

NANOPOSIÇÃOAMENTO DE PRECISÃO POR CONTROLE ADAPTATIVO  
BINÁRIO DE ATUADORES PIEZOELÉTRICOS

Guilherme Sartori Natal

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Liu Hsu, Docteur d'Etat

---

Prof. Ramon Romankevicius Costa, DSc.

---

Profa. Vilma Alves de Oliveira, PhD.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2008

NATAL, GUILHERME SARTORI

Nanoposicionamento de precisão por controle adaptativo binário de atuadores piezoelétricos [Rio de Janeiro] 2008

XIV, 129p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2008)

Dissertação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Nano-robótica
2. Atuadores Piezoelétricos
3. Histerese
4. Controle Adaptativo
5. Controle Binário
6. Modelo de Referência
7. Diferenciador Exato
8. Rastreamento
9. Sistemas Incertos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Ao meus pais *Jorge Luiz Alves Natal* e *Hercilia Mara Sartori Natal* que sempre me apoiaram de forma incondicional e não mediram esforços para que eu pudesse superar todas as dificuldades que encontrei neste percurso. Para descrever meu sentimento, lhes dedico duas palavras: Amor e gratidão.

“O impossível é apenas um desafio.”

(Otto Lilienthal)

# Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, que foram fundamentais em todos os momentos. Sem vocês, eu não teria conseguido esta vitória tão importante na minha vida.

Aos meus ausentes avós João Natal e Nelia Alves Natal, à minha irmã Ana Carolina e a todos os meus familiares, que sempre reconheceram meus esforços e sempre me deram forças para seguir em frente.

À minha namorada Flávia, pelo seu carinho e por ter sido a minha companheira de todas as horas.

À minha sogra Regina, por ter sempre se colocado à disposição para conversar, me dizendo palavras de conforto e de incentivo.

Aos meus amigos, que através de uma convivência extremamente agradável, conseguiram me passar tranquilidade nos momentos mais difíceis.

Ao meu ausente cão Tiquinho, que foi uma companhia constante durante 12 anos da minha vida.

Aos meus companheiros Tiago Roux de Oliveira, Eduardo Vieira Leão Nunes e Alessandro Jacoud Peixoto pelas colaborações de extremo valor ao desenvolvimento desta dissertação, assim como pela ótima convivência que tivemos.

Aos Professores Ramon Romankevicius Costa e Fernando Cesar Lizarralde pelos bons ensinamentos e conselhos.

E por último, para lhe dedicar o merecido destaque, ao meu orientador Liu Hsu. Não consigo mensurar o quanto aprendi com o Sr. durante estes anos, tanto profissionalmente quanto pessoalmente. Ao Sr. agradeço pelos ensinamentos, pelo apoio e pela amizade.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## NANOPOSICIONAMENTO DE PRECISÃO POR CONTROLE ADAPTATIVO BINÁRIO DE ATUADORES PIEZOELÉTRICOS

Guilherme Sartori Natal

Maio/2008

Orientador: Liu Hsu

Programa: Engenharia Elétrica

Nesta dissertação propõe-se um controlador para a realização de nanoposicionamento de precisão com atuadores piezoelétricos na presença de incertezas. As incertezas incluem as paramétricas (massa, constante de viscosidade, coeficiente de mola), bem como o efeito não-linear da histerese, característica dos atuadores piezoelétricos.

O controlador proposto aqui é baseado em controle adaptativo *binário*, também denominado de *modo dual*, que combina controle adaptativo com controle robusto por modos deslizantes.

No projeto do controlador, a histerese é considerada como uma perturbação de entrada da planta. Para compensar o grau relativo ( $n^* = 2$ ), utiliza-se um filtro híbrido obtido a partir de uma combinação convexa de um filtro lead linear convencional e um diferenciador robusto exato não-linear, baseado em modos deslizantes de ordem superior.

Mostra-se que o controlador apresentado garante a estabilidade assintótica global do sistema com respeito a um conjunto compacto, sem a necessidade de medição ou estimação direta da velocidade do atuador piezoelétrico.

Através de simulações verifica-se que, mediante o aumento do ganho de adaptação, consegue-se reduzir arbitrariamente o efeito da histerese e das outras incertezas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

PRECISION NANOPositionING BY BINARY ADAPTIVE CONTROL OF  
PIEZOELECTRIC ACTUATORS

Guilherme Sartori Natal

May/2008

Advisor: Liu Hsu

Department: Electrical Engineering

In this dissertation a controller for precision nanopositioning with piezoelectric actuators in the presence of uncertainties is proposed. The uncertainties include parametric (mass, viscosity constant, spring coefficient) uncertainties and the nonlinear effect of the hysteresis, which is a characteristic of the piezoelectric actuators.

The proposed controller is based on *binary* adaptive control, also denominated *dual mode*, which combines adaptive control with robust control via sliding modes. In order to compensate the relative degree ( $n^* = 2$ ), a scheme based on a convex combination of a linear lead compensator with a robust exact differentiator, based on higher order sliding modes are used.

It is shown that the presented controller guarantees the global asymptotic stability of the system with respect to a compact set, without the need of directly measuring or estimating the speed of the piezoelectric actuator.

Through simulations it is verified that by increasing the adaptation gain, it is possible to arbitrarily reduce the hysteresis and other uncertainties effect.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Exemplos de aplicações do nanoposicionamento . . . . .	2
1.1.1 Servo-sistema de discos rígidos (Hard Disk Drives - HDD) . . .	2
1.1.1.1 Posicionamento de precisão . . . . .	3
1.1.1.2 Sistemas de posicionamento de 2 estágios . . . . .	3
1.1.1.3 Tipos de atuação secundária . . . . .	4
1.1.1.4 Dificuldades de controle de posicionamento . . . . .	5
1.1.2 Microscópio de Força Atômica (ATM) . . . . .	5
1.1.2.1 Posicionamento de precisão . . . . .	6
1.2 Métodos de controle de atuadores piezoelétricos . . . . .	7
1.3 Objetivos . . . . .	9
1.4 Organização do texto . . . . .	9
<b>2 Características dos Componentes Piezoelétricos</b>	<b>10</b>
2.1 O que é piezoeletricidade ? . . . . .	10
2.2 Características dos dispositivos piezoelétricos . . . . .	11
2.2.1 Propriedades do material . . . . .	11
2.2.2 Aplicações . . . . .	16
2.2.3 Operação de atuadores piezoelétricos . . . . .	20
2.2.4 Rigidez, capacidade de carga, geração de força . . . . .	21
2.2.5 Alcance do deslocamento . . . . .	21
2.2.6 Resolução . . . . .	21
2.2.7 Ruído do amplificador . . . . .	22
2.2.8 Metrologia para sistemas de nanoposicionamento . . . . .	22
2.2.9 Fundamentos da operação dinâmica . . . . .	25
2.2.10 Efeitos da temperatura . . . . .	31
2.2.11 Operação do atuador piezoelétrico em alta umidade . . . . .	32
2.2.12 Operação do atuador piezoelétrico em atmosfera de gás inerte .	33

2.2.13	Vida útil de atuadores piezoelétricos . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Modelagem</b>	<b>35</b>
3.1	Principais modelagens disponíveis na literatura . . . . .	36
3.1.1	Descrição publicada pelo Comitê de Padrões do IEEE (1987) . . . . .	36
3.1.2	Modelo Preisach da histerese . . . . .	37
3.1.3	Modelo MRC (Maxwell Resistive Capacitor) . . . . .	38
3.1.3.1	Formulação do modelo . . . . .	38
3.1.3.2	Modelando a histerese através do MRC . . . . .	39
3.1.4	Modelo da histerese a equação diferencial não-linear de primeira ordem . . . . .	47
3.1.4.1	Normalização . . . . .	49
3.1.4.2	Alteração na escala do tempo . . . . .	50
3.2	Validação do modelo . . . . .	51
3.2.1	Prova de limite superior da perturbação do sistema . . . . .	56
3.2.2	Nova abordagem da histerese . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Controle</b>	<b>62</b>
4.1	Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) . . . . .	64
4.1.1	Esquema de Controle do <i>MRAC</i> . . . . .	65
4.1.2	Equação do Erro de Saída do <i>MRAC</i> . . . . .	68
4.2	Controle Adaptativo por Modelo de Referência Binário (B-MRAC) . . . . .	71
4.3	Diferenciador Global Exato e Robusto (GRED) / Controle Adaptativo por Modelo de Referência Binário (B-MRAC) . . . . .	73
4.3.1	Diferenciador Exato e Robusto (RED) . . . . .	74
4.3.2	Esquema de Controle do GRED/B-MRAC . . . . .	77
4.4	Algoritmo de controle . . . . .	82
4.4.1	Aplicação do algoritmo de controle . . . . .	83
4.5	Análise de estabilidade . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>92</b>
5.1	Onda senoidal de referência (amplitude = $20\mu m$ e frequência = $10Hz$ ) . . . . .	95
5.2	Onda triangular de referência (amplitude = $20\mu m$ e frequência = $10Hz$ ) . . . . .	98
5.3	Onda senoidal de referência, com carga de 1.02kg (amplitude = $20\mu m$ e frequência = $10Hz$ ) . . . . .	102
5.4	O efeito do ganho $\gamma$ na atenuação da perturbação . . . . .	110
<b>6</b>	<b>Discussão e Conclusões Gerais</b>	<b>117</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>120</b>



<b>A Controle</b>	<b>120</b>
A.1 Demonstração do Lema 4.1 . . . . .	120
A.2 Demonstração da Proposição 1 . . . . .	123
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>124</b>

# Lista de Figuras

1.1	Diagrama de blocos do servo-sistema de um HDD de 2 estágios. O erro na posição do cabeçote ( $e_y$ ) com relação a uma trilha de dados de referência é utilizado para estimar a posição $y$ do cabeçote. A entrada $U_{VCM}$ a um VCM e $U_{PZT}$ a um atuador piezoelétrico é utilizada para posicionar o cabeçote em uma dada posição desejada $y_d$ . A posição desejada $y_d$  apenas alterada quando se deseja obter dados de uma outra trilha. . . . .	3
1.2	Servo-configurações de 2 estágios: (1) Suspensão (suspension) atuada. (2) Deslizador (slider) atuado. (3) Cabeçote (head) atuado. . . . .	4
1.3	Posicionamento da ponta de prova do AFM. Um piezo-escaneador é utilizado para mover a amostra nos eixos x-y e no eixo vertical z. Em alguns casos, piezo-escaneadores separados são utilizados para o movimento vertical e o horizontal. . . . .	6
2.1	Ilustração do efeito piezo . . . . .	11
2.2	Ilustração do efeito piezo inverso . . . . .	11
2.3	Ilustração das características de um material ferroelétrico . . . . .	13
2.4	Célula unitária PZT: a) Célula unitária PZT do tipo Perovskite no estado cúbico simétrico acima da temperatura de Curie (antes da aplicação do campo elétrico); b) Célula unitária tetragonalmente distorcida abaixo da temperatura de Curie, ao final do processo. . . . .	14
2.5	Orientação dos domínios durante a realização da polarização . . . . .	15
2.6	Apresentação da histerese existente entre a polarização e o campo elétrico aplicado ao atuador . . . . .	15
2.7	Duas placas de metal em contato com o material piezoelétrico . . . . .	16
2.8	Descrição da seqncia de passos de um motor piezoelétrico (Wikipedia: Piezoelectricity) . . . . .	18
2.9	Esquema ilustrativo das fases dos LVDTs . . . . .	24
2.10	Ilustração da perda de deslocamento do atuador devido à carga elástica . . . . .	28

2.11	Comportamento do atuador piezoelétrico em resposta a uma rápida variação da tensão de entrada . . . . .	30
2.12	Expansão térmicas de 3 tipos de atuadores piezoelétricos . . . . .	32
3.1	Demonstração do operador unitário da histerese . . . . .	38
3.2	Relações de histerese entre o deslocamento do atuador e sua tensão de entrada, assim como entre o deslocamento do atuador e a força aplicada	39
3.3	Gráficos que exibem a relação entre a carga elétrica existente em um atuador piezoelétrico e seu deslocamento . . . . .	40
3.4	Representação gráfica da física envolvida na atuação piezoelétrica . . .	41
3.5	Diagrama de blocos do atuador piezoelétrico, com o loop algébrico . . .	41
3.6	Novo diagrama de blocos do atuador piezoelétrico, com o filtro passa-baixa	41
3.7	Comportamento de um único elemento massa-mola acoplado a um elemento de fricção pura de Coulomb . . . . .	42
3.8	Comportamento de vários elementos massas-molas acoplados a um elemento de fricção pura de Coulomb, sendo todos tracionados pela mesma força F . . . . .	44
3.9	Inclinações da curva de subida, que determina a característica das curvas restantes da histerese . . . . .	46
3.10	Comportamento de 5 elementos massa-mola acoplados a um elemento de fricção pura de Coulomb, sendo todos tracionados pela mesma força F	46
3.11	Curvas de histerese do atuador (10V-10hz e 6V-6hz), obtidas experimentalmente em (Shieh 2007) . . . . .	52
3.12	Curvas obtidas por simulação para o atuador piezoelétrico (6V-6Hz e 10V-10Hz, respectivamente) . . . . .	52
3.13	Comparação entre o sinal de referência e a saída do atuador (10V-10hz e em seguida 6V-6hz), obtida experimentalmente em (Shieh 2007) . . .	53
3.14	Comparação entre o sinal de referência (verde) e a saída do atuador (azul) obtidos por simulação (10V-10hz) . . . . .	53
3.15	Comparação entre o sinal de referência (verde) e a saída do atuador (azul) obtidos por simulação (6V-6hz) . . . . .	54
3.16	Influência do cross-coupling entre os eixos x e y do atuador, obtidos através de simulação em (Shieh 2007) . . . . .	54
3.17	Influência do cross-coupling entre os eixos x e y do atuador, obtidos através de simulação no presente estudo . . . . .	54
3.18	Influência do cross-coupling entre os eixos x-y do atuador, obtidos experimentalmente em (Shieh 2007) . . . . .	55
3.19	Demonstração gráfica do limite superior da histerese para $V'_a(\zeta) > 0$ e $k_{h2} > k_{h3}$ . . . . .	57

3.20	Demonstração gráfica do limite superior da histerese para $V'_a(\zeta)(\zeta) > 0$ e $k_{h2} = k_{h3}$ . . . . .	57
3.21	Demonstração gráfica do limite superior da histerese para $V'_a(\zeta) > 0$ e $k_{h2} < k_{h3}$ . . . . .	58
3.22	Demonstração gráfica do limite superior da histerese para $\dot{V}_a(\zeta) < 0$ e $k_{h2} > k_{h3}$ . . . . .	59
3.23	Demonstração gráfica do limite superior da histerese para $\dot{V}_a(\zeta) < 0$ e $k_{h2} = k_{h3}$ . . . . .	59
3.24	Demonstração gráfica do limite superior da histerese para $\dot{V}_a(\zeta) < 0$ e $k_{h2} < k_{h3}$ . . . . .	60
3.25	Abordagem do sistema piezoelétrico em (Shieh 2007) . . . . .	61
3.26	Nova abordagem de representação da histerese proposta . . . . .	61
4.1	Estrutura do controlador adaptativo por modelo de referência ( <i>MRAC</i> )	67
4.2	Representação equivalente da estrutura do controlador adaptativo por modelo de referência ( <i>MRAC</i> ) . . . . .	67
4.3	Esquema equivalente da estrutura do controlador <i>MRAC</i> com parâmetros ideais. . . . .	71
4.4	B-MRAC usando um operador L(p) para compensação de grau relativo	77
4.5	Implementação equivalente para o filtro <i>lead</i> que poderia ser utilizado no LF/B-MRAC . . . . .	78
4.6	B-MRAC usando um operador L(p) para compensação de grau relativo	81
4.7	B-MRAC usando um operador L(p) para compensação de grau relativo	82
4.8	Representação por diagrama de blocos da dinâmica não-modelada e da perturbação de saída gerada pelo GRED . . . . .	85
4.9	Representação por diagrama de blocos da forma atuador obtida . . . . .	86
5.1	Comparação entre a saída desejada e a obtida por um PI para uma referência senoidal . . . . .	93
5.2	Comparação entre a saída desejada e a obtida por um PI para uma referência triangular . . . . .	94
5.3	Comparação entre a saída desejada e a obtida por um PI para uma referência senoidal, com uma carga de 1.02kg . . . . .	94
5.4	Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto	95
5.5	Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto . . . . .	96
5.6	Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador proposto	96
5.7	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto . . . . .	97
5.8	Comparação entre a entrada e a saída para $y(0) = 10\mu m$ . . . . .	97
5.9	Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto	99

5.10	Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto . . .	99
5.11	Zoom do transitório do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto . . . . .	100
5.12	Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador proposto	100
5.13	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto . . . . .	101
5.14	Comparação entre a entrada e a saída para $y(0) = 10\mu m$ . . . . .	101
5.15	Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto	102
5.16	Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto . . .	103
5.17	Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador proposto	103
5.18	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto . . . . .	104
5.19	Comportamento dos parâmetros adaptativos $\theta$ . . . . .	104
5.20	Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto, para $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$ . . . . .	105
5.21	Zoom da comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto, para $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$ . . . . .	106
5.22	Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$ . . . . .	106
5.23	Zoom do transitório do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$ . . . . .	107
5.24	Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador pro- posto, para $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$ . . . . .	107
5.25	Comportamento dos parâmetros adaptativos $\theta$ , para $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325$ $-0.275 \ 0.226 \ -0.685]$ . . . . .	108
5.26	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para $\theta_{ini}=[0.268$ $0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$ . . . . .	108
5.27	Comparação entre a entrada e a saída para $y(0) = 10\mu m$ . . . . .	109
5.28	Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para $\gamma = 3$ . . . . .	110
5.29	Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador pro- posto, para $\gamma = 3$ . . . . .	111
5.30	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para $\gamma = 3$ . . . . .	111
5.31	Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para $\gamma = 5$ . . . . .	112
5.32	Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador pro- posto, para $\gamma = 5$ . . . . .	112
5.33	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para $\gamma = 5$ . . . . .	113
5.34	Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para $\gamma = 10$ . . . . .	113

5.35	Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador proposto, para $\gamma = 10$ . . . . .	114
5.36	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para $\gamma = 10$ . . . .	114
5.37	Erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para $\gamma = 15$ . .	115
5.38	Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador proposto, para $\gamma = 15$ . . . . .	115
5.39	Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para $\gamma = 15$ . . . .	116

# Capítulo 1

## Introdução

Conforme (Devasia, Eleftheriou & Moheimani 2007), a nanotecnologia consiste na compreensão da matéria e do seu controle com precisão na escala nanométrica, em dimensões de 100nm ou menos. A nanotecnologia envolve técnicas de produção de imagens, medição, e manipulação da matéria neste nível de precisão. Um importante aspecto da pesquisa em nanotecnologia diz respeito ao controle e à manipulação de dispositivos e materiais em nanoescala, sendo o nanoposicionamento uma tecnologia chave para realizar tais tarefas. Nanoposicionadores são sistemas mecatrônicos de precisão que devem permitir a movimentação de objetos em pequenas distâncias com resolução que pode ir até uma fração de um diâmetro atômico. As propriedades desejáveis de um nanoposicionador são: resolução extremamente alta, acurácia, estabilidade e resposta rápida. A chave para o nanoposicionamento é o sensoreamento acurado de posição e realimentação do movimento, sem o qual, isto é, em malha aberta, não se consegue chegar ao objetivo.

Nos últimos 25 anos, houve um crescimento intenso da nanociência e da nanotecnologia (Shapiro 2005), (Sheetz, Vidal, Pearson & Lozano 2005), (Bushan 2004), (Crandall 1996). A invenção do microscópio eletrônico de tunelamento com varredura (“Scanning Tunneling Microscope” - STM) (Binnig & Rohrer 1982) e do microscópio de força atômica (“Atomic Force Microscope” - AFM) (Binnig, Quate & Gerber 1986) mudaram as pesquisas em diversas áreas, como na biologia (Zou, Leang, Sadoun, Reed & Devasia 2004), (Kassies, Van der Werf, Lenferink, Hunter, Olsen, Subramaniam & Otto 2005), química (Jandt, Finke & Cacciafesta 2000), ciência dos materiais (Schmitz,

Schreiner, Friedbacher & Grasserbauer 1997), (Yamanaka, Noguchi, Tsuji, Koike & Goto 1999) e física (Tsukada, Kobayashi, Brandbyge & Nakanishi 2000). Manipulação com um microscópio de varredura por ponta de prova (“Scanning Probe Microscope” - SPM) necessita de sistemas de posicionamento com resolução em escala nanométrica (Yves 1995), (Wiesendanger 1994). Percebe-se então que um dos fatores mais importantes da nanotecnologia é o nanoposicionamento.

Num futuro próximo, este nível de precisão será necessário também para o servo-sistema de discos rígidos (Hard Disk Drives - HDD) (Jianxu & Ang Jr. 2000), (Horowitz 2004) e para componentes de armazenamento por ponta de prova que tenham densidades maiores do que  $1 \text{ Tb/in}^2$  (Hosaka, Kikikawa, Koyanagi, Shintani, Miyamoto, Nakamura & Etoh 1997), (Sebastian, Pantazi, Cherubini, Eleftheriou, Lantz & Pozidis 2005). Todas estas aplicações representam desafios de controle, pois necessitam de alta resolução, elevada largura de banda e robustez (Fleming & Moheimani 2003), (Croft & Devasia 1999), (Croft, Shed & Devasia 2001), (Schitter, Menold, Knapp, Allgower & Stemmer 2001), (Salapaka, Sebastian, Cleveland & Salapaka 2002), (Sebastian et al. 2005), (El Rifai & Youcef-Tomi 2001), (Stemmer, Schitter, Rieber & Allgoewer 2005).

## 1.1 Exemplos de aplicações do nanoposicionamento

Dentre as diversas aplicações citadas anteriormente, alguns exemplos serão detalhados a seguir:

### 1.1.1 Servo-sistema de discos rígidos (Hard Disk Drives - HDD)

O nanoposicionamento do cabeçote de leitura e de gravação sobre trilhas de dados está se tornando um fator importante enquanto estas trilhas se tornam menores, de acordo com o aumento da densidade dos HDDs. Atualmente, a largura de uma trilha típica é de aproximadamente 200nm (de acordo com (Devasia et al. 2007), esta largura deve diminuir 30% por ano). O que aumenta o nível de precisão necessário a esta aplicação é o fato de que o desvio padrão do erro da posição multiplicado por 3 deveria ser menor do que um décimo da largura da trilha. Para obter estas densidades ultra-elevadas, uma precisão nanométrica é necessária ao servo-sistema.



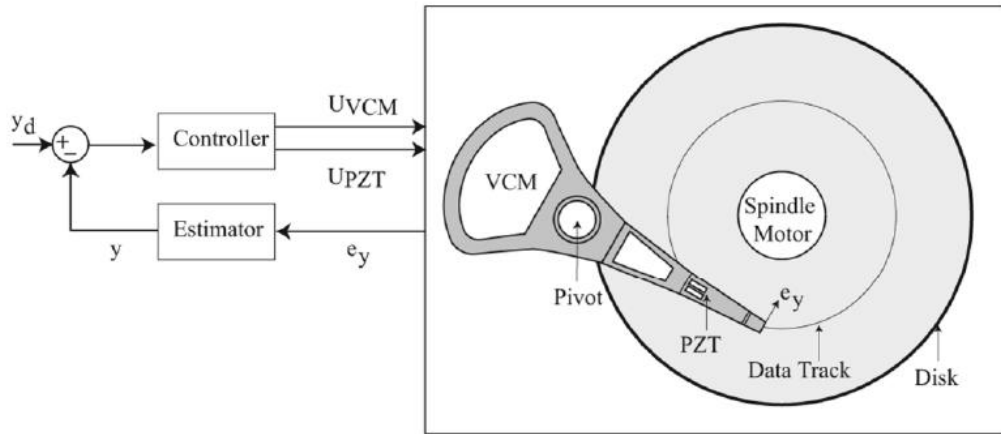


FIGURA 1.1: Diagrama de blocos do servo-sistema de um HDD de 2 estágios. O erro na posição do cabeçote ( $e_y$ ) com relação a uma trilha de dados de referência é utilizado para estimar a posição  $y$  do cabeçote. A entrada  $U_{VCM}$  a um VCM e  $U_{PZT}$  a um atuador piezoelétrico é utilizada para posicionar o cabeçote em uma dada posição desejada  $y_d$ . A posição desejada  $y_d$  é apenas alterada quando se deseja obter dados de uma outra trilha.

#### 1.1.1.1 Posicionamento de precisão

O problema consiste basicamente em posicionar o cabeçote em um local adequado do HDD para gravar ou obter dados do mesmo (vide figura 1.1, obtida de (Devasia et al. 2007)). Atualmente, este posicionamento é obtido por 2 atuadores: um motor que gira o disco e um motor que avança ou recua o cabeçote radialmente sobre a superfície do disco (“Voice Coil Motor” - VCM). A posição relativa do cabeçote com relação ao centro da trilha é monitorada e ajustada periodicamente ao se ler a servo-informação contida nas trilhas de dados, utilizando um sistema de controle em malha-fechada que irá controlar o atuador VCM. Sabe-se que um servo-sistema de precisão é importante para ler e para gravar dados na localização desejada do disco, entretanto, a fricção não-linear do pivô limita a precisão alcançável. Além disto, a largura de banda de um tradicional servo-sistema de apenas 1 estágio é limitada pelas múltiplas ressonâncias do atuador, assim como por restrições de magnitude de entrada (Miu & Bhat 1991), (Ho 1997).

#### 1.1.1.2 Sistemas de posicionamento de 2 estágios

Para compensar estas restrições de largura de banda e de precisão, a utilização de 2 estágios de atuação foi proposta (Aggarwal, Horsley, Horowitz & Pisano 1997), (Mori,

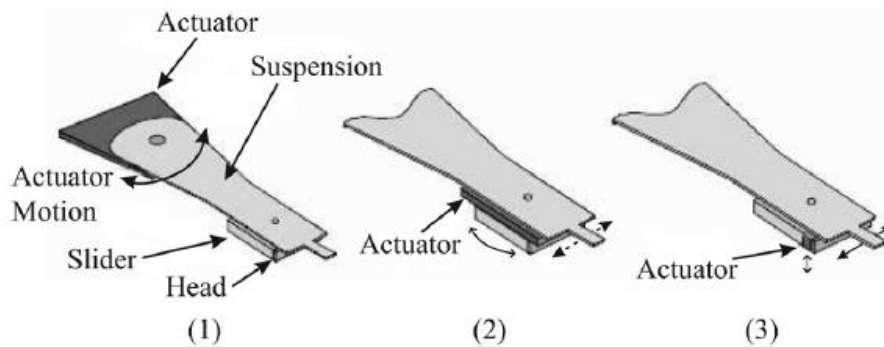


FIGURA 1.2: Servo-configurações de 2 estágios: (1) Suspensão (suspension) atuada. (2) Deslizador (slider) atuado. (3) Cabeçote (head) atuado.

Munemoto, Otsuki & Yamaguchi 1991), (Li 2003), (Kobayashi & Horowitz 2001), (Kim & Lee 2004). Em um sistema como este, o VCM age como um primeiro posicionador e o microatuador (podendo ser um atuador piezoelétrico, por exemplo), que atua no braço do VCM, é utilizado como um atuador secundário, para um ajuste fino de posicionamento. Notar que o segundo estágio se encontra mais próximo do cabeçote de leitura e gravação (vide figura 1.2, obtida de (Hirano, Yang, Pattanaik, White & Arya 2003)), e tem relativamente menos massa para mover. Deste modo, tende a ter uma maior largura de banda que o VCM, assim como uma maior precisão. Deste modo, o sistema de 2 estágios tem o grande alcance do VCM assim como a elevada precisão e largura de banda do segundo estágio.

### 1.1.1.3 Tipos de atuação secundária

Atualmente três tipos principais de atuação secundária foram propostos: Suspensão atuada, deslizador atuado e cabeçote atuado (vide figura 1.2). Em todas estas configurações, as forças de atuação são geradas por microatuadores (piezoelétricos, por exemplo) (Horowitz 2004), (Hirano et al. 2003).

Na suspensão atuada, por exemplo, o microatuador é posicionado em volta da base da suspensão, e atua em todo o braço (incluindo a suspensão e o deslizador) para o posicionamento do cabeçote (Jianxu & Ang Jr. 2000), (Evans, Griesbach & Messner 1999), (Tokuyama, Shimizu, Masuda, Nakamura, Hanya, Iriuchijima & Soga 2001). A vantagem deste tipo de atuação secundária é que os processos de fabricação convencionais podem ser utilizados para acoplar o microatuador à base da suspensão. Entretanto,

possui a desvantagem de ter uma largura de banda limitada por causa dos modos ressonantes da suspensão. Ao se mover o microatuador para mais perto do elemento de gravação e leitura (reduzindo-se assim a massa que teria que ser movida), chega-se no segundo tipo de atuação secundária (deslizador atuado). Deste modo, há um aumento na largura de banda do sistema (Hirano, Fan, Semba, Lee, Hong, Pattanaik, Webb, Juan & Chan 1999), (Horsley, Horowitz & Pisano 1998). No terceiro tipo de atuação secundária (cabecote atuado), teria-se a melhor configuração possível. Porém, neste caso, existe uma grande dificuldade quanto ao processo de fabricação adequada deste tipo de atuador (Imamura, Katayama, Ikegawa, Ohwe, Koishi & Koshikawa 1998).

#### **1.1.1.4 Dificuldades de controle de posicionamento**

Para introduzir esta tecnologia em produtos comerciais, diversos aspectos exigem maior pesquisa, como por exemplo a confiabilidade e a melhora da performance. Dois dos maiores obstáculos de comercialização são o custo e a confiabilidade dos servo-sistemas de 2 estágios a deslizador atuado. Outros aspectos que estão sendo considerados para maiores pesquisas são o comportamento dinâmico e a confiabilidade do microatuador sujeito a perturbações devidas a fluxos de ar, à interação entre o cabecote e o disco, e à presença de contaminantes e partículas.

Futuras pesquisas podem implementar a abordagem do cabecote atuado para obter precisão nanométrica a uma elevada largura de banda. Neste caso, as pesquisas são recentes, e sua principal motivação é o modo através do qual os processos de fabricação dos microatuadores e dos cabecotes de gravação e leitura serão combinados.

### **1.1.2 Microscópio de Força Atômica (ATM)**

O nanoposicionamento é um importante aspecto para grande parte dos AFMs (Croft & Devasia 1999), (Croft et al. 2001), (Schitter et al. 2001), (Salapaka et al. 2002), (Sebastian et al. 2005). Durante a produção de imagens, um piezo-escaneador (atuador piezoelétrico) que irá alterar a posição da ponta de prova do AFM (ponta de um braço de suporte) relativa à superfície (amostra), conforme a figura abaixo:

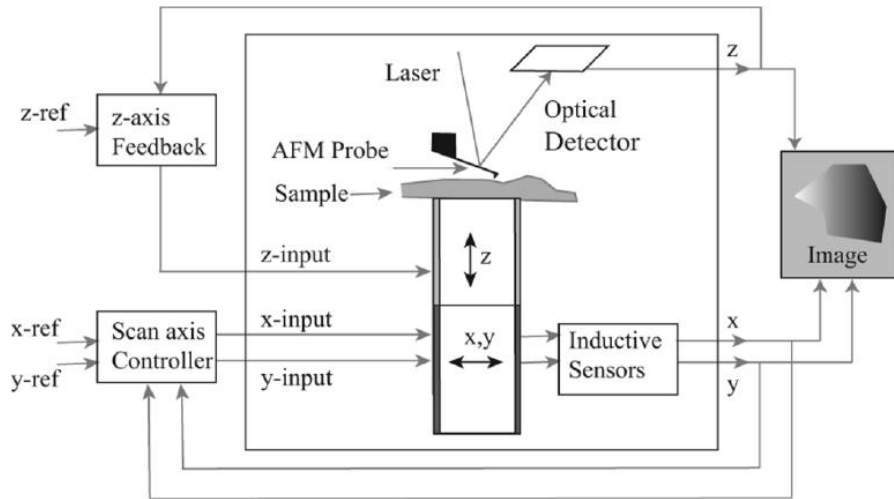


FIGURA 1.3: Posicionamento da ponta de prova do AFM. Um piezo-escaneador é utilizado para mover a amostra nos eixos x-y e no eixo vertical z. Em alguns casos, piezo-escaneadores separados são utilizados para o movimento vertical e o horizontal.

### 1.1.2.1 Posicionamento de precisão

Forças elevadas entre a ponta de prova e a superfície da amostra podem danificar ambos. Para evitar isto, a força entre a ponta de prova e a superfície deve ser controlada utilizando-se uma realimentação: Primeiramente a força aplicada pela ponta de prova na amostra é estimada ao se medir a deflexão do braço de suporte (que é proporcional à força em questão) com detectores ópticos, como por exemplo em (Alexander, Hellemans, Martí, Schneir, Elings, Hansma, Longmire & Gurley 1989). Então, a deflexão medida é realimentada para ajustar a posição vertical ( $z$ ) da ponta de prova, tal que a deflexão seja mantida em um determinado valor. Deste modo, ao se manter uma deflexão constante, uma pequena e constante força é mantida durante a produção da imagem.

Sendo assim, o posicionamento de precisão (através de atuadores piezoelétricos) é necessário para manter a força aplicada à amostra em um nível desejado durante a produção de imagens pelo AFM.

## 1.2 Métodos de controle de atuadores piezoelétricos

No que diz respeito aos métodos de controle aplicados a atuadores piezoelétricos, muitos trabalhos já foram publicados e apesar disso o tema continua sendo desenvolvido, pois as dificuldades persistem. Diversos trabalhos utilizaram controladores por pré-alimentação (“feedforward”) em conjunto com controladores por realimentação, tal que fosse possível compensar as não-linearidades dos atuadores piezoelétricos (histerese, efeitos de ressonância de alta frequência, dentre outros) (Ge & Jouaneh 1996), (Tzen, Jeng & Chieng 2003), (Shen & Wei 2006), (Wu 2007), (Leang & Devasia 2007). Embora esta seja uma técnica bastante utilizada na literatura, possui a desvantagem de necessitar de um modelo inverso bastante preciso do objeto a ser compensado, para que resultados adequados possam ser obtidos. Técnicas avançadas de controle, tais como métodos adaptativos (Shieh, Lin, Huang & Teng 2004), (Shieh, Lin, Huang & Teng 2006), controle baseado em backstepping (Shieh et al. 2004)(Shieh & Hsu 2007), controle robusto (Salapaka et al. 2002), métodos de linearização por realimentação (Leang & Devasia 2007), (Hwang 2005), observadores não-lineares (Hwang 2005), e controle a estrutura variável (Hwang 2005), (Hwang, Jan & Chen 2001) também foram utilizados.

