
**Análise da Resposta de Linhas de Transmissão em Coordenadas de Fase
Usando Funções Racionais**

Thiago de Faria Rocha Dourado Martins

Tese submetida ao corpo docente da COPPE/UFRJ
para a obtenção do grau de Mestre em Ciências em
Engenharia Elétrica

ANÁLISE DA RESPOSTA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO EM
COORDENADAS DE FASE USANDO FUNÇÕES RACIONAIS

Thiago de Faria Rocha Dourado Martins

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Aprovada por:

Prof. Sandoval Carneiro Jr., Ph.D.

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D. Sc.

Dr. Alécio Barreto Fernandes, D.Sc.

Dr. Sérgio Gomes Jr., D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2005

MARTINS, THIAGO DE FARIA ROCHA DOURADO

Análise da Resposta de Linhas de Transmissão em Coordenadas de Fase Usando Funções Racionais [Rio de Janeiro] 2005

XI, 92 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Modelagem de Linhas de Transmissão

2. Transitórios Eletromagnéticos

I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

Dedico este trabalho a meus pais,
Claudio e Selma, a minha irmã,
Karina, e a meus tios Sérgio e An-
dreia.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado forças para seguir em frente nos momentos em que mais precisei.

A CAPES, pelo suporte financeiro.

Ao Prof. Sandoval Carneiro Jr., orientador e amigo, que acompanha meu trabalho desde os tempos de graduação.

Ao Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, por sua dedicação na orientação desta tese e, principalmente, por sua amizade, que é muito valiosa para mim.

Aos Profs. Glauco Nery Taranto e Alexandre Pinto Alves da Silva, que trabalharam duro para poder oferecer uma infra-estrutura melhor aos usuários do Laboratório de Sistemas de Potência (LASPOT), onde a maior parte deste trabalho foi desenvolvida.

Ao pessoal do Laboratório de Corona e Descargas Parciais, dentre eles o Prof. Alquíndar Pedroso e a secretária Márcia, por me acolherem durante as obras do LASPOT.

A minha família, pela confiança e apoio desde o início de minha jornada acadêmica.

Aos meus tios Sérgio e Andréia, por se preocuparem de verdade comigo mesmo estando tão longe.

Aos amigos de laboratório: Alfonso, Enrique, Gisella, Juan, Hélio, Márcia, Otto, Rover, Suzana, Vitor, Waltencir e Zulmar, com os quais sei que sempre poderei contar.

Às pessoas que pude conhecer ao longo deste trabalho e que, ao seu jeito, me trouxeram muita inspiração e me ajudaram a ser uma pessoa melhor.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DA RESPOSTA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO EM COORDENADAS DE FASE USANDO FUNÇÕES RACIONAIS

Thiago de Faria Rocha Dourado Martins

Maio/2005

Orientadores: Sandoval Carneiro Jr.

Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

Tradicionalmente, a modelagem de linhas de transmissão em simuladores do tipo EMTP (*Electromagnetic Transients Program*) é baseada na teoria de ondas viajantes, onde a linha é representada por duas funções matriciais: a admitância característica e o fator de propagação. Os modelos de linha mais recentes vem sendo implementados diretamente no domínio de fases, o que evita imprecisões observadas em algumas aplicações da análise modal. A maioria dos programas de cálculo de transitórios eletromagnéticos usa expressões aproximadas na avaliação da impedância série de linhas de transmissão, introduzindo erros no espectro da admitância característica e do fator de propagação. Neste trabalho, analisa-se a influência de algumas destas aproximações na síntese destes parâmetros no domínio de fases, bem como em seu comportamento no domínio do tempo. Os resultados indicam que o impacto no domínio do tempo das aproximações é muito pequeno em todos os casos considerados.

Uma característica dos modelos de linha de transmissão, baseados em ondas viajantes, é o alto custo computacional associado ao tratamento de convoluções no domínio do tempo, sendo ainda maior para coordenadas de fase. Dependendo da finalidade da simulação, isto pode-se tornar um problema. Este trabalho investiga algumas modelagens alternativas para simulações envolvendo linhas de transmissão. São analisadas formulações analíticas para a linha e para o sistema. Verifica-se que a aplicação do modelo alternativo da linha é interessante em estudos envolvendo até algumas centenas de kHz, e que o sucesso da representação direta do sistema depende de sua configuração, sendo recomendada apenas para redes mais simples.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ANALYSIS OF TRANSMISSION LINES RESPONSE IN THE PHASE DOMAIN USING RATIONAL FUNCTIONS

Thiago de Faria Rocha Dourado Martins

May/2005

Advisors: Sandoval Carneiro Jr.

Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

Traditionally the modeling of transmission lines in EMTP type simulators (*Electromagnetic Transients Program*) are based on the travelling waves theory. The line is represented by two matrix functions: the characteristic admittance and the propagation factor. The most recently line models have been directly implemented in the phase domain, thus avoiding imprecisions observed in some applications of modal analysis. Several electromagnetic transients programs use approximated expressions on the evaluation of the series impedance of the line, therefore introducing errors in the spectrum of the characteristic admittance and the propagation factor. In this work, the influence of some of these approximations of the series impedance on the fitting of these parameters are analyzed as well as on its time domain behavior. The results indicate that the impact on the time domain is too small for all the cases considered.

A characteristic of transmission line models based on travelling waves is the heavy computational burden demanded due to the evaluation of convolutions in the time domain. The effort is even higher when considering phase coordinates. Depending on the goal of the simulation, it can be a problem. This work analyzes different proposals for simulations involving transmission lines. The analytical representation of the line and the system are both considered. It is verified the application of the alternative model of the line is interesting only for studies involving frequencies up to some kHz, and the success of the direct representation of the system depends on its configuration, being recommended just in case of reduced networks.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Considerações Iniciais	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Motivação	4
1.4	Estrutura do Trabalho	6
2	Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão	7
2.1	Introdução	7
2.2	Impedância Série	8
2.2.1	Impedância Interna	8
2.2.2	Impedância Externa	10
2.3	Admitância em Derivação	13
3	Influência das Aproximações da Impedância Série nos Parâmetros de Propagação em Modelos de Linhas de Transmissão no Domínio de Fases	15
3.1	Introdução	15
3.2	Modelos de Linha Baseado em Ondas Viajantes no Domínio de Fases	17
3.2.1	Modelagem no Domínio da Frequência	17
3.2.2	Implementação no Domínio do Tempo	19
3.2.3	Revisão Histórica dos Modelos	20
3.3	Análise das Aproximações da Impedância Série	23
3.3.1	Aspectos Gerais	23

3.3.2	Impacto na Realização dos Parâmetros de Propagação	24
3.3.3	Impacto na Resposta Temporal dos Parâmetros de Propagação	32
3.3.4	Discussão dos Resultados	40
4	Análise de Modelos Alternativos em Coordenadas de Fase para Simulações Envolvendo Linhas de Transmissão	49
4.1	Introdução	49
4.2	Modelo Baseado na Admitância Nodal da Linha	51
4.2.1	Modelagem no Domínio da Frequência	51
4.2.2	Implementação no Domínio do Tempo	52
4.3	Modelo Baseado na Impedância de Barra da Rede	53
4.3.1	Modelagem no Domínio da Frequência	53
4.3.2	Resposta no Domínio do Tempo	54
4.4	Modelo Baseado nas Tensões da Rede	54
4.5	Análise dos Modelos	55
4.5.1	Aspectos Gerais	55
4.5.2	Resposta ao Degrau Unitário	56
5	Conclusão	73
5.1	Conclusões Gerais	73
5.2	Trabalhos Futuros	75
A	Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Linhas de Transmissão	76
B	Ajuste de Funções Racionais	79
B.1	Vector Fitting	79
B.2	Matrix Fitting	83
C	Passividade na Síntese Matricial	84
C.1	Introdução	84
C.2	Método Simplístico	85
D	Transformada Numérica de Laplace	86
	Referências Bibliográficas	88

LISTA DE FIGURAS

2.1	Erro da Aproximação de Wedepohl e Wilcox	9
2.2	Método das Imagens	10
2.3	Descontinuidade da Expansão em Série da Integral de Carson	11
2.4	Método de Deri et al.	12
3.1	Rede Equivalente da Linha	18
3.2	Circuito Equivalente para uma Linha Monofásica	19
3.3	Implementação do Bloco	19
3.4	Circuito Duplo Horizontal	24
3.5	Elemento $\mathbf{Y}_c(1, 1)$ via Bessel-Carson	25
3.6	Elemento $\mathbf{Y}_c(1, 2)$ via Bessel-Carson	26
3.7	Desvio de Norma Relativo da Admitância Característica	27
3.8	Elemento $\mathbf{A}(1, 1)$ via Bessel-Carson	28
3.9	Elemento $\mathbf{A}(1, 2)$ via Bessel-Carson	29
3.10	Desvio de Norma Relativo do Fator de Propagação	30
3.11	Desvio de Norma Relativo de \mathbf{Y}_{cfit}	31
3.12	Desvio de Norma Relativo de \mathbf{A}_{fit}	32
3.13	Circuito Utilizado nos Ensaio	33
3.14	Energização da Linha	34
3.15	Curto-Circuito da Linha	35
3.16	Resposta Temporal de Elementos da Admitância Característica ao Degrau Unitário	37
3.17	Resposta Temporal de Elementos do Fator de Propagação ao Degrau Unitário	38

3.18	Energização da Linha	39
3.19	Curto-Circuito da Linha	40
3.20	Desvio de Norma de \mathbf{Y}_c para $\rho = 1000 \Omega.m$	43
3.21	Desvio de Norma de \mathbf{A} para $\rho = 1000 \Omega.m$	44
3.22	Energização da Linha para $\rho = 1000 \Omega.m$	45
3.23	Curto-Circuito da Linha para $\rho = 1000 \Omega.m$	46
3.24	Resposta Temporal de Elementos da Admitância Característica ao Degrau Unitário para $\rho = 1000 \Omega.m$	47
3.25	Resposta Temporal de Elementos do Fator de Propagação ao Degrau Unitário para $\rho = 1000 \Omega.m$	48
4.1	Circuito Utilizado nos Ensaios	55
4.2	Ensaio de Circuito Aberto	57
4.3	Ensaio de Curto-Circuito	58
4.4	Desvio de Norma de \mathbf{Y}_n	59
4.5	Elemento $\mathbf{Y}_n(4, 1)$	59
4.6	Ensaio de Circuito Aberto no Domínio da Freqüência	60
4.7	Ensaio de Curto-Circuito no Domínio da Freqüência	61
4.8	Desvio de Norma de \mathbf{Y}_n para 80 pólos	62
4.9	Desvio de Norma de \mathbf{Y}_n para 80 pólos via Vector Fitting	62
4.10	Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow t < 0.001s$	63
4.11	Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow 0.001 s < t < 0.005 s$	64
4.12	Ensaio de Curto-Circuito	65
4.13	Elemento $\mathbf{Z}_{barras}(3, 1)$ para o Ensaio de Curto-Circuito	66
4.14	Elemento $\mathbf{Z}_{barras}(4, 1)$ para o Ensaio de Curto-Circuito	67
4.15	Elemento $\mathbf{Z}_{barras}(4, 1)$ para o Ensaio de Circuito Aberto	68
4.16	Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow t < 0.001s$	69
4.17	Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow 0.001 s < t < 0.005 s$	70
4.18	Ensaio de Curto-Circuito	71
4.19	Ajuste da Tensão no Terminal 4	72
A.1	Linha de Transmissão Monofásica	76
A.2	Linha de Transmissão Polifásica	78

LISTA DE TABELAS

3.1	Métodos de Cálculo de \mathbf{Z}	23
3.2	Pólos de \mathbf{Y}_{cfit} via B-C and B-N	31
3.3	Desvio de Norma das Amostras da Admitância Característica Obtidas pelas Aproximações para Diversos Valores de Resistividade do Solo	42
3.4	Desvio de Norma das Amostras do Fator de Propagação Obtidas pelas Aproximações para Diversos Valores de Resistividade do Solo	42
3.5	Desvio de Norma das Expressões Analíticas Aproximadas da Admitância Característica para Diversos Valores de Resistividade do Solo	42
3.6	Desvio de Norma das Expressões Analíticas Aproximadas do Fator de Propagação para Diversos Valores de Resistividade do Solo	43
4.1	Nomenclatura dos Modelos	55

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Simulações de transitórios eletromagnéticos são fundamentais para o planejamento e operação de redes elétricas. No caso de estudos de planejamento, a avaliação de fenômenos rápidos é determinante para o dimensionamento adequado dos equipamentos, que são sujeitos a surtos de tensão de origens diversas. No âmbito da operação, a análise de transitórios eletromagnéticos é decisiva tanto para a investigação de uma série de problemas na rede quanto para a realização de estudos pré-operativos.

A confiabilidade dos estudos é fortemente dependente da modelagem dos elementos do sistema em programas de simulação. Neste contexto, destacam-se as linhas de transmissão, pela vasta variedade de modelos encontrados na literatura técnica. O grande desafio na modelagem de linhas é a representação da variação de seus parâmetros com a frequência, devido ao efeito pelicular nos condutores e à impedância de retorno pelo solo.

Em simuladores do tipo FDTP (*Frequency Domain Transients Program*), este fenômeno é representado de forma exata. Não há necessidade de ajuste de funções, já que o sistema é avaliado discretamente no domínio da frequência. A resposta temporal da rede é obtida através de transformadas numéricas. Os primeiros simuladores utilizavam a Transformada Numérica de Fourier (WEDEPOHL, MOHAMED, 1969),

que retornava, para uma saída $V(j\omega)$:

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \approx \sum_{k=1}^n \frac{1}{2\pi} V(2\pi f_k) \exp(j2\pi f_k t) \quad (1.1)$$

onde k é o número de pontos de frequência considerados para o cálculo. A avaliação da eq.(1.1) era computacionalmente muito pesada, demandando um grande número de elementos para obter a convergência da série. AMETANI (1973) propôs a tratamento de $V(j\omega)$ através da FFT (*Fast Fourier Transform*), considerando-se apenas frequências complexas, i.e., $s = \sigma + j\omega$. A amostragem da linha em s possibilita que sua resposta seja suave no domínio da frequência. Entretanto, a utilização da FFT implica numa limitação do tempo máximo de observação dos transitórios.

Em contrapartida ao desenvolvimento de programas no domínio da frequência há a modelagem de sistemas diretamente no domínio do tempo. Este tipo de abordagem é, atualmente, mais comum tanto na literatura técnica como nas empresas do setor elétrico, visto a grande disseminação de programas do tipo EMTP (*Electromagnetic Transients Program*) (DOMMEL, 1969). Nestes simuladores, os modelos de linha de transmissão mais tradicionais são fundamentados na teoria de ondas viajantes, que é baseada nos parâmetros de propagação, i.e., a admitância (ou impedância) característica e o fator de propagação, o que leva a linha a ser representada por duas fontes de corrente históricas em paralelo com a admitância característica.

Os parâmetros de propagação são variantes com a frequência e, na prática, só podem ser calculados de forma discreta neste domínio. Antigamente, a resposta temporal da linha era obtida através de convoluções numéricas envolvendo amostras temporais da admitância característica e do fator de propagação, que eram obtidas através da Transformada Numérica de Fourier. SEMLYEN, DABULEANU (1975) mostraram que uma formulação muito mais eficiente é alcançada quando estas grandezas são sintetizadas por funções racionais, permitindo uma análise recursiva das convoluções. Desta forma, um ponto crítico na modelagem de linhas em simuladores do tipo EMTP é a síntese da admitância característica e do fator de propagação, podendo ser efetuada tanto no domínio modal quanto no domínio de fases.

A representação de uma linha de transmissão através de seus autovalores (WEDEPOHL, 1963) traz a vantagem de que um sistema acoplado com n condutores pode ser avaliado por n linhas monofásicas independentes. Em termos computacionais, o esforço é atenuado, visto que um número menor de convoluções é envolvido. Além disso, o domínio modal possibilita, dependendo da técnica de

ajuste empregada, uma síntese do fator de propagação por funções racionais de baixa ordem, já que os tempos de atraso associados aos modos da linha podem ser removidos individualmente, tornando as funções envolvidas no domínio da frequência mais suaves e de fase mínima (FERNANDES, 1996). Quanto menor é a ordem da aproximação, mais rápidas ficam as simulações no domínio do tempo. Contudo, para a implementação eficiente destes modelos em programas do tipo EMTP é necessário que a matriz de transformação seja considerada real e constante (MARTI, 1982). Tal hipótese não é válida em configurações de linhas assimétricas, como é o caso de circuitos duplos, circuitos em torres adjacentes próximas e sistemas de cabos subterrâneos. Para a representação destes sistemas, seria necessária a síntese da matriz de transformação, que tende a ser instável para linhas aéreas (GUSTAVSEN, SEMLYEN, 1998c). A implementação diretamente em coordenadas de fase passa a ser, então, mais atraente e propícia.

A modelagem de linhas de transmissão no domínio das fases tem sido objeto de diversos estudos, como pode ser atestado pela quantidade e qualidade de diversos trabalhos apresentados na literatura na década de 1990 (CASTELLANOS, MARTI, 1995; CASTELLANOS, MARTI, 1997; NODA *et al.*, 1996; GUSTAVSEN *et al.*, 1995; GUSTAVSEN, SEMLYEN, 1998c; GUSTAVSEN, SEMLYEN, 1998b; MORCHED *et al.*, 1999). O grande desafio ao se trabalhar no domínio das fases é o ajuste do fator de propagação, pois seus elementos contém contribuições modais com tempos de atraso diferentes. Desta forma, extraindo-se apenas um tempo de atraso da matriz, ela continua apresentando oscilações devido às partes não-compensadas, o que inviabiliza um ajuste por funções racionais de baixa ordem. O modelo de linha apresentado por MORCHED *et al.* (1999) pode ser considerado um padrão, ou como colocou o Prof. Semlyen na discussão do referido artigo: “*It could be used as a blueprint for practical EMTP implementation.*” No modelo ULM (*Universal Line Model*), todas as contribuições modais são consideradas no ajuste dos parâmetros de propagação no domínio de fases. Apesar de representarem o caso mais geral, as simulações de linhas de transmissão neste domínio são mais lentas que as realizadas no domínio modal.

1.2 Objetivos

Esta tese tem dois objetivos. Na seqüência, é apresentada uma breve descrição do trabalho proposto.

Inicialmente, analisa-se a influência de aproximações no cálculo da impedância série de linhas de transmissão nas sínteses, no domínio de fases, da admitância característica e do fator de propagação, que compõem a base da modelagem de linhas mais aceita em simuladores do tipo EMTP. O impacto no domínio do tempo também é avaliado. As aproximações simplificam a representação do efeito pelicular nos condutores (e no solo). São consideradas as técnicas mais comuns encontradas na literatura técnica. Para a modelagem do efeito pelicular nos condutores são avaliadas as formulações de Bessel (SCHELKUNOFF, 1934), e de WEDEPOHL, WILCOX (1973), para a representação da impedância do solo analisa-se as expressões de Carson (DOMMEL, 1996), DERI *et al.* (1981) e NODA (1996).

O segundo objetivo da tese é avaliar alguns modelos alternativos, no domínio de fases, para a simulação de transitórios eletromagnéticos envolvendo linhas de transmissão. No caso de simulações no domínio do tempo, a linha é modelada a partir de sua matriz de admitância nodal, o que leva a representá-la por uma fonte de corrente em paralelo com uma admitância (GUSTAVSEN, 2002), no chamado modelo “caixa-preta”. A implementação do modelo é efetuada através de uma rede equivalente, onde os elementos do circuito são obtidos a partir da síntese da admitância nodal. No caso de simulações no domínio da frequência, dois outros modelos “caixa-preta” são propostos, agora para a representação direta do sistema, sendo um baseado em sua matriz de impedância de barra e outro, no vetor de tensões terminais. A resposta temporal da rede é alcançada através da Transformada Inversa de Laplace na expressão analítica da saída, obtida a partir de um ajuste de funções racionais. Em todos os modelos avaliados, a síntese de parâmetros é efetuada vetorialmente.

1.3 Motivação

Os modelos de linha de transmissão baseados na admitância característica e no fator de propagação são fortemente dependentes do processo de síntese por funções racionais destes parâmetros. Muito se discute a respeito de metodologias a serem utilizadas no ajuste, buscando-se sempre aproximações de baixa ordem sem perder a precisão, o que justifica a grande variedade de modelos de linha em simuladores no tipo EMTP. Porém, acaba-se esquecendo que a admitância característica e o fator de propagação são calculados a partir, dentre outras grandezas, da impedância série, que na maioria dos programas é avaliada de forma aproximada. Até o momento, o

erro introduzido por estas aproximações na expressão analítica dos parâmetros de propagação ainda não foi quantificado, tampouco se sabe sobre o seu impacto no domínio do tempo. Neste trabalho, a abordagem é feita no domínio de fases por representar o caso mais geral.

Muitas pesquisas vem sendo realizadas nos âmbitos da simulação em tempo real, e da equivalência de redes e de linhas não-uniformes (FARIA, 2004). Estes campos são especialmente importantes para a elaboração de estudos mais complexos pois permitem, de forma simples, a análise do sistema frente a uma seqüência de múltiplas contingências. O grande desafio da programação em tempo real está na implementação de modelos matemáticos, no domínio de fases, que permitam uma resposta rápida da rede.

Em simuladores do tipo EMTP, as convoluções inerentes à avaliação do modelo tradicional de linhas de transmissão representam um esforço computacional elevado, o que dificulta sua aplicação em simulações em tempo real. Atualmente, os programas comerciais para este fim demandam a utilização de configurações híbridas baseadas em DSP's (*Digital Signal Procedure*) para a representação dos circuitos equivalentes e das convoluções associadas a estes. Uma alternativa para a modelagem consiste no uso de parâmetros concentrados representando a variação da impedância série da linha de transmissão com a frequência (PORTELA, TAVARES, 2002; CASTELLANOS, MARTI, 1997). Técnicas como a latência podem ser utilizadas para a implementação deste modelo em tempo real. Uma outra abordagem consiste em representar a linha por uma “*companion network*” (fonte de corrente em paralelo com uma admitância), que também demanda uma síntese por funções racionais. Neste caso, o comportamento da linha é descrito por sua matriz de admitância nodal, cuja implementação no domínio do tempo é feita por um circuito equivalente obtido a partir da síntese desta função. No modelo em questão, já estão embutidas as convoluções associadas ao fator de propagação e a admitância característica, o que torna a resposta da rede mais rápida.

Em programas do tipo FDTP, a obtenção da resposta temporal do sistema a partir da aplicação de transformadas numéricas sobre amostras da saída no domínio da frequência é um tanto custosa do ponto de vista computacional, pois demanda a avaliação da rede em um número de frequências muito elevado. As simulações ficam bem lentas, descartando, assim, a adoção do procedimento em simuladores em tempo real. Nos modelos do sistema baseados na matriz de impedância de barra e nas tensões terminais, a resposta analítica da saída é obtida via ajuste de funções

racionais, o que torna as simulações mais rápidas, já que a síntese da resposta discreta permite uma resposta analítica da transformada inversa no domínio do tempo.

1.4 Estrutura do Trabalho

A tese está dividida em cinco capítulos, incluindo este capítulo introdutório. A seguir apresenta-se uma descrição dos demais capítulos.

O capítulo 2 trata da parametrização de linhas de transmissão. São descritos os procedimentos para o cálculo tanto da impedância série quanto da admitância em derivação. Diversas técnicas para a avaliação dos parâmetros longitudinais são apresentadas.

O capítulo 3 aborda a influência das aproximações da impedância série na admitância característica e no fator de propagação em modelos de linhas de transmissão, no domínio de fases. Inicialmente é apresentado o equacionamento da linha no domínio da frequência, bem como sua implementação no domínio do tempo. Uma breve revisão histórica dos modelos de fase fecha a primeira parte do capítulo. Na segunda parte, promove-se um estudo do impacto de algumas aproximações da impedância série nos parâmetros de propagação. A abordagem é feita não só sobre os parâmetros calculados mas também sobre sua síntese. O impacto é analisado tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo.

No capítulo 4 são avaliados os modelos de rede propostos neste trabalho. Inicialmente, é feita uma descrição de cada modelo, apresentando-se a modelagem no domínio da frequência e a obtenção da resposta temporal. Na sequência, são submetidos a dois ensaios, um de energização de uma linha de transmissão e outro, de curto-circuito em seu terminal receptor. Para avaliar e tentar identificar as limitações e vantagens de cada modelo, são utilizados, a título de comparação, os resultados obtidos pelo simulador EMTDC. Uma breve discussão de resultados fecha o capítulo.

O capítulo 5 apresenta, com base nos resultados obtidos, as conclusões da tese e sugestões de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão

2.1 Introdução

Linhas de transmissão representam um elemento essencial no desenvolvimento do setor elétrico. O Brasil conta hoje com aproximadamente 80 mil km de linhas, considerando apenas a rede básica, nível entre 230 kV e 765 kV. Com o crescimento do sistema de transmissão, torna-se cada vez mais importante a representação adequada de seu comportamento em programas de simulação. Neste contexto, deve-se prestar uma atenção especial na determinação dos parâmetros fundamentais da linha, i.e., a impedância série e a admitância em derivação, pela variedade de metodologias de cálculo encontradas na literatura técnica.

Neste capítulo são apresentados métodos de parametrização de linhas de transmissão n -fásicas. O efeito pelicular nos condutores (e no solo) é considerado, o que leva os parâmetros longitudinais da linha a serem variantes com a frequência. Diversas técnicas para a representação da impedância série são consideradas, sendo apresentados os erros inerentes às expressões aproximadas. No caso da admitância em derivação, a metodologia de cálculo é praticamente padrão, sendo que trabalhos mais recentes vem propondo técnicas para a avaliação da condutância, o que rapidamente é discutido ao final do capítulo.

2.2 Impedância Série

A impedância série \mathbf{Z} ($n \times n$) é constituída por três parcelas:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_{int} + \mathbf{Z}_{ideal} + \mathbf{Z}_{solo} \quad (2.1)$$

onde \mathbf{Z}_{int} representa a impedância interna dos condutores do sistema, \mathbf{Z}_{ideal} é a impedância de acoplamento entre fases, considerando-se o solo ideal, e \mathbf{Z}_{solo} é a impedância de retorno pelo solo. A matriz \mathbf{Z} é usualmente representada da seguinte forma:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_{int} + \mathbf{Z}_{ext} \quad (2.2)$$

onde $\mathbf{Z}_{ext} = \mathbf{Z}_{ideal} + \mathbf{Z}_{solo}$ representa a impedância externa dos condutores da rede. Tanto \mathbf{Z}_{int} como \mathbf{Z}_{ext} possuem estrutura do tipo $\mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}$, onde \mathbf{R} é uma matriz de resistências e \mathbf{L} , de indutâncias. Os parâmetros \mathbf{R} e \mathbf{L} são variantes com a frequência devido ao efeito pelicular, nos condutores no caso de \mathbf{Z}_{int} , e no solo no caso de \mathbf{Z}_{ext} .

2.2.1 Impedância Interna

Quando os condutores de uma linha de transmissão podem ser considerados cilíndricos, tubulares de raio interno r_0 e raio externo r_1 , de resistividade ρ_c , e o efeito de proximidade entre condutores de um mesmo feixe pode ser desprezado, a matriz \mathbf{Z}_{int} é diagonal e seus elementos são dados por (SCHELKUNOFF, 1934):

$$z_{int_{ii}} = \frac{\eta_c \rho_c I_0(\eta_c r_1) K_1(\eta_c r_0) + K_0(\eta_c r_1) I_1(\eta_c r_0)}{2\pi r_1 I_1(\eta_c r_1) K_1(\eta_c r_0) - K_1(\eta_c r_1) I_1(\eta_c r_0)} \quad (2.3)$$

onde $\eta_c = \sqrt{j\omega\mu_0/\rho_c}$ e $I_0(\cdot)$, $I_1(\cdot)$, $K_0(\cdot)$, $K_1(\cdot)$ são funções modificadas de Bessel de ordem 0 e 1, conforme o índice apontado. No caso de condutores sólidos, $r_0 = 0$ e, portanto:

$$z_{int_{ii}} = \frac{\eta_c \rho_c I_0(\eta_c r_1)}{2\pi r_1 I_1(\eta_c r_1)} \quad (2.4)$$

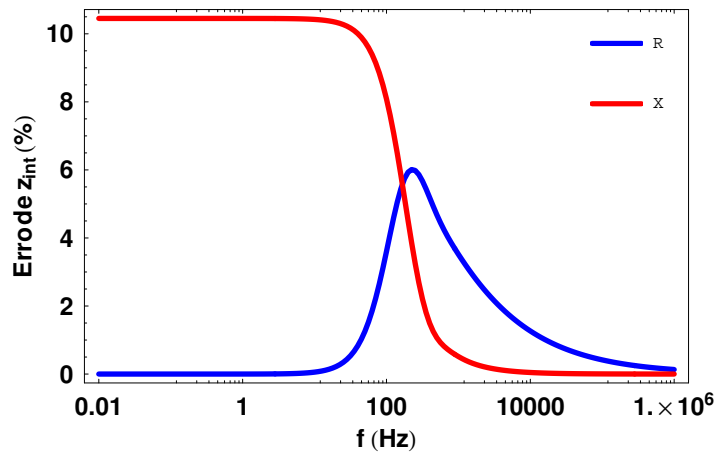
WEDEPOHL, WILCOX (1973) apresentaram expressões hiperbólicas para a representação da impedância interna do condutor. As eq. (2.3) e (2.4) são aproximadas, respectivamente, pelas eq. (2.5) e (2.6).

$$z_{int_{ii}} \approx \frac{\eta_c \rho_c}{2\pi r_1} \coth(\eta_c(r_1 - r_0)) + \frac{\rho_c}{2\pi(r_1 + r_0)} \quad (2.5)$$

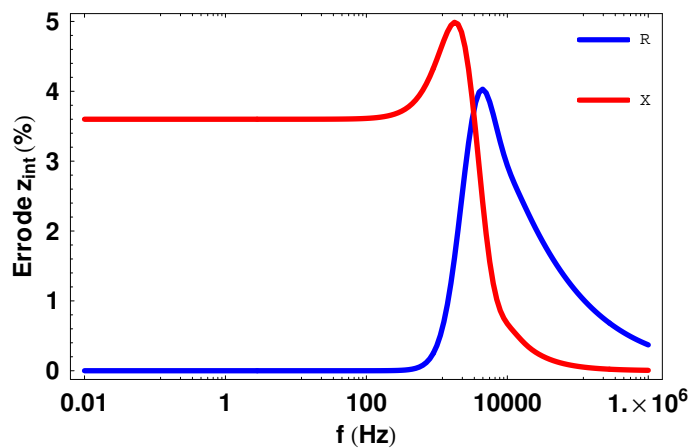
$$z_{int_{ii}} \approx \frac{\eta_c \rho_c}{2\pi r_1} \coth(0.777\eta_c r_1) + \frac{0.356\rho_c}{\pi r_1^2} \quad (2.6)$$

A Fig. 2.1 apresenta os erros relativos destas expressões em função da frequência. No caso de condutores tubulares, o erro relativo da formulação de Wedepohl e Wilcox atinge um valor máximo de 6 % para resistência e de 10.5 % para reatância, sendo praticamente constante em frequências mais baixas e tendendo a zero para dezenas de kHz, como mostra a Fig. 2.1(a). Este comportamento também pode ser verificado para condutores sólidos. Neste caso, os erros relativos máximos da resistência e da reatância ficam em torno de 4% e 5%, respectivamente, o que é indicado na Fig. 2.1(b).

