produzido pelo motor para se contrapor ao torque aerodinâmico das pás do rotor principal Q_{mr} , quando giram para gerar sustentação.

compõem de uma seqüência específica de três rotações em torno dos eixos ortogonais fixados ao corpo da aeronave. Diversas parametrizações são possíveis alterando-se a seqüência das rotações em torno dos três eixos ortogonais. A seqüência padrão para aeronaves é **guinada** (rotação de um ângulo ψ em torno do eixo z), **arfagem** (ângulo θ em torno do “novo” eixo y), e **rolagem** (ângulo ϕ em torno do, outra vez, “novo” eixo x).

Esta representação tem a vantagem de ser a composição de rotações em torno de eixos fixos à aeronave, as quais são rotações elementares, o que facilita o seu desenvolvimento. A matriz de rotação obtida relaciona as coordenadas de um ponto dado no sistema de referência inercial às coordenadas do ponto no sistema de referência do corpo rodado. Utilizando a notação abreviada c para cosseno e s para seno e $\mathbf{R}_{\mathbf{bi}}$ para designar a rotação do sistema de referência inercial para o sistema de referência do corpo da aeronave, temos a seguinte matriz ((Padfield 1996), p. 178):

$$\mathbf{R}_{\mathbf{bi}} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

O vetor gravidade, expresso no sistema de referência inercial é $\mathbf{g}_i = [0 \ 0 \ g]^T$, aplicando (2.1), podemos obter seus componentes no sistema de referência do corpo:

$$\mathbf{g}_b = \mathbf{R}_{\mathbf{bi}}\mathbf{g}_i = \begin{bmatrix} -g \operatorname{sen}\theta \\ g \cos\theta \operatorname{sen}\phi \\ g \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

2.3 Equações de Movimento do Corpo Rígido

As equações de movimento dos seis graus de liberdade da fuselagem são desenvolvidas a partir da aplicação da segunda lei de Newton, na forma linear $F = ma$ e na forma angular $M = Iw$. A lei de Newton é aplicada em referência aos eixos do corpo e levam em conta as forças da gravidade e de Coriolis. Como em (Gavrilets 2003), os produtos cruzados de inércia serão desprezados. A derivação completa destas equações pode ser encontrada no Apêndice 3A.1 de (Padfield 1996).

Equações de Força:

$$\dot{u} = -(wq - vr) + \frac{X}{m_a} - g \operatorname{sen} \theta, \quad (2.3)$$

$$\dot{v} = -(ur - wp) + \frac{Y}{m_a} + g \cos \theta \operatorname{sen} \phi, \quad (2.4)$$

$$\dot{w} = -(vp - uq) + \frac{Z}{m_a} + g \cos \theta \cos \phi. \quad (2.5)$$

Equações de Torque:

$$\dot{p} = \frac{qr(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} + \frac{L}{I_{xx}}, \quad (2.6)$$

$$\dot{q} = \frac{rp(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} + \frac{M}{I_{yy}}, \quad (2.7)$$

$$\dot{r} = \frac{pq(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} + \frac{N}{I_{zz}}, \quad (2.8)$$

onde, u , v e w são as velocidades inerciais translacionais, p , q e r são as velocidades rotacionais inerciais expressas nos eixos do corpo do helicóptero e ϕ , θ e ψ são os ângulos de rotação de Euler que definem a orientação dos eixos do corpo do helicóptero em relação ao sistema de referência inercial na terra. Estes ângulos definem as componentes da força de gravidade nos eixos do corpo, como em (2.2). I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} são os momentos de inércia da fuselagem em torno dos eixos de referência do corpo e m_a é a massa da aeronave.

As forças e os torques externos X , Y , Z , L , M e N podem ser escritos como a soma das contribuições dos diferentes componentes do helicóptero, aqui consideradas apenas as que têm efeito dominante na dinâmica da aeronave. Para uma melhor compreensão, serão utilizados os seguintes subscritos: mr para rotor principal, tr para rotor de cauda, fus para fuselagem, vf para aerofólio vertical, ht para estabilizador horizontal e e para motor.

$$X = X_{mr} + X_{fus}, \quad (2.9)$$

$$Y = Y_{mr} + Y_{fus} + Y_{tr} + Y_{vf}, \quad (2.10)$$

$$Z = Z_{mr} + Z_{fus} + Z_{ht}, \quad (2.11)$$

$$L = L_{mr} + L_{vf} + L_{tr}, \quad (2.12)$$

$$M = M_{mr} + M_{ht}, \quad (2.13)$$

$$N = -Q_e + N_{vf} + N_{tr}, \quad (2.14)$$

onde Q_e é o torque produzido pelo motor para se contrapor ao torque aerodinâmico das pás do rotor principal Q_{mr} , quando giram para gerar sustentação. No nosso helicóptero, o rotor gira no sentido horário, visto de cima, portanto, no sistema de referência do corpo, temos $Q_e > 0$ e $Q_{mr} < 0$. Veja a Fig. 2.1, onde são representadas as forças e torques que agem sobre a aeronave, juntamente com suas principais variáveis.

Equações Cinemáticas:

Podemos ver nas equações acima a dependência dos termos da força da gravidade em relação a dois ângulos de Euler, θ e ϕ . Então, o sistema ainda não está completo.

A velocidade angular da aeronave ω^b , no sistema de referência do corpo, está relacionada à taxa de variação dos ângulos de Euler no tempo através das relações ((Padfield 1996), p. 178) e (Munzinger 1998), p. 112):

$$\omega^b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \\ \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

de onde se obtém:

$$\dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta, \quad (2.16)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi, \quad (2.17)$$

$$\dot{\psi} = (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta. \quad (2.18)$$

Uma vez obtidas as seis equações diferenciais de primeira ordem do corpo rígido (Eqs. (2.3) a (2.8)) em função de forças e torques externos, devemos agora derivar

as expressões matemáticas que descrevem estas forças e torques como função das entradas de controle e estados da aeronave. Na sua forma geral, estas equações podem ser representadas como um vetor não-linear de equações diferenciais:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (2.19)$$

onde \mathbf{x} é o vetor de estado do veículo, e \mathbf{u} é o vetor de entradas de controle. Para as equações do corpo rígido o vetor de estado é:

$$\mathbf{x} := [u, v, w, \phi, \theta, \psi, p, q, r]^T. \quad (2.20)$$

Mais adiante, na Seção 2.5.3, veremos que será necessário adicionar estados para incluirmos outros componentes do helicóptero.

As variáveis de entradas de controle são as usuais de um helicóptero: controles cíclicos **lateral** (u_{lat}) e **longitudinal** (u_{lon}); ângulo de passo **coletivo** (u_{col}); e ângulo de passo coletivo do rotor de cauda, também denominado **pedal** (u_{ped}). Os termos em negrito serão utilizados ao longo deste trabalho quando nos referirmos a estas entradas. O vetor de entrada de controle é:

$$\mathbf{u} := [u_{lat}, u_{lon}, u_{col}, u_{ped}]^T. \quad (2.21)$$

Modelo de Derivadas de Estabilidade do Corpo Rígido

O modelo de derivadas de estabilidade é uma forma linearizada das equações do movimento onde os torques e forças externas são representadas através do produto de derivadas e estados do corpo rígido e entradas de controle.

Linearização das Equações do Movimento

As equações diferenciais do movimento podem ser linearizadas em torno de um estado de equilíbrio x_0 :

$$\dot{\mathbf{x}} = \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right)_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \delta_{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right)_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \delta_{\mathbf{u}}(t). \quad (2.22)$$

Podemos representar esta expressão na forma usual de espaço de estados, com matriz de sistema \mathbf{A} e de controle \mathbf{B} :

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \delta \mathbf{u}, \quad (2.23)$$

a qual usa as perturbações lineares dos vetores de estado e entrada ((Mettler 2003), p. 58). A trajetória dos estados do veículo e as entradas de controle em torno de um ponto de equilíbrio é dado por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}, \quad (2.24)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \delta\mathbf{u}. \quad (2.25)$$

As condições de ajuste para um ponto de operação escolhido são determinadas pela fixação de estados conhecidos em valores que caracterizem o ponto de equilíbrio e pela solução das equações de equilíbrio $f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0$ para os valores dos estados restantes do veículo e entradas de controle. Um ponto de equilíbrio, em que estamos especialmente interessados é a condição de vôo pairado, caracterizada por velocidades lineares e angulares nulas:

$$\mathbf{v}_0 = [u_0, v_0, w_0] = [0, 0, 0]^T, \quad (2.26)$$

$$\boldsymbol{\omega}_0 = [p_0, q_0, r_0] = [0, 0, 0]^T. \quad (2.27)$$

Outros pontos de equilíbrio são as famílias de trajetórias retilíneas niveladas e vôos em curvas estáveis.

As equações rotacional e translacional do movimento do corpo rígido linearizadas em torno de um ponto de equilíbrio genérico são ((Mettler 2003), p. 59):

$$\delta\dot{u} = (-w_0 \delta q + \delta w q_0 + v_0 \delta r + \delta v r_0) + \frac{\Delta X}{m_a}, \quad (2.28)$$

$$\delta\dot{v} = (-u_0 \delta r + \delta u r_0 + w_0 \delta p + \delta w p_0) + \frac{\Delta Y}{m_a}, \quad (2.29)$$

$$\delta\dot{w} = (-v_0 \delta p + \delta v p_0 + u_0 \delta q + \delta u q_0) + \frac{\Delta Z}{m_a}, \quad (2.30)$$

$$\delta\dot{p} = (-q_0 \delta r - \delta q r_0) \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} + \frac{\Delta L}{I_{xx}}, \quad (2.31)$$

$$\delta\dot{q} = (-p_0 \delta r - \delta p r_0) \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} + \frac{\Delta M}{I_{yy}}, \quad (2.32)$$

$$\delta\dot{r} = (-p_0 \delta q - \delta p q_0) \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} + \frac{\Delta N}{I_{zz}}. \quad (2.33)$$

Elas descrevem a resposta do veículo em torno de uma condição de ajuste (*trim*) em função de perturbações nas forças e torques externos, ΔF e ΔM , respectivamente. Podemos ver que em vôo pairado os termos entre parênteses se anulam (veja Eqs. (2.26) e (2.27)).

Expandindo as Forças e Torques Externos

As forças e torques externos podem ser considerados como funções contínuas dos estados do veículo e variáveis de controle. Assim, podemos expressar suas perturbações usando expansão em séries de Taylor. Uma vez que desejamos uma dependência linear dos estados e controles, somente serão usados os termos de primeira ordem das séries. Por exemplo, para a componente da força longitudinal obtemos:

$$\Delta X = \frac{\partial x}{\partial u} \delta u + \frac{\partial x}{\partial v} \delta v + \frac{\partial x}{\partial p} \delta p + \dots + \frac{\partial x}{\partial \delta_{lat}} \delta_{lat} + \dots \quad (2.34)$$

As derivadas parciais de força (ou torque) com respeito aos estados do veículo são chamadas derivadas de estabilidade. Por exemplo, a derivada de força longitudinal com respeito à velocidade longitudinal é abreviada como:

$$\frac{\partial x}{\partial u} = X_u. \quad (2.35)$$

Analogamente, as derivadas parciais de força (ou torque) com respeito às entradas do veículo são chamadas derivadas de controle. Por exemplo, a derivada de força longitudinal com respeito à entrada cíclica lateral é abreviada como:

$$\frac{\partial x}{\partial \delta_{lat}} = X_{\delta_{lat}}. \quad (2.36)$$

Usando a notação de derivadas de estabilidade, a componente longitudinal total da força de perturbação é:

$$\Delta X = X_u \delta u + X_v \delta v + X_p \delta p + \dots + X_{\delta_{lat}} \delta_{lat} + X_{\delta_{lon}} \delta_{lon} + \dots \quad (2.37)$$

O mesmo se aplica às outras componentes das perturbações das forças e torques. Por exemplo, para a perturbação do torque de rolagem temos:

$$\Delta L = L_u \delta u + L_v \delta v + L_p \delta p + \dots + L_{\delta_{lat}} \delta_{lat} + L_{\delta_{lon}} \delta_{lon} + \dots \quad (2.38)$$

Nem todos os estados e variáveis de controle influenciam em cada força ou torque. Uma importante tarefa no desenvolvimento da estrutura do modelo consiste em decidir quais derivadas são relevantes em cada força ou torque. Podemos encontrar expressões analíticas destas derivadas na literatura sobre helicópteros ((Bramwell 2001), (Johnson 1980)), (Padfield 1996), (Stepniewski 1984), (Keys 1984)). Estas expressões são usualmente obtidas pela diferenciação analítica de equações não-lineares detalhadas do movimento e desprezando-se os termos de menor magnitude.

Tais detalhes podem, algumas vezes, ser úteis na determinação de quais derivadas desempenham um papel significativo em uma força ou torque particular. Ao longo deste trabalho calcularemos algumas destas derivadas para servir de comparação com os resultados obtidos na fase de identificação paramétrica.

Para simplificar a notação, no restante deste trabalho, descartaremos os deltas (δ e Δ) de todas as variáveis, exceto das entradas de controle.

2.4 Estendendo o Modelo do Corpo Rígido

Nos helicópteros, as forças e os torques externos de controle são produzidos pelo rotor principal e pelo rotor de cauda. Nas equações do corpo rígido as componentes destas forças e torques, como por exemplo L_{mr} e L_{tr} , são expressas sem dinâmica, ou seja, são consideradas instantâneas e proporcionais às entradas de controle. Na verdade estas forças e torques são funções da dinâmica dos seus respectivos rotores, das entradas e do movimento da aeronave, além dos acoplamentos entre estes movimentos e as forças e torques.

O acoplamento dinâmico rotor/fuselagem é fundamental para se melhorar a fidelidade do modelo do helicóptero. A determinação de quais dinâmicas são críticas na modelagem de helicópteros miniatura é abordada em trabalhos de identificação desenvolvidos por (Gavrilets 2003), (Mettler 2003), (Munzinger 1998), (Gavrilets, Frazzoli, Mettler, Piedmonte & Feron 2001), além de outros. Todos estes trabalhos são essencialmente modelos híbridos do corpo rígido aumentados com a dinâmica de rotor simplificada.

Uma característica de helicópteros miniatura é a dificuldade que um piloto humano tem para controlá-los, que é muito mais rápida do que a de um helicóptero em escala normal. Por isso, é freqüente a utilização de um rotor-estabilizador conhecido como *flybar* entre os pilotos de tais miniaturas e, geralmente, referido como barra estabilizadora ou misturador Bell-Hiller na literatura técnica. Outra ajuda ao piloto é a utilização de um girômetro de velocidade angular de guinada em conjunto com um regulador eletrônico que produz realimentação negativa, atuando no ângulo de passo do rotor de cauda, formando um sistema ativo de amortecimento da dinâmica de guinada.

Estes aumentos do sistema dinâmico precisam ser incorporados ao modelo do corpo rígido para se melhorar a fidelidade do modelo de identificação.

2.5 Dinâmica Simplificada do Rotor Principal

O rotor é um conjunto de vários corpos, rígidos e flexíveis, acoplados através de dobradiças e/ou juntas elastoméricas com características amortecedoras. As suas pás, geralmente, possuem três graus de liberdade em relação ao cubo do rotor principal (estrutura onde são fixadas as pás ao mastro do rotor): batimento (β), avanço-recuo (ξ) e passo (Θ). O movimento de passo varia o ângulo de passo das pás e é comandado pelas entradas e pelos acoplamentos com os movimentos do helicóptero. As pás estão sujeitas às forças aerodinâmicas e inerciais, que também dependem dos movimentos da aeronave e das pás. Além de tudo, o rotor opera dentro do fluxo de ar que ele próprio gera (*wake*), que por si só já é um sistema dinâmico complexo, resultando em condições aerodinâmicas complexas. As condições aerodinâmicas nas quais o rotor opera sofrem grandes mudanças em função do regime de operação da aeronave (vôo pairado, vôo de cruzeiro, pouso, decolagem, etc). Em resumo, as equações detalhadas de movimento do rotor são demasiadamente complexas para sua utilização para fins de controle.

Nem todos estes efeitos são relevantes na identificação, ou modelagem para projeto de controladores, principalmente quando se trata de helicópteros miniatura. Baseado em trabalhos de identificação de aeronaves similares, já citados, descrevemos os aspectos fundamentais da dinâmica de rotor desta classe de helicópteros. Desenvolvemos um modelo do plano de rotação do rotor (TPP - *Tip Path Plane*), que é o plano descrito pela trajetória da ponta das pás do rotor principal, que é a base dos modelos altamente simplificados usados para a identificação de helicópteros.

2.5.1 Construção Mecânica

Movimentos da Lâmina:

As pás do rotor do RAPTOR-30 possuem três graus de liberdade (3-DOF - *Degrees Of Freedom*) em relação **plano de impulsão** (plano perpendicular ao mastro e que passa pelo cubo do rotor principal), como descrito acima, além de girarem solidariamente ao mastro do rotor, sendo este último movimento descrito pela posição de azimute Ψ e velocidade angular Ω . Estes três graus de liberdade são os movimentos: batimento, avanço-recuo e passo, veja a Fig.(2.2). O movimento de batimento ocorre na direção normal ao **plano de impulsão** e é descrito pelo ângulo β . Este movimento é permitido, no nosso helicóptero, pelo fato do acoplamento das pás à cabeça

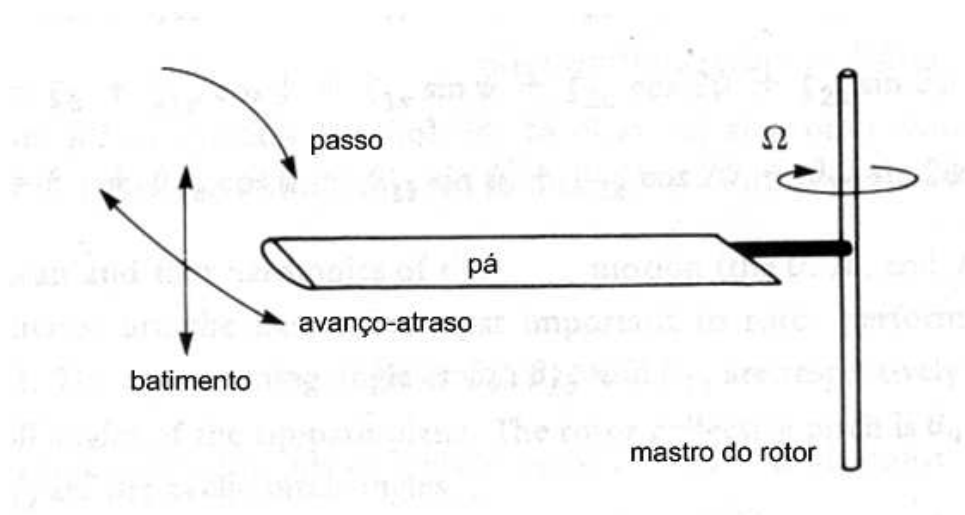


Figura 2.2: Movimentos fundamentais das pás do rotor principal.

do rotor ser feito através de uma bucha de elastômero e, também, pela flexibilidade das pás, veja a Fig.(2.3). O movimento de passo ocorre no sentido longitudinal das pás e é descrito pelo ângulo de passo (Θ) e é referenciado ao **plano de impulsão**. O movimento de avanço-recuo é o movimento das pás no plano de rotação e é descrito pelo ângulo ξ , o qual não tem relevância na nossa modelagem e será desconsiderado.

O Mecanismo do Prato Cíclico

O controle translacional do helicóptero, tanto em vôo pairado quanto em cruzeiro, se dá através da inclinação do vetor de empuxo do rotor principal, e há três maneiras de se obter esta inclinação ((Stepniewski 1984), p. 27): pela inclinação do eixo de rotação, do cubo do rotor principal ou do prato cíclico. Devido à sua simplicidade e eficiência, o prato cíclico se tornou de uso corrente em helicópteros, e o nosso helicóptero miniatura é dotado deste mecanismo, por isso passamos a descrevê-lo com as peculiaridades do modelo de helicóptero que estamos utilizando (Raptor 30), as quais são muito semelhantes às de outros modelos miniatura.

O prato cíclico consiste de dois pratos circulares que, através das entradas de controle do piloto (manche), podem ser arbitrariamente inclinados com respeito ao plano perpendicular ao eixo do rotor (Figs. 2.4, 2.5, 2.6 e 2.7). O prato superior gira solidariamente ao eixo do rotor e está acoplado a este através de uma junta com três graus de liberdade, dois de revolução e um prismático (rótula), este último permite que o prato cíclico suba e desça deslizando ao longo do mastro do rotor.

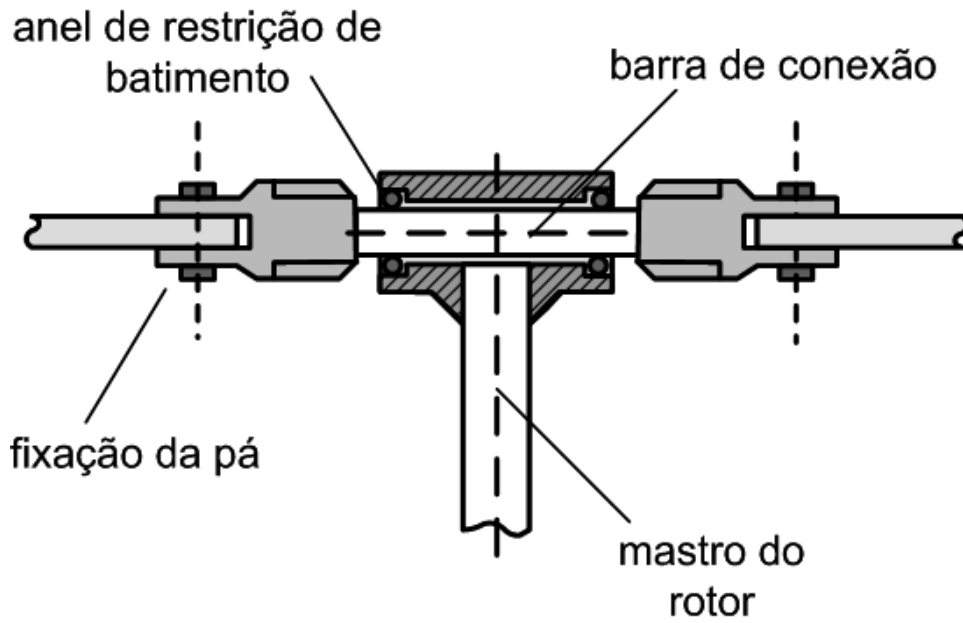


Figura 2.3: Acoplamento das pás à cabeça do rotor através de buchas de elastômero.

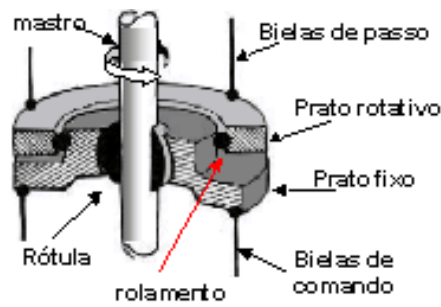


Figura 2.4: Componentes do prato cíclico.

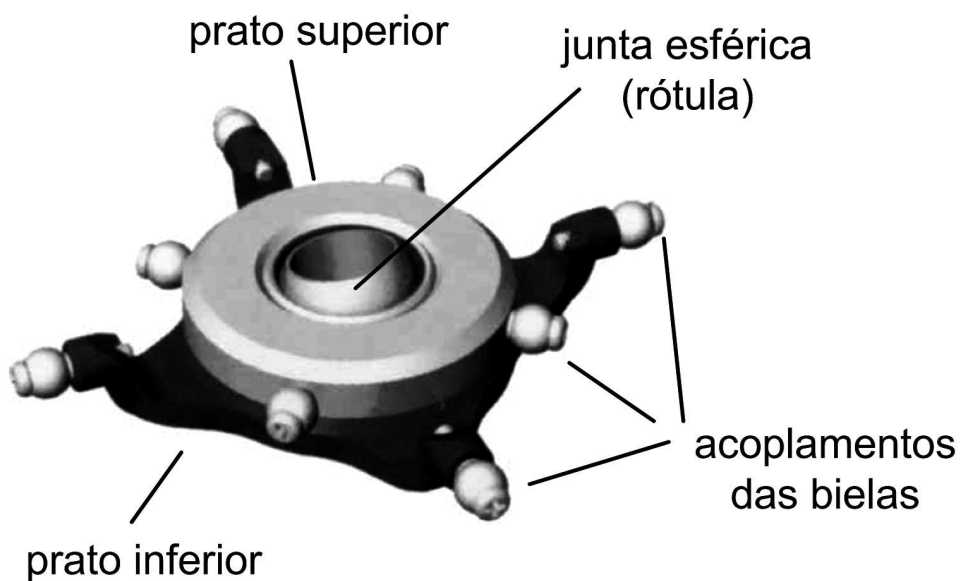


Figura 2.5: Componentes do prato cíclico.

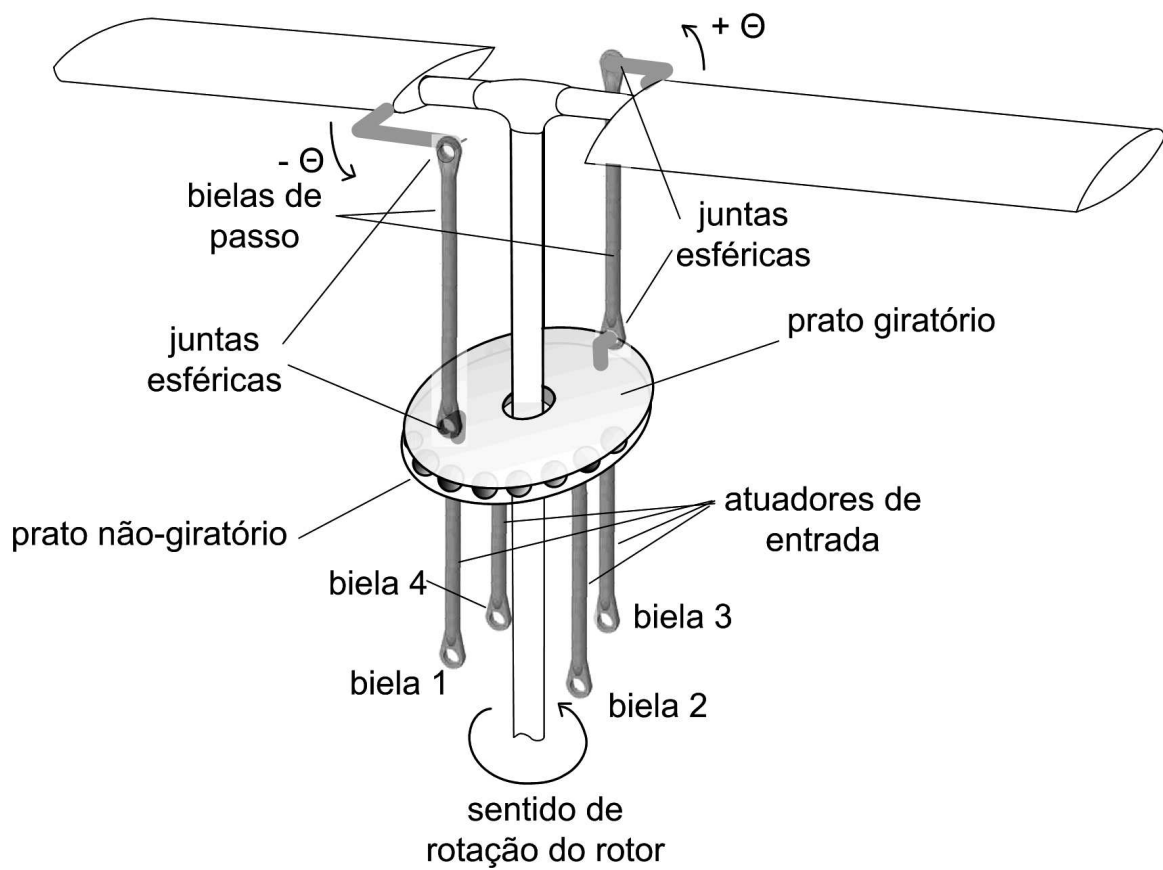


Figura 2.6: Controle do rotor através do prato cíclico.