Em (Shieh et al. 2004) foi proposto um controlador por “backstepping” adaptativo, o qual necessitava apenas das informações de entrada e de saída do atuador piezoelétrico. Neste trabalho foram obtidos resultados aparentemente satisfatórios de rastreamento (em regime permanente), porém não foram disponibilizados os sinais de controle nem o comportamento do sistema durante seu transitório, o que dificulta a análise da qualidade do mesmo. Em (Shieh et al. 2006) foi utilizado um controlador adaptativo baseado em um modelo matemático da histerese, que consistia em uma função de fricção. Seus erros de rastreamento (em regime permanente) foram relativamente elevados (embora não tenham sido quantificados, o rastreamento não se mostrou adequado), e os sinais de controle apresentados se mostraram bastante ruidosos, o que também não é adequado. Além disto, não é devidamente explicada a utilização da velocidade ( $\dot{x}$ ) no algoritmo de controle, já que apenas a medição da posição  $x$  era realizada. Em (Salapaka et al. 2002), foi utilizado um controlador robusto  $H_\infty$ , cujos resultados pareceram interessantes, porém alguns fatores podem ser questionados, como

por exemplo a ausência do sinal de controle gerado pelo mesmo e a pequena amplitude do sinal de entrada (menor do que 7% do alcance do atuador, o que faria com que o efeito da histerese pudesse não ser tão relevante (a dependência do efeito da histerese com relação à amplitude do sinal de entrada será detalhada no capítulo seguinte)). Em (Hwang 2005) foi proposto um controlador que realizava linearização por realimentação através de estrutura variável, e um observador a estrutura variável para estimar o estado não-medido. Neste trabalho foram apresentados erros de rastreamento em regime permanente elevados (acima de 5%). Em (Hwang et al. 2001), uma rede neural foi aplicada para aprender a dinâmica do atuador piezoelétrico. Foi utilizado então um controlador pré-alimentado baseado neste comportamento aprendido pela rede neural. Como a performance deste tipo de controlador não possui robustez a perturbações ou incertezas, foi implementado também um controlador por realimentação a estrutura variável, para melhorar a performance. Os resultados deste controlador, tanto com relação ao rastreamento em regime, quanto com relação ao transitório, apresentaram erros satisfatoriamente pequenos, além de ter apresentado um sinal de controle suave. Sua principal desvantagem era a necessidade de execução de um novo aprendizado à rede neural sempre que a frequência do sinal de entrada fosse alterada.

Em (Shieh 2007) foi proposto um controlador por superfícies de deslizamento dinâmicas baseado em “integrator-backstepping”. Este trabalho foi a principal base de comparação do presente estudo, já que apresentou resultados de qualidade, tanto com relação ao seu comportamento em regime permanente, quanto com relação aos suaves sinais de controle gerados, além de necessitar apenas das informações da entrada e da saída do atuador piezoelétrico, e de não necessitar de processos iterativos de aprendizagem da dinâmica do atuador piezoelétrico para cada tipo de aplicação. Porém, em seu algoritmo de controle foi utilizada a derivada da posição medida, sem um esclarecimento com relação ao modo através do qual a mesma foi obtida. Além disto, o transitório do sistema controlado não foi detalhado. Outra motivação ao presente trabalho foi uma possível contribuição através da proposta de uma nova abordagem de representação da histerese, tal que o sistema piezoelétrico fosse considerado como um sistema de segunda ordem com uma perturbação limitada, ao invés de um sistema de terceira ordem, conforme em (Shieh 2007). Esta nova abordagem será detalhada no capítulo 3.

## 1.3 Objetivos

O objetivo do presente trabalho foi o desenvolvimento de um controlador capaz de compensar de forma eficiente as não-linearidades e as incertezas paramétricas de atuadores piezoelétricos, de tal modo que estes pudessem rastrear de forma satisfatória diversos sinais de referência (por simulação).

Para que tal objetivo fosse alcançado, realizou-se um levantamento das características destes atuadores e dos métodos de modelagem existentes na literatura, tal que fosse definido qual destes métodos seria o mais adequado às simulações. De acordo com as características da modelagem selecionada, foi proposta a utilização de um controlador adaptativo binário.

## 1.4 Organização do texto

O texto nesta dissertação se organiza conforme detalhado abaixo:

- No Capítulo 2 são descritas as características dos atuadores piezoelétricos (tanto estruturais quanto operacionais);
- No Capítulo 3 são apresentadas as modelagens existentes na literatura, e é justificada a escolha da modelagem utilizada neste trabalho;
- No Capítulo 4 são descritos os métodos de controle estudados e simulados;
- No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos;
- No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais sobre o trabalho e propostos trabalhos futuros visando a continuidade do mesmo.

# Capítulo 2

## Características dos Componentes Piezoelétricos

Como citado no capítulo anterior, os atuadores piezoelétricos têm se tornado cada vez mais importantes em aplicações de nanoposicionamento. Para aumentar a confiabilidade e a performance destas aplicações, estudos vêm sendo realizados quanto à operação destes atuadores. Deste modo, é importante primeiramente conhecer suas principais características.

### 2.1 O que é piezoeletricidade ?

O termo “*piezo*” é derivado da palavra grega que significa pressão. Em 1880, Jacques e Pierre Curie descobriram que um potencial elétrico poderia ser gerado aplicando-se pressão a cristais de quartzo, a sais de Rochelle, e até a cristais de cana de açúcar. Nomearam este fenômeno de “o efeito piezo” (Katzir 2003).

A piezoeletricidade inversa foi deduzida matematicamente dos princípios fundamentais da termodinâmica por Lippmann em 1881. Os Curies confirmaram imediatamente a existência do “efeito piezo inverso” (quando expostos a determinados potenciais elétricos, tais materiais mudavam sua forma, se expandindo ou se contraindo), e continuaram os estudos para obter a prova quantitativa da reversibilidade completa das deformações eletro-elasto-mecânicas em cristais piezoelétricos.

Estes fenômenos são devidamente ilustrados nas figuras a seguir, vide (Devasia



et al. 2007):

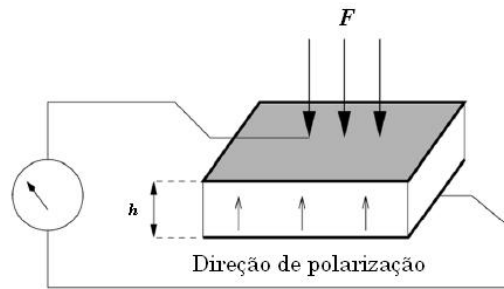


FIGURA 2.1: Ilustração do efeito piezo

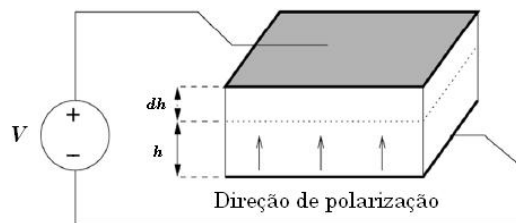


FIGURA 2.2: Ilustração do efeito piezo inverso

As primeiras aplicações comerciais do efeito inverso do piezo foram para sistemas de sonar que foram utilizados na Primeira Guerra Mundial. Em 1917, na França, Paul Langevin (cujo o desenvolvimento carrega agora seu nome) e seus colegas de trabalho desenvolveram um detetor ultra-sônico submarino. Este detetor consistiu em um transdutor, feito de cristais finos de quartzo colados com cuidado entre duas placas de aço, e um hidrofone para detectar o eco retornado. Emitindo-se uma onda sonora de alta frequência do transdutor, e medindo o tempo de retorno da mesma, podia-se calcular a distância a um determinado objeto. A utilização da piezoelectricidade no sonar, e o sucesso deste projeto, causou um intenso interesse no desenvolvimento de dispositivos piezoelétricos. Uma descrição detalhada destes dispositivos segue abaixo.

## 2.2 Características dos dispositivos piezoelétricos

### 2.2.1 Propriedades do material

Cerâmicas PZT (Plumbum Zirconate Titanate), ou piezocerâmicas, estão disponíveis em muitas variações e são ainda hoje os materiais mais utilizados para aplicações de

atuadores. Os materiais piezoelétricos são cristais e, como tais, devem ser analisados de acordo com suas células unitárias (Zhukov 2002).

A célula unitária é o arranjo espacial tri-dimensional de átomos que descreve o cristal. Ela é caracterizada pelos seus parâmetros de rede (“lattice parameters”), ou seja, pelo comprimento das suas bordas e os ângulos entre elas, assim como as posições de seus átomos internos. Estas posições são descritas através do conjunto  $(x_i, y_i, z_i)$  de medidas a partir de um ponto de base.

Para cada estrutura cristalina existe uma célula unitária convencional, que seria a menor unidade que possui uma completa simetria do cristal (Figura 2.3). Grupos de células unitárias com a mesma orientação são denominados de domínios de Weiss.

Considerando a distribuição aleatória das orientações dos domínios de materiais naturais como quartzo, sal de Rochelle, etc., o efeito piezo exibido é muito pequeno. Então, materiais policristalinos cerâmicos ferroelétricos como Titanato de Bário e o Titanato e Zirconato de Chumbo (PZT) com propriedades piezoelétricas melhoradas foram desenvolvidos. Isto porque, devido às suas naturezas ferroelétricas, seria possível forçar um alinhamento permanente dos seus diferentes domínios através da aplicação de um forte campo elétrico.

Os materiais ferroelétricos são materiais que possuem um trunfo tecnológico em relação a muitos outros: a direção da polarização elétrica retida (carga elétrica) pode ser controlada pela aplicação do campo elétrico. A polarização é a quantidade de carga elétrica, na forma de dipolos elétricos, que conseguimos armazenar em um dado volume de material. Nos materiais ferroelétricos como o titanato de chumbo, o  $\text{PbTiO}_3$ , um óxido composto por titânio e chumbo, o momento de dipolo local é induzido por um deslocamento do átomo de titânio no centro da estrutura cristalina do óxido. Este tipo de operação é que dá a origem aos sinais matemáticos binários 0 e 1 que constituem a base de todo o processamento de informação pelos computadores (Lente, Póvoa & Eiras 2000).

As primeiras experiências com materiais ferroelétricos datam do final do século 19 quando se descobriu que sais de potássio, fósforo e hidrogênio possuíam ferroeletricidade, ou seja, o material armazenava carga elétrica a partir da formação de dipolos elétricos (da mesma forma que um material dielétrico), contudo a carga armazenada poderia ser controlada pela direção de aplicação deste campo.

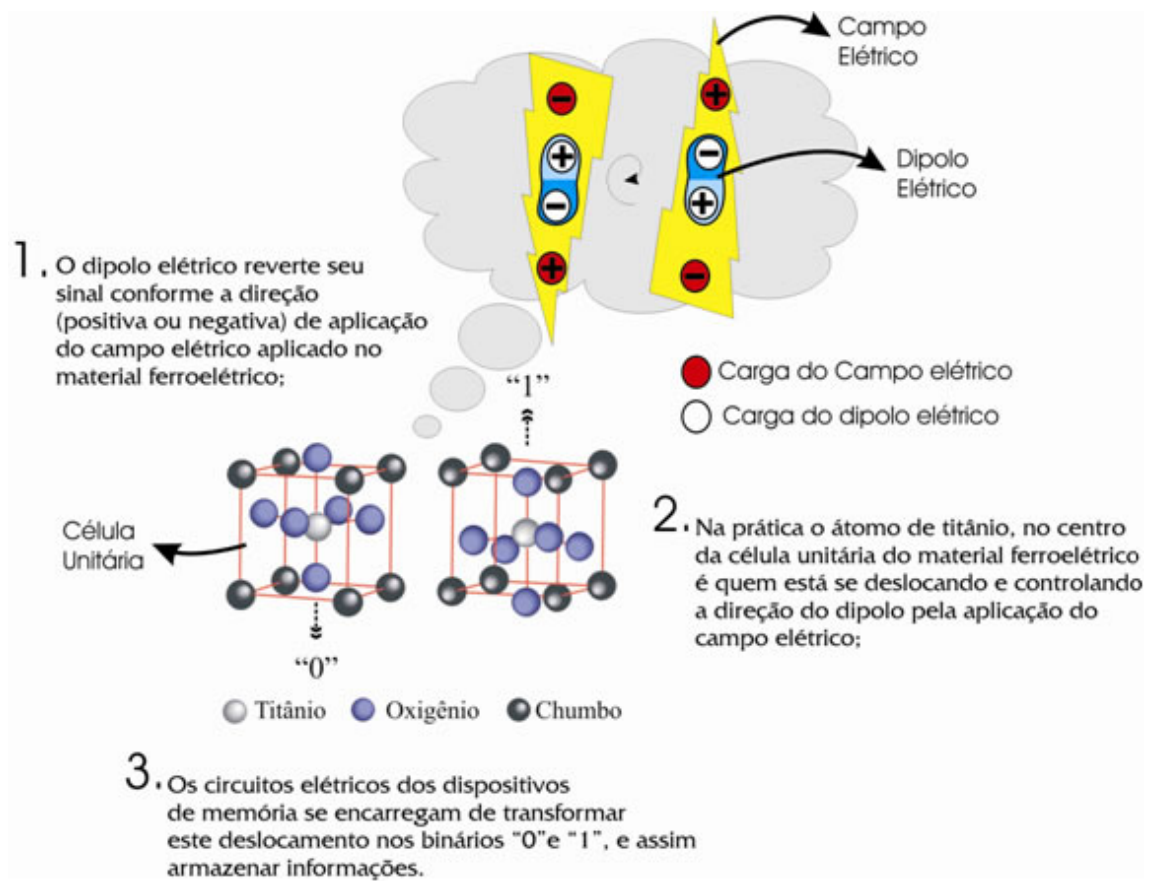


FIGURA 2.3: Ilustração das características de um material ferroelétrico

A polarização (“poling”) do material piezoelétrico consiste no seu aquecimento até que haja a superação da sua temperatura de Curie, fazendo com que a estrutura do seu cristal se torne centro-simétrica (figura 2.4a), e todos os dipolos desapareçam (GmbH & KG 2006). Então é aplicado um campo elétrico de intensidade elevada. Assim, a estrutura do cristal é deformada e se forma uma polarização no sentido indicado na figura 2.4b. Posteriormente, o material é resfriado ainda na presença deste campo elétrico. Como consequência, os dipolos tendem a se alinhar com o campo aplicado, dando origem a uma polarização total diferente de zero, após o resfriamento.

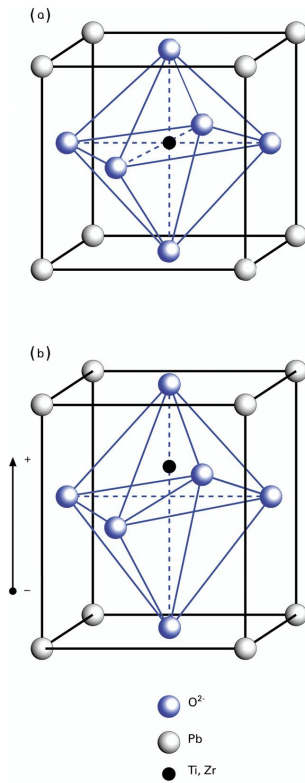


FIGURA 2.4: Célula unitária PZT: a) Célula unitária PZT do tipo Perovskite no estado cúbico simétrico acima da temperatura de Curie (antes da aplicação do campo elétrico); b) Célula unitária tetragonalmente distorcida abaixo da temperatura de Curie, ao final do processo.

Finalmente, o campo elétrico é removido, concluindo o processo. Nem todos os dipolos conseguem retornar à sua orientação de origem, o que resulta em uma polarização remanescente através da cerâmica, assim como uma deformação permanente. A polarização é resumida de acordo com a figura 2.5:

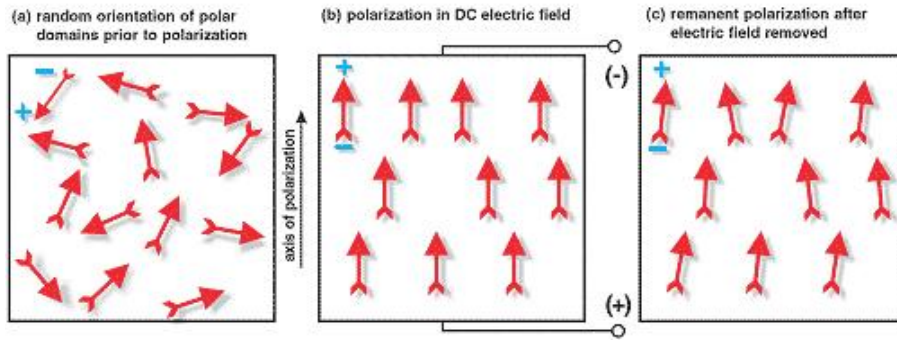


FIGURA 2.5: Orientação dos domínios durante a realização da polarização (GmbH & KG 2006)

Analogamente às características dos materiais ferromagnéticos, um material polarizado piezoelétrico exibe histerese. A figura a seguir exibe uma curva típica de histerese criada pela aplicação de um campo elétrico a uma cerâmica piezoelétrica até que a polarização máxima ( $P_s$ ) fosse obtida, reduzindo-se posteriormente o campo elétrico a zero para determinar a polarização remanescente ( $P_r$ ), e revertendo o campo para obter a máxima polarização negativa e a polarização negativa remanescente.

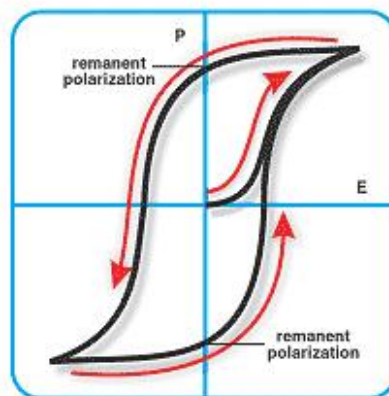


FIGURA 2.6: Apresentação da histerese existente entre a polarização e o campo elétrico aplicado ao atuador (GmbH & KG 2006)

Em um cristal piezoelétrico, as cargas positivas e negativas estão separadas, mas simetricamente distribuídas, o que o torna eletricamente neutro. Cada dipolo próximo de outro tende a se alinhar em regiões chamadas de domínios de Weiss. Estes domínios estão geralmente aleatoriamente orientados, mas podem ser alinhados durante o processo de polarização, visto anteriormente.

Quando um stress mecânico é aplicado, esta simetria é perturbada, e a carga elétrica causada por esta assimetria gera uma tensão por todo o material. Um cubo de quartzo de  $1\text{cm}^3$ , com 2 kN de força aplicada, pode gerar uma tensão de aproximadamente 12500 V.

## 2.2.2 Aplicações

Cristais piezoelétricos podem ser utilizados de diversas formas:

- Sensores

Para utilizar o princípio físico de materiais piezoelétricos, com o objetivo de torná-lo um sensor de força, deve-se poder medir a carga elétrica na superfície do cristal (Putnam & Knapp 1996). Para isto, duas placas de metal são utilizadas nas extremidades opostas do mesmo, tornando-o um capacitor (vide figura 2.7, obtida do site do Centro de Pesquisa Computacional em Música e Acústica da Universidade de Stanford: <http://ccrma.stanford.edu/CCRMA/Courses/252/sensors/node7.html>). Na sua região de operação, quanto maior a força de deformação aplicada no cristal, maior a carga elétrica na sua superfície. Esta carga resulta em uma tensão de  $q/C$ , onde  $q$  é a carga resultante de uma força  $F$ , e  $C$  é a capacitância do componente.

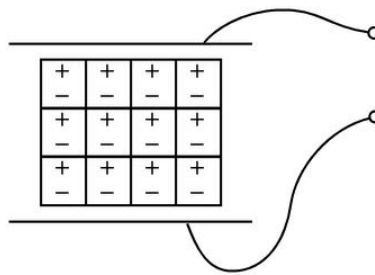


FIGURA 2.7: Duas placas de metal em contato com o material piezoelétrico

Pelo método descrito acima, os cristais piezoelétricos agem como transdutores que transformam força ou stress mecânico em carga elétrica que pode ser convertida em tensão. Alternativamente, o inverso também ocorre. Um exemplo deste fato é que transdutores piezoelétricos podem ser encontrados em alto-falantes (eletricidade para mecânica) e em microfones (mecânica para eletricidade).

- Atuadores

Como tensões muito altas correspondem a apenas pequenas mudanças no tamanho do cristal, este tamanho pode ser alterado com precisão maior que um micrômetro, o que transforma os cristais piezoelétricos na mais importante ferramenta para o posicionamento de objetos com extrema precisão. De tal característica vem a utilização destes cristais como atuadores (Wikipedia: Piezoelectricity).

- Alto-falantes: As tensões elétricas são convertidas em movimentos mecânicos do filme piezoelétrico.
- Motores piezoelétricos: Elementos piezoelétricos aplicam força a um determinado eixo, fazendo com que o mesmo gire. Devido às distâncias extremamente pequenas envolvidas, o piezo-motor é visto como uma reposição de alta-precisão a um motor de passo.
- Elementos piezoelétricos podem ser utilizados para o alinhamento de espelhos de laser, onde suas habilidades de mover grandes massas (no caso, os espelhos) a distâncias microscópicas são exploradas. Realizando um controle preciso da distância entre os espelhos, a eletrônica de laser pode manter condições óticas dentro da cavidade para otimizar a saída do feixe de laser.
- Outra aplicação relatada é o modulador acústico-ótico, um componente que vibra um espelho para dar à sua luz refletida uma variação de frequência devida ao efeito Doppler. Esta aplicação é útil para o ajuste fino da frequência de um laser.
- Microscópios de Força Atômica (“Atomic Force Microscope” - AFM) e Microscópios eletrônicos de tunelamento com varredura (“Scanning Tunneling Microscope” - STM) utilizam a piezoelectricidade inversa para manter a agulha sensitiva próxima à ponta de prova.
- Impressoras de jato de tinta: Em muitas impressoras de jato de tinta, cristais piezoelétricos são utilizados para controlar a vazão de tinta do cartucho para o papel.

- Padrão de frequência

As propriedades piezoelétricas do quartzo são úteis como um padrão de frequência.

Relógios de quartzo empregam uma forquilha de ajuste feita de quartzo que utiliza da piezoelectricidade direta e da inversa para gerar uma série regular de pulsos elétricos que são usados para marcar o tempo. O cristal de quartzo (como muitos outros materiais elásticos) tem uma frequência natural precisamente definida (causada pela sua forma e tamanho) na qual prefere oscilar, e isto é utilizado para estabilizar a frequência de uma tensão periódica aplicada ao cristal.

O mesmo princípio é crítico em todos os rádio-transmissores e receptores, e em computadores onde o mesmo cria um pulso de relógio. Ambos utilizam um multiplicador de frequência para alcançar as faixas dos mega e dos gigahertz.

#### - Motores piezoelétricos

Um motor piezoelétrico ou piezo motor é um tipo de motor elétrico baseado na mudança da forma de um dado material piezoelétrico quando um campo elétrico é aplicado. Motores piezoelétricos fazem uso da piezoelectricidade inversa, onde o material produz vibrações acústicas ou ultra-sônicas para gerar movimentos lineares ou rotacionais. Em um mecanismo deste tipo, o alongamento em um único plano do material é utilizado para gerar uma série de expansões, manutenções de posicionamento e contrações, conforme pode se observar na figura 2.8:

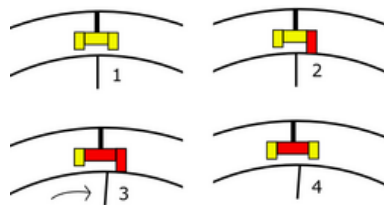


FIGURA 2.8: Descrição da sequência de passos de um motor piezoelétrico (Wikipedia: Piezoelectricity)

Na etapa 1, todos os grupos de cristais estão desenergizados. Na etapa 2, energiza-se o grupo de cristais que é exibido em vermelho. Este grupo de cristais então se expande e entra em contato com o rotor. Na etapa 3, o outro grupo de cristais que é exibido em vermelho é ativado, o que faz com que haja um deslocamento lateral do cristal que estava em contato com o rotor. É esta etapa que irá gerar o movimento do rotor. Posteriormente, o grupo de cristais que estava em contato com o rotor é desenergizado,



voltando-se então para a etapa 1.

A grande vantagem da utilização de um motor piezoelétrico é a sua extrema precisão (da ordem de nanômetros) e relativa alta velocidade, que é possível graças à sua alta taxa de resposta, assim como à rápida distorção do cristal piezoelétrico, o que permite que os passos sejam realizados a frequências bastante elevadas (acima de 5 MHz). Este fato gera uma velocidade linear máxima de 800 mm por segundo, ou aproximadamente 2.9 km por hora.

#### - Transdutores ultra-sônicos

Materiais piezoelétricos são utilizados como transdutores ultra-sônicos para aplicações de produção de imagens (para medicina, para testes industriais não-destrutivos, etc) e para aplicações de alta potência (tratamentos médicos, processos industriais, etc).

Para a produção de imagens, o transdutor age tanto como um sensor como um atuador. Transdutores ultra-sônicos podem injetar ondas ultra-sônicas em um corpo, receber a onda de retorno e converter em um sinal elétrico (voltagem). A maioria dos transdutores médicos de ultra-som são piezoelétricos.

Quando vários elementos são empilhados um sobre o outro e no final uma lâmina é colocada, pode-se controlar o cristal e com o deslocamento obtido, terá-se um cortador ultra-sônico. Este tipo de ferramenta é útil no corte preciso de materiais plásticos ou similares, já que materiais leves não são afetados pela vibração ultra-sônica.

#### - Redutor de vibrações

Esta aplicação se dá acoplando-se um filme de material piezoelétrico ao objeto que está sofrendo uma deformação devido à vibração em uma dada direção. Quando o objeto é deformado por esta vibração, o sistema percebe e envia energia elétrica ao adesivo piezoelétrico, fazendo com que se deforme no sentido oposto.

A eficiência da utilização de um material piezoelétrico para a redução de vibrações de um objeto já foi demonstrada através de um experimento, no qual vários painéis foram atingidos por um bastão de plástico, e o painel que tinha um elemento piezoelétrico acoplado parou imediatamente de balançar.

Imagina-se que esta aplicação será utilizada em carros e em casas, para reduzir barulhos.

### 2.2.3 Operação de atuadores piezoelétricos

As principais características da operação de piezoatuadores são as seguintes (GmbH & KG 2006):

1. Podem realizar movimentos na ordem de sub-nanômetros a altas frequências, por derivarem seus movimentos de efeitos de cristais em estado sólido (solid-state crystalline effects). Não possuem partes rotativas ou deslizantes que poderiam causar fricções;
2. Piezoatuadores podem mover altas cargas, na ordem de até algumas toneladas;
3. Piezoatuadores apresentam cargas capacitivas e não dissipam praticamente qualquer energia em operação estática;
4. Piezoatuadores não requerem manutenção e não estão sujeitos a desgaste porque não possuem partes móveis, no sentido clássico do termo.

Existem basicamente dois tipos de atuadores piezoelétricos, no que se diz respeito às suas tensões de operação:

- Atuadores piezoelétricos de baixa voltagem (“Monolithic-sintered low-voltage actuators” (LVPZT)) operam com diferenças de potencial de até 100 V e consistem de camadas cerâmicas de 20 a 100  $\mu m$  de espessura.
- Atuadores piezoelétricos clássicos de alta voltagem (HVPZT), por outro lado, consistem de camadas cerâmicas de 0.5 a 1 mm de espessura e operam com diferenças de potencial de até 1000 V. Atuadores piezoelétricos de alta voltagem podem ser desenvolvidos com maiores seções (cross-sections), os tornando mais adequados para maiores cargas que os mais compactos atuadores monolíticos.

## 2.2.4 Rigidez, capacidade de carga, geração de força

Como uma primeira aproximação, um atuador piezoelétrico pode ser considerado como um sistema massa-mola. A rigidez do atuador depende do módulo de Young da cerâmica (aproximadamente 25% do módulo de Young do aço), da seção e do comprimento do material ativo, além de alguns outros parâmetros não-lineares. Atuadores típicos possuem rigidez de aproximadamente 1 a 2,000  $N/\mu m$  e limites de compressão de 10 a 100,000 N. Se a unidade estiver prestes a ser exposta a uma tração, uma mola externa ou um invólucro com uma mola de pré-carga integrada tornam-se importantes. Medidas adequadas devem ser realizadas para proteger a piezocerâmica de cisalhamento e de forças de dobra.

## 2.2.5 Alcance do deslocamento

O alcance do deslocamento de atuadores piezoelétricos varia entre alguns décimos a algumas centenas de micrômetros ( $\mu m$ ). Piezomotores ultrasônicos podem ser utilizados para alcances maiores.

## 2.2.6 Resolução

Considerando que o movimento do atuador piezoelétrico se baseia no deslocamento iônico e na orientação das células unitárias do PZT, a resolução depende do campo elétrico aplicado. As piezocerâmicas, como não estão sujeitas aos efeitos de atritos, teoricamente possuem resolução ilimitada. Na prática, a resolução é limitada por fatores eletrônicos e mecânicos:

1. Como não possui ponto inicial, qualquer ruído, mesmo na faixa de  $\mu V$ , pode causar alteração no posicionamento do atuador. Ruído de amplificadores e sensibilidade a interferência eletromagnética (IEM) de sensores afetam a estabilidade da posição;
2. Parâmetros mecânicos: Projeto e detalhes da precisão da montagem, relacionados ao sensor, ao atuador e à pré-carga podem induzir a uma micro-fricção que pode limitar a resolução e a exatidão.

### 2.2.7 Ruído do amplificador

Um fator determinante para a estabilidade da posição (resolução) de um atuador piezoelétrico é o ruído na tensão de saída do amplificador. Especificar o valor deste ruído em  $mV$  não é suficiente sem a análise freqüencial do sistema mecânico. Se o ruído ocorre em uma banda de freqüência distante da freqüência de ressonância do sistema, sua influência na resolução mecânica e na estabilidade podem ser desconsiderada. Porém, se o ruído coincide com a freqüência ressonante, o mesmo terá uma influência significativa na estabilidade do sistema.

Os maiores valores de campo elétrico permitidos em atuadores piezoelétricos se situa entre 1 e 2 kV/mm na direção de polarização. Na direção oposta, é de no máximo 300 V/mm. A tensão máxima depende da cerâmica e dos materiais de insulação. Exceder estes valores pode causar ruptura dielétrica e danos irreversíveis ao atuador.

Com um campo elétrico inverso aplicado ao atuador, a contração ocorre a até 20% do deslocamento nominal. Se os campos elétricos em ambos os sentidos forem utilizados para a realização do deslocamento nominal (20% no sentido negativo e 80% no sentido positivo), isso pode aumentar a vida útil do atuador.

Atuadores do tipo de empilhamento podem ser construídos com taxas de comprimento/diâmetro de até (12:1), o que significa que o deslocamento máximo de um atuador deste tipo com 15mm de diâmetro é limitado a algo em torno de 200 $\mu m$ .

### 2.2.8 Metrologia para sistemas de nanoposicionamento

Existem duas técnicas básicas para determinar a posição de sistemas piezoelétricos de deslocamento: metrologia indireta e direta.

A metrologia indireta envolve aplicações em que os custos são restritos, já que sua qualidade não é tão satisfatória. Como exemplo desta metrologia podem ser citados os Sensores de Medida de Tração (“Strain Gauge Sensors” (SGS)). Um SGS consiste em um filme resistivo que é colado na pilha de camadas piezoelétricas. Este filme muda de resistência quando a tração ocorre. Até quatro filmes formam uma ponte de Wheatstone controlada por uma tensão DC (de 5 a 10 V). Quando a resistência da ponte varia, a eletrônica do sensor converte a tensão resultante em um sinal proporcional ao deslocamento.

Dados e características deste sensor seguem abaixo:

- Resolução: Em torno de 1 nm, para deslocamentos máximos de aproximadamente 15  $\mu m$ ;
- Banda de frequência: até 5 kHz;
- Relativamente elevada largura de banda;
- Compatível com o vácuo;
- Altamente compacto;
- Gera poucas perdas por calor (Potência de excitação do sensor de 0.01 a 0.05 W);
- Estabilidade de posicionamento a longo prazo deste sensor depende da qualidade do seu respectivo filme.

Já na metrologia direta, o deslocamento é medido diretamente no ponto de interesse, através de um interferômetro ou, principalmente, de um sensor capacitivo. Ela é mais precisa e, portanto, mais indicada para aplicações que necessitam de medidas absolutas de posicionamento:

Exemplos, suas respectivas características e respectivos dados seguem abaixo:

- Sensores capacitivos

Estes sensores são os mais adequados para qualquer aplicação que exija maior qualidade das medidas.

- Resolução: melhor que 0.1 nm é possível;
- Repetibilidade: melhor que 0.1 nm é possível;
- Largura de banda: até 10 kHz;
- Melhor resolução existente no mercado de sensores de posicionamento;
- Não atua por contato;
- Excelente estabilidade a longo prazo;

- Excelente resposta em frequência;
  - Não gera campos magnéticos;
  - Excelente linearidade.
- Transformadores Diferenciais Variáveis e Lineares (Linear Variable Differential Transformers (LVDTs))

Os LVDTs não são tão precisos e eficientes quanto os sensores capacitivos. Consistem de um núcleo magnético acoplado à parte que se desloca, que determina a intensidade de energia magnética induzida a partir de sua fase primária nas duas fases diferenciais secundárias (vide figura abaixo):

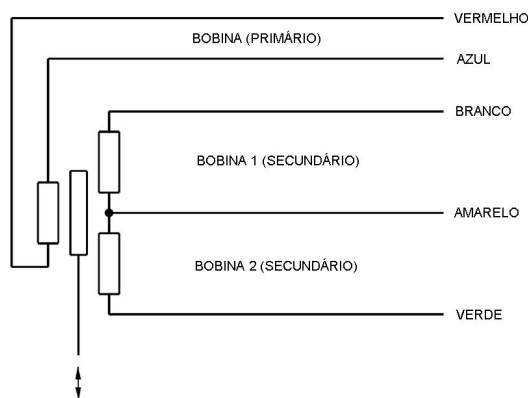


FIGURA 2.9: Esquema ilustrativo das fases dos LVDTs (GmbH & KG 2006)

- Resolução: até 5 nm;
- Largura de banda: até 1 kHz;
- Repetibilidade: até 5 nm;
- Boa estabilidade atuando a diferentes temperaturas;
- Boa estabilidade a longo prazo;
- Não atua por contato;
- Bom custo-benefício;
- Vazamento de gás do material de isolamento pode limitar aplicações em ambientes de alto vácuo;

- Gera campo magnético;

Para sistemas de posicionamento multi-eixos, existem as metrologias seriais e paralelas.

Na metrologia serial, cada atuador possui um grau de liberdade. Se existem sensores de posição integrados, cada sensor irá medir apenas o movimento de um destes atuadores. Deste modo, todos os movimentos indesejados nas outras direções não poderão ser compensados, o que leva a um erro acumulado. Já na metrologia paralela, o sensor é capaz de detectar movimentos em todas as direções, sendo então possível compensar estes movimentos indesejados em tempo real.

### **2.2.9 Fundamentos da operação dinâmica**

- Máximas forças aplicáveis (Limite de carga de compressão, limite de carga de tensão)

Os valores de força mecânica do material cerâmico PZT (dados na literatura) são geralmente confundidos com a capacidade de carga a longo prazo de um atuador piezoelétrico. O material cerâmico PZT pode suportar pressões de até 250 MPa ( $250 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ ) sem quebrar. Porém, não se deve, de modo algum, utilizar valores de pressão próximos a este em aplicações práticas, já que a despolarização ocorre a pressões na ordem de 20 a 30% deste limite mecânico. Para atuadores de empilhamento e estágios (combinações de vários materiais), limitações extras se aplicam, como as saliências e as interações entre as interfaces.

Os dados de capacidade de carga de um atuador, para aplicações práticas, devem ser suficientemente conservativos para a garantia de uma longa vida útil do mesmo.

As cargas de tração de atuadores piezoelétricos não pré-carregados é limitada de 5 a 10% do limite de carga compressiva. Existem diversos atuadores piezoelétricos com uma mola de pré-carga interna para aumentar sua capacidade de tração, o que é bastante recomendado para aplicações dinâmicas.

A cerâmica PZT é especialmente sensível a forças de rotação. Elas devem ser compensadas por medidas externas (guias de flexão, etc).