É interessante ressaltar que, nos dias atuais, a vantagem computacional das fórmulas aproximadas não é tão expressiva. Programas de cálculos matemáticos como o Mathematica e o Matlab apresentam algoritmos para o cálculo das funções de Bessel que, além de robustos, são bastante eficientes numericamente.



(a) Conductor tubular com $r_0 = 5.84$ mm, $r_1 = 20.34$ mm e $\rho_c = 3.8310^{-8}$ $\Omega.m$



(b) Conductor sólido com $r_1 = 5.52$ mm e $\rho_c = 2.7510^{-7}$ $\Omega.m$

Figura 2.1: Erro da Aproximação de Wedepohl e Wilcox

2.2.2 Impedância Externa

Para solos ideais, o cálculo da impedância externa da rede é efetuado pelo método das imagens, Fig 2.2:

$$\begin{aligned} z_{ext_{ii}} &= j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} \\ z_{ext_{ij}} &= j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \ln \frac{d'_{ij}}{d_{ij}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde h_i é a distância entre o condutor i e o solo, d'_{ij} é a distância entre o condutor i e a imagem do condutor j e d_{ij} , a distância entre os condutores i e j .

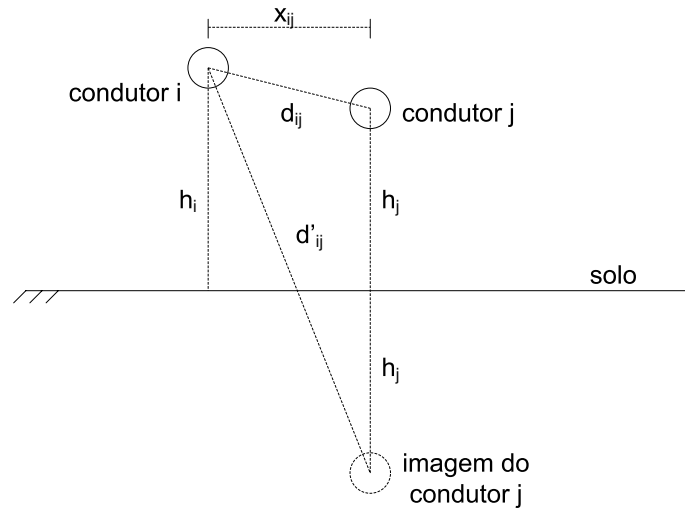


Figura 2.2: Método das Imagens

A representação da impedância de retorno pelo solo foi originalmente elaborada por Carson na década de 1920 para linhas telefônicas e é normalmente válida para estudos em sistemas de energia elétrica. A formulação do autor é baseada nas seguintes hipóteses (DOMMEL, 1996):

- Os condutores da rede estão perfeitamente paralelos em relação ao solo e são longos o suficiente para que os efeitos tridimensionais de ponta possam ser desconsiderados, tornando o cálculo de campo bidimensional. A flecha dos vãos é computada indiretamente através da altura média dos condutores sobre o solo.
- O espaço aéreo é homogêneo, sem perdas, com permeabilidade μ_0 e permissividade ϵ_0 .
- O solo é homogêneo, com resistividade uniforme ρ , permeabilidade μ_0 e permissividade ϵ_0 , sendo ainda considerado um condutor, i.e., $1/\rho \gg \omega \epsilon_0$.

- O espaçamento entre os condutores é no mínimo uma ordem de magnitude maior que seus raios, o que permite desconsiderar os efeitos de proximidade, i.e., a distribuição de corrente dentro de um condutor não é influenciada pela corrente em condutores adjacentes.

Em seu trabalho, Carson propõe um termo adicional, que consiste de uma integral infinita, para a expressão da impedância externa obtida pelo método das imagens, eq. (2.7). O novo termo representa a impedância de retorno pelo solo. Os elementos próprios e mútuos de \mathbf{Z}_{ext} são, então, definidos:

$$\begin{aligned} z_{ext_{ii}} &= j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \left\{ \ln \frac{2h_i}{r_i} + 2 \int_0^\infty \frac{e^{-2h_i \lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \eta^2}} d\lambda \right\} \\ z_{ext_{ij}} &= j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \left\{ \ln \frac{d'_{ij}}{d_{ij}} + 2 \int_0^\infty \frac{e^{-(h_i+h_j)\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \eta^2}} \cos d_{ij} \lambda d\lambda \right\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde $\eta = \sqrt{j\omega\mu_0/\rho}$ e ρ , a resistividade do solo. Trabalhos experimentais recentes (PORTELA *et al.*, 2003) indicam que a aproximação do solo como um condutor é válida apenas para baixas frequências (até aproximadamente 10 kHz), e apontam ainda uma variação de σ e ϵ_0 com a frequência. Desta forma, para um determinado ω , $\eta = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma + \epsilon_0)}$. Neste trabalho, optou-se por utilizar a aproximação convencional do solo, por permitir uma comparação adequada com a formulações aproximadas a serem introduzidas mais à frente.

Normalmente, a integral infinita da eq. (2.8) é avaliada através de uma expansão em séries de potências para baixas frequências e em uma série assintótica para altas frequências, o que gera uma descontinuidade na transição entre as séries (DOMMEL, 1996). A Fig. 2.3 mostra a parte real de um elemento próprio da matriz de impedâncias de retorno pelo solo para uma linha de transmissão horizontal transposta, obtida através da aproximação por série da integral de Carson.

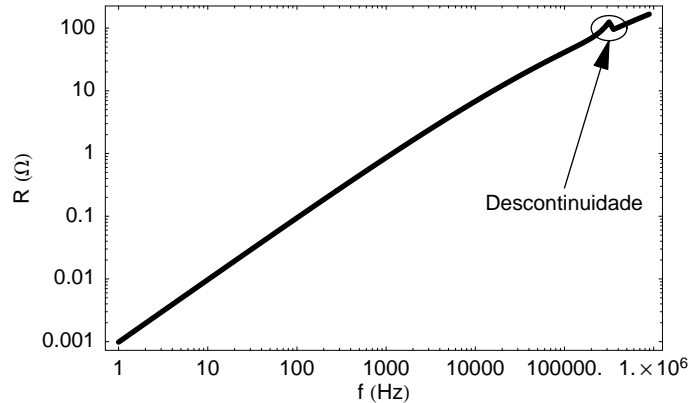


Figura 2.3: Descontinuidade da Expansão em Série da Integral de Carson

DERI *et al.* (1981) apresentaram uma justificativa científica para a proposta de Dubanton, que sugere a adoção de um plano complexo de retorno para a representação de solos de resistividade não-nula. As impedâncias externas da rede são determinadas através do método das imagens, efetuado agora em relação a este novo plano, deslocado de uma distância complexa $p = \sqrt{\rho/j\omega\mu_0}$ em relação ao plano real. Desta forma é possível obter-se uma expressão analítica simples para o cálculo da impedância externa da rede:

$$z_{ext_{ii}} \approx j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h_i + p)}{r_i}$$

$$z_{ext_{ij}} \approx j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \left(\sqrt{\frac{x_{ij}^2 + (h_i + h_j + 2p)^2}{x_{ij}^2 + (h_i - h_j)^2}} \right) \quad (2.9)$$

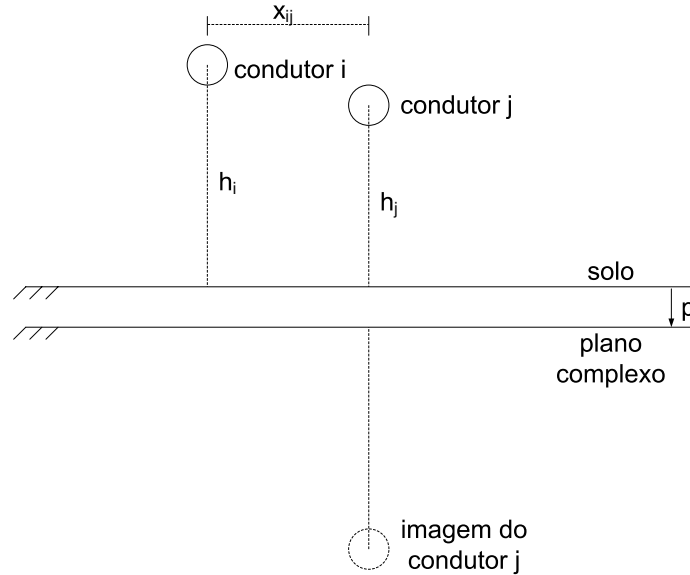


Figura 2.4: Método de Deri et al.

Esta técnica essencialmente aproxima a integral infinita de Carson por uma exponencial simples. Os resultados obtidos são muito próximos aos encontrados a partir da formulação exata, com erro máximo de 9 % na faixa de frequência entre 100 Hz e 10 kHz (DOMMEL, 1996).

Outra aproximação para a representação do efeito do solo em linhas aéreas foi proposta por NODA (1996), que introduz o conceito do duplo plano complexo. Os elementos da matriz \mathbf{Z}_{ext} são dados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
z_{ext_{ii}} &\approx j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \left\{ A' \ln \frac{2(h_i + \alpha p)}{r_i} + B' \ln \frac{2(h_i + \beta p)}{r_i} \right\} \\
z_{ext_{ij}} &\approx j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \left\{ A' \ln \left(\sqrt{\frac{(h_i + h_j + 2\alpha p)^2 + x_{ij}^2}{(h_i - h_j)^2 + x_{ij}^2}} \right) \right. \\
&\quad \left. + B' \ln \left(\sqrt{\frac{(h_i + h_j + 2\beta p)^2 + x_{ij}^2}{(h_i - h_j)^2 + x_{ij}^2}} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

onde $A' = 0.131836$, $\alpha = 0.26244$, $B' = 1 - A'$ e $\beta = 1.12385$. Estes parâmetros são obtidos através da comparação dos resultados do tratamento numérico da integral de Carson com os da avaliação do duplo plano complexo.

Analogamente à formulação de Deri et al., o método do duplo plano complexo essencialmente aproxima a integral infinita de Carson por uma dupla exponencial. Para os casos típicos de linhas de transmissão, onde a distância entre os condutores é menor que a distância entre condutor e imagem, os erros desta aproximação são da ordem de 1 % para resistência e reatância em faixas de frequência abaixo de 1 MHz (NODA, 1996). Vale notar que, para frequências acima de alguns MHz, a aproximação de linhas de transmissão por ondas planas não é necessariamente válida.

2.3 Admitância em Derivação

A admitância em derivação \mathbf{Y} ($n \times n$) é definida da seguinte forma:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\omega\mathbf{C} \tag{2.11}$$

onde \mathbf{G} é uma matriz de condutâncias e \mathbf{C} , de capacitâncias, ambas invariantes com a frequência. O cálculo da admitância em derivação é muito mais simples que o da impedância série já que, do ponto de vista eletrostático, pode-se dizer que o ar é um meio ideal e o solo apresenta potencial nulo.

A admitância em derivação é computada diretamente a partir da matriz de potenciais \mathbf{P} de Maxwell, avaliada através do método das imagens, Fig. 2.2.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j2\pi\epsilon_0 \omega \mathbf{P}^{-1} \tag{2.12}$$

onde os elementos de \mathbf{P} são dados por:

$$\begin{aligned} p_{ii} &= \ln \frac{2h_i}{r_i} \\ p_{ij} &= \ln \left(\sqrt{\frac{x_{ij}^2 + (h_i + h_j)^2}{x_{ij}^2 + (h_i - h_j)^2}} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

O cálculo da condutância é bem impreciso, pois as correntes de fuga nos isoladores, principal fonte de condutância, variam bastante com as condições atmosféricas, i.e., umidade, nível de poluição, e com as propriedades elétricas da sujeira que reveste os isoladores (STEVENSON, 1982). Todavia, estudos recentes indicam alguns valores típicos a serem considerados (FERNANDES *et al.*, 2004). Caso a permissividade do solo seja considerada, haverá ainda um efeito na condutividade da linha. Entretanto, mesmo no caso extremo em que $\omega\epsilon_0 \gg \sigma$, este efeito é diminuto, normalmente da ordem de alguns centímetros (penetração de campo elétrico transversal no solo), podendo ser desprezado face a distância entre os condutores e o solo.

Apesar da condutância em derivação ser usualmente desprezada na maioria dos estudos, ela exerce um papel importante em alguns tipos de evento, como por exemplo no religamento de linhas de transmissão, oferecendo um caminho para a desenergização da capacitância da linha.

CAPÍTULO 3

Influência das Aproximações da Impedância Série nos Parâmetros de Propagação em Modelos de Linhas de Transmissão no Domínio de Fases

3.1 Introdução

Para a modelagem adequada de linhas de transmissão, deve-se considerar a variação de seus parâmetros com a frequência. Atualmente, existem duas classes de modelos de linha em simuladores do tipo EMTP que respeitam esta condição (GUSTAVSEN *et al.*, 1999):

- Modelo π -Exato
- Modelo de Ondas Viajantes

Nestes modelos, é necessário aproximar um conjunto de respostas em frequência por funções racionais, para se obter uma maior eficiência computacional na avaliação das convoluções inerentes a simulações no domínio do tempo. O ponto crítico da modelagem é a obtenção de aproximações precisas com um número reduzido de pólos, o que aumenta a eficiência do modelo. O conjunto de respostas em frequência envolvidas é diferente para cada modelo.

No modelo π -Exato, os parâmetros a serem ajustados são muito oscilantes no domínio da frequência, devido ao tempo de atraso dos modos da linha. Embora o ajuste por funções racionais seja possível, a ordem das aproximações pode se tornar excessivamente elevada quando linhas longas, solos muito resistivos e/ou frequências muito altas são consideradas, tornando as simulações no domínio do tempo mais lentas, o que é indesejável.

O modelo de linha baseado na propagação de ondas é, sem dúvida, o mais disseminado em simuladores do tipo EMTP, já que nesta abordagem os tempos de atraso da linha podem ser extraídos das funções a serem ajustadas, permitindo uma modelagem com um número menor de pólos. A linha é representada por duas funções matriciais: a admitância característica e o fator de propagação. Apesar das vantagens inerentes à análise no domínio modal, os modelos de linha mais recentes vem sendo implementados diretamente no domínio de fases, por serem aplicáveis a todos os tipos de configurações de rede. Entretanto, quando se sai do domínio modal, surgem algumas complicações na síntese dos parâmetros de propagação. Se por um lado ainda é possível um ajuste preciso da admitância característica por funções racionais de baixa ordem, o mesmo não ocorre com o fator de propagação. Os tempos de atraso dos modos da linha, que são diferentes entre si, contribuem de forma diferente para cada elemento da matriz no domínio de fases, o que, na maioria dos casos, inviabiliza o seu ajuste através da remoção prévia de um único atraso, como é feito na síntese de cada autovalor na análise modal. As oscilações de ângulo do fator de propagação não seriam eliminadas, devido às partes não-compensadas da matriz. Apesar de não ser possível uma realização precisa do parâmetro com um número pequeno de pólos no domínio de fases, o processo pode ser otimizado (FERNANDES, 2001).

Atualmente, um dos modelos de linha mais aceitos, no domínio do tempo, é o ULM (*Universal Line Model*) (MORCHED *et al.*, 1999), onde o algoritmo vetorial utilizado no ajuste do fator de propagação é baseado na idéia de que todos os tempos de atraso modais contribuem para a formação de cada elemento da matriz no domínio de fases. Apesar da eficiência da técnica já ter sido comprovada, o modelo usa expressões aproximadas para o cálculo da impedância série, o que introduz erros nas funções a serem ajustadas, tornando questionável a precisão da expressão analítica dos parâmetros de propagação. O efeito pelicular nos condutores e a impedância do solo são expressos, respectivamente, pelas aproximações de WEDEPOHL, WILCOX (1973), e de DERI *et al.* (1981). Em muitos outros modelos de linhas de transmissão,

a impedância série também é avaliada de forma aproximada. Portanto, torna-se necessário investigar o impacto destas aproximações na realização dos parâmetros de propagação da linha, bem como em suas respostas temporais que, de fato, são de extrema importância na avaliação das convoluções inerentes às simulações no domínio do tempo. Este é o objetivo do capítulo.

Inicialmente, o modelo de linha de transmissão baseado em ondas viajantes no domínio de fases é apresentado. São descritas as equações que regem o seu comportamento no domínio da frequência, bem como sua implementação no domínio do tempo. Uma breve revisão histórica é realizada a respeito da abordagem do problema de ajuste do fator de propagação no domínio de fases, sendo descrita com maiores detalhes a metodologia utilizada no modelo de linha ULM. Na etapa complementar, avalia-se o impacto de algumas aproximações comuns da impedância série na realização dos parâmetros de propagação da linha e no comportamento das funções ajustadas no domínio do tempo.

3.2 Modelos de Linha Baseado em Ondas Viajantes no Domínio de Fases

3.2.1 Modelagem no Domínio da Frequência

De acordo com a teoria de propagação de ondas em linhas de transmissão n -fásicas, descrita no Apêndice A:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}(x) &= e^{-\tau x} \mathbf{V}_a + e^{+\tau x} \mathbf{V}_b \\ \mathbf{I}(x) &= \mathbf{Y}_c \{e^{-\tau x} \mathbf{V}_a - e^{+\tau x} \mathbf{V}_b\}\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde \mathbf{V} e \mathbf{I} são, respectivamente, vetores ($n \times 1$) de tensão e corrente ao longo da linha, \mathbf{V}_a e \mathbf{V}_b são vetores ($n \times 1$) de tensão que representam, nesta ordem, a onda progressiva e a onda regressiva, \mathbf{Y}_c é a matriz ($n \times n$) de admitância característica e τ é a matriz ($n \times n$) de constante de propagação.

Eliminando-se \mathbf{V}_b na eq. (3.1), chega-se a (DOMMEL, 1996):

$$\mathbf{Y}_c \mathbf{V}(x) + \mathbf{I}(x) = 2 \mathbf{Y}_c e^{-\tau x} \mathbf{V}_a\tag{3.2}$$

No caso de estudos de transitórios eletromagnéticos, são de interesse, na maioria dos casos, as tensões e correntes nos terminais k e m , que correspondem, respectivamente, aos lados emissor e receptor da linha (vide Fig. A.2). Aplicando-se as

devidas condições de contorno à eq. (3.2):

$$\begin{aligned} k : \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_k + \mathbf{I}_k &= 2 \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_a \\ m : \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m - \mathbf{I}_m &= 2 \mathbf{Y}_c \mathbf{A} \mathbf{V}_a \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde \mathbf{A} é a matriz ($n \times n$) de fator de propagação. A expressão para o nó k pode ser reescrita da seguinte forma:

$$2 \mathbf{V}_a = \mathbf{V}_k + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}_k \quad (3.4)$$

sendo $\mathbf{Z}_c = \mathbf{Y}_c^{-1}$ a matriz ($n \times n$) de impedância característica. Substituindo-se a eq. (3.4) na expressão do terminal m , obtêm-se:

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m - \mathbf{Y}_c \mathbf{A} \{ \mathbf{V}_k + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}_k \} \quad (3.5)$$

Analogamente, eliminando-se as tensões \mathbf{V}_a na eq. (3.1) e seguindo-se os passos acima, chega-se a:

$$\mathbf{I}_k = \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_k - \mathbf{Y}_c \mathbf{A} \{ \mathbf{V}_m + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}_m \} \quad (3.6)$$

Como $\mathbf{Y}_c \mathbf{A} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_c$, as eq. (3.5) e eq. (3.6) são, então, simplificadas:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_k &= \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_k - \mathbf{A}^T \{ \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m + \mathbf{I}_m \} = \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_k - \mathbf{I}_{km} \\ \mathbf{I}_m &= \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m - \mathbf{A}^T \{ \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_k + \mathbf{I}_k \} = \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m - \mathbf{I}_{mk} \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $\mathbf{I}_{km} = \mathbf{A}^T \{ \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m + \mathbf{I}_m \}$ e $\mathbf{I}_{mk} = \mathbf{A}^T \{ \mathbf{Y}_c \mathbf{V}_k + \mathbf{I}_k \}$ representam fontes de corrente históricas da linha. Escrevendo-se a eq. (3.7) de forma matricial, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_k \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_c & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k \\ \mathbf{V}_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{km} \\ \mathbf{I}_{mk} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

A equação acima pode ser expressa pela seguinte rede equivalente:

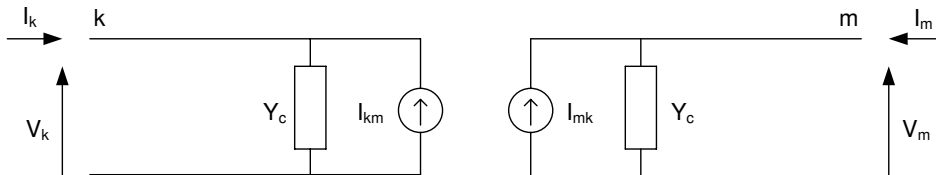


Figura 3.1: Rede Equivalente da Linha

A linha é representada por duas fontes de corrente históricas em paralelo com a admitância característica.

3.2.2 Implementação no Domínio do Tempo

Para a implementação da rede da figura anterior no domínio do tempo, faz-se necessário o ajuste, via funções racionais, da admitância característica e do fator de propagação (DOMMEL, 1996). Para garantir a estabilidade do modelo, os pólos instáveis devem ser rebatidos para o semiplano esquerdo de s ou eliminados. Além disso, no caso da admitância característica, a aproximação deve respeitar o critério de passividade, descrito no Apêndice C.

Nas simulações, \mathbf{Y}_c é representada por um circuito equivalente, obtido a partir de seu ajuste. O circuito é constituído por blocos entre os nós e a terra, e entre nós adjacentes. O número de nós é determinado pela ordem da matriz.

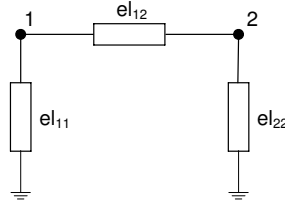


Figura 3.2: Circuito Equivalente para uma Linha Monofásica

Cada bloco do circuito é obtido da seguinte forma:

$$el_{ii} = \sum_{j=1}^N \mathbf{Y}_{c_{ij}} \quad (3.9)$$

$$el_{ij} = -\mathbf{Y}_{c_{ij}}$$

Considere, por exemplo, a seguinte expressão obtida para el_{ij} :

$$el_{ij} = \sum_{m=1}^N \frac{r_m}{s - p_m} + d \quad (3.10)$$

O elemento é, então, implementado no circuito da Fig. 3.2 da seguinte forma:

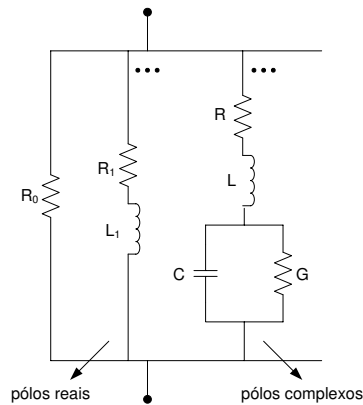


Figura 3.3: Implementação do Bloco

onde:

$$R_0 = \frac{1}{d} \quad (3.11)$$

Cada função racional com pólo real é representada por uma conexão série R-L:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{-r}{p} \\ L_1 &= \frac{1}{p} \end{aligned} \quad (3.12)$$

No caso de pólos complexos, definidos como $\frac{r'+jr''}{s-(p'+jp'')} + \frac{r'-jr''}{s-(p'-jp'')}$, uma conexão C-G paralela deve ser incluída. Neste caso:

$$\begin{aligned} R &= (-2p' + 2(r'p' + r''p''))L \\ L &= \frac{1}{2r'} \frac{1}{C} = (p'^2 + p''^2 + 2(r'p' + r''p''))R \\ G &= -2(r'p' + r''p'')CL \end{aligned} \quad (3.13)$$

Um dos grandes problemas na resolução no domínio do tempo do circuito da Fig. 3.1 está na avaliação das correntes históricas \mathbf{I}_{km} e \mathbf{I}_{mk} . A corrente $\mathbf{i}_{km}(t)$, por exemplo, é determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{i}_{km}(t) = \int_{\tau}^{+\infty} \mathbf{a}^T(t - \tau) * \mathbf{f}(t) d\tau \quad (3.14)$$

onde $\mathbf{a} = \mathcal{L}^{-1}\{\mathbf{A}\}$, $\mathbf{f}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\mathbf{Y}_c \mathbf{V}_m + \mathbf{I}_m\}$ e, * e $\mathcal{L}^{-1}(\cdot)$ denotam, respectivamente, convolução e transformada inversa. Atualmente, o cálculo de $\mathbf{i}_{km}(t)$ é feito a partir de uma análise recursiva das convoluções (SEMLYEN, DABULEANU, 1975), que é possível graças à aproximação dos parâmetros de propagação por funções racionais. Quanto menor é o número de pólos adotado no ajuste, menor é o número de convoluções, tornando as simulações mais rápidas (FERNANDES, 1996).

O ponto crítico na modelagem de linhas de transmissão está na síntese da admitância característica e do fator de propagação com o menor número de pólos possível, sem perder a precisão. No domínio de fases, a realização do fator de propagação é um pouco mais complexa, o que foi responsável pelo surgimento de muitos modelos de linha na última década.

3.2.3 Revisão Histórica dos Modelos

O problema do ajuste do fator de propagação no domínio de fases pode ser contornado considerando-se que todos os tempos de atraso modais da linha contribuem para a composição dos elementos da matriz. Quatro modelos de linha de transmissão foram propostos com base nesta idéia (GUSTAVSEN *et al.*, 1999):

- Modelo IARMA (*Interpolated Auto Regressive Mean Average*) (plano z)
- Modelo baseado nos Idempotentes (plano s)
- Modelo baseado na Decomposição Polar (plano s)
- Modelo ULM (plano s)

O modelo IARMA é baseado modelo ARMA (NODA, 1996), onde o ajuste do fator de propagação (e da admitância característica) é realizado no plano z , com os tempos de atraso da linha obtidos a partir dos modos. Embora o modelo ARMA apresente boa precisão, o ajuste dos parâmetros no plano z implica que uma nova síntese deve ser feita toda vez que o usuário deseje alterar o passo de integração das simulações. Teoricamente o modelo IARMA resolveu este problema.

O modelo baseado nos Idempotentes (CASTELLANOS *et al.*, 1997) expande o fator de propagação em uma soma, onde cada termo é o produto de uma matriz M com o modo correspondente. A idéia é isolar as contribuições de cada modo na composição da matriz no domínio de fases. O ajuste do fator de propagação é efetuado através da síntese dos tempos de atraso dos modos e dos idempotentes. Verifica-se que em alguns casos de modelagem de linhas aéreas, são necessários pólos instáveis para o ajuste preciso de M .

O modelo baseado na Decomposição Polar (GUSTAVSEN, SEMLYEN, 1998a) apresenta um *kernel* (matriz diagonal) contendo os pólos e os tempos de atraso dos modos, que é multiplicado por duas matrizes retangulares C e B . A dificuldade do modelo está na identificação destas matrizes, devido à natureza não-linear do problema. Apesar das iterações retornarem bons resultados, a solução encontrada provavelmente não corresponde à solução ótima do problema. A decomposição polar pode ser entendida como um arranjo de combinações lineares dos idempotentes e, portanto, é sujeita às mesmas limitações.

Modelo ULM

O modelo ULM (MORCHED *et al.*, 1999) é baseado no cálculo de resíduos através de pólos e tempos de atraso pré-calculados no domínio modal. Supõe-se que todos os pólos do ajuste dos autovalores contribuem para todos os elementos da matriz de fator de propagação no domínio de fases, porém, sem o uso de idempotentes ou de um *kernel* compartilhando os pólos. Este modelo apresenta resultados extremamente precisos, sendo adotado como base para o novo modelo de linha padrão

do EMTDC e do EMTP-RV. Ao contrário de como é feito neste trabalho, no modelo ULM o fator de propagação é definido como $\mathbf{A} = e^{-\sqrt{\mathbf{Y}\mathbf{Z}l}$. A metodologia usada no ajuste do parâmetro é descrita com maiores detalhes a seguir.

Os autovalores do fator de propagação são calculados a partir de uma matriz de transformação \mathbf{T} dependente com a frequência, que é obtida através do método de Newton-Raphson, descrito em (WEDEPOHL *et al.*, 1996). O atraso de cada modo é removido através de sua multiplicação por um fator $e^{s\tau_i}$, sendo as funções resultantes ajustadas, independentemente, pelo Vector Fitting (GUSTAVSEN, SEMLYEN, 1999), descrito no Apêndice B:

$$e^{s\tau_i} \mathbf{A}_i^m(s) = \sum_{m=1}^N \frac{r_m}{s - p_m} \quad (3.15)$$

onde r_m são os resíduos e p_m , os pólos da aproximação.

Ao contrário do que ocorre com o ajuste assintótico de módulo (MARTI, 1982), o Vector Fitting requer que tanto o módulo quanto o ângulo de fase (ou componentes real e imaginária) de cada modo sejam conhecidos antes que o ajuste seja feito. Desta forma, a constante τ_i deve ser pré-calculada, o que é feito segundo a técnica proposta em (GUSTAVSEN, SEMLYEN, 1998c). Este método é baseado na fórmula de Bode que, para uma função de fase mínima, relaciona magnitude e ângulo de fase.

Uma vez determinados os tempos de atraso e pólos dos modos, é realizada uma etapa de ajuste fino dos valores obtidos. No caso de obtenção de dois tempos de atraso muito próximos, o par é substituído pela média entre eles, o mesmo ocorrendo com os respectivos pólos.

Cumprida esta etapa, o fator de propagação é finalmente ajustado no domínio de fases, através do cálculo dos resíduos da aproximação. Cada elemento da matriz é escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{A}(s) = \sum_{i=1}^{Nc} \left(\sum_{m=1}^N \frac{r_{m,i}}{s - p_{m,i}} \right) e^{-s\tau_i} \quad (3.16)$$

onde Nc é o número de condutores da linha de transmissão. Observa-se que todos os elementos da matriz são ajustados com um mesmo conjunto de pólos, o que torna as simulações mais rápidas.