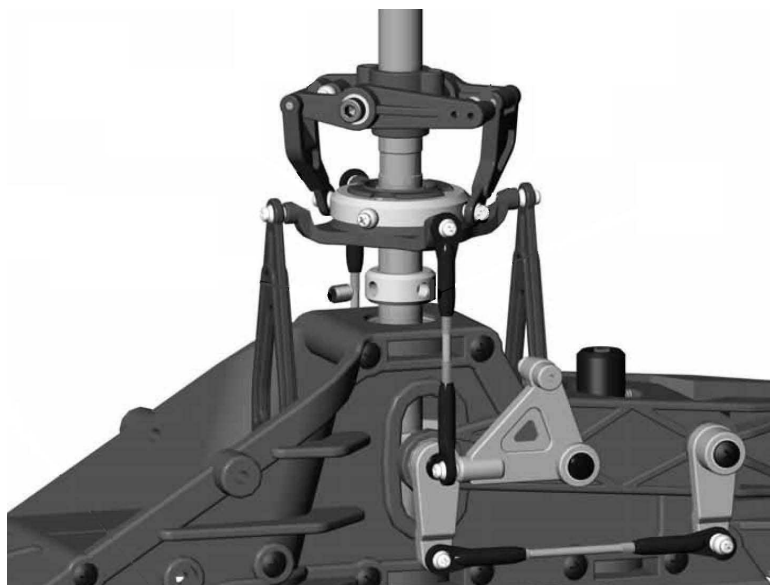


Figura 2.7: O prato cíclico do Raptor 30 e suas bielas.

Bielas de ângulo de passo, conectando o prato superior aos braços de ângulo de passo das pás, transmitem a inclinação do prato cíclico às pás na forma de ângulo de passo de acordo com a expressão:

$$\Theta(\Psi) = \Theta_0 + \Theta_{lat} \cos\Psi + \Theta_{lon} \sin\Psi + k_{fly}\beta_{fly} = \Theta_0 + A_1 \cos\Psi + B_1 \sin\Psi + k_{fly}\beta_{fly}, \quad (2.39)$$

onde Θ_0 é o ângulo de passo médio, que é ajustado fazendo-se o prato cíclico subir e descer ao longo do eixo do rotor, ao comando da entrada de coletivo δ_{col} ; Θ_{lat} , que passaremos a denominar A_1 , é o coeficiente do termo cossenoidal e representa o ângulo de passo devido à entrada cíclica-lateral δ_{lat} e é o valor de ângulo de passo transmitido à pá quando esta está sobre a direção $-y$, ou seja, à esquerda do piloto (para rotores que giram no sentido horário); Θ_{lon} , que passaremos a denominar B_1 , é o coeficiente do termo senoidal e representa o ângulo de passo devido à entrada cíclica-longitudinal δ_{lon} e é o valor de ângulo de passo transmitido à pá quando esta está sobre a cauda, estes ângulos correspondem à contribuição direta do prato cíclico no misturador Bell-Hiller; o termo $k_{fly}\beta_{fly}$ é a contribuição da barra estabilizadora no misturador, e será discutida mais adiante (vide Seção 2.5.1). Outras quatro bielas interligam os três servos de controle ao prato inferior, estes servos recebem comandos das entradas δ_{lat} , δ_{lon} e δ_{col} .

A Barra Estabilizadora

As forças aerodinâmicas produzidas pelo rotor principal precisam ser grandes para gerarem a sustentação da aeronave e as necessárias acelerações aos seus movimentos. Estas forças aerodinâmicas são muito grandes comparadas à massa das pás do rotor, provocando a tendência natural das pás responderem muito rapidamente aos comandos cíclicos (δ_{lat} e δ_{lon}). Este efeito é acentuado nos helicópteros miniatura devido às suas grandes relações potência/peso.

Para superar esta dificuldade, a quase totalidade dos helicópteros miniatura empregam um sistema de controle mecânico que utiliza uma barra estabilizadora.

A barra estabilizadora tem dois graus de liberdade em relação ao cubo do rotor principal, além de girar solidariamente ao rotor principal: pode pivotar em relação a um pivô central (batimento) e girar em torno da barra que une as duas pás (passo), de tal forma que as bielas de controle possam aplicar um ângulo de passo cíclico às pás.

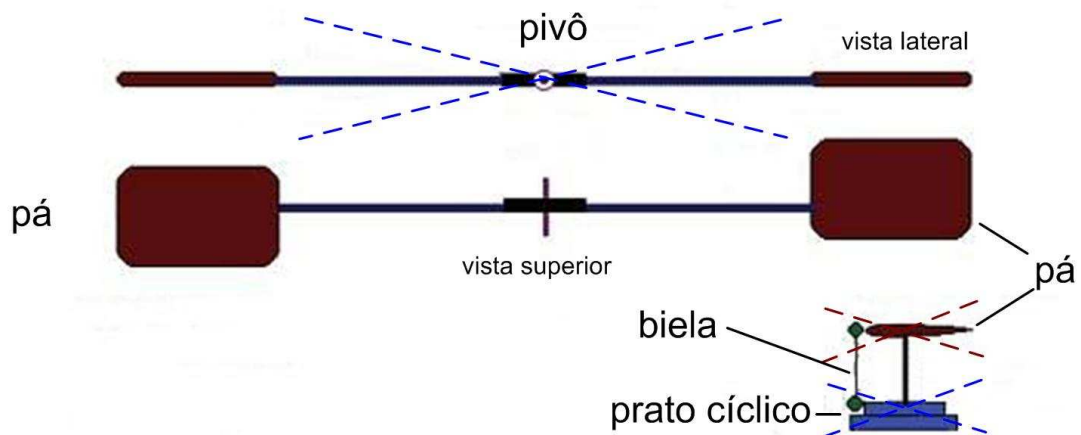


Figura 2.8: Barra estabilizadora.

A barra estabilizadora, como ilustrado na Fig. 2.8, consiste de duas pás unidas por uma barra, a qual está montada perpendicularmente às pás do rotor principal, formando um conjunto que gira solidariamente em relação ao eixo de rotação do mastro do rotor. A barra estabilizadora possui uma dobradiça central sem mola torsional, portanto seu movimento de batimento é livre. As duas pás estão em um mesmo plano, ou seja, diferentemente do rotor principal, a barra estabilizadora não tem ângulo de passo coletivo, somente ângulo de passo cíclico, não gerando sustentação. Desta maneira, ela não gera forças nem torques significativos na fuselagem. Ao receber um comando de ângulo de passo cíclico, a barra estabilizadora começa a alterar o ângulo de inclinação do seu plano de rotação, até se estabilizar (ângulo de batimento). Este ângulo é quem comanda o ângulo de passo das pás do rotor principal através de um conjunto de bielas e alavancas.

A barra estabilizadora pode ser vista como um giroscópio que pode ser manobrado pelos controles cíclicos, porém, quando não está sendo manobrado, tende a manter fixo seu eixo de rotação com relação à terra (aqui considerada um sistema de referência inercial) ao invés do sistema de referência do corpo do helicóptero ou do ar.

Existem dois sistemas de controle cuja finalidade é aumentar a estabilidade do helicóptero, e os dois utilizam a barra estabilizadora. O sistema Hiller e o Bell-Hiller. Apesar de serem utilizados também em helicópteros em escala normal, nas miniaturas é muito difícil um bom controle da aeronave sem estes recursos.

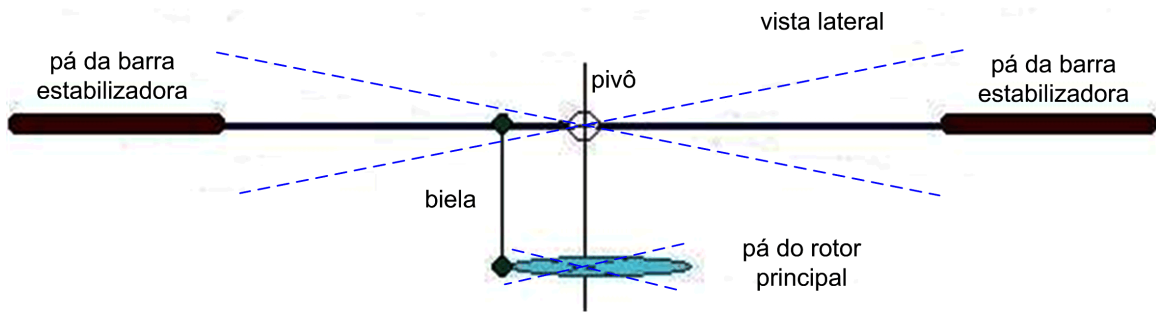


Figura 2.9: Sistema de controle Hiller.

Sistema de Controle Hiller

No sistema Hiller os controles são transmitidos apenas dos servos para a barra estabilizadora, não sendo aplicados diretamente às pás do rotor principal. Deste modo as variações de ângulo de passo cíclico das pás principais são controladas exclusivamente pela inclinação da barra estabilizadora (ângulo de batimento), de acordo com a seguinte seqüência:

- Os servos dos comandos cíclico-lateral e/ou cíclico-longitudinal agem sobre a inclinação do prato cíclico.
- As bielhas que acoplam os movimentos do prato cíclico à barra estabilizadora alteram o ângulo de passo das pás da barra estabilizadora.
- O ângulo de passo cíclico aplicado faz a barra estabilizadora começar a se inclinar na direção desejada.
- À medida que a barra estabilizadora se inclina, o ângulo de passo cíclico começa a ser aplicado às pás do rotor principal, que começam a seguir a barra estabilizadora.
- O torque das pás do rotor principal age no corpo do helicóptero provocando um movimento de rolagem e/ou arfagem.
- A taxa de variação deste movimento de rolagem e/ou arfagem é determinada pela barra estabilizadora.

O sistema Hiller aumenta a constante de tempo do conjunto rotor/barra estabilizadora, mas o piloto precisa esperar até que a barra estabilizadora comece a alterar

o ângulo de passo do rotor principal, e este retardo prejudica o sentimento do piloto em relação à resposta do helicóptero aos seus comandos.

Sistema de Controle Bell-Hiller (Misturador Bell-Hiller)

O misturador Bell-Hiller é constituído por um conjunto de bielas e alavancas, formando um misturador mecânico com duas entradas: uma direta, vinda do prato cíclico e outra vinda da barra estabilizadora (Fig. 2.10). A entrada direta, por ser rápida, fornece ao piloto uma resposta rápida ao seu comando, limitada em amplitude, mas suficiente para o piloto perceber se está aplicando a entrada adequada, e a segunda, vinda da barra estabilizadora, confere o desejado aumento na constante de tempo do sistema.

Em resumo, os dois sistemas visam a tornar a resposta do rotor principal mais lenta e mais estável. Como o rotor da barra estabilizadora tem uma constante de tempo superior à do rotor principal (aproximadamente quatro vezes maior), o helicóptero responderá a um comando de modo mais lento, como se tivesse um rotor maior.

Vantagens adicionais resultam da utilização dos sistemas com barra estabilizadora. Devido às reduzidas dimensões de seus aerofólios (pás), o rotor da barra estabilizadora é menos suscetível às rajadas de vento que o rotor principal, funcionando como um grande giroscópio, e desta maneira conferindo maior estabilidade à aeronave nestas situações.

Outra vantagem é aliviar os esforços nos servoatuadores e no prato cíclico. Uma vez que as pás da barra estabilizadora possuem peso e dimensões menores que as pás do rotor principal, necessitam menor força de controle de passo. A alteração do passo das pás da barra estabilizadora gera forças aerodinâmicas que alteram a sua inclinação, e esta inclinação é responsável pela maior parcela do controle do passo das pás do rotor principal. Desta forma a barra estabilizadora funciona como um amplificador das forças geradas pelo servo e transmitidas pelo prato cíclico.

2.5.2 Aerodinâmica do Rotor

A aerodinâmica do rotor é complexa, e uma análise profunda é desnecessária ao nosso objetivo, porém Johnson fornece uma abordagem simplificada ((Johnson 1980), p. 49). Com a finalidade de se obter soluções analíticas, algumas suposições são ne-

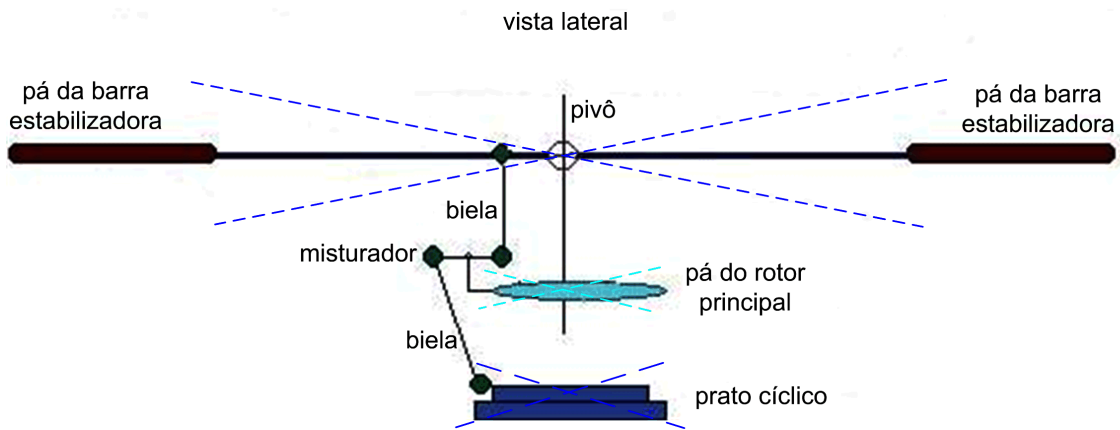


Figura 2.10: Sistema de controle Bell Hiller

cessárias. Será suposto que a carga aerodinâmica no disco do rotor é pequena, e serão desprezados os efeitos do *stall* e da compressibilidade do ar. De fato, no helicóptero Raptor-30 a carga aerodinâmica, definida como $w = W/A$, onde W é o peso total da aeronave e A é a área do disco, é menor que $3\text{kg}/\text{m}^2$, valor cerca de dez vezes inferior a de um helicóptero em escala normal ((Stepniewski 1984), p. 4).

Na figura (2.11) podemos ver as definições da geometria ((Padfield 1996), p. 33), velocidades e forças que agem sobre uma seção da pá do rotor. Os ângulos são referenciados ao plano de impulsão (*hub plane*), que passa pelo cubo e é perpendicular ao mastro do rotor principal. Θ é o ângulo de passo das pás, e é medido entre a corda da pá e o plano de impulsão. A velocidade do ar, que passa pela pá, tem duas componentes: U_T que é tangente ao plano de impulsão, devida, principalmente, à rotação em torno cubo; e U_P que é perpendicular, devida, principalmente, ao movimento vertical da aeronave e à velocidade induzida no ar pelo rotor. Outras contribuições são os movimentos translacionais e rotacionais da aeronave e o movimento de batimento. A velocidade resultante U faz um ângulo ϕ com o plano de impulsão, cujas expressões são:

$$U = \sqrt{U_T^2 + U_P^2}, \quad (2.40)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{U_P}{U_T}. \quad (2.41)$$

O ângulo de ataque α é medido entre a corda e a velocidade resultante U :

$$\alpha = \theta - \phi. \quad (2.42)$$

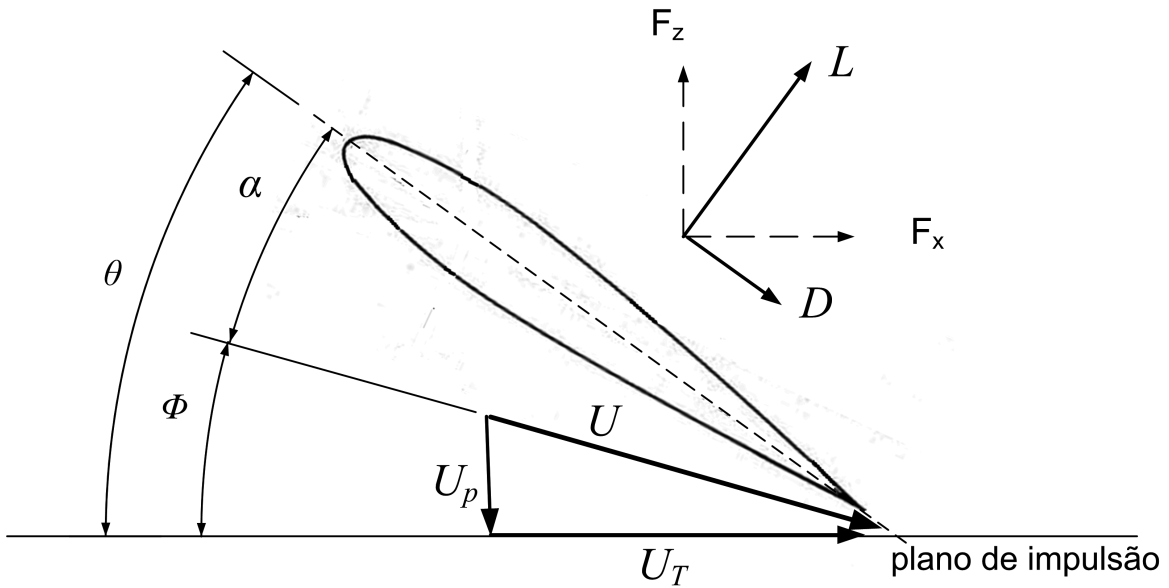


Figura 2.11: Componentes da velocidade do ar em relação às pás do rotor

O fluxo de ar provoca forças de sustentação e arrasto na seção elementar de pá, a primeira perpendicular e a segunda paralela à velocidade resultante U , com as seguintes expressões:

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 c c_l \alpha, \quad (2.43)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 c c_d, \quad (2.44)$$

onde $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$ é a densidade do ar, r é a distância entre a raiz e a posição do elemento de pá, c é a corda da pá, c_l e c_d são os coeficientes de sustentação e de arrasto, respectivamente. Estes coeficientes são funções complexas do ângulo de ataque, número de Mach e outros parâmetros. Resolvendo as forças aerodinâmicas elementares normal e paralela ao plano de impulsão, obtemos ((Johnson 1980), p. 50):

$$F_z = L \cos \phi + D \sin \phi, \quad (2.45)$$

$$F_x = L \sin \phi + D \cos \phi. \quad (2.46)$$

Podemos, então, definir as expressões elementares de empuxo, torque e potência

na pá do rotor:

$$dT = N F_z dr , \quad (2.47)$$

$$dQ = N F_x r dr , \quad (2.48)$$

$$dP = \Omega dQ = N F_x \Omega r dr , \quad (2.49)$$

onde N é o número de pás. As forças totais são obtidas pela integração pelo comprimento da pá, da raiz à ponta, ou seja, da raiz a R_{mr} .

Considerando-se as suposições preliminares, e que os rotores trabalham com pequenos ângulos, especificamente $\phi, \theta, \alpha \ll 1 \text{ rad}$, podemos fazer as seguintes aproximações: $\phi \approx \frac{U_P}{U_T}$, $\cos \phi \approx 1$, $\sin \phi \approx \phi$, e $U \approx U_T$.

Pode-se, então, estabelecer que o coeficiente de sustentação c_l está linearmente relacionado ao ângulo de ataque: $c_l = a\alpha$. Onde a é a inclinação da curva de sustentação (*lift curve slope*) que, para aerofólios simétricos e com grandes razões de aspecto $AR = \frac{b}{c}$ (onde b é o comprimento e c a corda da pá, respectivamente), tem um valor típico de $a = 5,7$ ((Johnson 1980), p. 51). Gavrelets, em seu recente trabalho ((Gavrelets 2003), p. 37), utilizou o valor de $a = 5,5$ para um helicóptero similar (X-Cell-60).

É fornecida em ((Munzinger 1998), p. 61), uma expressão para o cálculo de a , em função do AR :

$$a = \frac{2\pi}{1 + \frac{2}{AR}} . \quad (2.50)$$

O rotor principal do Raptor-30 tem asas com $AR = 10$, o que resulta em $a' = 5,27$, e para a barra estabilizadora, que tem $AR = 2$, obtemos $a' = 3,14$. Para c_d , Johnson propõe uma fórmula empírica, freqüentemente usada em cálculos de helicópteros ((Johnson 1980), p. 54): $c_d = c_{d_0} - 0,216\alpha + 0,400\alpha^2$, onde $c_{d_0} = 0,0087$ é o coeficiente de arrasto para um ângulo de ataque $\alpha = 0$. Como no nosso helicóptero, em vôo pairado, o ângulo de ataque das pás do rotor principal é $\alpha \approx 0,1$ rad ((Thu 1999), p. 17) obtemos um $c_d = 0,011$. Então, as forças se reduzem a:

$$L \approx \frac{1}{2} \rho U_T^2 c a \left(\theta - \frac{U_P}{U_T} \right), \quad (2.51)$$

$$D \approx \frac{1}{2} \rho U_T^2 c c_d, \quad (2.52)$$

$$dT \approx N L dr, \quad (2.53)$$

$$dQ \approx N(L\phi + D)rdr. \quad (2.54)$$

Em seguida, todas as quantidades são escritas na forma adimensional, normalizadas com respeito à densidade do ar, velocidade angular e raio do rotor (ρ , Ω e R). Em forma de quociente, os resultados da contribuição de uma seção de pá para o empuxo e a potência são ((Johnson 1980), p. 51):

$$dC_T = \frac{\sigma a}{2} \left(\theta - \frac{\lambda}{r} \right) r^2 dr, \quad (2.55)$$

$$dC_P = dC_Q = \left[\frac{\sigma a}{2} (\theta r \lambda - \lambda^2) + \frac{\lambda c_d}{2} r^2 \right] r dr, \quad (2.56)$$

onde $\lambda = (V + v_i)/\Omega R$ é o fluxo de ar (V é a velocidade de subida e v_i é dada por 2.82), $\sigma = Nc/\pi R$ é a razão de solidez. Estas expressões podem ser integradas numericamente ao longo do comprimento da pá do rotor, mas, com algumas simplificações, resultante de suposições como: fluxo de ar uniforme, corda e drag constantes. Isso pode ser feito analiticamente ((Johnson 1980), p. 51). Uma forma alternativa, e mais simples, de se calcular o empuxo é utilizando a teoria da conservação da quantidade de movimento, que será analisada a seguir.

2.5.3 Dinâmica do Rotor Principal

Equações do Plano de Rotação do Rotor (TPP)

Como dito anteriormente, é o rotor principal quem gera as principais forças e torques externos que agem sobre a fuselagem do helicóptero. A maneira usual de se representar esta dinâmica é através da inclusão de dois estados no sistema, que são os ângulos de batimento, que descrevem a inclinação do TPP, que é o plano descrito pelo caminho das pontas das pás ao girarem no ar, os quais passamos a descrever.

A quase totalidade dos helicópteros miniatura possuem acoplamento rígido entre as pás e o eixo do rotor principal e, devido à sua flexibilidade, estas pás têm liberdade para se flexionar, fazendo suas pontas subirem e descerem perpendicularmente ao

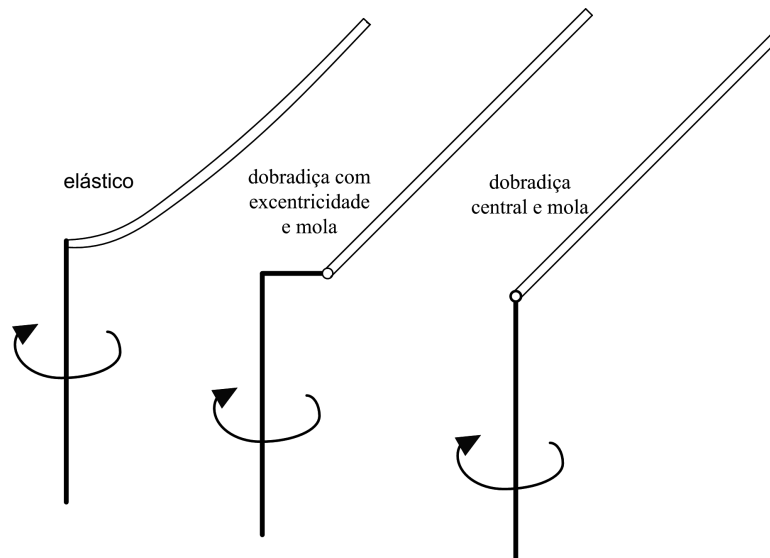


Figura 2.12: Diferentes modelos aproximados para um rotor sem dobradiça.

plano de impulsão (plano perpendicular ao eixo de rotação do rotor), fazendo o movimento conhecido como batimento. Segundo Padfield ((Padfield 1996), p. 127), este movimento pode ser aproximado por qualquer um dos três modelos a seguir (vide Fig.2.12):

1. Lâmina rígida, dobradiça central e mola (*centre spring*);
2. Lâmina rígida, dobradiças com excentricidade e mola (*offset hinge and spring*)
e
3. Lâmina elástica sem dobradiça (*hingeless* ou *elastic*).

No primeiro caso, o rotor é livre para inclinar-se, limitado apenas por batentes, e esta inclinação produz uma componente de torque devida à existência de uma mola central e outra devida à inclinação do vetor empuxo, cuja mudança de direção faz aparecer um braço de momento $h_{mr} \sin \beta$, vide Fig. 2.15. No segundo caso, temos duas dobradiças que distam de igual valor do eixo, também dotadas de molas, fazendo surgir uma terceira componente de torque devida à força centrífuga das pás. No terceiro caso não há dobradiças, nem molas. Lâminas elásticas são fixadas rigidamente ao cubo do eixo. Devido à sua simplicidade utilizaremos o primeiro modelo, onde a pá será considerada rígida, dotada de uma dobradiça junto ao cubo do rotor principal e será calculada uma mola de batimento equivalente k_β .

O movimento de batimento é periódico e função do ângulo Ψ , que descreve o azimute da pá do rotor principal ao girar em torno do cubo, com a posição $\Psi = 0$

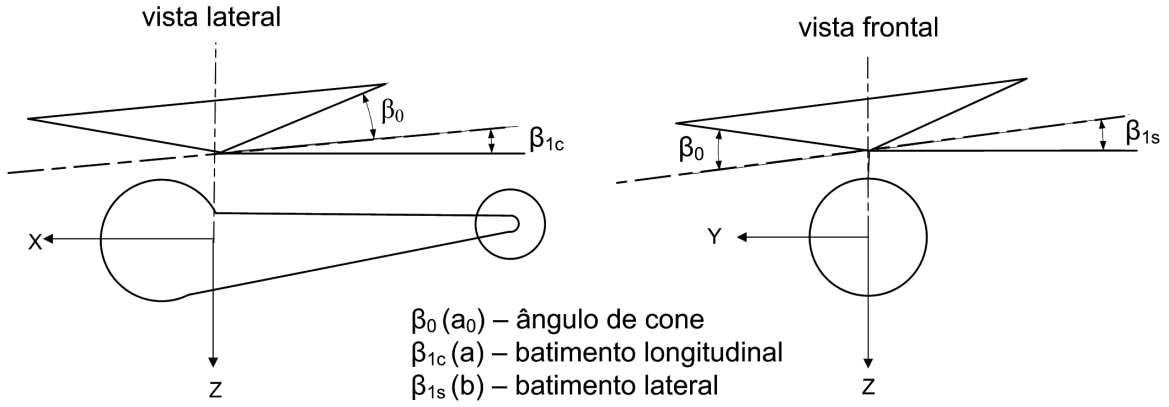


Figura 2.13: Movimento de batimento do rotor principal

correspondendo à pá sobre a cauda. No nosso helicóptero a rotação tem sentido horário visto por cima, logo seu sinal é positivo em relação ao eixo z . Por ser uma função com período 2π , a solução geral do movimento de batimento pode ser expressa como uma série de Fourier em sua versão trigonométrica:

$$\beta(\Psi) = \beta_0 + \beta_{1c} \cos \Psi + \beta_{1s} \sin \Psi + \beta_{2c} \cos 2\Psi + \beta_{2s} \sin 2\Psi - \dots \quad (2.57)$$

De acordo com Glessow e Myers (Glessow & Myers 1952), a magnitude do segundo harmônico é menor que 10% da magnitude do primeiro harmônico e, portanto, serão desprezados. Desta forma escreveremos o movimento de batimento em sua forma *quasi-steady-state*, ou seja, os transitórios do movimento de batimento do rotor são desprezados e assume-se que as pás reagem imediatamente a uma entrada (Banks 1999) e ((Padfield 1996), p. 35):

$$\beta(\Psi) = \beta_0 + \beta_{1c} \cos \Psi + \beta_{1s} \sin \Psi . \quad (2.58)$$

Na figura 2.13 podemos ver as convenções de sinal para os ângulos de batimento, com seus 3 graus de liberdade (DOF): β_0 , denominado ângulo de cone, o qual é devido ao empuxo e à força centrífuga que agem sobre as pás, que passaremos a chamar a_0 ; β_{1c} é o componente cossenoidal, que passaremos a chamar de a ; e β_{1s} é o componente senoidal, que passaremos a chamar de b .

Finalmente temos:

$$\beta(\Psi) = a_0 + a \cos \Psi + b \sin \Psi . \quad (2.59)$$

Ao representarmos o movimento de batimento com um termo independente e dois termos de primeiro harmônico de Ψ , estamos definindo as equações do TPP. Devido

ao termo não-periódico a_0 (ângulo de cone), as pás descrevem um cone quando giram. O TPP é o disco descrito pelo caminho no ar das pontas das pás, sendo o topo do cone. Os termos periódicos a e b descrevem, respectivamente, a inclinação do TPP nas direções longitudinal e lateral. Desta maneira podemos definir o vetor de estado do TPP como sendo $\mathbf{a} = [a_0 \quad a \quad b]^T$.