- Rigidez

A rigidez do atuador é um importante parâmetro para o cálculo da geração de força, frequência de ressonância, comportamento do sistema como um todo, etc. A rigidez de um corpo sólido depende do seu módulo de Young, e é normalmente expressa em termos da sua constante de mola  $kT$ , que descreve a deformação do corpo em resposta a uma força externa.

Esta definição é de aplicação limitada para piezocerâmicas, pois os casos de operação estática ou dinâmica, a sinais de intensidade elevada ou pequena com eletrodos em aberto ou em curto devem ser devidamente separados. O processo de polarização das piezocerâmicas causa uma deformação remanescente no material, a qual depende da magnitude da polarização, que é afetada tanto pela voltagem aplicada quanto pelas forças externas. Quando uma força externa é aplicada às piezocerâmicas polarizadas, a alteração dimensional depende da rigidez do material cerâmico e da mudança na deformação remanescente (causada pela alteração na polarização).

Como as piezocerâmicas são materiais ativos, elas produzem uma resposta elétrica (carga) quando mecanicamente deformadas. Se a carga elétrica não puder ser drenada das mesmas, é gerada uma contra-força que se opõe a esta deformação. É por causa deste fenômeno que um elemento piezoelétrico com eletrodos em aberto parece ser mais rígido do que um com eletrodos em curto. Amplificadores de tensão com suas baixas impedâncias de saída são aproximadamente equivalentes a curtos-circuitos ao atuador piezoelétrico.

O estresse mecânico de piezoatuadores com eletrodos em aberto deve então ser evitado, pois a voltagem induzida resultante pode danificar a pilha eletricamente.

#### - Geração de força

Na maioria das aplicações, atuadores piezoelétricos são utilizados para produzir deslocamento. Se utilizado em um obstáculo, podem gerar forças sobre os mesmos, como por exemplo para dar forma a lâminas de metal. Geração de força está sempre acoplada com a redução no deslocamento. A força máxima (força bloqueada) que um atuador piezoelétrico pode gerar depende da sua rigidez e do seu deslocamento máximo. A mesma é gerada quando o seu deslocamento cai a zero.

A força máxima que um atuador piezoelétrico pode gerar é dada por:



$$F_{m\acute{a}x} \approx k_t \cdot \Delta L_0; \quad (2.1)$$

onde:

$k_t$  = Rigidez do atuador piezoel\u00e9trico;

$\Delta L_0$  = Deslocamento nominal m\u00e1ximo sem for\u00e7as externas ou obst\u00e1culos.

Deste modo, segue um exemplo para a melhor compreens\u00e3o deste t\u00f3pico:

Um atuador piezoel\u00e9trico est\u00e1 para ser utilizado em uma aplica\u00e7\u00e3o de nano-impress\u00e3o (“nano printing”). Em repouso (posi\u00e7\u00e3o inicial zero), a dist\u00e2ncia entre a ponta do atuador e o material alvo \u00e9 de  $30\mu m$ . Uma for\u00e7a de 500 N \u00e9 necess\u00e1ria para se trabalhar em seu relevo. Poderia um atuador com  $60\mu m$  de deslocamento m\u00e1ximo e rigidez de  $100N/\mu m$  ser utilizado ?

A resposta, inicialmente, seria sim. Isto porque em condi\u00e7\u00f5es ideais o atuador poderia gerar  $30 \times 100 = 3000$  N ( $30\mu m$  seriam perdidos pois \u00e9 o espa\u00e7o em que o atuador teve que se deslocar at\u00e9 chegar ao material alvo). Por\u00e9m, na pr\u00e1tica, a gera\u00e7\u00e3o de for\u00e7a depende da rigidez do metal e do suporte. Se o suporte \u00e9 feito de um material macio, com rigidez de, por exemplo,  $10N/\mu m$ , o atuador geraria apenas 300 N quando operando com sua tens\u00e3o m\u00e1xima de entrada, e n\u00e3o conseguiria concluir o objetivo.

Deste modo, fica claro que para a gera\u00e7\u00e3o adequada de for\u00e7a do atuador piezoel\u00e9trico, diversos fatores devem ser levados em considera\u00e7\u00e3o.

- Deslocamento e for\u00e7as externas

Como qualquer outro atuador, um atuador piezoel\u00e9trico \u00e9 comprimido quando uma for\u00e7a \u00e9 aplicada. Dois casos devem ser considerados ao se operar um atuador piezoel\u00e9trico com uma dada carga:

1. A carga permanece constante durante o processo de deslocamento:

Ponto zero \u00e9 deslocado:

Uma massa \u00e9 instalada no atuador piezoel\u00e9trico, o que significa a aplica\u00e7\u00e3o de uma for\u00e7a  $F = M \cdot g$ . O deslocamento m\u00e1ximo se mant\u00e9m, enquanto que o ponto zero ser\u00e1 alterado por:

$$\Delta L_0 = \frac{F}{k_t}; \quad (2.2)$$

2. A carga é alterada durante o processo de deslocamento:

O deslocamento máximo é reduzido:

Para a operação de um atuador piezoelétrico no caso de uma carga elástica, a situação se altera. Parte do deslocamento gerado pelo efeito piezo é perdido por causa da elasticidade da carga, conforme figura abaixo:

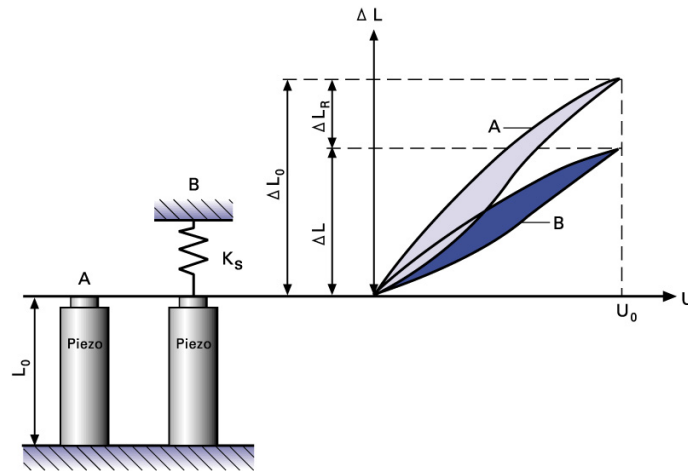


FIGURA 2.10: Ilustração da perda de deslocamento do atuador devido à carga elástica (GmbH & KG 2006)

- Forças dinâmicas

Sempre que a tensão aplicada a um componente piezoelétrico se altera, o mesmo muda suas dimensões. Devido à inércia da massa do atuador (mais qualquer carga adicional), um rápido movimento irá gerar uma força (de compressão ou de esticamento) no piezo. A força máxima que pode ser gerada é igual à força bloqueada, descrita anteriormente.

Forças de tensão extras devem ser compensadas, por exemplo, com uma mola de pré-carga. Esta força de pré-carga deve ser da ordem de 20% do limite de carga compressiva do atuador. Além disto, a mola de pré-carga deve ter rigidez da ordem de 10% da rigidez do atuador.

As forças dinâmicas de pico em um atuador piezoelétrico que esteja operando senoidalmente, a uma dada frequência  $f$ , podem ser representadas como:

$$F_{din} = \pm(2.\pi.f)^2.m_{efetiva}.\frac{\Delta L}{2}; \quad (2.3)$$

onde:

$F_{din}$  = Força dinâmica (N);

$m_{efetiva}$  = Massa efetiva (atuador + carga) (kg);

$\Delta L$  = Deslocamento pico-a-pico (m);

f = Frequência (Hz)

- Frequência de ressonância

De forma geral, a frequência de ressonância de um sistema massa-mola é uma função da sua rigidez e da massa efetiva, e se refere ao atuador sem carga, e com uma das extremidades devidamente fixa. Para sistemas de posicionamento piezoelétricos, esta função se refere ao sistema sem carga e firmemente acoplado a uma massa consideravelmente maior:

$$f_{res} = \frac{1}{2.\pi} \sqrt{\frac{k_t}{m_{efetiva}}} \quad (2.4)$$

sendo:

$f_{res}$  = Frequência de ressonância do atuador, sem carga (Hz);

$k_t$  = Rigidez do atuador (N/m);

$m_{efetiva}$  = 1/3 da massa da cerâmica + qualquer peça instalada no mesmo (Kg);

Deve-se ressaltar que em aplicações práticas, os atuadores operam bastante abaixo de suas respectivas frequências de ressonância. Devido ao comportamento de mola não-ideal das piezocerâmicas, este resultado teórico não necessariamente representa o comportamento real do atuador piezoelétrico com entradas de maior intensidade. Ao se adicionar uma massa M ao atuador, a frequência de ressonância cai de acordo com a seguinte equação:

$$f'_{res} = f_{res} \cdot \sqrt{\frac{m_{efetiva}}{m'_{efetiva}}} \quad (2.5)$$

onde

$$m'_{efetiva} = m_{efetiva} + M_{adicional}$$

- A que velocidade pode um atuador piezoelétrico se expandir ?

A resposta rápida é uma das características mais importantes do atuador piezoelétrico. Uma rápida mudança na tensão de controle gera uma rápida alteração de posição do mesmo. Esta propriedade é especialmente importante para diversas aplicações, como por exemplo para microscopia de escaneamento, estabilização de imagens, geração de ondas de choque, sistemas de cancelamento de vibrações, etc.

Um atuador piezoelétrico pode alcançar seu deslocamento nominal em aproximadamente 1/3 do período de sua frequência de ressonância, caso seu controlador possa lhe fornecer a corrente necessária. Caso não seja controlado devidamente, esta rápida expansão virá acompanhada de um considerável valor de pico, o que pode ser visualizado na figura abaixo:

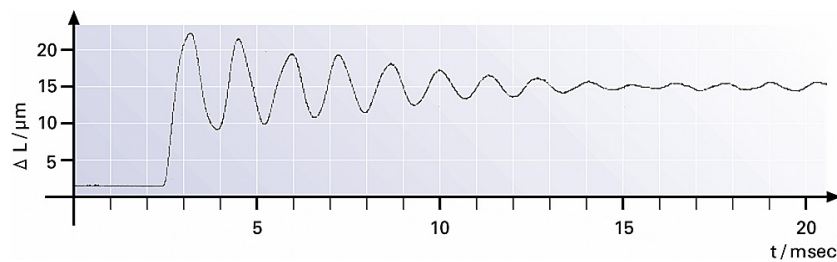


FIGURA 2.11: Comportamento do atuador piezoelétrico em resposta a uma rápida variação da tensão de entrada (GmbH & KG 2006)

Um translador piezoelétrico com frequência de ressonância de 10 kHz, por exemplo, pode alcançar seu deslocamento nominal dentro de  $30\mu s$ .

- Operação dinâmica (linear)

Atuadores piezoelétricos podem fornecer acelerações de milhares de “gs” e são ideais para aplicações dinâmicas. Vários parâmetros influenciam a dinâmica de um sistema

piezoelétrico de posicionamento:

- “Slew-rate” (V/s), ou seja, a velocidade de resposta do amplificador instrumental a uma variação de tensão na entrada, o que limita a frequência de operação do sistema piezoelétrico;
- Se o amplificador possui potência elétrica suficiente, a maior frequência de controle pode ser limitada pelas forças dinâmicas;
- Na operação em malha-fechada, a frequência máxima de operação é também limitada pelo ganho e pela fase da resposta do sistema. Além disto, a largura de banda do sensor e a desempenho do servo-controlador (filtros analógicos e digitais, algoritmo de controle, largura de banda) também determinam a frequência máxima de operação do sistema piezoelétrico;
- Em operação contínua, a geração de calor pode também limitar a frequência de operação do sistema.

### 2.2.10 Efeitos da temperatura

Dois efeitos principais devem ser considerados:

#### 1. Expansão térmica linear:

A estabilidade térmica das piezocerâmicas é melhor do que a da maioria dos outros materiais. O comportamento de 3 tipos de piezocerâmicas é devidamente descrito no gráfico (deformação x temperatura) abaixo:

#### 2. Dependência da temperatura do efeito piezo:

Os atuadores piezoelétricos atuam em uma grande faixa de temperaturas. É sabido que o efeito piezo em si ocorre mesmo a temperaturas próximas de zero Kelvin, embora a magnitude dos coeficientes piezoelétricos seja dependente da temperatura. À temperatura de Hélio líquido, por exemplo, o ganho do piezoelétrico cai de 10 a 20% do seu ganho em temperatura ambiente.

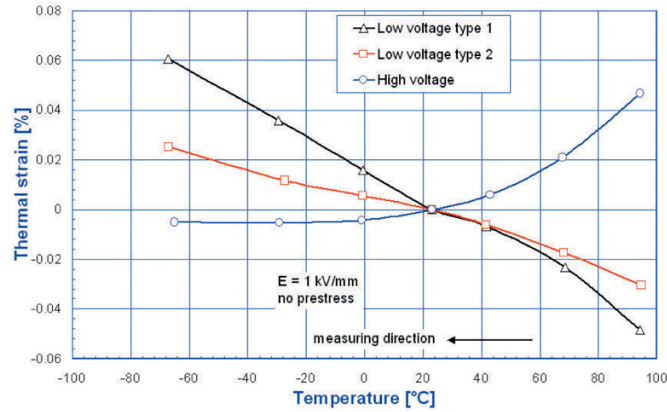


FIGURA 2.12: Expansão térmicas de 3 tipos de atuadores piezoelétricos (GmbH & KG 2006)

O principal fator que deve ser levado em consideração com relação à temperatura na qual o atuador está operando é o fato de que as piezocerâmicas precisam sofrer o processo de polarização, através do aquecimento do material até acima da sua temperatura de Curie, sob intenso campo elétrico. Caso a temperatura supere uma dada temperatura máxima de operação, a piezocerâmica pode perder sua polarização. Alguns atuadores piezoelétricos de alta tensão (HVPZT), por exemplo, possuem a temperatura de Curie de  $350^{\circ}\text{C}$ , e podem operar a até  $150^{\circ}\text{C}$ . Já alguns atuadores piezoelétricos de baixa tensão (LVPZT) possuem temperatura de Curie de  $150^{\circ}\text{C}$ , e podem ser operados a até  $80^{\circ}\text{C}$ .

Nota: Sistemas em malha-fechada de piezo-posicionamento são menos sensíveis a alterações de temperatura do que sistemas em malha aberta.

### 2.2.11 Operação do atuador piezoelétrico em alta umidade

Os materiais de isolamento de polímero utilizados em atuadores piezoelétricos são sensíveis à umidade. Moléculas de água se difundem através das suas camadas e podem causar o curto-circuito das camadas piezoelétricas. Para ambientes de alta umidade, devem ser elaborados sistemas de isolamento especiais à prova d'água, ou mecanismos integrados de descarga de ar seco. Ou ainda atuadores que possuam isolamento unicamente à base de cerâmica.

## 2.2.12 Operação do atuador piezoelétrico em atmosfera de gás inerte

Para reduzir as chances de descargas elétricas elevadas sobre o material de isolamento, a tensão máxima de operação deve ser reduzida.

- Operação de atuadores piezoelétricos no vácuo:

Quando atuadores piezoelétricos são utilizados em ambientes de baixíssima pressão (muito próxima do vácuo), dois fatores devem ser considerados:

### 1. Estabilidade dielétrica

A tensão de ruptura dielétrica de uma amostra de material piezocerâmico é uma função da pressão vezes a distância dos eletrodos. O ar apresenta uma alta capacidade de isolamento à pressão atmosférica e também a pressões muito baixas. Uma tensão de ruptura mínima de aproximadamente 300 V pode ser encontrada em um produto (pressão x distância dos eletrodos) de 1000 Pa.mm. É por isso que atuadores de baixa tensão podem operar em qualquer condição de vácuo. Porém, para atuadores de alta tensão (espessura das camadas de 0.2 a 1.0 mm e tensões nominais de até 1000 V), a operação a pressões muito baixas devem ser evitadas.

### 2. Vazamento de gás

O comportamento do vazamento de gás varia de modelo para modelo de atuador, dependendo do seu projeto. Opções de projeto para operação a ambientes de ultra baixa pressão (“Ultra-High-Vacuum”, UHV) estão disponíveis para muitos atuadores de baixa e de alta tensão.

## 2.2.13 Vida útil de atuadores piezoelétricos

A vida útil de um atuador piezoelétrico não é limitada por desgaste ou por um possível rompimento do mesmo.

Porém, de forma equivalente aos capacitores, a força de campo tem influência na sua vida útil. A tensão média deve ser mantida na menor intensidade possível.

Não existe fórmula genérica para determinar a vida útil de um atuador piezoelétrico, por causa dos muitos parâmetros envolvidos, como a temperatura, umidade, voltagem, aceleração, carga, pré-carga, frequência de operação, materiais de isolamento, etc., que possuem influências não-lineares. Deve-se então otimizar o atuador para o máximo alcance de deslocamento, e também para a máxima vida útil possível, sob condições de operação.

Caso se queira obter um deslocamento maior do que o máximo especificado na tabela de dados de um dado atuador piezoelétrico, isto pode ser obtido através de maiores tensões, porém com o custo de uma menor confiabilidade.

O seguinte caso pode servir como exemplo de funcionamento com restrições, no que dizem respeito à vida útil do atuador:

Um atuador LVPZT com deslocamento máximo de  $90\mu m$  a 100 V deve operar uma chave com alcance de  $100\mu m$ , que deve ficar aberta durante 70% do tempo de operação, e 30% do tempo fechada.

Solução: O atuador deve ser encaixado à chave de modo que a posição em aberto seja conseguida com a menor tensão de operação possível. Para alcançar o deslocamento de  $100\mu m$ , uma amplitude de tensão de aproximadamente 110 V é necessária. Porém, tal atuador pode ser operado no sentido oposto a até -20 V. Então, o que resolve o problema é fazer com que a posição fechada seja obtida com 90 V, e a posição aberta seja obtida com -20 V.

Quando a chave não está em uso, a tensão no atuador piezoelétrico seria de 0 V.

Estatísticas mostram que a maioria das falhas com atuadores piezoelétricos ocorrem por causa de desgaste mecânico excessivo. Particularmente desgastantes são as forças de tensão e de rotação, torque e choques mecânicos. Falhas também podem ocorrer devido à umidade ou devido a pós metálicos que possam degradar o isolamento cerâmico do PZT, levando a uma irreparável ruptura dielétrica.



# Capítulo 3

## Modelagem

Uma das questões mais importantes para o controle de atuadores PZT (i.e. com cerâmica de chumbo-zirconato-titanato) é o seu modelamento matemático. Sua principal dificuldade consiste na característica não-linear de histerese exibida pelo atuador PZT devido ao seu importante efeito na deterioração da operação em malha aberta. Para minimizar este problema torna-se necessário compensá-lo através de realimentação. O problema da modelagem adequada da histerese para fins de controle tem sido objeto de muitos trabalhos na literatura. Modelos preliminares foram baseados em aproximações polinomiais (Devasia et al. 2007). Modelos mais completos se mostraram necessários (Croft & Devasia 1998), (Mayergoyz 1991), dentre os quais o mais utilizado é o modelo clássico de Preisach. Porém, de acordo com (Shieh et al. 2006), a implementação de suas operações leva a custo computacional maior, e além disso se comporta adequadamente apenas na faixa de frequência para a qual seus parâmetros foram obtidos (Devasia et al. 2007). Outro modelo é o modelo capacitor-resistivo de Maxwell (MRC) (Goldfarb & Celanovic 1997), que consegue representar de forma satisfatória o comportamento não-linear dos atuadores piezoelétricos, porém não possui uma representação em espaço de estados, o que dificulta uma análise adequada de estabilidade do sistema. Além disso, apresenta um “loop-algébrico”. Modelos por equações diferenciais de baixa ordem têm sido então utilizados para projetos de controle avançado.

## 3.1 Principais modelagens disponíveis na literatura

Este capítulo descreve diversos métodos de modelagem existentes, e discute as vantagens e desvantagens de cada.

### 3.1.1 Descrição publicada pelo Comitê de Padrões do IEEE (1987)

A descrição mais reconhecida do comportamento da cerâmica piezoelétrica foi publicada pelo comitê de padrões do IEEE em 1987 (ANSUIEEE 1987). Esta descrição se dá conforme a equação abaixo:

$$S_p = s_{pq}^E T_q + d_{kp} E_k \quad (3.1)$$

$$D_i = d_{iq} T_q + \epsilon_{ik}^T E_k \quad (3.2)$$

onde:

S = “Strain tensor”;

$s^E$  = Matriz de “complacência” elástica quando sujeita a um campo elétrico;

T = “Stress tensor”;

d = Matriz de constantes piezoelétricas do material;

E = Vetor de campo elétrico;

D = Vetor de deslocamento elétrico;

$\epsilon^T$  = Permissividade medida a um stress constante.

O problema encontrado nesta descrição é que ela consiste de relações lineares entre as partes elétrica e mecânica do atuador piezoelétrico. Isto é uma falha no sentido de que as não-linearidades existentes nas cerâmicas piezoelétricas não são desprezíveis, e precisam ser levadas em consideração quando se pretende realizar um controle preciso e robusto deste componente. Além disto, esta descrição assume a existência de um comportamento puramente conservativo no que diz respeito às energias (mecânica e elétrica) do atuador. Isto também é uma falha na descrição do comportamento dissi-

pativo da cerâmica (Goldfarb & Celanovic 1997).

Em alguns outros modelos, como o descrito em (Croft & Devasia 1998), por exemplo, apenas a dinâmica linear foi levada em consideração, enquanto que em outros, como em (Jung & Kim 1994), apenas a não-linearidade (histerese) foi levada em consideração. Cada um falha em descrever um destes aspectos do comportamento dos atuadores piezoelétricos.

Na literatura existem alguns métodos de modelagem mais adequados, que serão explicados detalhadamente a seguir.

### 3.1.2 Modelo Preisach da histerese

O modelo Preisach da histerese é um modelo fenomenológico primeiramente conhecido na área dos materiais magnéticos (Hwang 2005). O mesmo também foi utilizado para a modelagem da histerese de materiais ferromagnéticos em (Tao & Kokotovic 1995), (Banning, Koning, Adriaens & Koops 2001), (Coleman & Hodgdon 1986), (Hwang & Jan 2005), (Su, Oya & Hong 2003).

A expressão que relaciona a expansão da piezocerâmica  $f(t)$  e a tensão de excitação  $u(t)$  é (Tao & Kokotovic 1995):

$$f(t) = \int \int_{\alpha \leq \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta}[u(t)] d\alpha d\beta \quad (3.3)$$

onde  $\gamma_{\alpha\beta}$  são operadores unitários da histerese (figura 3.1), com valores variados de  $\alpha$  e  $\beta$ , sendo estes valores determinados pela tensão de excitação  $u(t)$ . A função  $\mu(\alpha, \beta)$  é uma função estimada a partir de dados medidos e é denominada Função de Preisach. A saída do modelo é, então, a integral de  $\mu(\alpha, \beta)$  com seus pesos distribuídos pelos operadores de histerese  $\gamma_{\alpha\beta}$ , conforme se observa a seguir:

Este método, porém, possui algumas desvantagens, como o custo computacional de suas operações (Shieh et al. 2006) e o fato de ser aceitável apenas na faixa da frequência na qual foi projetado (Devasia et al. 2007), o que restringe bastante seu uso.

Será descrito então outro modelo bastante conhecido na literatura, o MRC (Maxwell

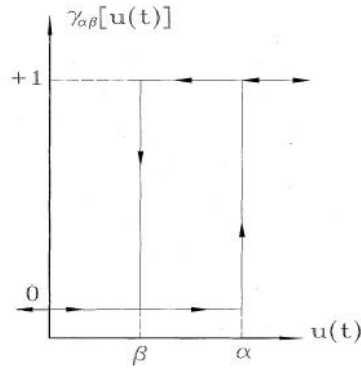


FIGURA 3.1: Demonstração do operador unitário da histerese

Resistive Capacitor).

### 3.1.3 Modelo MRC (Maxwell Resistive Capacitor)

Em 1997, Goldfarb e Celanovic propuseram um modelo completamente baseado nos princípios físicos destes atuadores.

#### 3.1.3.1 Formulação do modelo

Sendo a piezocerâmica um dielétrico conhecido, pode-se esperar que o atuador piezoelétrico tenha um comportamento capacitivo. O comportamento elétrico do mesmo é, entretanto, significativamente mais complexo.

Para objetivos de projeto de um controlador, um dos mais inconvenientes aspectos do atuador é a histerese exibida entre a tensão de entrada e o deslocamento, assim como entre a força e o deslocamento, como exibido na figura 3.2.

Se a histerese exibida pelos atuadores piezoelétricos não for devidamente levada em consideração no projeto do controle, isto pode causar a geração de um ciclo-limite de malha-fechada ou até mesmo de uma instabilidade. Observações experimentais mostram que a histerese não se mostra presente entre o deslocamento do atuador e a carga elétrica provida ao mesmo. Adicionalmente, observações dinâmicas indicam que a relação entre o deslocamento do atuador e a sua carga elétrica pode ser representada por uma dinâmica linear de segunda ordem, conforme exibido na figura 3.3.

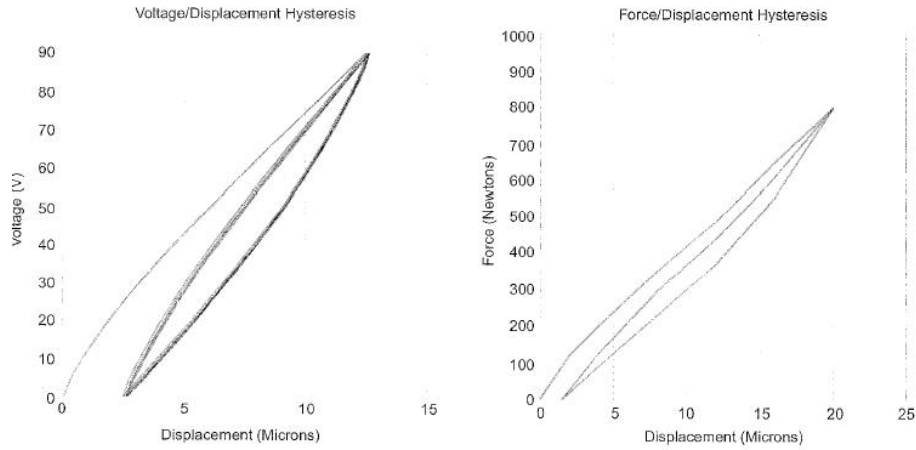


FIGURA 3.2: Relações de histerese entre o deslocamento do atuador e sua tensão de entrada, assim como entre o deslocamento do atuador e a força aplicada

### 3.1.3.2 Modelando a histerese através do MRC

O comportamento da histerese, de uma forma geral, é caracterizado por duas variáveis relacionadas por uma função de valor não-único, como ilustrado na figura 3.2.

Em sistemas com este tipo de relação entre suas variáveis (como por exemplo materiais magnéticos rígidos, cuja relação entre sua intensidade de campo magnético e sua densidade de fluxo se comporta de tal modo), isto ocorre como resultado do armazenamento de energia que é fundamentalmente acoplado à dissipação (“rate-independent”, ou seja, independente da frequência de entrada).

Mecanicamente, tal comportamento pode ser modelado pela combinação de uma mola ideal (que representa o armazenamento puro de energia), acoplada a um elemento de fricção pura de Coulomb. Esta analogia é a base da descrição da histerese exibida pelo atuador piezoelétrico.

A modelagem deste sistema se dá conforme segue:

$$m.\ddot{x} + b.\dot{x} + k.x = F_t + F_{ext} \quad (3.4)$$

$$F_t = T.V_t \quad (3.5)$$

$$V_t = V_{in} - Vrc \quad (3.6)$$

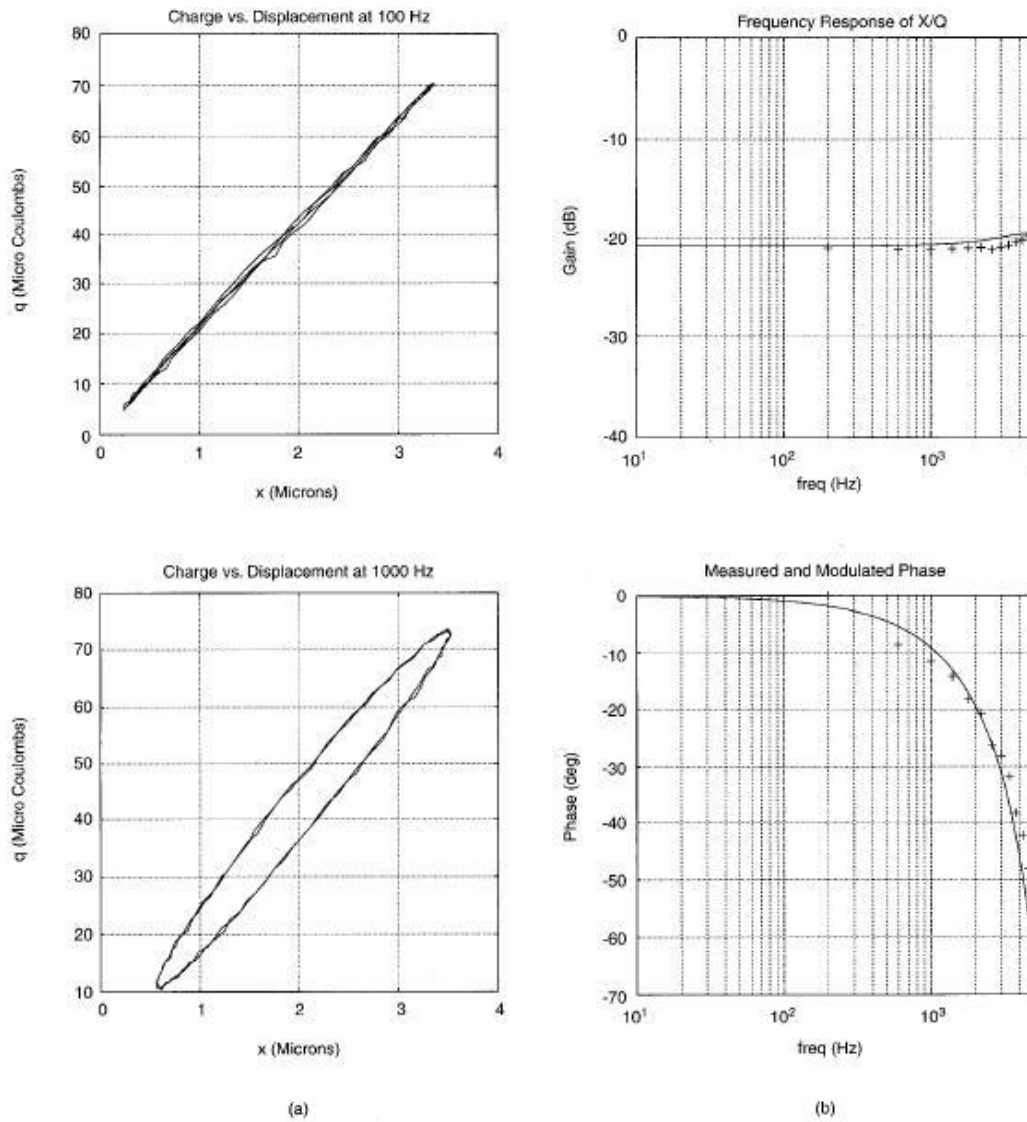


FIGURA 3.3: Gráficos que exibem a relação entre a carga elétrica existente em um atuador piezoelétrico e seu deslocamento

$$Vrc = MRC(q) \quad (3.7)$$

$$q = T.x + C.V_t \quad (3.8)$$

Porém, pode-se perceber que, para a realização de uma simulação, um loop algébrico irá ocorrer devido às equações (3.6), (3.7) e (3.8). Isto fica mais claro ao se observar o diagrama de blocos abaixo:

Este problema foi amenizado pelo próprio autor da modelagem através da adição

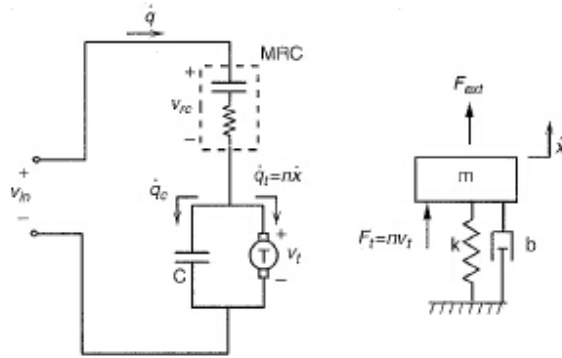


FIGURA 3.4: Representação gráfica da física envolvida na atuação piezoelétrica

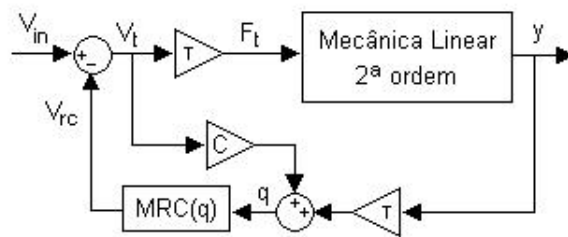


FIGURA 3.5: Diagrama de blocos do atuador piezoelétrico, com o loop algébrico

de um filtro passa-baixa em cascata com  $C.V_t$ :

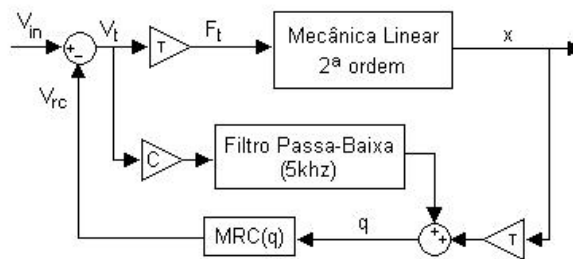


FIGURA 3.6: Novo diagrama de blocos do atuador piezoelétrico, com o filtro passa-baixa

A função  $MRC(q)$  é a que representa a histerese entre a carga elétrica total existente no atuador e sua respectiva tensão. Esta histerese será descrita através de seu análogo mecânico (primeiramente a analogia a um único elemento massa-mola, e posteriormente a analogia a vários elementos massa-mola).

1. Analogia a um único elemento massa-mola:

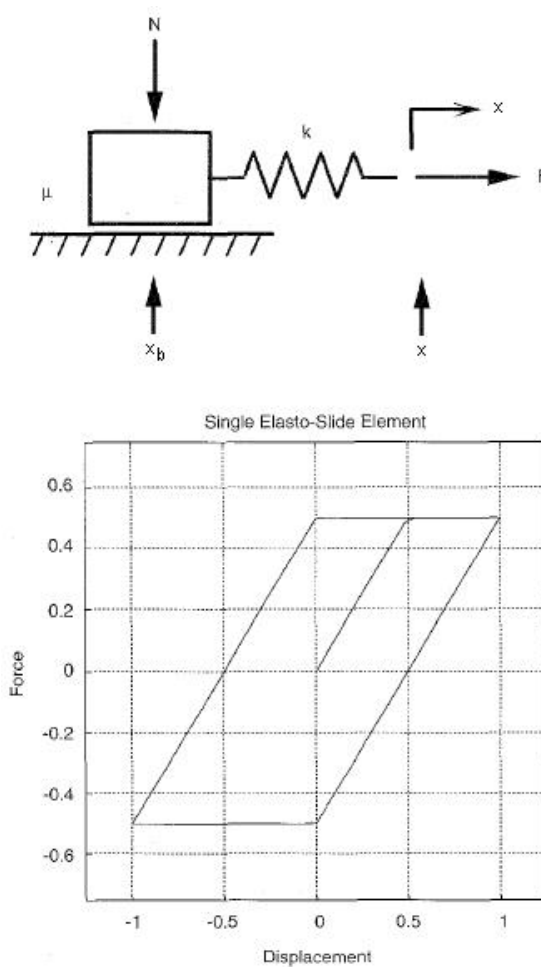


FIGURA 3.7: Comportamento de um único elemento massa-mola acoplado a um elemento de fricção pura de Coulomb

- Se  $|K.(x - x_b)| < f$  (força de atrito máxima do bloco, antes de entrar em movimento):

$$F = K.(x - x_b) \tag{3.9}$$

- Se  $|K.(x - x_b)| \geq f$ :



$$F = f \cdot \text{sgn}(\dot{x}); x_b = x - \frac{f}{k} \cdot \text{sgn}(\dot{x}) \quad (3.10)$$

onde:

$x$  = Deslocamento de entrada;

$x_b$  = Posição do bloco;

$F$  = Força de saída;

$K$  = Rigidez da mola;

Ou seja, caso a diferença entre o deslocamento de entrada e a posição do bloco gere uma força elástica menor do que a força máxima de atrito estático do bloco, então a força de saída será igual à própria força elástica momentânea. A massa do bloco é considerada nula.