3.3 Análise das Aproximações da Impedância Série

3.3.1 Aspectos Gerais

Nesta seção, é apresentado um estudo do impacto de algumas aproximações da impedância série na realização da admitância característica e do fator de propagação diretamente no domínio das fases, bem como na resposta temporal destes parâmetros. Para a representação do efeito pelicular, adotou-se a formulação de WEDEPOHL, WILCOX (1973), e para a inclusão da impedância de retorno pelo solo, foram escolhidas as expressões de DERI *et al.* (1981) e de NODA (1996). As combinações das aproximações enunciadas são comparadas com a formulação teórica da impedância série, onde o efeito pelicular é representado por funções de Bessel (SCHELKUNOFF, 1934) e a impedância do solo, pelas integrais de Carson (DOMMEL, 1996), que são, aqui, tratadas numericamente via quadratura gaussiana (PRESS *et al.*, 1996). A condutância em derivação da linha não é considerada. A Tabela 3.1 apresenta, de forma resumida, as técnicas de cálculo avaliadas.

Tabela 3.1: Métodos de Cálculo de \mathbf{Z}

Efeito Pelicular	Impedância do Solo	Sigla
Bessel	Carson	B-C
Bessel	Noda	B-N
Wedepohl	Deri	W-D
Wedepohl	Noda	W-N

O ajuste dos parâmetros de propagação é feito vetorialmente, com os elementos de cada matriz $n \times n$ organizados em forma de um vetor coluna $n^2 \times 1$. O processo, conhecido como Matrix Fitting, é descrito detalhadamente no Apêndice B.

As comparações propostas são efetuadas através de um índice conhecido como desvio de norma relativo, onde a norma referida é a Euclidiana. O desvio de norma relativo DN entre uma matriz \mathbf{M} e sua aproximação $\mathbf{M}_{\text{aprox}}$ é definido da seguinte forma:

$$DN(\%) = \frac{||\mathbf{M}|| - ||\mathbf{M}_{\text{aprox}}||}{||\mathbf{M}||} 100 \quad (3.17)$$

Este índice permite estabelecer, de forma global, o desvio de todos os elementos da matriz ao longo das frequências de interesse.

Para a realização da análise proposta, uma linha de transmissão a circuito duplo horizontal não-transposto de 25 km é avaliada, como ilustra a Fig. 3.4. A escolha da

configuração visa obter o maior conteúdo de harmônicos possível. Os condutores de fase são os mesmos da Fig. 2.1(a), sendo que o raio interno é desprezado. Os cabos pára-raios são similares aos da Fig. 2.1(b). Na linha considerada, a numeração dos condutores de fase é feita em ordem crescente, da esquerda para a direita. Durante o estudo, os cabos pára-raios são eliminados do sistema através da Redução de Kron. A resistividade adotada para o solo foi de $\rho = 100 \Omega.m$.

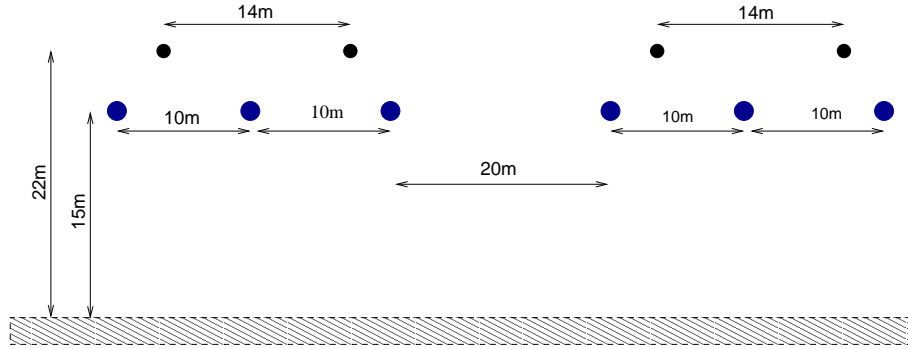


Figura 3.4: Circuito Duplo Horizontal

Todas as simulações são feitas no programa Mathematica. Apesar do código fonte do método de ajuste vetorial utilizado estar hoje implementado apenas no programa Matlab, a síntese de funções é efetuada diretamente no ambiente do Mathematica através do pacote mEngine, que cria uma interface entre os programas. Com isto, evita-se um processo cansativo e desnecessário de exportação e importação de arquivos.

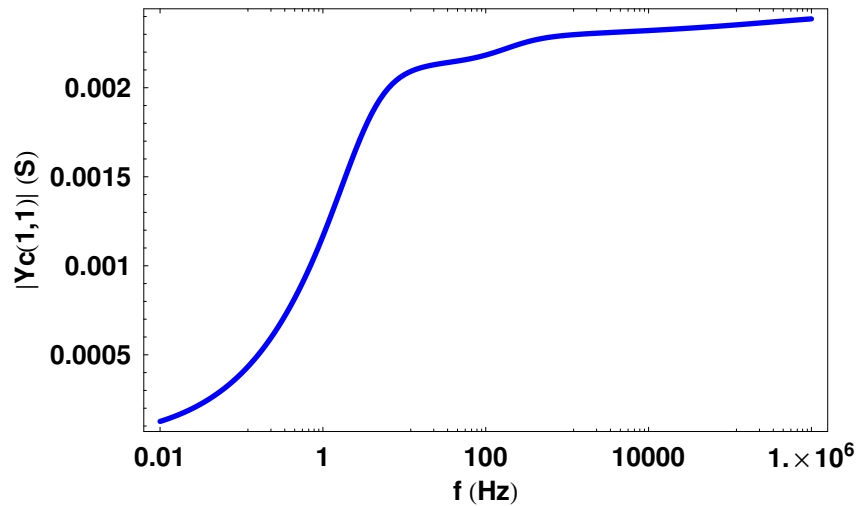
Para atenuar aparentes descontinuidades nos gráficos de fase do fator de propagação, o pacote SmoothPhase do Mathematica é utilizado. Como resultado do reajuste das curvas originais, alguns elementos chegam a apresentar argumentos fora do intervalo padrão $[-\pi, \pi]$.

3.3.2 Impacto na Realização dos Parâmetros de Propagação

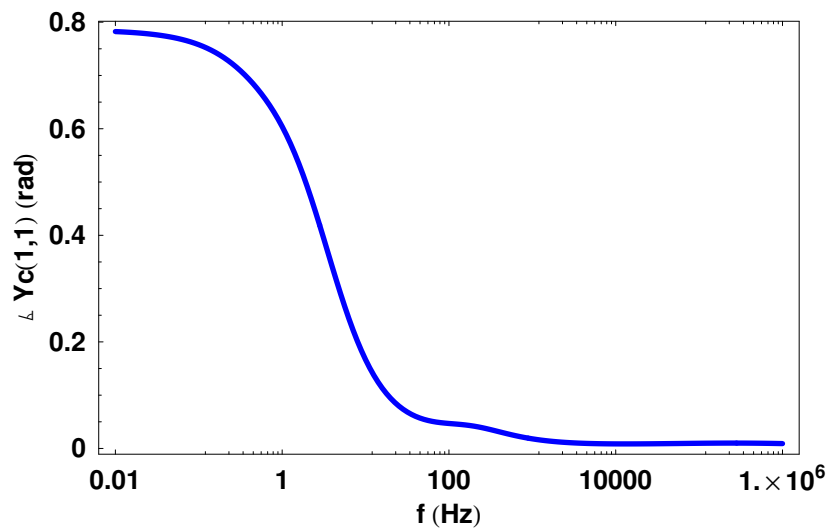
3.3.2.1 Cálculo das Funções

A Fig. 3.5 e a Fig. 3.6 ilustram alguns elementos da matriz de admitância característica, avaliada de forma exata, i.e., utilizando funções de Bessel e o cálculo numérico da integral de Carson. Pode-se observar que seus elementos são bem suaves, tanto em módulo quanto em fase. A Fig. 3.7 mostra o desvio de norma relativo das técnicas Bessel-Noda, Wedepohl-Deri e Wedepohl-Noda para o cálculo da

matriz. Verifica-se que, quando avaliada via Wedepohl-Deri e Wedepohl-Noda, a admitância característica apresenta um mesmo comportamento para baixas frequências, onde as referidas aproximações do efeito do solo são similares. Para altas frequências, a equivalência entre as formulações Bessel-Noda e Wedepohl-Noda pode ser entendida através da análise da Fig. 2.1. O máximo desvio de norma das técnicas Wedepohl-Deri e Wedepohl-Noda, aproximadamente 0.1 %, ocorre em uma faixa de frequência onde a formulação de Wedepohl para o efeito pelicular é menos precisa. No caso da combinação Bessel-Noda, o maior desvio de norma computado fica em torno de 0.0001 %, valor para o qual o desvio de todas as combinações parece convergir.

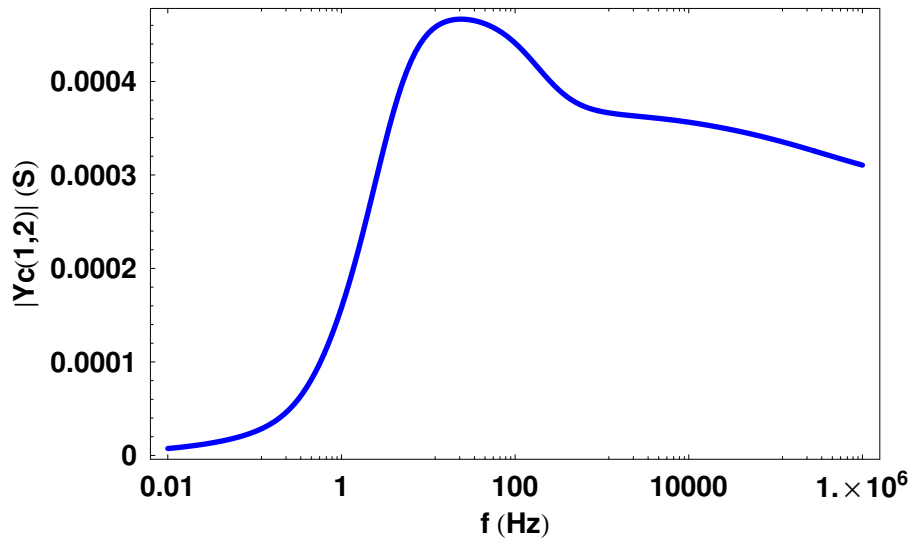


(a) Módulo

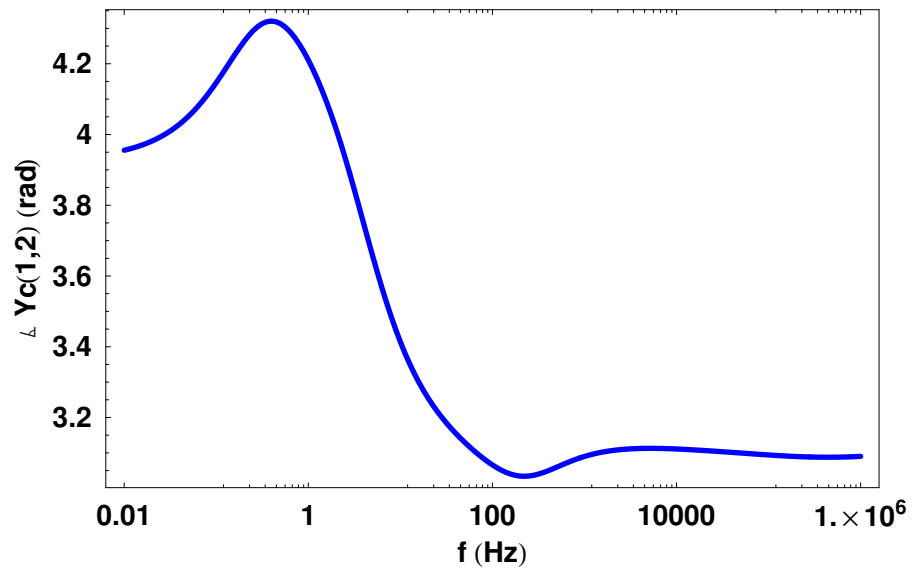


(b) Fase

Figura 3.5: Elemento $Y_c(1,1)$ via Bessel-Carson



(a) Módulo



(b) Fase

Figura 3.6: Elemento $Y_c(1,2)$ via Bessel-Carson

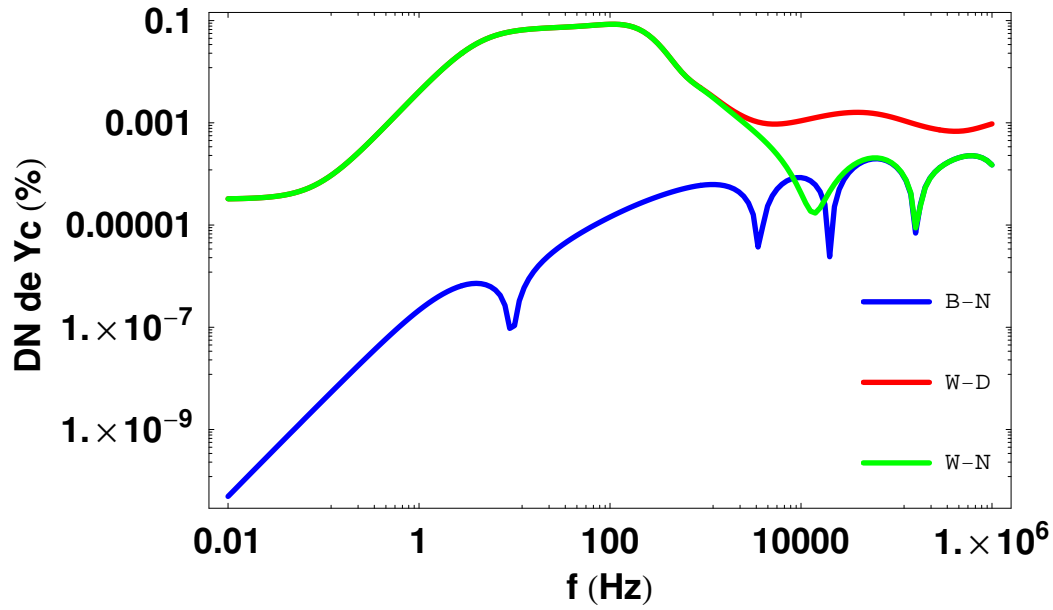
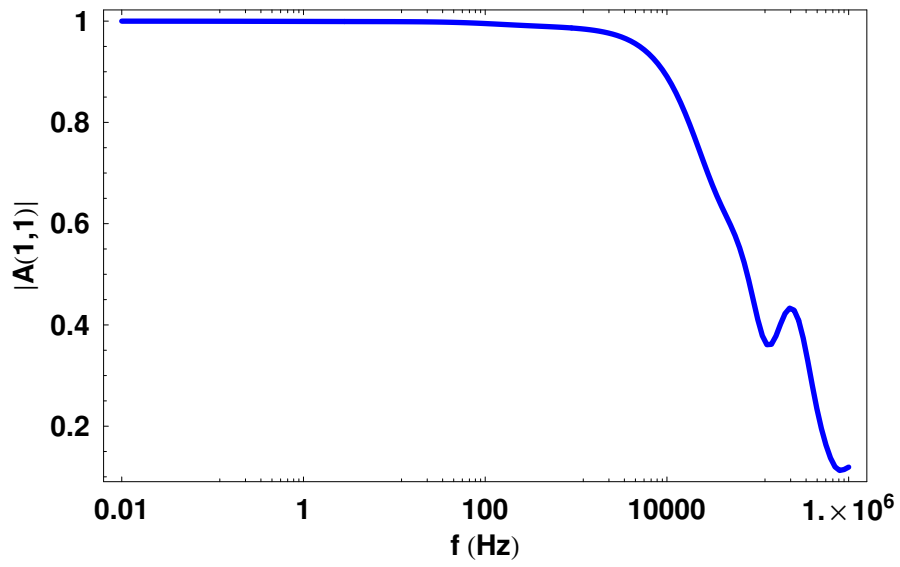
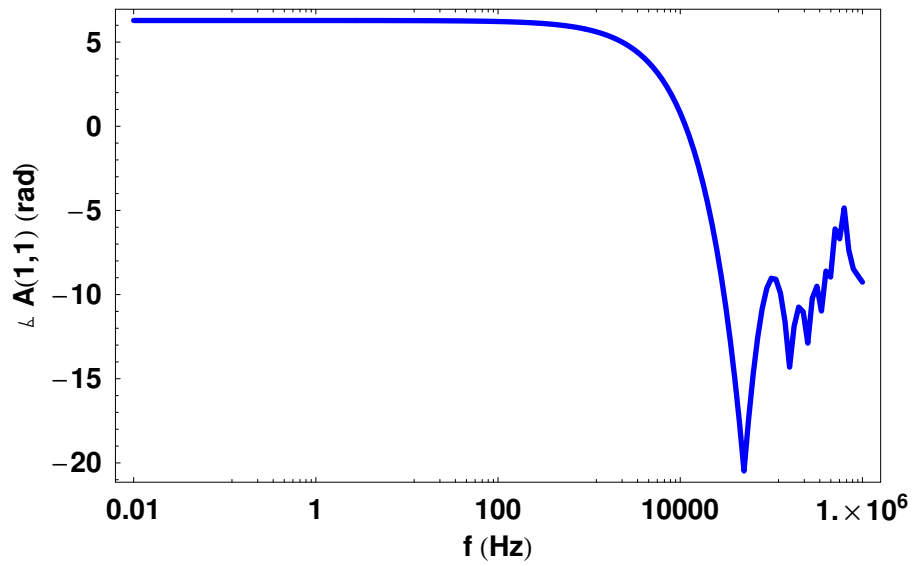


Figura 3.7: Desvio de Norma Relativo da Admitância Característica

A Fig. 3.8 e Fig. 3.9 apresentam alguns elementos da matriz de fator de propagação, calculada a partir da técnica Bessel-Carson. Como pode ser visto, a fase das funções é bem oscilante para altas frequências. Para o caso considerado, o módulo apresenta um comportamento suave. A Fig. 3.10 ilustra o desvio de norma relativo da matriz, quando calculada a partir das aproximações. Assim como ocorre com a admitância característica, as formulações Wedepohl-Deri e Wedepohl-Noda são similares na faixa mais baixa de frequências, enquanto que Wedepohl-Noda e Bessel-Noda são equivalentes na faixa mais alta. Ao contrário da admitância característica, onde os erros máximos ocorrem em uma faixa intermediária, o desvio de norma do fator de propagação é essencialmente monotômico e chega a 0.35 %.

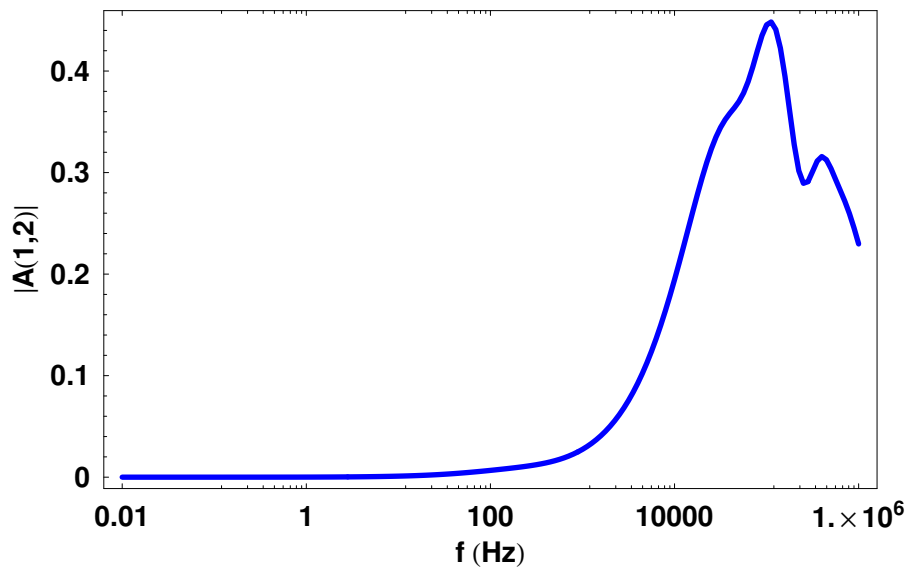


(a) Módulo

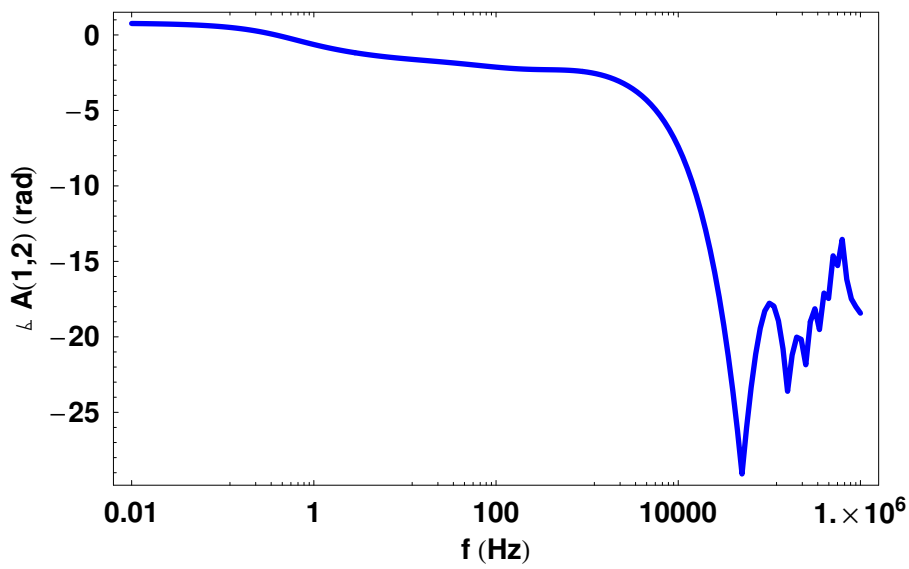


(b) Fase

Figura 3.8: Elemento $A(1,1)$ via Bessel-Carson



(a) Módulo



(b) Fase

Figura 3.9: Elemento $A(1,2)$ via Bessel-Carson

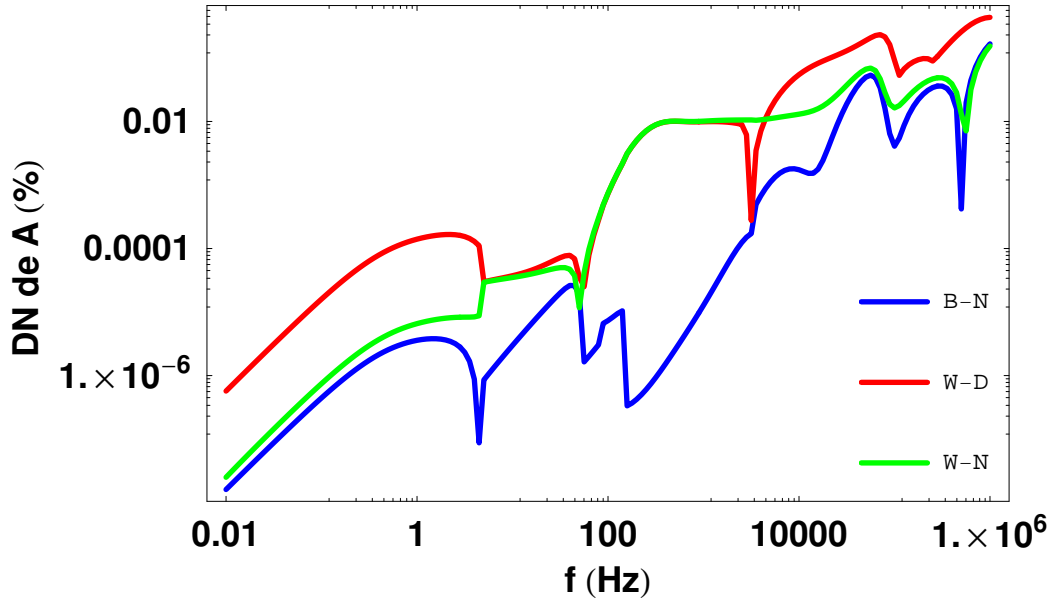


Figura 3.10: Desvio de Norma Relativo do Fator de Propagação

3.3.2.2 Síntese da Resposta em Frequência

A admitância característica e o fator de propagação foram ajustados com 14 e 20 pólos, respectivamente. No caso do fator de propagação, o ajuste é efetuado através da remoção de um único tempo de atraso, i.e., $\mathbf{A} = \mathbf{H} e^{-j\omega\tau_{luz}}$. A constante τ_{luz} representa o tempo de propagação da luz. Para o caso considerado, a aproximação descrita é satisfatória, já que os modos da linha se comportam de forma semelhante. O ajuste dos parâmetros é feito com funções estritamente próprias, onde o grau do polinômio do numerador é uma ordem menor que o do polinômio do denominador. Todos os pólos instáveis encontrados são rebatidos para o semiplano esquerdo de s .

A Fig. 3.11 apresenta o desvio de norma relativo das expressões analíticas da admitância característica. Exceto por uma pequena faixa de frequência, todas as funções parecem ter o mesmo comportamento. O máximo desvio de norma verificado é de aproximadamente 0.2 %. As respostas em frequência das técnicas Bessel-Carson e Bessel-Noda são similares ao longo de toda a faixa de frequências considerada. Como os erros associados às amostras calculadas pela aproximação Bessel-Noda são muito pequenos (vide Fig. 3.7), o processo de fitting das formulações Bessel-Carson e Bessel-Noda tende a ser similar. A Tabela 3.2 aponta os pólos de \mathbf{Y}_c obtidos pelas duas técnicas. Observa-se que todos são reais.

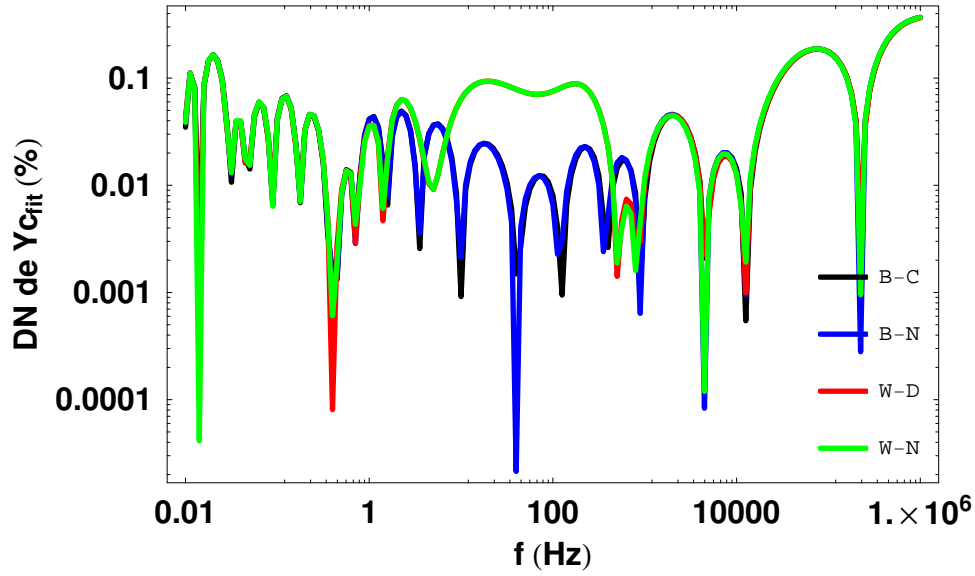


Figura 3.11: Desvio de Norma Relativo de Y_{cfit}

Tabela 3.2: Pólos de Y_{cfit} via B-C and B-N

B-C	B-N
-681797712.7054832	-664600562.86252189
-922554.67764850659	-904053.86005677411
-123255.10063808326	-120694.41872006202
-17809.544911452937	-17620.397620344218
-1821.3507277497401	-1829.242949796547
-820.15562613953853	-820.64777156975458
-149.6615843328872	-148.57375042535682
-23.18796106427812	-23.21604063992449
-15.549686199023528	-15.406135171748389
-7.2303669060768287	-7.131262795785104
-2.512720140447064	-2.4892591126905486
-0.78692774373660035	- 0.78040551845709893
-0.22283742345102903	- 0.2211786076584106
-0.048077278114312748	- 0.047786141187711878

A Fig. 3.12 ilustra o desvio de norma relativo das expressões analíticas do fator de propagação. Novamente, todas as formulações parecem ter o mesmo comportamento, o desvio de norma aumenta com a frequência e atinge um valor máximo de 0.4 %.

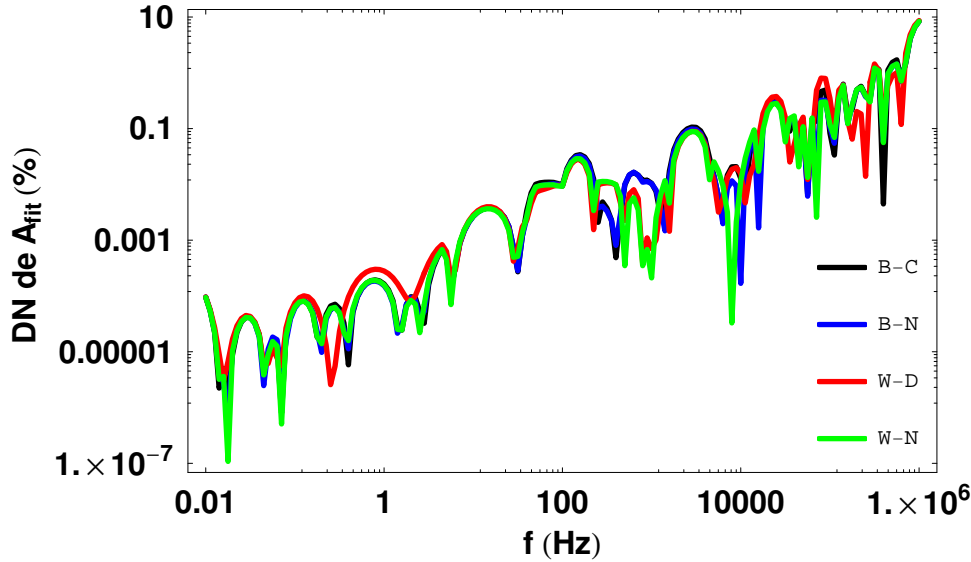


Figura 3.12: Desvio de Norma Relativo de A_{fit}

3.3.3 Impacto na Resposta Temporal dos Parâmetros de Propagação

3.3.3.1 Funções Discretas

Para a análise do impacto das aproximações na resposta temporal dos parâmetros de propagação, são realizados dois ensaios na linha da Fig. 3.4, um de circuito aberto e outro de curto-circuito. As condições de contorno de cada ensaio são representadas por resistências R . No caso da energização, $R = 10^6 \Omega$, e no caso do curto, $R = 10^{-6} \Omega$. Apenas o terminal 1 é excitado, com um degrau de tensão unitário. Visando-se uma maior praticidade nas simulações, o Teorema de Norton é utilizado. Neste caso, os sinais são representados por uma fonte de corrente de amplitude de 10^6 A em paralelo com uma resistência de $10^{-6} \Omega$. A figura abaixo ilustra o circuito utilizado nos ensaios.