Mettler ((Mettler 2003), p. 71) desenvolveu a equação diferencial de segunda ordem do TPP:

$$\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{F}, \quad (2.60)$$

onde \mathbf{D} é a matriz de amortecimento, \mathbf{K} é a matriz de rigidez e \mathbf{F} é o termo forçante.

Um modelo para identificação deve incluir somente os efeitos pertencentes à dinâmica do veículo, por isto, Mettler, a partir das matrizes dadas por (Chen 1980), e após introduzir simplificações, obteve as seguintes matrizes de amortecimento e rigidez reduzidas:

$$\mathbf{D} = \Omega \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{8} & 2 \\ -2 & \frac{\gamma}{8} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \Omega^2 \begin{bmatrix} \frac{k_\beta}{I_\beta \Omega^2} & \frac{\gamma}{8} \\ -\frac{\gamma}{8} & \frac{k_\beta}{I_\beta \Omega^2} \end{bmatrix}. \quad (2.61)$$

E para o termo forçante obteve:

$$\mathbf{F} = \Omega^2 \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{8} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} -2 & -\frac{\gamma}{8} \\ -\frac{\gamma}{8} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\Omega} \\ -\frac{1}{\Omega} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad (2.62)$$

onde $A_1 = B_{\delta_{lat}} \delta_{lat}$ e $B_1 = A_{\delta_{lon}} \delta_{lon}$ são, respectivamente, os ângulos cíclicos de passo lateral e longitudinal das pás do rotor principal e são comandados pela entrada Bell do prato cíclico e foram introduzidos na equação (2.39); k_β é a constante da mola equivalente de batimento; I_β é o momento de inércia da pá em relação à dobradiça de batimento; e γ é o *lock number*, que representa a relação entre as forças aerodinâmicas e inerciais que agem sobre a pá, e é dado pela expressão:

$$\gamma = \frac{\rho c a R_{mr}^4}{I_\beta}. \quad (2.63)$$

Em seguida, reduziu a ordem das equações do rotor para eliminar-se as dinâmicas de alta-freqüência. Isto foi obtido descartando-se os termos de ordem superior nas equações de movimento do TPP (2.60), ou seja, as acelerações de batimento da pá $\ddot{\mathbf{a}}$ e as acelerações angulares do veículo \dot{p} e \dot{q} .

Usando-se as Eqs. (2.60), (2.61) e (2.62), e as simplificações, obtém-se as seguintes equações de primeira ordem acopladas do movimento do plano de rotação do rotor

(TPP):

$$\dot{a} = -q - \frac{a}{\tau_{mr}} - \frac{p}{\tau_{mr}\Omega} - \frac{k_\beta}{2\Omega I_\beta} b + \frac{A_{\delta_{lon}} \delta_{lon}}{\tau_{mr}}, \quad (2.64)$$

$$\dot{b} = -p - \frac{b}{\tau_{mr}} + \frac{q}{\tau_{mr}\Omega} + \frac{k_\beta}{2\Omega I_\beta} a + \frac{B_{\delta_{lat}} \delta_{lat}}{\tau_{mr}}, \quad (2.65)$$

onde $A_{\delta_{lon}}$ e $B_{\delta_{lat}}$ são os ganhos lateral e longitudinal, em regime permanente, respectivamente, das entradas cíclicas δ_{lon} e δ_{lat} provenientes do comando do manete do rádio-controle ou das saídas do sistema de controle embarcado. O termo $\tau_{mr} = \frac{16}{\gamma\Omega} = 0,0276 \text{ s}$, é um parâmetro chave da dinâmica do TPP e corresponde à constante de tempo do rotor principal.

Dinâmica da Barra Estabilizadora

Podemos descrever o movimento de batimento da barra estabilizadora de maneira análoga à utilizada no rotor principal (2.59). Devido ao fato da barra estabilizadora não gerar sustentação, e por isso não ter ângulo de cone, sua equação não tem o termo independente:

$$\beta(\Psi)_{fly} = \beta_{1c_{fly}} \cos \Psi + \beta_{1s_{fly}} \sen \Psi, \quad (2.66)$$

onde $\beta_{1c_{fly}}$ é o componente cossenoidal, que passaremos a chamar de \mathbf{d} , e $\beta_{1s_{fly}}$ é o componente senoidal, que passaremos a chamar de \mathbf{c} .

Reescrevendo a Eq.(2.66) temos:

$$\beta(\Psi) = \mathbf{c} \cos \Psi + \mathbf{d} \sen \Psi, \quad (2.67)$$

$$\dot{\mathbf{c}} = -q - \frac{\mathbf{c}}{\tau_{fly}} + \frac{p}{\tau_{fly}\Omega} + \frac{C_1}{\tau_{fly}}, \quad (2.68)$$

$$\dot{\mathbf{d}} = -p - \frac{\mathbf{d}}{\tau_{fly}} + \frac{q}{\tau_{fly}\Omega} + \frac{D_1}{\tau_{fly}}. \quad (2.69)$$

Como a constante de tempo da barra estabilizadora é significativamente maior que a do rotor principal ($\tau_{mr} = 0,0276 \text{ s}$ e $\tau_{fly} = 0,1446 \text{ s}$, ou seja, 5,24 vezes maior), os modos acoplados de batimento lateral e longitudinal são reduzidos nesta mesma proporção em relação ao rotor principal, por isso podemos desprezá-los, resultando nas seguintes expressões simplificadas ((Mettler 2003), p. 81):

$$\dot{\mathbf{c}} = -q - \frac{\mathbf{c}}{\tau_{fly}} + \frac{C_1}{\tau_{fly}}, \quad (2.70)$$

$$\dot{\mathbf{d}} = -p - \frac{\mathbf{d}}{\tau_{fly}} + \frac{D_1}{\tau_{fly}}, \quad (2.71)$$

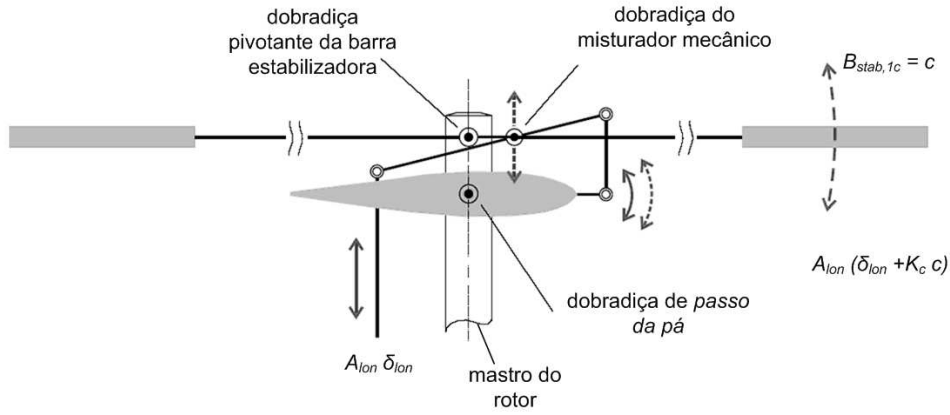


Figura 2.14: Mecanismo do misturador Bell-Hiller

onde $C_1 = C_{lon}\delta_{lon}$ e $D_1 = D_{lat}\delta_{lat}$ são, respectivamente, os coeficientes cossenoidal e senoidal do ângulo de passo das pás da barra estabilizadora, cuja expressão é:

$$\Theta(\Psi)_{fly} = C_1 \cos(\Psi) + A_1 \sin(\Psi). \quad (2.72)$$

Acoplando a Dinâmica do Rotor Principal com a da Barra Estabilizadora

Como descrito anteriormente, o batimento da barra estabilizadora aumenta o sistema dinâmico do comando de ângulo de passo das pás do rotor principal através do misturador Bell-Hiller. Como este acoplamento é mecânico e determinado por relações entre braços de alavanca e bielas de acoplamento (veja Fig. 2.14), podemos descrever estes comandos modificados pelas relações:

$$\bar{\delta}_{lat} = \delta_{lat} + K_d d \text{ e } \bar{\delta}_{lon} = \delta_{lon} + K_c c, \quad (2.73)$$

onde K_c e K_d são determinados pela relação das entradas do misturador Bell-Hiller. Ele representa a razão entre os ganhos da entrada Hiller (da barra estabilizadora) e a entrada Bell (do prato cíclico). No Raptor-30 foi medido um valor de $K_c = K_d \approx 2,6$. O valor encontrado é coerente com o do X-Cell-60, que foi identificado por Mettler como sendo $K_c = 2,17$ e $K_d = 2,74$ ((Mettler 2003), p. 129), e o do Yamaha R-50, identificado por Munzinger (Munzinger 1998) como sendo $K_c = K_d \approx 1,95$. Podemos, agora, acoplar as dinâmicas do rotor principal e a da barra estabilizadora pela substituição das entradas cíclicas δ_{lat} e δ_{lon} pelas entradas cíclicas aumentadas

$\bar{\delta}_{lat}$ e $\bar{\delta}_{lon}$ nas Eqs. (2.74) e (2.75), obtendo assim as equações aumentadas do TPP:

$$\dot{a} = -q - \frac{a}{\tau_{mr}} + \frac{p}{\tau_{mr}\Omega} + \frac{k_\beta}{2\Omega I_\beta} b - \frac{B_{\delta_{lat}} \delta_{lat}}{\tau_{mr}}, \quad (2.74)$$

$$\dot{b} = -p - \frac{b}{\tau_{mr}} + \frac{q}{\tau_{mr}\Omega} + \frac{k_\beta}{2\Omega I_\beta} a - \frac{A_{\delta_{lon}} \delta_{lon}}{\tau_{mr}}, \quad (2.75)$$

onde A_{lon} e B_{lat} são, respectivamente, os ganhos longitudinal e lateral das entradas cíclicas para os ângulos de batimento do rotor principal e dependem da razão entre os ângulos de inclinação do prato cíclico, devidas às entradas cíclicas, e o ângulo de passo resultante nas pás do rotor principal, equivale ao ganho da entrada Bell no misturador. No Raptor-30 foram encontrados os seguintes valores: $A_{lon} = B_{lat} = 0,38$.

Gavrilets ((Gavrilets, Frazzoli, Mettler, Piedmonte & Feron 2001), p. 39) obteve resultados na identificação no domínio da frequência de um helicóptero X-Cell-60, similar ao Raptor-30, mostrando que a razão entre o termo cruzado e o direto dos acoplamentos entre o batimento e os movimentos angulares da aeronave (arfagem e rolagem) nas equações do TPP é de aproximadamente uma ordem de grandeza e, por isso, podem ser desprezados.

Mettler ((Mettler 2003), p. 129), para o mesmo helicóptero miniatura, X-Cell-60, desprezou o termo cruzado de batimento, pois é comum neste tipo de miniatura a introdução de uma pequena defasagem no prato cíclico para compensar este acoplamento, que é função direta do coeficiente K_β do rotor principal.

Fazendo estas simplificações obtemos:

$$\dot{a} = -q - \frac{a}{\tau_{mr}} + \frac{A_{lon}(\delta_{lon} + K_c c)}{\tau_{mr}}, \quad (2.76)$$

$$\dot{b} = -p - \frac{b}{\tau_{mr}} + \frac{B_{lat}(\delta_{lat} + K_d d)}{\tau_{mr}}. \quad (2.77)$$

Gavrilets ((Gavrilets 2003), p. 39), baseado nos resultados obtidos por Mettler em (Mettler 2003), descreveu as equações (2.76) e (2.77) com apenas dois estados, agrupando os sistemas dinâmicos do rotor principal e da barra estabilizadora, resultando nas expressões:

$$\dot{a} = -q - \frac{a}{\tau_{eff}} + \frac{A_{lon,eff} \delta_{lon}}{\tau_{eff}}, \quad (2.78)$$

$$\dot{b} = -p - \frac{b}{\tau_{eff}} + \frac{B_{lat,eff} \delta_{lat}}{\tau_{eff}}, \quad (2.79)$$

onde $A_{lon,eff}$ e $B_{lat,eff}$ são, respectivamente, os ganhos longitudinal e lateral efetivos em regime permanente das entradas cíclicas para os ângulos de batimento do rotor principal, para a entrada dada em radianos, τ_{eff} é a constante de tempo efetiva do rotor com a barra estabilizadora, que pode ser calculada por

$$\begin{aligned}\tau_{eff} &= \tau_{mr} + B_{lat}K_d\tau_{fly} \\ &= \tau_{mr} + A_{lon}K_c\tau_{fly}.\end{aligned}$$

Para o Raptor-30 foram medidos $A_{lon,eff} = B_{lat,eff} = 1,5$ e calculado o valor teórico de $\tau_{eff} = 0,17$ s.

Podemos observar das equações de primeira ordem TPP (Eqs. (2.78) e (2.79)) que a resposta de ângulo de batimento longitudinal e lateral em regime permanente para um degrau nas entradas cíclicas pode ser obtida fazendo $\dot{a} = \dot{b} = 0$, e assumindo que não há movimento angular da fuselagem, resultando no próprio ângulo comandado no prato cíclico multiplicado pelo ganho determinado pela mecânica dos acoplamentos :

$$a = A_{lon,eff}\delta_{lon}, \quad (2.80)$$

$$b = B_{lat,eff}\delta_{lat}. \quad (2.81)$$

2.6 Forças e Torques do Rotor Principal

Passamos a derivar as contribuições do rotor principal na geração de forças e torques que agem no helicóptero, as quais são dominantes em helicópteros miniatura.

Como visto na Seção 2.5.2, o cálculo do empuxo pode tornar-se muito complexo. Uma maneira alternativa de se obter o C_T é a partir da teoria da conservação da quantidade de movimento, que aplica as leis básicas de conservação da mecânica dos fluidos (conservação da massa, quantidade de movimento e energia), ao rotor e ao fluxo como um todo, para estimar a performance do rotor. É uma análise global que relaciona as velocidades de fluxo e os totais de empuxo e potência ((Padfield 1996), p. 46 e (Johnson 1980), p. 30).

2.6.1 Empuxo

Teoria da Conservação da Quantidade de Movimento

Gavrilets (Gavrilets 2003) cita resultados obtidos em túnel de vento com um rotor de 1,52m de diâmetro (o do Raptor-30 tem 1,2m), dados por Harris (Harris 1972) e resumidos em ((Bramwell 2001), pp. 109-114), mostrando que a teoria da conservação da quantidade de movimento é adequada à estimação do empuxo em regime permanente, tanto para vôo pairado como para vôo rápido para frente. Verificou-se que o coeficiente de inclinação da curva de sustentação (*lift curve slope*) (a) pode ser determinado experimentalmente, permitindo a utilização desta teoria para se prever com precisão o empuxo para uma grande faixa de razão de avanço $\mu = \sqrt{u^2 + v^2}/\Omega R$ e ângulo de passo (Θ).

Essa teoria considera o rotor como um disco atuador que acelera uma massa de ar. Para vôo pairado, assume-se que esta massa de ar está em repouso sobre o rotor, deste modo, o disco do rotor induz nela uma velocidade dada pela expressão:

$$v_{i_{pairado}} = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \sqrt{\frac{m_a g}{2\rho\pi R_{mr}^2}} = 3,5 \text{ m/s}, \quad (2.82)$$

onde m_a é a massa da aeronave, ρ é a massa específica do ar, A é a área do disco, R_{mr} é o raio do rotor principal, e T é o empuxo, que neste caso, é igual ao peso da aeronave em vôo pairado.

A forma normalizada de v_i é o fluxo de ar, que relaciona a velocidade induzida no ar pelo rotor e a velocidade das pontas das pás, ou seja ((Padfield 1996), p. 116):

$$\lambda_{i_{pairado}} = \frac{v_{i_{pairado}}}{\Omega_{mr} R_{mr}} = 0,03. \quad (2.83)$$

Reescrevendo a Eq. (2.82) temos que:

$$T = 2 v_i^2 \rho A = 2 v_i^2 \rho \pi R_{mr}^2, \quad (2.84)$$

e na sua forma normalizada:

$$C_{T_{pairado}} = 2\lambda_{i_{pairado}}^2 = \frac{2v_i^2}{\Omega_{mr}^2 R_{mr}^2} = \frac{m_a g}{\rho(\Omega_{mr} R_{mr})^2 \pi R_{mr}^2} = 0,0018. \quad (2.85)$$

Observe-se que, para o caso especial de vôo pairado, conhecemos T , então podemos calcular λ_i . Em outros modos de operação, precisamos conhecer T para calcular λ_i , e precisamos de λ_i para calcular T . Como um depende do outro,

Padfield ((Padfield 1996), p. 123) propõe um processo iterativo, adaptado por ((Gavrilets 2003), p. 35), para este cálculo.

O empuxo do rotor depende da constante de tempo para a acomodação dos transitórios do fluxo de ar. De acordo com Padfield ((Padfield 1996), p. 126), para o helicóptero ajustado em vôo pairado, este tempo é dado por:

$$\tau_\lambda = \frac{0,849}{4\lambda_{i_{\text{pairado}}}\Omega_{mr}}. \quad (2.86)$$

Para o Raptor-30, encontramos um tempo de acomodação do fluxo de ar do rotor principal $\tau_\lambda = 0,038 \text{ s}$, o que é bem mais rápido do que a dinâmica da fuselagem. Como visto, o tempo necessário para pequenos ajustes no fluxo de ar é muito rápido, e será considerado instantâneo para o cálculo do empuxo dos rotores principal e de cauda.

Em vôo vertical, quando a velocidade de descida da aeronave se iguala à velocidade induzida, ocorre uma condição denominada *vortex-ring state*, que não pode ser modelado com exatidão pela teoria da conservação da quantidade de movimento. Padfield ((Padfield 1996), p. 118), cita uma solução empírica, fornecida por Young (Young 1978), que pode ser usada para uma cálculo mais preciso do empuxo. Na prática, esta situação é evitada, pois provoca a perda de controle, tanto se ocorrer no rotor principal, como no rotor de cauda. Durante os experimentos de vôo vertical, devem ser evitadas velocidades descendentes maiores que 2m/s, devido ao fato de o modelo não representar adequadamente a dinâmica do helicóptero próximo ao *vortex-ring state*.

2.6.2 Forças e Torques do Rotor

As principais forças e torques de controle do helicóptero são produzidos pelo batimento e a conseqüente inclinação do TPP, a Fig. 2.15 mostra a relação entre o ângulo de inclinação do TPP, o empuxo, forças e torques produzidos pelo rotor.

Forças do Rotor

Para vôo pairado e baixa velocidade ($\mu < 0,15$) podemos assumir que o vetor de empuxo é perpendicular ao TPP. Deste modo, as forças exercidas sobre o cubo do rotor são as projeções do vetor empuxo nas direções x e y dos eixos do plano do cubo. Como, para a classe de helicópteros em estudo, os ângulos de batimento do TPP

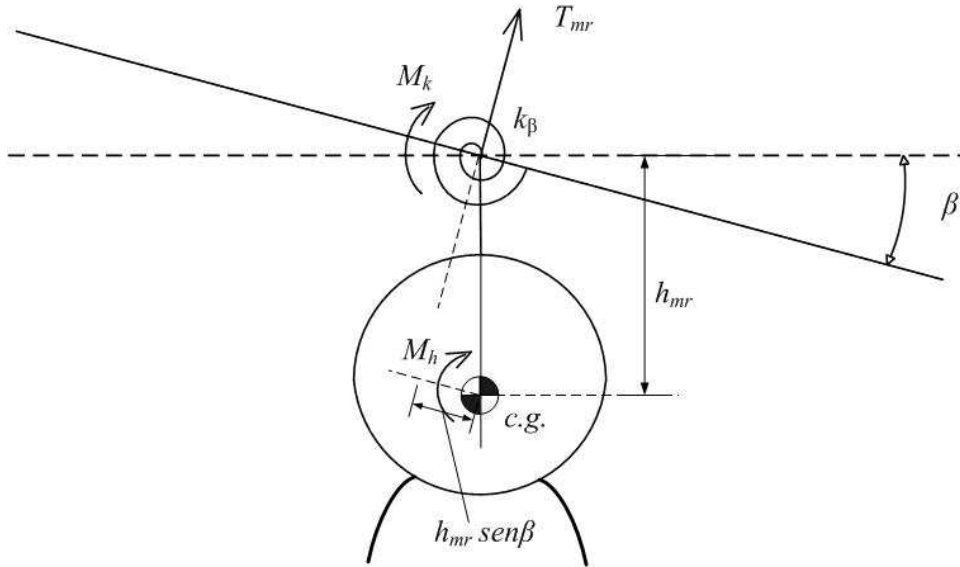


Figura 2.15: Momentos resultantes da deflexão do ângulo de batimento das pás do rotor principal

são inferiores a 10° , o que nos permite fazer outras simplificações, e as componentes do empuxo ao longo dos eixo do corpo do veículo podem ser aproximadas para:

$$T_x = -T_{mr} \operatorname{sen} a \cos b \approx -T_{mr} a, \quad (2.87)$$

$$T_y = T_{mr} \operatorname{sen} b \cos a \approx T_{mr} b, \quad (2.88)$$

$$T_z = -T_{mr} \cos a \cos b \approx -T_{mr}. \quad (2.89)$$

Torques do Rotor

A inclinação do rotor faz aparecer na fuselagem um torque devido a existência da mola torsional equivalente representativa da elasticidade das pás do rotor k_β . Outra componente é devida à projeção do empuxo no plano do cubo do rotor principal, equação (2.87), multiplicado pela distância h_{mr} do cubo do rotor principal ao centro de gravidade, resultando nas seguintes projeções nos eixos do corpo:

$$L_{mr} = h_{mr} T_{mr} b + k_\beta b = (h_{mr} T_{mr} + k_\beta) b, \quad (2.90)$$

$$M_{mr} = h_{mr} T_{mr} a + k_\beta a = (h_{mr} T_{mr} + k_\beta) a. \quad (2.91)$$

2.6.3 Equações do Movimento da Dinâmica Acoplada Rotor-Fuselagem

As equações do corpo rígido da fuselagem (2.3) a (2.8) e as equações do TPP (2.78) e (2.79) são acopladas através de derivadas de batimento. Nas equações de movimentos translacionais longitudinal e lateral (Eqs. (2.92) e (2.92)), as derivadas de entrada X_{lon} e Y_{lat} são substituídas pelas derivadas de batimento X_a e Y_b , respectivamente, isto é:

$$\dot{u} = -(w_0q - v_0r) - g\theta + X_u u + \dots + X_a a, \quad (2.92)$$

$$\dot{v} = -(u_0r - w_0p) + g\phi + Y_v v + \dots + Y_b b, \quad (2.93)$$

$$\dot{w} = -(v_0p - u_0q) + Z_u u + Z_w w + \dots + Z_{col} \delta_{col}. \quad (2.94)$$

Nas equações de movimento de rolagem e arfagem (Eqs. (2.95) e (2.96)) as derivadas de entrada M_{lon} e L_{lat} são substituídas pelas derivadas de batimento M_a e L_b , respectivamente, isto é:

$$\dot{p} = L_u u + L_v v + \dots + L_b b, \quad (2.95)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_v v + \dots + M_a a, \quad (2.96)$$

$$\dot{r} = N_r r + \dots + N_{ped} \delta_{ped}. \quad (2.97)$$

2.6.4 Torque em Guinada

O torque gerado pelo rotor principal tem uma componente dominante na direção do seu eixo, além de outras menores em arfagem e rolagem, devidas à inclinação do disco definido pelo caminho descrito pelas pontas das pás (TPP - *Tip Path Plane*) em relação ao plano de impulsão (plano perpendicular ao eixo do rotor). Este torque pode ser aproximado pela soma do torque induzido pelo empuxo gerado (primeira parcela de (2.98)) e o torque resultante do arrasto aerodinâmico das pás (segunda parcela), o qual é aqui apresentado em sua forma normalizada denominada coeficiente de torque ((Padfield 1996), pp. 113-114 e (Gavrilets 2003), p. 37):

$$C_Q = \frac{Q}{\rho(\Omega_{mr} R_{mr})^2 \pi R_{mr}^3} = C_T(\lambda_0 - \mu_z) + \frac{c_{d0} \sigma}{8} \left(1 + \frac{7}{3} \mu^2 \right), \quad (2.98)$$

onde Q é o torque; λ_0 é a componente uniforme do fluxo de ar, que em vôo pairado é $\lambda_0 = \lambda_{i_{trim}} = 0,03$; μ_z é o taxa de avanço na direção z do corpo, que é nula em vôo pairado; $\sigma = 2c/\pi R_{mr} = 0,0513$ é a razão de solidez do rotor, que é definida

como sendo a razão entre as áreas das pás e a do disco do rotor, onde c é a corda da pá. Embora o valor de $c_{d_0} = 0,0087$, fornecido por (Johnson 1980) e citado anteriormente, seja compatível com o valor $c_{d_0} = 0,008$ utilizado por ((Gavrilets, Mettler & Feron 2001), p. 4), usaremos o valor 0,014, estimado com base na potência gasta com as perdas de arrasto de um helicóptero classe 30 em vôo pairado (Mill 1996). Uma vez obtido C_Q , reescrevendo-se (2.98) pode-se calcular o torque de guinada:

$$Q_{mr} = C_Q \rho (\Omega_{mr} R_{mr})^2 \pi R^3. \quad (2.99)$$

Dinâmica de Guinada

As equações do movimento para a dinâmica de guinada são derivadas da equação de Euler (2.8). A principal contribuição para o torque de guinada externo vem do torque gerado pela força aerodinâmica do rotor de cauda, que é controlada pelo ângulo de passo de sua pá δ_{ped} . Devido ao seu pequeno tamanho e grande velocidade angular, a resposta desta força a uma variação do ângulo de passo das pás pode ser considerada instantânea. Esta resposta é muito mais rápida que a dinâmica de guinada, deste modo a dinâmica do rotor de cauda não precisa ser modelada (Mettler 2003). Um tempo de retardo é, usualmente, suficiente para representar a dinâmica não modelada. A velocidade do ar também produz torques, tanto através das forças aerodinâmicas da empenagem vertical como através de alterações no empuxo do rotor de cauda. Tais efeitos são modelados usualmente através das derivadas de velocidade N_u e N_v . Finalmente o mastro da cauda e o rotor de cauda produzem torques de amortecimento que podem ser modelados através da derivada N_r . A base do modelo de derivadas de estabilidade é:

$$\dot{r} = N_v v + N_r r + N_{ped} \delta_{ped}. \quad (2.100)$$

Todos os helicópteros miniatura contam com um sistema dinâmico de amortecimento de guinada, baseado em um girômetro (sensor que mede velocidade angular) que mede \dot{r} e um circuito eletrônico associado. Para incluir este sistema na dinâmica de guinada, Mettler (Mettler 2003) sugere a inclusão de mais um estado r_{fb} (fb de *feedback*), resultando nas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{r} = N_p p + N_r r + N_{r_{fb}} r_{fb} + N_{ped} \delta_{ped}, \quad (2.101)$$

$$r_{fb} = -2N_{r_{fb}} r_{fb} + K_r r. \quad (2.102)$$

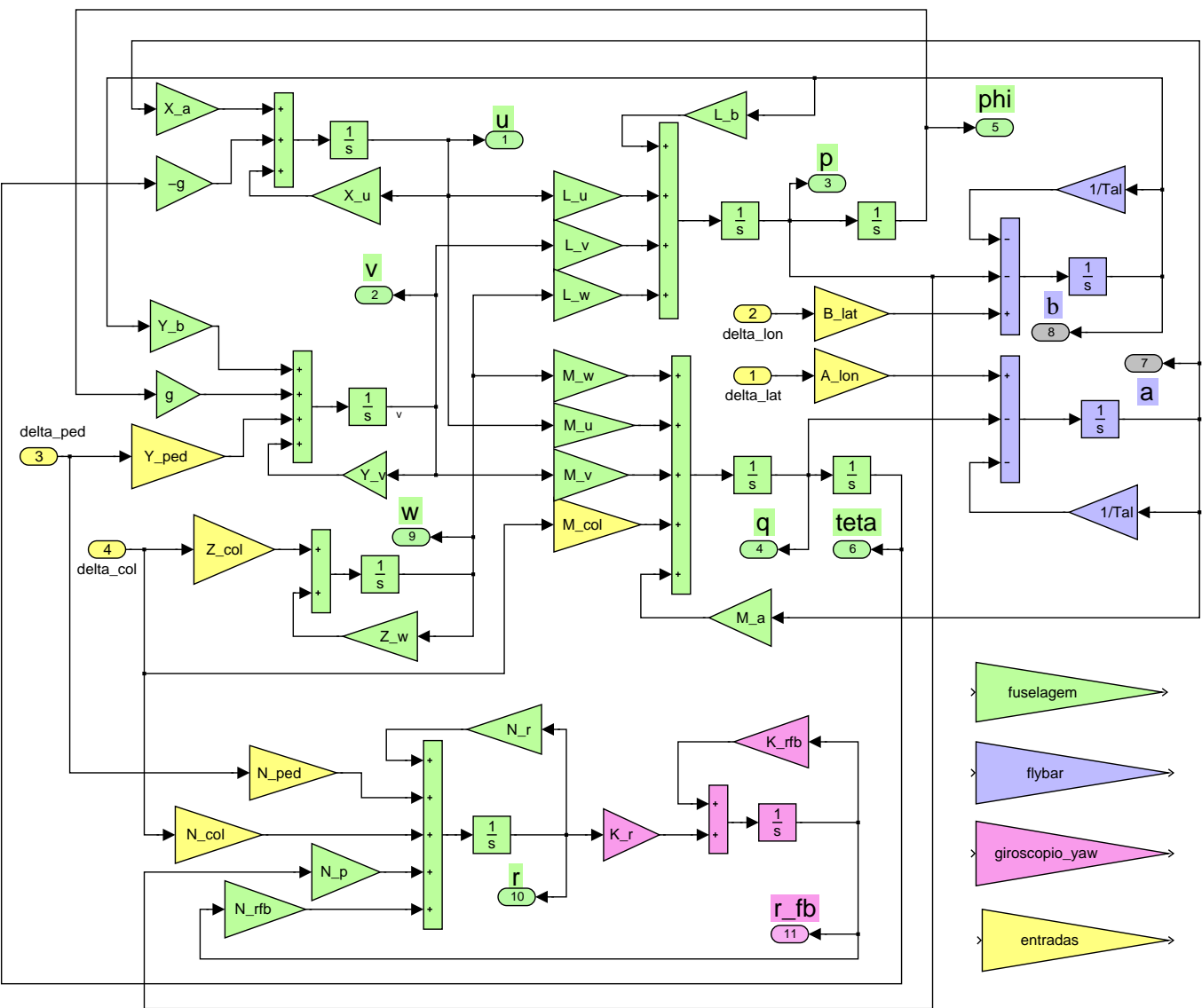


Figura 2.16: Diagrama de blocos do modelo de identificação.