No caso contrário (que significa que a força de atrito estático foi superada), a força de saída continua com o mesmo valor que fez com que o bloco entrasse em movimento, e a posição do mesmo se altera.

## 2. Analogia a vários elementos massa-mola:

Para a geração precisa da curva que caracteriza a histerese, várias massas são adicionadas, sendo que cada uma terá sua força máxima de atrito estático, e todas serão tracionadas pela mesma força de saída.

O sistema, então, passa a ser representado como um somatório dos comportamentos de cada massa, conforme abaixo:

- Se  $|K_i \cdot (x - x_{bi})| < f_i$  (força de atrito máxima do bloco  $i$ , antes de entrar em movimento):

$$F_i = K_i \cdot (x - x_{bi}) \quad (3.11)$$

- Se  $|K_i \cdot (x - x_{bi})| \geq f_i$ :

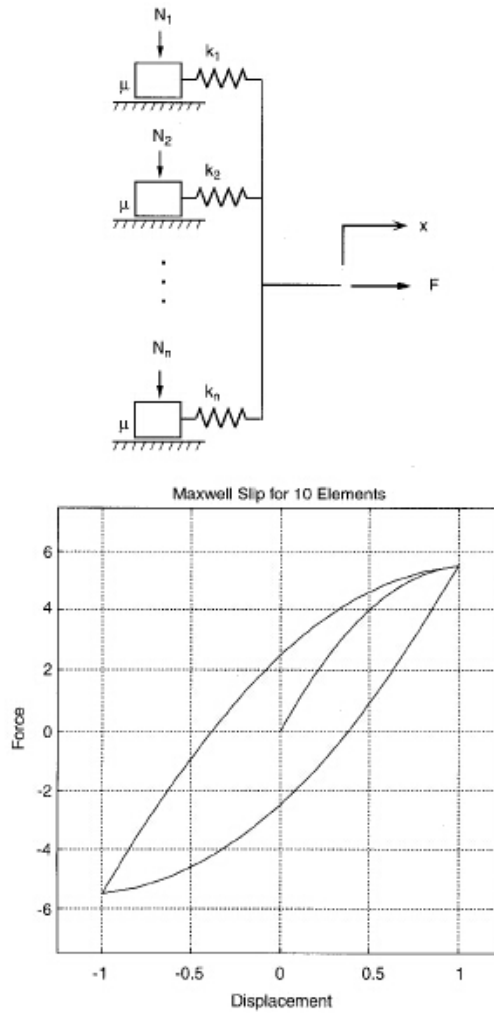


FIGURA 3.8: Comportamento de vários elementos massas-molas acoplados a um elemento de fricção pura de Coulomb, sendo todos tracionados pela mesma força  $F$

$$F_i = f_i \cdot \text{sgn}(\dot{x}); x_{bi} = x - \frac{f_i}{k_i} \cdot \text{sgn}(\dot{x}) \quad (3.12)$$

$$F = \sum F_i \quad (3.13)$$

Esta análise mecânica é equivalente à relação de histerese entre a carga elétrica e sua respectiva tensão resultante no atuador piezoelétrico:

- Se  $|\frac{(q-q_{bi})}{C_i}| < \nu_i$  :

$$V_i = \frac{(q - q_{bi})}{C_i} \quad (3.14)$$

- Se  $|\frac{(q-q_{bi})}{C_i}| \geq \nu_i$  :

$$V_i = \nu \cdot \text{sgn}(\dot{q}); q_{bi} = q - \frac{\nu_i}{C_i} \cdot \text{sgn}(\dot{q}) \quad (3.15)$$

$$V_{rc} = V = \sum V_i \quad (3.16)$$

Um exemplo pode ser visto a seguir. Uma curva de subida composta de  $n$  elementos lineares irá requerer  $n$  elementos massa-mola (no caso abaixo, 5 elementos). Para esta curva, a inclinação do  $j$ -ésimo elemento é dada por:

$$s_j = \sum k_i \quad (3.17)$$

sendo:

$k_i$  = Rigidez da  $i$ -ésima mola do modelo de Maxwell, o que pode ser representado como:

$$s = A \cdot k \quad (3.18)$$

onde:

$s$  = Vetor  $n \times 1$  das inclinações dos segmentos;

$A$  = Matriz triangular superior  $n \times n$  de 1's;

$k$  = Vetor  $n \times 1$  de valores de rigidez das molas do modelo.

Os gráficos das figuras 3.9 e 3.10 esclarecem este exemplo.

Embora seja uma formulação mecânica, as relações baseadas na energia constitutivas do modelo de deslizamento de Maxwell podem representar qualquer relação de histerese que não seja dependente da frequência de entrada existente em qualquer ramo da física, como por exemplo entre temperatura e entropia, força magnetomotiva e fluxo magnético, etc.

Porém, este método possui algumas desvantagens, dentre as quais podem ser desta-

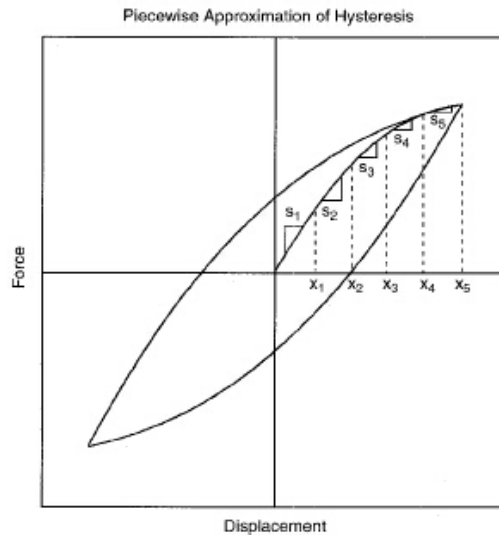


FIGURA 3.9: Inclinações da curva de subida, que determina a característica das curvas restantes da histerese

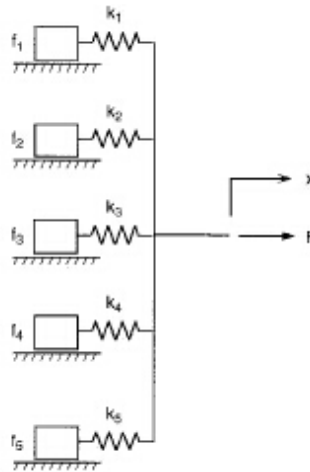


FIGURA 3.10: Comportamento de 5 elementos massa-mola acoplados a um elemento de fricção pura de Coulomb, sendo todos tracionados pela mesma força  $F$

cadadas:

- Dificuldade para se analisar a estabilidade do sistema, já que este método não possui uma representação em espaço de estados;
- Apresentar um “loop-algébrico”;
- Não representar o comportamento dependente da frequência e da amplitude do sinal de entrada (“rate-dependent”) da histerese de alguns atuadores piezoelétricos;

Um método mais eficiente e mais utilizado na literatura devido principalmente à

sua simplicidade, eficiência de implementação e representação em espaço de estados será descrito a seguir.

### 3.1.4 Modelo da histerese a equação diferencial não-linear de primeira ordem

Esta modelagem tem sido a mais utilizada na literatura para o controle avançado de atuadores piezoelétricos. As suas grandes vantagens são: simplicidade matemática e eficiência dos cálculos em tempo real, além da capacidade de modelar a dependência da histerese à amplitude e à frequência do sinal de entrada. Outro aspecto importante é o fato de possuir uma representação em espaço de estados, o que possibilita uma análise aprofundada da estabilidade do sistema piezoelétrico.

A forma matemática explícita neste método foi desenvolvida em (Jouaneh & Tian 1992), e obteve ótimos resultados em comparação aos testes experimentais. Também é mais convenientemente aplicável a sistemas de controle, como mencionado anteriormente.

Esta forma consiste nas equações abaixo:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = k_e V_a(t) - k_h h(t) \quad (3.19)$$

$$\dot{h}(t) = k_{h1} \dot{V}_a(t) - k_{h2} \left| \dot{V}_a(t) \right| h \left| \dot{h} \right|^{n-1} - k_{h3} \dot{V}_a(t) |h|^n \quad (3.20)$$

onde  $x(t)$  denota o deslocamento do atuador,  $h(t)$  é definido como a variável de histerese,  $V_a(t)$  denota a tensão aplicada ao atuador,  $m$  é a massa efetiva da placa móvel do estágio piezoelétrico,  $b$  representa seu coeficiente de viscosidade,  $k$  é a constante de elasticidade ou de rigidez do atuador associado ao mecanismo de alavanca e  $k_e$ ,  $k_h$ ,  $k_{h1}$ ,  $k_{h2}$  e  $k_{h3}$  são os coeficientes relacionados à histerese apresentada pelo sistema.

Assumindo-se a estrutura elástica do material, fez-se  $n=1$ , o que gerou:

$$\dot{h}(t) = k_{h1} \dot{V}_a(t) - k_{h2} \left| \dot{V}_a(t) \right| h - k_{z3} \dot{V}_a(t) |h| \quad (3.21)$$

que representa a relação de histerese entre a variável  $h(t)$  e a excitação  $V_a(t)$ .

Deve-se ainda ressaltar que no presente estudo, do mesmo modo que em (Shieh 2007), foi considerado o efeito do “cross-coupling” entre os eixos  $x$  e  $y$  (sendo que os

movimentos de cada eixo são controlados por um atuador piezoelétrico). Este efeito é causado pela dobra que o movimento do atuador de um eixo causa no atuador do outro eixo, e é representado por um aumento de  $\Delta k$  na constante de mola de ambos os atuadores, conforme abaixo:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + (k_x + \Delta k_x(y))x(t) = k_e V_{xa}(t) - k_h h(t) \quad (3.22)$$

$$\dot{h}(t) = k_{h1} \dot{V}_{xa}(t) - k_{h2} |\dot{V}_{xa}(t)| h(t) - k_{h3} \dot{V}_{xa}(t) |h(t)| \quad (3.23)$$

$$m\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + (k_y + \Delta k_y(x))y(t) = k_e V_{ya}(t) - k_h h(t) \quad (3.24)$$

$$\dot{h}(t) = k_{h1} \dot{V}_{ya}(t) - k_{h2} |\dot{V}_{ya}(t)| h(t) - k_{h3} \dot{V}_{ya}(t) |h(t)| \quad (3.25)$$

Pelas equações acima percebe-se a presença dos termos  $\Delta k_x(y)$  e  $\Delta k_y(x)$  adicionados às constantes de mola dos eixos x e y, respectivamente.

Por otimização, será considerado que este efeito é gerado pelo movimento do próprio eixo em estudo (no caso, o eixo x), para que não seja necessária a utilização de uma segunda planta com as mesmas características para representar os movimentos do eixo y nas simulações (o que as tornaria bastante ineficientes computacionalmente). A estrutura da planta, então, ficou conforme abaixo:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + (k + \Delta k)x(t) = \psi(k_e V_a(t) - k_h h(t)) \quad (3.26)$$

$$\dot{h}(t) = k_{h1} \dot{V}_a(t) - k_{h2} |\dot{V}_a(t)| h(t) - k_{h3} \dot{V}_a(t) |h(t)| \quad (3.27)$$

A utilização de  $\psi$  teve como motivação apenas o ajuste do ganho da planta após a implementação da normalização e da alteração na escala do tempo. Isto será devidamente explicado no capítulo 5.

Inicialmente fez-se  $\Delta k=0$ , para que o comportamento de cada eixo fosse estudado e avaliado individualmente. Porém, para a devida aplicação do controle ao atuador piezoelétrico de 2 eixos, o efeito do “cross-coupling” passou a ser considerado.

Os valores dos parâmetros utilizados serão apresentados no capítulo 5, onde a metodologia será detalhada. Isto se deve ao fato de ter sido utilizada uma normalização e uma alteração na escala de tempo do sistema, para que então estes parâmetros fossem

calculados tal que obtivessem valores mais adequados às simulações.

Os principais parâmetros utilizados para a planta sem perturbação foram:

$$m = 0.015kg \quad (3.28)$$

$$b = 3375Ns/m \quad (3.29)$$

$$k = 1.10^6 N/m \quad (3.30)$$

Para a planta com carga de 1.02 kg, os principais parâmetros utilizados foram:

$$m_{pertub} = 1.02 + 0.015 = 1.035kg \quad (3.31)$$

$$b = 3375Ns/m \quad (3.32)$$

$$k = 1.10^6 N/m \quad (3.33)$$

Deve-se ressaltar que os únicos parâmetros fixos são “m” e “k”, que constam no manual fornecido pelo próprio fabricante. Os parâmetros restantes foram obtidos de tal modo que representassem o comportamento demonstrado experimentalmente em (Shieh 2007), e serão apresentados após a normalização e a alteração na escala do tempo, já que apenas foram obtidos após estes procedimentos.

A normalização foi implementada pelo fato de se estar trabalhando com saídas cujos valores eram demasiadamente pequenos (na ordem de  $10^{-6}$  metros), e a alteração na escala do tempo foi implementada para que o sistema como um todo fosse representado de uma forma mais adequada para as simulações. Estes procedimentos serão detalhados a seguir.

#### 3.1.4.1 Normalização

Para a utilização de números mais adequados para a representação da saída do sistema piezoelétrico controlado, fez-se a seguinte normalização:

$$\bar{x} = 10^6 x \quad (3.34)$$

Deste modo, a saída do sistema não estaria mais na ordem de  $10^{-6}$  e sim na ordem de 1. O sistema passou então a ser representado da seguinte forma:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + (k + \Delta k)\bar{x}(t) = 10^6\psi(k_e V_a(t) - k_h h(t)) \quad (3.35)$$

$$\dot{h}(t) = k_{h1}\dot{V}_a(t) - k_{h2}\left|\dot{V}_a(t)\right|h(t) - k_{h3}\dot{V}_a(t)|h(t)| \quad (3.36)$$

### 3.1.4.2 Alteração na escala do tempo

A alteração na escala do tempo se fez necessária para que se fosse utilizado um modelo de referência com 2 pólos iguais a 1, já que o mesmo é de segunda ordem. Além disto, foi necessária para que fossem utilizados valores menos discrepantes dos parâmetros da planta nas simulações (a massa  $m$ , por exemplo, igual a 0.015 kg, e a constante elástica  $k$  igual a  $1 \times 10^6 N/m$ ). Deste modo, as simulações trabalhariam com valores bem mais adequados, e seria possível uma melhor compreensão com relação aos resultados obtidos.

Como o modelo de referência inicial era de segunda ordem e possuía 2 pólos iguais a 600rad/s (pelo fato de a frequência de excitação ser igual a 10hz  $\approx 63$ rad/s), a seguinte alteração foi efetuada:

$$\tau = 600t \quad (3.37)$$

Deste modo, o sistema passou a ser representado da seguinte forma:

$$m\ddot{x}(\tau) + \frac{b\dot{x}(\tau)}{600} + \frac{(k + \Delta k)\bar{x}(\tau)}{360000} = 10^6\psi(k_e V_a(\tau) - k_h h(\tau)) \quad (3.38)$$

$$\dot{h}(\tau) = k_{h1}\dot{V}_a(\tau) - k_{h2}\left|\dot{V}_a(\tau)\right|h(\tau) - k_{h3}\dot{V}_a(\tau)|h(\tau)| \quad (3.39)$$

Para completar, fez-se a divisão por “m” nos dois lados da equação, o que gerou:

$$\ddot{x}(\tau) + \frac{b\dot{x}(\tau)}{600m} + \frac{(k + \Delta k)\bar{x}(\tau)}{360000m} = \frac{10^6}{m}\psi(k_e V_a(\tau) - k_h h(\tau)) \quad (3.40)$$

$$\dot{h}(\tau) = k_{h1}\dot{V}_a(\tau) - k_{h2}\left|\dot{V}_a(\tau)\right|h(\tau) - k_{h3}\dot{V}_a(\tau)|h(\tau)| \quad (3.41)$$

Por simplicidade de representação, será considerada uma nova variável  $\eta$ , tal que:



$$\eta = \frac{10^6}{m}\psi \quad (3.42)$$

Assim, a planta foi implementada de acordo com o diagrama de blocos apresentado na figura 3.6. Nela, foram utilizados os seguintes parâmetros transformados:

$$m' = 1; b' = 375; k' = 185; \Delta k' = 0.055; k_e = 8; k_{h1} = 7; k_{h2} = k_{h3} = 30; \eta = 198.25; k_h = 1 \quad (3.43)$$

e a planta com uma carga de 1.02kg foi implementada com os seguintes parâmetros transformados:

$$m'_d = 1; b'_d = 5; k'_d = 2.7; \Delta k' = 8.10^{-3}; k_e = 8; k_{h1} = 7; k_{h2} = k_{h3} = 30; \eta_d = 2.9; k_h = 1 \quad (3.44)$$

As representações finais da planta seguem abaixo. Para a planta sem carga, obteve-se:

$$\ddot{x}(\tau) + 375\dot{x}(\tau) + 185.075x(\tau) = 198.25(8V_a(\tau) - h(\tau)) \quad (3.45)$$

$$\dot{h}(\tau) = 7\dot{V}_a(\tau) - 30|V_a(\tau)|h(\tau) - 30\dot{V}_a(\tau)|h(\tau)| \quad (3.46)$$

Já para a planta com uma carga de 1.02kg, utilizou-se:

$$\ddot{x}(\tau) + 5.0725\dot{x}(\tau) + 2.7589x(\tau) = 2.9622(8V_a(\tau) - h(\tau)) \quad (3.47)$$

$$\dot{h}(\tau) = 7\dot{V}_a(\tau) - 30|V_a(\tau)|h(\tau) - 30\dot{V}_a(\tau)|h(\tau)| \quad (3.48)$$

## 3.2 Validação do modelo

Para a validação do modelo utilizado no presente trabalho, seguem abaixo os gráficos para a comparação do comportamento experimental dos atuadores piezoelétricos utilizados em (Shieh 2007) com o comportamento obtido através das nossas simulações:

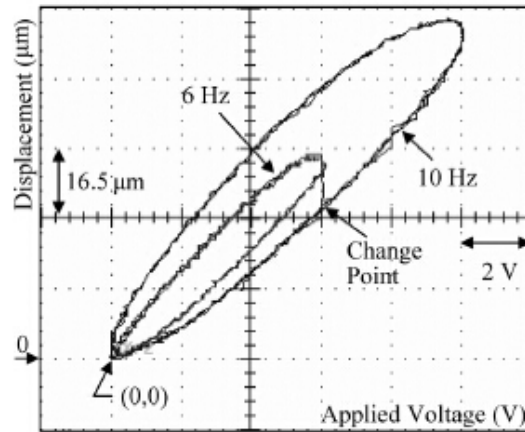


FIGURA 3.11: Curvas de histerese do atuador (10V-10hz e 6V-6hz), obtidas experimentalmente em (Shieh 2007)

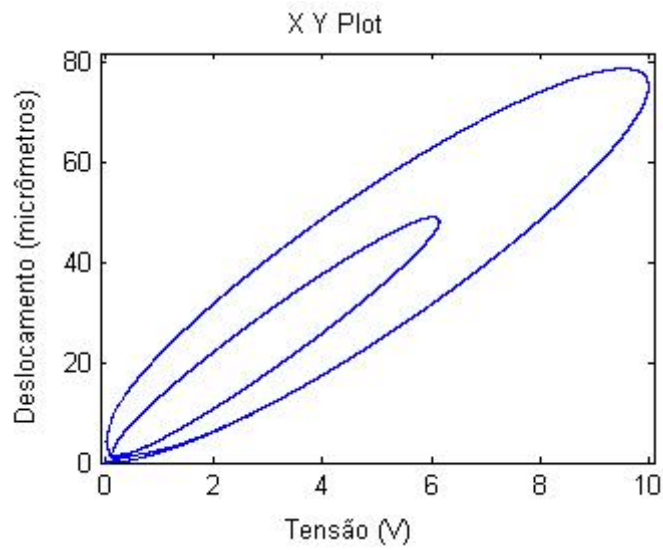


FIGURA 3.12: Curvas obtidas por simulação para o atuador piezoelétrico (6V-6Hz e 10V-10Hz, respectivamente)

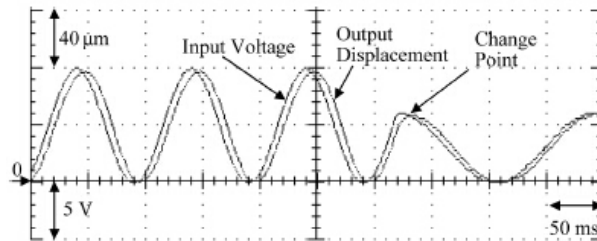


FIGURA 3.13: Comparação entre o sinal de referência e a saída do atuador (10V-10hz e em seguida 6V-6hz), obtida experimentalmente em (Shieh 2007)

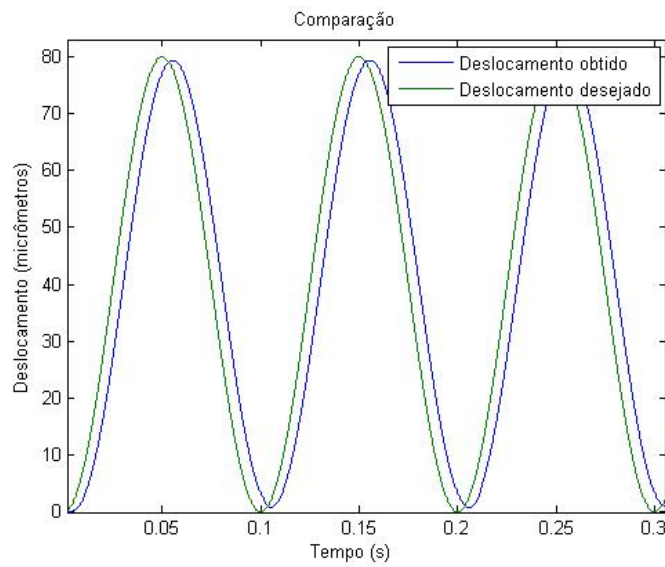


FIGURA 3.14: Comparação entre o sinal de referência (verde) e a saída do atuador (azul) obtidos por simulação (10V-10hz)

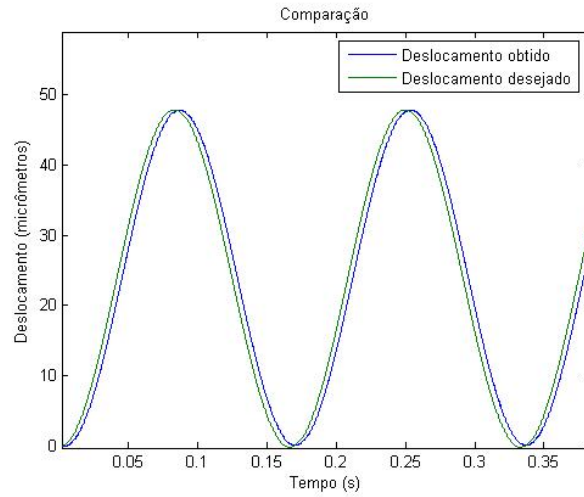


FIGURA 3.15: Comparação entre o sinal de referência (verde) e a saída do atuador (azul) obtidos por simulação (6V-6hz)

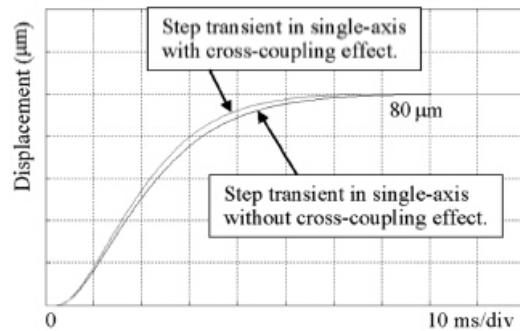


FIGURA 3.16: Influência do cross-coupling entre os eixos x e y do atuador, obtidos através de simulação em (Shieh 2007)

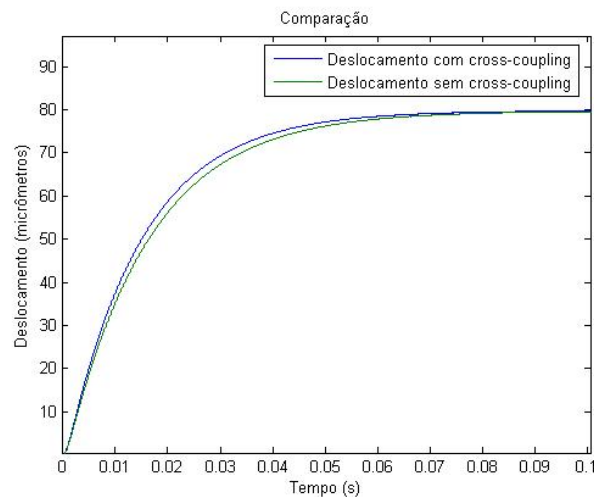


FIGURA 3.17: Influência do cross-coupling entre os eixos x e y do atuador, obtidos através de simulação no presente estudo

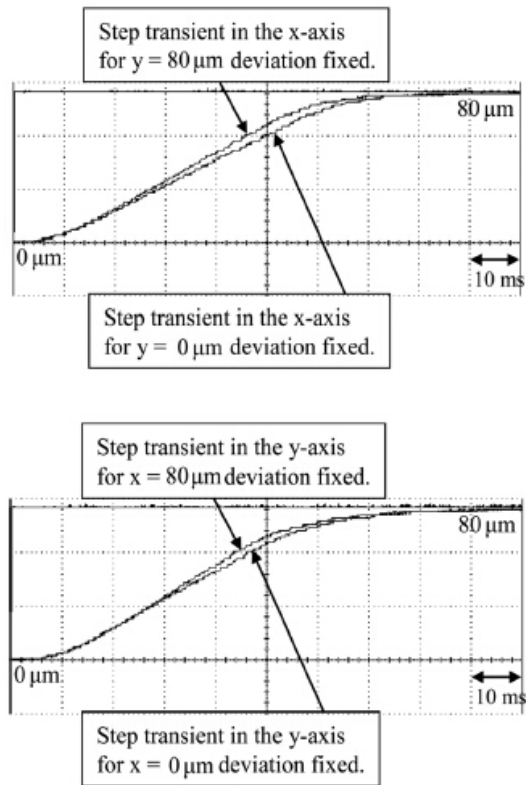


FIGURA 3.18: Influência do cross-coupling entre os eixos x-y do atuador, obtidos experimentalmente em (Shieh 2007)

Deve-se enfatizar que, no caso das comparações entre os sinais de entrada e os sinais de saída obtidos por simulação, ficou claro que a posição  $y = 0\mu m$  não é alcançada, já que não houve tensão negativa que compensasse a carga acumulada pelo atuador piezoelétrico (na comparação entre os sinais de entrada e os sinais de saída obtidos em (Shieh 2007) isto não fica tão claro).

Ressaltado este fato, percebe-se pelos gráficos restantes apresentados acima que a modelagem implementada representa de forma adequada o comportamento do atuador piezoelétrico.

Antes de se detalhar a nova abordagem da modelagem do atuador piezoelétrico proposta no presente trabalho (ou seja, considerar o atuador piezoelétrico como um sistema de segunda ordem com uma perturbação limitada  $h(t)$ , ao invés de ser considerado como um sistema de terceira ordem conforme (Shieh 2007)), deve-se provar que esta perturbação  $h(t)$  é realmente limitada. A partir de então será apresentada uma comparação entre estas abordagens.

### 3.2.1 Prova de limite superior da perturbação do sistema

Conforme descrito em (3.21), a histerese possui a seguinte representação:

$$\dot{h}(t) = k_{h1}\dot{V}_a(t) - k_{h2}|\dot{V}_a(t)|h(t) - k_{h3}\dot{V}_a(t)|h(t)| \quad (3.49)$$

Seja

$$h'(\zeta) = \frac{\dot{h}(t)}{|\dot{V}_a(t)|} \quad (3.50)$$

uma alteração na escala de tempo ao dividir ambos os lados por  $|\dot{V}_a(t)|$ . Chega-se então a:

$$h'(\zeta) = k_{h1}sign(V'_a(\zeta)) - k_{h2}h(\zeta) - k_{h3}sign(V'_a(\zeta))|h(\zeta)| \quad (3.51)$$

A análise será realizada considerando dois casos ( $V'_a(\zeta) > 0$  e  $V'_a(\zeta) < 0$ ):

- Para  $V'_a(\zeta) > 0$ , tem-se:

$$h'(\zeta) = k_{h1} - k_{h2}h(\zeta) - k_{h3}|h(\zeta)| \quad (3.52)$$

Escolhendo  $k_{h2} > k_{h3}$  ( $k_{h1} = 5$ ,  $k_{h2} = 1.5$  e  $k_{h3} = 1$ ):

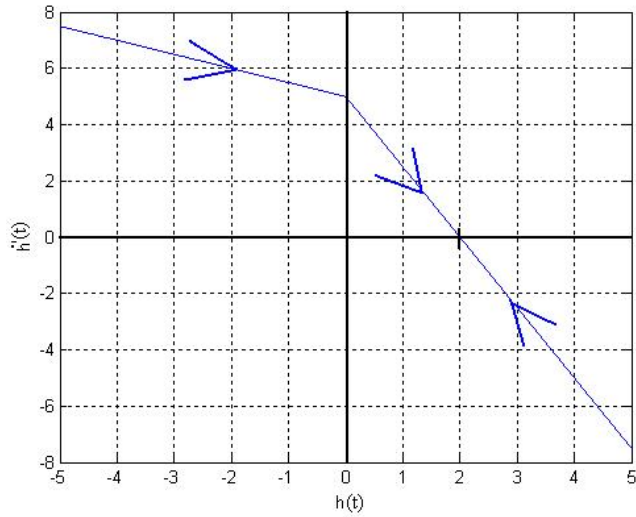


FIGURA 3.19: Demonstração gráfica do limite superior da histerese para  $V'_a(\zeta) > 0$  e  $k_{h2} > k_{h3}$

Escolhendo-se  $k_{h2} = k_{h3}$  ( $k_{h1} = 5$ ,  $k_{h2} = 1$  e  $k_{h3} = 1$ ):

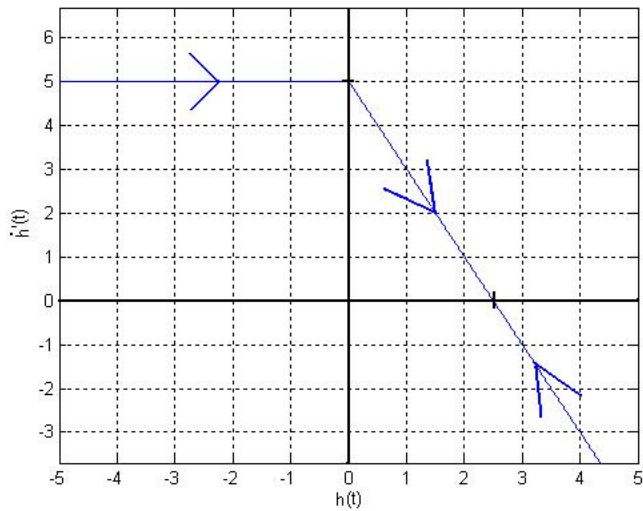


FIGURA 3.20: Demonstração gráfica do limite superior da histerese para  $V'_a(\zeta)(\zeta) > 0$  e  $k_{h2} = k_{h3}$

Percebe-se que para ambos os casos  $h(\zeta)$  irá tender a um valor máximo (equivalente ao ponto onde  $h'(\zeta) = 0$ ) de:

$$h(\zeta)_{m\acute{a}x} = \frac{k_{h1}}{k_{h2} + k_{h3}} \tag{3.53}$$

Porém, com  $k_{h2} < k_{h3}$  ( $k_{h1} = 5$ ,  $k_{h2} = 1$  e  $k_{h3} = 2$ ) esta conclusão não é válida,

pois, como pode se observar na figura a seguir, para  $h'(\zeta)$  e  $h(\zeta)$  negativos,  $h(\zeta)$  diverge:

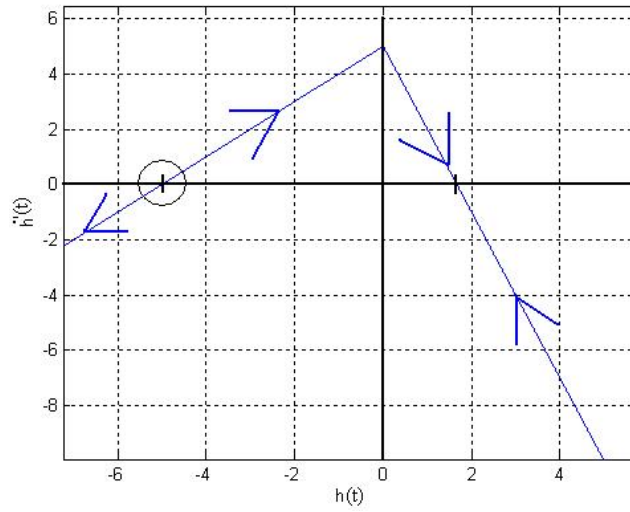


FIGURA 3.21: Demonstração gráfica do limite superior da histerese para  $V'_a(\zeta) > 0$  e  $k_{h2} < k_{h3}$

Deste modo, o limite superior da histerese ( $h(\zeta)$ ) é garantido para  $V'_a(\zeta) > 0$  e  $k_{h2} \geq k_{h3}$ . Será então analisado o comportamento de  $h(\zeta)$  para  $V'_a(\zeta) < 0$ .