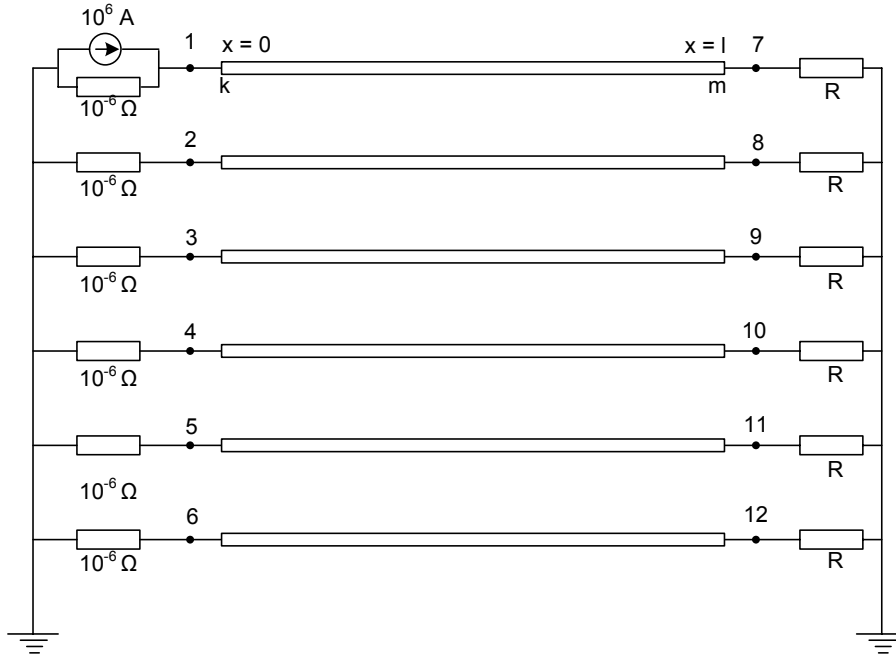


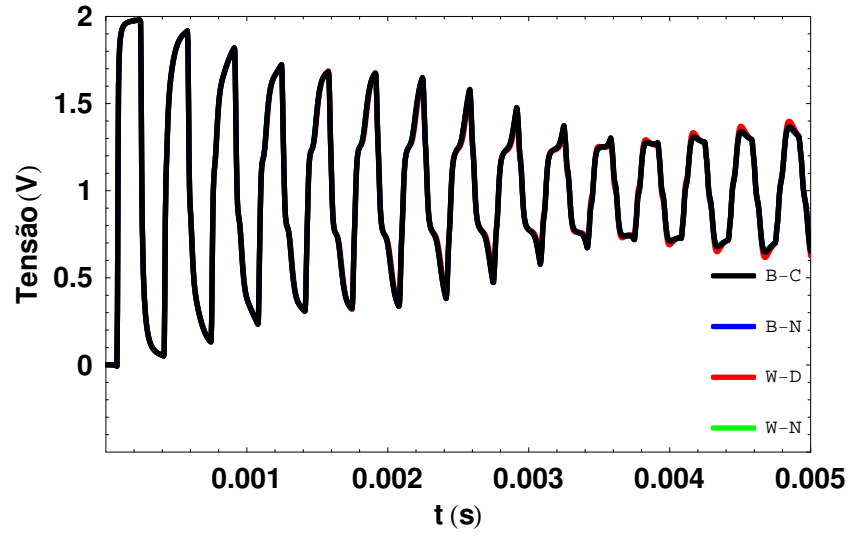
Figura 3.13: Circuito Utilizado nos Ensaio

As simulações são feitas no domínio da frequência, através da solução da seguinte equação:

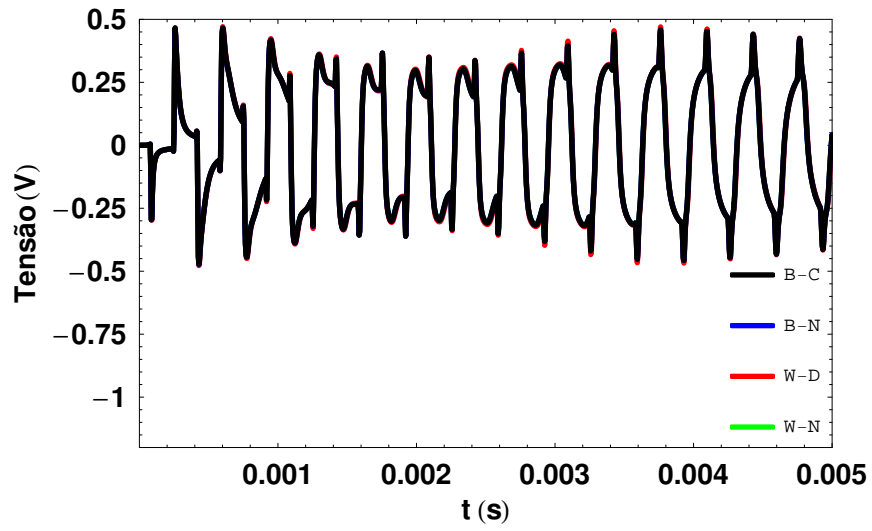
$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}_{barra} \mathbf{I} \quad (3.18)$$

onde \mathbf{V} e \mathbf{I} são, respectivamente, vetores $(2n \times 1)$ de tensão e corrente, \mathbf{Z}_{barra} é a matriz $(2n \times 2n)$ de impedância de barra do sistema e n , o número de condutores, neste caso igual a 12. O procedimento para o cálculo da matriz de impedância é descrito em detalhes no capítulo seguinte. Para a obtenção da resposta temporal da linha, é aplicada a Transformada Numérica de Laplace, descrita no Apêndice D, sobre as amostras de tensão calculadas.

A Fig.3.14 indica os resultados obtidos. Observa-se que os pequenos erros das aproximações computados no domínio da frequência não interferem na resposta da linha no domínio do tempo. Tanto para o ensaio de circuito aberto quanto para o de curto-circuito, as curvas calculadas pelas técnicas são extremamente semelhantes, dando, inclusive, a impressão de haver apenas uma curva.

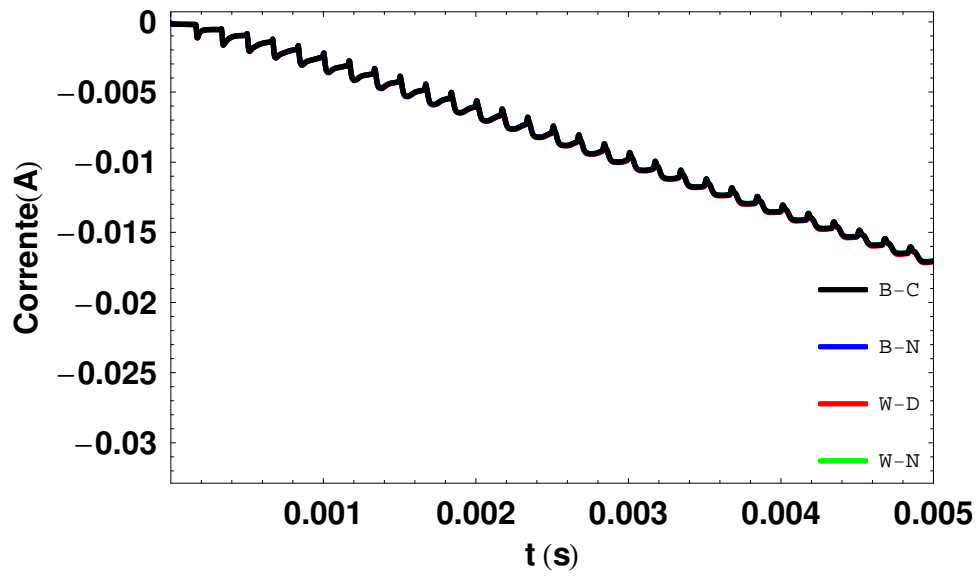


(a) Terminal 7

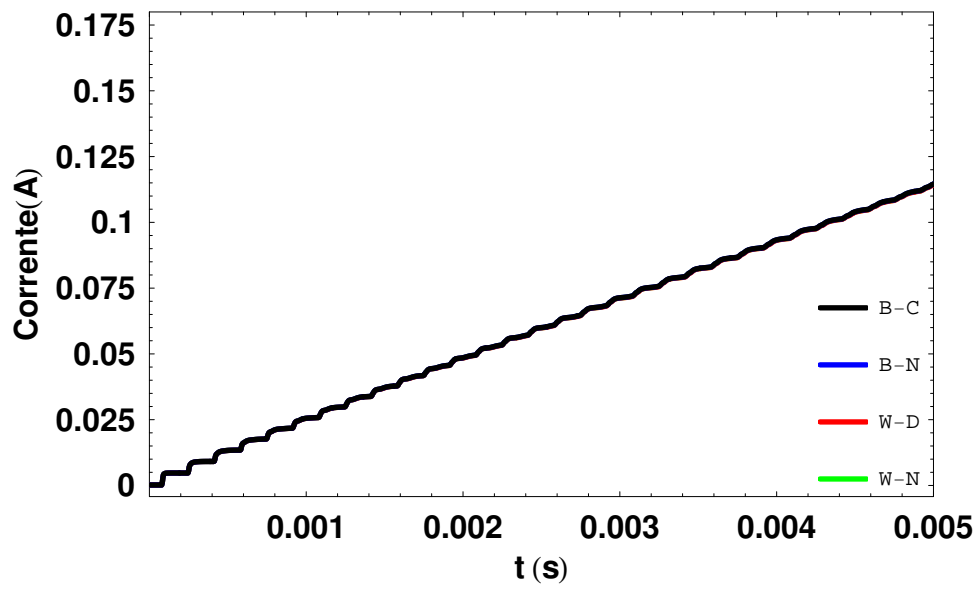


(b) Terminal 9

Figura 3.14: Energização da Linha



(a) Terminal 3



(b) Terminal 7

Figura 3.15: Curto-Circuito da Linha

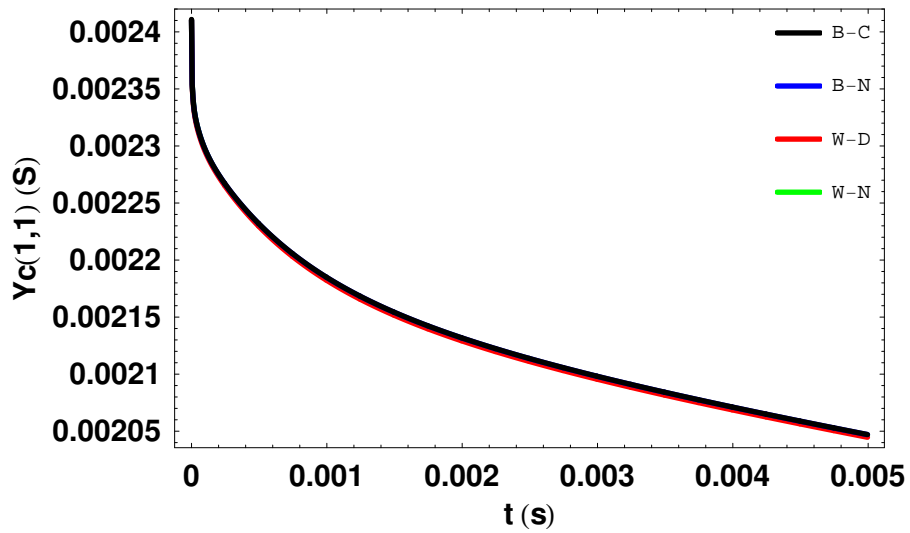
3.3.3.2 Funções Ajustadas

A princípio, não haveria problemas para a realização dos ensaios de circuito aberto e de curto-circuito do item anterior a partir das expressões analíticas da admitância característica e do fator de propagação. Para isto, bastaria calcular as amostras da impedância barra do sistema e resolver a eq. (3.18) de forma análoga à apresentada na ocasião. Porém, vários zeros e pólos obtidos na síntese dos parâmetros de propagação se anulam no processo, o que traz erros consideráveis à resposta do sistema no domínio do tempo.

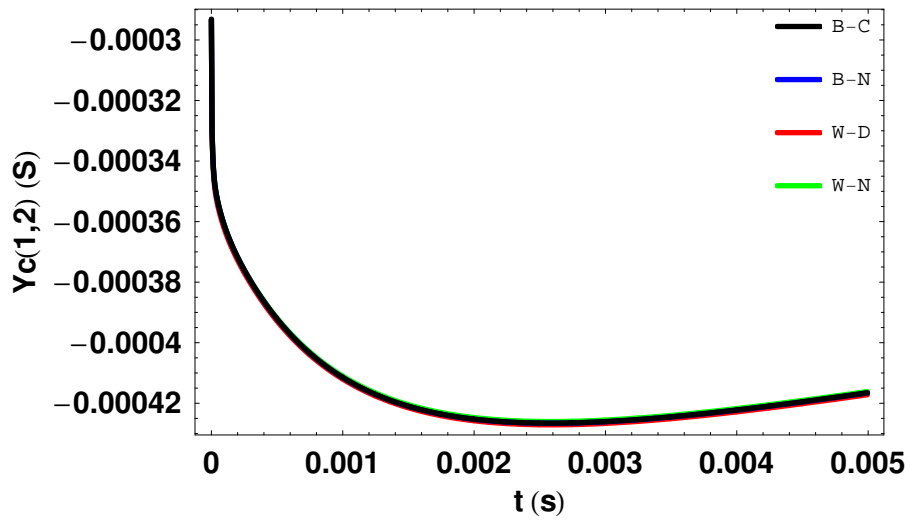
Uma forma alternativa para se realizar o ensaio seria através de um simulador de transitórios eletromagnéticos. Porém, cada programa contém um algoritmo próprio para a avaliação da impedância série, no caso do EMTDC, usa-se a aproximação Wedepohl-Deri. Desta forma, seria possível obter apenas a resposta da linha com as expressões analíticas dos parâmetros de propagação obtidas por esta técnica. Para contornar o problema, seria necessário alterar o algoritmo de cálculo de parâmetros do programa, o que não é trivial.

Diante das dificuldades encontradas na simulação da linha a partir das funções racionais das aproximações da admitância característica e do fator de propagação, a análise é feita sobre as respostas temporais destas funções, que são obtidas via Transformada Inversa de Laplace. Assim, é possível ter uma idéia do impacto das aproximações nas simulações no domínio do tempo, já que as respostas temporais dos parâmetros de propagação são utilizadas nas convoluções inerentes às simulações. Ao invés de se determinar a resposta das funções ao impulso, considerou-se o degrau unitário, de modo a obter sinais mais suaves.

A Fig. 3.16 e a Fig. 3.17 indicam, respectivamente, o comportamento de alguns elementos da admitância característica e do fator de propagação no domínio do tempo. Verifica-se que não há diferenças entre as respostas obtidas pelas combinações avaliadas, o que leva a crer que o mesmo ocorre nas simulações da linha.

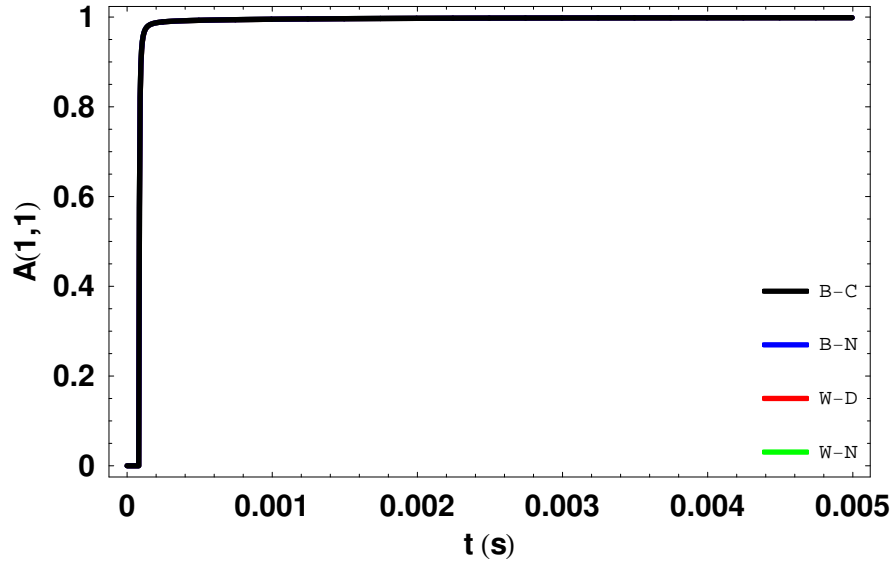


(a) Elemento $yc(1,1)$

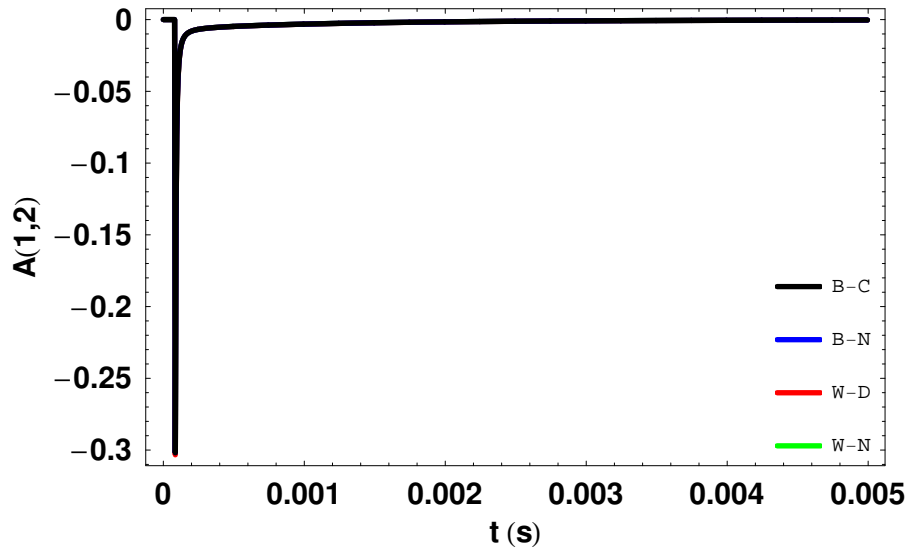


(b) Elemento $yc(1,2)$

Figura 3.16: Resposta Temporal de Elementos da Admitância Característica ao Degrau Unitário



(a) Elemento $a(1,1)$

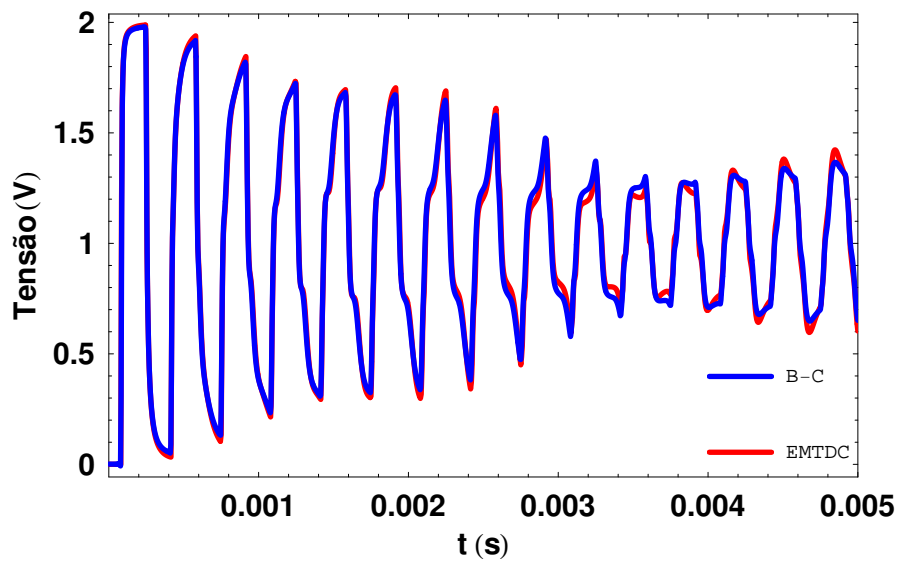


(b) Elemento $a(1,2)$

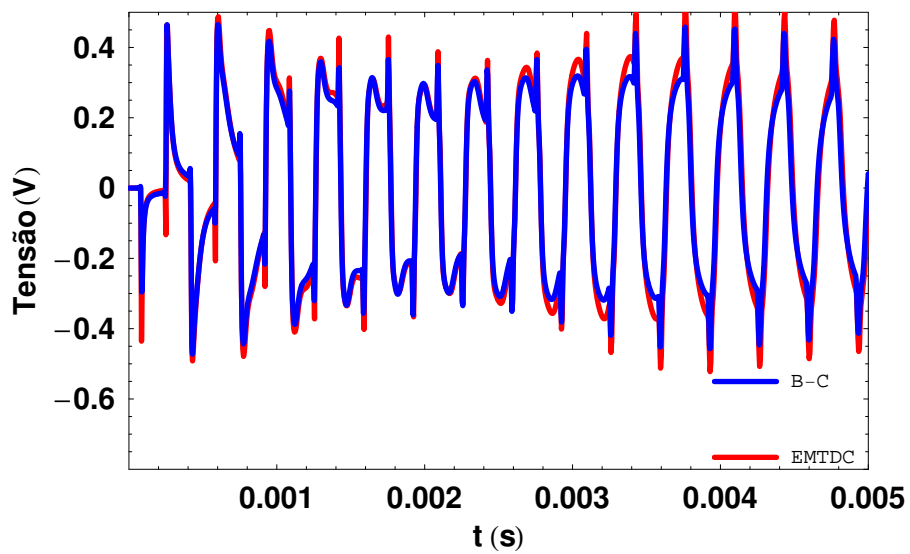
Figura 3.17: Resposta Temporal de Elementos do Fator de Propagação ao Degrau Unitário

A Fig. 3.18 e a Fig. 3.19 ilustram a resposta do modelo ULM e a resposta da linha, quando avaliada de forma discreta a partir da técnica Bessel-Carson, aos ensaios de energização e curto-circuito do item anterior. No caso do ensaio de energização, as curvas ficam idênticas, o que mostra que o impacto das aproximações da impedância série não influenciam o comportamento da linha no domínio do tempo. No caso do ensaio de curto-circuito, os pequenos erros verificados se dão devido a problemas no ajuste dos parâmetros de propagação no EMTDC. Ainda assim, pode-se observar

que praticamente não há discrepância entre os sinais para os instantes iniciais de simulação.

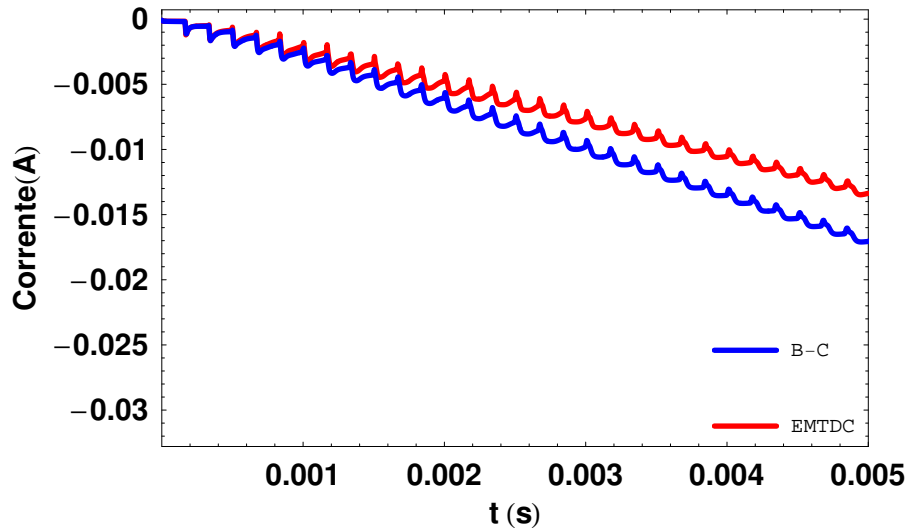


(a) Terminal 7

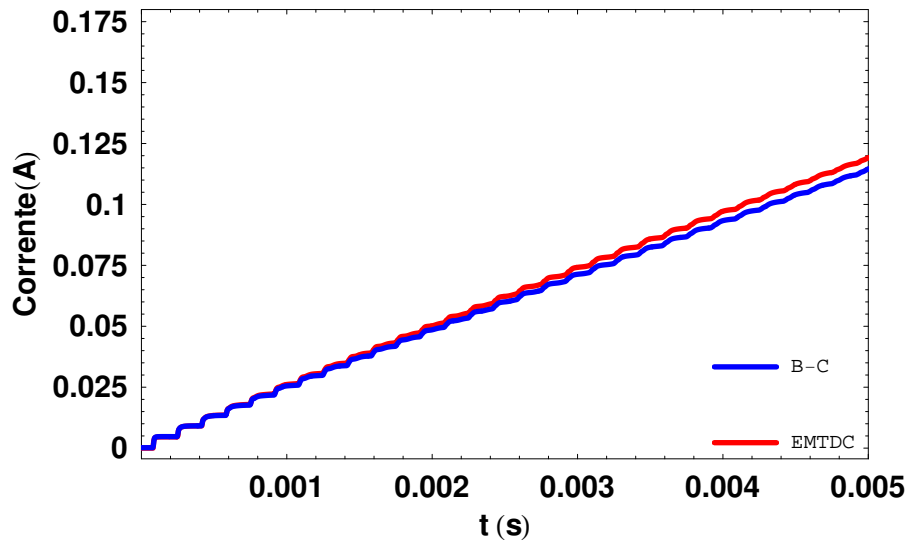


(b) Terminal 9

Figura 3.18: Energização da Linha



(a) Terminal 3



(b) Terminal 7

Figura 3.19: Curto-Circuito da Linha

3.3.4 Discussão dos Resultados

Para o valor de resistividade do solo considerado, não há diferenças no cálculo dos parâmetros de propagação a partir das aproximações avaliadas. No caso da admitância característica, o maior desvio de norma computado foi o das técnicas Wedepohl-Deri e Wedepohl-Noda, aproximadamente 0.1%. Para o fator de propagação, os piores resultados foram obtidos pela aproximação Wedepohl-Deri, com desvio máximo em torno de 0.35%. Em ambos os casos, os valores encontrados estão bem

abaixo de toleráveis 10%. Os ensaios de circuito aberto e de curto-circuito ilustrados nas Fig. 3.14 e Fig. 3.15 confirmam a similaridade entre as aproximações consideradas.

A síntese de funções racionais parece não gerar alterações significativas nos desvios de norma das amostras da admitância característica e do fator de propagação. No caso da admitância característica, o desvio máximo passa de 0.1 % para 0.2 %. Já no caso do fator de propagação, ele muda de 0.35 % para 0.4 %.

No estudo realizado, as aproximações avaliadas não exercem influência notável sobre a expressão analítica dos parâmetros de propagação. As Fig. 3.11 e Fig. 3.12 indicam claramente que as funções ajustadas a partir das aproximações são bem parecidas, diferindo apenas em uma pequena faixa de frequências. As Fig. 3.16 e Fig. 3.17 mostram que esta discrepância é desprezível na obtenção das respostas da admitância característica e do fator de propagação no domínio do tempo, que são, de fato, as variáveis de interesse.

Apesar de os resultados apresentados nas seções anteriores terem sido obtidos para $\rho = 100 \Omega.m$, também foram analisados sistemas com valores mais elevados para a resistividade do solo. A Tabela 3.3 e a Tabela 3.4 apontam os máximos desvios de norma computados no cálculo da admitância característica e do fator de propagação para diversos valores de ρ . Assim como ocorre quando $\rho = 100 \Omega.m$, as aproximações avaliadas se comportam de forma semelhante em todos os casos. Os desvios máximos de cada técnica parecem não sofrer grandes alterações com a variação da resistividade do solo. A Tabela 3.5 e a Tabela 3.6 indicam o impacto de ρ na síntese de funções racionais nas amostras dos parâmetros de propagação. Verifica-se que o impacto no fator de propagação se torna maior à medida que o valor da resistividade do solo aumenta, já que os modos da linha começam a se comportar de forma diferente entre si, dificultando o ajuste da matriz de fator de propagação através da remoção de um único tempo de atraso, como foi feito neste trabalho. Como pode ser visto, no caso da expressão obtida pela técnica Bessel-Carson, o desvio máximo passa de 0.4 %, quando $\rho = 100 \Omega.m$, para 24 % quando $\rho = 10000 \Omega.m$. As referidas tabelas também indicam que as aproximações consideradas não exercem grande influência sobre a realização do fator de propagação, confirmando assim, o que havia sido observado para o caso em que $\rho = 100 \Omega.m$. Apesar de os desvios máximos das expressões aproximadas aumentarem com a resistividade do solo, o aumento ocorre em todas as aproximações e praticamente em uma mesma taxa. As Fig. 3.20 a Fig. 3.25 ilustram o caso em que $\rho = 1000 \Omega.m$.