Dinâmica do Movimento de Translação Vertical

A base do modelo de derivadas de estabilidade para dinâmica de translação vertical é:

$$\dot{w} = (-v_0 p + u_0 q) + Z_w w + Z_{col\delta_{col}} N_v v + N_r r + N_{ped} \delta_{ped}. \quad (2.103)$$

Os termos entre parênteses são forças centrífugas que estão presentes em condições de vôo de cruzeiro, e para vôo pairado serão desprezadas.

Em vôo pairado, a aceleração vertical pode ser representada pela relação linear ((Gavrilets 2003), p. 37):

$$a_z = \dot{w} = Z_w w + Z_{col}\delta_{col}, \quad (2.104)$$

onde δ_{col} é uma perturbação do ângulo Θ_0 de equilíbrio em vôo pairado, dado em radianos (veja Eq. (2.39)). Padfield ((Padfield 1996) pp. 219-229) nos fornece as derivadas Z_w e Z_{col} , obtidas através da linearização analítica das equações da teoria da conservação da quantidade de movimento, já discutidas na Seção 2.6.1, aqui representadas sem os subscritos $()_{mr}$:

$$Z_w = -\frac{2a\pi R^2 \rho(\Omega R) \lambda_{i_{pairado}}}{(16\lambda_{i_{pairado}} + a\sigma)m_a}, \quad (2.105)$$

$$Z_{col} = -\frac{8 a\pi R^2 \rho(\Omega R)^2 \lambda_{i_{pairado}}}{3 (16\lambda_{i_{pairado}} + a\sigma)m_a}. \quad (2.106)$$

O valor obtido na equação (2.105) foi $Z_w = -0,97$. O valor de Z_{col} , calculado na equação (2.106) depende da unidade da entrada δ_{col} . Obteremos $Z_{col} = -125$ para uma entrada de coletivo δ_{col} expressa em radianos, cuja faixa de valores é $-0,1 \leq \delta_{col} \leq 0,1$ para o nosso helicóptero, assim como para a maioria dos helicópteros miniatura. Se utilizamos uma entrada adimensional normalizada de ± 1 correspondendo a $\pm 0,1$ rad o valor será $Z_{col} = -12,5$. E, finalmente, para uma entrada em forma de largura de pulso, universalmente utilizada nos servos de aeromodelos, que varie na faixa de $\pm 0,5$ ms correspondendo a $\pm 0,1$ rad, teremos $Z_{col} = -25$.

Ao longo deste trabalho utilizaremos duas formas de representar o valor de δ_{col} . A primeira será utilizada na maior parte das simulações, onde uma entrada de $\pm 0,1$ rad será normalizada para ± 1 , desta forma o valor de Z_{col} utilizado nas simulações será o valor calculado na Eq. (2.106) dividido por 10, devido ao fato de termos multiplicado o valor da entrada por 10. A segunda forma será utilizada na implementação do

controlador embarcado da dinâmica vertical e nas suas simulações. Isto se deve ao fato de que os servos utilizados nos comandos dos helicópteros miniatura têm como entrada pulsos elétricos de amplitude (4,8 V) e frequência fixas (70 Hz) e largura variável. Esta largura deve variar na faixa $1,5 \pm 0,5 \text{ ms}$ para obtermos uma variação de $\pm 0,1 \text{ rad}$ no ângulo de passo coletivo, ou seja uma variação de $\pm 0,5 \text{ ms}$ no pulso corresponde a uma variação de ± 1 da entrada normalizada do primeiro caso.

Identificação da Dinâmica do Atuador

Segundo Mettler a dinâmica dos servoatuadores usados para comandar o prato cíclico pode ser aproximada pela função de transferência de primeira ordem:

$$G_R(s) = \frac{1}{\tau_{sa}s + 1} . \quad (2.107)$$

A constante de tempo do servoatuador (τ_{sa}) foi identificada em laboratório e, por ser muito mais rápida que a dinâmica do conjunto rotor/barra estabilizadora, foi desprezada.

2.7 Modelo linearizado completo

Uma vez modeladas todas as dinâmicas relevantes, e feitas diversas simplificações, podemos combinar os estados das equações de movimento do corpo rígido com os estados adicionais para formar o modelo parametrizado em espaço de estados que será utilizado na identificação.

O modelo em espaço de estados parametrizado tem a seguinte forma geral:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad (2.108)$$

com o vetor de estado

$$\mathbf{x} = [u, v, p, q, \phi, \theta, a, b, w, r, r_{fb}]^T , \quad (2.109)$$

e o vetor de entradas é:

$$\mathbf{u} = [\delta_{lat}, \delta_{lon}, \delta_{col}, \delta_{ped}]^T . \quad (2.110)$$

A dinâmica completa do veículo pode ser descrita pelas nove seguintes equações diferenciais de primeira ordem acopladas:

- dinâmica lateral e longitudinal acopladas fuselagem/rotor/barra estabilizadora:
 - movimento lateral e longitudinal da fuselagem (\dot{u} e \dot{v}) Eqs. (2.92) e (2.93);
 - movimento de rolagem e arfagem da fuselagem (\dot{p} e \dot{q}) Eqs. (2.95) e (2.96);
 - batimento lateral e longitudinal do rotor (\dot{a} e \dot{b}) Eqs. (2.78) e (2.79);
- dinâmica vertical:
 - movimento de translação vertical da fuselagem (\dot{w}) Eq. (2.94);
- dinâmica de guinada aumentada:
 - movimento de guinada da fuselagem (\dot{r}) Eq. (2.101);
 - realimentação com girômetro de guinada (\dot{r}_{fb}) Eq. (2.102).

A equação (2.111) mostra o modelo em espaço de estados resultante. Foram adicionados dois estados (ϕ , θ) para os ângulos de rolagem (*roll*) e arfagem (*pitch*), respectivamente, resultando em um sistema de equações de 11^a ordem. As dinâmicas dos atuadores não foram incluídas no modelo, mas podem ser identificadas separadamente e adicionadas ao modelo.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{w} \\ \dot{r} \\ \dot{r}_{fb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & X_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & g & 0 & 0 & Y_b & 0 & 0 & 0 \\ L_u & L_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_b & L_w & 0 & 0 \\ M_u & M_v & 0 & 0 & 0 & 0 & M_a & 0 & M_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{eff}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{eff}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r & N_{r_{fb}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & K_{r_{fb}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ q \\ \phi \\ \theta \\ a \\ b \\ w \\ r \\ r_{fb} \end{bmatrix} + \\
+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ped} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{col} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{lon} & 0 & 0 \\ B_{lat} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{col} \\ 0 & 0 & N_{ped} & N_{col} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{lat} \\ \delta_{lon} \\ \delta_{ped} \\ \delta_{col} \end{bmatrix}. \quad (2.111)$$

Capítulo 3

Identificação

3.1 Introdução

Este capítulo apresenta uma estratégia cuja finalidade é simplificar a identificação do modelo linearizado (2.111), com a sua subdivisão em partes menores correspondentes aos principais modos, para serem identificados individualmente e, posteriormente, acopladas para obtermos a identificação do modelo completo.

Uma vez obtido o modelo linearizado de identificação devemos escolher um método de identificação, que nos permita, pelo conhecimento da história das entradas e saídas, obter as derivadas do modelo. O modelo de função de transferência escolhido foi o do tipo ARX (*AutoRegressive with eXtra input*) ((Ljung 1999), p. 81) e o critério de otimização dos mínimos-quadrados (*least squares*). Será apresentada uma breve fundamentação teórica destes métodos.

Esses métodos serão aplicados à identificação da dinâmica vertical da aeronave, que foi discretizada para que fosse possível descrevê-la na forma do modelo escolhido.

Em seguida são apresentados os resultados experimentais da identificação paramétrica da dinâmica vertical.

3.2 Identificação Paramétrica

Uma estratégia de trabalho é a subdivisão em identificações parciais da dinâmica e a utilização dos resultados parciais para se avaliar a adequação do método empregado, além de seu aproveitamento como condições iniciais para os passos seguintes da identificação ((Mettler 2003), p. 99). Uma possível seqüência de identificação é descrita a seguir juntamente com seus resultados:

- Dinâmica de rolagem e arfagem para se obter a constante de tempo efetiva do rotor (τ_{eff}), derivadas da mola de batimento (M_a, L_b) e derivadas efetivas de entradas longitudinal e lateral ($A_{lon,eff}, B_{lat,eff}$, respectivamente).
- Equações dos movimentos translacionais lateral e longitudinal para se obter as derivadas de velocidade (X_u e Y_v) e a posição real do centro de gravidade (h_{cg}).
- Dinâmica vertical para se obter a derivada de amortecimento vertical (Z_w) e a sensibilidade da entrada de coletivo (Z_{col}).
- Dinâmica de guinada para se obter o amortecimento de guinada (N_r), realimentação de velocidade de guinada (K_r) e a sensibilidade da entrada de pedal (N_{ped}).
- Acoplamento da dinâmica vertical e de guinada para se obter as derivadas de coletivo-para-guinada (N_{col}) e guinada-para-coletivo (Z_r).
- Modelo em espaço de estado completo acoplando as dinâmicas longitudinal e translacional com as de guinada e vertical.

Para a identificação de cada subsistema proposto acima são necessárias as histórias das entradas e saídas de cada subsistema do sistema. A medida das entradas, que são geradas pelo piloto humano, é direta, uma vez que estão disponíveis na saída do receptor de rádio-controle. Por outro lado, a medida das saídas exige sensores inerciais, altímetro barométrico e receptores de DGPS não disponíveis.

A solução encontrada para a identificação de parte da dinâmica do helicóptero foi o desenvolvimento de um sonar-altímetro com resolução de 1 *cm* e alcance de 6 *m*. Este sensor permitiu a identificação da dinâmica vertical (derivada de amortecimento vertical (Z_w) e o ganho da entrada de coletivo (Z_{col})) e o controle de altitude da aeronave em malha fechada.

O sonar-altímetro foi implementado na mesma eletrônica embarcada que captura a entrada de coletivo proveniente do receptor de rádio-controle e registra os valores das entradas e saídas em memória não-volátil (EEPROM) para posterior processamento (processamento *off-line*), constituindo assim um sistema de aquisição de dados. Este sistema é capaz de registrar até 4 vôos, de aproximadamente 8 minutos cada, em blocos distintos de memória. Após a realização dos vôos, os dados são descarregados diretamente para um computador tipo PC-IBM através de uma entrada

serial do tipo RS-232. Os dados podem ser capturados diretamente no ambiente Matlab/Simulink, ou qualquer outro software do tipo terminal, e processados em seguida.

3.3 Fundamentação Teórica

O problema da identificação paramétrica se divide em quatro partes principais:

1. Aquisição dos dados de entrada e de saída do processo.
2. Escolha de uma classe de modelos.
3. Escolha de um critério de otimização.
4. Validação do modelo.

3.3.1 Aquisição de Dados

Durante a aquisição de dados, os seguintes aspectos devem ser observados:

- As experiências devem ser realizadas aplicando-se sinais de entrada ricos em termos de amplitude e espectro de frequência, capazes de excitar os modos dinâmicos que se deseja identificar.
- As amplitudes das entradas devem ser limitadas para se evitar as saturações (não-linearidades) do modelo.
- Quando possível, deve-se realizar os experimentos com o sistema em malha aberta. Ou, pelo menos com o mínimo de realimentação. A realimentação pode mascarar a dinâmica de malha aberta da aeronave. Uma maneira de se visualizar o problema é através de um exemplo simples. Considere um sistema SISO com uma função de transferência da planta $P(s)$ e uma realimentação do sistema de controle com função de transferência $C(s)$. Por definição, o ganho do sistema de controle é grande para frequências abaixo da frequência de corte ($C(j\omega) \gg 1, \omega < \omega_c$) e pequeno em frequências maiores que ω_c ($C(j\omega) \ll 1, \omega > \omega_c$). Logo, pode-se afirmar o seguinte a respeito da

função de transferência nos dois extremos da faixa de frequências:

$$G_{mf}(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{1 + P(j\omega)C(j\omega)} \approx 1/C(j\omega) \quad \text{para } \omega < \omega_c, \text{ e} \quad (3.1)$$

$$P(j\omega) \quad \text{para } \omega > \omega_c. \quad (3.2)$$

Logo, para frequências bem abaixo da frequência de corte, a dinâmica de malha fechada é completamente dominada pelo sistema de controle, ou seja, a dinâmica da planta desaparece. Para frequências bem acima da frequência de corte, a dinâmica de malha fechada é completamente determinada pela dinâmica de malha aberta da planta. Em resumo, se a realimentação é absolutamente necessária, devem ser usados os menores ganhos de realimentação possíveis (frequência de corte mínima) ((Mettler 2003), p. 43).

- Os dados obtidos durante os experimentos devem ser gravados para posterior processamento (processamento *off-line*).

3.3.2 Modelo de Identificação

Dentre as classes de modelos de identificação disponíveis, foi escolhido o que utiliza a estrutura de modelo do tipo ARX, que é descrito na forma de equação linear a diferenças, que passamos a descrever.

Seja $\{e(k), k = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ uma perturbação do tipo ruído branco. O modelo de descrição de um sistema dado pela equação:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) = e(k), \quad (3.3)$$

é chamado de autoregressão, ou modelo AR, devido à dependência das saídas passadas. Já o modelo de descrição dado pela equação:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) = b_1 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) + e(k), \quad (3.4)$$

onde $u(k)$ é uma entrada externa, é chamado de modelo **ARX**. Na denominação **ARX**, **AR** se refere à parte auto-regressiva e o **X** se refere aos termos de entrada extra $u(\cdot)$ ((Ljung 1999), p. 81).

A descrição de um modelo através de equações lineares a diferença tem a seguinte expressão geral ((Åström & Wittenmark 1997), p. 507),

$$A(q) y(k) = B(q) u(k) + C(q) e(k), \quad (3.5)$$

onde u é a entrada, y a saída, e $A(q)$, $B(q)$ e $C(q)$ são polinômios do operador de avanço q , da forma:

$$\begin{aligned} A(q) &= q^{n_a} + a_1 q^{n_a-1} + \dots + a_{n_a-1} q + a_{n_a}, \\ B(q) &= b_0 q^{n_b} + b_1 q^{n_b-1} + \dots + b_{n_b-1} q + b_{n_b}, \\ C(q) &= q^{n_a} + c_1 q^{n_a-1} + \dots + c_{n_a-1} q + c_{n_a}. \end{aligned}$$

Sendo $n_a = n$ a ordem do sistema e de $A(q)$, e $n_b = n - 1$ a ordem de $B(q)$, e expandindo a equação (3.5), temos:

$$\begin{aligned} (q^n + a_1 q^{n-1} + \dots + a_{n-1} q + a_n) y(k) &= (b_0 q^{n-1} + \dots + b_{n-2} q + b_{n-1}) u(k) + \\ &+ (q^n + c_1 q^{n-1} + \dots + c_{n-1} q + c_n) e(k). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Alterando-se a representação de (3.6) para operador de atrasado (q^{-1}), para obtermos a expressão de $y(k)$ em função das saídas e entradas passadas, temos:

$$\begin{aligned} (1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}) y(k) &= (b_0 q^{-1} + \dots + b_{n-1} q^{-n}) u(k) + \\ &+ (1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n}) e(k). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Neste trabalho será considerado apenas o erro de medida da saída $C(q) e(k)$, que será tratado como sendo um ruído branco, que não depende de seus valores passados ($e(k-1)$, $e(k-2)$, etc.), ou seja $C(q) = 1$. Quando o polinômio $C(q)$ possui outros termos diz-se que o modelo do erro é do tipo **MA** (*Moving Average*) e passamos a ter uma estrutura do tipo **ARMAX**.

Aplicando-se os operadores de atraso e isolando-se $y(k)$ temos:

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n) + b_0 u(k-1) + \dots + b_{n-1} u(k-n) + e(k), \quad (3.8)$$

que pode ser representado também em notação compacta:

$$y(k) = \theta^T \varphi(k) + e(k),$$

onde

$$\begin{aligned} \theta &= [a_1 \quad \dots \quad a_n \quad b_0 \quad \dots \quad b_{n-1}]^T, \\ \varphi(k) &= [-y(k-1) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad u(k-1) \quad \dots \quad u(k-n)]^T. \end{aligned}$$

O vetor θ contém os parâmetros que descrevem o sistema que desejamos identificar e $\varphi(k)$ é o vetor de medidas das entradas e saídas passadas em um dado instante k do tempo discreto.

Para a identificação de um sistema, devemos obter sua representação conforme o modelo descrito acima. Obtida esta representação, é aplicada uma seqüência de entradas conhecidas e realizada uma seqüência de medidas da saída. Com estas informações será estimado um vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ que melhor se correlacione, segundo um determinado critério de otimização, com as medidas realizadas.

3.3.3 Critério de Otimização dos Mínimos-Quadrados

O critério de otimização adotado foi o dos mínimos-quadrados, que minimiza a soma dos quadrados das diferenças entre as medidas observadas e as computadas pelo modelo. De acordo com Gauss, o princípio dos mínimos-quadrados é tal que os parâmetros desconhecidos de um modelo devem ser escolhidos de tal forma que “a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados e os computados multiplicados por números que medem o grau de precisão seja mínima”. Para se encontrar uma solução analítica para o problema dos mínimos-quadrados, os valores computados pelo modelo devem ser funções lineares dos parâmetros desconhecidos.

No problema geral dos mínimos-quadrados, a variável computada é dada por:

$$\hat{y} = \hat{\theta}_1\varphi_1(x) + \hat{\theta}_2\varphi_2(x) + \dots + \hat{\theta}_n\varphi_n(x), \quad (3.9)$$

onde $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ são funções conhecidas (medidas) e $\hat{\theta}$ é uma estimativa dos parâmetros θ . São obtidos pares de observações $\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, N\}$ de um experimento. O problema mínimos-quadrados visa a determinar os parâmetros de tal forma que as variáveis computadas \hat{y}_i pelo modelo (3.9) e com os valores experimentais de x_i se aproxime o melhor possível das variáveis medidas y_i . Assumindo-se que todas as medidas têm a mesma precisão, o princípio dos mínimos-quadrados estabelece que os parâmetros devem ser selecionados de tal modo que a função de custo

$$J(\hat{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2, \quad (3.10)$$

seja mínima, onde

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\theta}_1\varphi_1(x_i) - \dots - \hat{\theta}_n\varphi_n(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Para tornar a notação mais compacta introduzimos:

$$\begin{aligned}\varphi &= [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \cdots \quad \varphi_N]^T, \\ \hat{\theta} &= [\hat{\theta}_1 \quad \hat{\theta}_2 \quad \cdots \quad \hat{\theta}_N]^T, \\ Y &= [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_N]^T, \\ \hat{Y} &= [\hat{y}_1 \quad \hat{y}_2 \quad \cdots \quad \hat{y}_N]^T, \\ \varepsilon &= [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \cdots \quad \varepsilon_N]^T, \\ \Phi &= \begin{bmatrix} \varphi^T(x_1) \\ \vdots \\ \varphi^T(x_N) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

O problema dos mínimos-quadrados pode ser agora apresentado de forma compacta. A função custo pode ser escrita como:

$$J(\hat{\theta}) = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon = \frac{1}{2} \|\varepsilon\|^2, \quad (3.11)$$

onde

$$\varepsilon = Y - \hat{Y},$$

e

$$\hat{y} = \Phi \hat{\theta}.$$

A solução do problema dos mínimos-quadrados é a determinação do parâmetro $\hat{\theta}$ tal que $\|\varepsilon\|^2$ seja mínimo. E esta solução é dada pelo seguinte teorema:

Teorema 3.1 ((Åström & Wittenmark 1997), p. 511)

A função custo de (3.11) é mínima para os parâmetros $\hat{\theta}$ tal que

$$\Phi^T \Phi \hat{\theta} = \Phi^T Y. \quad (3.12)$$

Se a matriz $\Phi^T \Phi$ é não-singular (denominada **condição de identificabilidade** do sistema, que depende da riqueza do sinal aplicado à entrada), o mínimo é único e dado por

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y = \Phi^\dagger Y. \quad (3.13)$$

A equação (3.12) é a equação normal, e a matriz $\Phi^\dagger = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ é denominada de pseudo-inversa de Φ , desde que $\Phi^T \Phi$ seja não-singular.

3.4 Identificação da Dinâmica Vertical do Raptor-30

3.4.1 Discretização

Para possibilitar a identificação paramétrica da dinâmica vertical, é necessário expressá-la na forma da equação (3.8). Partindo da equação (2.104), obtemos a função de transferência da posição vertical z em relação à entrada de coletivo δ_{col} :

$$\frac{z}{\delta_{col}} = \frac{Z_{col}}{s(s + Z_w)}. \quad (3.14)$$

A posição vertical z corresponde ao $y(k)$ e δ_{col} ao $u(k)$ do modelo discreto.

Como (3.14) é um sistema de segunda ordem da forma $\frac{Ka}{s(s+a)}$, seu equivalente ZOH é dado por ((Åström & Wittenmark 1997), p. 54):

$$y(k) = -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2), \quad (3.15)$$

com seus coeficientes expressos por:

$$b_1 = \frac{Z_{col}}{Z_w^2}(Z_w h - 1 - e^{-Z_w h}), \quad (3.16)$$

$$b_2 = \frac{Z_{col}}{Z_w^2}(1 - e^{-Z_w h} - Z_w h e^{-Z_w h}), \quad (3.17)$$

$$a_1 = -(1 + e^{-Z_w h}), \quad (3.18)$$

$$a_2 = e^{-Z_w h}. \quad (3.19)$$

3.4.2 Aplicação do Método dos Mínimos-Quadrados

O método de otimização dos mínimos-quadrados descrito na Seção 3.3.3 foi aplicado à dinâmica vertical do Raptor-30, a partir da sua equação a diferenças descrita por (3.15), com a finalidade de se identificar Z_{col} e Z_w .

Aplicou-se uma seqüência de entradas conhecidas u_1, u_2, \dots, u_N ao sistema e a correspondente seqüência de saídas y_1, y_2, \dots, y_N foi observada, obtendo-se os resul-

tados da forma:

$$Y = \begin{bmatrix} y(3) \\ y(4) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -y(2) & -y(1) & u(2) & u(1) \\ -y(3) & -y(2) & u(3) & u(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & u(N-1) & u(N-2) \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Os parâmetros estimados foram obtidos pela equação (3.13). O algoritmo foi implementado em MATLAB.

3.4.3 Vôo Experimental de Identificação

O Raptor-30 foi equipado com um computador embarcado, um sistema de aquisição de dados e um sonar-altímetro, para a realização de uma série de vôos de identificação da dinâmica vertical em malha aberta.

Durante os vôos de identificação, a aeronave foi pilotada, através de rádio-controle, por um instrutor de aeromodelismo com grande experiência em helicópteros miniatura.

O piloto foi orientado a descrever movimentos pré-estabelecidos, capazes de excitar a dinâmica da aeronave no modo desejado, que consistiram de movimentos verticais do helicóptero entre uma altitude mínima de $0,5\text{ m}$ e uma máxima de 6 m (limite inferior imposto pela segurança da aeronave e limite superior determinado pelo alcance máximo do sonar-altímetro). As entradas do comando coletivo (posição do manete de coletivo) não deveriam exceder $\pm 30\%$ em torno de seu ponto de vôo pairado (posição do manete de coletivo, aproximadamente no centro de seu curso, em que a aeronave tem velocidade vertical próxima de zero).

Os movimentos verticais deveriam ser alternados entre subir e descer, começando lentos, levando 4 a 6 s por ciclo e ir aumentando gradativamente sua velocidade até que a altitude da aeronave variasse menos de um metro com uma comando variando $\pm 30\%$.

Estas entradas têm a finalidade de simular um sinal do tipo *chirp*, que é um sinal senoidal que varia continuamente sua frequência dentro de uma certa banda $\Omega : \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ e dentro de um certo período de tempo $0 \leq t \leq M$, o qual

fornece um bom controle sobre a banda de frequência excitada, e é um tipo de sinal comumente utilizado em identificação de sistemas dinâmicos ((Ljung 1999), p. 423).

As melhores séries de dados foram selecionadas, subtraídos seu valores médios e filtradas por um filtro passa-banda de faixa entre 0,02 e 20 *rad/s*.

Foram realizados ao todo três vôos bem sucedidos de identificação com o seguinte histórico:

- Primeiro vôo - realizado sobre pista de asfalto nos fundos do bloco H da Centro de Tecnologia da UFRJ. Neste teste foram realizadas duas séries bem sucedidas de dois minutos cada, mas foi constatada a necessidade de se melhorar o alcance do sonar-altímetro, que era de 2,5 *m* para 8 *m*, e de se aumentar a resolução do armazenamento de dados de 8 para 16 bits. Percebeu-se, também, a necessidade de se aumentar o tempo de gravação de cada série de medidas de 2 para 8 minutos.
- Segundo vôo - realizado na praça General San Martin, às margens da Lagoa Rodrigo de Freitas. Foram realizadas duas séries bem sucedidas de 8 minutos cada. Apesar do vôo ter sido realizado em dia de muito vento, o que provocou forte perturbação nas medidas, este vôo forneceu as melhores e mais longas séries de dados dos três vôos.
- Terceiro vôo - realizado sobre pista de asfalto nos fundos do bloco H da Centro de Tecnologia da UFRJ. Neste teste foi realizada uma série bem sucedida de 4 minutos. Os resultados destes testes confirmaram os resultados obtidos no segundo vôo.

3.4.4 Resultados da Identificação Paramétrica

A aplicação do método dos mínimos-quadrados (3.4.2) resultou nos valores: $Z_w = 1,1$ e $Z_{col} = -121$. Estes valores estão muito próximos dos valores teóricos ($Z_w = 0,9$ e $Z_{col} = -125$, vide Eqs. (2.105) e (2.106)).