- Para  $V'_a(\zeta) < 0$ , tem-se:

$$\dot{h}(\zeta) = -k_{h1} - k_{h2}h(\zeta) + k_{h3}|h(\zeta)| \quad (3.54)$$

Escolhendo  $k_{h2} > k_{h3}$  ( $k_{h1} = 5$ ,  $k_{h2} = 1.5$  e  $k_{h3} = 1$ ):



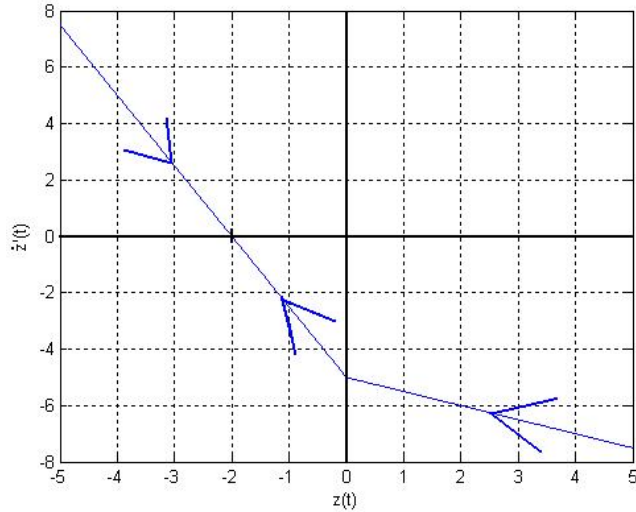


FIGURA 3.22: Demonstração gráfica do limite superior da histerese para  $\dot{V}_a(\zeta) < 0$  e  $k_{h2} > k_{h3}$

Escolhendo  $k_{h2} = k_{h3}$  ( $k_{h1} = 5$ ,  $k_{h2} = 1$  e  $k_{h3} = 1$ ):

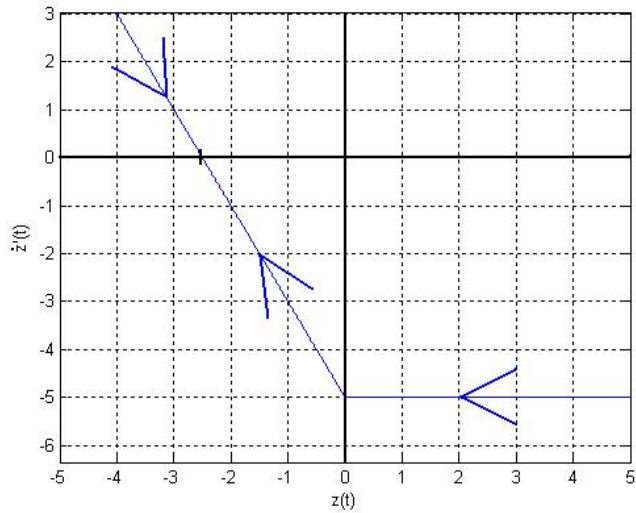


FIGURA 3.23: Demonstração gráfica do limite superior da histerese para  $\dot{V}_a(\zeta) < 0$  e  $k_{h2} = k_{h3}$

Percebe-se que para ambos os casos  $h(\zeta)$  irá tender a um valor mínimo (equivalente ao ponto onde  $h'(\zeta) = 0$ ) de:

$$h(\zeta)_{\min} = -\frac{k_{h1}}{k_{h2} + k_{h3}} \quad (3.55)$$

Porém, com  $k_{h2} < k_{h3}$  ( $k_{h1} = 5$ ,  $k_{h2} = 1$  e  $k_{h3} = 2$ ) esta conclusão também não é

válida, pois, como pode se observar na figura a seguir, para  $h'(\zeta)$  e  $h(\zeta)$  positivos,  $h(\zeta)$  diverge:

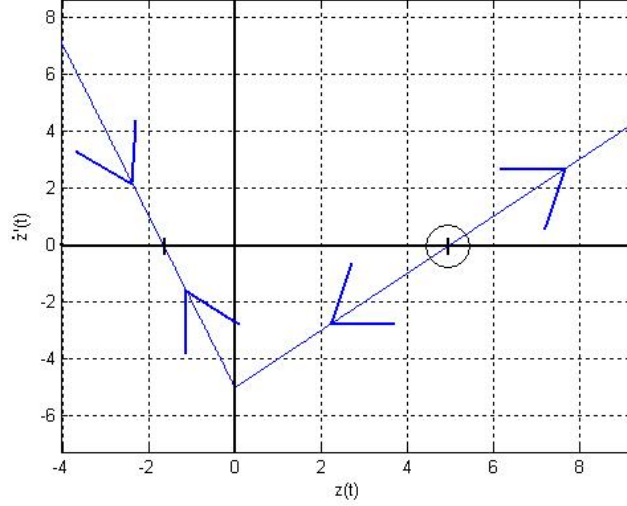


FIGURA 3.24: Demonstração gráfica do limite superior da histerese para  $\dot{V}_a(\zeta) < 0$  e  $k_{h2} < k_{h3}$

Deste modo pode-se concluir que, ao se escolher  $k_{h2} \geq k_{h3}$ ,  $h(\zeta)$  irá se manter região dada por:

$$h(\zeta)_{\min} \leq h(\zeta) \leq h(\zeta)_{\max} \quad (3.56)$$

Então a histerese ( $h(t)$ ) é limitada e este limite é, diferentemente da conclusão apresentada em (Shieh 2007), independente da tensão de entrada.

### 3.2.2 Nova abordagem da histerese

A abordagem proposta se baseou em um novo modo de representar a modelagem da histerese, de modo que, ao invés de considerar-se o sistema piezoelétrico como um sistema de terceira ordem (Shieh 2007), consideraria-se o mesmo como um sistema de segunda ordem com uma perturbação limitada. A comparação entre as abordagens é apresentada nas figuras 3.25 e 3.26.

Valeu ressaltar que  $p$  será utilizado tanto como variável complexa quanto como um operador diferencial, de acordo com o contexto.

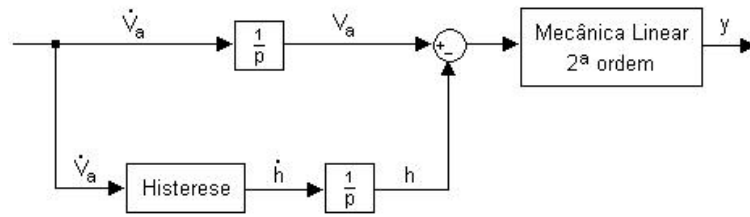


FIGURA 3.25: Abordagem do sistema piezoelétrico em (Shieh 2007)

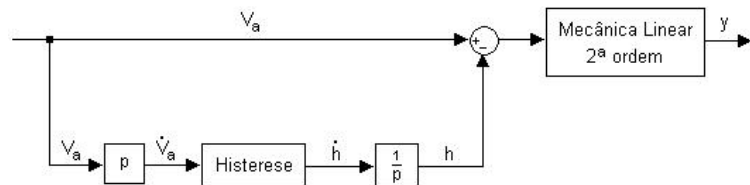


FIGURA 3.26: Nova abordagem de representação da histerese proposta

Percebe-se pela figura 3.25 que o sistema piezoelétrico, pela abordagem de (Shieh 2007), é de terceira ordem, já que existe o integrador entre o sinal de entrada e a planta mecânica de segunda ordem. Já através da abordagem proposta no presente estudo, o sistema controlado se tornou de segunda ordem, com uma perturbação limitada de entrada, conforme foi provado na seção anterior.

Sabe-se que a utilização de derivadores não é muito recomendada, principalmente para métodos de controle a estrutura variável, como por exemplo o SMC (Sliding Mode Controller, ou Controlador por Modos Deslizantes), o VS-MRAC (Variable Structure Model Reference Adaptive Controller, ou Controlador Adaptativo por Modelo de Referência a Estrutura Variável), dentre outros, e também para sistemas que possam apresentar ruídos elevados em suas medições. Porém, o B-MRAC é um método de controle adaptativo contínuo, e o nível do ruído de medição do posicionamento dos atuadores piezoelétricos é mínimo. Com a utilização de sensores adequados, pode-se levar este ruído à ordem de décimos de nanômetros.

Além disto a utilização do derivador conforme demonstrado na figura 3.26 não gera loop algébrico, levando-se em conta que na saída do bloco da histerese existe um integrador. Deste modo, a utilização do B-MRAC em conjunto com o GRED (Nunes 2004) conforme esta nova abordagem se tornou viável, e será detalhada a seguir.

# Capítulo 4

## Controle

Durante o presente estudo diversos métodos de controle foram implementados: PI, Controle Adaptativo por Modelo de Referência a Estrutura Variável (VS-MRAC) e Controle Adaptativo Binário (B-MRAC).

A idéia básica do controle adaptativo é calcular o sinal de controle utilizando estimativas dos parâmetros incertos da planta ou, diretamente, dos parâmetros do controlador obtidas em tempo real através de informações provenientes dos sinais mensuráveis do sistema (Slotine & Li 1991).

A estratégia denominada de controle adaptativo por modelo de referência (Model Reference Adaptive Control - MRAC) é considerada uma das principais abordagens na literatura referente a controle adaptativo (Mareels & Polderman 1996). No controlador MRAC tradicional (Narendra & Annaswamy 1989) a adaptação é baseada na estimação de parâmetros utilizando uma ação integral pura, o que resulta em uma falta de robustez a perturbações externas ou a dinâmicas não modeladas. Além disso, a qualidade do transitório de adaptação não é uniforme com respeito às condições iniciais e a convergência pode ser muito lenta (Hsu & Costa 1989).

Na tentativa de resolver os problemas apresentados pelo MRAC, foi desenvolvida uma técnica de controle denominada de controle adaptativo por modelo de referência a estrutura variável (VS-MRAC), onde a lei de adaptação do tipo integral foi substituída pela síntese direta do sinal de controle (Hsu & Costa 1989), (Hsu 1990). Assim como o MRAC, o VS-MRAC utiliza apenas medições da entrada e da saída da planta, sendo, deste modo, muito útil em diversas aplicações práticas, nas quais o estado completo não

é acessível. Para o caso de plantas com grau relativo  $n^* > 1$ , o controlador VS-MRAC utiliza um filtro lead para a compensação do grau relativo, conduzindo globalmente o estado completo do erro  $z$  para um conjunto residual de ordem  $O(\cdot)$ . Este fato ocorre devido à presença do atraso introduzido pelo filtro lead, que impossibilita que o estado  $z$  convirja para zero (Hsu, Lizarralde & Araújo 1997). Na tentativa de solucionar este problema poderia se utilizar o diferenciador apresentado na seção 4.3.1 que é robusto e exato, não introduzindo atrasos na malha de controle. Entretanto, apenas propriedades de convergência local podem ser garantidas quando este diferenciador é utilizado para realizar a realimentação do sistema em malha fechada. Desta forma, a idéia é combinar as duas técnicas de estimação consideradas preservando a estabilidade global e garantindo que o estado completo do erro  $z$  tenda assintoticamente para zero. Para atingir esta finalidade, o RED é utilizado como um elemento auxiliar responsável por sintetizar um sinal que será adicionado ao sistema com o objetivo de cancelar o erro de estimação cometido pelo filtro lead, possibilitando, assim, que o rastreamento seja assintoticamente exato. Este método, proposto em (Nunes 2004), foi denominado de GRED (Global Robust Exact Differentiator), e foi utilizado em conjunto com o B-MRAC (Hsu & Costa 1991) para a compensação do grau relativo da planta, fazendo com que fosse possível a abordagem de controle de um sistema de primeira ordem.

Neste capítulo será apresentada a estrutura básica de um sistema baseado em modelo de referência, bem como as hipóteses iniciais necessárias para o projeto do controlador. Detalhes sobre o desenvolvimento teórico do B-MRAC serão apresentados, sendo discutidas as principais características deste controlador. Além disso, será apresentado o controlador GRED/B-MRAC (Global Robust Exact Differentiator Binary Model-Reference Adaptive Control), baseado no B-MRAC, que utiliza um diferenciador exato e robusto RED em conjunto com um filtro *lead* para a compensação do grau relativo excedente da planta.

No capítulo seguinte, ficará evidente que os métodos de controle lineares convencionais não são adequados para a obtenção de uma precisão satisfatória no controle de atuadores piezoelétricos. Houve primeiramente a implementação do VS-MRAC, cujos resultados foram interessantes, porém houve uma inconsistência teórica que impossibilitou sua aceitação, pois o mesmo é um controlador a estrutura variável e a nova proposta de abordagem da histerese utilizava um derivador. Ao se propor a utilização

do controlador adaptativo binário, esta inconsistência foi solucionada, por se tratar de um controlador contínuo. Os resultados obtidos com a utilização do GRED/B-MRAC foram bastante satisfatórios e foi possível se provar de forma consistente que o sistema seria estável.

## 4.1 Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC)

O objetivo deste controlador é assegurar que o conjunto formado pela planta e pelo algoritmo de controle consiga rastrear o comportamento de um modelo de referência. A planta será considerada desconhecida (com incertezas), monovariável (*SISO*), linear e invariante no tempo (*LTI*) com grau relativo  $n^*$ , sendo modelada por uma função de transferência estritamente própria dada por:

$$G_p(p) = K_p \frac{N_p(p)}{D_p(p)} \quad (4.1)$$

com entrada  $u$  e saída  $y_p$ , onde:

- $K_p$  é o ganho em alta frequência.
- $D_p(p)$  é um polinômio mônico de grau  $n$ .
- $N_p(p)$  é um polinômio mônico de grau  $m$ .
- O grau relativo é dado por:  $n^* = n - m$

As especificações da resposta dinâmica em malha fechada são estabelecidas através do modelo de referência  $M(p)$ , com entrada  $r$  e saída  $y_m$ , que também possui grau relativo  $n^*$ , sendo caracterizado por uma função de transferência estritamente própria, linear, invariante no tempo e assintoticamente estável dada por:

$$M(p) = K_m \frac{N_m(p)}{D_m(p)} \quad (4.2)$$

onde:

- $K_m$  é o ganho em alta frequência.

- $D_m(p)$  é um polinômio mônico de grau  $n$ .
- $N_m(p)$  é um polinômio mônico de grau  $m \leq n - 1$ .

O sinal de referência  $r$  é uma função arbitrária do tempo, contínua por partes e uniformemente limitada.

O objetivo de controle pode ser definido da seguinte forma:

- Projetar uma lei de controle  $u(t)$ , tal que o erro de saída  $e_0 := y_p - y_m$  tenda assintoticamente para zero ou para algum pequeno conjunto residual em torno de zero, para condições iniciais e sinais de referência  $r$  (contínuos por partes e uniformemente limitados) arbitrários.

As seguintes hipóteses usuais de projeto sobre a planta e o modelo de referência serão consideradas:

**Hipótese 1** A planta  $G_p(p)$  é de fase mínima ( $N_p(p)$  é Hurwitz).

**Hipótese 2** A planta  $G_p(p)$  é controlável e observável (os polinômios  $N_p(p)$  e  $D_p(p)$  são coprimos).

**Hipótese 3**  $N_p(p)$  e  $D_p(p)$  são mônicos com  $\text{grau}[D_p(p)] = n$  e  $\text{grau}[N_p(p)] = m$ ,  $n$  e  $m$  conhecidos (o grau relativo  $n^* = n - m$  da planta é conhecido).

**Hipótese 4** O sinal do ganho de alta frequência da planta ( $K_p$ ) é conhecido (assume-se positivo por simplicidade, sem perda de generalidade).

**Hipótese 5** O modelo de referência  $M(p)$  é estável e de fase mínima, com mesmo grau relativo  $n^* = n - m$  que a planta.

### 4.1.1 Esquema de Controle do MRAC

No MRAC, os coeficientes do numerador e do denominador da planta são considerados desconhecidos. Para contornar este problema, pode-se utilizar um procedimento baseado no princípio da equivalência certa. Neste princípio, os parâmetros do controlador são estimados e utilizados na lei de controle como se fossem os parâmetros ideais. O procedimento de projeto é baseado na combinação de uma lei de controle com uma

lei de adaptação que gera estimativas em tempo real dos parâmetros do controlador, ver (Peixoto 2002).

Para gerar o sinal de controle, são utilizados os seguintes filtros de entrada e saída:

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= \Lambda v_1 + gu \\ \dot{v}_2 &= \Lambda v_2 + gy_p\end{aligned}\tag{4.3}$$

onde  $v_1$  e  $v_2 \in \mathbb{R}^{n-1}$ ,  $\Lambda$  é escolhido de modo que o polinômio  $\det(pI - \Lambda)$  seja Hurwitz e  $g$  é um vetor constante, tal que  $(\Lambda, g)$  seja controlável.

O sinal de controle é gerado por meio de uma combinação linear do sinal de referência  $r$ , da saída da planta  $y_p$  e dos vetores  $v_1$  e  $v_2$ . Para facilitar a notação o vetor  $\omega$ , denominado de vetor regressor, será definido como:

$$\omega^T(t) := [v_1^T \quad y_p \quad v_2^T \quad r]\tag{4.4}$$

Desta forma o controle pode ser parametrizado do seguinte modo:

$$u(t) = \theta^T(t)\omega(t)\tag{4.5}$$

onde  $\theta^T(t) := \left[ \underbrace{\theta_1(t) \dots \theta_{n-1}(t)}_{\theta_{v_1}^T(t)} \quad \theta_n(t) \quad \underbrace{\theta_{n+1}(t) \dots \theta_{2n-1}(t)}_{\theta_{v_2}^T(t)} \quad \theta_{2n}(t) \right]$  é o vetor de parâmetros adaptativos.

Considerando as hipóteses assumidas existe um único vetor constante  $\theta^*$ , tal que a função de transferência de malha fechada com  $u = \theta^{*T}\omega$  se adequie perfeitamente ao modelo, i.e.  $y_p = G_p(p)u = G_p(p)\theta^{*T}\omega = M(p)r$ .

Para abordar um caso mais geral será considerado que a planta esteja sujeita a perturbações de entrada. Para tratar deste caso a seguinte hipótese adicional será assumida.

**Hipótese 6** *A perturbação de entrada  $d_e$  é uniformemente limitada, e possui um limite superior  $\bar{d}_e$  conhecido que satisfaz a  $\bar{d}_e \geq |d_e(t)|$  ( $\forall t$ ).*

O esquema completo do controlador *MRAC* para plantas sujeitas a perturbações de entrada pode ser visto na figura abaixo.



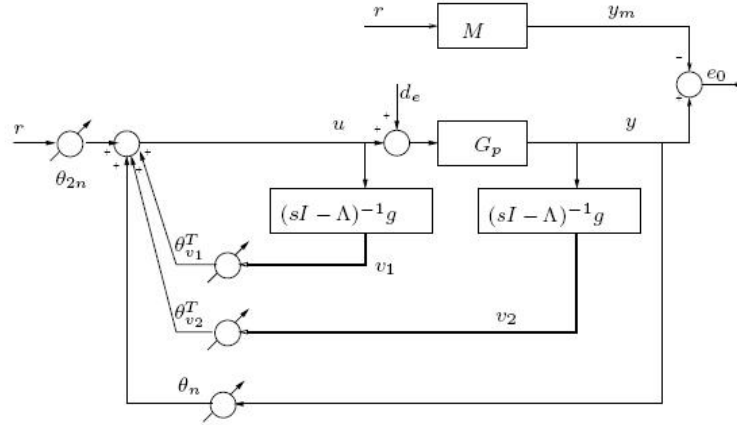


FIGURA 4.1: Estrutura do controlador adaptativo por modelo de referência (*MRAC*)

O esquema do *MRAC* apresentado acima pode ser representado, de forma equivalente, pelo esquema mostrado na figura seguinte.

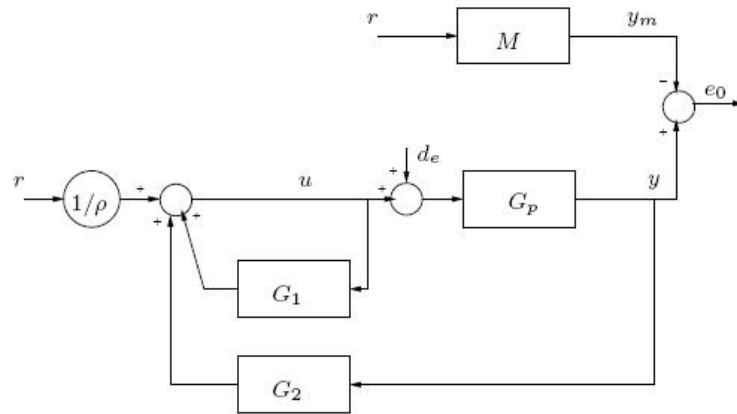


FIGURA 4.2: Representação equivalente da estrutura do controlador adaptativo por modelo de referência (*MRAC*)

Neste caso a **lei de controle**  $u$  é composta pelas saídas dos filtros  $G_1(p)$  e  $G_2(p)$  e pela entrada de referência  $r$ , sendo dada por:

$$u = \frac{1}{k} r + G_1(p)u + G_2(p)y \quad (4.6)$$

onde:

- $k := \frac{K_p}{K_m}$ .
- $G_1(p) := \frac{N_1(p)}{\Lambda(p)} = \theta_{v_1}^T (pI - \Lambda)^{-1} g$ .

- $G_2(p) := \frac{N_2(p)}{\Lambda(p)} = \theta_{v_2}^T (pI - \Lambda)^{-1} g + \theta_n.$

com  $\text{grau}[N_1(p)] = n - 2$ ,  $\text{grau}[N_2(p)] = n - 1$  e  $\text{grau}[\Lambda(p)] = n - 1$ . Portanto, o filtro  $G_1(p)$  é estritamente próprio e o filtro  $G_2(p)$  é próprio.

Do mesmo modo, que na representação anterior, também existe um controlador ideal ( $k^*$ ,  $G_1^*(p)$  e  $G_2^*(p)$ ), para esta representação, que assegura o casamento perfeito entre o sistema em malha fechada e o modelo de referência, para o caso em que os parâmetros da planta sejam conhecidos e a perturbação de entrada  $d_e$  seja nula.

### 4.1.2 Equação do Erro de Saída do MRAC

Nesta seção a equação do erro de saída (ou erro de rastreamento)  $e_0$  será desenvolvida.

Seja  $(A_p, b_p, h_p)$  uma realização mínima da planta  $K_p N_p(p)/D_p(p)$  apresentada em (4.1) com a seguinte representação no espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_p x + b_p u + b_p d_e \\ y &= h_p^T x \end{aligned} \quad (4.7)$$

Note que o ganho de alta frequência da planta é dado por  $K_p = h_p^T b_p$ .

Definindo o vetor de estado  $X^T := [x^T \ v_1^T \ v_2^T]$  do sistema formado pelos filtros de entrada e de saída e pela planta, a seguinte representação no espaço de estados pode ser obtida:

$$\dot{X} = A_0 X + b_0 u + b_0' d_e \quad (4.8)$$

$$y = h_c^T X \quad (4.9)$$

onde:

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ g h_p^T & 0 & \Lambda \end{bmatrix}, \quad b_0 = \begin{bmatrix} b_p \\ g \\ 0 \end{bmatrix}, \quad b_0' = \begin{bmatrix} b_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad e \quad h_c^T = \begin{bmatrix} h_p^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

O vetor regressor  $\omega$  pode ser escrito em função do vetor de estados  $X$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\omega &= \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ h_p^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\Omega} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} r \\ &= \Omega X + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} r\end{aligned}$$

Multiplicando a relação acima pelo vetor de parâmetros ideais, obtém-se a seguinte expressão para o controle ideal  $u^*$ :

$$\begin{aligned}u^* &= \theta^{*T} \omega \\ &= \theta^{*T} \Omega X + \theta_{2n}^* r\end{aligned}$$

Somando e subtraindo  $b_0 u^*$  na equação (4.8) tem-se:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \underbrace{[A_0 + b_0 \theta^{*T} \Omega]}_{A_c} X + \underbrace{(b_0 \theta_{2n}^*)}_{b_c} r + \underbrace{(b_0 \theta_{2n}^*)}_{b_c} \left(\frac{1}{\theta_{2n}^*}\right) [u - u^*] + b'_0 d_e \\ y &= h_c^T X\end{aligned}\tag{4.11}$$

O sistema em malha fechada passa a ser representado por:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= A_c X + b_c r + b_c \left(\frac{1}{\theta_{2n}^*}\right) [u - u^*] + b'_0 d_e \\ y &= h_c^T X\end{aligned}$$

Note que, pela definição de controle ideal ( $u = u^*$  e perturbação nula  $d_e = 0$ ), a transferência de  $r$  para  $y_p$  deve ser igual a  $M$ . Portanto,  $(A_c, b_c, h_c)$  é uma realização, possivelmente não-mínima, da transferência  $M$  do modelo de referência. Sendo assim o modelo e sua saída podem ser representados por:

$$\begin{aligned}\dot{X}_m &= A_c X_m + b_c r \\ y_m &= h_c^T X_m\end{aligned}\tag{4.12}$$

Definindo  $e := X - X_m$  e  $k^* = 1/\theta_{2n}^*$  a equação do erro de saída  $e_0$  é dada por:

$$\dot{e} = A_c e + k^* b_c [u - u^*] + b'_0 d_e\tag{4.13}$$

$$e_0 = h_c^T e\tag{4.14}$$

Note que os ganhos de alta frequência do modelo e da planta são dados por:  $K_m = h_c^T b_c$  e  $K_p = h_p^T b_p$ , respectivamente. Observando que  $h_c^T b_c = \theta_{2n}^* h_p^T b_p$  e lembrando que  $k^* = K_p/K_m$  tem-se que:

$$\theta_{2n}^* = \frac{1}{k^*}$$

A equação do erro de saída pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{e_0} &= A_c x_{e_0} + b_c k^* [u - u^*] + b'_0 d_e \\ e_0 &= h_c^T x_{e_0}\end{aligned}$$

Definindo  $\bar{W}_d := h_c^T (pI - A_c)^{-1} b'_0$  como sendo a transferência entre a perturbação  $d_e$  e o erro de rastreamento  $e_0$ , com  $u = u^*$ , e  $W_d := (k^* M)^{-1} \bar{W}_d$ , tem-se que:

$$e_0 = k^* M (u - u^*) + \bar{W}_d d_e\tag{4.15}$$

$$= k^* M (u - u^* + W_d d_e)\tag{4.16}$$

Considerando a representação para o esquema de controle apresentada na figura 4.2 a equação (4.16) pode ser representada pelo diagrama de blocos apresentado na figura a seguir.

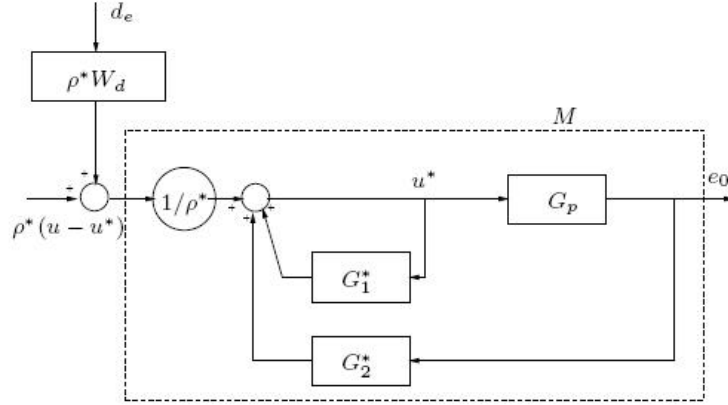


FIGURA 4.3: Esquema equivalente da estrutura do controlador *MRAC* com parâmetros ideais.

Note que  $W_d = 1 - G_1^*$ . Como a função de transferência  $G_1^*$  é estritamente própria e estável, pode-se concluir que a função de transferência  $W_d$  é própria e estável.

Finalmente, definindo  $\bar{U} = -u^* + W_d d_e$  a equação do erro pode ser reescrita por:

$$e_0 = k^* M(u + \bar{U}) \quad (4.17)$$

Equivalentemente, a equação do erro pode ser representada no espaço de estado por:

$$\dot{e} = A_c e + k^* b_c [u + \bar{U}] \quad (4.18)$$

$$e_0 = h_c^T e \quad (4.19)$$

## 4.2 Controle Adaptativo por Modelo de Referência Binário (B-MRAC)

Considere o caso de grau relativo  $n^*=1$ . De acordo com (Narendra & Valavani 1978), (Hsu & Costa 1989) a equação do erro do MRAC é da forma:

$$\dot{e} = Ae - \bar{b}(u - \theta^*\omega) \quad (4.20)$$

$$e_1 = y - y_m = h^T e \quad (4.21)$$

$$u = \theta^T \omega \quad (4.22)$$

onde se assume que:  $e \in \mathfrak{R}^{3n-2}$  é o vetor de erro de estados;  $n$  é a ordem da planta,  $u$  é a entrada,  $\theta \in \mathfrak{R}^{2n}$  é o vetor ajustável de parâmetros,  $\theta^*$  é o vetor “ideal” de parâmetros,  $\omega \in \mathfrak{R}^{2n}$  é o vetor regressor,  $y$  é a saída da planta,  $y_m$  é a saída do modelo de referência,  $e_1$  é o erro de rastreamento,  $(A, b, h)$  é uma realização não-mínima apropriada da função de transferência do modelo assumido como SPR e  $\bar{b} = (\theta_{2n}^*)^{-1}b$ .

A lei de adaptação gradiente com uma  $\sigma$ -modificação (Iannou & Kokotovic 1984) é dada por:

$$\dot{\theta} = -\sigma\theta - \gamma e_1 \omega \quad (4.23)$$

sendo que:

$$\sigma = \begin{cases} 0, & \text{se } \|\theta\| < M_\theta \text{ ou } \sigma_{eq} < 0 \\ \sigma_{eq}, & \text{se } \|\theta\| \geq M_\theta \text{ e } \sigma_{eq} \geq 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

onde

$$\sigma_{eq} = -\gamma e_1 \theta^T \omega / \|\theta\|^2 \quad (4.25)$$

e  $M_\theta > \|\theta^*\|$  é uma constante. Com tal  $\sigma$  aplicado à lei de adaptação do MRAC, pode se mostrar que, se  $\|\theta(0)\| \leq M_\theta$ , então  $\|\theta(t)\| \leq M_\theta, \forall t \geq 0$ . ”A priori”, se assumirá que os valores iniciais do vetor ajustável de parâmetros é limitado, ou seja,  $\|\theta(0)\| \leq M_\theta$ , o que implica em  $\|\theta(t)\| \leq M_\theta, \forall t \geq 0$ .

Esta lei de adaptação é derivada de um esquema de controle binário, cuja estrutura é apresentada abaixo:

$$u = M_\theta \|\omega\| \mu(t) \quad (4.26)$$

$$\dot{\mu} = \begin{cases} 0, & \text{se } \|\theta\| < M_\theta \text{ ou } \sigma_{eq} < 0 \\ \sigma_{eq}, & \text{se } \|\theta\| \geq M_\theta \text{ e } \sigma_{eq} \geq 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

A lei de controle (4.22), com lei de adaptação (4.23) e (4.24) é denominada B-MRAC (Binary-MRAC) devido à sua similaridade com o controle binário descrito acima.

### 4.3 Diferenciador Global Exato e Robusto (GRED) / Controle Adaptativo por Modelo de Referência Binário (B-MRAC)

Para solucionar o problema do grau relativo  $n^* = 2$  do sistema piezoelétrico, foi necessária a implementação de um diferenciador. Um filtro *lead* foi considerado, porém o mesmo geraria um atraso que poderia diminuir a precisão e a eficiência do sistema controlado. Para solucionar este problema se poderia utilizar o RED (Robust Exact Differentiator), que não introduziria atrasos na malha de controle. Porém, neste caso, apenas propriedades de convergência local poderim ser garantidas. Propôs-se então a utilização filtro *lead* em conjunto com o RED. Deste modo o erro gerado pelo filtro *lead* poderia ser cancelado, e, assim, o rastreamento seria assintoticamente exato.

O RED será apresentado na sub-seção a seguir, e o GRED na sub-seção posterior. O conjunto GRED/B-MRAC será apresentado em seqüência, juntamente com a demonstração das suas propriedades, aplicadas ao sistema piezoelétrico.

No capítulo 5, serão apresentadas as abordagens que foram propostas (tanto para a representação da modelagem quanto para a otimização do comportamento transitório do GRED/B-MRAC). Posteriormente, no capítulo 6, serão apresentados os resultados obtidos com este controlador.

### 4.3.1 Diferenciador Exato e Robusto (RED)

A diferenciação de sinais em tempo real é um problema antigo e bem conhecido. Um diferenciador ideal deveria ser capaz de fornecer como saída a derivada exata de qualquer sinal de entrada. Entretanto, na prática, como os sinais são corrompidos por ruídos de alta frequência, que possuem derivadas com amplitudes muito elevadas, seria impossível para estes diferenciadores fornecerem uma estimativa razoável da derivada do sinal base de interesse.

Desta forma, o objetivo é encontrar um diferenciador capaz não só de fornecer a derivada exata para uma classe de sinais de entrada, mas também de rejeitar pequenos ruídos de alta frequência.

A maior parte dos diferenciadores conhecidos fornecem estimativas muito próximas das derivadas dos sinais de entrada, além de serem capazes de rejeitar parcialmente a presença de ruídos de alta frequência. No entanto, estes diferenciadores não são capazes de fornecer derivadas exatas na ausência de ruídos. Deste modo, estes diferenciadores são robustos, mas não são exatos.

Neste trabalho será considerada a seguinte classe de sinais de entrada: seja o sinal de entrada  $f(t)$  uma função definida em  $[0, \infty)$  constituída por um sinal base  $f_0(t)$  desconhecido, cuja derivada de ordem  $n$  possua constante de Lipschitz  $C_{n+1}$ , e por um ruído mensurável (no sentido de Lebesgue) e limitado com propriedades desconhecidas.

Para esta classe de sinais foi provado em (Levant 1998) que a melhor acurácia possível obtida por um diferenciador para a derivada de ordem  $i$  é proporcional a

$$C_{n+1}^{i/(n+1)} \varepsilon^{(n-i+1)/(n+1)}, \quad i = 0, \dots, n$$

onde  $C_{n+1}$  é a constante de Lipschitz da derivada de ordem  $n$  e  $\varepsilon$  é a magnitude máxima do ruído de medição.

O problema é encontrar uma estimativa em tempo real de  $\dot{f}_0(t), \ddot{f}_0(t), \dots, f_0^{(n)}(t)$  que seja robusta na presença de ruídos de medição, sendo exata na sua ausência.

Considere o seguinte diferenciador de ordem  $(n)$ , baseado em modos deslizantes de



ordem superior, apresentado em (Levant 2001), (Levant 2003):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_0 = v_0, \\ v_0 = -\lambda_0 |z_0 - f(t)|^{n/(n+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_1 \\ \dot{z}_1 = v_1, \\ v_1 = -\lambda_1 |z_1 - v_0|^{(n-1)/n} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_i = v_i, \\ v_i = -\lambda_i |z_i - v_{i-1}|^{(n-i)/(n-i+1)} \text{sign}(z_i - v_{i-1}) + z_{i+1} \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = v_{n-1}, \\ v_{n-1} = -\lambda_{n-1} |z_{n-1} - v_{n-2}|^{1/2} \text{sign}(z_{n-1} - v_{n-2}) + z_n \\ \dot{z}_n = -\lambda_n \text{sign}(z_n - v_{n-1}) \end{array} \right. \quad (4.28)$$

É fácil checar que o diferenciador apresentado em (4.28) pode ser expresso na seguinte forma não recursiva:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_0 = -\kappa_0 |z_0 - f(t)|^{n/(n+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_1 \\ \dot{z}_1 = -\kappa_1 |z_0 - f(t)|^{(n-1)/(n+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_i = -\kappa_i |z_0 - f(t)|^{(n-i)/(n+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_{i+1} \\ \vdots \\ \dot{z}_n = -\kappa_n \text{sign}(z_0 - f(t)) \end{array} \right. \quad (4.29)$$

para algumas constantes  $\kappa_i$ ,  $i = 0, \dots, n$  calculadas com base em  $\lambda_0, \dots, \lambda_n$ .

O Teorema a seguir mostra a propriedade de convergência em tempo finito do diferenciador (4.28)

**Teorema 4.1** *Considere o diferenciador (4.28) de ordem  $(n)$ , com sinal de entrada  $f_0(t)$  mensurável cuja derivada de ordem  $n$  possui uma constante de Lipschitz  $C_{n+1}$ . Se as constantes  $\lambda_i$ ,  $i = 0, \dots, n$  forem escolhidas apropriadamente, as seguintes igualdades são verdadeiras após um processo transiente de tempo finito*

$$z_0 = f_0(t); \quad z_i = v_{i-1} = f_0^{(i)}(t), \quad i = 1, \dots, n$$

*Prova: ver (Levant 2003)*

A partir deste Teorema é possível concluir que as igualdades  $z_i = f_0^{(i)}$ ,  $i = 0, \dots, n-1$  são mantidas num modo deslizante de segunda ordem.