Tabela 3.3: Desvio de Norma das Amostras da Admitância Característica Obtidas pelas Aproximações para Diversos Valores de Resistividade do Solo

ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	DN Máximo (%)		
	B-N	W-D	W-N
100	0.000227019	0.0849265	0.0848156
500	0.000227131	0.0847915	0.0847807
1000	0.000227228	0.0847726	0.0847688
5000	0.00019801	0.0847569	0.0847565
10000	0.000198062	0.0847549	0.0847547

Tabela 3.4: Desvio de Norma das Amostras do Fator de Propagação Obtidas pelas Aproximações para Diversos Valores de Resistividade do Solo

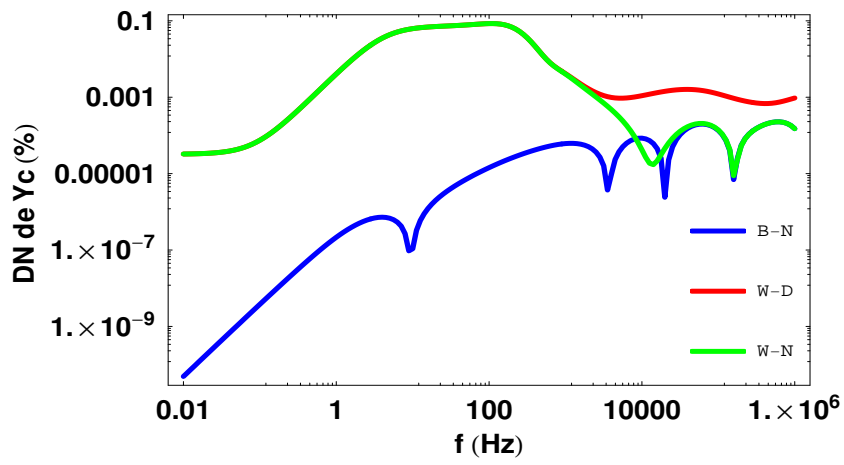
ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	DN Máximo (%)		
	B-N	W-D	W-N
100	0.0784787	0.369689	0.0907615
500	0.120455	0.223359	0.107971
1000	0.16641	0.435319	0.153855
5000	0.12367	0.395956	0.136298
10000	0.0553936	0.547474	0.0680796

Tabela 3.5: Desvio de Norma das Expressões Analíticas Aproximadas da Admitância Característica para Diversos Valores de Resistividade do Solo

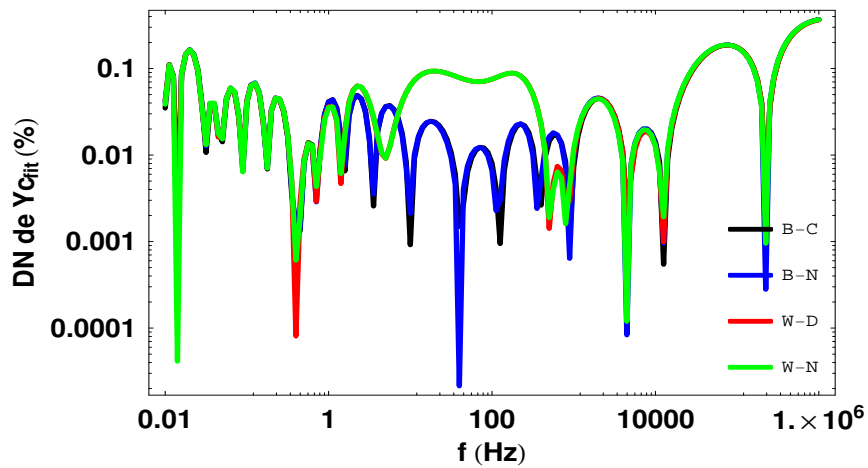
ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	DN Máximo (%)			
	B-C	B-N	W-D	W-N
100	0.183007	0.180671	0.183735	0.181761
500	0.287846	0.286936	0.283177	0.286882
1000	0.369317	0.368664	0.36525	0.368647
5000	0.544664	0.548649	0.558652	0.548389
10000	0.586694	0.591549	0.608959	0.591226

Tabela 3.6: Desvio de Norma das Expressões Analíticas Aproximadas do Fator de Propagação para Diversos Valores de Resistividade do Solo

ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	DN Máximo (%)			
	B-C	B-N	W-D	W-N
100	0.427495	0.411737	0.328629	0.400555
500	3.81799	3.77179	3.79255	3.74588
1000	8.39866	8.37894	8.65746	8.35923
5000	20.3984	20.9016	21.6578	20.8838
10000	24.0229	24.0951	25.4188	24.0879

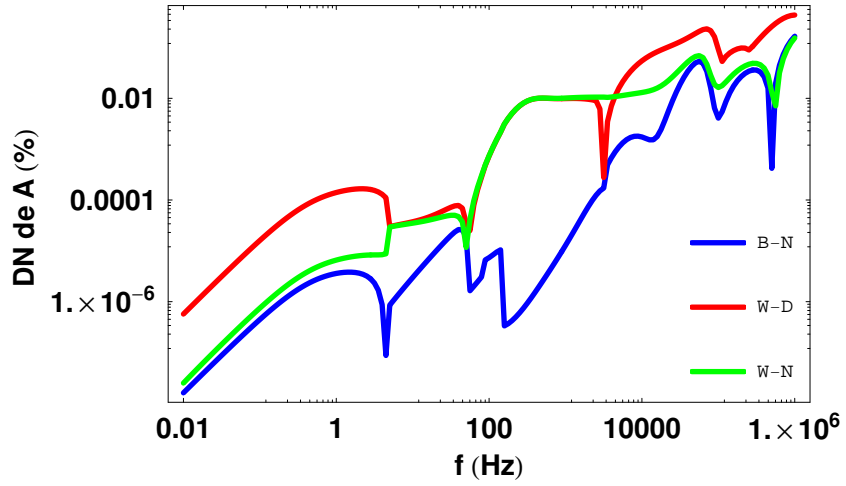


(a) Y_c

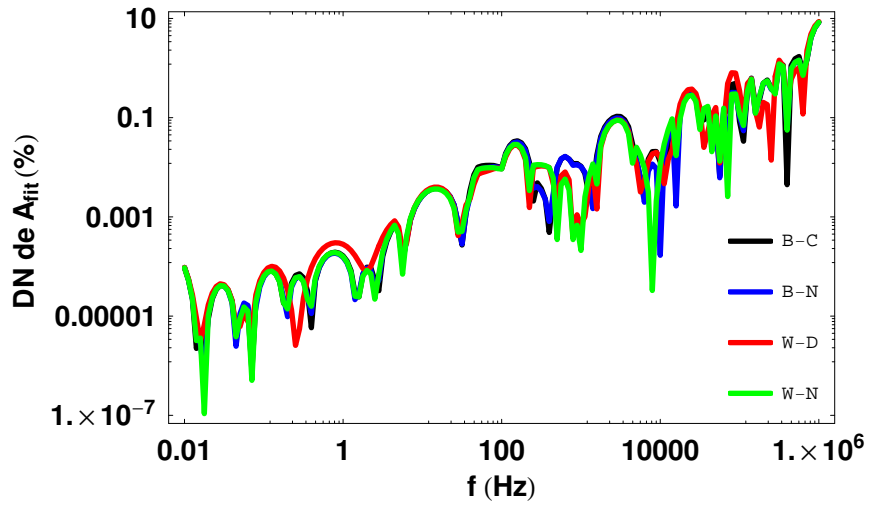


(b) $Y_{c_{fit}}$

Figura 3.20: Desvio de Norma de Y_c para $\rho = 1000 \Omega\cdot\text{m}$

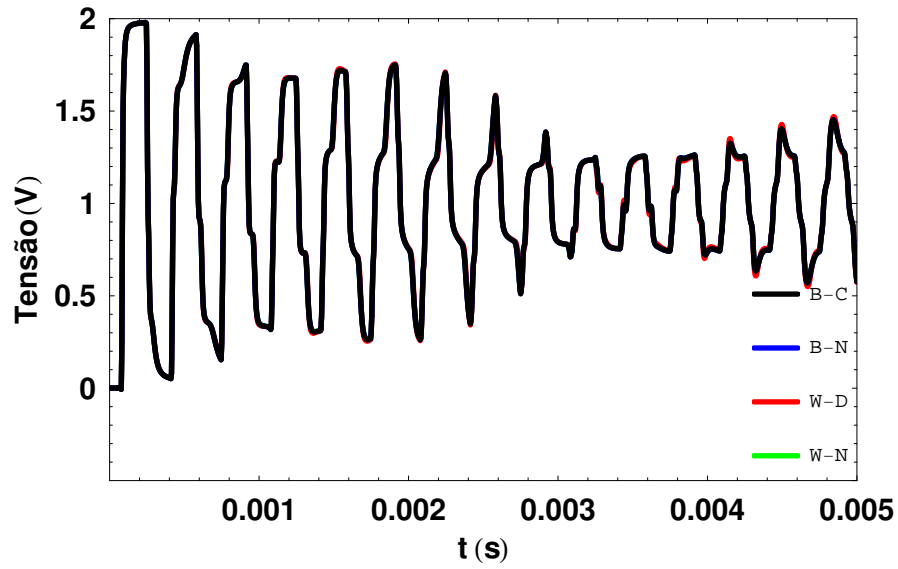


(a) \mathbf{A}

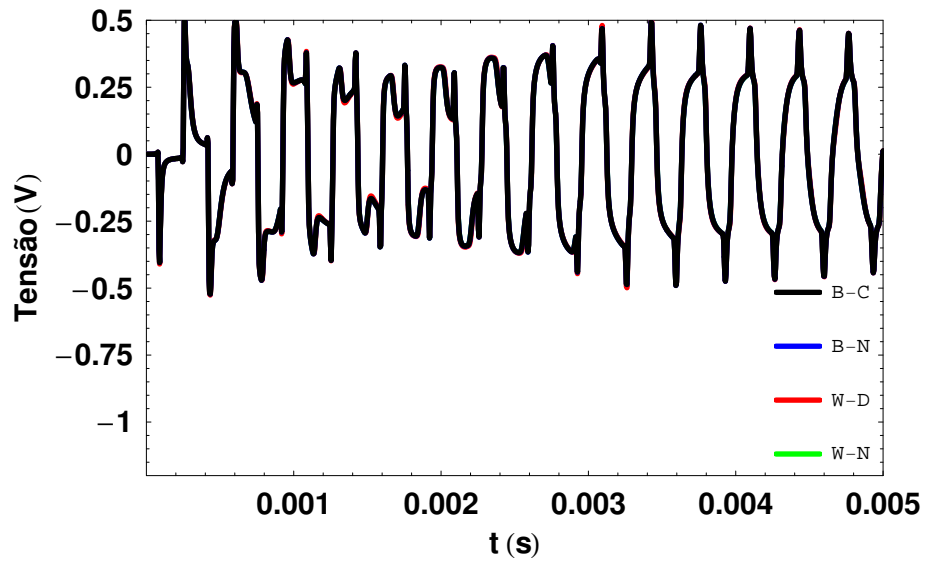


(b) \mathbf{A}_{fit}

Figura 3.21: Desvio de Norma de \mathbf{A} para $\rho = 1000 \Omega \cdot m$

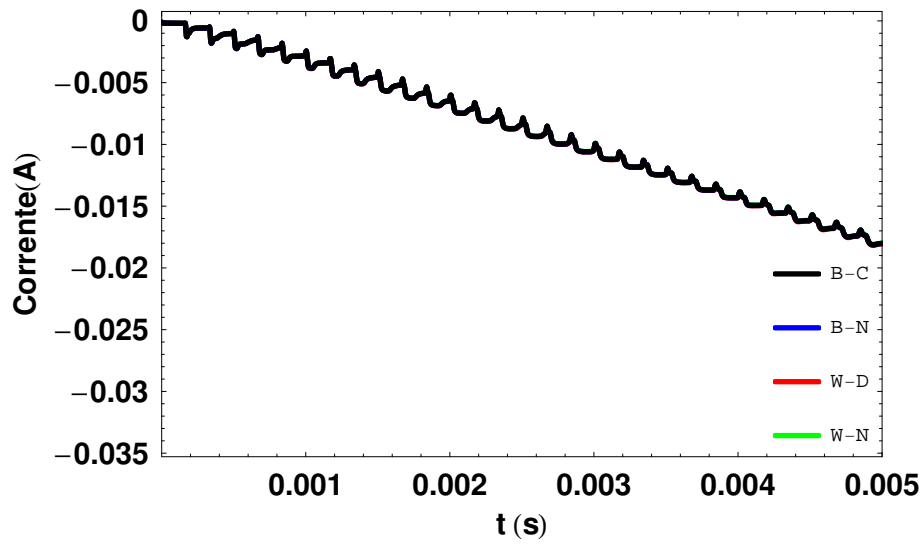


(a) Terminal 7

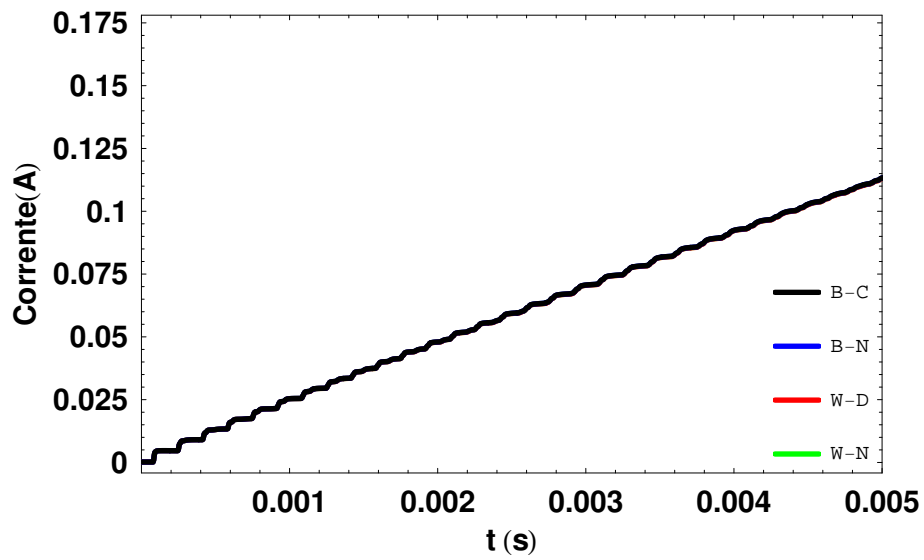


(b) Terminal 9

Figura 3.22: Energização da Linha para $\rho = 1000 \Omega.m$

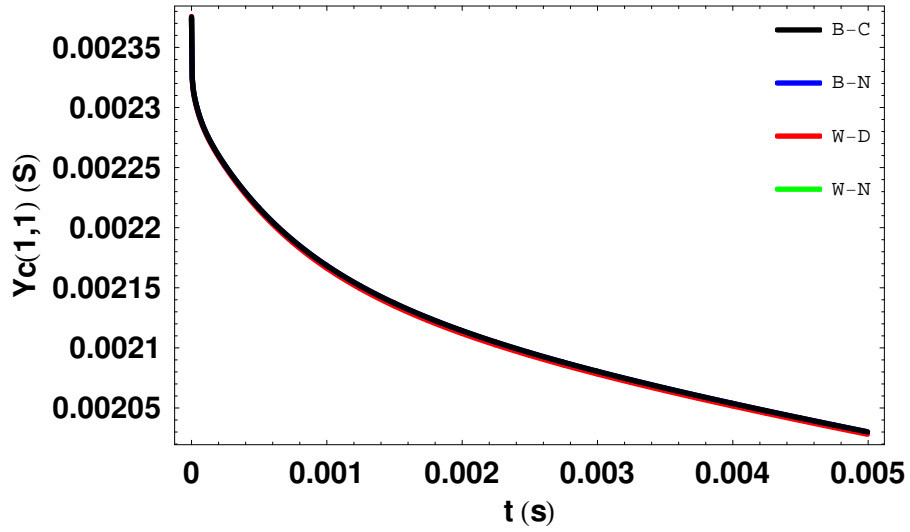


(a) Terminal 3

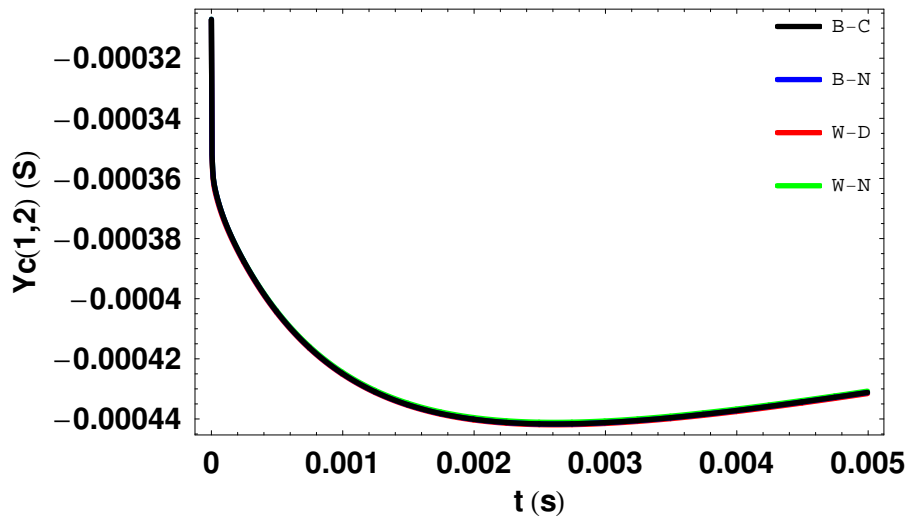


(b) Terminal 7

Figura 3.23: Curto-Circuito da Linha para $\rho = 1000 \Omega.m$

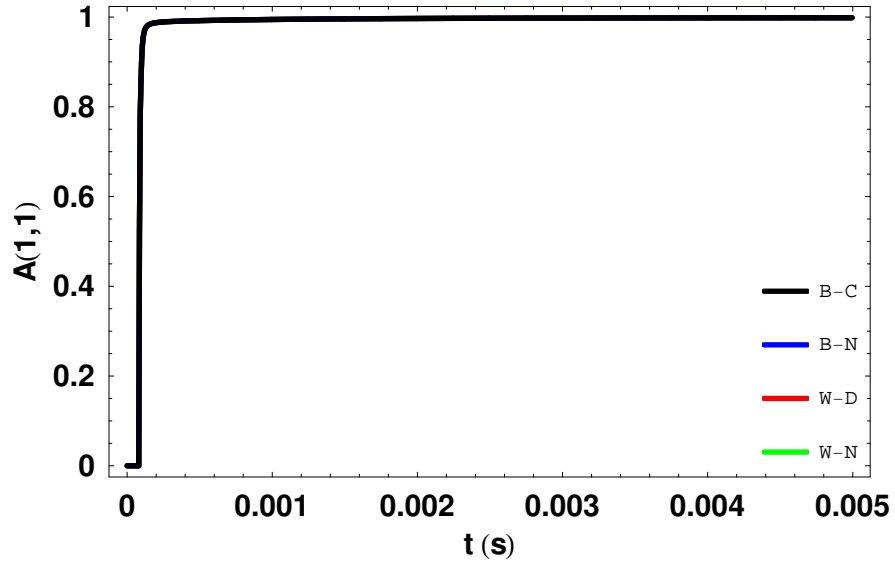


(a) Elemento $Y_{c(1,1)}$

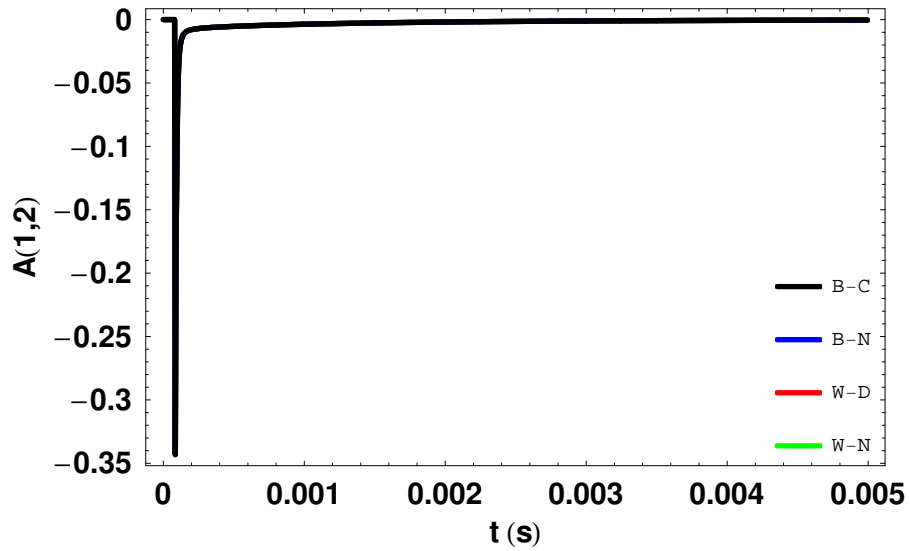


(b) Elemento $Y_{c(1,2)}$

Figura 3.24: Resposta Temporal de Elementos da Admitância Característica ao Degrau Unitário para $\rho = 1000 \Omega.m$



(a) Elemento $a(1,1)$



(b) Elemento $a(1,2)$

Figura 3.25: Resposta Temporal de Elementos do Fator de Propagação ao Degrau Unitário para $\rho = 1000 \Omega.m$

CAPÍTULO 4

Análise de Modelos Alternativos em Coordenadas de Fase para Simulações Envolvendo Linhas de Transmissão

4.1 Introdução

Em simulações de transitórios eletromagnéticos em tempo real, os fenômenos devem ser computados e reproduzidos como se um teste de campo houvesse sido realizado (MATHUR, WANG, 1989). A abordagem pode ser feita de duas formas:

- Formulação no domínio do tempo
- Formulação no domínio da frequência

Na formulação no domínio do tempo, que é a mais comum, a solução é obtida em instantes de tempo sequenciais, definidos a partir de um passo de integração, como ocorre em programas do tipo EMTP. Na formulação no domínio da frequência, a solução é obtida através de um conjunto de pontos de frequência discretos. Assim como em simuladores do tipo FDTP, é necessária a aplicação de alguma transformada numérica para se alcançar a resposta temporal da rede.

O grande desafio da simulação em tempo real é a obtenção de modelos matemáticos que permitam uma resposta rápida do sistema. Neste contexto, a adoção de práticas comuns em simuladores convencionais apresenta muitas desvantagens do ponto de

vista computacional, já que nestes programas não há o compromisso de se criar uma paridade entre o tempo de simulação do evento e seu tempo real de duração. Um tempo excessivo é gasto na análise da rede.

Em programas do tipo EMTP, a modelagem de linhas de transmissão considerando a variação dos parâmetros com a frequência, no domínio de fases, é usualmente feita a partir da admitância característica e do fator de propagação. Conforme apontamentos anteriores, estes modelos retratam com fidelidade todos os tipos de configuração de linha, pois não envolvem a síntese da matriz de transformação modal, que tende a ser instável para linhas aéreas (GUSTAVSEN, SEMLYEN, 1998c). Porém, nesta abordagem, o ajuste do fator de propagação por funções racionais de baixa ordem é muito difícil, devido aos diferentes tempos de atraso dos elementos da matriz. Para um ajuste preciso, é necessário considerar a influência de todos modos da linha no domínio de fases (MORCHED *et al.*, 1999), o que acarreta uma aproximação com um número considerável de pólos, levando a simulações mais lentas. Outro ponto negativo do modelo é a presença de convoluções em sua implementação no domínio do tempo (DOMMEL, 1969). Embora o esforço computacional tenha sido atenuado depois que as convoluções passaram a ser analisadas de forma recursiva (SEMLYEN, DABULEANU, 1975), elas continuam representando um peso no tempo de processamento do simulador.

A aplicação de transformadas numéricas sobre amostras de frequência para a obtenção da resposta de sistemas no domínio do tempo é um tanto problemática. No caso da Transformada Numérica de Fourier (WEDEPOHL, MOHAMED, 1969), muitos pontos de frequência devem ser considerados, o que torna as simulações bem lentas. Para fins de simulação em tempo real, esta condição é altamente indesejável. A quantidade de pontos pode ser minimizada através da aplicação da FFT (*Fast Fourier Transform*) (AMETANI, 1973), porém, o uso da transformada implica em limitações de tempo máximo de observação dos eventos.

Neste capítulo, são avaliados modelos alternativos, em coordenadas de fase, para a simulação de sistemas compostos por linhas de transmissão. Todos eles apresentam potencial para a análise de eventos em tempo real. Inicialmente, a linha é representada por sua matriz de admitância nodal, em uma modelagem conhecida como “caixa-preta”. A implementação do modelo no domínio do tempo não envolve convoluções, sendo feita através de uma rede equivalente com os parâmetros determinados a partir da realização da admitância nodal. Na etapa seguinte, dois outros modelos “caixa-preta” são avaliados, desta vez para a representação do sistema como

um todo. Nestes casos, as simulações são realizadas no domínio da frequência. Para se evitar os problemas inerentes à aplicação de transformadas numéricas sobre as amostras da resposta da rede, efetua-se a Transformada Inversa de Laplace sobre sua expressão analítica, que é obtida a partir de uma síntese por funções racionais. Em todos os casos avaliados, o ajuste é feito vetorialmente. Ao final do capítulo, são realizados testes para a validação dos modelos. Dois ensaios são propostos, um de energização de uma linha de transmissão, e outro de curto-circuito em seu terminal receptor. Os resultados são comparados com os obtidos pela simulação do sistema no EMTDC. Neste caso, o modelo ULM é utilizado para a representação da linha.

4.2 Modelo Baseado na Admitância Nodal da Linha

4.2.1 Modelagem no Domínio da Frequência

O ponto de partida para o equacionamento de linhas n -fásicas em função de sua matriz de admitância nodal é a teoria de ondas viajantes apresentada no Apêndice A. A solução da equação telegráfica é dada por:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}(x) &= e^{-\boldsymbol{\tau}x} \mathbf{V}_a + e^{+\boldsymbol{\tau}x} \mathbf{V}_b \\ \mathbf{I}(x) &= \mathbf{Y}_c \{e^{-\boldsymbol{\tau}x} \mathbf{V}_a - e^{+\boldsymbol{\tau}x} \mathbf{V}_b\}\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde:

\mathbf{V} e \mathbf{I} → vetores ($n \times 1$) de tensão e corrente ao longo da linha

\mathbf{V}_a e \mathbf{V}_b → vetores ($n \times 1$) de tensão representando as ondas progressiva e regressiva

\mathbf{Y}_c → matriz ($n \times n$) de admitância característica

$\boldsymbol{\tau}$ → matriz ($n \times n$) de constante de propagação

Aplicando-se a eq. (4.1) ao terminal k da linha da Fig. A.2, obtêm-se (WEDEPOHL, 1997):

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_k &= \mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b \\ \mathbf{I}_k &= \mathbf{Y}_c \{\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b\}\end{aligned}\tag{4.2}$$

Isolando-se \mathbf{V}_a e \mathbf{V}_b :

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_a &= \frac{\mathbf{V}_k + \mathbf{Z}_c \mathbf{I}_k}{2} \\ \mathbf{V}_b &= \frac{\mathbf{V}_k - \mathbf{Z}_c \mathbf{I}_k}{2}\end{aligned}\tag{4.3}$$

Para o terminal m :

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_m &= e^{-\tau l} \mathbf{V}_a + e^{+\tau l} \mathbf{V}_b \\ \mathbf{I}_m &= -\mathbf{Y}_c (e^{-\tau l} \mathbf{V}_a - e^{+\tau l} \mathbf{V}_b)\end{aligned}\tag{4.4}$$

Substituindo-se a eq. (4.3) na eq. (4.4), chega-se a:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_m &= \cosh(\tau l) \mathbf{V}_k - \sinh(\tau l) \mathbf{Z}_c \mathbf{I}_k \\ \mathbf{I}_m &= \mathbf{Y}_c \sinh(\tau l) \mathbf{V}_k - [\cosh(\tau l)]^T \mathbf{I}_k\end{aligned}\tag{4.5}$$

já que $\mathbf{Y}_c \cosh(\tau l) = [\cosh(\tau l)]^T \mathbf{Y}_c$. A equação acima define o quadripolo da linha de transmissão e pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_m \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\tau l) & -\sinh(\tau l) \mathbf{Z}_c \\ \mathbf{Y}_c \sinh(\tau l) & -[\cosh(\tau l)]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix}\tag{4.6}$$

Rearranjando-se os termos da eq. (4.5), pode-se mostrar que:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_k &= \mathbf{Y}_c \coth(\tau l) \mathbf{V}_k - \mathbf{Y}_c \operatorname{cosech}(\tau l) \mathbf{V}_m \\ \mathbf{I}_m &= -\mathbf{Y}_c \operatorname{cosech}(\tau l) \mathbf{V}_k + \mathbf{Y}_c \coth(\tau l) \mathbf{V}_m\end{aligned}\tag{4.7}$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_k \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_c \coth(\tau l) & -\mathbf{Y}_c \operatorname{cosech}(\tau l) \\ -\mathbf{Y}_c \operatorname{cosech}(\tau l) & \mathbf{Y}_c \coth(\tau l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k \\ \mathbf{V}_m \end{bmatrix}\tag{4.8}$$

ou:

$$\mathbf{I}_{linha} = \mathbf{Y}_n \mathbf{V}_{linha}$$

onde \mathbf{Y}_n é a matriz ($2n \times 2n$) de admitância nodal da linha. Funções hiperbólicas geralmente não são disponíveis para matrizes em linguagens de programação (GUSTAVSEN, 2004a). Alternativamente, a matriz de admitância nodal pode ser expressa em termos de funções exponenciais:

$$\mathbf{Y}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_c (\mathbf{I} + \mathbf{A}^2) (\mathbf{I} - \mathbf{A}^2)^{-1} & -2 \mathbf{Y}_c \mathbf{A} (\mathbf{I} - \mathbf{A}^2)^{-1} \\ -2 \mathbf{Y}_c \mathbf{A} (\mathbf{I} - \mathbf{A}^2)^{-1} & \mathbf{Y}_c (\mathbf{I} + \mathbf{A}^2) (\mathbf{I} - \mathbf{A}^2)^{-1} \end{bmatrix}\tag{4.9}$$

sendo \mathbf{A} a matriz ($n \times n$) de fator de propagação.

4.2.2 Implementação no Domínio do Tempo

A implementação da eq. (4.9) no domínio do tempo é realizada em duas etapas (GUSTAVSEN, 2002). Na primeira, efetua-se a síntese vetorial da admitância

nodal por funções racionais, de modo que todos os elementos da matriz compartilhem os mesmos pólos, o que torna a resposta do modelo mais rápida. O algoritmo utilizado no ajuste, conhecido como Matrix Fitting, é detalhado no Apêndice B. Para garantir a estabilidade da aproximação, os pólos instáveis devem ser rebatidos para o semiplano esquerdo de s ou simplesmente eliminados. Além disso, o critério de passividade analisado no Apêndice C deve ser respeitado. Na etapa complementar, é elaborada uma rede elétrica equivalente para a representação do modelo no domínio do tempo. A rede é similar à apresentada no capítulo anterior para a admitância característica, sendo determinada a partir da realização da admitância nodal:

$$\mathbf{Y}_n(s) = \sum_{m=1}^N \mathbf{R}_m \frac{1}{s - p_m} + \mathbf{D} + s \mathbf{E} \quad (4.10)$$

onde N é a ordem da aproximação, \mathbf{R}_m são matrizes $(2n \times 2n)$ de resíduos, p_m são pólos, e \mathbf{D} e \mathbf{E} são matrizes $(2n \times 2n)$ que indicam o comportamento da aproximação quando $s \rightarrow \infty$. Apesar de \mathbf{R}_m e p_m poderem assumir valores complexos, desde que em pares conjugados, \mathbf{D} e \mathbf{E} são matrizes reais.

GUSTAVSEN (2002) elaborou uma rotina no programa MATLAB onde o usuário entra com a resposta em frequência da admitância nodal e algumas variáveis de controle, e obtém um cartão de dados para a implementação da rede equivalente no simulador EMTP-ATP. Para a simulação da linha, o usuário precisa apenas fornecer as condições de contorno do sistema.

4.3 Modelo Baseado na Impedância de Barra da Rede

4.3.1 Modelagem no Domínio da Frequência

A dinâmica de um sistema de potência de nb -barras pode ser descrita pela seguinte equação:

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}_{barra} \mathbf{I} \quad (4.11)$$

onde \mathbf{V} e \mathbf{I} são vetores $(nb \times 1)$ de tensão e corrente nas barras, e \mathbf{Z}_{barra} é a matriz $(nb \times nb)$ de impedância de barra da rede, que define a relação entre \mathbf{V} e \mathbf{I} .