3.4.5 Validação do Modelo

O modelo identificado foi simulado em Simulink, e aplicou-se à sua entrada uma das seqüências de entradas coletadas em vôo experimental, após a filtragem descrita

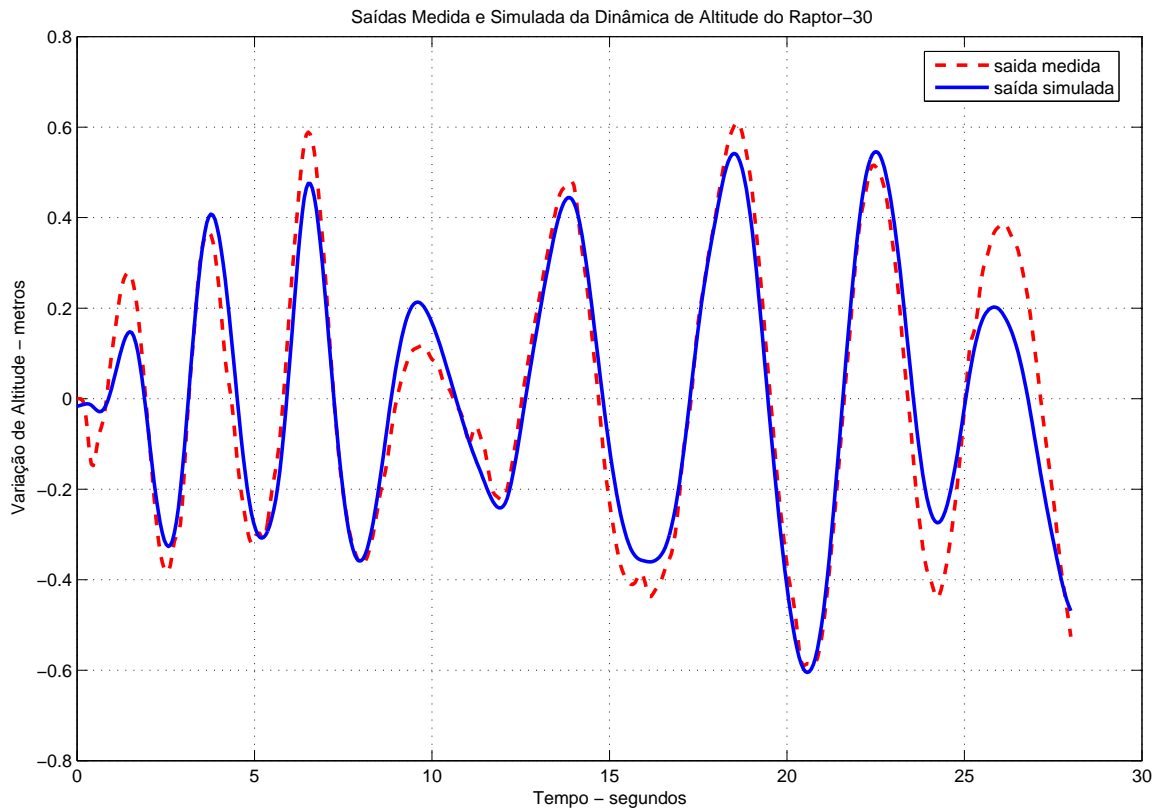


Figura 3.1: Comparação entre dados de saída coletados em vôo experimental de identificação e os obtidos na simulação do modelo identificado. Pode-se verificar a boa concordância entre as duas curvas.

na Seção 3.4.3. A saída do modelo simulado foi comparada à saída observada no experimento para se avaliar o grau de concordância entre elas.

A figura 3.1 mostra a comparação entre os dados coletados em vôo experimental e os obtidos na simulação do modelo. Pode-se verificar a boa concordância entre as duas curvas.

Capítulo 4

Projeto do controlador

4.1 Introdução

A partir do modelo da dinâmica vertical desenvolvido no capítulo 2, passamos ao projeto, simulação e implementação de um controlador que regule a altitude do helicóptero em vôo pairado, em um valor desejado. Devido ao fato do modo vertical ser bem desacoplado dos demais modos dinâmicos do helicóptero, é possível implementar um controlador SISO que tenha como entrada de controle o comando de pitch coletivo δ_{col} , e como saída a posição vertical z . Os outros modos dinâmicos da aeronave continuarão em malha aberta e serão controlados pelo piloto humano.

Segundo ((Mettler 2003), p.163), para aeronaves em escala normal, há, na prática, uma prevalência da metodologia clássica de controle de aeronaves baseadas na realimentação PID (Proporcional-Integral-Derivativa). Existem projetos que utilizam métodos de controle robusto, porém não são ainda largamente utilizados. Para helicópteros não-tripulados, têm sido aplicados tanto métodos clássicos como robustos, porém, há uma limitada experiência de vôo com os métodos modernos.

A escolha da metodologia da síntese ou projeto está tanto relacionada com o desempenho desejado como com os recursos disponíveis e restrições de implementação, sendo um dos principais fatores limitantes a existência e a qualidade dos sensores inerciais. Estas limitações, em geral, levam a uma escolha inicial do método clássico, com a utilização de controladores PD e PID, como é o caso de grande parte dos projetos de controladores práticos testados em vôo real. Como exemplo de projetos de helicópteros miniatura autônomos que utilizam controladores PID, podemos citar os projetos das seguintes instituições: CSIRO Manufacturing and Infrastructure Technology (Helicóptero X-Cell 60), University of Southern Cali-

fornia (Helicóptero Industrial Bergen), Stanford University (Helicóptero X-Cell 60) (Saripalli & Roberts 2003), Carnegie Mellon University (Helicóptero Yamaha R-50), MIT (Helicóptero X-Cell 60) (Mettler 2003), Simon Fraser University (Helicóptero TSK Mystar 60) (Haintz, Mierau, Tsai, Georgiou & Tcaciuc 2003).

Para um sistema complexo como o helicóptero, um controlador clássico levará a um desempenho inferior comparado a um projeto utilizando técnicas H_∞ . Entretanto, com um melhor entendimento da dinâmica do veículo, o potencial da arquitetura clássica pode ser significativamente aumentado (Mettler 2003). Além disso, o conhecimento prévio do desempenho da aeronave utilizando controladores clássicos fornece uma excelente referência para a avaliação do desempenho de outras metodologias, que porventura venham a ser desenvolvidas posteriormente.

O controlador escolhido para a altitude do helicóptero foi o PD, uma vez que a planta possui um pólo na origem, tornando o controle integral desnecessário.

Neste capítulo também serão analisados aspectos relativos à robustez do controlador PD em face às incertezas dos parâmetros identificados e à presença de ruído de medida da saída. Finalmente, será apresentado um método de discretização do controlador para permitir a sua implementação prática no computador embarcado, que é baseado em um microcontrolador de tecnologia RISC (*Reduced Instruction Set Controller* - conjunto reduzido de instruções), que será detalhado no Capítulo 5.

4.2 Projeto do Controlador

4.2.1 Controlador PID

Os controladores PID são largamente utilizados, bem dominados e são raras as aeronaves que utilizam outros tipos de controladores, sendo uma escolha natural para o controle da dinâmica vertical do nosso helicóptero.

A versão clássica de um controlador PID pode ser descrita pela equação

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\sigma) d\sigma + T_d \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (4.1)$$

onde o erro (e) é a diferença entre o sinal de entrada de comando u_c (referência) e a saída do processo (variável medida), K_p é o ganho proporcional do controlador, T_i o tempo integral ou tempo de *reset* e T_d o tempo derivativo.

Atualmente, todas as implementações práticas dos controladores PID's são digi-

tais e incorporam as melhorias herdadas das implementações analógicas. O grande conhecimento acumulado mostrou que é possível se obter melhorias no desempenho do controlador com algumas alterações no algoritmo apresentado em (4.1), algumas dessas alterações serão apresentadas mais adiante quando será apresentada uma versão prática de um PID.

A implementação digital dos controladores PID é mais simples e flexível que a analógica, pois capacitores, resistores e ganhos dos amplificadores operacionais são substituídos por um programa de computador que executa operações algébricas simples. Alterações e ajustes em um programa de computador são muito mais simples que alterações em um circuito eletrônico, e isto explica, em parte, o virtual desaparecimento da versão analógica.

4.2.2 Controlador PID Prático

Em (Åström & Wittenmark 1997) são apresentadas algumas das modificações na versão clássica do controlador PID que se baseiam no conhecimento obtido em trabalhos anteriores com controladores analógicos, que passamos a descrever.

A função de transferência do PID, descrito em (4.1), tem a seguinte expressão:

$$U(s) = K_p \left(E(s) + \frac{1}{sT_i} E(s) + T_d sE(s) \right), \quad (4.2)$$

onde U e E representam, respectivamente, as transformadas de Laplace de u e e .

A implementação prática dos PID's mostrou que uma simples derivada não deve ser implementada, pois isto iria gerar um amplificação muito grande do ruído de medida. O ganho da derivada deve, então, ser limitado. Para tanto, devemos substituir o termo sT_d pela seguinte aproximação:

$$sT_d \approx \frac{sT_d}{1 + \frac{sT_d}{N}}, \quad (4.3)$$

onde N é o limite do ganho para altas frequências e está tipicamente na faixa de 3 a 20. Este substituto se aproxima bem da derivada em baixas frequências, mas seu ganho em altas frequências fica limitado a N .

A experiência mostrou, também, ser vantajoso não permitir a ação do ganho derivativo no sinal de comando. Expandir-se o erro na forma $E(s) = U_c(s) - Y(s)$, onde U_c é a transformada de Laplace de u_c , que é a entrada de comando, e Y denota

a transformada de Laplace da saída y , o algoritmo do PID passa a ser descrito por:

$$U(s) = K_p \left(U_c(s) - Y(s) + \frac{1}{sT_i}(U_c(s) - Y(s)) - \frac{sT_d}{1 + \frac{sT_d}{N}}Y(s) \right). \quad (4.4)$$

4.2.3 Requisitos do Controlador

Para o projeto do controlador foi adotada a utilização das especificações usuais de desempenho: coeficiente de amortecimento (ζ) e frequência natural não-amortecida (ω_n). A motivação para esta escolha está nas normas militares americanas que especificam as qualidades de vôo de aeronaves pilotadas (MIL-STD-1797A 1990), as quais exigem que as aeronaves possuam valores bem determinados em termos de ζ e ω_n . Os valores de ω_n variam muito com cada modo da aeronave (curto-período, *phugoid*, *dihedral*, espiral, *dutch roll*, etc.), mas os valores de ζ se situam numa faixa bem determinada (entre 0,5 e 0,8). Os valores exigidos são baseados em décadas de experiência no projeto de aeronaves e nos sentimentos e preferências de dezenas dos melhores pilotos de testes das forças armadas dos EUA. É evidente que o tipo e a aplicação da aeronave (caça, transporte, patrulha, etc.) também são fatores determinantes destas características. Estas normas são amplamente aceitas, tanto para aeronaves militares como civis. Embora a finalidade deste trabalho seja o desenvolvimento de um controlador autônomo, é considerada uma boa estratégia fazê-lo baseado na experiência de pilotos humanos (Gavrilets, Frazzoli, Mettler, Piedmonte & Feron 2001).

Para a dinâmica vertical do helicóptero Raptor-30, serão adotados os seguintes valores: coeficiente de amortecimento $\zeta = 0,7$ e frequência natural não-amortecida $\omega_n = 2$. Estes valores conferem ao sistema um sobre-sinal menor que 5% e tempo de subida menor do que 1,1s. Outro fator levado em consideração foi o esforço de controle. O polinômio característico associado aos coeficientes escolhidos é:

$$\phi(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 2,8s + 4, \quad (4.5)$$

o que posiciona os pólos da função de transferência em malha fechada em $\lambda_1 = -1,40 + 1,43i$ e $\lambda_2 = -1,40 - 1,43i$ rad/s.

A função de transferência da dinâmica vertical do helicóptero é a seguinte:

$$Y(s) = \frac{-Z_{col}}{s(s + Z_w)} U(s). \quad (4.6)$$

Deve-se notar que o numerador está com o sinal invertido, pois um comando positivo na alavanca de comando do controle coletivo no rádio-controle (manche

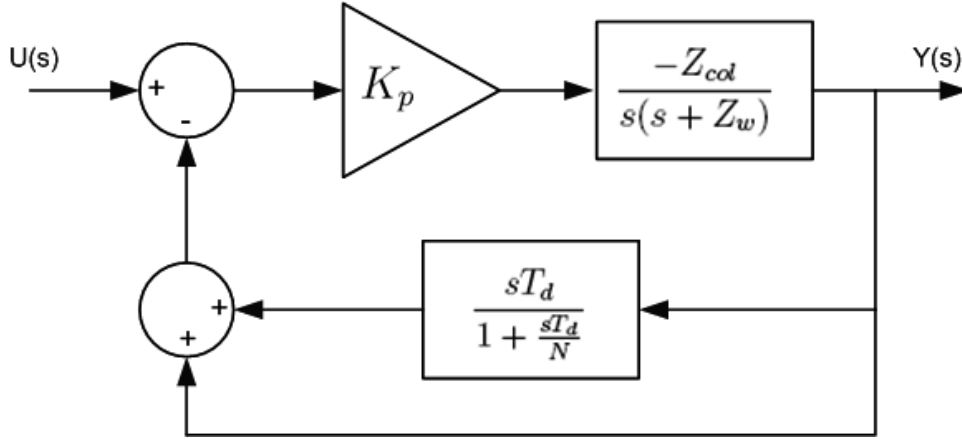


Figura 4.1: Diagrama de blocos da dinâmica vertical do Raptor-30 realimentado pelo controlador PD.

para a frente) faz a aeronave subir, ou seja, se moverá no sentido negativo de z que é direcionado para baixo. Como visto anteriormente, o cálculo de Z_w resulta em um valor negativo, porém, para efeito de clareza, preferiu-se introduzir esta inversão, posteriormente, no sinal de controle, para que pudéssemos trabalhar com um valor positivo no numerador.

Devido ao fato da planta possuir um pólo na origem a ação integral do controlador é desnecessária. O controlador PD resultante tem a seguinte expressão:

$$U(s) = K_p \left(U_c(s) - Y(s) - \frac{sT_d}{1 + \frac{sT_d}{N}} Y(s) \right). \quad (4.7)$$

Na Fig. 4.1 podemos ver o diagrama de blocos da dinâmica vertical do Raptor-30 realimentado com o controlador PD.

A função de transferência do sistema em malha fechada pode ser expressa por:

$$G(s) = \frac{Z_{col}K_p \left(s + \frac{N}{T_d} \right)}{s^3 + \left(Z_w + \frac{N}{T_d} \right) s^2 + \left(\frac{Z_w N}{T_d} + (1 + N)Z_{col}K_p \right) s + \frac{Z_{col}NK_p}{T_d}}. \quad (4.8)$$

Verificamos que o termo derivativo introduz um pólo e um zero no sistema em malha fechada. Devemos, então, escolher um valor de N suficientemente baixo para limitar a amplificação do ruído de medida, e suficientemente grande para não interagir significativamente com os pólos dominantes. Se denotarmos o pólo introduzido por α , e escolhermos os pólos dominantes em $\lambda_1 = -1,40 + 1,43i$ e $\lambda_2 = -1,40 - 1,43i \text{ rad/s}$, o polinômio característico do sistema em malha fechada passa a ser:

$$\phi(s) = s^3 + (\alpha + 2,8)s^2 + (2,8\alpha + 4)s + 4\alpha. \quad (4.9)$$

Igualando os coeficientes do denominador de (4.8) com os de (4.9), obtemos as seguintes relações:

$$Z_w + \frac{N}{T_d} = \alpha + 2,8, \quad (4.10)$$

$$\frac{Z_w N}{T_d} + (1 + N)Z_{col}K_p = 2,8\alpha + 4, \quad (4.11)$$

$$\frac{Z_{col}NK_p}{T_d} = 4\alpha. \quad (4.12)$$

Conhecendo-se Z_w e Z_{col} e deixando-se N como parâmetro livre, temos a seguinte solução para o sistema

$$\frac{(N + 1)(2Z_w - 11)}{N}T_d^2 + (3,8 + 4(N + 1) - 2,8Z_w)T_d + (Z_w - 2,8)N = 0, \quad (4.13)$$

$$\alpha = \frac{NT_d - 2,8 + Z_w}{T_d}, \quad (4.14)$$

$$K_p = \frac{4N + (4Z_w - 11)T_d}{NZ_{col}}. \quad (4.15)$$

As duas soluções da equação (4.13) devem ser testadas para o cálculo do valor de α , deve-se então escolher aquela que resultar no maior valor de α (pólo mais à esquerda no plano complexo). Obtido o valor de T_d , os cálculos de K_p e α são diretos.

Foram realizadas simulações em ambiente Matlab/Simulink para se verificar o desempenho do controlador projetado. Foram utilizados os valores de $Z_w = -1,1$ e $Z_{col} = -12$ (para uma entrada padronizada de ± 1 ao invés de $\pm 0,1 \text{ rad}$), identificados no capítulo 3. Podemos ver na figura 4.2 o desempenho do controlador projetado para uma entrada do tipo degrau unitário. Nota-se que valores de N iguais ou superiores a 4 interferem pouco nas características escolhidas para o sistema em malha fechada, portanto o valor $N = 4$ será adotado para a implementação do controlador. Resolvendo-se as equações (4.13) a (4.15) para $N = 4$, foram obtidos os seguintes ganhos para o controlador:

$$T_d = 0,39,$$

$$K_p = 0,14.$$

A função de transferência em malha fechada com os parâmetros selecionados e com os valores nominais de Z_w e Z_{col} é

$$G_{cl}(s) = \frac{3,3s + 34}{s^3 + 11s^2 + 28s + 34}. \quad (4.16)$$

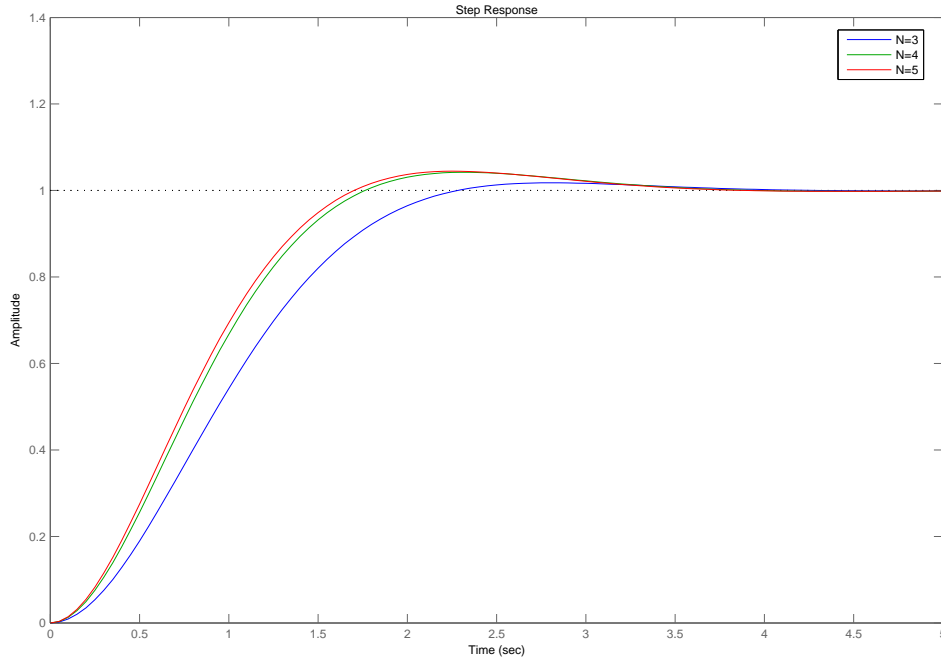


Figura 4.2: Resposta ao degrau unitário do controlador PD para valores de N entre 3 e 5.

4.3 Robustez do Controlador em Relação às Incertezas de Z_{col} e Z_w

Os valores de Z_{col} e Z_w dependem da velocidade angular do rotor principal Ω (vide Eqs. (2.106) e (2.105)). Para se evitar que Ω variasse durante as alterações de ângulo de passo das pás, o Raptor-30 foi equipado com um regulador de velocidade angular, que mantém $\Omega = 1500 \pm 50 \text{ rpm}$. No entanto, Z_{col} e Z_w também são influenciados por outros fatores, como por exemplo a densidade do ar (ρ), efeito solo e o peso da aeronave. Devemos somar a esses efeitos as incertezas inerentes ao processo de identificação. Com a finalidade de se verificar a robustez do controlador em relação às incertezas nos valores identificados e às variações de Z_{col} e Z_w , devemos conhecer o comportamento dos pólos do sistema em malha fechada em face às variações destes parâmetros. Durante a fase de identificação foram observadas variações menores do que 10% entre cada teste, mas, por segurança, serão consideradas variações de 20% para a verificação da robustez do controlador.

Uma maneira de se verificar a robustez em relação à variação dos coeficientes de um polinômio real é através da aplicação do teorema de Kharitonov ((Bhattacharyya,

Chapellat & Keel 1995), p. 224).

Teorema de Kharitonov

Considere o conjunto $\Upsilon(s)$ de polinômios reais de grau n da forma:

$$\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \delta_2 s^2 + \delta_3 s^3 + \delta_4 s^4 + \dots + \delta_n s^n, \quad (4.17)$$

onde os coeficientes estão situados dentro de faixas determinadas,

$$\delta_0 \in [x_0, y_0], \quad \delta_1 \in [x_1, y_1], \quad \dots, \quad \delta_n \in [x_n, y_n]. \quad (4.18)$$

Escreva

$$\underline{\delta} := [\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_n] \quad (4.19)$$

relacionando o polinômio $\delta(s)$ com o vetor de coeficientes $\underline{\delta}$. Defina o hiper-retângulo ou *box* de coeficientes

$$\Delta := \{ \underline{\delta} : \underline{\delta} \in \mathbb{R}^{n+1}, x_i \leq \delta_i \leq y_i, i = 0, 1, \dots, n \}. \quad (4.20)$$

Assume-se que o grau permaneça invariante na família, tal que $0 \notin [x_n, y_n]$. Tal conjunto de polinômios $\Upsilon(s)$ é chamado de família de intervalos reais. O teorema de Kharitonov fornece uma simples condição necessária e suficiente para a estabilidade Hurwitz da família inteira, cujo enunciado apresentamos abaixo.

Cada polinômio na família $\Upsilon(s)$ é Hurwitz se, e somente se, os seguintes quatro polinômios extremos são Hurwitz:

$$K^1(s) = x_0 + x_1 s + y_2 s^2 + y_3 s^3 + x_4 s^4 + x_5 s^5 + y_6 s^6 + \dots, \quad (4.21)$$

$$K^2(s) = x_0 + y_1 s + y_2 s^2 + x_3 s^3 + x_4 s^4 + y_5 s^5 + y_6 s^6 + \dots, \quad (4.22)$$

$$K^3(s) = y_0 + x_1 s + x_2 s^2 + y_3 s^3 + y_4 s^4 + x_5 s^5 + x_6 s^6 + \dots, \quad (4.23)$$

$$K^4(s) = y_0 + y_1 s + x_2 s^2 + x_3 s^3 + y_4 s^4 + y_5 s^5 + x_6 s^6 + \dots \quad (4.24)$$

Aplicando o Teorema de Kharitonov

Reescrevendo o polinômio característico da função de transferência em malha fechada da dinâmica vertical do Raptor-30 (4.8) na forma de (4.17) obtemos:

$$\phi(s) = \frac{Z_{col} N K_p}{T_d} + \left(\frac{Z_w N}{T_d} + (1 + N) Z_{col} K_p \right) s + \left(Z_w + \frac{N}{T_d} \right) s^2 + s^3. \quad (4.25)$$

Podemos, então escrever o vetor de coeficientes de $\underline{\delta}$:

$$\underline{\delta} := [\delta_0 , \delta_1 , \delta_2 , \delta_3] = \left[\frac{Z_{col}NK_p}{T_d} , \frac{Z_wN}{T_d} + (1+N)Z_{col}K_p , Z_w + \frac{N}{T_d} , 1 \right]. \quad (4.26)$$

Considerando incertezas de $\pm 20\%$ nos valores dos parâmetros identificados obteremos as seguintes faixas de valores: $Z_{col} \in [19,2 , 28,8]$ e $Z_w \in [0,88 , 1,32]$, resultando nos seguintes limites para os coeficientes de $\delta(s)$:

$$\delta_3 \in [1 , 1] , \delta_2 \in [11,14 , 11,58] , \delta_1 \in [22,39 , 33,57] , \delta_0 \in [27,41 , 41,12] , \quad (4.27)$$

resultando nos seguintes polinômios de Kharitonov:

$$K^1(s) = s^3 + 11,58s^2 + 22,39s + 27,41 , \quad (4.28)$$

$$K^2(s) = s^3 + 11,58s^2 + 33,57s + 27,41 , \quad (4.29)$$

$$K^3(s) = s^3 + 11,14s^2 + 22,39s + 41,12 , \quad (4.30)$$

$$K^4(s) = s^3 + 11,14s^2 + 33,57s + 41,12 . \quad (4.31)$$

Utilizando-se a função *roots* do Matlab verificou-se que os quatro polinômios são Hurwitz, o que garante que toda a família de polinômios é Hurwitz. Em consequência, pode-se afirmar que o controlador é robusto em relação às incertezas de Z_{col} e Z_w . O Matlab também dispõe da função *rootsrpc*, pertencente ao *Robust Parametric Control Toolbox* (Ahmad, Bhattacharyya & Keel 1995), que desenha o espaço das raízes da família de polinômios $\Upsilon(s)$, que para o sistema em questão pode ser visto na Fig. 4.3. Verifica-se que o espaço descrito pelas raízes está totalmente situado no semiplano esquerdo do plano complexo.

Com a utilização da função *rootsrpc*, também foi possível verificar-se qual seria a variação paramétrica que não garantiria a estabilidade do sistema em malha fechada. Uma seqüência de simulações mostrou que, se a incerteza nos valores dos parâmetros fosse de $\pm 75\%$, a estabilidade não estaria garantida. Para tal faixa de variação dos parâmetros, o espaço das raízes da família de polinômios $\Upsilon(s)$ pode ser visto na Fig. 4.4.

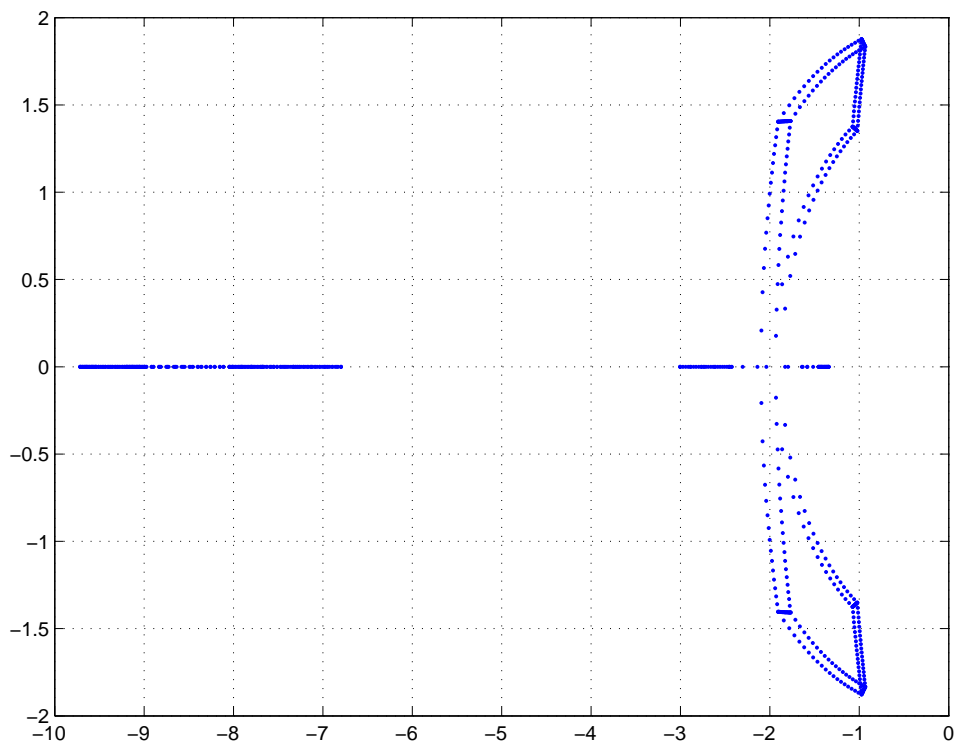


Figura 4.3: Espaço das raízes de $\Upsilon(s)$ para uma variação de $\pm 20\%$ dos parâmetros Z_{col} e Z_w .

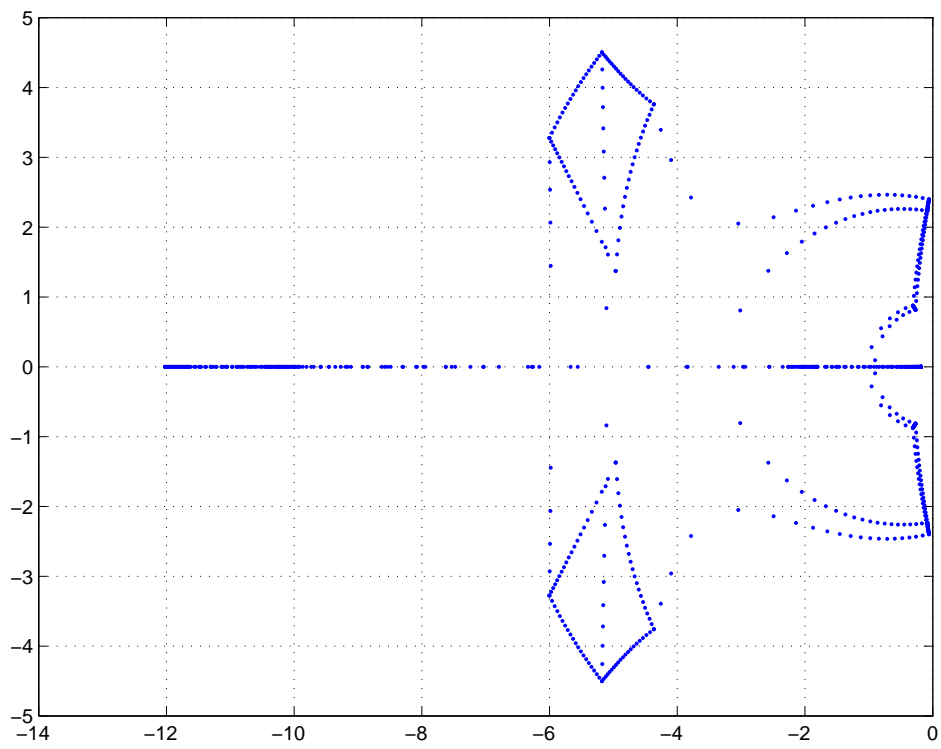


Figura 4.4: Espaço das raízes de $\Upsilon(s)$ para uma variação de $\pm 75\%$ dos parâmetros Z_{col} e Z_w .