O sistema (4.28) é homogêneo, suas trajetórias são invariantes com respeito à transformação  $\mathcal{G}_\eta : (t, f, z_i, v_i) \mapsto (\eta t, \eta^{n+1} f, \eta^{n-i+1} z_i, \eta^{n-i} v_i)$ . Desta forma, utilizando o conceito de campos vetoriais homogêneos (Rosier, 1992) é possível provar que o sistema (4.28) é estável no sentido de Lyapunov.

No Teorema a seguir a performance do diferenciador (4.28) na presença de um ruído é investigada.

**Teorema 4.2** *Considere o diferenciador (4.28) de ordem  $(n)$ . Se o ruído de entrada satisfizer  $|f(t) - f_0(t)| \leq \varepsilon$ , então as seguintes desigualdades são estabelecidas em tempo finito para algumas constantes positivas  $\mu_i$  e  $\nu_i$  que dependem exclusivamente dos parâmetros do diferenciador.*

$$|z_i - f_0^{(i)}(t)| \leq \mu_i \varepsilon^{(n-i+1)/(n+1)}, \quad i = 1, \dots, n$$

$$|v_i - f_0^{(i+1)}(t)| \leq \nu_i \varepsilon^{(n-i)/(n+1)}, \quad i = 0, \dots, n-1$$

*Prova: ver (Levant 2003)*

**Observação 1** *Analisando o Teorema 4.2 é fácil verificar que o diferenciador de ordem  $k$  fornece uma derivada de ordem  $l$  ( $l < k$ ), com uma acurácia muito maior que o diferenciador de ordem  $l$ .*

A melhor forma de se sintonizar os parâmetros  $\lambda_i$ ,  $i = 0, \dots, n$  é através de simulações. Uma possível escolha para o diferenciador de ordem 4 é apresentada a seguir:

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = v_0, & v_0 = -8C_5^{1/5} |z_0 - f(t)|^{4/5} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_1 \\ \dot{z}_1 = v_1, & v_1 = -5C_5^{1/4} |z_1 - v_0|^{3/4} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\ \dot{z}_2 = v_2, & v_2 = -3C_5^{1/3} |z_2 - v_1|^{2/3} \text{sign}(z_2 - v_1) + z_3 \\ \dot{z}_3 = v_3, & v_3 = -1.5C_5^{1/2} |z_3 - v_2|^{1/2} \text{sign}(z_3 - v_2) + z_3 \\ \dot{z}_4 = -1.1C_5 \text{sign}(z_4 - v_3) \end{cases} \quad (4.30)$$

Deve-se destacar que os valores  $\lambda_0, \dots, \lambda_{n-1}$ , utilizados para o diferenciador de ordem  $(n - 1)$ , também podem ser aplicados para o diferenciador de ordem  $(n)$ , e, portanto, para este diferenciador é necessário, apenas, escolher mais um parâmetro.

O princípio de separação (ver (Atassi & Khalil 1999)) é trivialmente satisfeito para o diferenciador (4.28). De fato, como o diferenciador (4.28) é exato, os únicos requisitos para sua implementação são a exigência de que alguma derivada de ordem superior do sinal de entrada seja limitada e que o sistema não apresente escape em tempo finito durante o transitório do diferenciador.

No Lema a seguir será demonstrado que se a derivada de ordem  $(n + 1)$  do sinal de entrada for limitada, então todos os sinais presentes no diferenciador (4.28) de ordem  $(n)$  não poderão escapar em tempo finito.

**Lema 4.1** *Considere o sistema (4.28) e assuma que os sinais  $f(t), \dot{f}(t), \dots, f^{(n)}(t)$  são limitados. Se  $|f^{(n+1)}(t)| \leq K_{n+1} \forall t$ , para alguma constante positiva  $K_{n+1}$ , então o estado do sistema não pode divergir em tempo finito. Prova: ver apêndice A*

### 4.3.2 Esquema de Controle do GRED/B-MRAC

No caso de plantas com grau relativo  $n^* > 1$  pode-se utilizar um operador  $L(p)$  para compensar o grau relativo excedente da planta, conforme pode ser visto na figura abaixo:

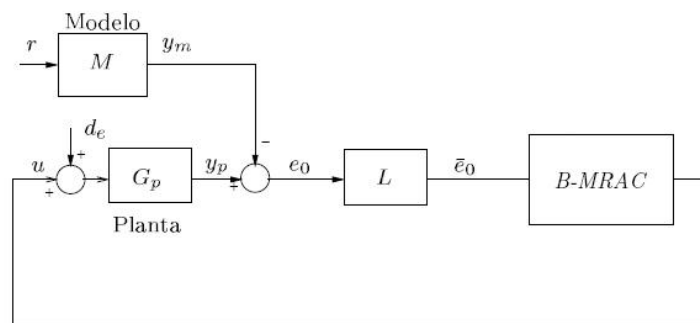


FIGURA 4.4: B-MRAC usando um operador  $L(p)$  para compensação de grau relativo

O operador  $L(p)$  é representado pela seguinte função de transferência:

$$L(p) = \gamma_0 p^{(n^*-1)} + \gamma_1 p^{(n^*-2)} + \dots + \gamma_{n^*-2} p + \gamma_{n^*-1}$$

Neste caso o erro auxiliar  $\bar{e}_0$ , indicado na figura 4.4, é dado por:

$$\begin{aligned}
 \bar{e}_0 &= L(p)e_0 \\
 &= \left[ \gamma_0 p^{(n^*-1)} + \gamma_1 p^{(n^*-2)} + \dots + \gamma_{n^*-2} p + \gamma_{n^*-1} \right] e_0 \\
 &= \gamma_0 e_0^{(n^*-1)} + \gamma_1 e_0^{(n^*-2)} + \dots + \gamma_{n^*-2} \dot{e}_0 + \gamma_{n^*-1} e_0
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Como a função de transferência  $L(p)$  não é causal, não pode ser implementada na prática. No *LF/B-MRAC* este operador seria realizado através de um filtro *lead* linear (ver figura 4.4) com a seguinte função de transferência:

$$L_a(p) = \frac{L(p)}{F(\tau p)}$$

onde  $F(\tau p)$  é um polinômio Hurwitz em  $\tau p$ , ou seja,  $F(\tau p) = (\tau p + 1)^l$ , onde  $l \geq n^* - 1$  é o grau de  $F(\tau p)$  e  $F(0) = 1$ .

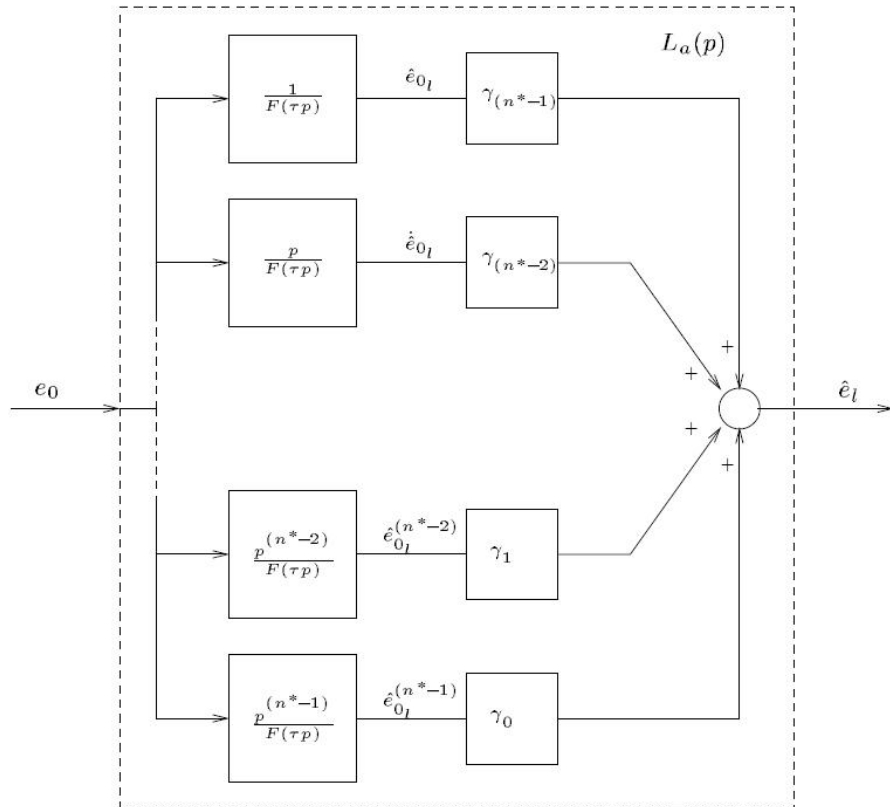


FIGURA 4.5: Implementação equivalente para o filtro *lead* que poderia ser utilizado no LF/B-MRAC

A função de transferência  $L_a(p)$  pode ser obtida de forma equivalente, utilizando o esquema apresentado na figura 4.5.

A vantagem desta implementação é a possibilidade de se ter acesso às estimativas das derivadas obtidas pelo filtro *lead*.

Desta forma, o sinal de erro auxiliar  $\hat{e}_l$  apresentado na figura 4.5 pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}\hat{e}_l &= \left[ \gamma_0 p^{(n^*-1)} + \gamma_1 p^{(n^*-2)} + \dots + \gamma_{n^*-2} p + \gamma_{n^*-1} \right] \hat{e}_{0_l} \\ &= \gamma_0 \hat{e}_{0_l}^{(n^*-1)} + \gamma_1 \hat{e}_{0_l}^{(n^*-2)} + \dots + \gamma_{n^*-2} \dot{\hat{e}}_{0_l} + \gamma_{n^*-1} \hat{e}_{0_l}\end{aligned}\quad (4.32)$$

A estimativa dada pelo filtro *lead* pode ser vista de forma equivalente por:

$$\hat{e}_l(t) = \bar{e}_0(t) + \epsilon_l(t) \quad (4.33)$$

onde  $\epsilon_l(t)$  é o erro de estimação cometido pelo filtro *lead*.

Substituindo os resultados obtidos em (4.31) e em (4.32) na equação (4.33), pode-se reescrever o erro de estimação  $\epsilon_l$  do seguinte modo:

$$\epsilon_l = \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_{n^*-i} \epsilon_{0_l}^{(i-1)} \quad (4.34)$$

onde  $\epsilon_{0_l}^{(i)} = \hat{e}_{0_l}^{(i)} - e_0^{(i)}$ ,  $i = 0, \dots, n^* - 1$ .

Observando a equação (4.34) pode ser verificado que o erro de estimação cometido pelo filtro *lead* para aproximar o polinômio  $L(p)$  é dado por uma combinação linear dos erros de estimação do sinal  $e_0$  e de suas derivadas.

De forma análoga, se no lugar de um filtro *lead* fosse utilizado um *RED*, poderia-se desenvolver um raciocínio similar ao apresentado no caso em que um filtro *lead* é utilizado para compensação de grau relativo.

Na sub-seção anterior foi apresentado um diferenciador de ordem arbitrária, denominado de *RED*, que é robusto a presença de ruído, sendo exato na sua ausência. O *RED* de ordem  $n$  é capaz de fornecer estimativas de  $e_0$ ,  $\dot{e}_0$ ,  $\dots$ ,  $e_0^{(n)}$  para qualquer sinal de entrada  $e_0$ , para o qual  $e_0^{(n)}$  possua constante de *Lipschitz*  $C_{n+1} > 0$ .

Definindo  $e_{0_r}^{(i)}$  como sendo a estimativa do sinal  $e_0^{(i)}$ , para compensar o grau relativo

excedente, o sinal  $\bar{e}_0$  pode ser aproximado por:

$$\hat{e}_r = \gamma_0 \hat{e}_{0_r}^{(n^*-1)} + \gamma_1 \hat{e}_{0_r}^{(n^*-2)} + \dots + \gamma_{n^*-2} \dot{\hat{e}}_{0_r} + \gamma_{n^*-1} \hat{e}_{0_r} \quad (4.35)$$

A estimativa dada pelo *RED* pode ser vista de forma equivalente por:

$$\hat{e}_r(t) = \bar{e}_0(t) + \epsilon_r(t) \quad (4.36)$$

onde  $\epsilon_r(t)$  é o erro de estimação cometido pelo *RED*.

Substituindo os resultados obtidos em (4.31) e em (4.35) na equação (4.36), pode-se reescrever o erro de estimação  $\epsilon_r$  do seguinte modo:

$$\epsilon_r = \sum_{i=1}^{n^*} \gamma_{n^*-i} \epsilon_{0_r}^{(i-1)} \quad (4.37)$$

onde  $\epsilon_{0_r}^{(i)} = \hat{e}_{0_r}^{(i)} - e_0^{(i)}$ ,  $i = 0, \dots, n^* - 1$ .

Como foi mencionado anteriormente o atraso introduzido pelo filtro *lead* impossibilita que o estado  $z$  convirja para zero e o uso de um diferenciador *RED* não permite garantir estabilidade global para o sistema. Para solucionar estes problemas foi proposto um derivador baseado num esquema de chaveamento suave entre um filtro *lead* e um *RED* denominado de *GRED* (Nunes 2004).

A partir desta proposta foi desenvolvido o controlador *GRED/B-MRAC*. O filtro *lead* que era usado para a compensação de grau relativo no *LF/B-MRAC* foi substituído por um *GRED*, que é composto por um filtro *lead* e por um *RED*. Embora seja constituído por dois estimadores o *GRED* pode ser visto como um único estimador com entrada  $e_0$  e saída  $\hat{e}_g$  dada pela seguinte combinação convexa:

$$\hat{e}_g = \alpha(\tilde{e}_{rl}) \hat{e}_l(t) + [1 - \alpha(\tilde{e}_{rl})] \hat{e}_r(t) \quad (4.38)$$

onde  $\hat{e}_l$  e  $\hat{e}_r$  são as estimativas de  $\bar{e}_0$  dadas pelo filtro *lead* e pelo *RED*, respectivamente. A função de chaveamento  $\alpha(\tilde{e}_{rl})$  é uma modulação contínua e dependente do estado que permite ao controlador trocar suavemente entre os dois estimadores. Esta função pode assumir valores no intervalo  $[0, 1]$  conforme abaixo:

$$\alpha(\tilde{\epsilon}_{rl}) = \begin{cases} 0, & \text{para } |\tilde{\epsilon}_{rl}| < \epsilon_M - c \\ \frac{|\tilde{\epsilon}_{rl}| - \epsilon_M + c}{c}, & \text{para } \epsilon_M - c \leq |\tilde{\epsilon}_{rl}| < \epsilon_M \\ 1, & \text{para } |\tilde{\epsilon}_{rl}| \geq \epsilon_M \end{cases} \quad (4.39)$$

O esquema completo do *GREED/B-MRAC* pode então ser visto na figura abaixo:

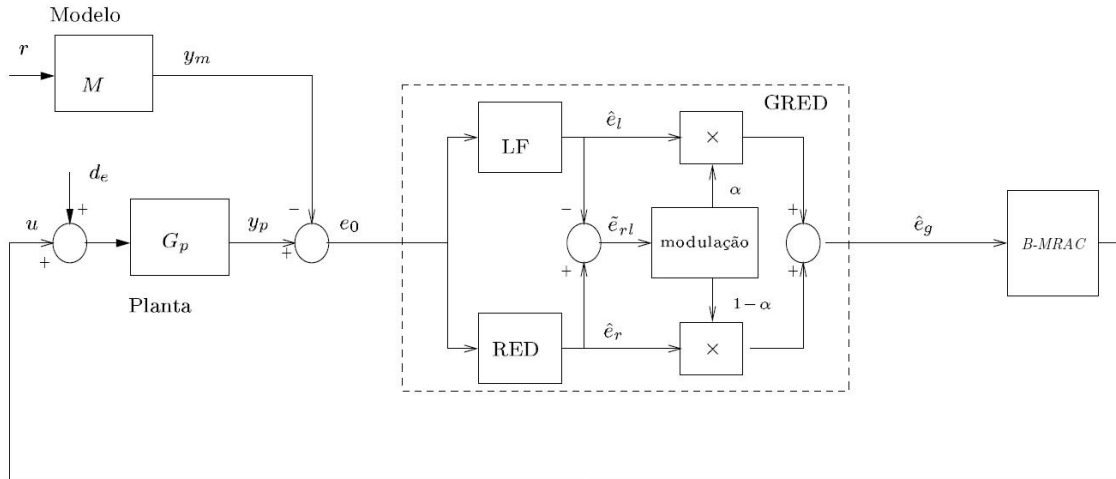


FIGURA 4.6: B-MRAC usando um operador  $L(p)$  para compensação de grau relativo

Deve-se destacar que através desta função de chaveamento a estimação pode ser realizada de três modos: usando apenas o filtro *lead* ( $\alpha(\tilde{\epsilon}_{rl}) = 1$ ), apenas o RED ( $\alpha(\tilde{\epsilon}_{rl}) = 0$ ) ou através de uma combinação convexa das estimativas fornecidas pelo filtro *lead* e pelo RED ( $0 < \alpha(\tilde{\epsilon}_{rl}) < 1$ ).

Do mesmo modo que nos casos anteriores, a estimativa fornecida pelo GREED pode ser vista de forma equivalente por:

$$\hat{\epsilon}_g(t) = \bar{\epsilon}_0(t) + \epsilon(t) \quad (4.40)$$

onde

$$\epsilon(t) = \alpha(\tilde{\epsilon}_{rl})\epsilon_l(t) + (1 - \alpha(\tilde{\epsilon}_{rl}))\epsilon_r(t) \quad (4.41)$$

Este erro de estimação  $\epsilon$  pode ser considerado como um ruído de medição de saída, conforme figura abaixo:

Para encontrar uma representação de estados para o sistema representado de forma

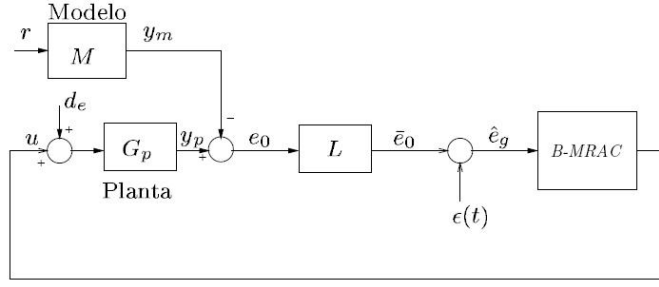


FIGURA 4.7: B-MRAC usando um operador  $L(p)$  para compensação de grau relativo

equivalente nas figuras 4.6 e 4.7, a seguinte proposição será utilizada:

**Proposição 1** Para o sistema representado em (4.18) e (4.19) as  $n^* - 1$  derivadas de  $e_0$  ( $e_0^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, n^* - 1$ ) podem ser representadas por  $e_0^{(i)} = h_i^T e$ .

*Prova:* Ver Apêndice A

Usando a proposição acima e a equação (4.31), o sistema apresentado nas figuras 4.6 e 4.7 pode ser descrito da seguinte forma:

$$\dot{e} = A_c e + k^* b_c (u + \bar{U}) \quad (4.42)$$

$$\bar{e}_0 = \bar{h}^T e \quad (4.43)$$

Como o modelo de referência é conhecido, o operador  $L(p)$  pode ser escolhido de forma que  $M(p)L(p) = \frac{K_m}{p+a_m}$ . Desta forma, o sistema  $\{A_c, b_c, \bar{h}^T\}$  será SPR.

## 4.4 Algoritmo de controle

Antes da apresentação do algoritmo de controle, será realizado um detalhamento sobre a planta implementada, para que posteriormente se faça uma relação entre a mesma e o controle utilizado.

A planta, conforme mencionado anteriormente, tem a seguinte estrutura (considerando o “cross-coupling”):

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + (k + \Delta k(y))x(t) = \psi(k_e V_a(t) - k_h h(t)) \quad (4.44)$$



$$\dot{h}(t) = k_{h1}\dot{V}_a(t) - k_{h2} \left| \dot{V}_a(t) \right| h(t) - k_{h3}\dot{V}_a(t) |h(t)| \quad (4.45)$$

#### 4.4.1 Aplicação do algoritmo de controle

A planta  $G_p(p)$  podem ser representada por:

$$G_p(p) = \frac{\eta}{p^2 + \frac{b'}{m'}p + \frac{k'}{m'}} \quad (4.46)$$

Já o modelo de referência transformado foi escolhido conforme abaixo:

$$M(p) = \frac{8}{p^2 + 2p + 1} \quad (4.47)$$

Então, o algoritmo de controle foi implementado conforme segue (vide figura 4.6):

$$y = G_p(p)u \quad (4.48)$$

$$y_m = M(p)r \quad (4.49)$$

$$e_0 = y - y_m \quad (4.50)$$

$$\hat{e}_g = GRED(e_0) + \lambda e_0 \rightarrow \dot{e}_0 + \lambda e_0 \quad (4.51)$$

$$\dot{\theta} = -\sigma\theta - \gamma\hat{e}_g\omega \quad (4.52)$$

onde

$$\sigma = \begin{cases} 0, & \text{se } \|\theta\| < M_\theta \text{ ou } \sigma_{eq} < 0 \\ \sigma_{eq}, & \text{se } \|\theta\| \geq M_\theta \text{ e } \sigma_{eq} \geq 0 \end{cases} \quad (4.53)$$

sendo que

$$\sigma_{eq} = -\frac{\gamma \hat{e}_g \theta^T \omega}{\|\theta\|^2} \quad (4.54)$$

A lei de controle utilizada neste trabalho, então, segue abaixo:

$$u = \theta^T \omega \quad (4.55)$$

Os vetores utilizados de  $\theta$  (parâmetros adaptativos) e  $\omega$  (vetor regressor) são dados por, respectivamente:

$$\theta^T(t) := [\theta_1(t) \quad \theta_2(t) \quad \theta_3(t) \quad \theta_4(t) \quad \theta_5(t)] \quad (4.56)$$

$$\omega^T(t) := [v_1^T \quad y_p \quad v_2^T \quad r \quad K_\omega] \quad (4.57)$$

onde  $K_\omega$  é uma constante positiva cujo objetivo, ao ser multiplicada por  $\theta_5$ , é favorecer à atenuação das perturbações ao sistema.

## 4.5 Análise de estabilidade

Como citado anteriormente, o sistema piezoelétrico possui a seguinte estrutura:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = \eta(k_e V_a(t) - k_h h(t)) \quad (4.58)$$

$$\dot{h}(t) = k_{h1} \dot{V}_a(t) - k_{h2} |\dot{V}_a(t)| h(t) - k_{h3} \dot{V}_a(t) |h(t)| \quad (4.59)$$

De acordo com a proposta discutida no capítulo 3, este sistema poderia ser representado de forma equivalente como:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = u + d \quad (4.60)$$

cujas representação em espaço de estados é:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_p x + b_p(u + d) \\ y &= c^T x \end{aligned} \quad (4.61)$$

onde  $x \in \mathfrak{R}^n$  representa o vetor de estados,  $u \equiv V_a(t)$  é a entrada,  $y$  é a saída e  $d \equiv h(t)$  é a perturbação gerada pela histerese. Além disso, tem-se:

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-k}{m} & \frac{-b}{m} \end{bmatrix}; b_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; c_p^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A dinâmica não-modelada ( $F(\mu p)$ ) e a perturbação de saída ( $\delta$ ) adicionadas ao sistema através da utilização do GRED (Nunes 2004) para a compensação do grau relativo da planta acima são representadas conforme a figura 4.8.

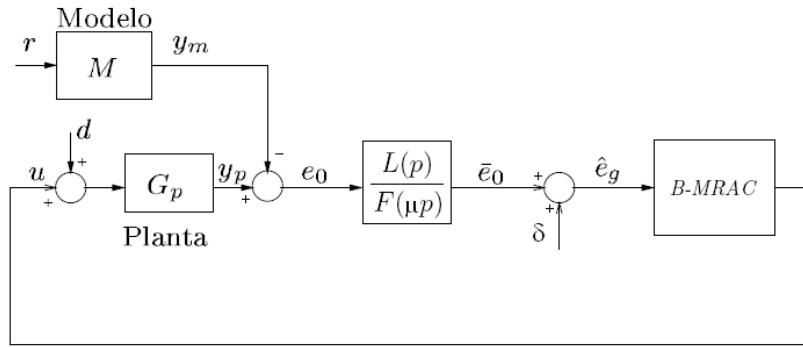


FIGURA 4.8: Representação por diagrama de blocos da dinâmica não-modelada e da perturbação de saída gerada pelo GRED

onde  $\mu$  é uma pequena constante positiva,  $F(\mu p)$  é um polinômio Hurwitz em  $\mu p$ , ou seja,  $F(\mu p) = (\mu p + 1)^l$ , onde  $l \geq n^* - 1$  é o grau de  $F(\mu p)$  e  $F(0) = 1$ ,  $L(p)$  é dado por

$$L(p) = \gamma_0 p^{(n^*-1)} + \gamma_1 p^{(n^*-2)} + \dots + \gamma_{n^*-2} p + \gamma_{n^*-1}$$

e  $\delta$  é a perturbação de saída (limitada por construção).

Esta representação pode ser apresentada, de forma equivalente, conforme abaixo:

onde  $z \in \mathfrak{R}^m$  representa o estado da dinâmica não-modelada adicionada ao sistema pelo GRED.

Obtém-se então:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_p x + b_p z, \\ \mu \dot{z} = -z + (u + d), \\ y = c^T x + \delta, \quad c^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \end{cases} \quad (4.62)$$

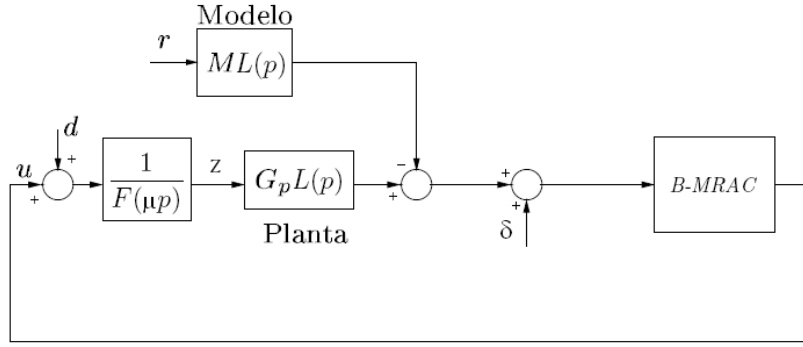


FIGURA 4.9: Representação por diagrama de blocos da forma atuador obtida

cujas forma atuador pode ser escrita conforme em (Kokotovic, Khalil & O'Reilly 1986):

$$\begin{cases} \dot{x} = A_1 x + A_{12} z + b_1(u + d), \\ \mu \dot{z} = A_2 z + b_2(u + d), \\ y = c^T x + \delta, \quad c^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \end{cases} \quad (4.63)$$

onde

$$A_1 = A_p; A_2 = -1; A_{12} = b_p; b_1 = 0; b_2 = 1;$$

O modelo nominal utilizado é dado por uma aproximação através da redução da ordem da planta (4.62), obtida ao se fazer  $\mu = 0$ , ou seja:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_r x + b_r u \quad (d = 0), \\ y = c^T x \end{cases} \quad (4.64)$$

onde  $A_r = A_1$ ,  $b_r = A_{12}$  e  $c_r^T = c^T$ . A função de transferência correspondente é denotada por:

$$G_r(p) = k_p \frac{N_r(p)}{D_r(p)} \quad (4.65)$$

sendo  $k_p = c_r^T b_r = c^T (b_1 - A_{12} A_2^{-1} b_2)$  o ganho de alta frequência da planta.

O modelo de referência é dado por:

$$y_m = G_m(p)r, \quad G_m(p) = k_m \frac{N_m(p)}{D_m(p)} \quad (4.66)$$

onde  $r$  é o sinal de referência e  $y_m$  é a saída do modelo.

São consideradas então as seguintes hipóteses:

(a) o modelo reduzido é completamente observável e controlável com  $\text{grau}(D_r) = n$  e  $\text{grau}(N_r) = n - 1$ , com  $n$  conhecido;

(b)  $\text{sign}(k_p) = \text{sign}(k_m)$  (positivo, por simplicidade);

(c)  $N_r(p)$  é Hurwitz, isto é,  $G_r(p)$  é fase mínima;

(d) as dinâmicas desprezadas são estáveis, ou seja,  $\text{Re}(\lambda(A_2)) < 0$ ;

(e) ambos  $r(t)$  e  $d(t)$  são assumidas contínuas por partes e uniformemente limitadas, isto é,  $\sup|r(t)| \leq \bar{r}$  e  $\sup|d(t)| \leq \bar{d}$ ;

(f)  $G_m(p)$  tem o mesmo grau relativo de  $G_r(p)$  e é escolhida tal que seja estritamente real positiva (Strictly Positive Real - SPR).

Define-se então a variável auxiliar  $F = A_2 z + b_2 u$  e o vetor

$$\bar{x}^T = [x^T \ v_1^T \ v_2^T] \quad (4.67)$$

Deste modo a planta (4.62) e os filtros (4.3) podem ser reescritos como:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = A_0 \bar{x} + \bar{b} u + A_{12} F + \bar{b}_1 d \\ \mu \dot{z} = F + b_2 d \\ y = h^T \bar{x} + \delta, h^T = [c_r^T \ 0 \ \dots \ 0] = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \end{cases} \quad (4.68)$$

onde

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_r & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ g c_r^T & 0 & \Lambda \end{bmatrix}; \bar{b} = \begin{bmatrix} b_r \\ g \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{A}_{12} = \begin{bmatrix} A_{12} A_2^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{b}_1 = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

O modelo de referência pode então ser representado como:

$$\begin{cases} \dot{x}_m = A \bar{x}_m + b r \quad (d = 0) \\ y_m = h^T \bar{x}_m \end{cases} \quad (4.69)$$

Como  $G_m(p)$  é SPR (hipótese (f)), então existem matrizes  $P = P^T > 0$  e  $Q = Q^T > 0$  tal que a realização acima satisfaça

$$\begin{cases} A^T P + PA = -2Q \\ Pb = h \end{cases} \quad (4.70)$$

A equação da dinâmica do erro é então apresentada conforme segue:

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + \bar{b}(u - \theta^* \omega) + \bar{A}_{12}F + \bar{b}_1 d \\ \mu z = F + b_2 d \\ e_1 = h^T e + \delta \end{cases} \quad (4.71)$$

onde  $e = \bar{x} - \bar{x}_m$  é o vetor de erro de estado e  $\delta$  a perturbação de saída introduzida pelo GRED (Nunes 2004).

Tem-se então a seguinte função candidata de Lyapunov (Costa & Hsu 1990):

$$V(e, z, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \epsilon^T \bar{P} \epsilon + \frac{1}{2} (\theta_{2n}^* \gamma)^{-1} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (4.72)$$

onde

$$\epsilon^T = [e^T \ z^T]; \bar{P} = \begin{bmatrix} P & R^T \\ R & S \end{bmatrix}$$

**Lema 4.2**  $\bar{P} = \begin{bmatrix} P & R^T \\ R & S \end{bmatrix}$

com  $P = P^T > 0$  e  $S = S^T$  é positivo definido se e somente se

$$S - RP^{-1}R^T > 0 \quad (4.73)$$

*Prova:* Ver (Jiang 1998).

sendo que P é dado em (4.69) e R e S (apropriadamente definidos a seguir) tais que a exigência acima seja verificada.

A derivada desta função candidata de Lyapunov é apresentada abaixo:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, z, \tilde{\theta}) = & - e^T Q e - (\theta_{2n}^* \gamma)^{-1} \sigma \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} - (\theta_{2n}^*)^{-1} (h^T e + \delta) \omega + F^T (\bar{A}_{12}^T P + R) e \\ & + \mu z^T [\frac{1}{2} (A_2^T S + S A_2) + R \bar{A}_{12} A_2] z + \mu z^T R A e + \mu z^T R \bar{b} (\theta - \theta^*)^T \omega \end{aligned}$$

$$+ \mu z^T (R\bar{A}_{12} + S)b_2\theta^T \omega + e^T (P\bar{b}_1 + R^T b_2)d + \mu z^T (R\bar{b}_1 + S b_2)d \quad (4.74)$$

O termo  $F^T(\bar{A}_{12}^T P + R)e$  pode ser eliminado ao se escolher  $R = -\bar{A}_{12}^T P$ , o que implica que a inequação (4.78) se torna  $S - \bar{A}_{12}^T P \bar{A}_{12} > 0$ . Como  $A_2$  é Hurwitz (hipótese (d)), então existem matrizes  $P_1 = P_1^T > 0$  e  $Q_1 = Q_1^T > 0$  tal que

$$A_2^T P_1 + P_1 A_2 = -2Q_1 \quad (4.75)$$

Ao se escolher  $S = \alpha P_1$ , com  $\alpha > 0$  suficientemente grande tal que satisfaça (4.72), simultaneamente se garantirá que o termo quadrático  $\mu z^T [\cdot] z$  é negativo definido e limitado superiormente por  $-\mu z^T Q_2 z$ ,  $Q_2 > 0$ .

Então, de (4.73), e sabendo-se que  $\omega = \Phi e + \omega_m$  (sendo  $\Phi$  uma matriz constante positiva), chega-se a:

$$\dot{V} \leq -e^T Q e - (\theta_{2n}^* \gamma)^{-1} \sigma \tilde{\theta}^T \theta - \mu z^T Q_2 z + \mu z^T [Q_3 e + Q_4 \omega_m + Q_5 d] + e^T Q_6 d + (\theta_{2n}^*)^{-1} \tilde{\theta} \delta \omega \quad (4.76)$$

onde

$$\begin{aligned} Q_3 &= RA + R\bar{b}\tilde{\theta}^T \Phi + R\bar{A}_{12} b_2 \theta^T \Phi + S b_2 \theta^T \Phi \\ Q_4 &= Q_3 - RA \\ Q_5 &= R\bar{b}_1 + S b_2 \\ Q_6 &= P\bar{b}_1 + R b_2 \end{aligned}$$

Considerando a perturbação de saída  $\delta$  limitada por construção, chega-se a:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_1 \|e\|^2 - (\theta_{2n} \gamma)^{-1} \sigma \tilde{\theta}^T \theta - \mu k_2 \|z\|^2 + \mu k_3 \|e\| \|z\| + \\ & + \mu k_4 \|z\| + \mu k_5 \|z\| \bar{d} + k_6 \|e\| \bar{d} + \delta \|\tilde{\theta}\| [k_7 \|e\| + k_8] \end{aligned} \quad (4.77)$$

Fazendo-se  $\tilde{z} = \sqrt{\mu} z$ , obtém-se:

$$\dot{V} \leq -(k_1\|e\|^2 + k_2\|\tilde{z}\|^2 - \sqrt{\mu}k_3\|e\|\|\tilde{z}\|) + \sqrt{\mu}\|\tilde{z}\|(k_4 + k_5\bar{d}) + k_6\|e\|\bar{d} + \delta\|\tilde{\theta}\|[k_7\|e\| + k_8] \quad (4.78)$$

Utilizando  $\tilde{\epsilon}^T = [e^T \tilde{z}^T]$ , pode-se concluir que:

$$\dot{V} \leq -k_9\|\tilde{\epsilon}\|^2 + k_{10}\|\tilde{\epsilon}\| + k_8\delta\|\tilde{\theta}\| \quad (4.79)$$

onde

$$-(k_1\|e\|^2 + k_2\|\tilde{z}\|^2 - \sqrt{\mu}k_3\|e\|\|\tilde{z}\|) \leq -k_9\|\tilde{\epsilon}\|^2 < 0$$

e

$$k_{10} = (\sqrt{\mu}k_4 + \sqrt{\mu}k_5\bar{d} + k_6\bar{d} + k_7\delta)$$

Somando e subtraindo-se  $(\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\|\tilde{\theta}\|^2$  de (4.79), obtém-se:

$$\dot{V} \leq -(k_9\|\tilde{\epsilon}\|^2 + (\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\|\tilde{\theta}\|^2) + (\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\|\tilde{\theta}\|^2 + k_{10}\|\tilde{\epsilon}\| + k_8\delta\|\tilde{\theta}\| \quad (4.80)$$

Como  $\|\tilde{\theta}\|^2$  é limitado, pode ser escrito como  $\bar{\theta}\|\tilde{\theta}\|$ , onde  $\bar{\theta} > \|\tilde{\theta}\|$  é uma constante positiva. A expressão (4.79) pode ser escrita, então, conforme segue:

$$\dot{V} \leq -(k_9\|\tilde{\epsilon}\|^2 + (\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\|\tilde{\theta}\|^2) + ((\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\bar{\theta} + k_8\delta)\|\tilde{\theta}\| + k_{10}\|\tilde{\epsilon}\| \quad (4.81)$$

Seja

$$X^2 = k_9\|\tilde{\epsilon}\|^2 + (\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\|\tilde{\theta}\|^2$$

Deste modo, (4.80) pode ser escrita como

$$\dot{V} \leq -X^2 + MX \quad (4.82)$$

sendo  $M = \left(\frac{k_{10}}{\sqrt{k_9}} + \frac{(\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\bar{\theta} + k_8\delta}{\sqrt{\theta_{2n}^*\gamma}}\right)$  limitados.