O processo de montagem desta matriz é extremamente complexo. A forma mais simples de se obtê-la é através da inversão da matriz de admitância de barra \mathbf{Y}_{barra} ,

que possui regras de montagem bem simples:

$$\mathbf{Z}_{barra} = \mathbf{Y}_{barra}^{-1} \quad (4.12)$$

sendo:

$$\mathbf{Y}_{barra_{ii}} = \sum_{j=1}^{nb} el_{ij} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{Y}_{barra_{ij}} = -el_{ij}$$

onde el_{ij} são admitâncias conectadas entre as barras i e j . No caso de $i = j$, o elemento refere-se à admitância entre o nó considerado e a terra.

4.3.2 Resposta no Domínio do Tempo

No modelo considerado, a avaliação dos fenômenos transitórios é realizada no domínio da frequência. Ao contrário do que ocorre em simuladores do tipo FDTP, o processo é conduzido de forma analítica, através do ajuste da matriz de impedância de barra por funções racionais. Como o vetor de correntes \mathbf{I} na eq. (4.11) é uma função conhecida, pode-se chegar facilmente a uma expressão analítica para o vetor de tensões \mathbf{V} . A resposta do sistema no domínio do tempo é, então, obtida através da aplicação da Transformada Inversa de Laplace sobre esta expressão. Visando-se simulações mais rápidas, a síntese da matriz de impedância de barra é efetuada através do Matrix Fitting, descrito no Apêndice B. As considerações de estabilidade definidas para o modelo anterior também são válidas aqui.

4.4 Modelo Baseado nas Tensões da Rede

Outra possibilidade para a avaliação da resposta temporal da rede a partir da eq. (4.11) é através do ajuste direto da resposta em frequência do vetor de tensões \mathbf{V} do sistema. Para isto, utiliza-se o Vector Fitting, detalhado no Apêndice B. Novamente, a passagem do domínio da frequência para o domínio do tempo é efetuada através da Transformada Inversa de Laplace na expressão analítica da resposta da rede.

4.5 Análise dos Modelos

4.5.1 Aspectos Gerais

Para a avaliação dos modelos introduzidos nas seções anteriores, é considerado um dos circuitos do sistema da Fig. 3.4. A linha é submetida a dois ensaios, um de energização e outro de curto-circuito, efetuado no terminal receptor m . O procedimento é o mesmo tomado nos ensaios realizados no capítulo anterior para a linha de circuito duplo. O circuito a ser considerado nas simulações é o seguinte:

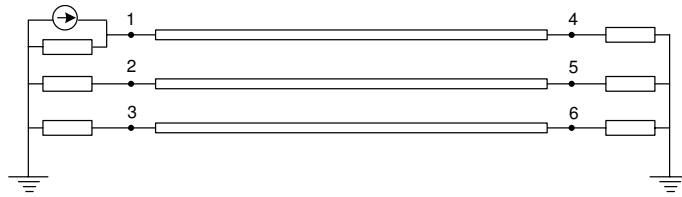


Figura 4.1: Circuito Utilizado nos Ensaio

Nos modelos avaliados, os parâmetros envolvidos são ajustados por funções estritamente próprias, i.e., funções em que o grau do polinômio do numerador é uma ordem menor que o grau do polinômio do denominador. Todas as realizações são efetuadas com 8 pólos. Os pólos instáveis são rebatidos para o semiplano esquerdo de s .

As simulações dos modelos são realizadas no programa Mathematica. Novamente, os pacotes mEngine e SmoothPhase são utilizados. Os resultados obtidos são comparados com os resultados da simulação do sistema no EMTDC, onde a linha é representada pelo modelo ULM (a condutância em derivação é desconsiderada). A tabela abaixo indica a nomenclatura a ser adotada para a referência dos modelos na próxima seção.

Tabela 4.1: Nomenclatura dos Modelos

Nomenclatura	Descrição
Modelo \mathbf{Y}_n	Modelo Baseado na Admitância Nodal da Linha
Modelo \mathbf{Z}_{barra}	Modelo Baseado na Impedância de Barra da Rede
Modelo \mathbf{V}	Modelo Baseado nas Tensões da Rede

4.5.2 Resposta ao Degrau Unitário

Modelo \mathbf{Y}_n

A Fig. 4.2 e a Fig. 4.3 ilustram a resposta da linha para os ensaios de energização e curto-circuito, respectivamente. Como pode ser visto, o modelo só apresenta um comportamento adequado no caso do curto. Para entender melhor o que acontece, deve-se avaliar o ajuste da admitância nodal.

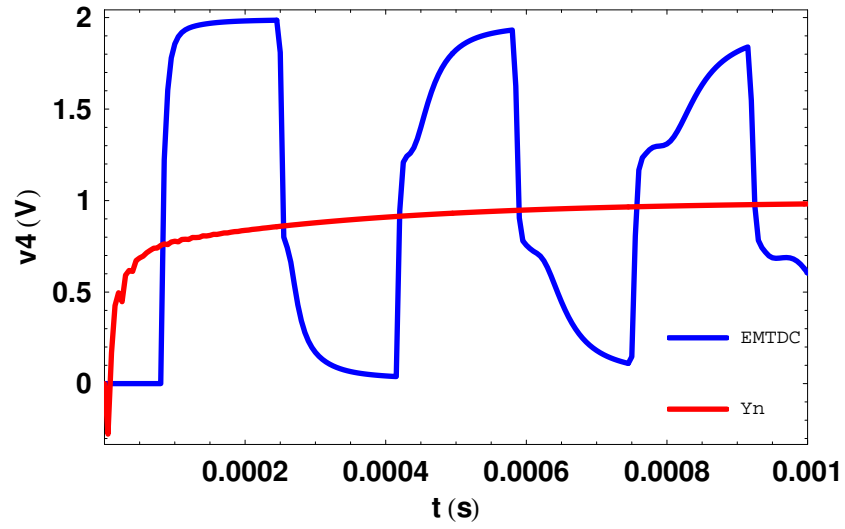
O desvio de norma da matriz é indicado na Fig. 4.4. Verifica-se que a síntese só apresenta boa precisão até algumas centenas de Hz. A partir daí, o módulo dos elementos da admitância nodal começa a oscilar bastante, ver Fig. 4.5, o que compromete o ajuste. Isto repercute na dinâmica da linha no domínio da frequência, como indicam as Fig. 4.6 e Fig. 4.7.

No caso da energização, o erro da resposta é bem elevado para alguns kHz, faixa de frequências envolvida pelo fenômeno, o que justifica o comportamento inadequado do sistema para os primeiros instantes de tempo. No caso do curto, apenas algumas centenas de Hz são envolvidas. Desta forma, a linha só é solicitada em uma faixa em que o ajuste da admitância nodal é realizado com precisão, levando, então, a simulações satisfatórias no domínio do tempo.

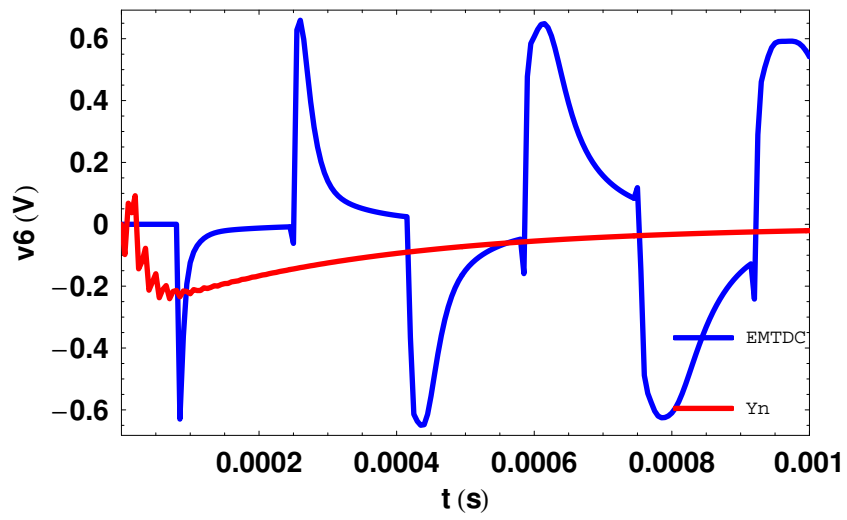
Deve-se dizer que as dificuldades encontradas na síntese da matriz ocorrem devido ao método empregado no processo, o Matrix Fitting, que não consegue lidar com a variação excessiva da ordem de grandeza das oscilações observadas nos elementos da admitância nodal (GUSTAVSEN, 2004b). Aumentando-se o número de pólos, os resultados ficam ainda piores.

A Fig. 4.8 mostra o desvio de norma da aproximação para 80 pólos. Efetuando-se o ajuste pelo Vector Fitting, pode-se chegar a uma aproximação mais precisa. A Fig. 4.9 indica o desvio de norma da primeira coluna da admitância nodal com 80 pólos.

Outra forma de se melhorar a síntese da matriz é através do ajuste individual das duas classes de submatrizes que a constituem, i.e., $\mathbf{Y}_c \coth(\boldsymbol{\tau}l)$ e $-\mathbf{Y}_c \operatorname{cosech}(\boldsymbol{\tau}l)$ (GUSTAVSEN, 2004b), vide eq. (4.8). Apesar das melhorias trazidas por estes métodos alternativos de síntese no domínio da frequência, a implementação do modelo no domínio do tempo fica um tanto mais complexa.

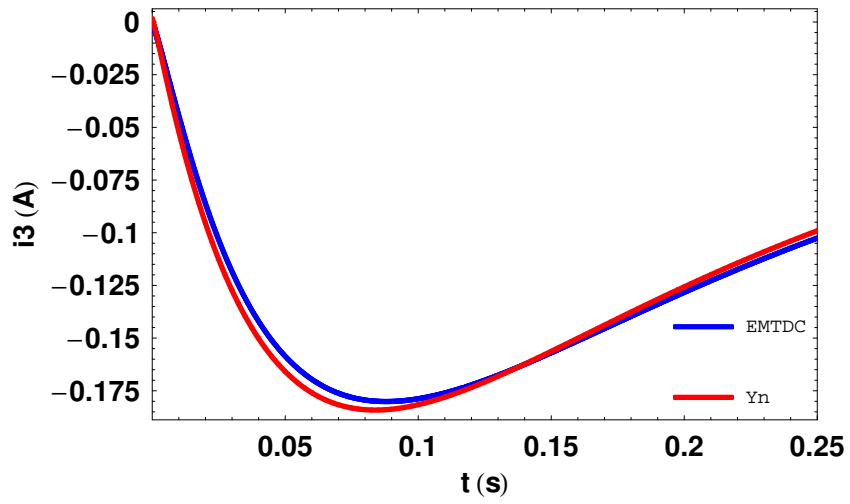


(a) Terminal 4

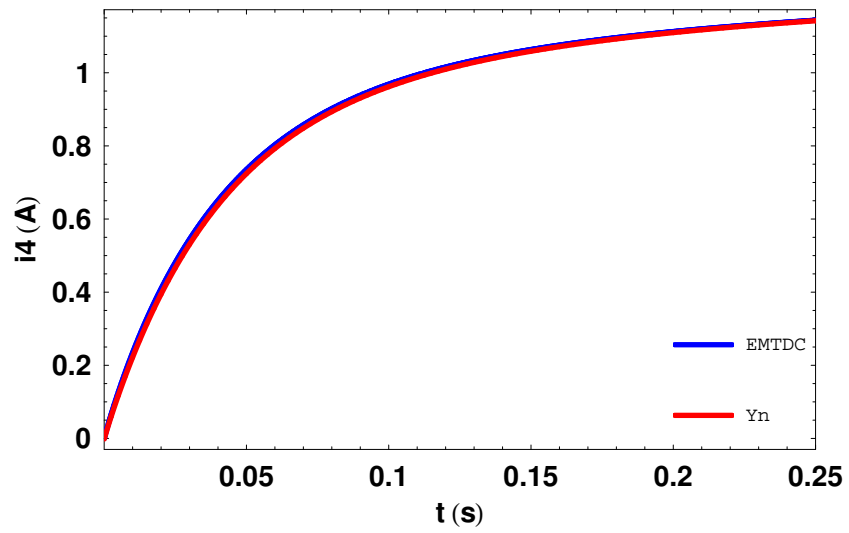


(b) Terminal 6

Figura 4.2: Ensaio de Circuito Aberto



(a) Terminal 3



(b) Terminal 4

Figura 4.3: Ensaio de Curto-Circuito

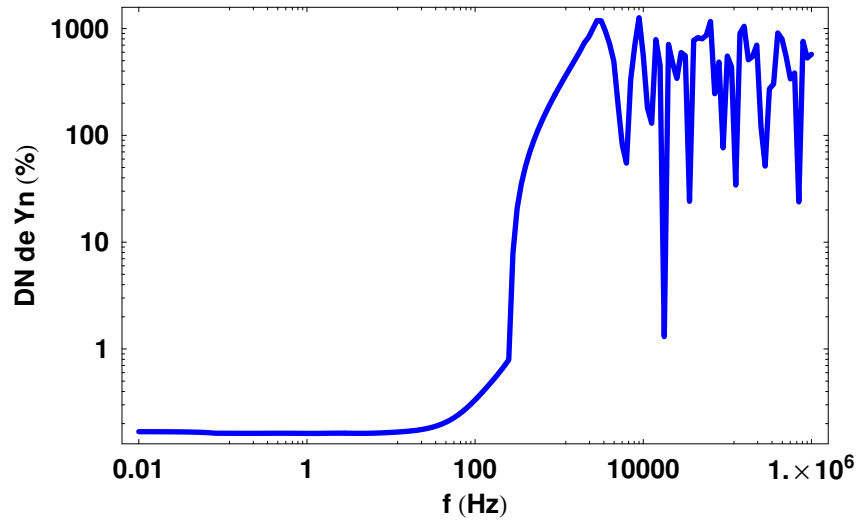


Figura 4.4: Desvio de Norma de Y_n

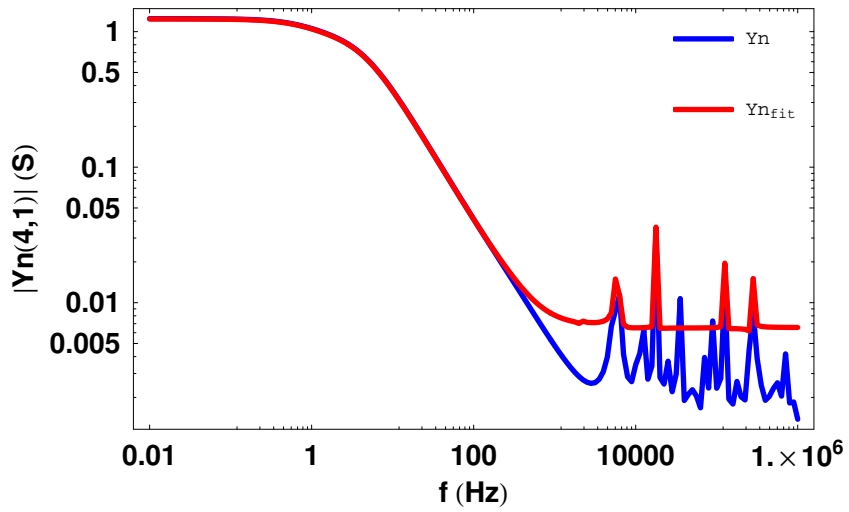
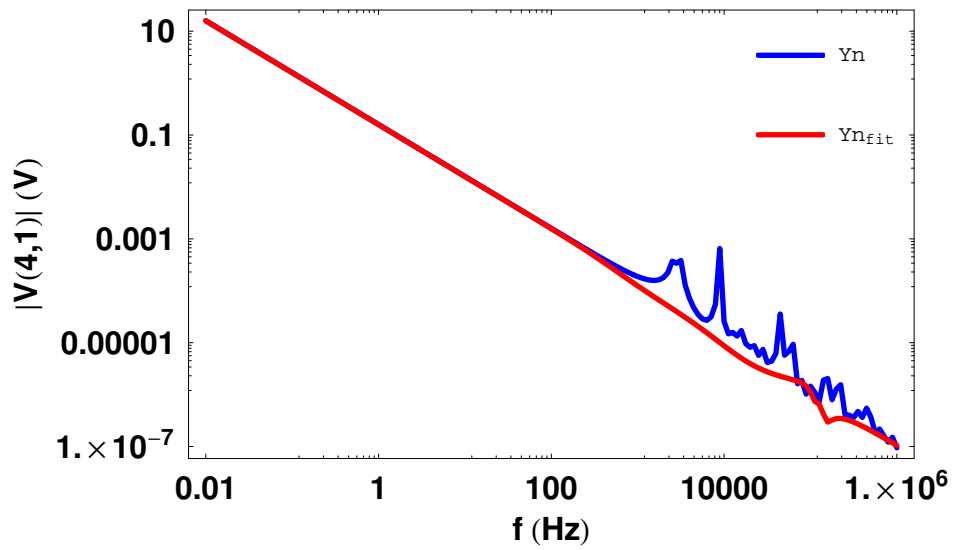
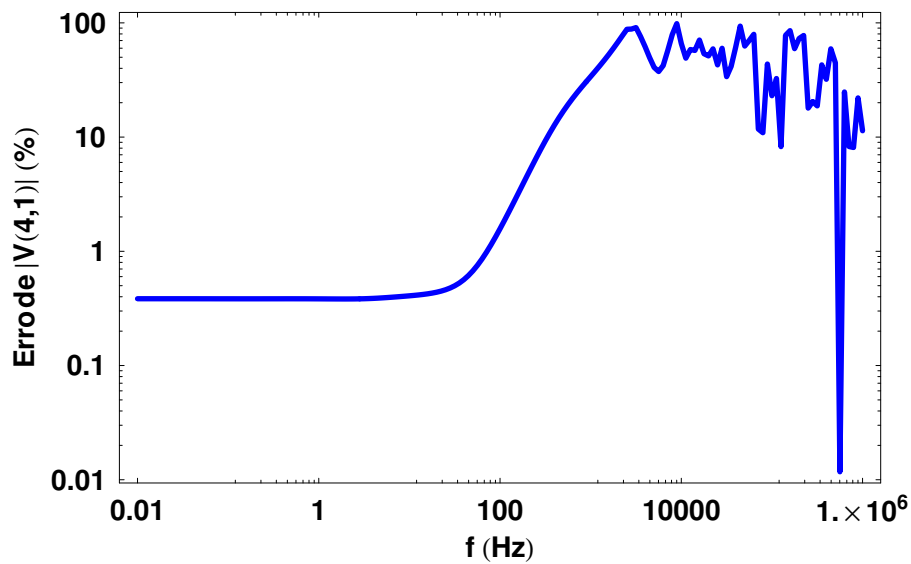


Figura 4.5: Elemento $Y_n(4,1)$

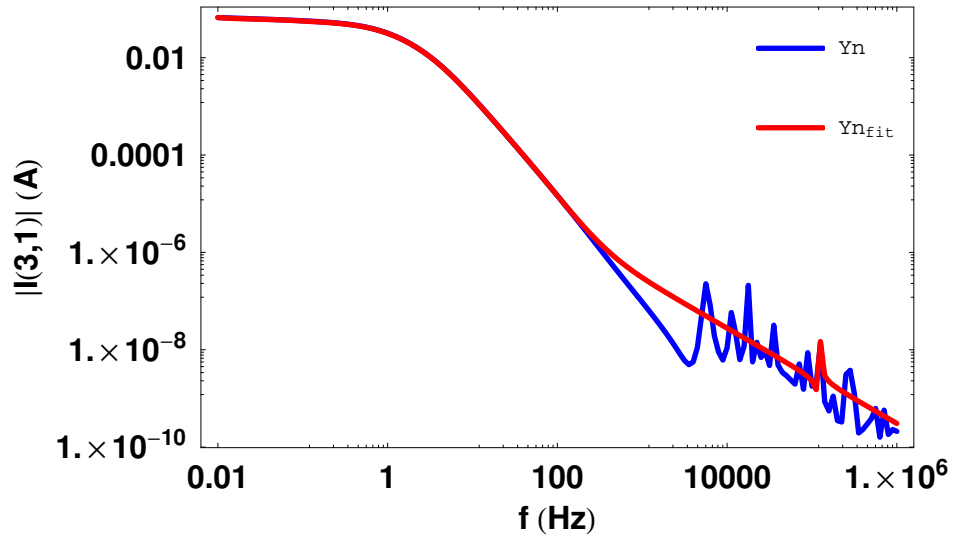


(a) Terminal 4

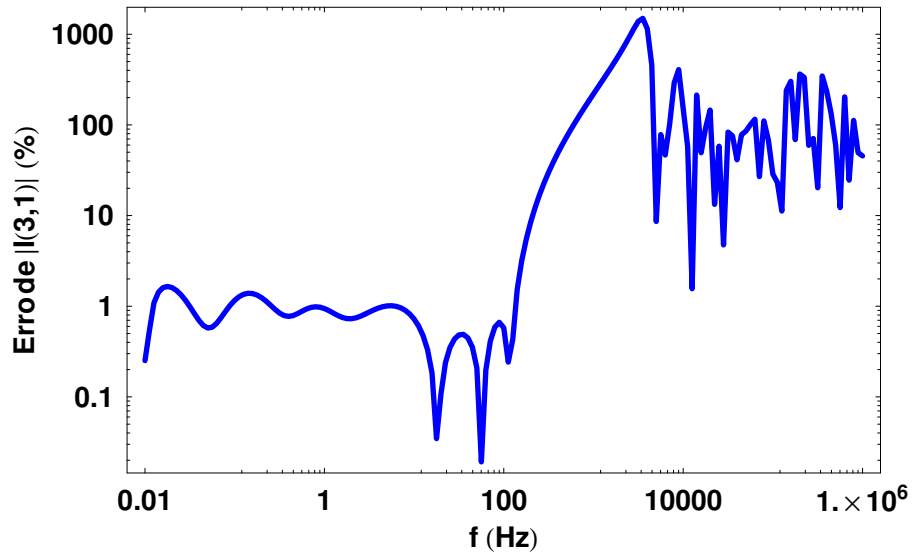


(b) Erro Relativo

Figura 4.6: Ensaio de Circuito Aberto no Domínio da Frequência



(a) Terminal 3



(b) Erro Relativo

Figura 4.7: Ensaio de Curto-Circuito no Domínio da Frequência

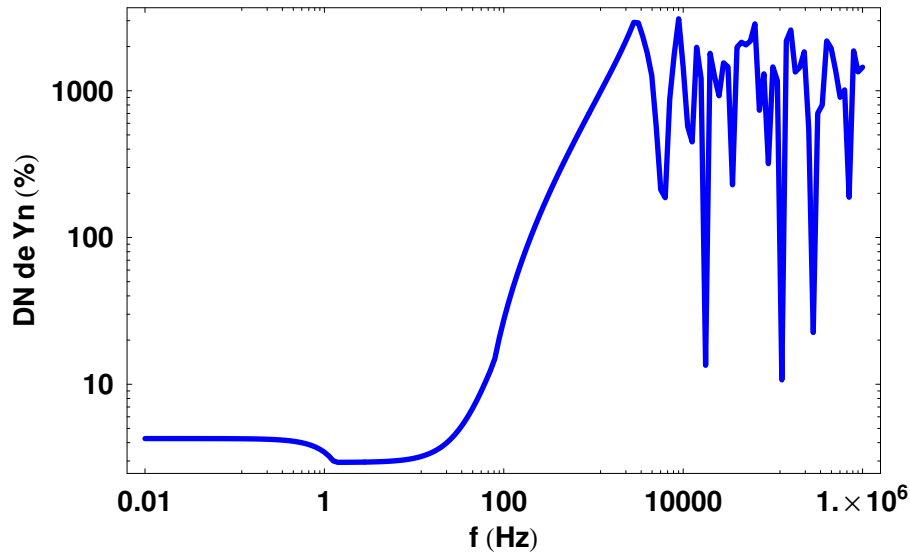


Figura 4.8: Desvio de Norma de \mathbf{Y}_n para 80 pólos

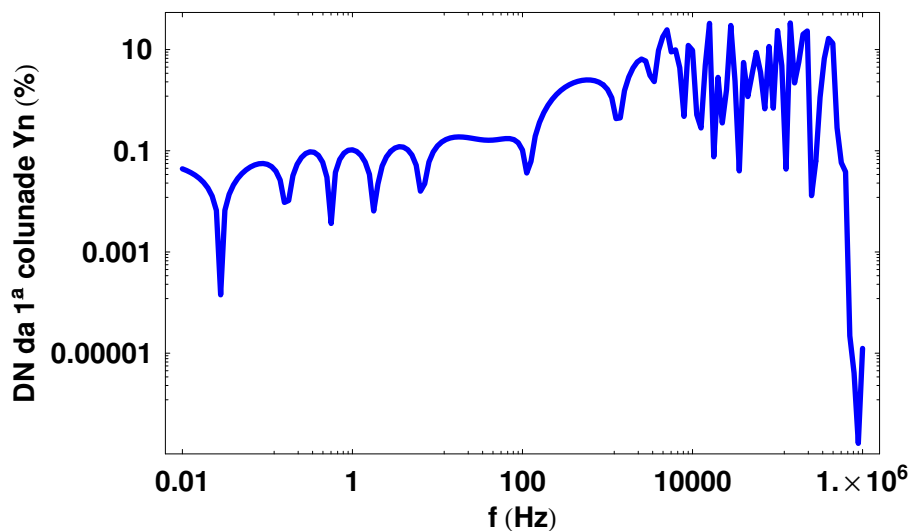


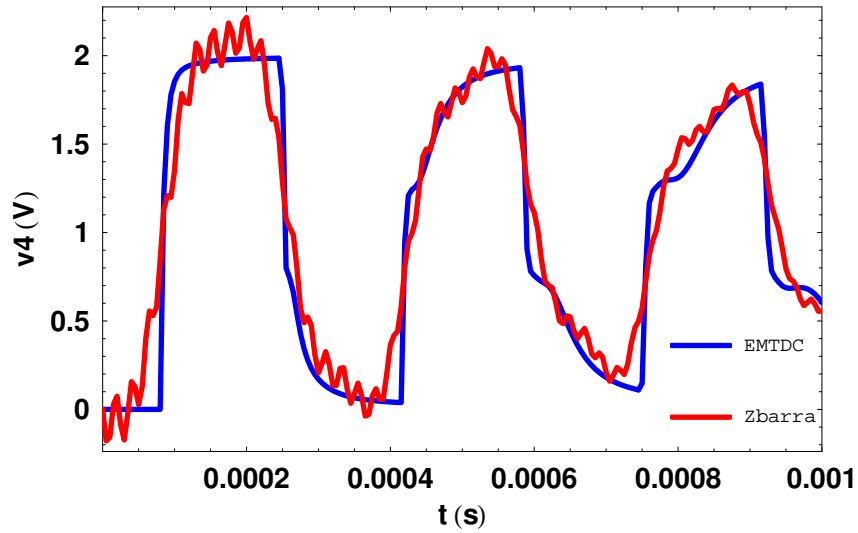
Figura 4.9: Desvio de Norma de \mathbf{Y}_n para 80 pólos via Vector Fitting

Modelo \mathbf{Z}_{barra}

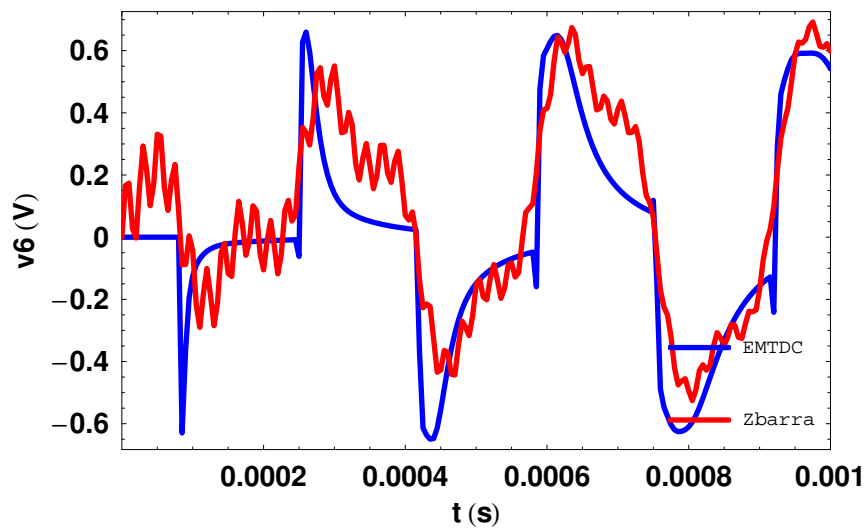
A resposta do modelo aos ensaios de circuito aberto e de curto-circuito é ilustrada nas figuras Fig. 4.10, Fig. 4.11 e Fig. 4.12. Os resultados são satisfatórios apenas para o caso do curto, graças a um ajuste adequado dos elementos de \mathbf{Z}_{barra} nas frequências fundamentais envolvidas, como indicam as Fig. 4.13 e 4.14.

No caso da energização, considere, a título ilustrativo, o terminal 4. O modelo até consegue reproduzir o contorno da resposta do EMTDC, porém, a discrepância entre os sinais não pode ser negligenciada. Além disso, a resposta do modelo apresenta alta

instabilidade nos primeiros instantes de tempo, desrespeitando inclusive a condição inicial de repouso da linha. Isto ocorre devido a erros de ajuste da impedância barra em altas frequências. A Fig. 4.15 ilustra a síntese completa do elemento $Z_{barra}(4, 1)$.