4.4 Discretização do Controlador

Para implementar-se o controlador PD projetado em um microcontrolador embarcado no helicóptero, é preciso primeiro discretizá-lo, ou seja, os sinais de entrada de comando e de saída serão amostrados a uma determinada taxa de amostragem. Duas etapas importantes da discretização são as escolhas da taxa de amostragem e da aproximação da função de transferência do controlador expressa na forma de equações diferenciais ou na sua transformada de Laplace. Estas escolhas devem levar em conta critérios de estabilidade e desempenho do sistema amostrado. Taxas de amostragens muito baixas podem levar à instabilidade e degradar o desempenho do sistema, por outro lado, taxas elevadas podem exceder a capacidade de processamento do microcontrolador. Também deve ser observada a complexidade do algoritmo do controlador, devido às limitações de processamento e recursos de memória do microcontrolador.

Taxa de Amostragem

Um critério prático para a escolha da taxa de amostragem é dado em ((Åström & Wittenmark 1997), p.66), que recomenda que sejam feitas de 4 a 10 amostragens durante o tempo de subida do sistema em malha fechada, quando é excitado por uma entrada em degrau que, para um sistema de segunda ordem, é dado pela expressão:

$$T_r = \frac{e^{\varphi/\tan\varphi}}{\omega_n}, \quad (4.32)$$

onde $\varphi = \arccos\zeta$. Para $\omega_n = 2$ e $\zeta = 0,7$, o tempo de subida será $T_r \approx 1,1s$, o que determina, pelo referido critério, uma faixa de taxa de amostragem 3,6 a 9,1 Hz. Para facilitar o sincronismo do controlador com os sinais periódicos de comando de rádio-controle (70 Hz) e da saída do sonar-altímetro ($70/4 = 17,5$ Hz), será utilizada uma frequência de $70/8 = 8,75$ Hz, que corresponde a um período de amostragem de $h = 0,114s$.

Aproximação

A lei de controle do PD (4.7) pode ser escrita como:

$$u(t) = P(t) + D(t), \quad (4.33)$$

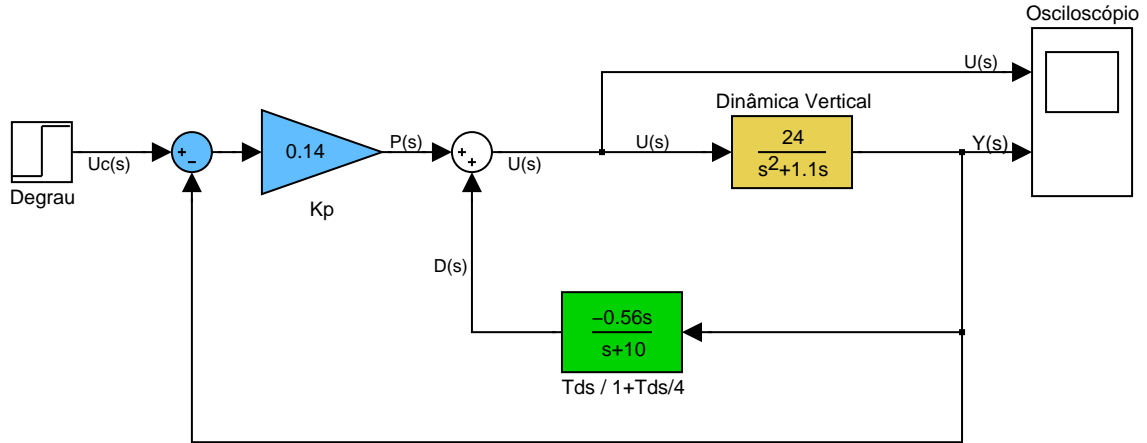


Figura 4.5: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador contínuo.

onde $P(t)$ representa o termo proporcional e $D(t)$ o termo derivativo. O termo proporcional é dado por

$$P(s) = K_p(U_c(s) - Y(s)). \quad (4.34)$$

Uma vez que o termo proporcional é estático (não depende de valores passados), este pode ser discretizado de forma direta, sem aproximação:

$$P(k) = K_p(u_c(k) - y(k)), \quad (4.35)$$

onde k representa o tempo discreto.

A função de transferência do termo derivativo é descrita por:

$$D(s) = -K_p T_d \frac{s}{1 + \frac{sT_d}{N}} \quad Y(s) = \frac{-0,56s}{s + 10,3} Y(s), \quad (4.36)$$

que pode ser reescrita como:

$$D(s) + \frac{T_d}{N} s D(s) = -K_p T_d s Y(s). \quad (4.37)$$

A Fig. 4.5 mostra o diagrama de blocos da dinâmica vertical do Raptor-30 realimentado pelo controlador contínuo e sendo excitado por uma entrada em degrau. O diagrama destaca os termos proporcional e derivativo.

A aproximação escolhida foi a do tipo Euler atrasado ((Åström & Wittenmark 1997), p.295), a qual não introduz instabilidade nos pólos do sistema, e que substitui a variável complexa s em (4.37) por $s' = \frac{z-1}{zh}$, onde z é a variável complexa discreta

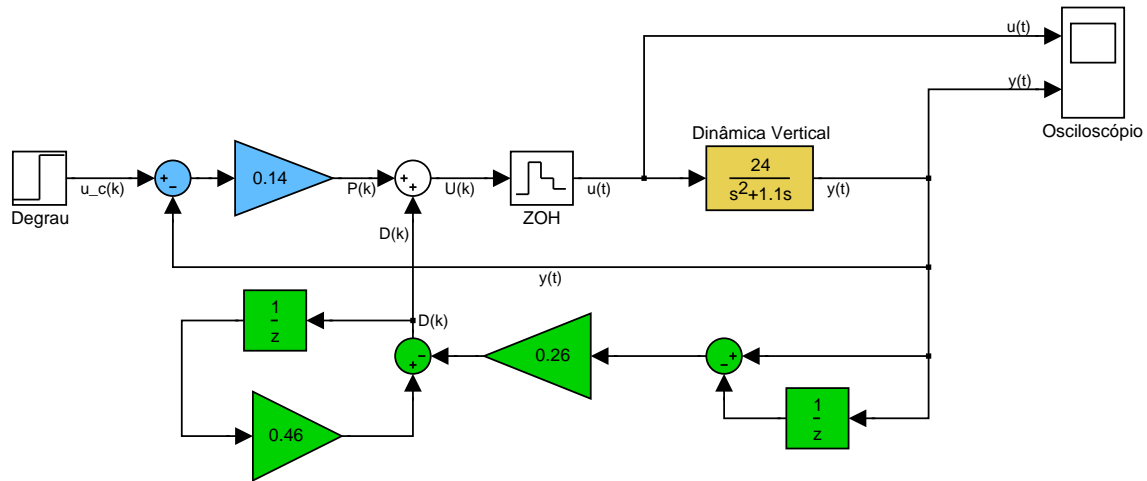


Figura 4.6: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador discreto.

da transformada z . Após a substituição obtemos:

$$D(z) + \frac{T_d}{N} \left(\frac{z-1}{zh} \right) D(z) = -K_p T_d \left(\frac{z-1}{zh} \right) Y(z), \quad (4.38)$$

ou melhor,

$$D(z) = -0,26 \frac{z-1}{z-0,46} Y(z), \quad (4.39)$$

que, voltando para o domínio do tempo discreto, resulta:

$$D(k) = 0,46 D(k-1) - 0,26 (y(k) - y(k-1)). \quad (4.40)$$

Podemos, então, escrever a expressão final para a implementação do controlador:

$$P(k) = 0,14 (u_c(k) - y(k)), \quad (4.41)$$

$$D(k) = 0,46 D(k-1) - 0,26 (y(k) - y(k-1)), \quad (4.42)$$

$$u(k) = P(k) + D(k). \quad (4.43)$$

A Fig. 4.6 mostra o diagrama de blocos da dinâmica vertical do Raptor-30 realimentado pelo controlador discreto dado pelas equações (4.41), (4.42) e (4.43), tendo como entrada de comando u um degrau unitário.

4.5 Simulação do Controlador

Os controladores contínuo e discreto foram simulados em ambiente Matlab/Simulink para se avaliar e comparar seus desempenhos. As simulações foram realizadas con-

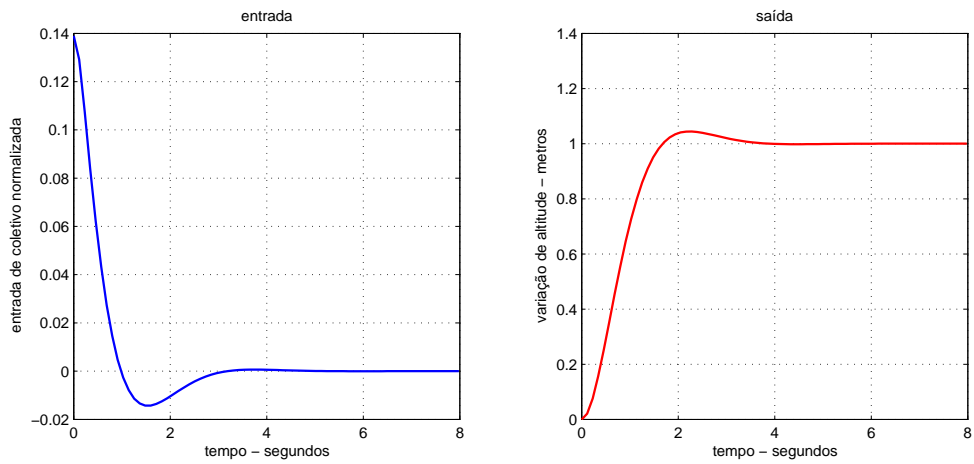


Figura 4.7: Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada usando o controlador contínuo com os valores identificados de Z_{col} e Z_w .

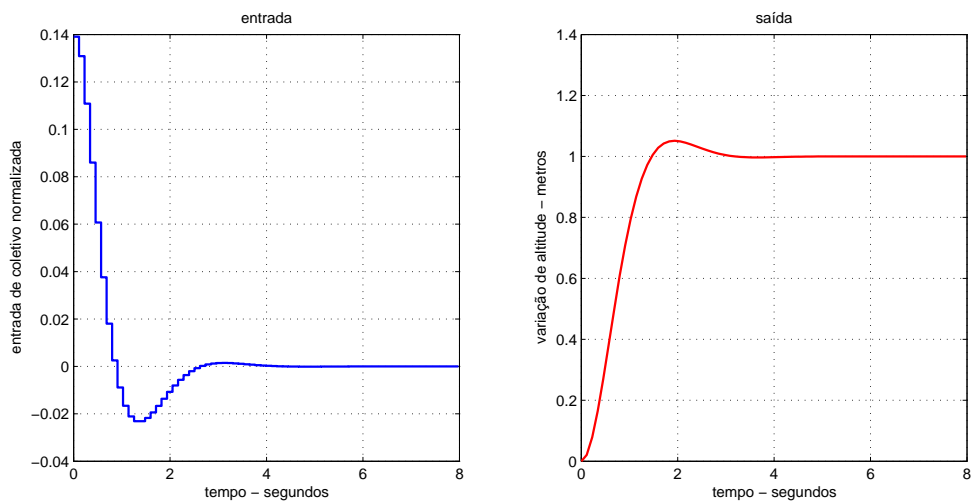


Figura 4.8: Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada usando o controlador discreto com os valores identificados de Z_{col} e Z_w .

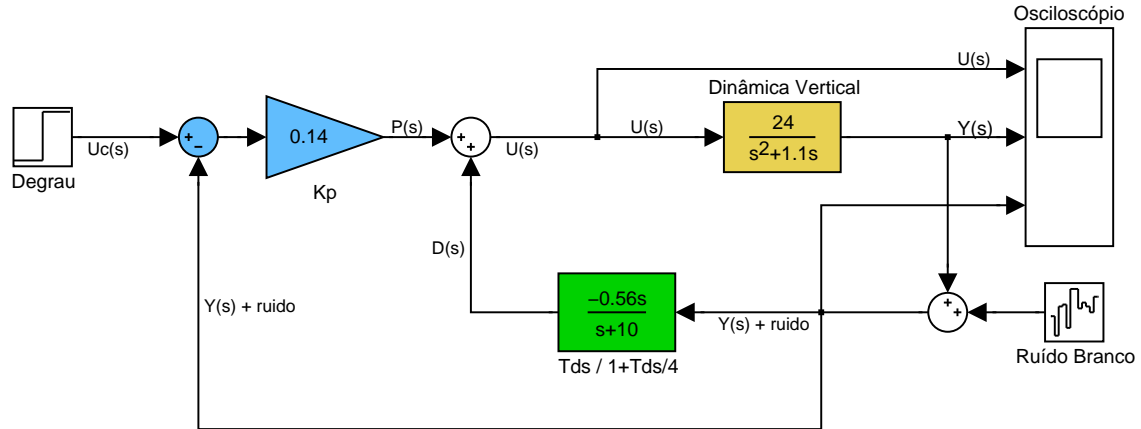


Figura 4.9: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador contínuo com ruído de medida da saída

considerando como entrada de comando o degrau unitário com início em $t = 1s$. Inicialmente foram feitas simulações sem levar em conta o ruído de medida da saída. A Fig. 4.7 mostra os resultados obtidos com o controlador contínuo e a Fig. 4.8 mostra os resultados do discreto.

Desempenho com Ruído de Medida

Presumir que o ruído de medida é nulo não é realista, por isso foram feitas novas simulações, nas quais foi somado à saída do sistema (que corresponde à variação de altitude da aeronave) um ruído branco com banda limitada com variância aproximada de $0,05 m$. Os diagramas de blocos com estas alterações podem ser vistos nas figs. 4.9 e 4.10.

Pode-se verificar que a introdução do ruído de medida não provoca alterações significativas nas características do sistema em malha fechada e, também, que o sistema continua estável, tanto para o controlador contínuo como para o discreto.

Desempenho com Ruído de Medida e Variação Paramétrica

Os dois controladores foram analisados nas simulações anteriores considerando-se a planta com seus valores nominais. Mas, como já mencionado na Seção 4.3, devido às incertezas relativas à identificação e possíveis variações paramétricas devidas a diversos outros fatores, foram realizadas simulações dos dois controladores considerando variações independentes de 20% nos parâmetros Z_{col} e Z_w da planta. Os resultados podem ser vistos nas figs. 4.11, 4.12 e 4.13, para o controlador contínuo

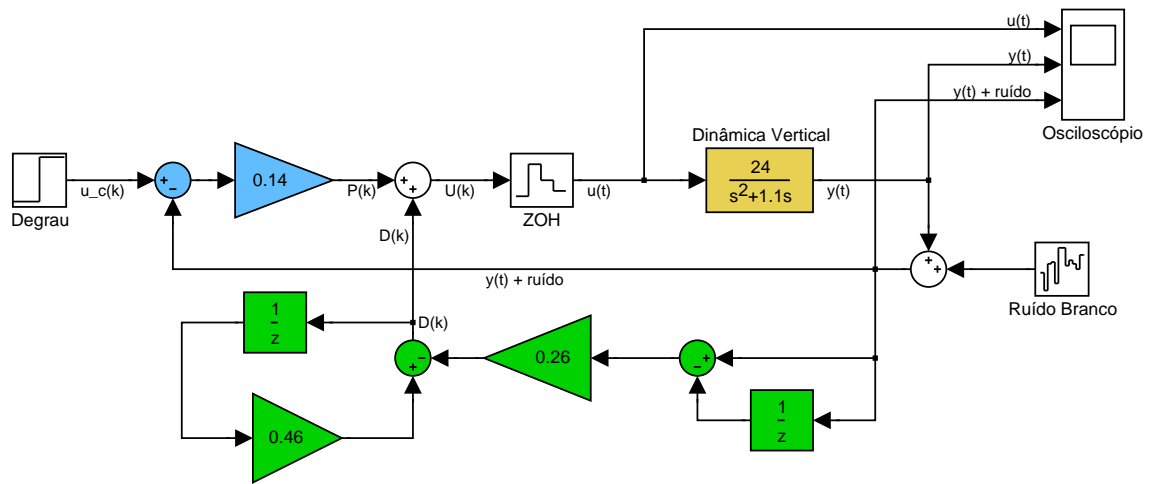


Figura 4.10: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador discreto com ruído de medida da saída.

e nas figs. 4.14, 4.15 e 4.16, para o discreto.

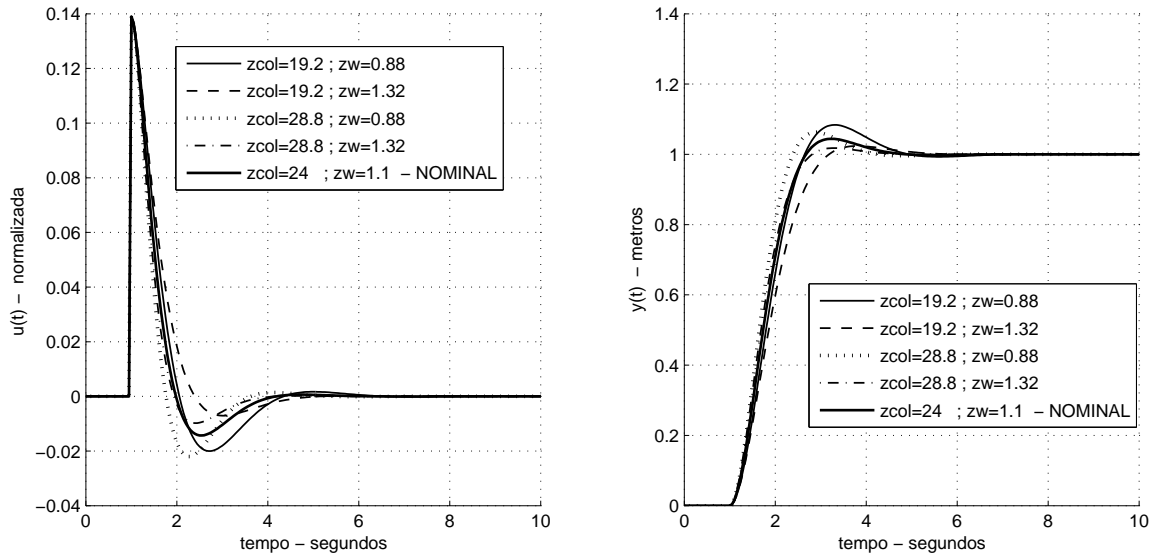


Figura 4.11: Resposta ao degrau unitário, com controlador contínuo, sem ruído de medida e com variação de Z_{col} e Z_w . Entrada $u(k)$ normalizada e saída $y(t)$.

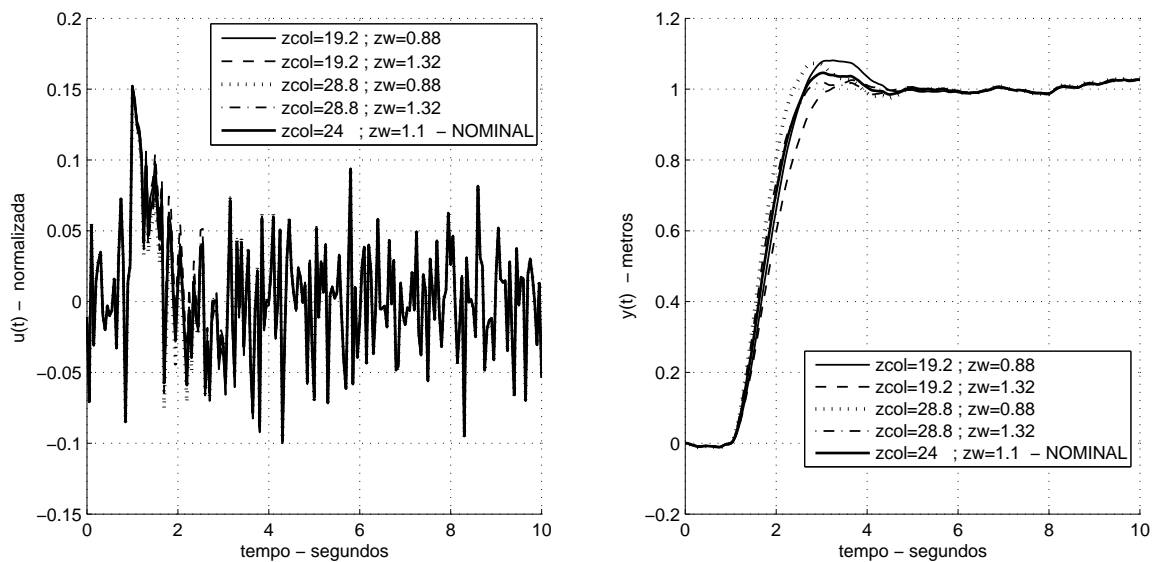


Figura 4.12: Resposta ao degrau unitário, com controlador contínuo, com ruído de medida e com variação de Z_{col} e Z_w . Entrada $u(t)$ e saída $y(t)$.

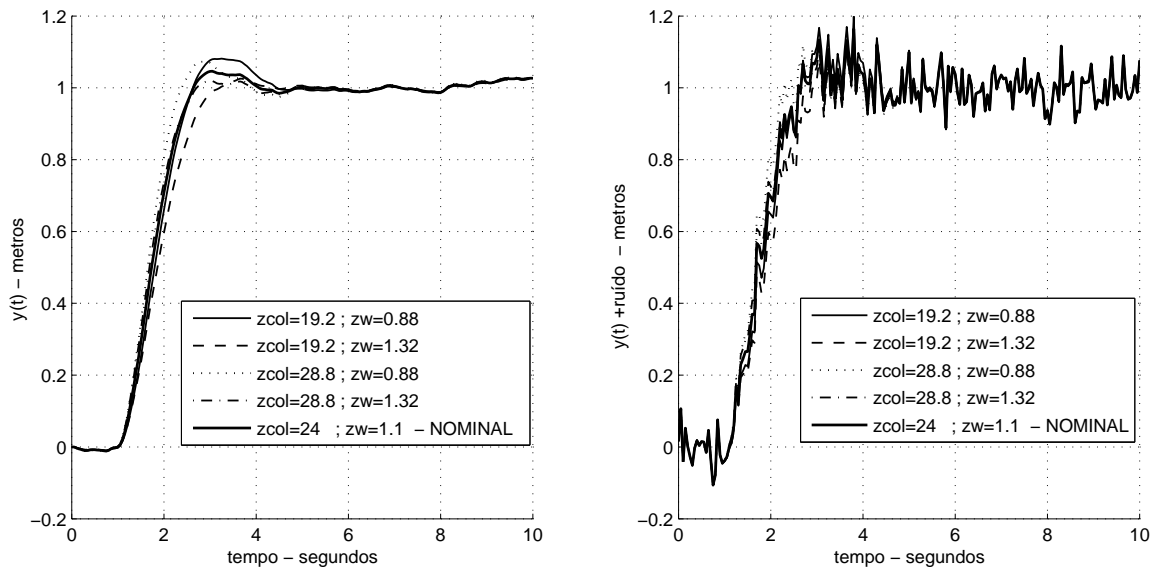


Figura 4.13: Resposta ao degrau unitário, com controlador contínuo, com ruído de medida e com variação de Z_{col} e Z_w . Saída $y(t)$ e $y(t) + \text{ruído de medida}$.

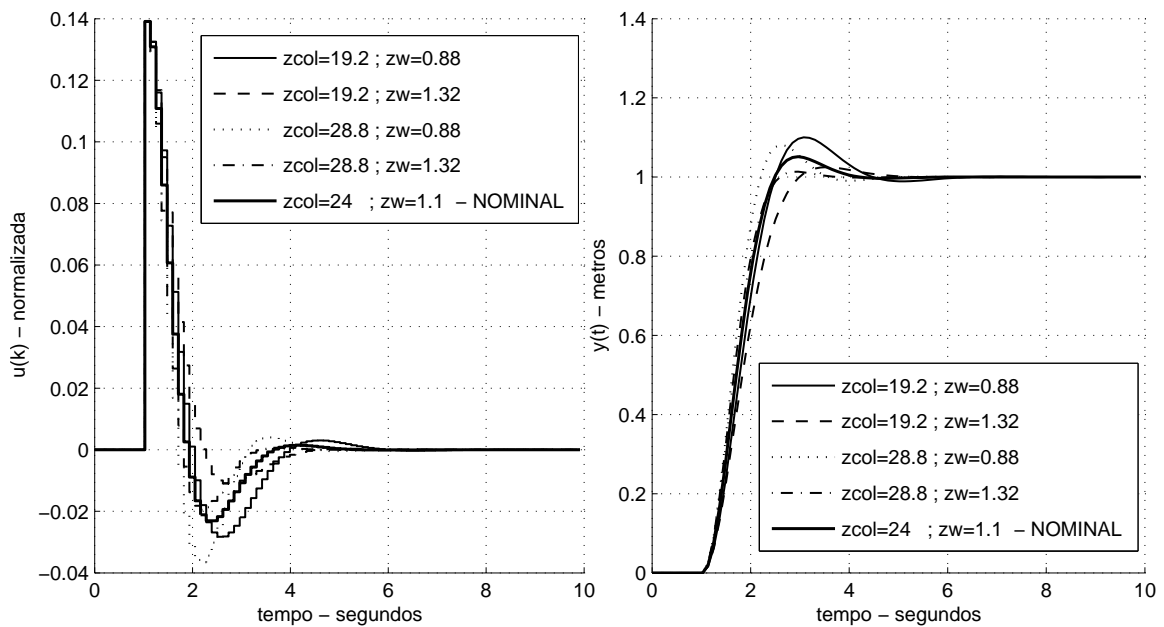


Figura 4.14: Resposta ao degrau unitário, com controlador discreto, sem ruído de medida e com variação de Z_{col} e Z_w .

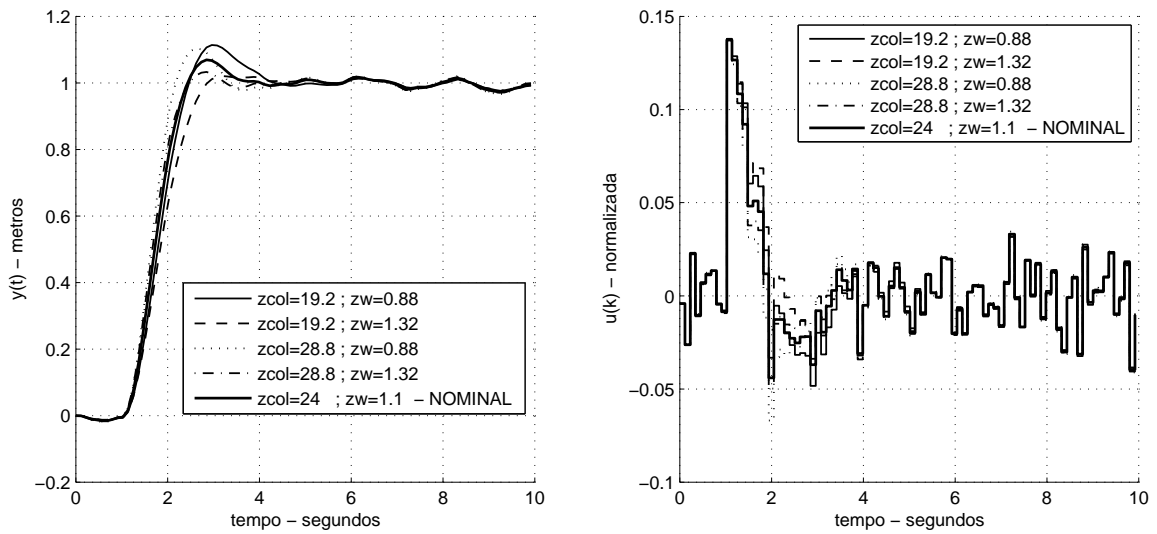


Figura 4.15: Resposta ao degrau unitário, com controlador discreto, com ruído de medida e com variação de Z_{col} e Z_w . Saída ($y(t)$) e entrada $u(k)$ da planta

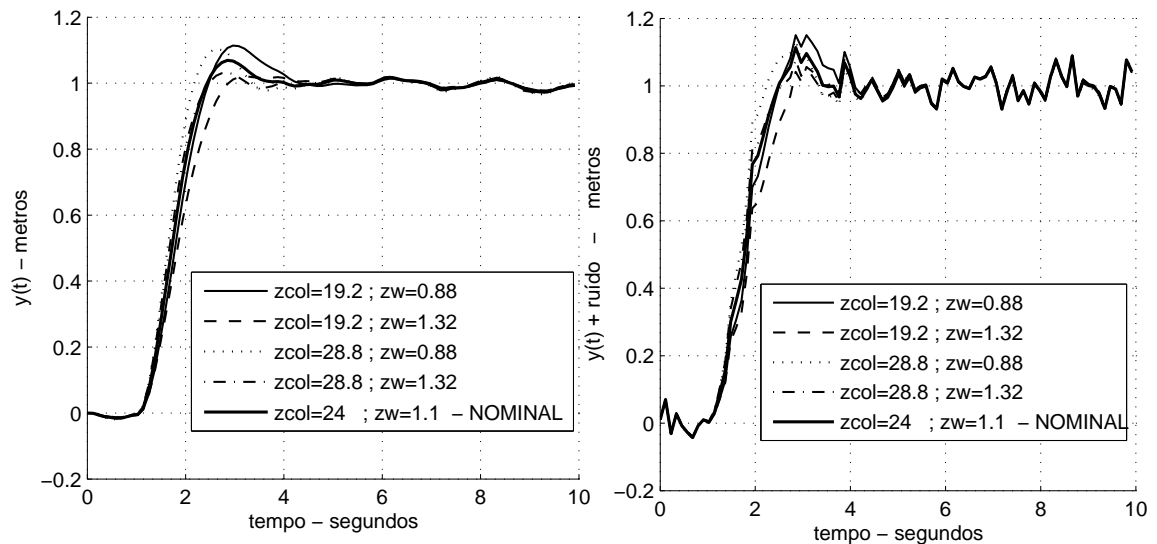


Figura 4.16: Resposta ao degrau unitário, com o controlador discreto, com ruído de medida e com variação de Z_{col} e Z_w . Saída da planta $y(t)$ e saída da planta com ruído $y(t) + \text{ruído}$.