Conforme demonstrado em (Costa & Hsu 1990), um sistema cujo  $\dot{V}$  pode ser representado conforme (4.81) teria um limitante superior de  $V$  dentro do conjunto residual  $|X| \leq |M|$  dado por:



$$V \leq \frac{\lambda_{max}(\bar{P})M_\rho^2}{2} + \frac{(M_\theta + \|\theta^*\|)^2}{2\theta_{2n}^*\gamma} \quad (4.83)$$

onde

$$M_\rho = (1 + \rho)M = (1 + \rho)\left(\frac{\sqrt{\mu}k_4 + \sqrt{\mu}k_5\bar{d} + k_6\bar{d} + k_7\bar{\delta}}{\sqrt{k_9}} + \frac{(\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\bar{\theta} + k_8\bar{\delta}}{\sqrt{\theta_{2n}^*\gamma}}\right) \quad (4.84)$$

sendo  $\rho > 0$  arbitrariamente pequeno. Utilizando-se o limitante inferior de (4.72):

$$\frac{1}{2}\lambda_{min}(\bar{P})\|e\|^2 \leq \frac{1}{2}\lambda_{min}(\bar{P})\|\tilde{\epsilon}\|^2 \leq V \leq \lambda_{max}(\bar{P})M_\rho + \frac{(M_\theta + \|\theta^*\|)^2}{2\theta_{2n}^*\gamma} \quad (4.85)$$

ou seja:

$$\|e\|^2 \leq k_{11}\left(\frac{\sqrt{\mu}k_4 + \sqrt{\mu}k_5\bar{d} + k_6\bar{d} + k_7\bar{\delta}}{\sqrt{k_9}} + \frac{(\theta_{2n}^*\gamma)^{-1}\bar{\theta} + k_8\bar{\delta}}{\sqrt{\theta_{2n}^*\gamma}}\right)^2 + \frac{(M_\theta + \|\theta^*\|)^2}{2\theta_{2n}^*\gamma} \quad (4.86)$$

sendo  $k_{11} = 2\frac{\lambda_{max}(\bar{P})}{\lambda_{min}(\bar{P})}(1 + \rho)$ .

Deste modo pode-se concluir que o sistema tende ao seguinte conjunto compacto:

$$\|e(t)\| \leq c_1\sqrt{\mu} + c_2\bar{d} + c_3\bar{\delta} + \frac{c_4}{\sqrt{\gamma}} + \frac{c_5\bar{\theta}}{\sqrt{\gamma}} \quad (4.87)$$

Dentro deste conjunto compacto, o GRED irá se comportar apenas como um RED. Então, de acordo com (Nunes 2004), os termos  $\mu$  e  $\delta$  serão iguais a zero em tempo finito. O conjunto compacto, então, tornaria-se:

$$\|e(t)\| \leq c_2\bar{d} + \frac{c_4}{\sqrt{\gamma}} + \frac{c_5\bar{\theta}}{\sqrt{\gamma}} \quad (4.88)$$

Pelos resultados obtidos por simulação apresentados na seção 5.4, conjectura-se que seja possível provar que o termo relativo à perturbação de entrada seja também amenizado pelo aumento do ganho de adaptação  $\gamma$ .

No capítulo seguinte serão apresentados os resultados obtidos pelo controlador proposto no presente trabalho e os resultados obtidos em (Shieh 2007).

# Capítulo 5

## Resultados

Para a análise dos resultados obtidos por simulação no presente trabalho, foi considerado o sistema representado em (3.43) e (3.44) para o caso sem a carga de 1.02kg, e o sistema representado em (3.45) e (3.46) para o caso com a carga de 1.02kg. Deve-se levar em consideração que a comparação deve ser feita com relação ao comportamento de um único eixo dos atuadores piezoelétricos utilizados em (Shieh 2007), já que o controle foi elaborado de forma equivalente e individual para cada eixo.

Foi utilizado um controlador PI (Proporcional-Integral) através do bloco “PID Controller” disponível no Simulink/Matlab (fazendo-se a ação derivativa igual a zero). A estrutura deste controlador é dada por:

$$u = \bar{u} + K_p \cdot \left( e + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(\delta) d\delta \right) \quad (5.1)$$

onde  $u$  é o sinal de comando,  $\bar{u}$  é o valor nominal do sinal de controle,  $e$  é o erro,  $t$  representa o tempo,  $K_p$  é o ganho proporcional e  $\tau_i$  a constante de tempo da ação integral. No sistema piezoelétrico representado em (3.26) e (3.27),  $u = V_a$ .

Antes da realização das simulações foi sugerida por Shieh, por correspondência privada, a adição de um filtro passa-baixa (na forma de  $F(\tau p)^{-1}$ , originada de (4.31)) que representasse o filtro do amplificador de tensão (cuja saída é aplicada diretamente ao atuador piezoelétrico), assim como a adição de um filtro passa-baixa que representasse o filtro do condicionador de sinal que realimenta a posição do atuador ao controlador. Porém, o próprio Shieh enfatizou que não conhecia os valores destes filtros, tendo então os definido em suas simulações por tentativa e erro, tal que a atuação do PI fosse

restringida de forma aproximada à atuação obtida experimentalmente por Shieh.

Sendo assim, os valores das constantes de tempo destes filtros utilizados no presente trabalho foram de:  $\tau_{entrada} = 2$  e  $\tau_{saída} = 0.175$ .

Deve-se enfatizar que estes filtros passa-baixa não foram considerados na análise de estabilidade de (Shieh 2007), e que estes filtros também estavam presentes quando o GRED/B-MRAC foi aplicado, sendo então possível uma comparação concreta entre o mesmo e o PI. Na nossa análise, estes filtros são incorporados como dinâmica não-modelada, como pode ser visto no Capítulo 4.

Do mesmo modo que na literatura, o PI foi sintonizado por tentativa e erro tal que obtivesse o melhor comportamento possível, o que no presente trabalho ocorreu com  $K_p = 1.1$  e  $K_i = 0.12$ .

Esclarecidas estas questões, se tornará claro nas figuras a seguir que um controlador convencional (no presente caso, o PI) não gera um comportamento satisfatório do sistema piezoelétrico, já que a resposta do mesmo apresentou erros elevados com relação à sua saída desejada em todos os casos abordados (onda senoidal, onda triangular e onda senoidal com a carga de 1.02kg, com erros máximos de regime de, respectivamente, 3%, 4% e 9%).

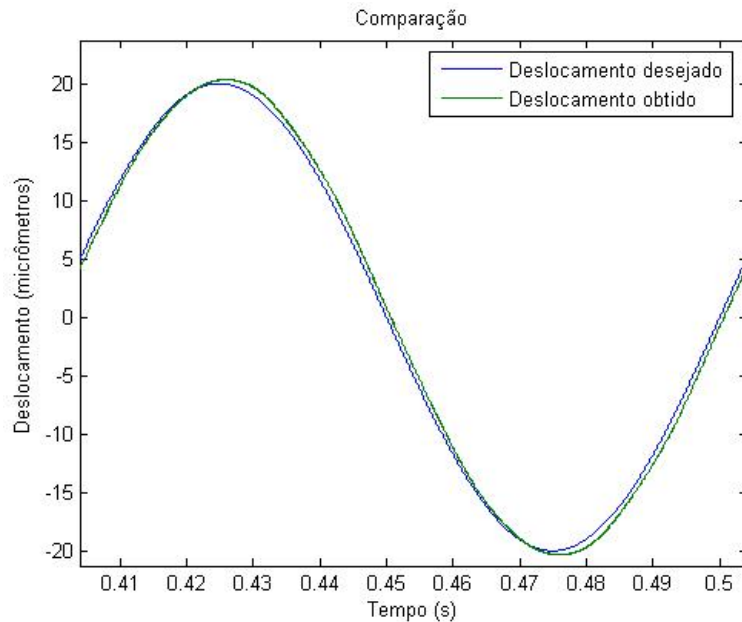


FIGURA 5.1: Comparação entre a saída desejada e a obtida por um PI para uma referência senoidal

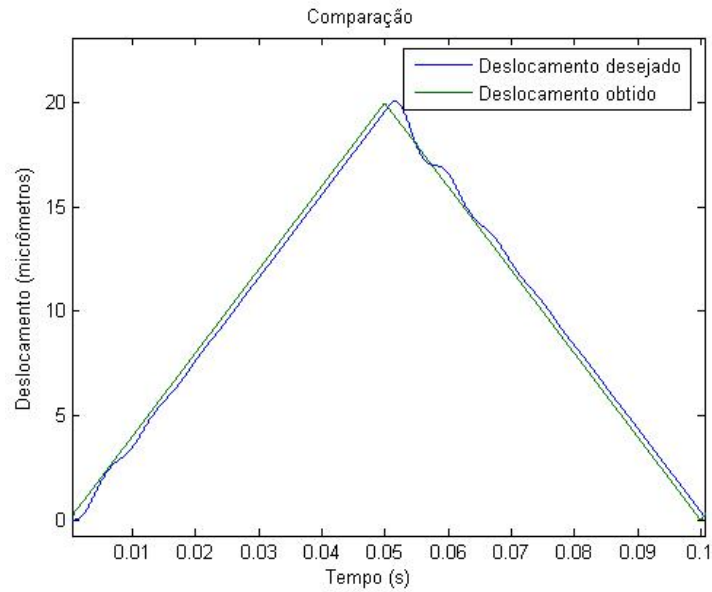


FIGURA 5.2: Comparação entre a saída desejada e a obtida por um PI para uma referência triangular

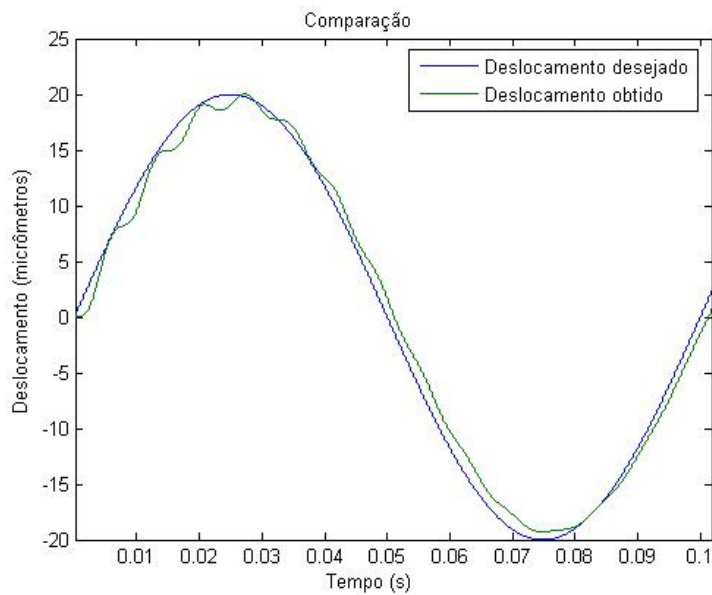


FIGURA 5.3: Comparação entre a saída desejada e a obtida por um PI para uma referência senoidal, com uma carga de 1.02kg

Dentre os parâmetros de controle, foram utilizados:  $\lambda_0 = 10$ ,  $\epsilon_M = 18$ ,  $c = 9$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\gamma = 10$ ,  $\Lambda = -1$ ,  $K_\omega = 3.2$  e  $g = 0.5$ .

Serão então apresentados os resultados experimentais obtidos por simulação pelo controlador proposto no presente trabalho. Nestas simulações foi introduzido um ruído

de medição de  $0.01\mu m$ , gerado pelo bloco “*Random Number*” do Matlab. Vale ressaltar que embora estes resultados tenham sido similares aos apresentados em (Shieh 2007), uma comparação quantitativa é indevida, pois os mesmos foram obtidos por simulação, enquanto que em (Shieh 2007) os resultados foram obtidos experimentalmente.

## 5.1 Onda senoidal de referência (amplitude = $20\mu m$ e frequência = $10Hz$ )

Foi aplicada uma referência senoidal com amplitude de  $20\mu m$  e frequência de  $10Hz$  ao sistema representado em (3.43) e (3.44). Os resultados obtidos por simulação no presente trabalho são apresentados a seguir:

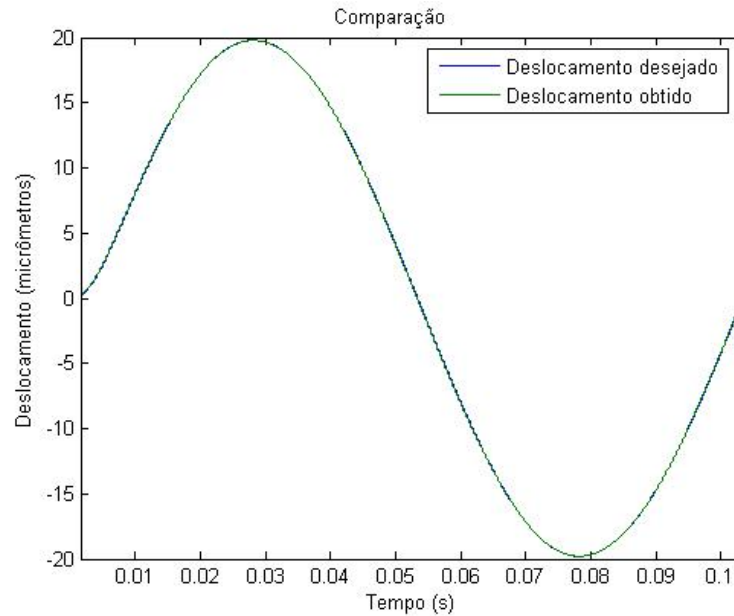


FIGURA 5.4: Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto

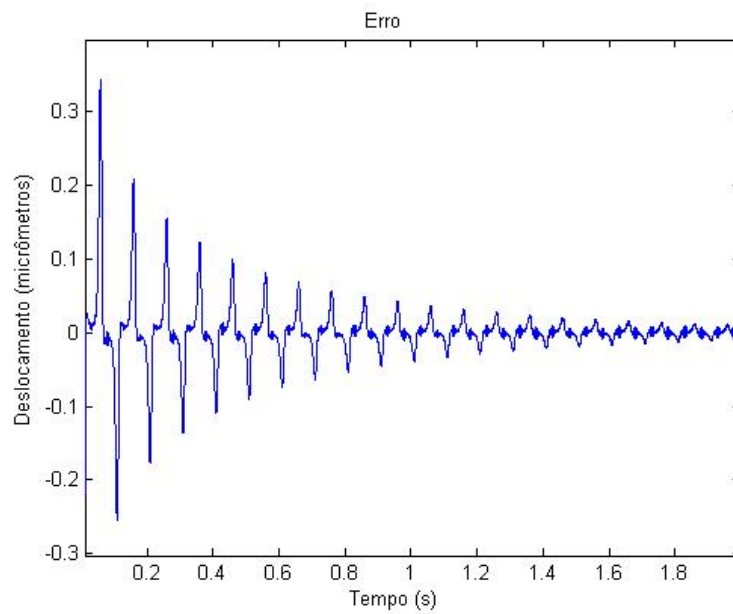


FIGURA 5.5: Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto

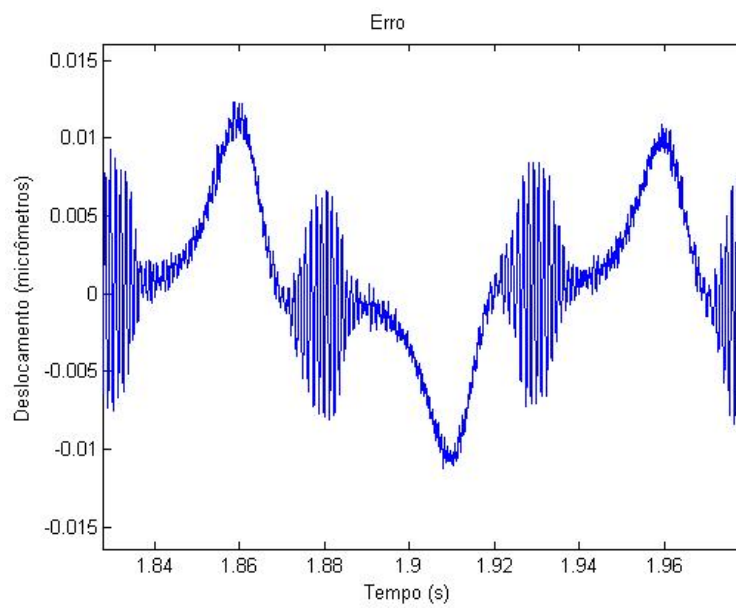


FIGURA 5.6: Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador proposto

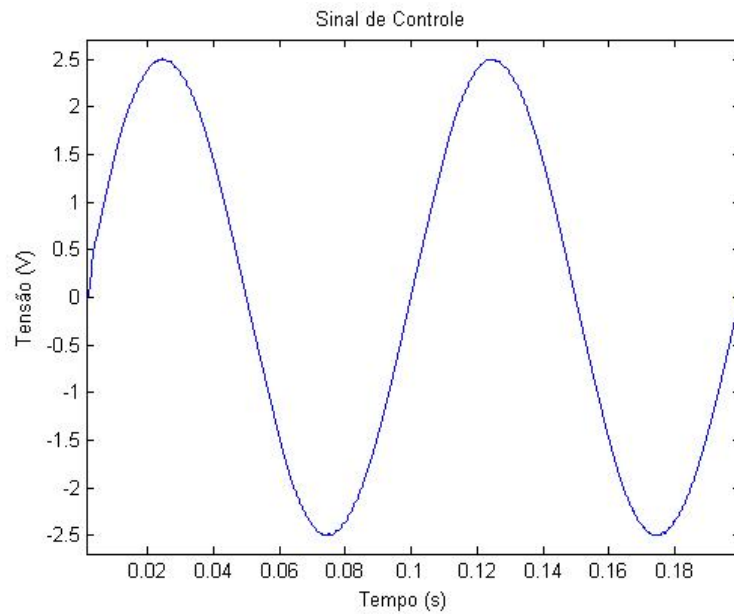


FIGURA 5.7: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto

Foi analisado também o comportamento do sistema controlado considerando-se uma condição inicial não-nula ( $y(0) = 10\mu m$ ). O seguinte resultado foi obtido:

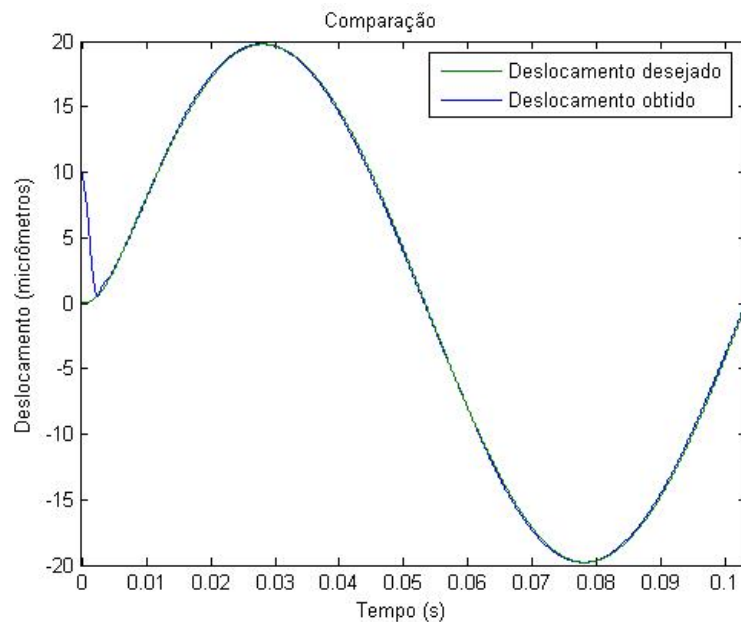


FIGURA 5.8: Comparação entre a entrada e a saída para  $y(0) = 10\mu m$

Pode-se perceber que este controlador gerou um ótimo comportamento do sistema piezoelétrico neste caso, tanto com relação ao transitório, cujo pico de erro foi de aproximadamente  $0.34\mu m$ , ou seja, 1.7% da amplitude do sinal de entrada (vide figura

5.5), quanto com relação ao regime permanente, com picos de erro de aproximadamente  $0.01\mu m$  (vide figura 5.6). Já o sinal de controle se mostrou bastante suave (vide figura 5.7), o que era muito importante, já que uma das condições para a utilização da nova abordagem da modelagem proposta no capítulo anterior era a aplicação de um sinal de controle não-ruído e não-chaveante, ou seja, o sinal mais suave possível.

Além disso, demonstrou-se que o controlador é capaz de rastrear satisfatoriamente o sinal de entrada mesmo com o atuador piezoelétrico partindo de uma condição inicial diferente de zero (vide figura 5.8).

Assumindo-se que o atuador piezoelétrico utilizado no presente trabalho tem a tendência de não sofrer perturbações bruscas durante seu funcionamento (observando-se que em (Shieh 2007) os experimentos foram feitos de forma separada com e sem a carga de 1.02kg, por exemplo), foi proposta a utilização dos valores aproximados de regime dos parâmetros  $\theta$  nas condições iniciais dos mesmos para as posteriores simulações. Deste modo haveria uma minimização do transitório de adaptação. Esta abordagem foi utilizada no caso da entrada senoidal com uma carga de 1.02kg, já que a intensidade do transitório apresentado neste caso precisou ser considerada.

## **5.2 Onda triangular de referência (amplitude = $20\mu m$ e frequência = $10Hz$ )**

Foi aplicada uma referência triangular com amplitude de  $20\mu m$  e frequência de  $10Hz$  também ao sistema representado em (3.43) e (3.44). Os resultados obtidos por simulação no presente trabalho são apresentados a seguir:



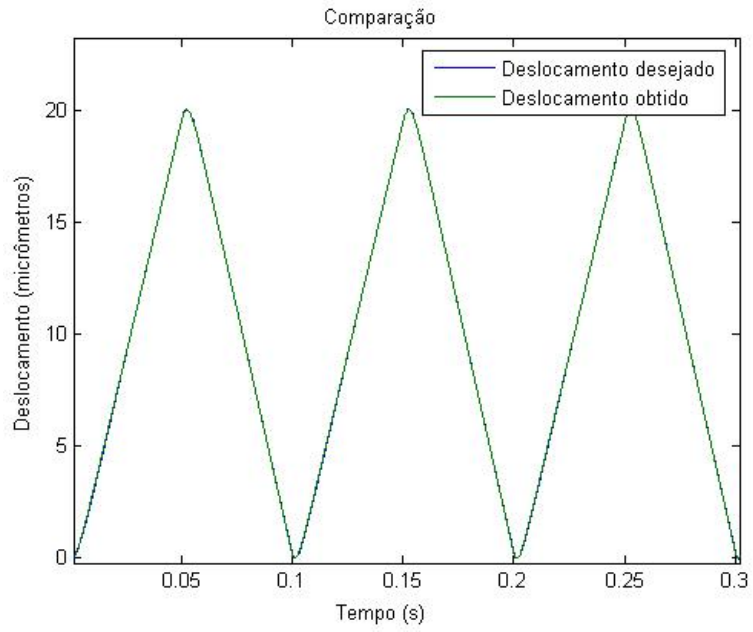


FIGURA 5.9: Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto

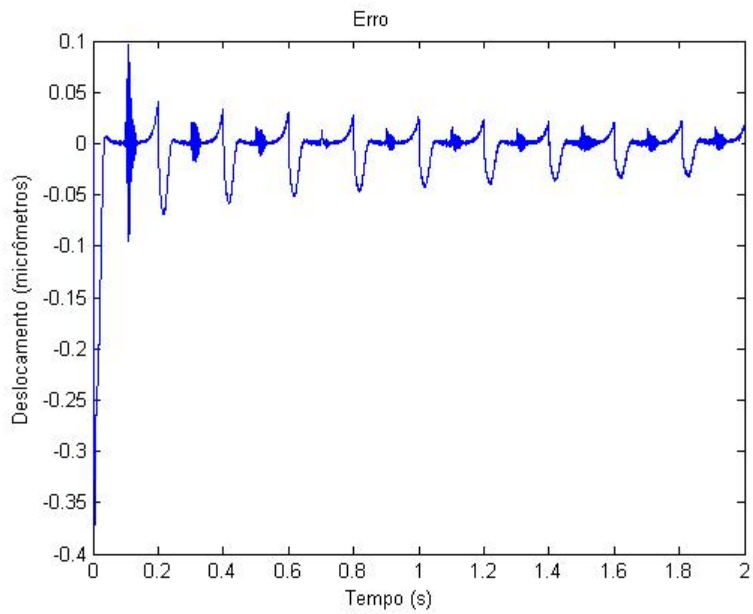


FIGURA 5.10: Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto

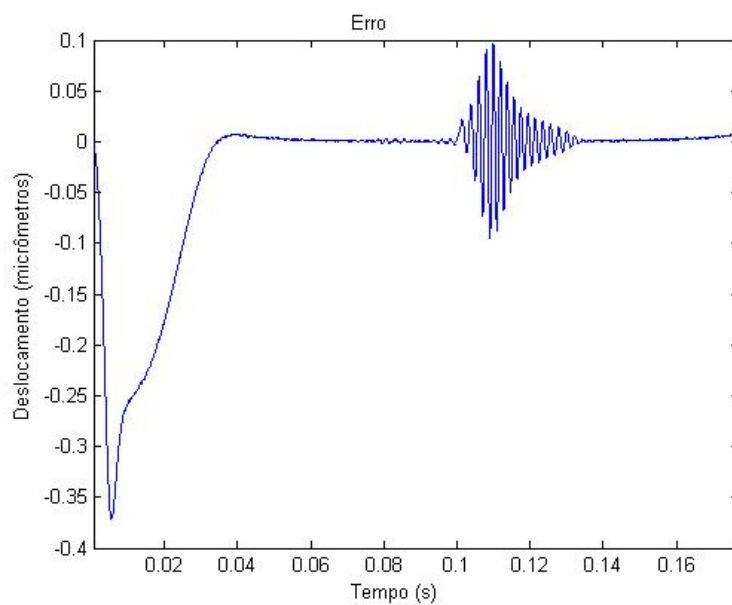


FIGURA 5.11: Zoom do transitório do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto

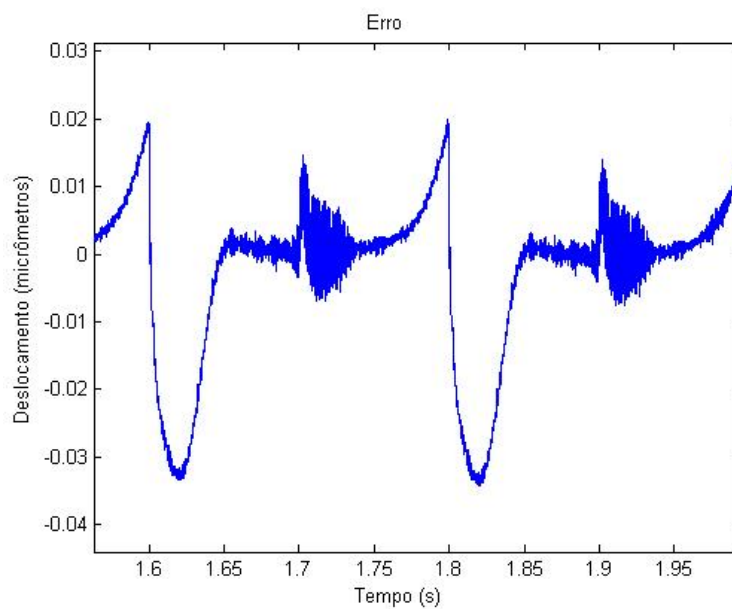


FIGURA 5.12: Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador proposto

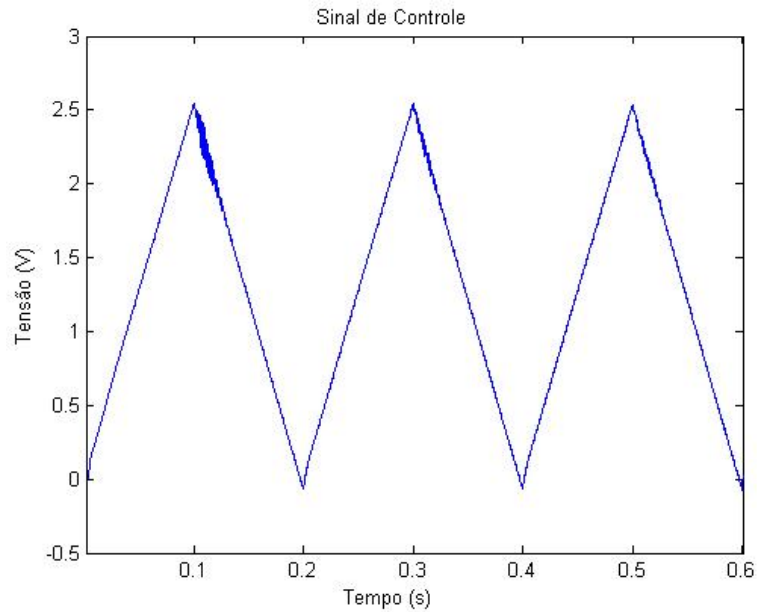


FIGURA 5.13: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto

Foi analisado também o comportamento do sistema controlado considerando-se uma condição inicial não-nula ( $y(0) = 10\mu m$ ). O seguinte resultado foi obtido:

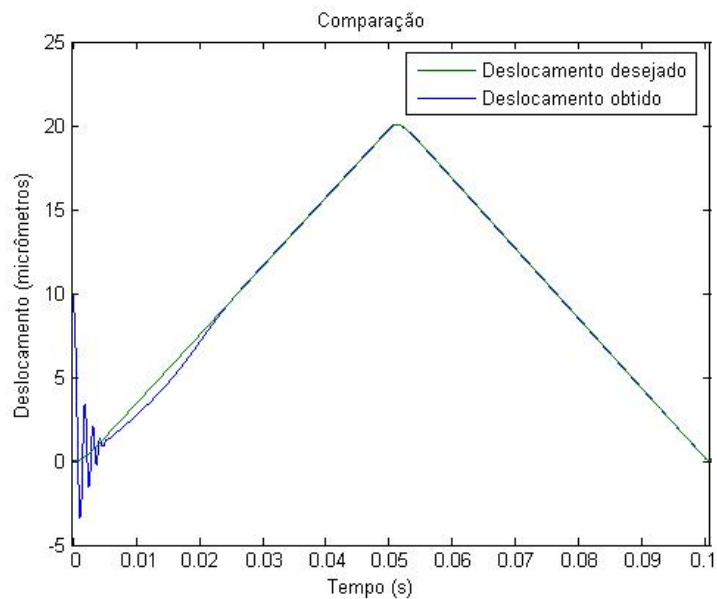


FIGURA 5.14: Comparação entre a entrada e a saída para  $y(0) = 10\mu m$

Percebe-se que o rastreamento obtido neste caso também foi bastante satisfatório. Com relação ao comportamento transitório, houve um pico de erro de aproximadamente  $0.37\mu m$ , ou seja, 1.85% da amplitude do sinal de entrada (vide figura 5.11). Já em

regime permanente, picos de erro de apenas aproximadamente  $0.03\mu m$  foram obtidos, ou seja, 0.15% (vide figura 5.12). O sinal de controle, bastante suave, também se mostrou bastante adequado (vide figura 5.13).

Além disso o controlador se mostrou capaz de rastrear satisfatoriamente o sinal de entrada mesmo com o atuador piezoelétrico partindo de uma condição inicial diferente de zero (vide figura 5.14).

Pode-se concluir então que este controlador também gerou um ótimo comportamento do sistema piezoelétrico para uma entrada triangular, tanto com relação ao seu comportamento transitório, quanto com relação ao seu comportamento em regime permanente e ao seu sinal de controle.