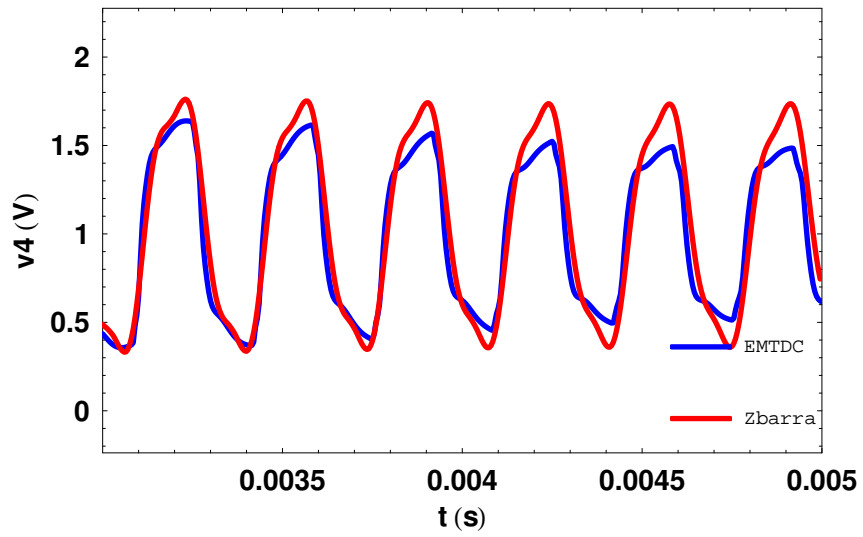


(a) Terminal 4

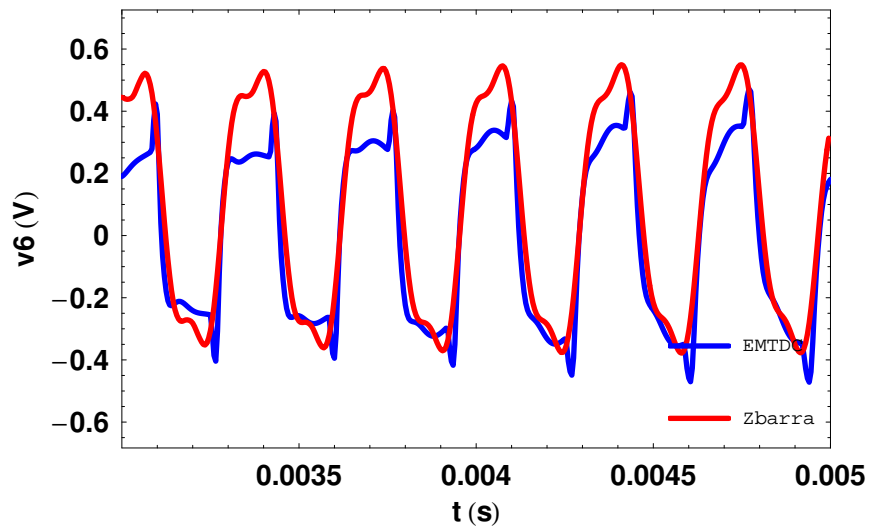


(b) Terminal 6

Figura 4.10: Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow t < 0.001s$

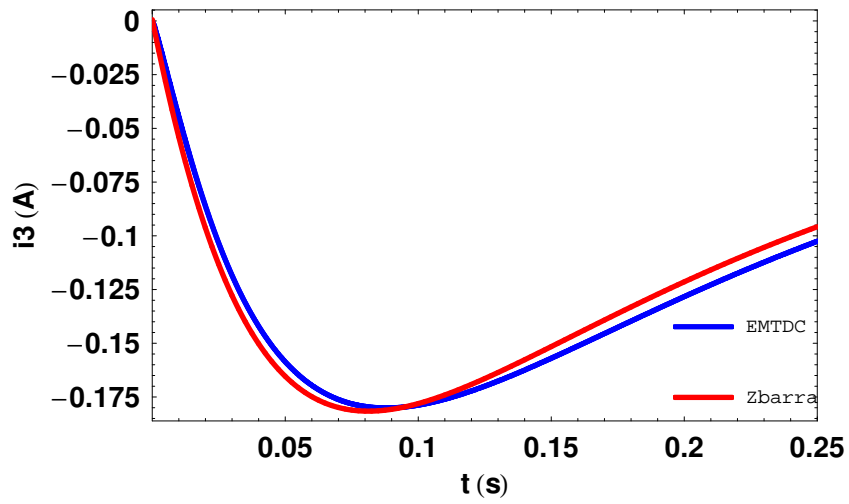


(a) Terminal 4

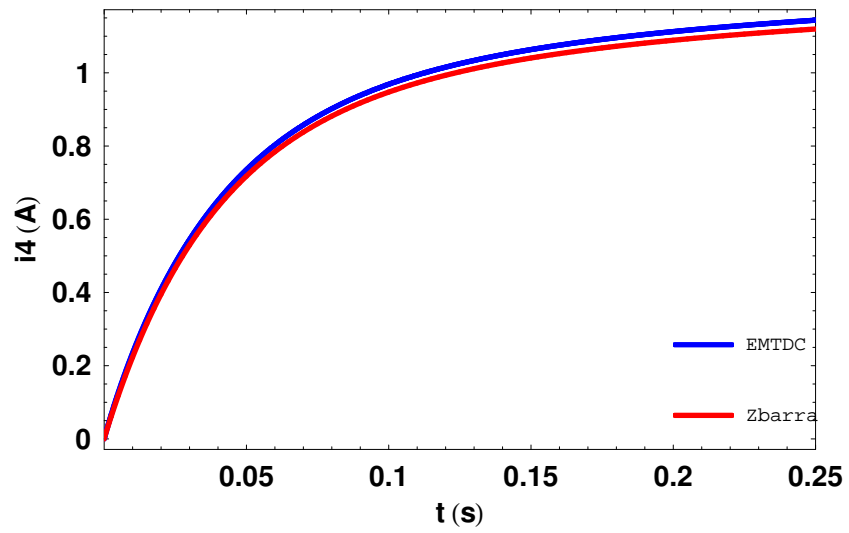


(b) Terminal 6

Figura 4.11: Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow 0.001 s < t < 0.005 s$

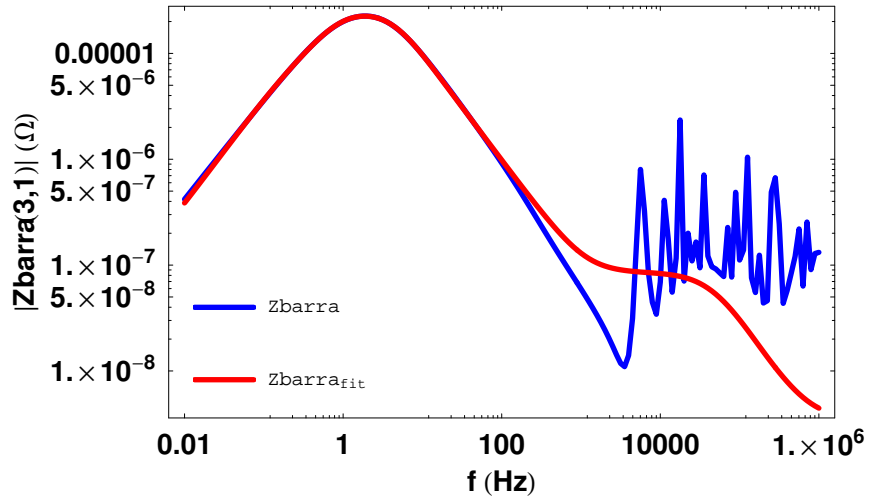


(a) Terminal 3

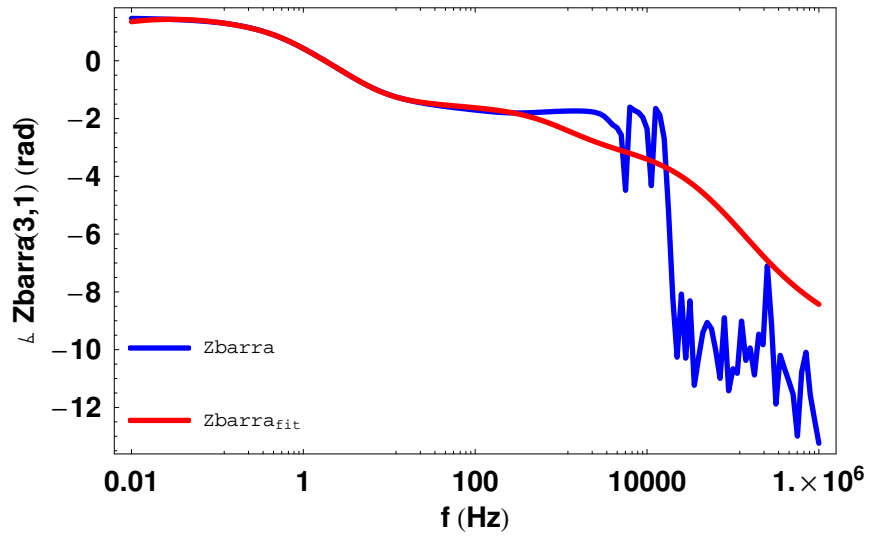


(b) Terminal 4

Figura 4.12: Ensaio de Curto-Circuito

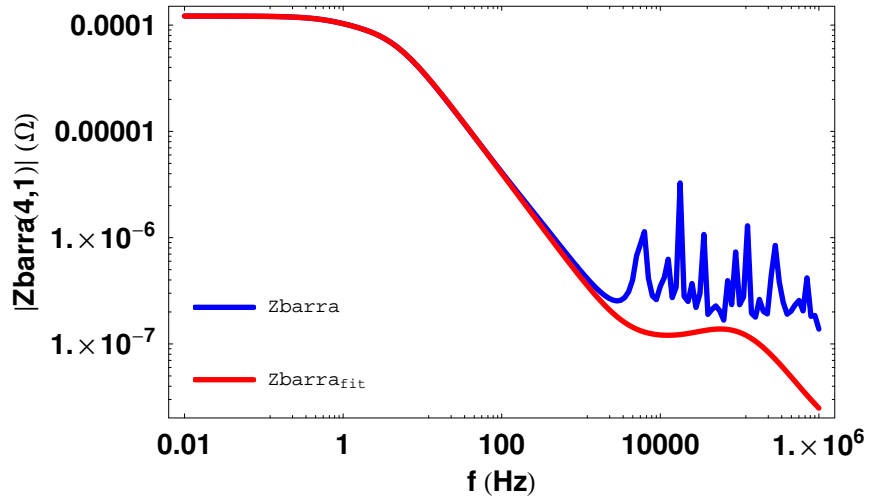


(a) Módulo

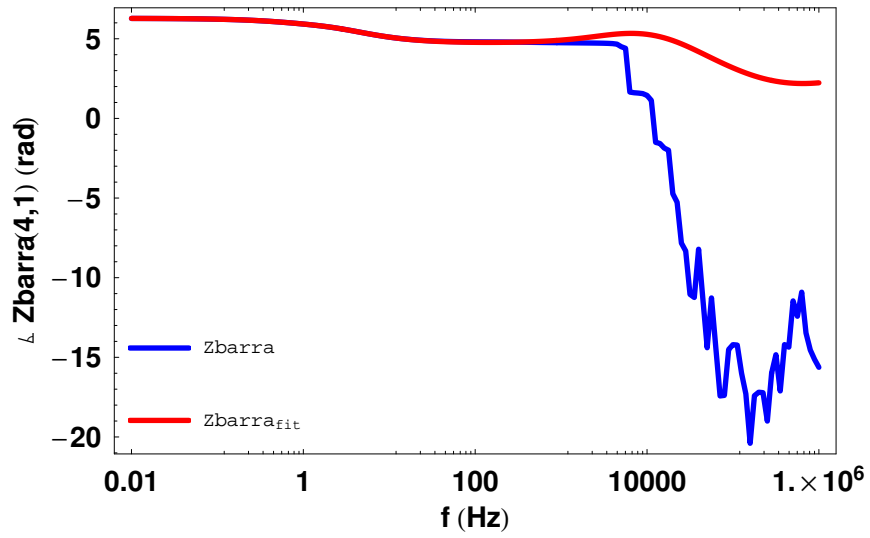


(b) Fase

Figura 4.13: Elemento $Z_{barra}(3, 1)$ para o Ensaio de Curto-Circuito

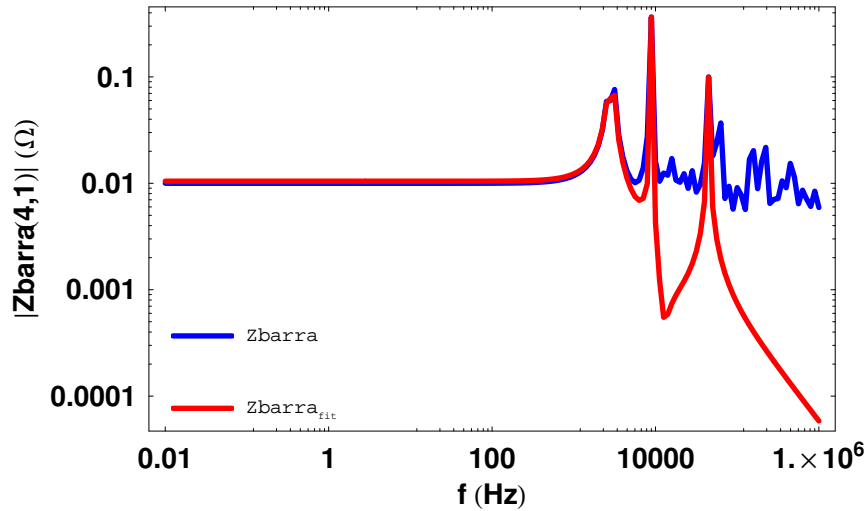


(a) Módulo

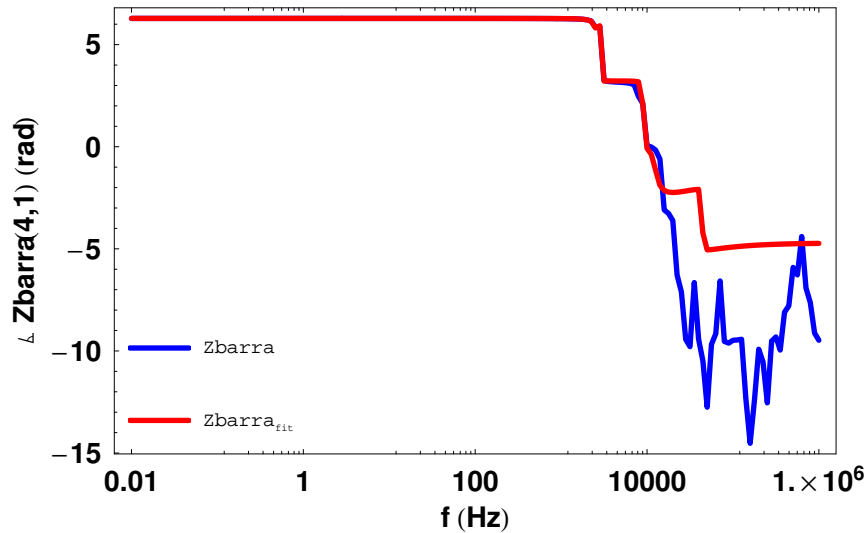


(b) Fase

Figura 4.14: Elemento $Z_{barra}(4, 1)$ para o Ensaio de Curto-Circuito



(a) Módulo



(b) Fase

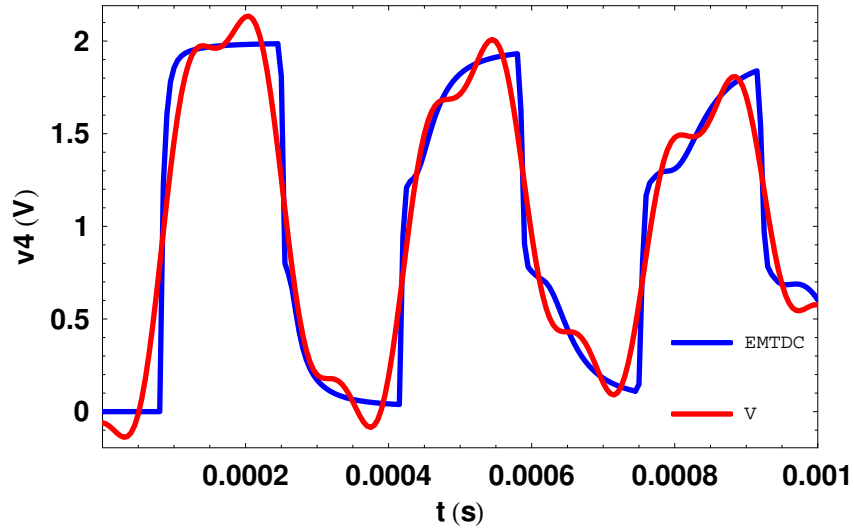
Figura 4.15: Elemento $\mathbf{Z}_{barra}(4, 1)$ para o Ensaio de Circuito Aberto

Modelo V

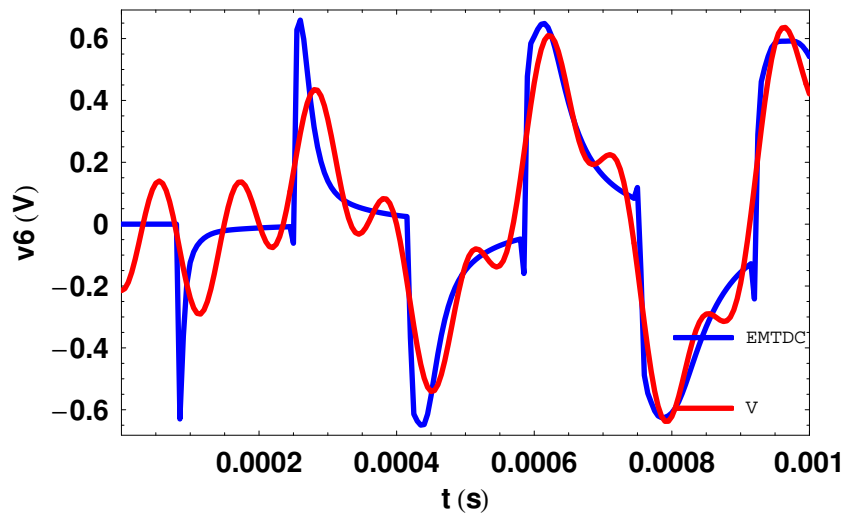
As figuras Fig. 4.16, Fig. 4.17 e Fig. 4.18 apresentam a resposta da linha para os ensaios de energização e curto-circuito. O modelo parece responder adequadamente somente no caso do curto.

O estado inicial de repouso da linha não é respeitado no caso da energização, o que se deve aos erros de ajuste do vetor de tensões do sistema para altas frequências. No caso do terminal 4, a instabilidade verificada nos primeiros instantes de simulação é menos acentuada que a observada na resposta do modelo \mathbf{Z}_{barra} , já que os erros de ajuste da tensão do nó referido não são tão elevados, ver Fig. 4.19. Ainda assim, a

discrepância em relação ao sinal do EMTDC não é desprezível. Os resultados obtidos para $\rightarrow 0.001\text{ s} < t < 0.005\text{ s}$ são muito bons. Os resultados para o terminal 6 são péssimos ao longo de todo o intervalo de tempo considerado.

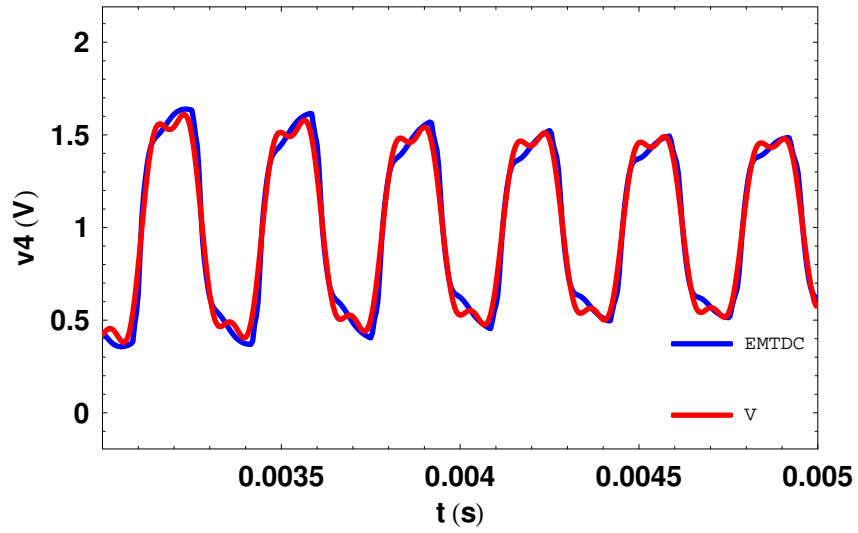


(a) Terminal 4

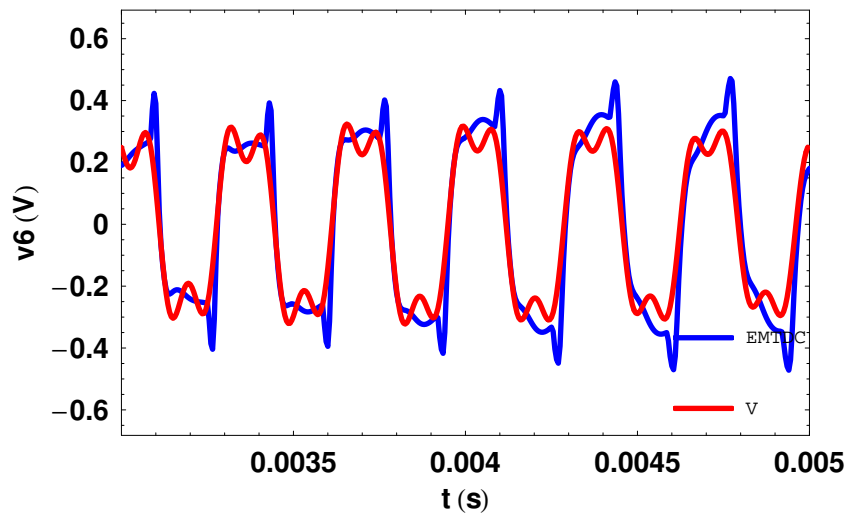


(b) Terminal 6

Figura 4.16: Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow t < 0.001\text{s}$

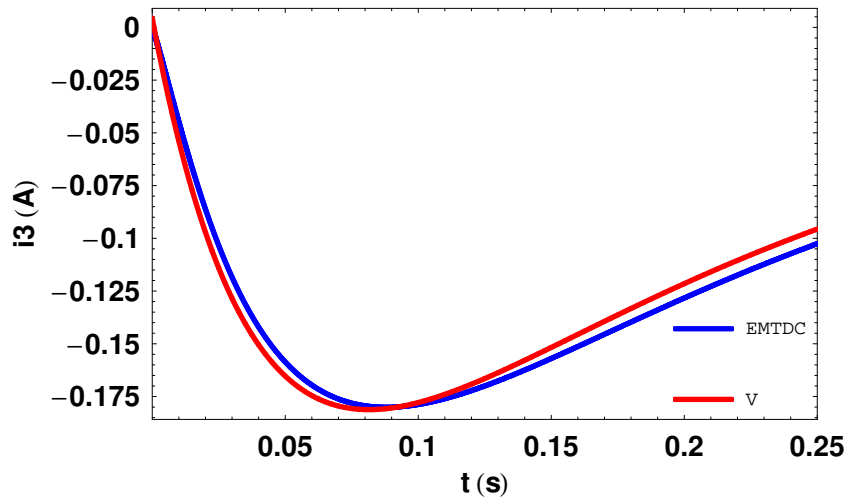


(a) Terminal 4

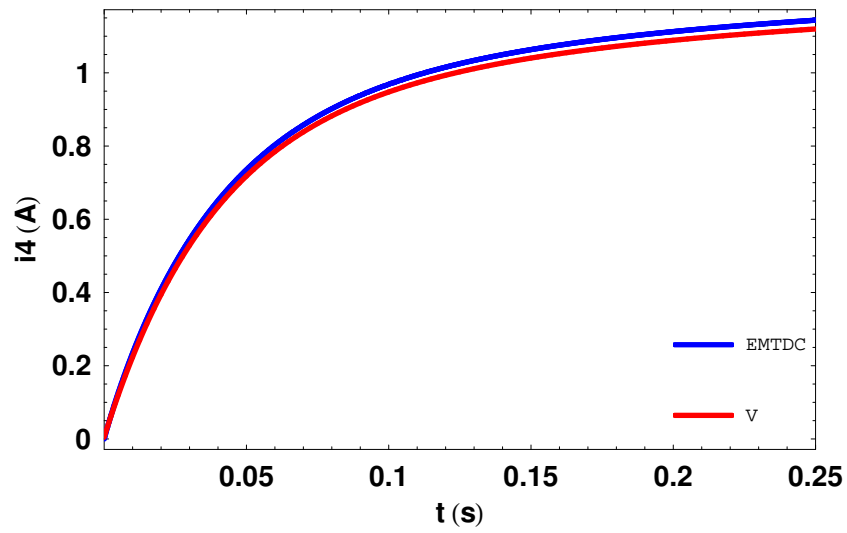


(b) Terminal 6

Figura 4.17: Ensaio de Circuito Aberto $\rightarrow 0.001 \text{ s} < t < 0.005 \text{ s}$

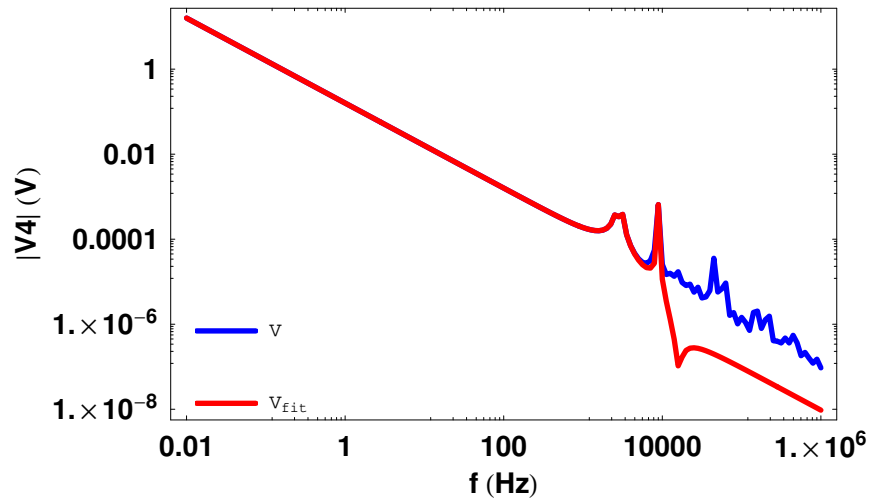


(a) Terminal 3

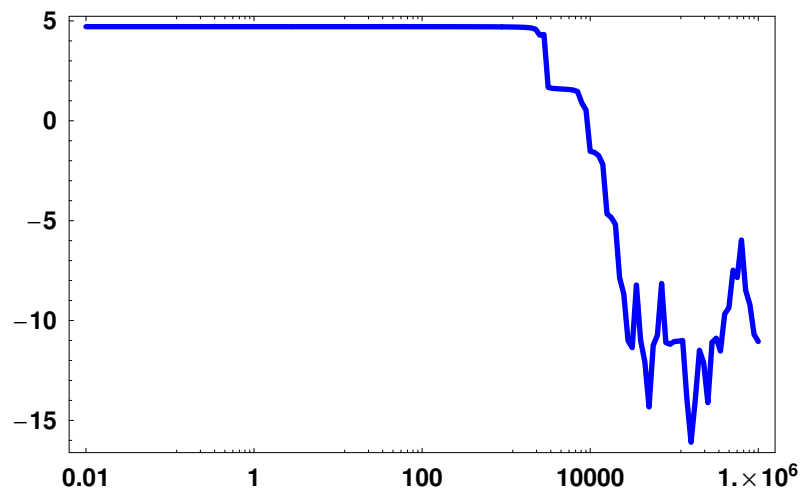


(b) Terminal 4

Figura 4.18: Ensaio de Curto-Circuito



(a) Módulo



(b) Fase

Figura 4.19: Ajuste da Tensão no Terminal 4

CAPÍTULO 5

Conclusão

5.1 Conclusões Gerais

Este trabalho teve dois objetivos. O primeiro foi analisar o impacto de aproximações usualmente feitas no cálculo da impedância série de linhas de transmissão na realização, no domínio de fases, da admitância característica e do fator de propagação, bem como na resposta destes parâmetros no domínio do tempo. Para a representação do efeito pelicular nos condutores, considerou-se a aproximação de WEDEPOHL, WILCOX (1973). No caso da modelagem da impedância do solo, foram adotadas as formulações de DERI *et al.* (1981) e NODA (1996). Diversos valores foram tomados para a resistividade do solo. As comparações foram feitas em relação à formulação teórica da impedância série, onde o efeito pelicular é expresso por funções de Bessel (SCHELKUNOFF, 1934) e a impedância do solo, pelas integrais de Carson (DOMMEL, 1996), tratadas aqui numericamente via quadratura gaussiana (PRESS *et al.*, 1996). O segundo objetivo do trabalho foi avaliar alguns modelos alternativos para a simulação de transitórios eletromagnéticos envolvendo linhas de transmissão. Todos os modelos considerados foram do tipo “caixa-preta”, apresentando um bom potencial para a elaboração de equivalentes de rede e para o estudo de eventos em tempo real. Inicialmente, a linha foi representada por sua matriz de admitância nodal. Posteriormente, a abordagem passou a ser feita sobre o sistema como um todo, através de sua matriz de impedância de barra e de seu vetor de tensões terminais.

Com relação às aproximações da impedância série, verificou-se que os erros introduzidos na avaliação da admitância característica e no fator de propagação não causam um impacto significativo na resposta analítica destes parâmetros, o que pode ser observado tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. Desta forma, a precisão de estudos de transitórios eletromagnéticos não é comprometida em simuladores que usam técnicas aproximadas para o cálculo da impedância série da linha.

Com relação aos modelos estudados, pôde-se observar que o modelo de linha baseado na admitância nodal apresenta um comportamento adequado somente para algumas centenas de Hz, devido a dificuldades no ajuste da matriz com um mesmo grupo de pólos. O problema decorre do fato de a admitância nodal ser constituída por elementos de ordem de grandeza diversas, o que confunde o algoritmo utilizado na síntese da matriz, no caso, o Matrix Fitting. Verifica-se que o ajuste apresenta um boa precisão até algumas centenas de Hz apenas. Aumentando-se o número de pólos, os resultados ficam ainda mais críticos. Algumas metodologias alternativas foram apresentadas para melhorar o ajuste da admitância nodal, dentre elas, o Vector Fitting e o ajuste individual de suas submatrizes, conforme indica a eq.(4.8). Porém, a implementação do modelo resultante no domínio do tempo se torna um tanto complexa, o que justifica o uso do Matrix Fitting neste trabalho. Desta forma, a aplicação do modelo é recomendada apenas na análise de fenômenos eletromagnéticos envolvendo frequências mais baixas, como é caso típico de curtos em linhas de transmissão. Para o estudo de eventos como a energização de linhas ou a propagação de surtos atmosféricos, o modelo é falho, já que a síntese da admitância nodal é imprecisa para altas frequências.

Sobre os modelos do sistema baseados na impedância de barra e nas tensões terminais, deve-se observar sua dependência em relação às condições de contorno da rede. Neste trabalho, a síntese das funções envolvidas foi feita com 8 pólos, porém, na prática não é possível determinar a priori quantos pólos seriam suficientes para se chegar a um bom ajuste no caso geral. O ensaio de energização da linha apresentado mostra, por exemplo, que os 8 pólos não foram suficientes para uma síntese precisa de \mathbf{Z}_{barra} e \mathbf{V} . Os erros de alta frequência do ajuste são responsáveis pelas oscilações ocorridas na resposta destes modelos para os primeiros instantes de tempo, que desrespeitam, inclusive, a condição inicial de repouso da linha.