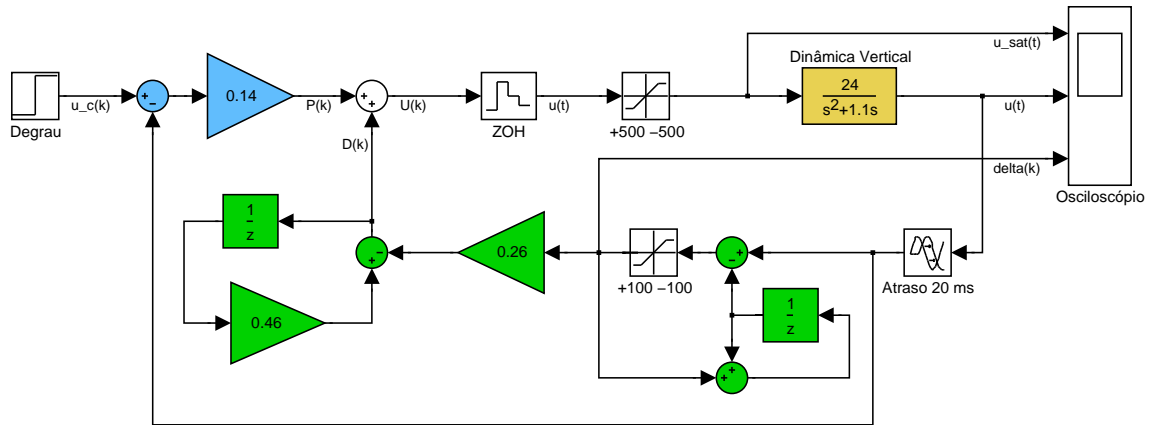


Figura 4.17: Diagrama de blocos do controlador PD implementado em microcontrolador embarcado.

4.6 Aspectos Práticos da Implementação do Controlador

Podemos ver na Fig. 4.17 o diagrama de blocos do controlador em sua versão final, como foi implementado em microcontrolador embarcado na aeronave.

Entre as diferenças que podem ser notadas em relação aos diagramas de blocos do controlador utilizados nas seções anteriores está a inclusão de duas saturações. A primeira, na entrada da planta previne que se envie para o servo que comanda o ângulo de passo coletivo um pulso com uma variação de largura superior a $\pm 500 \mu s$, que é o limite especificado pelo fabricante. A outra saturação, que limita em $\pm 100 mm$ a diferença entre duas medidas consecutivas de altitude, visa a filtrar eventuais erros de leitura do sonar-altímetro que poderiam gerar a desestabilização da aeronave. Partindo-se do princípio que o helicóptero tem um limite de velocidade vertical, a diferença entre duas medidas consecutivas da altitude é limitada. O valor de saturação permite velocidades verticais de aproximadamente $\pm 1 m/s$.

É importante observar que essas saturações não introduziram não-linearidades no sistema durante os vôos experimentais de identificação, uma vez que estes são realizados em malha-aberta.

Na figura 4.18 encontra-se a simulação do sistema em Simulink para uma entrada em degrau de $0,6 m$ de amplitude. Verifica-se que tal entrada não leva os termos $delta(k)$ (diferença entre duas medidas consecutivas de altitude saturada em $\pm 100 mm$) e $u(t)$ à saturação, e na figura 4.19 encontra-se a mesma simulação para

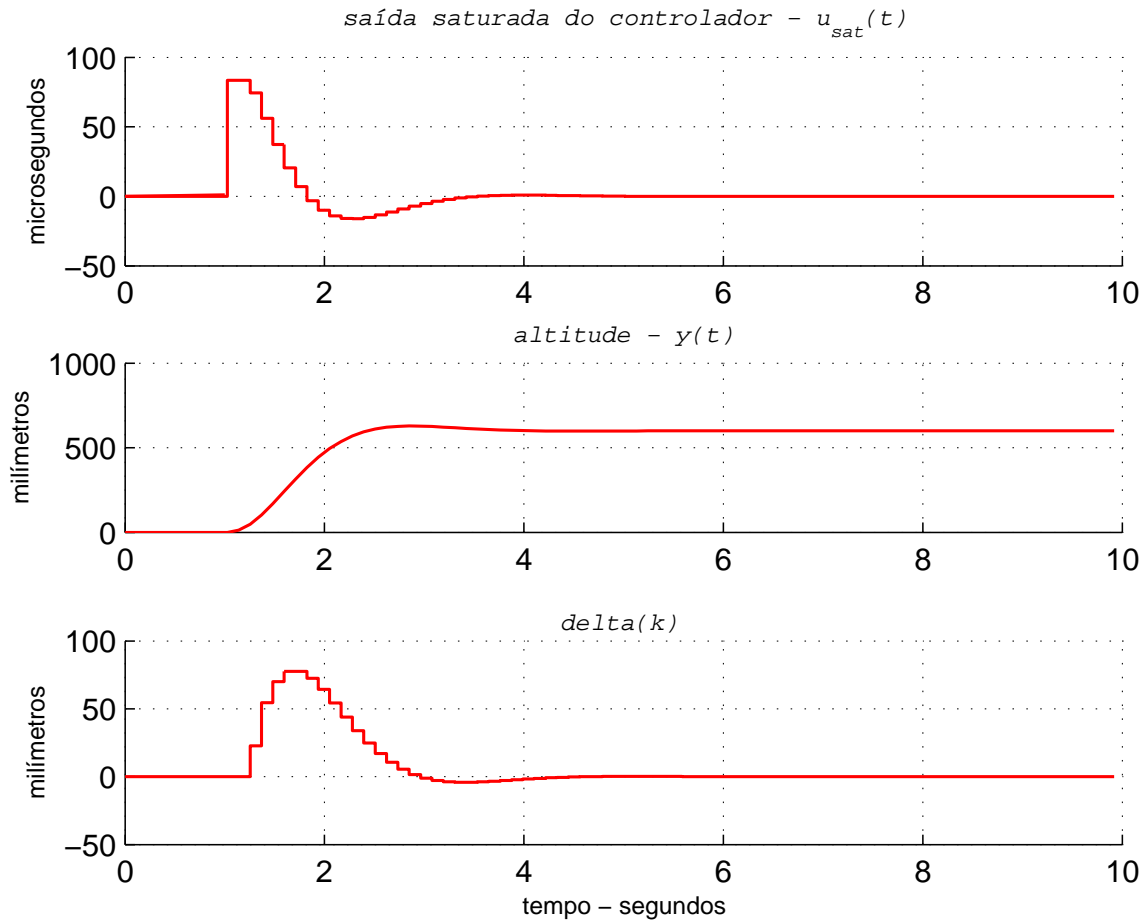


Figura 4.18: Simulação do PD implementado em microcontrolador embarcado com entrada em degrau de $0,6\text{ m}$, o que não provoca saturações em $u_{sat}(t)$ e $delta(k)$.

uma entrada em degrau de 1 m de amplitude. A simulação mostra que tal entrada levaria à saturação o termo $delta(k)$, o que não alteraria significativamente o comportamento do sistema, o que pode ser verificado comparando-se as duas simulações.

Outra diferença no diagrama de blocos da figura 4.17 é a inclusão de um retardo de 20 ms entre saída da planta e a entrada do controlador. Este retardo representa o atraso médio na medida da altitude da aeronave, devido ao tempo de retorno do eco do sonar-altímetro. Este valor leva em conta uma altitude média de $1,5\text{ m}$ durante os vôos experimentais. Foram realizadas várias simulações com valores de atraso variando de 0 a 40 ms , com resultados muito semelhantes aos apresentados nas figs. 4.18 e 4.19, por isto foram omitidos.

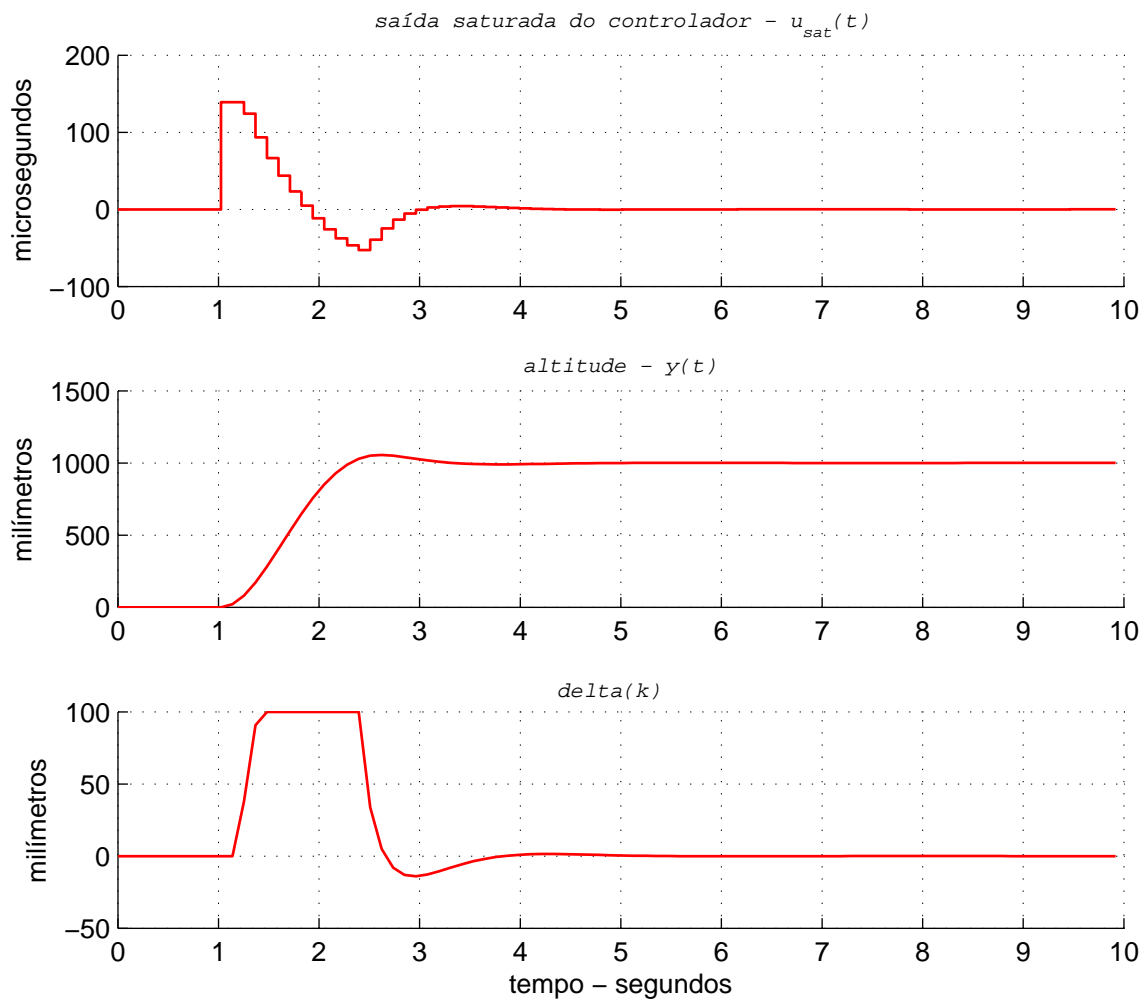


Figura 4.19: Simulação do PD implementado em microcontrolador embarcado com entrada em degrau de 1 m , levando o termo $\delta(k)$ à saturação.

4.7 Testes Experimentais em Vôo do Controlador

Com a finalidade de se diminuir o risco de acidentes, o helicóptero foi inicialmente posicionado por rádio-controle pelo piloto humano a uma altitude de $1,5 m$ e, em seguida, foi chaveado para o modo automático. A chave que faz a comutação de manual para automático está disponível no console do rádio-controle e o circuito embarcado que faz a comutação no helicóptero é completamente independente do computador de bordo, inclusive sua alimentação, por medida de segurança. A qualquer momento o piloto humano pode resgatar o controle da aeronave, bastando acionar a chave no console do transmissor de rádio-controle. Caso o helicóptero se desestabilize ao se comutar do modo manual para automático, este sistema possibilita ao piloto humano retornar imediatamente ao modo manual e estabilizar a aeronave.

Após o chaveamento para o modo automático, o manete do comando de coletivo do rádio-controle muda de função, passando a fornecer um sinal de comando que representa a altitude desejada. O manete na posição mais baixa (equivalente a entrada de coletivo mínima do modo manual) envia um comando de altitude de $1 m$, e no outro extremo envia um comando de altitude de $1,8 m$.

A Fig. 4.20 mostra o Raptor 30 equipado para os vôos experimentais de identificação e em malha fechada.

Primeiro Experimento com Malha Fechada

A primeira tentativa de se realizar um vôo experimental com a malha de controle fechada ocorreu juntamente com o segundo vôo de identificação.

Ao se tentar fechar a malha do controlador, passando do modo manual para automático, a aeronave iniciava uma oscilação que ia aumentando de amplitude, e em poucos segundos alcançava mais de um metro entre picos. Para se evitar o acidente iminente, comutava-se para o modo manual e se estabilizava a aeronave. Várias tentativas foram feitas com os mesmos resultados.

Após se descartar a possibilidade de inversão de sinal do controlador, buscou-se o real motivo da instabilidade. A resposta surgiu após a análise dos dados do vôo de identificação que foram realizados no mesmo dia do teste do controlador. A identificação preliminar, feita com os dados do primeiro vôo e com a utilização de dados seriamente prejudicados pelo mau funcionamento do sonar-altímetro e a



Figura 4.20: Helicóptero Raptor 30 equipado para vôos de identificação e em malha fechada.

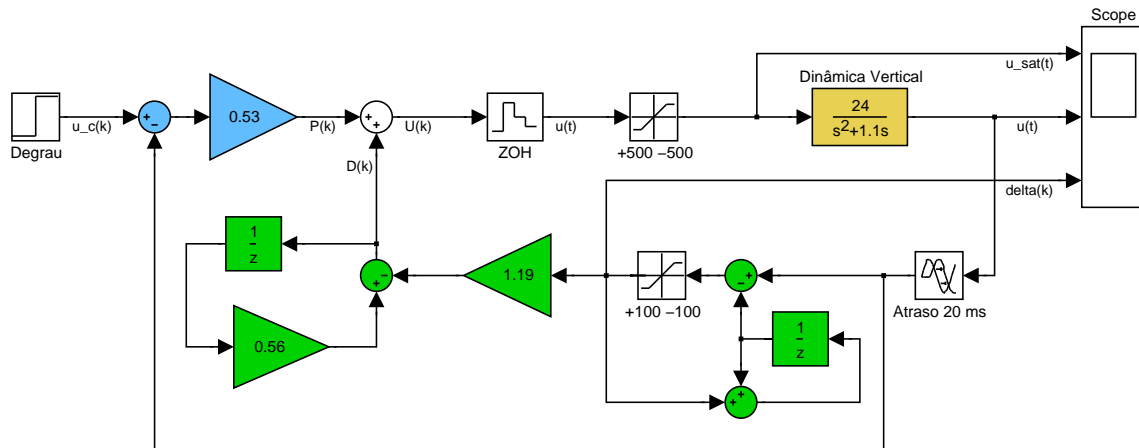


Figura 4.21: Diagrama de blocos do controlador PD implementado em microcontrolador embarcado calculado considerando $Z_{col} = 5$ e $Z_w = 0,5$.

conseqüente saturação das medidas de altura, nos levou a subestimar os valores de Z_{col} e Z_w .

Os valores utilizados para os cálculos do primeiro controlador foram $Z_{col} = 5$ (para uma entrada normalizada) e $Z_w = 0,5$, o que não seria suficiente para provocar a instabilidade observada, porém um erro no algoritmo do controlador introduzia um ganho adicional de 2 na saída do controlador, o que, conforme se verificou nas simulações realizadas provocou a instabilidade.

A figura 4.21 mostra o diagrama de blocos do controlador PD implementado em microcontrolador embarcado no helicóptero com os valores de ganhos calculados baseados em valores subestimados de Z_{col} e Z_w . O atraso de 20ms entre a saída da planta e a entrada do controlador representa o tempo que o sonar-altímetro leva para medir a altitude do helicóptero. Foi verificado nas simulações que este tempo de atraso não influencia significativamente o comportamento do controlador, nem a identificação paramétrica. As figuras 4.22 e 4.23 apresentam a simulação e os dados obtidos em vôo experimental em malha fechada. Pode-se observar a boa semelhança entre a simulação e os dados reais.

Após a correção dos ganhos do controlador, foi realizado um segundo vôo experimental com a malha fechada, em conjunto com o terceiro vôo de identificação. Desta vez foi possível fechar a malha e a aeronave se manteve estável, permitindo ao piloto manter uma posição constante no manete de controle de altitude para aeronave manter a altitude comandada mesmo sob a influência do vento que soprava

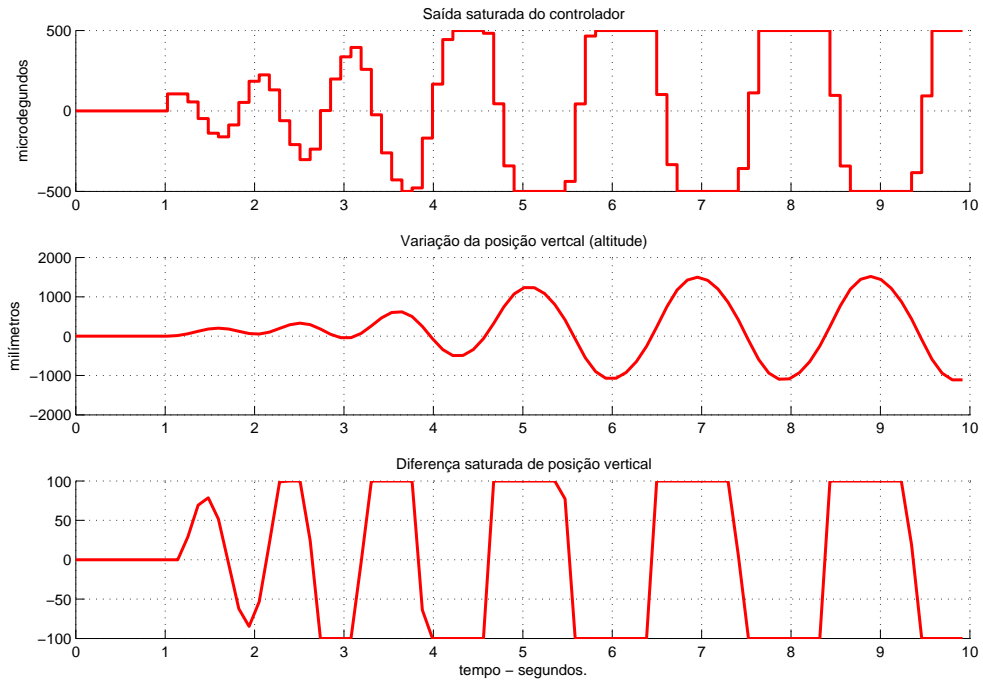


Figura 4.22: Simulação do controlador PD implementado em microcontrolador embarcado calculado com $Z_{col} = 50$ e $Z_w = 0,5$.

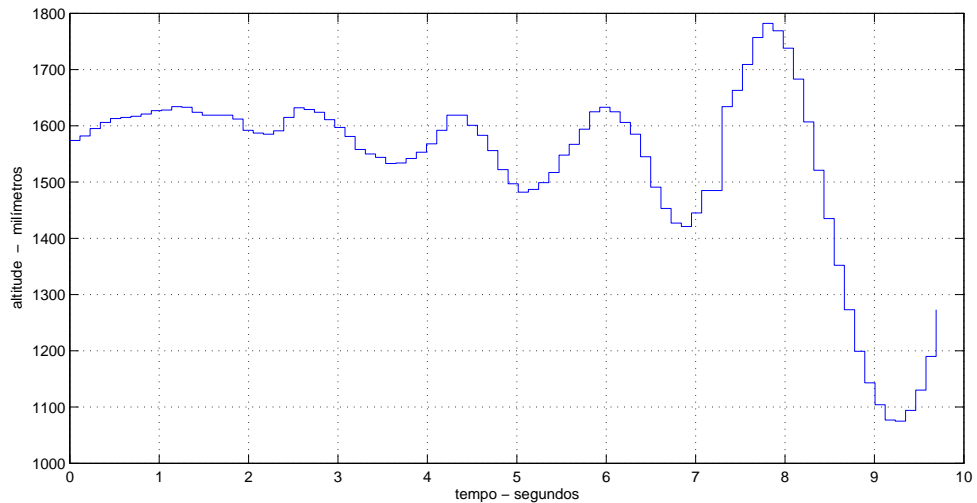


Figura 4.23: Dados obtidos em vôo experimental com o controlador PD implementado em microcontrolador embarcado calculado com $Z_{col} = 50$ e $Z_w = 0,5$.

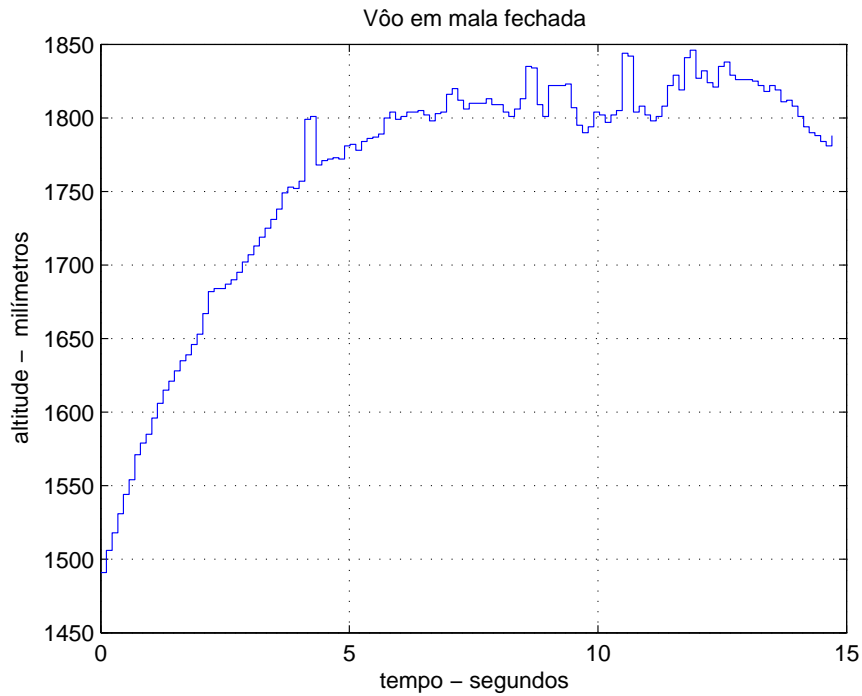


Figura 4.24: Vôo com a malha de controle fechada. O helicóptero é comandado a ir da altitude 1500 até 1830 mm e nesta permaneceu durante aproximadamente 10 s sem a interferência do piloto.

moderadamente.

Foi solicitado ao piloto que comandasse ao helicóptero entre os dois extremos de altitude determinados pela posição do manete do rádio controle (1000 a 1800 mm).

O gráfico da Fig. 4.24 apresenta a variação da altitude quando o piloto comandou a aeronave para ir da sua posição inicial em 1500 até a posição 1830 mm , ficando estabilizada nesta posição dentro de uma variação de ± 30 mm , no intervalo de tempo entre 6 e 12 s , sem a interferência do piloto no controle de altitude.

Capítulo 5

Descrição do Conjunto Eletrônico

5.1 Introdução

O Raptor-30 foi adquirido em conjunto com os equipamentos e acessórios usuais para este tipo de aeronave. Uma parte para uso em terra e outra de utilização embarcada.

O equipamento de terra é constituído de um rádio-transmissor, um conjunto de baterias recarregáveis para o rádio-transmissor, um iniciador de vela (*glow starter*), um motor de partida, bateria de partida, carregadores de bateria, bomba de combustível, além de outros acessórios.

O equipamento embarcado inclui um rádio-receptor, cinco servos, um giroscópio (*rate gyro*) e um conjunto de baterias recarregáveis para alimentar o conjunto.

Com a finalidade de se realizar as tarefas de identificação e controle da aeronave, foi desenvolvida uma eletrônica embarcada adicional, da qual passamos a apresentar uma descrição sumária.

5.2 Eletrônica de Terra

A eletrônica utilizada em terra se resume a um rádio-transmissor, Futaba modelo T8UHP, de oito canais, de aplicação específica em helicópteros aeromodelo, cujas funcionalidades foram utilizadas de maneira não-convencional para a realização do vôo em malha fechada.

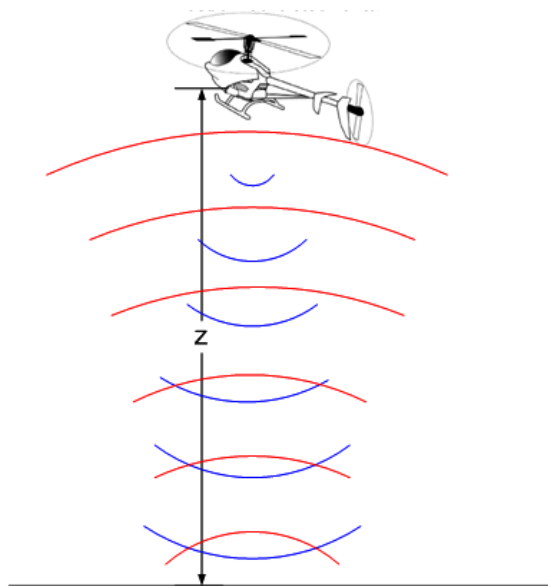


Figura 5.1: A altitude (z) é estimada com base no tempo que a onda ultra-sônica leva para percorrer o caminho de ida e volta entre a aeronave e o solo.

5.3 Eletrônica Embarcada

A eletrônica embarcada se constitui de:

- rádio-receptor de helicóptero aeromodelo,
- cinco servos de aeromodelo compatíveis com a aeronave,
- sonar-altímetro ultra-sônico,
- computador de bordo microprocessado,
- circuito comutador de malha aberta/fechada microprocessado,
- conjunto de baterias recarregáveis de 4,8V/1000mAh,
- bateria de 9V convencional.

O rádio-transmissor, o rádio-receptor, os servos e o conjunto de baterias recarregáveis de 4,8V são os tipos e modelos recomendados pelo fabricante do Raptor-30, e os demais itens adicionados foram especialmente projetados para este trabalho. Deste modo, será feita uma descrição mais detalhada destes últimos.

5.3.1 Sonar-Altímetro

A medida da altitude do Raptor-30 ao solo foi realizada por um sonar-altímetro que possui um transmissor e um receptor de ultra-som. A estimativa da altitude se baseia no tempo que a onda ultra-sônica leva para percorrer o caminho de ida e volta entre a aeronave e o solo (vide Fig. 5.1). O sonar-altímetro é dotado de dois transdutores ultra-sônicos, um transmissor (TX) e outro receptor (RX), ambos otimizados para trabalhar a 40KHz.