5.2 Trabalhos Futuros

Este trabalho trouxe contribuições para a modelagem de linhas de transmissão em simuladores de transitórios eletromagnéticos em tempo real, permitindo ter uma idéia das diretrizes a serem seguidas para a implementação de modelos mais eficientes. Apesar da síntese da matriz de admitância nodal só ter apresentado um bom comportamento para baixas frequências, acredita-se que este parâmetro deva ser tomado, mediante algumas alterações, como base para a representação de linhas, pelo fato do modelo ser implementado diretamente no domínio do tempo, não envolver convoluções numéricas e não depender das condições de contorno do sistema.

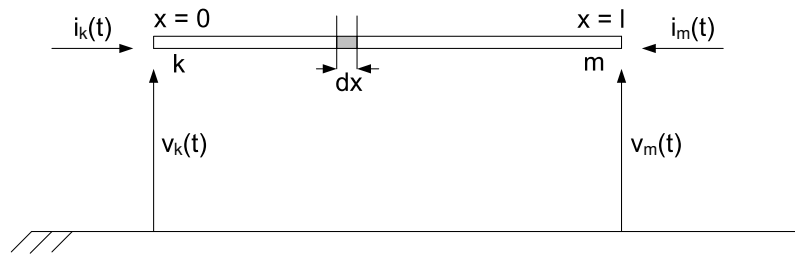
O ajuste inadequado da admitância nodal é fruto da técnica utilizada no processo, o Matrix Fitting, que não consegue lidar satisfatoriamente com as diferenças de ordem de grandeza dos elementos da matriz. Melhores resultados podem ser obtidos através do Vector Fitting e da análise individual de suas submatrizes, justamente por permitirem o tratamento de um número menor de funções. Entretanto, a síntese da rede equivalente para simulações no domínio do tempo se torna um tanto complexa, já que o cálculo de seus parâmetros deixa de ser trivial. Futuramente, pretende-se analisar com maior cuidado a modelagem, no domínio da frequência, de \mathbf{Y}_n para estes métodos alternativos de ajuste, de modo a propor uma técnica mais simples para a implementação do modelo resultante no domínio do tempo.

A aproximação de parâmetros por funções racionais de baixa ordem é de extrema importância para simuladores em tempo real, pois possibilita uma resposta mais rápida dos elementos da rede. Neste contexto, não se pode deixar de considerar a filosofia de ajuste baseada nos pólos dominantes, que permite representar funções de ordem elevada por aproximações de baixa ordem, sem perder a precisão. Este é outro tópico a ser trabalhado em futuras pesquisas.

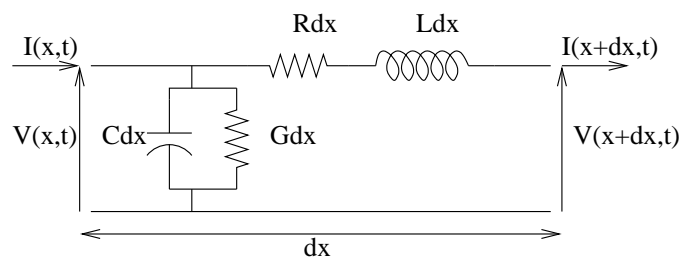
APÊNDICE A

Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Linhas de Transmissão

A equação que rege a propagação de ondas em uma linha de transmissão monofásica de comprimento l , como a da Fig. A.1(a), é obtida a partir da análise de um elemento infinitesimal da linha, ilustrado na Fig. A.1(b), onde C , G , R e L são, respectivamente, capacitância, condutância de dispersão, resistência e indutância por unidade de comprimento (FERNANDES, 2001). Os parâmetros são representados de forma distribuída.



(a) Esquemático



(b) Elemento Infinitesimal

Figura A.1: Linha de Transmissão Monofásica

Aplicando-se as Leis de Kirchhoff de Tensão e Corrente ao trecho, obtêm-se:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} &= R i(x,t) + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= G v(x,t) + C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

No domínio da frequência, a eq. (A.1) é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V(x,j\omega)}{\partial x} &= (R + j\omega L) I(x,j\omega) = Z I(x,j\omega) \\ -\frac{\partial I(x,j\omega)}{\partial x} &= (G + j\omega C) V(x,j\omega) = Y V(x,j\omega) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

onde $Z = R + j\omega L$ é a impedância série e $Y = G + j\omega C$, a admitância em derivação. Diferenciando-se a eq. (A.2) em relação a x :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 V(x,j\omega)}{\partial x^2} &= Z \frac{\partial I(x,j\omega)}{\partial x} \\ -\frac{\partial^2 I(x,j\omega)}{\partial x^2} &= Y \frac{\partial V(x,j\omega)}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Substituindo-se a eq. (A.2) na eq. (A.3), chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V(x,j\omega)}{\partial x^2} &= Z Y V(x,j\omega) \\ \frac{\partial^2 I(x,j\omega)}{\partial x^2} &= Y Z I(x,j\omega) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Esta equação, conhecida como equação telegráfica, expressa a propagação de ondas na linha, determinando o comportamento dinâmico de tensões e correntes. Considerando-se a propagação transversal e instantânea, i.e., propagação em onda plana, as derivadas parciais podem ser substituídas por derivadas totais e a solução do sistema, para uma frequência angular arbitrária ω , é dada por:

$$\begin{aligned} V(x) &= e^{-\tau x} V_a + e^{+\tau x} V_b \\ I(x) &= Y_c \{e^{-\tau x} V_a - e^{+\tau x} V_b\} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde $\tau = \sqrt{ZY}$ é a constante de propagação e $Y_c = \sqrt{Y/Z}$, a admitância característica. O fator de propagação da linha é definido pela exponencial negativa da eq. (A.5) em $x = l$, i.e., $A = e^{-\tau l} = e^{-\sqrt{ZY}l}$. De acordo com a eq. (A.5), as expressões de tensão e corrente correspondem à soma de duas ondas viajantes em direções opostas e à mesma velocidade, denominadas de onda progressiva e onda regressiva.

A propagação de ondas eletromagnéticas em linhas de transmissão polifásicas pode ser tratada estendendo-se os conceitos desenvolvidos para o caso monofásico,

mediante uma abordagem matricial do equacionamento (ZANETTA, 2003). Considere a linha ilustrada na Fig. A.2.

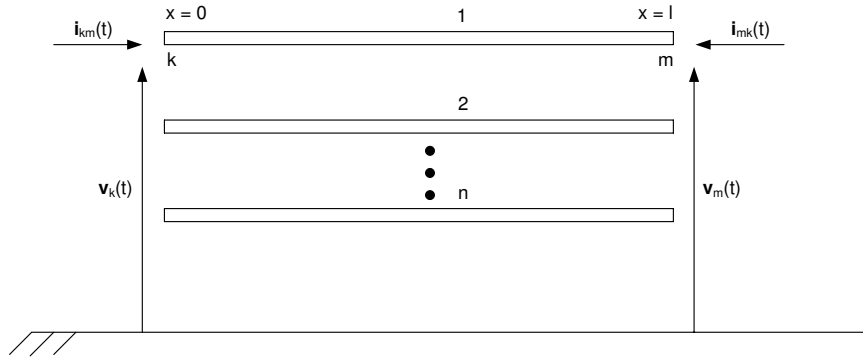


Figura A.2: Linha de Transmissão Polifásica

De acordo com a teoria de ondas viajantes:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(x) &= e^{-\tau x} \mathbf{V}_a + e^{+\tau x} \mathbf{V}_b \\ \mathbf{I}(x) &= \mathbf{Y}_c \{e^{-\tau x} \mathbf{V}_a - e^{+\tau x} \mathbf{V}_b\} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

onde \mathbf{V} e \mathbf{I} são, respectivamente, vetores de tensão e corrente em um ponto x da linha, tomado em relação ao terminal k , e \mathbf{V}_a e \mathbf{V}_b são os vetores de tensão representando, nesta ordem, a onda progressiva e a onda regressiva. Os parâmetros de propagação passam a ser matrizes, sendo definidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_c &= \mathbf{Z}^{-1} \sqrt{\mathbf{Z}\mathbf{Y}} \\ \mathbf{A} &= e^{-\sqrt{\mathbf{Z}\mathbf{Y}}l} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Na expressão acima, \mathbf{Z} é a matriz de impedância série e \mathbf{Y} , a matriz de admitância em derivação. Para uma linha com n condutores, \mathbf{Y}_c , \mathbf{A} , \mathbf{Z} e \mathbf{Y} são de ordem $n \times n$.

APÊNDICE B

Ajuste de Funções Racionais

B.1 Vector Fitting

GUSTAVSEN, SEMLYEN (1999) elaboraram um algoritmo robusto para o ajuste de funções racionais conhecido como Vector Fitting. O método proposto é aplicável tanto a funções escalares quanto a vetoriais. Neste caso, o ajuste dos elementos do vetor é feito com o mesmo grupo de pólos. O processo de fitting é efetuado em duas etapas. Na primeira, determina-se os pólos da função objetivo, e na segunda, seus resíduos.

1^a Etapa

A identificação dos pólos de $F(s)$ é realizada de forma indireta, a partir do ajuste da função, escalonada pelo parâmetro $\sigma(s)$, e da própria função de escalonamento, que são expressos por:

$$\begin{bmatrix} [\sigma(s) F(s)]_{fit} \\ \sigma(s)_{fit} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^N \frac{r_m}{s-p_m} + d + s e \\ \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{r}_m}{s-p_m} + 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

onde os resíduos r_m, \tilde{r}_m e os pólos p_m podem ser reais ou pares complexos conjugados. Os termos d e e são reais. Observe que $\sigma(s)_{fit}$ é definido com os mesmos pólos da função escalonada. Pode-se escrever que:

$$[\sigma(s)F(s)]_{fit} = \sigma(s)_{fit} F(s) \quad (\text{B.2})$$

Substituindo-se a eq. (B.1) na eq. (B.2), obtêm-se:

$$\left(\sum_{m=1}^N \frac{r_m}{s - p_m} + d + s e \right) = \left(\sum_{m=1}^N \frac{\tilde{r}_m}{s - p_m} + 1 \right) F(s) \quad (\text{B.3})$$

A equação acima pode ser combinada da seguinte forma:

$$\left(\sum_{m=1}^N \frac{r_m}{s - p_m} + d + s e \right) - \left(\sum_{m=1}^N \frac{\tilde{r}_m}{s - p_m} \right) F(s) = F(s) \quad (\text{B.4})$$

Considerando-se os diversos pontos em que $F(s)$ é conhecida, a eq. (B.4) é, então, representada por um sistema sobredeterminado de equações:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{s_1 - p_1} & \dots & \frac{1}{s_1 - p_N} & 1 & s_1 & \frac{-F(s_1)}{s_1 - p_1} & \dots & \frac{-F(s_1)}{s_1 - p_N} \\ \frac{1}{s_2 - p_1} & \dots & \frac{1}{s_2 - p_N} & 1 & s_2 & \frac{-F(s_2)}{s_2 - p_1} & \dots & \frac{-F(s_2)}{s_2 - p_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_N \\ d \\ e \\ \tilde{r}_1 \\ \vdots \\ \tilde{r}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s_1) \\ F(s_2) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

ou

$$\mathbf{G1} \mathbf{x1} = \mathbf{h1}$$

No caso de pólos complexos, uma pequena alteração é introduzida para que todos os resíduos venham em pares conjugados. Assuma que as frações parciais m e $m + 1$ constituam um par complexo, isto é, $p_m = p' + jp''$, $p_{m+1} = p' - jp''$, $r_m = r' + jr''$, $r_{m+1} = r' - jr''$. Os elementos correspondentes em $G1$ são, então, modificados para $\frac{1}{s - p_m} + \frac{1}{s - p_m^*}$ e $\frac{j}{s - p_m} + \frac{j}{s - p_m^*}$. No caso de $x1$, os elementos viram r' e r'' . Para que a propriedade do conjugado seja satisfeita, a eq. (B.5) deve ser formulada em termos de grandezas reais:

$$\begin{bmatrix} G1' \\ G1'' \end{bmatrix} x1 = \begin{bmatrix} h1' \\ h1'' \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Estimando-se os pólos do sistema da eq. (B.1), as variáveis r_m , d e e podem ser, então, calculadas a partir de um problema de mínimos quadrados. A realização obtida garante, de forma aproximada, a condição da eq. (B.2), sendo que a precisão do ajuste depende essencialmente dos pólos tomados. Deve-se observar que o interesse

real está no caso particular em que $\sigma(s)_{fit} = 1$, o que implica $F(s)_{fit} = F(s)$. Desta forma, efetuando-se um processo iterativo onde os zeros de $\sigma(s)_{fit}$ da iteração anterior são tomados como pólos na iteração atual, pode-se caminhar sempre na direção do estabelecimento desta condição particular, independente do conjunto de pólos iniciais arbitrados, o que torna o algoritmo extremamente robusto. A qualidade da aproximação inicial influencia apenas o número de iterações necessárias no processo. Para o cálculo dos zeros de $\sigma(s)_{fit}$, deve-se recorrer à realização desta função no espaço de estados. No domínio da frequência:

$$\begin{aligned} s x &= A x + b u \\ y &= c x + d \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Combinando em uma equação a entrada u e a saída y , vem:

$$s x = (A - b d^{-1} c) x + b d^{-1} y \quad (\text{B.8})$$

Desta forma, os zeros \tilde{z}_m de $\sigma(s)_{fit}$ equivalem aos autovalores da matriz $A' = (A - b d^{-1} c)$.

Escrevendo $[\sigma(s)F(s)]_{fit}$ e $\sigma(s)_{fit}$ em sua forma fatorada:

$$\begin{aligned} [\sigma(s) F(s)]_{fit} &= e \frac{\prod_{m=1}^{N+1} s - z_m}{\prod_{m=1}^N s - p_m} \\ \sigma(s)_{fit} &= \frac{\prod_{m=1}^N s - \tilde{z}_m}{\prod_{m=1}^N s - p_m} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Tomando-se $F(s)_{fit}$ a partir destas funções:

$$F(s)_{fit} = \frac{[\sigma(s) F(s)]_{fit}}{\sigma(s)_{fit}} = e \frac{\prod_{m=1}^{N+1} s - z_m}{\prod_{m=1}^N s - \tilde{z}_m} \quad (\text{B.10})$$

Portanto, os pólos de $F(s)_{fit}$ equivalem aos zeros de $\sigma(s)_{fit}$.

2ª Etapa

A aproximação $F(s)_{fit}$ é escrita da seguinte forma:

$$F(s)_{fit} = \sum_{m=1}^N \frac{r_m}{s - p_m} + d + s e \quad (\text{B.11})$$

Tomando-se os diversos pontos de freqüência em que $F(s)$ é conhecida, a eq. (B.11) pode ser escrita como um sistema sobredeterminado de equações:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{s_1-p_1} & \cdots & \frac{1}{s_1-p_N} & 1 & s_1 \\ \frac{1}{s_2-p_1} & \cdots & \frac{1}{s_2-p_N} & 1 & s_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_N \\ d \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s_1) \\ F(s_2) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{G2} \mathbf{x2} = \mathbf{h2}$$

As mesmas observações feitas para a manipulação da eq. (B.5) são válidas aqui. Substituindo-se os pólos de $F(s)_{fit}$, encontrados na etapa anterior, na eq. (B.12), o cálculo dos resíduos de $F(s)$ se torna direto.

No caso do ajuste de funções vetoriais, uma pequena modificação é introduzida nos sistemas definidos nas eq. (B.5) e (B.12). Considere que a função objetivo seja constituída por dois elementos:

$$\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} F^{(1)}(s) \\ F^{(2)}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Para efeitos de simplicidade, ignore os termos d e e . O sistema da eq. (B.5) é, então, escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{G1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_1-a_1} & \cdots & \frac{1}{s_1-a_N} & 0 & \cdots & 0 & \frac{-F_1(s_1)}{s_1-a_1} & \cdots & \frac{-F_1(s_1)}{s_1-a_N} \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{s_1-a_1} & \cdots & \frac{1}{s_1-a_N} & \frac{-F_2(s_1)}{s_1-a_1} & \cdots & \frac{-F_2(s_1)}{s_1-a_N} \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1^{(1)} \\ \vdots \\ r_N^{(1)} \\ r_1^{(2)} \\ \vdots \\ r_N^{(2)} \\ \tilde{r}_1 \\ \vdots \\ \tilde{r}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(s_1) \\ \vdots \\ F_2(s_1) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

No caso da eq. (B.12), as alterações são similares às apresentadas acima.

B.2 Matrix Fitting

O ajuste matricial é efetuado de forma análoga ao caso vetorial. Os elementos da matriz a ser sintetizada são organizados em forma de vetor e, então, o ajuste é realizado via Vector Fitting (GUSTAVSEN, 2002). Todos os elementos da matriz são aproximados com o mesmo grupo de pólos. A função ajustada é escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{F}_{fit} = \sum_{m=1}^N \mathbf{R}_m \frac{1}{s - \mathbf{p}_m} + \mathbf{D} + s \mathbf{E} \quad (\text{B.15})$$

onde \mathbf{R}_m é agora uma matriz de resíduos com a mesma dimensão de \mathbf{F}_{fit} .

APÊNDICE C

Passividade na Síntese Matricial

C.1 Introdução

O critério de passividade a ser descrito neste apêndice é válido para qualquer síntese matricial. Visando-se uma abordagem mais simples da questão, a teoria será desenvolvida para um caso particular, a realização da admitância nodal.

O comportamento de linhas de transmissão no domínio da frequência pode ser descrito por diversos parâmetros, dentre eles a admitância nodal. Esta função não é analítica, o que torna necessário um processo de ajuste de funções racionais, como o Matrix Fitting, introduzido no Apêndice B. A matriz \mathbf{Y}_{nfit} é escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{Y}_{nfit} = \sum_{m=1}^N \mathbf{R}_m \frac{1}{s - p_m} + \mathbf{D} + s \mathbf{E} \quad (\text{C.1})$$

onde \mathbf{R}_m é uma matriz de resíduos e p_m , o pólo correspondente. O processo de fitting é meramente matemático, buscando apenas a melhor combinação de resíduos e pólos que minimiza o erro da aproximação \mathbf{Y}_{nfit} . Entretanto, para a utilização do modelo em simulações, ele deve apresentar um comportamento físico de acordo com a realidade, i.e., deve absorver potência ativa para qualquer tensão aplicada. A violação desta regra pode acarretar oscilações numéricas.

Considere a equação que define a admitância nodal de linhas de transmissão:

$$\mathbf{I}_{linha} = \mathbf{Y}_n \mathbf{V}_{linha} \quad (\text{C.2})$$

Para qualquer vetor complexo \mathbf{V}_{linha} , obtêm-se para a potência absorvida por \mathbf{Y}_n :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{linha} &= Re\{\mathbf{V}_{linha}^* \mathbf{Y}_n \mathbf{V}_{linha}\} = Re\{\mathbf{V}_{linha}^* (\mathbf{G} + j\mathbf{B}) \mathbf{V}_{linha}\} \\ \mathbf{P}_{linha} &= Re\{\mathbf{V}_{linha}^* \mathbf{G} \mathbf{V}_{linha}\}\end{aligned}\quad (C.3)$$

Aqui, o símbolo $*$ denota que a função é transposta conjugada. Pode-se observar que para que \mathbf{P}_{linha} seja sempre positiva, todos os autovalores de \mathbf{G} devem ser positivos. Esta condição define o critério de passividade. A matriz \mathbf{G} é uma matriz simétrica e real, o que faz com que todos os seus autovalores sejam reais.

Existem diversas técnicas para a garantia da passividade de \mathbf{Y}_{nfit} . O que muda entre elas são os parâmetros a serem alterados na realização da função. Um dos métodos mais simples foi proposto por GUSTAVSEN, SEMLYEN (2001), sendo conhecido como Método Simplístico. Na metodologia, a passividade da função sintetizada é estabelecida diante de correções no termo \mathbf{D} .

C.2 Método Simplístico

A parte real dos elementos de \mathbf{Y}_{nfit} pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{G}_{fit_{ij}}(s) = Re\left\{\sum_{m=1}^N \frac{\mathbf{R}_{ij,m}}{s - p_m}\right\} + \mathbf{D}_{ij} = \mathbf{K}_{ij}(s) + \mathbf{D}_{ij}\quad (C.4)$$

Tomando-se a matriz completa:

$$\mathbf{G}_{fit}(s) = \mathbf{K}(s) + \mathbf{D}\quad (C.5)$$

Considerando uma frequência arbitrária s e diagonalizando \mathbf{G}_{fit} :

$$\mathbf{T} \mathbf{\Lambda} \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{K} + \mathbf{D}\quad (C.6)$$

onde $\mathbf{\Lambda}$ contém os autovalores da matriz. $\mathbf{\Lambda}$ é, então, separada em uma soma:

$$\mathbf{T} (\mathbf{\Lambda}_{pos} + \mathbf{\Lambda}_{neg}) \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{K} + \mathbf{D}\quad (C.7)$$

onde $\mathbf{\Lambda}_{pos}$ e $\mathbf{\Lambda}_{neg}$ contêm os autovalores positivos e negativos, respectivamente. Isolando-se $\mathbf{\Lambda}_{pos}$ na eq. (C.7), obtêm-se:

$$\mathbf{G}_{fit_{corr}} = \mathbf{T} \mathbf{\Lambda}_{pos} \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{K} + (\mathbf{D} - \mathbf{T} \mathbf{\Lambda}_{neg} \mathbf{T}^{-1})\quad (C.8)$$

Dessa forma, uma nova realização para admitância nodal é definida, diferindo da original apenas em relação ao termo \mathbf{D} . No procedimento, os autovalores negativos de \mathbf{G}_{fit} são substituídos por zero. Os passos descritos acima são repetidos para todas as frequências em que a passividade é requerida. Pode-se observar que o erro introduzido no ajuste original de \mathbf{Y}_{nfit} equivale, portanto, a uma constante.

APÊNDICE D

Transformada Numérica de Laplace

Considere que $f(t)$ seja uma função no domínio do tempo e que $F(s)$ seja sua representação no domínio de Laplace. A Transformada Inversa de Laplace é dada por (RAMIREZ *et al.*, 2004):

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (\text{D.1})$$

onde $s = c + j\omega$, ω é a frequência angular e c é uma constante real e positiva. A eq. (D.1) pode ser expressa da seguinte forma:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(c + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{D.2})$$

A equação acima indica que a Transformada de Laplace de $f(t)$ pode ser tratada como a Transformada de Fourier da função amortecida $f(t) e^{-ct}$. A eq. (D.2) pode ser aproximada numericamente:

$$f(n) = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) \sigma(k) e^{\frac{2\pi jkn}{N}} \right], \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{D.3})$$

onde:

$N \rightarrow$ número de amostras de tempo e de frequência

$\Delta t \rightarrow$ intervalo de amostragem

$$\Delta\omega \rightarrow \frac{2\pi}{N\Delta t} \quad (\text{D.4})$$

$f(n) \rightarrow f(n\Delta t)$

$F(k) \rightarrow F(c + jk\Delta\omega)$

$\sigma(k) \rightarrow$ função de amortecimento

O termo dentro dos colchetes corresponde à Transformada Inversa Discreta de Fourier. O tempo máximo de observação para $f(t)$ é:

$$T = N\Delta t \quad (\text{D.5})$$

A função de amortecimento $\sigma(k)$ é usada para atenuar o efeito Gibbs produzido pelo truncamento da faixa de frequências de interesse. A literatura técnica oferece uma grande variedade de modelos para a implementação de $\sigma(k)$. Este trabalho utiliza a forma de Hamming:

$$\sigma(k) = \frac{\sin\left(\frac{\pi j}{k}\right)}{\frac{\pi j}{k}} \quad (\text{D.6})$$

De acordo com a eq. (D.3), a função $F(k)$ é avaliada como uma constante no intervalo $[k, k+1]$, o que resulta em um aspecto quadrado de sua resposta no domínio do tempo. A função do termo laplaciano c é exatamente a de alisar o sinal $f(t)$, de modo a atenuar a aproximação feita no domínio da frequência. Muitos autores utilizam critérios próprios para a definição de c . Neste trabalho, adota-se o critério proposto por WEDEPOHL (1997):

$$c = -\frac{\ln(0.001)}{T} \quad (\text{D.7})$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMETANI, A., 1973, “The Application of the Fast Fourier Transform to Electrical Transients Phenomena”, *International Journal of Electrical Engineering Education*, v. 10, n. 4, pp. 277–281.
- CASTELLANOS, F., MARTI, J. R., 1995, “Multi-Phase Transmission Line Models in Phase Domain”. In: *Proceedings of International Conference on Power System Transients*, pp. 582–587, Lisboa, July.
- CASTELLANOS, F., MARTI, J. R., MARCANO, F., 1997, “Phase-Domain Multiphase Transmission Line Models”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 19, n. 4 (May), pp. 241–248.
- CASTELLANOS, F., MARTI, J. R., 1997, “Full Frequency-Dependent Phase-Domain Transmission Line Model”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 3 (Aug), pp. 1331–1339.
- DERI, A., TEVAN, G., SEMLYEN, A., et al., 1981, “The Complex Ground Return Plane: A Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 100, n. 8 (Aug), pp. 3686–93.
- DOMMEL, H. W., 1969, “Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multi-Phase Networks”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 88, n. 2 (Apr), pp. 734–741.

- DOMMEL, H. W., 1996, Electromagnetic Transients Program Reference Manual, Theory Book, Department of Electrical Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- FARIA, J. A. B., 2004, “A New Modal Analysis Theory for Multiconductor Nonuniform Transmission-Line Structures: Application to the Analysis of Line Junctions”, *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 19, n. 3 (Aug), pp. 1380–1386.
- FERNANDES, A. B., 1996, *Linhas de Transmissão: Modelo Computacional Otimizado para Estudos de Transitórios Eletromagnéticos*, Tese de M.Sc., Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, Paraíba, Brasil.
- FERNANDES, A. B., 2001, *Linhas de Transmissão: Um Modelo no Domínio de Fases Preciso e Eficiente*, Tese de D.Sc., Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, Paraíba, Brasil.
- FERNANDES, A. B., NEVES, W. L. A., COSTA, E. G., et al., 2004, “Transmission Line Shunt Conductance from Measurements”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 2 (Apr), pp. 722–728.
- GUSTAVSEN, B., 2002, “Computer Code for Rational Approximation of Frequency Dependent Admittance Matrices”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 4 (Oct), pp. 1093–1098.
- GUSTAVSEN, B., 2004a, “Validation of Frequency Dependent Transmission Line Models”, *IEEE Power Engineering Society General Meeting (TPWRD-00212-2003)*.
- GUSTAVSEN, B., 2004b, “Wide Band Modeling of Power Transformers”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 1 (Jan), pp. 414–422.
- GUSTAVSEN, B., IRWIN, G., MANGELROD, R., et al., 1999, “Transmission Line Models for the Simulation of Interaction Phenomena Between Parallel Ac And Dc Overhead Lines”. In: “Proceedings of International Conference on Power System Transients”, v. 1, Jun.
- GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A., 1998a, “Calculation of Transmission Line Transients Using Polar Decomposition”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 13, n. 3 (Jul), pp. 855–862.

- GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A., 1998 b , “Combined Phase and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 13, n. 2 (Apr), pp. 596–604.
- GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A., 1998 c , “Simulation of Transmission Line Transients Using Vector Fitting and Modal Decomposition”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 13, n. 2 (Apr), pp. 605–614.
- GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A., 1999, “Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 3 (Jul), pp. 1052–1061.
- GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A., 2001, “Enforcing Passivity for Admittance Matrices Approximated by Rational Functions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 1 (Feb), pp. 97–104.
- GUSTAVSEN, B., SLETBAK, J., HENRIKSEN, T., 1995, “Calculation of the Electromagnetic Transients in Transmission Cables and Lines Taking Frequency Dependent Effects Accurately Account”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 2 (Apr), pp. 1076–1084.
- MARTI, J. R., 1982, “Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in EMTP Simulation”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 1 (Jan), pp. 147–155.
- MATHUR, R. M., WANG, X., 1989, “Real-Time Digital Simulation of the Electromagnetic Transients”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 2, n. 4 (Apr).
- MORCHED, A., GUSTAVSEN, B., TARTIBI, M., 1999, “A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 3 (Jul), pp. 1032–1038.
- NODA, T., 1996, *Development of a Transmission Line Model Considering the Skin Effect and Corona Effects for Power System Transient Analysis*, Ph.D. dissertation, Doshisha University, Japan.
- NODA, T., NAGAOKA, N., AMETANI, A., 1996, “Phase-Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines by Means of an Arma Model”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 1 (Jan), pp. 401–411.

- PORTELA, C., TAVARES, M., 2002, "Modeling, Simulation and Optimization of Transmission Lines. Applicability And Limitations of Some Used Procedures". In: *Transmission and Distribution Conference*, Invited paper.
- PORTELA, C., TAVARES, M., PISSOLATO, J., 2003, "Accurate Representation of Soil Behaviour for Transient Studies", *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, v. 150, n. 6 (Nov), pp. 736–744.
- PRESS, W., TEUKOLSKY, S., VETTERING, W., et al., 1996, *Numerical Recipes in Fortran 77*, 2 ed. Cambridge University Press.
- RAMIREZ, A., GOMEZ, P., MORENO, P., et al., 2004, "Frequency Domain Analysis of Electromagnetic Transients Through the Numerical Laplace Transform", *IEEE Power Engineering Society General Meeting*.
- SCHELKUNOFF, S. A., 1934, "The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Line and Cylindrical Shields", *Bell Syst. Tech J.*, v. 13, pp. 532–579.
- SEMLYEN, A., DABULEANU, A., 1975, "Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines With Ground Return Using Recursive Convolutions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 94, pp. 561–571.
- STEVENSON, W. D., 1982, *Elements of Power System Analysis*, 4 ed., McGraw Hill.
- WEDEPOHL, L., 1963, "Application of Matrix Methods to the Solution of the Traveling-Wave Phenomena in Poly-Phase Systems", *Proceedings of IEE*, v. 110, n. 12, pp. 2200–2212.
- WEDEPOHL, L., 1997, *The Theory of Natural Modes in Multiconductor Transmission Systems*, University of British Columbia.
- WEDEPOHL, L. M., MOHAMED, S. E., 1969, "Multiconductor Transmission Lines – Theory of Natural Modes and Fourier Integral Applied to Transient Analysis", *Proceedings of IEE*, v. 116, n. 9 (Sep), pp. 1553–1563.
- WEDEPOHL, L. M., NGUYEN, H. V., IRWIN, G. W., 1996, "Frequency-Dependent Transformation Matrices for Untransposed Transmission Line Using a Newton-Raphson Method", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3 (Aug), pp. 1538–1546.

WEDEPOHL, L. M., WILCOX, D. J., 1973, “Transient Analysis of Underground Power-Transmission System – System Model and Wave Propagation Characteristics”, *Proceedings of IEE*, v. 120, n. 2, pp. 253–260.

ZANETTA, L. C., 2003, *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência*, Editora da Universidade de São Paulo.