O transdutor TX, que converte pulsos elétricos em ondas mecânicas, emite um trem de 10 pulsos ultra-sônicos de $25\mu s$ de duração e 40 KHz de frequência. Esse trem de pulsos é repetido a uma taxa de 17,5 Hz, ou seja, a cada 57 ms. A onda ultra-sônica gerada pelo transdutor é dirigida ao solo, nele refletindo e retornando ao helicóptero. A onda refletida é captada pelo RX, que converte a onda ultra-sônica novamente em sinais elétricos. Após amplificado, filtrado e demodulado, o sinal captado é utilizado para se computar o tempo que a onda levou para percorrer o dobro da altitude do helicóptero.

O circuito eletrônico do sonar-altímetro foi obtido a partir da adaptação de uma trena eletrônica comercial. Somente a parte analógica da trena foi utilizada, desprezando-se toda a parte digital, ou seja, foram aproveitados: transdutores de transmissão e recepção; e amplificador, filtro e demodulador de sinal de recepção. A trena, originalmente, era capaz de realizar apenas uma medida a cada dois segundos, com uma resolução de 1 cm. Após algumas modificações na parte analógica e a sua integração com o computador de bordo, foi possível realizar até 17,5 medidas por segundo com resolução de 3 mm. O circuito utilizado da trena eletrônica aparece representado no diagrama esquemático do computador de bordo como um bloco denominado Sonar-Altímetro (vide Fig. 5.4).

5.3.2 Computador de Bordo

O computador de bordo é um conjunto de circuitos eletrônicos cujo componente central é um microcontrolador (microprocessador com diversos periféricos em um único chip, incluindo memória de programa, memória de dados, temporizadores, saídas seriais, circuito oscilador, etc.) de 8 bits.

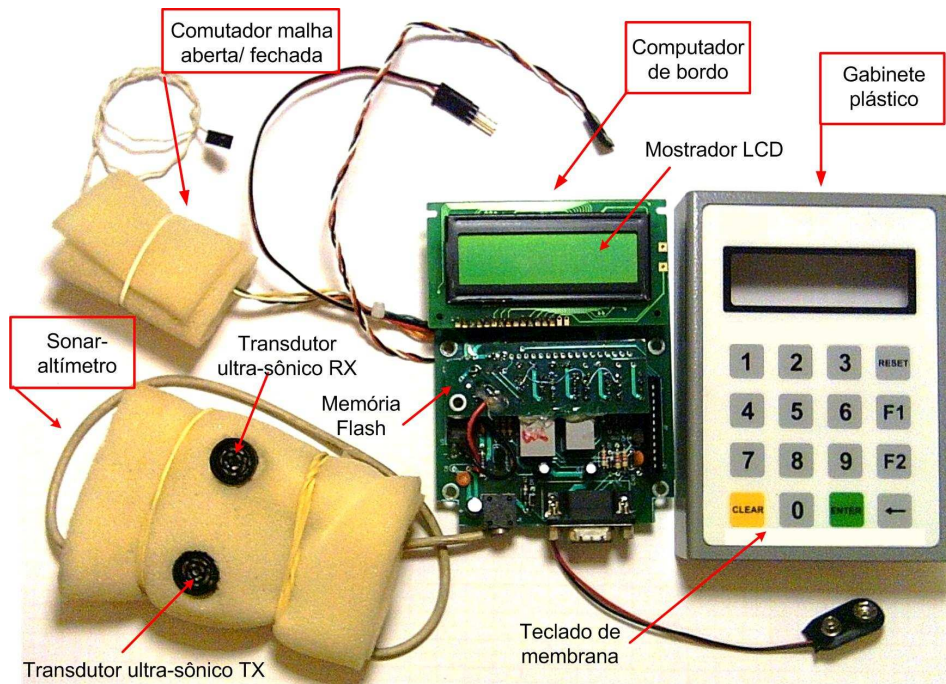


Figura 5.2: Eletrônica embarcada desmontada. O comutador de malha aberta/fechada e o sonar-altímetro encontram-se protegidos com manta de espuma de poliuretano, usada para absorver vibrações durante os vôos experimentais.

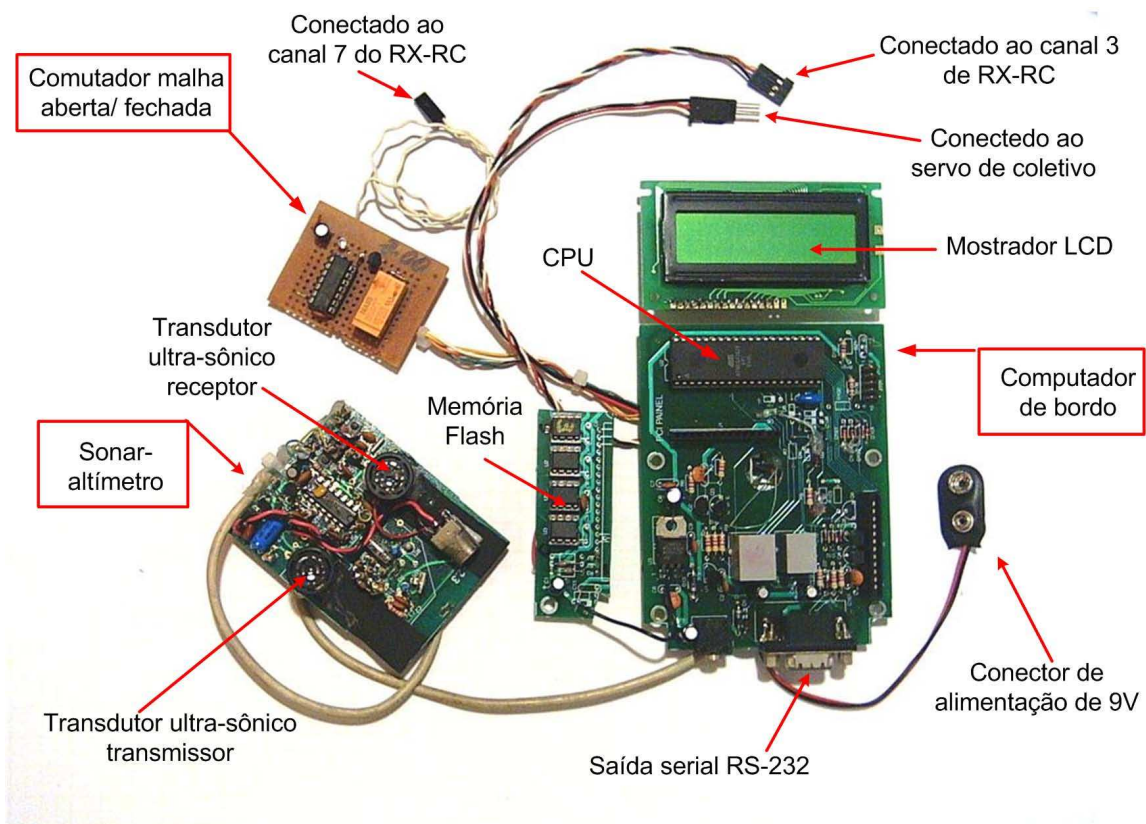


Figura 5.3: Eletrônica embarcada sem as espumas protetoras.

Escolha dos Componentes

O microcontrolador escolhido para a implementação do computador de bordo foi o ATmega162, da família AVR, fabricado pela Atmel, que possui as seguintes características principais (Atmel 2003):

- arquitetura RISC (Reduced Instruction Set Controller),
- palavra de dados: 8 bits,
- palavra de programa: 16 bits,
- velocidade máxima de processamento: 16 MIPS (Milhões de Instruções por Segundo),
- 16K bytes de memória de programa do tipo FLASH no chip,
- 512 bytes EEPROM (Memória Programável Somente de Leitura Apagável Eletricamente),
- 1024 bytes de memória SRAM (Memória Estática de Acesso Aleatório) interna,
- 2 temporizadores/contadores de 8 bits,
- 2 temporizadores/contadores de 16 bits,
- 2 saídas seriais do tipo USART (Receptor Transmissor Síncrono Assíncrono Universal),
- baixo consumo ($\approx 8\text{mA}$ - alimentado com 5V e com frequência de relógio de 4 MHz),
- alimentação de 2,7 a 5,5 V.

A escolha deste microcontrolador se deve, principalmente aos seguintes motivos:

- incorpora todas os recursos necessários às funções que o computador de bordo deve executar,
- dispõe de compilador C-ANSI de interface amigável (CVAVR - Code Vision AVR - versão 1.24.0), com diversas funções extras incorporadas, como por exemplo as de controle de mostrador LCD (mostrador de cristal líquido) e comunicação serial,

- experiência anterior com a família de microcontroladores AVR e com o compilador CAVR,
- baixo consumo.

Para a Interface Homem-Máquina (IHM) foi utilizado um mostrador do tipo LCD de duas linhas de 16 caracteres alfanuméricos cada, e um teclado matricial de membrana de 16 teclas. Esse conjunto permite ao operador introduzir dados; alterar configurações; selecionar trechos de memória a serem gravados, apagados ou descarregados para um PC pela serial, e ressetar o computador de bordo.

Descrição do Circuito

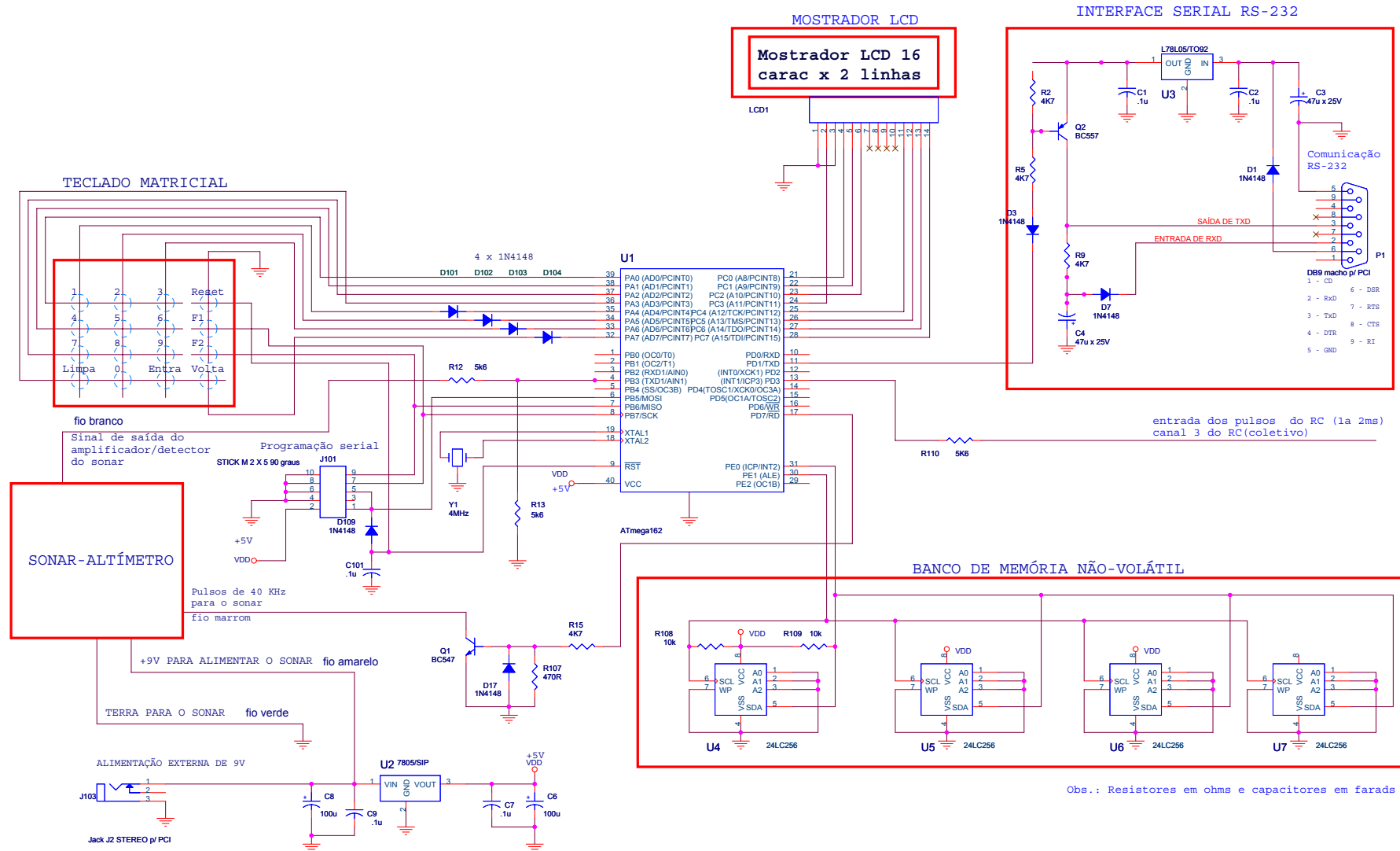
A porta A do microcontrolador ATmega162 (U1) está ligada a um teclado matricial de 16 teclas para a entrada de dados e comandos pelo operador (vide Fig. 5.4), a porta C está ligada a um mostrador LCD (LCD1) de 2 linhas de 16 caracteres cada, a porta E está ligada a um banco de memórias do tipo FLASH (não-voláteis) formado por 4 memórias seriais 24LC256, de 32Kx8 bits de capacidade cada (U4 a U7), com o qual se comunica através de um barramento I^2C . A interface entre o computador de bordo e um PC, para se possibilitar a descarga dos dados gravados durante os vôos experimentais, é constituída pelo transistor PNP BC557 (Q2), o CI regulador de tensão 78L05 (U3) e outros componentes que formam o bloco “INTERFACE SERIAL RS-232” no diagrama esquemático. O CI 7805 (U2) regula a tensão de alimentação de entrada, proveniente de uma bateria de 9V, para o valor de +5V que alimenta o microcontrolador, o mostrador LCD e o banco de memórias. O transistor NPN BC547 (Q1) compatibiliza o nível de tensão que sai de U1 (+5V) com o utilizado pelo circuito do sonar-altímetro (+9V).

Na Fig. 5.3 pode ser vista a montagem final do computador de bordo.

Descrição do Programa

O programa que é executado no microcontrolador foi escrito em linguagem C-ANSI, e compilado com o CodeVisionAVR versão 1.24.0 da HP InfoTech (www.hpinfotech.ro), que é um ambiente integrado de desenvolvimento (IDE) e compilador específicos para a família AVR da Atmel. As principais funções do programa do computador de bordo são:

Figura 5.4: Diagrama esquemático do Computador de Bordo e Sonar-Altímetro.



- exibir informações sobre o modo de operação do computador de bordo em mostrador do tipo LCD alfanumérico,
- receber comandos do operador através de teclado, antes do início e após o término os vôos experimentais,
- gerar pulsos de 40 KHz para o funcionamento do sonar-altímetro,
- ler os pulsos de retorno do sonar-altímetro e computar a altitude do helicóptero,
- ler os pulsos de comando coletivo oriundos dos receptor de rádio-controle (RX) e interpretar seu valor,
- armazenar os valores dos comandos de coletivo e das altitudes em memória não-volátil.
- computar o algoritmo de controle no modo malha fechada e gerar os pulsos de comando do servo de coletivo,
- descarregar os dados de vôo para computador do tipo PC através de saída serial RS-232 após os vôos experimentais,
- realizar outras funções de gerenciamento de memória de dados de vôo.

5.3.3 Circuito Comutador de Malha Aberta/Malha Fechada

Na Fig. 5.5 podemos ver o circuito comutador, que é baseado no microcontrolador PIC16F676 (U1) de 8 bits de fabricação da Microchip. O microcontrolador recebe os pulsos de saída do canal 7 do rádio-receptor Futaba. Esses pulsos têm sua largura variada por uma chave do tipo alavanca de três posições situada no console de controle remoto do helicóptero. As larguras do pulso são 2000, 1500 e 1000 μs para as posições 1, 2 e 3 da chave, respectivamente. A largura do pulso é medida, e se for maior do que 1750 μs (posição 3 da chave) é acionado um relé (LS1) que comuta a entrada de comando do servo de coletivo, que normalmente está conectada ao canal 3 do rádio-receptor, para conectá-la à saída do controlador PD implementado no computador de bordo, ocasionando a comutação do controle de altitude da aeronave de manual para autônomo.

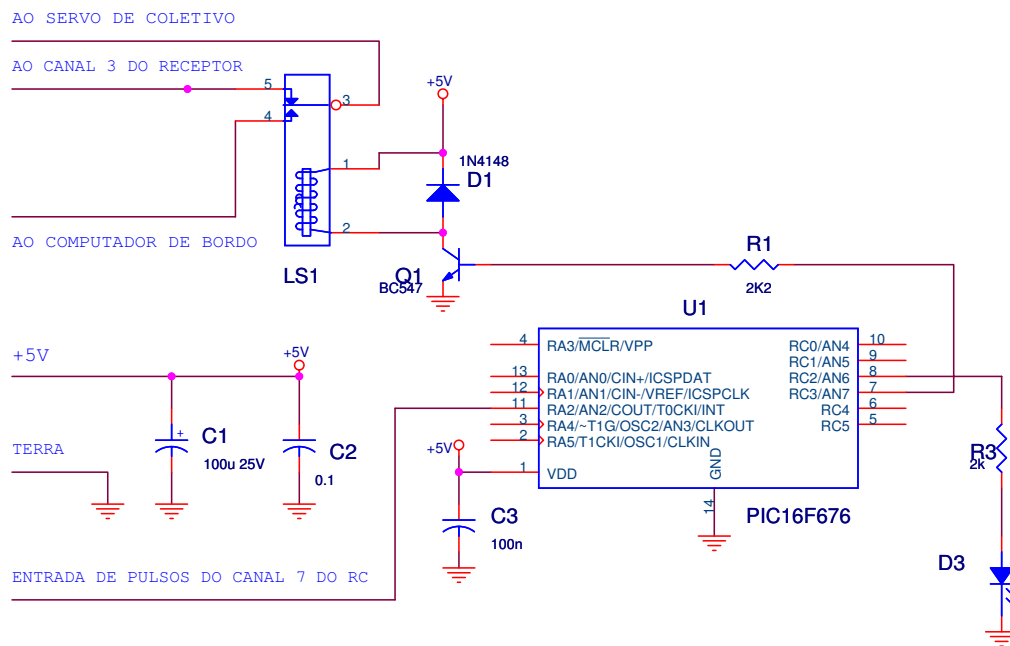


Figura 5.5: Diagrama esquemático do Comutador de Malha Aberta/Malha Fechada.

O programa do microcontrolador U1 foi escrito em linguagem C-ANSI e compilado na IDE PicantIDE, que inclui o compilador C2C, ambos produtos da Picant (www.picant.com).

A escolha do microcontrolador PIC16F676 teve motivações semelhantes às da escolha do ATmega162 para o computador de bordo.

Na Fig. 5.3 pode ser vista a montagem final do circuito do circuito comutador.

5.3.4 Montagem

O sonar-altímetro e o comutador de malha aberta/fechada foram protegidos com manta de espuma de poliuretano para protegê-los das vibrações, fuligem e intempéries durante os vôos experimentais. O computador de bordo fica acondicionado em gabinete de ABS, onde é colado o teclado de membrana, confeccionado em policarbonato, que também incorpora um visor para o mostrador LCD, vide Fig. 5.2.

Capítulo 6

Conclusões

6.1 Introdução

Os resultados obtidos na fase de identificação paramétrica da dinâmica vertical do helicóptero Raptor-30 foram utilizados em simulações e no projeto de um controlador de altitude. Os vôos experimentais foram plenamente satisfatórios, validando a dinâmica vertical do modelo desenvolvido neste trabalho.

Um ponto relevante deste trabalho foi a realização de cinco vôos experimentais, sendo dois em malha-fechada, sem nenhum acidente e sem danos à aeronave.

Passamos a descrever alguns aspectos do aprendizado obtido.

6.2 Modelagem

O método de modelagem escolhido, baseada na dinâmica do corpo rígido acoplada à dinâmica de batimento de primeira ordem do conjunto rotor principal/barra estabilizadora, como já demonstrado por Mettler (Mettler 2003) e, posteriormente, por Gavrillets et al (Gavrillets 2003), é suficiente para uma descrição precisa da dinâmica de atitude até mesmo em vôos acrobáticos, e para o projeto de sistemas de controle de banda larga de frequência, necessários aos vôos acrobáticos autônomos.

As equações aproximadas, assim obtidas, descrevem com boa fidelidade a dinâmica da aeronave, além de guardarem forte relação com os parâmetros-chaves qualitativos usualmente empregados para descrever e comparar helicópteros. Esta abordagem facilita muito a adaptação do modelo a uma outra aeronave.

Os resultados obtidos nos vôos experimentais de identificação e com malha-fechada validam a boa adequação do modelo no que diz respeito à dinâmica vertical.

6.3 Identificação

Inicialmente, temia-se que um modelo simples como o ARX em conjunto com o critério de otimização dos mínimos-quadrados não fosse suficiente para identificar a dinâmica vertical do helicóptero, principalmente devido à existência de ruídos de medida, fortes vibrações provocadas pelo conjunto motor/engrenagens/rotor e perturbações provocadas por rajadas de vento.

Durante a realização dos vôos experimentais, verificou-se, porém, que os ruídos de medida e as vibrações estavam muito acima da faixa de frequência de interesse na identificação da dinâmica vertical, o que facilitou seu reconhecimento e filtragem. Por outro lado, as perturbações devidas às rajadas de vento, caracterizadas pelas baixas frequências, têm conteúdo espectral próximo à faixa de interesse na identificação da dinâmica. Com uma adequada escolha da faixa de frequência de entrada, foi possível filtrar as perturbações sem perda de informação.

Os resultados obtidos na identificação de Z_{col} e Z_w com os métodos escolhidos foram satisfatórios e muito se aproximam dos valores teóricos.

6.4 Projeto do Controlador

Um dos principais desafios do projeto do controlador era garantir sua robustez contra a incerteza nos parâmetros Z_{col} e Z_w , a presença de ruídos de medida, além das perturbações impostas principalmente pelo vento. O controlador escolhido foi o PD, e suas características como: robustez; comportamento na presença de ruído de medida; e resposta a uma entrada em degrau; foram verificadas por meio de uma série de simulações em ambiente Matlab/Simulink, para variações independentes de Z_{col} e Z_w na faixa de $\pm 20\%$, e os resultados obtidos foram satisfatórios. Verificou-se, também, qual seria o limite de variação paramétrica suportada pelo sistema em malha fechada, e chegou-se a resultados que indicam que o sistema se manteria estável até uma faixa limite de $\pm 75\%$, o que conferia uma boa margem para erros na realização do primeiro vôo em malha-fechada.

Devido a problemas no primeiro vôo de identificação, relacionados às não-linearidades ocorridas nas medidas de altitude, o primeiro controlador foi projetado baseado em uma planta com valores subestimados de Z_{col} e Z_w , resultando em valores de ganho muito superiores aos corretos. Adicionalmente, um erro de fator de escala no algo-

ritmo multiplicou por dois esses ganhos, provocando a instabilidade do helicóptero no primeiro vôo em malha-fechada, que felizmente não chegou a provocar danos à aeronave, devido à habilidade do piloto e ao sistema de comutação remota que permitia abrir a malha e devolver o controle da dinâmica vertical ao piloto.

Corrigidos os erros de identificação e reprojeto do controlador, um segundo vôo em malha-fechada foi realizado, e o helicóptero se comportou da maneira esperada, mantendo-se estável e obedecendo aos comandos de pairar nas altitudes desejadas, comandadas pelo piloto, e nelas permanecendo mesmo sob a ação de rajadas de vento moderadas, que ocorriam durante a realização dos testes.

6.5 Observações

A realização de vôos experimentais com aeronaves, e especialmente com helicópteros, envolve muitos riscos, tanto às pessoas como aos equipamentos. Tais experimentos só devem ser realizados com o acompanhamento de pessoal experiente com tais aeronaves. Pudemos contar com um excelente instrutor de helicópteros aeromodelo neste trabalho, o que certamente nos poupou muitos problemas.

Para a realização de tais vôos experimentais autônomos devemos nos cercar de algumas precauções. É desejável que o computador de bordo permita, no local dos experimentos, algumas alterações e correções em seus programas e algoritmos, pois são comuns erros de inversão de sinal de controle ou de parâmetros de um controlador, entre outros.

Uma precaução utilizada nos vôos experimentais do Raptor-30, que evitou a perda da aeronave, foi a utilização de um circuito microprocessado para a comutação de pilotagem manual para automática completamente independente do computador de bordo, cuja finalidade é resgatar para o piloto o controle da aeronave em caso erro de algoritmo ou defeito no computador de bordo.

Em VANT's, caso haja recursos de carga útil e equipamentos, é conveniente haver redundância de meios. Uma redundância importante é o computador de bordo, de modo que se um falhar o outro pode assumir o controle da aeronave.

6.6 Pontos a Desenvolver

A utilização dos ângulos de Euler nas equações cinemáticas impedem a sua utilização em vôos acrobáticos, com manobras do tipo *loopping*, por exemplo, uma vez que esta descrição possui singularidades. Este problema pode ser solucionado pela substituição dos ângulos de Euler pelos *quaternions*, que possuem representação global para as transformações de sistemas de coordenadas.

A falta de um sistema de aviônica adequado, incluindo um receptor de DGPS e uma IMU (*Inertial Measurement Unit*), impossibilitou uma identificação mais completa do modelo desenvolvido.

O desenvolvimento de um sistema de aviônica mais complexo demandará, também, um sistema de comunicação, como por exemplo uma rede sem fio, capaz de realizar em tempo-real a aquisição de dados de vôo, alteração de parâmetros do controlador e a redefinição de trajetórias, para efeitos de identificação e testes de desempenho do controlador.

Bibliografia

- Ahmad, S. S., Bhattacharyya, S. P. & Keel, L. H. (1995), *Toolbox Robust Parametric Control*, Mathworks.
- Åström, K. J. & Wittenmark, B. (1997), *Computer Controlled Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Atmel (2003), *Folha de Dados do ATmega162/ATmega162V*, Atmel Corporation.
- Banks, C. (1999), Helicopter Dynamic Stability, Technical report, The Pennsylvania State University.
- Bhattacharyya, S. P., Chapellat, H. & Keel, L. H. (1995), *Robust Control, The Parametric Approach*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Bramwell, A. R. S. (2001), *Bramwell's Helicopter Dynamics*, AIAA, Reston VA.
- Chen, R. (1980), Effects of Primary Rotors Parameters on Flapping Dynamics, Technical Report TP-1431, NASA.
- Gavrilets, V. (2003), Autonomous Aerobatic Maneuvering of Miniature Helicopters, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics.
- Gavrilets, V., Frazzoli, E., Mettler, B., Piedmonte, M. & Feron, E. (2001), 'Aggressive maneuvering of small autonomous helicopters: A human-centered approach', *International Journal of Robotics Research* **1**(1), 795–807.
- Gavrilets, V., Mettler, B. & Feron, E. (2001), 'Nonlinear model for a small-size acrobatic helicopter', *American Institute of Aeronautics and Astronautics* (4333).
- Glessow, A. & Myers, G. C. (1952), *Aerodynamics of the Helicopter*, College Park Press.

- Gomes, V. A. (2002), *Mecânica de vôo*, Technical report, <http://www.aerotecnologia.com.br>.
- Haintz, P., Mierau, M., Tsai, J., Georgiou, T. & Tcaciuc, D. (2003), *Helicopter flight automation*, Technical report, School Of Engineering Science Simon Fraser University.
- Harris, F. D. (1972), ‘Articulated rotor blade flapping motion at low advance ratio’, *J. Amer. Helicopter Soc. January* .
- Heffley, R. & Mních, M. (1987), ‘Minimum-complexity helicopter simulation mathematical model’, *NASA* (Technical Report number 87-A-7).
- Johnson, W. (1980), *Helicopter Theory*, Dover Publications, Inc., New York.
- Keys, C. N. (1984), *Rotary-Wing Aerodynamics Volume 2*, Dover Publications, Inc., New York.
- Ljung, L. (1999), *System Identification: Theory for the User*, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.
- Mettler, B. (2003), *Identification Modeling and Characteristics of Miniature Rotorcraft*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.
- MIL-STD-1797A (1990), ‘Flying qualities of piloted aircraft’, MIL-STD-1797A.
- Mill, C. (1996), *Practical theories*, Technical report, <http://www.w3mh.co.uk/>.
- Munzinger, C. (1998), ‘Development of a real-time flight simulator for an experimental model helicopter’, Georgiatech. Diploma Thesis.
- Padfield, G. (1996), *Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*, AIAA Education Series, Reston, VA.
- Saripalli, S. & Roberts, J. M. (2003), *A tale of two helicopters*, Technical report, Robotics Research Lab, USC, Los Angeles, USA; CSIRO Manufacturing and Infrastructure Technology, Australia and University of Queensland, Australia.
- Stepniewski, W. Z. (1984), *Rotary-Wing Aerodynamics Volume 1*, Dover Publications, Inc., New York.
- Thu (1999), *Raptor 30 class helicopter, Manual of Assembly and Maintenance*.

Young, C. (1978), A Note on the Velocity Induced by a Helicopter Rotor in the Vortex Ring State, Technical Report RAE Rech Report 78125, RAE.