### 5.3 Onda senoidal de referência, com carga de 1.02kg (amplitude = $20\mu m$ e frequência = $10Hz$ )

Foi aplicada uma referência senoidal com amplitude de  $20\mu m$  e frequência de  $10Hz$  ao sistema representado em (3.43) e (3.44), com uma carga de 1.02kg. Os resultados obtidos por simulação no presente trabalho são apresentados a seguir:

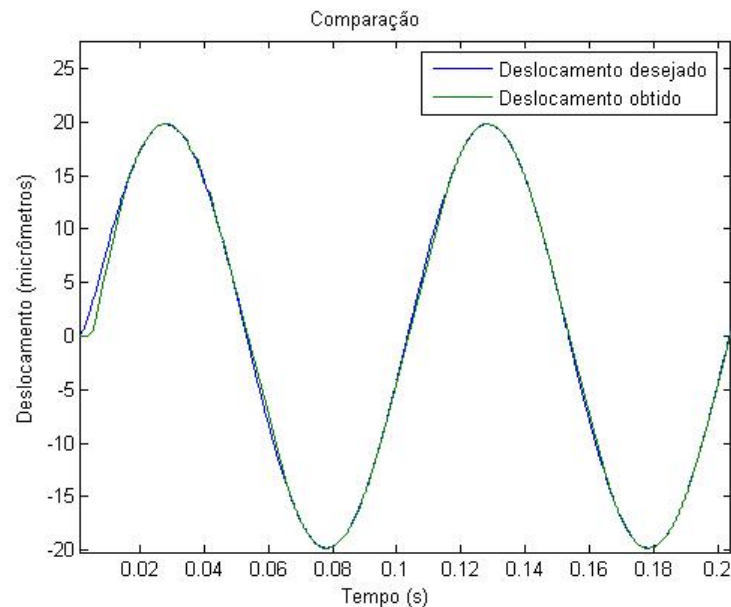


FIGURA 5.15: Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto

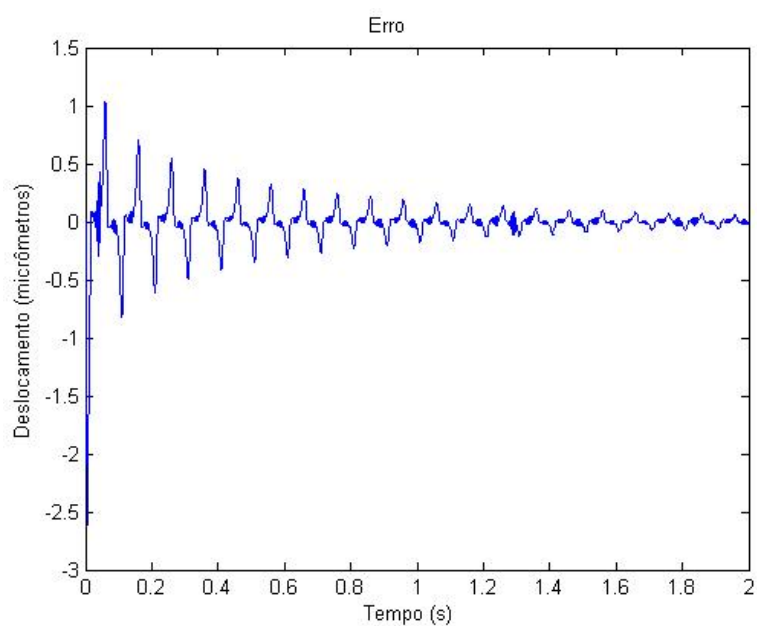


FIGURA 5.16: Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto

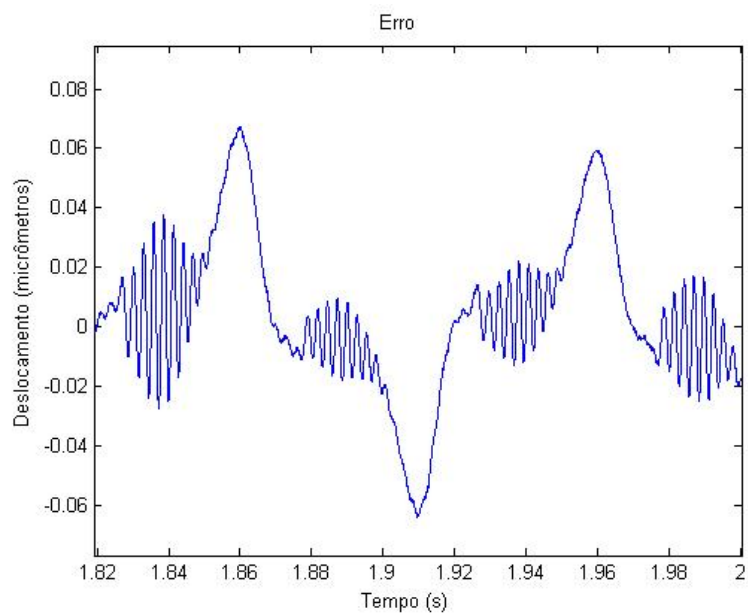


FIGURA 5.17: Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador proposto

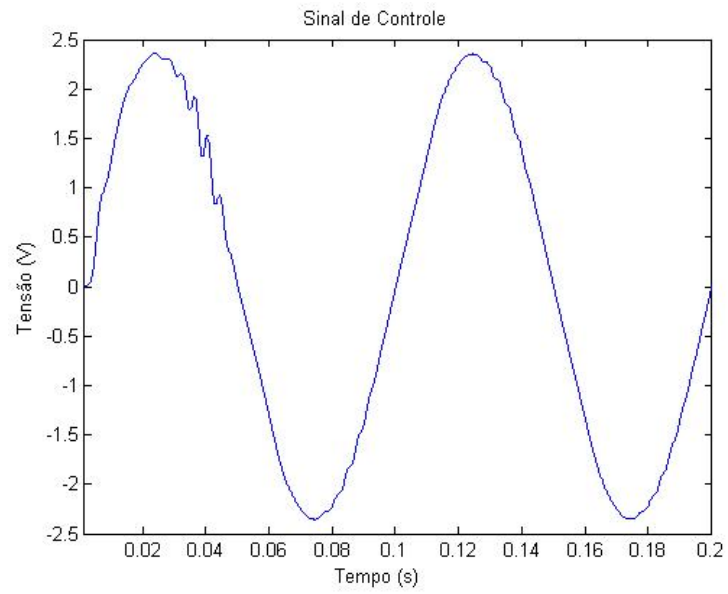


FIGURA 5.18: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto

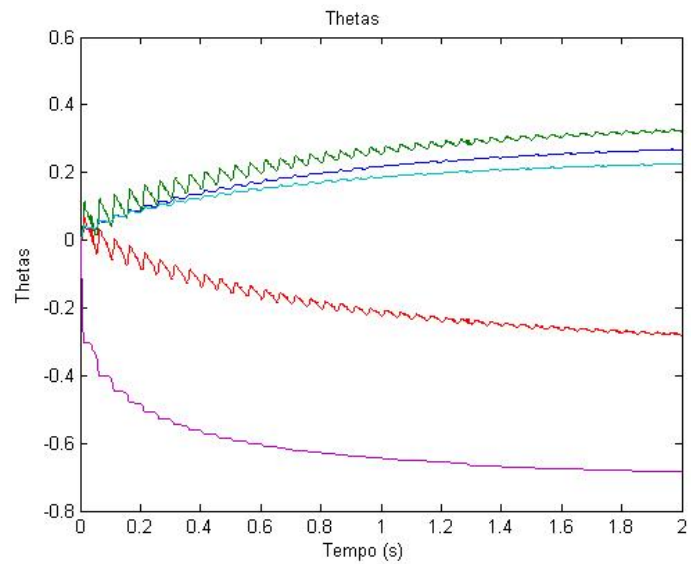


FIGURA 5.19: Comportamento dos parâmetros adaptativos  $\theta$

Neste caso, o erro de regime permanente também apresentou valores satisfatórios (aproximadamente  $0.06\mu m$ ), porém percebe-se que o transitório apresentado não foi tão adequado quanto nos casos anteriores, com duração de aproximadamente 1 segundo (vide figura 5.16). Para se otimizar este comportamento, utilizou-se da abordagem proposta no capítulo anterior. Com  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$  (valores finais de cada curva apresentada na figura 5.19), obteve-se:

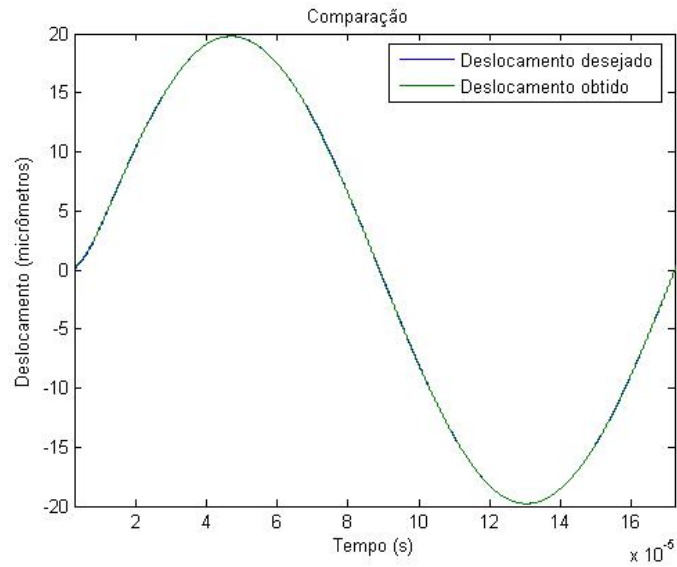


FIGURA 5.20: Comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto, para  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$

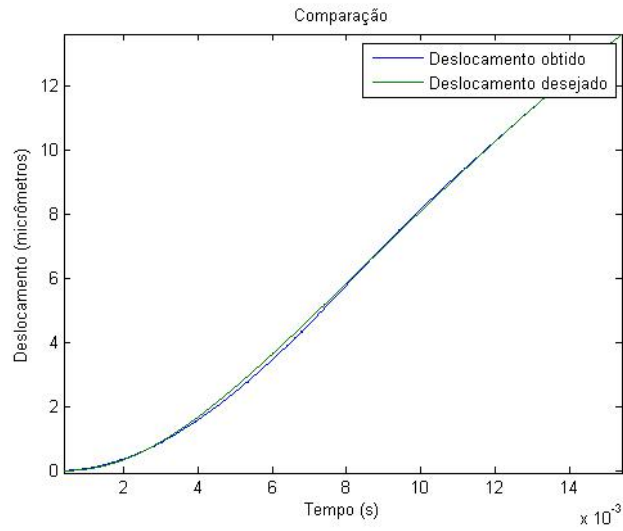


FIGURA 5.21: Zoom da comparação entre a saída desejada e a obtida pelo controlador proposto, para  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$

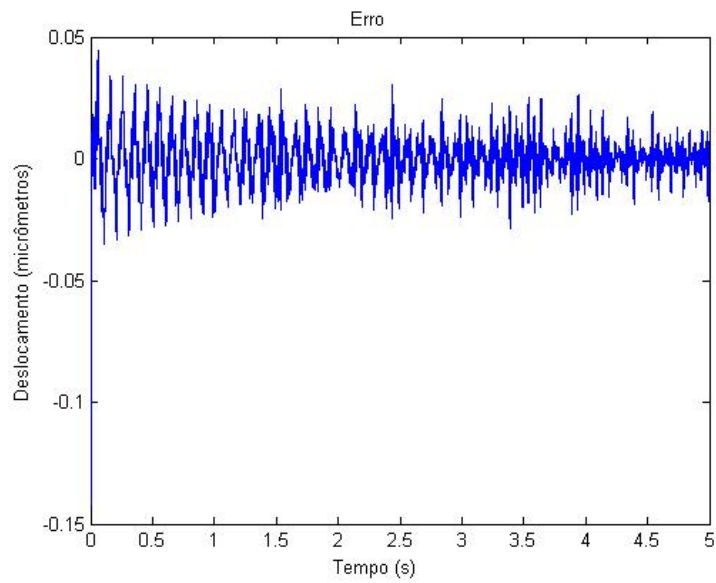


FIGURA 5.22: Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$



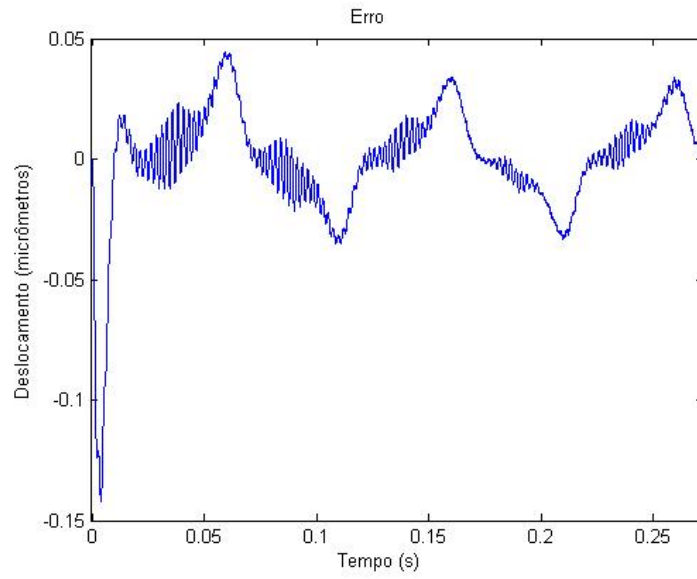


FIGURA 5.23: Zoom do transitório do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$

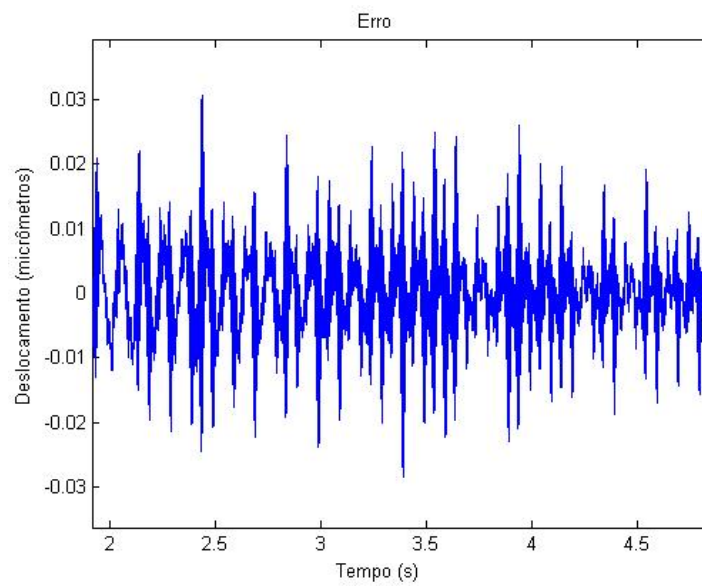


FIGURA 5.24: Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$

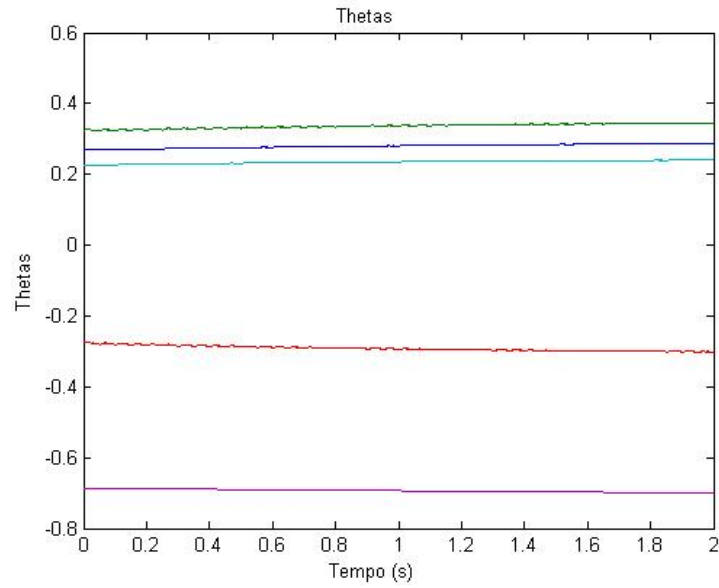


FIGURA 5.25: Comportamento dos parâmetros adaptativos  $\theta$ , para  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$

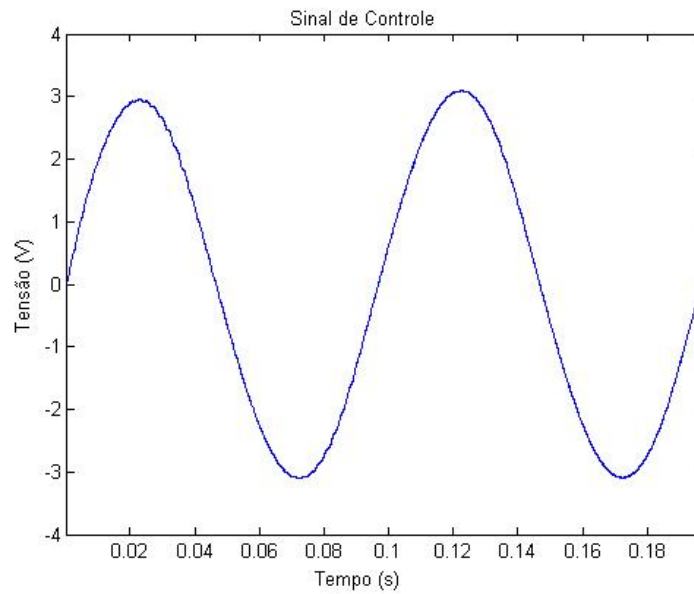


FIGURA 5.26: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para  $\theta_{ini}=[0.268 \ 0.325 \ -0.275 \ 0.226 \ -0.685]$

Foi analisado também o comportamento do sistema controlado considerando-se uma condição inicial não-nula ( $y(0) = 10\mu m$ ). O seguinte resultado foi obtido:

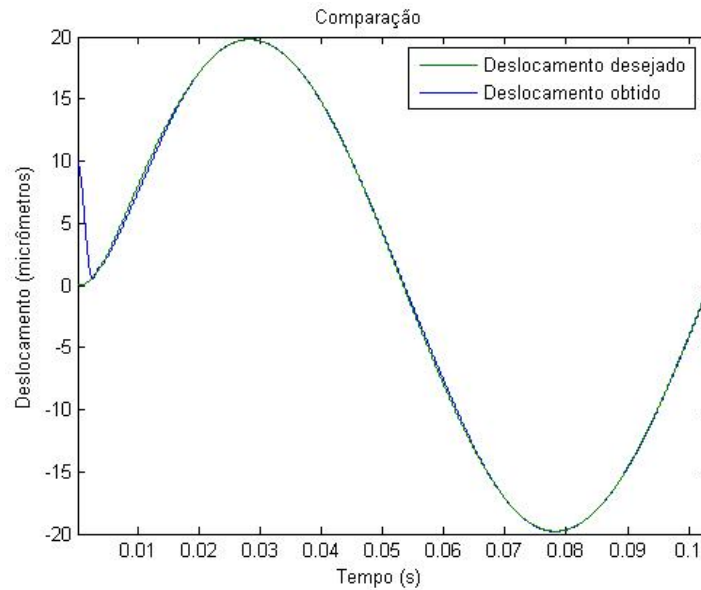


FIGURA 5.27: Comparação entre a entrada e a saída para  $y(0) = 10\mu m$

Percebe-se que este controlador obteve um ótimo desempenho no rastreamento do sinal de referência com o sistema perturbado pela massa de 1.02kg. O transitório não foi tão satisfatório inicialmente, porém, ao se utilizar a abordagem proposta no capítulo anterior, pôde-se perceber uma melhora evidente com relação a este critério (pico de erro de  $0.14\mu m$  e duração de aproximadamente 0.02s, vide figura 5.23). E o erro de regime permanente (vide figura 5.24), cuja pequena amplitude já era esperada, apresentou picos de erro de apenas aproximadamente  $0.03\mu m$ . Sobre o sinal de controle, novamente pode se concluir que o mesmo se mostrou bastante suave, sendo então adequado à aplicação do presente trabalho.

Além disso o controlador se mostrou capaz de rastrear satisfatoriamente o sinal de entrada mesmo com o atuador piezoelétrico partindo de uma condição inicial diferente de zero (vide figura 5.27).

Analisando-se os resultados apresentados, percebe-se que o controlador adaptativo binário obteve um desempenho bastante satisfatório no rastreamento de sinais diversos.

Conclui-se então, pelas simulações, que o mesmo possui um ótimo potencial para aplicações práticas de controle de um atuador piezoelétrico.

## 5.4 O efeito do ganho $\gamma$ na atenuação da perturbação

Nesta seção é apresentado o efeito do ganho  $\gamma$  na atenuação da perturbação através de simulações (com quatro diferentes valores desta variável) para uma entrada senoidal de amplitude =  $20\mu m$  e frequência =  $10Hz$ . A dinâmica dos erros e o sinal de controle obtido para cada caso serão apresentados e analisados em seqüência. Além disto, os motivos da escolha de  $\gamma = 10$  serão devidamente explicados.

Para  $\gamma = 3$ , os seguintes resultados foram obtidos:

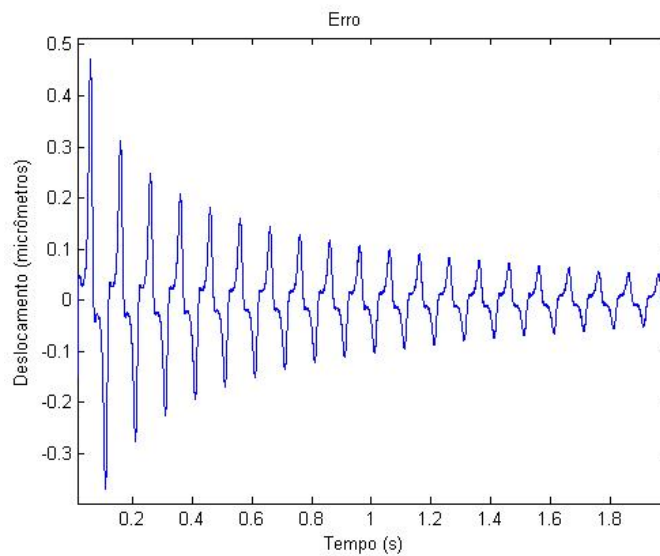


FIGURA 5.28: Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\gamma = 3$

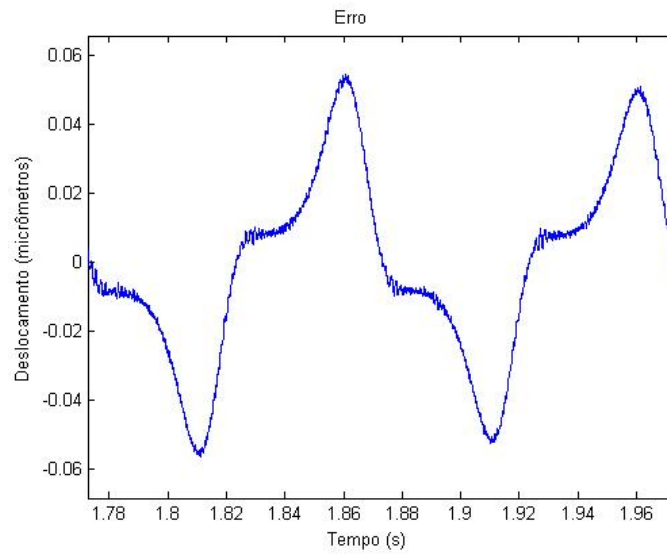


FIGURA 5.29: Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador proposto, para  $\gamma = 3$

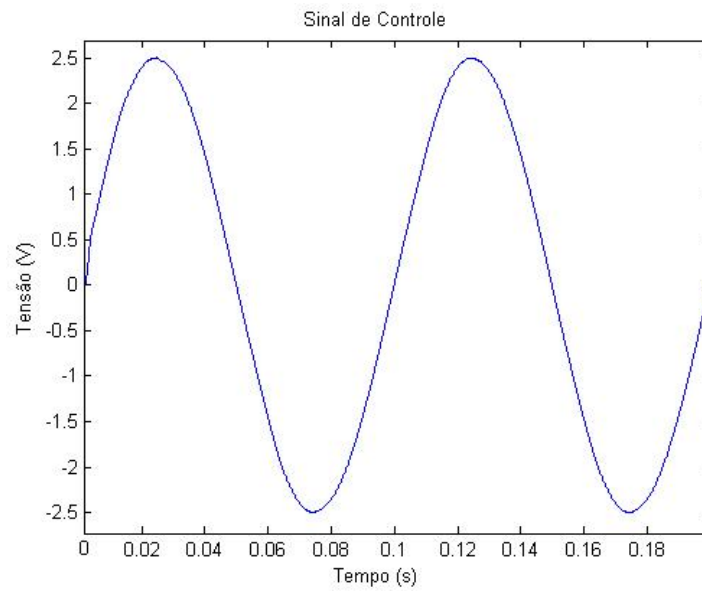


FIGURA 5.30: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para  $\gamma = 3$

Para  $\gamma = 5$ , os seguintes resultados foram obtidos:

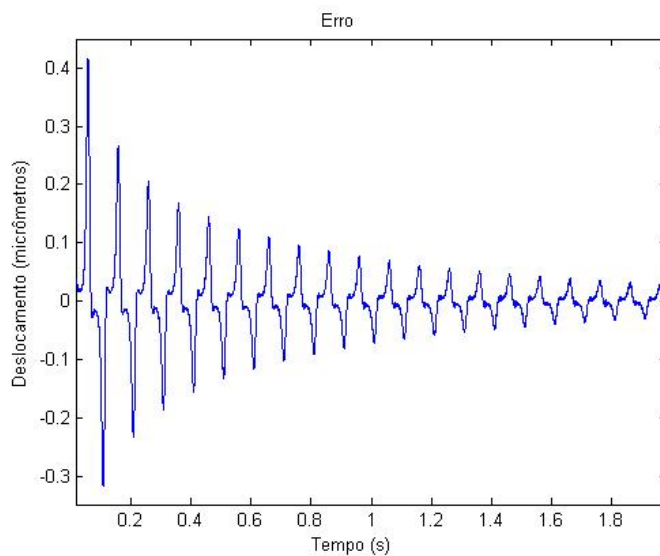


FIGURA 5.31: Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\gamma = 5$

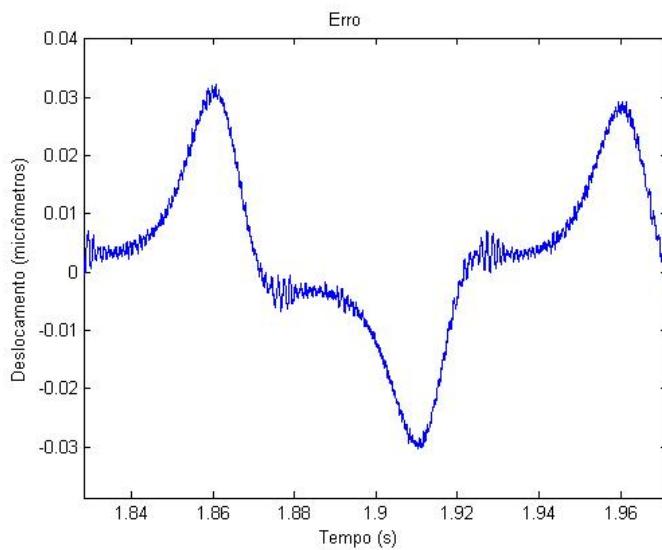


FIGURA 5.32: Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador proposto, para  $\gamma = 5$

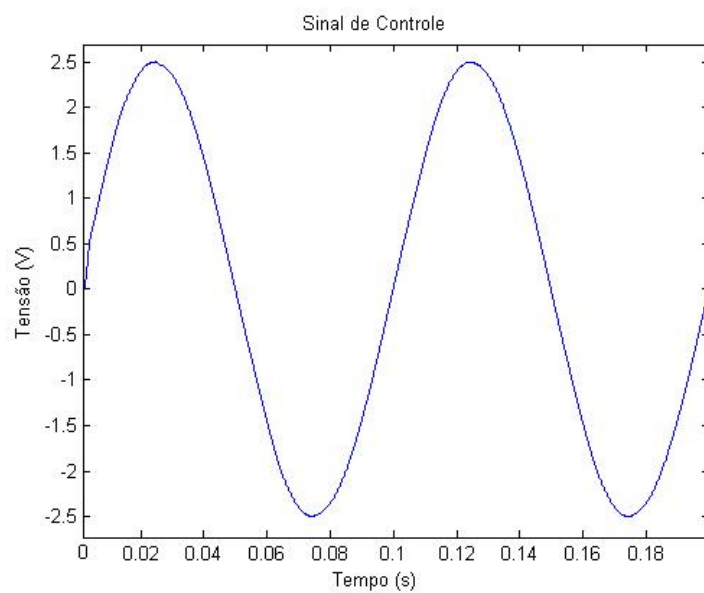


FIGURA 5.33: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para  $\gamma = 5$

Para  $\gamma = 10$ , os seguintes resultados foram obtidos:

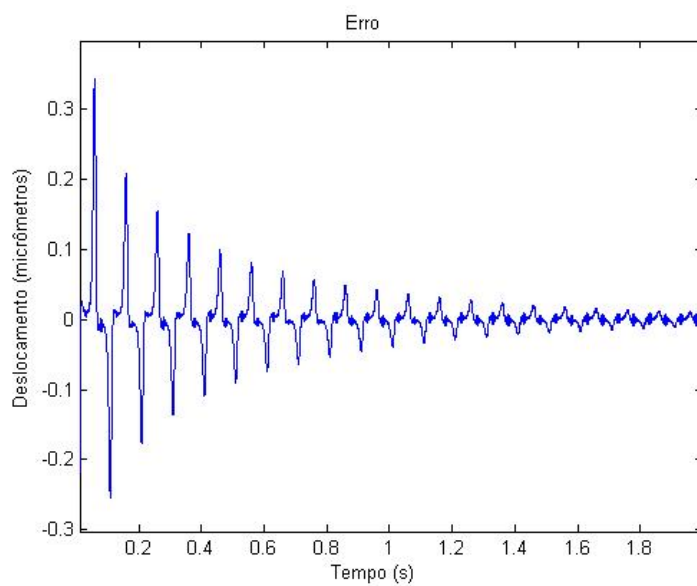


FIGURA 5.34: Gráfico do erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\gamma = 10$

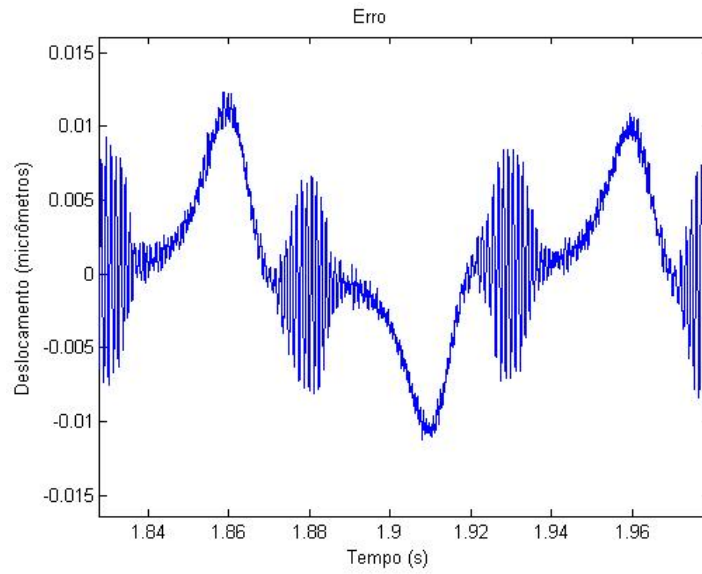


FIGURA 5.35: Zoom do erro de regime do rastreamento gerado pelo controlador proposto, para  $\gamma = 10$

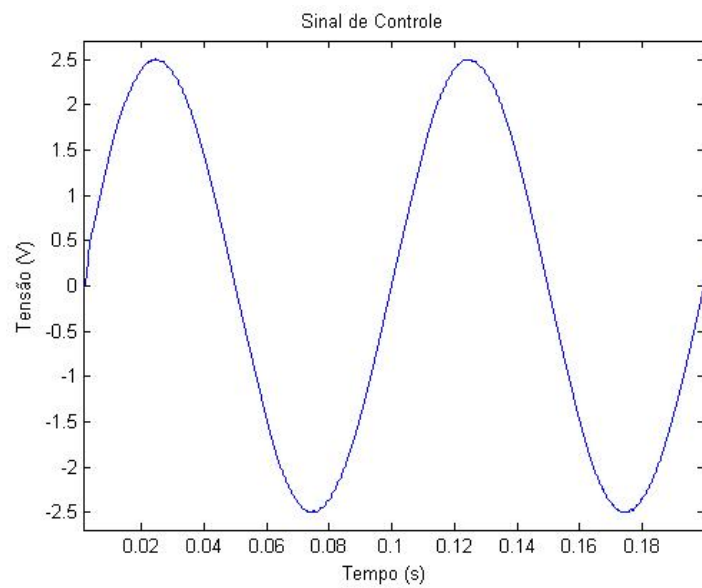


FIGURA 5.36: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para  $\gamma = 10$



Para  $\gamma = 15$ , os seguintes resultados foram obtidos:

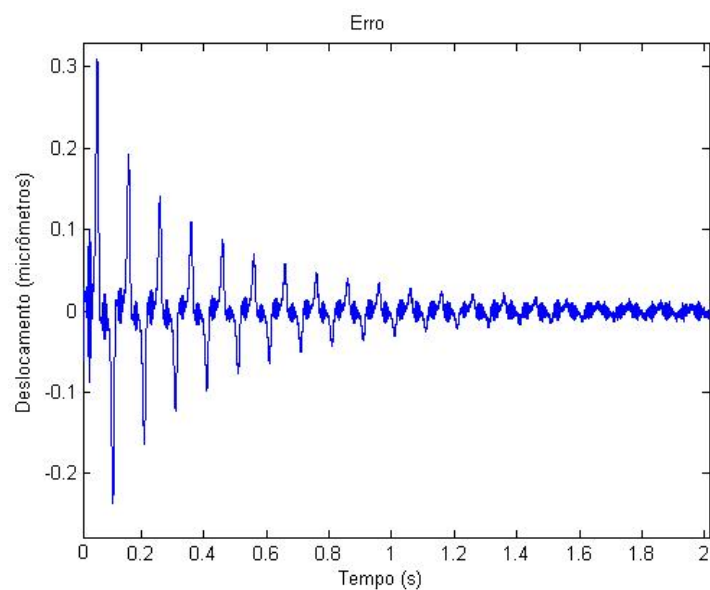


FIGURA 5.37: Erro de rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\gamma = 15$

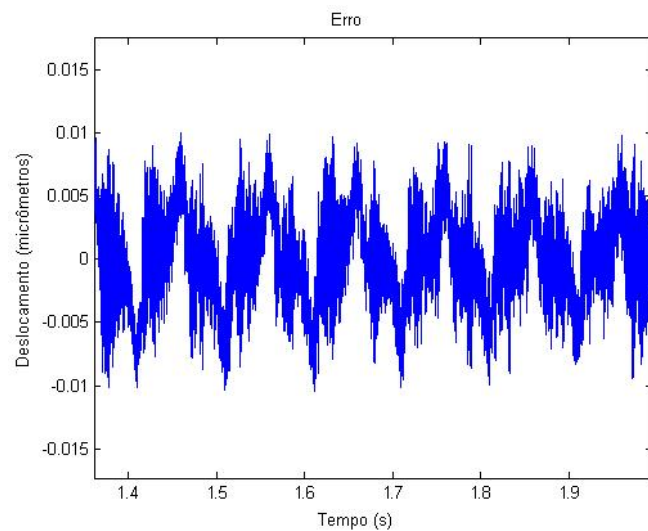


FIGURA 5.38: Zoom do erro de regime do rastreamento obtido pelo controlador proposto, para  $\gamma = 15$

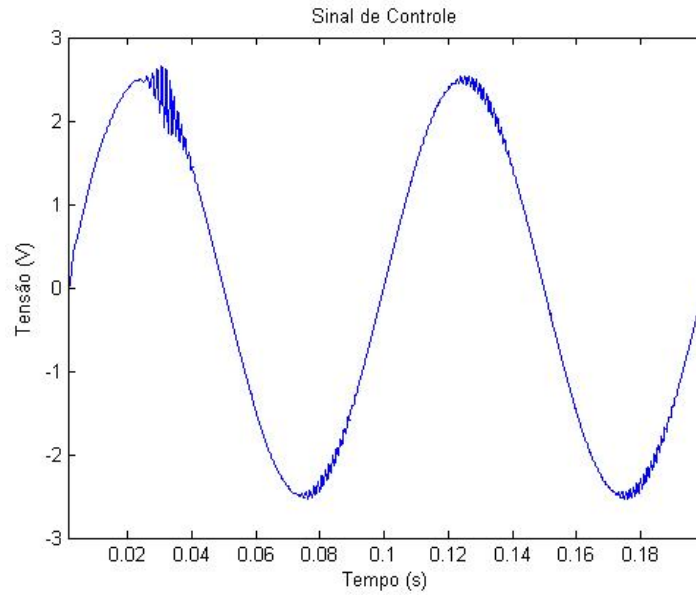


FIGURA 5.39: Sinal de controle gerado pelo controlador proposto, para  $\gamma = 15$

Percebe-se que de acordo com o aumento do ganho de adaptação  $\gamma$  há uma atenuação da perturbação, ao se observar a melhora tanto do comportamento transitório do erro (figuras 5.28, 5.31, 5.34 e 5.37 demonstrando picos de, respectivamente, 0.46, 0.4, 0.34 e  $0.32\mu m$ ) quanto a melhora do seu comportamento em regime permanente (figuras 5.29, 5.32, 5.35 e 5.38 demonstrando picos de, respectivamente, 0.05, 0.03, 0.012 e  $0.01\mu m$ ).

Deste modo, conjectura-se a possibilidade de se demonstrar, através de uma nova análise de estabilidade, que o termo referente à perturbação ao sistema é inversamente proporcional ao ganho de adaptação  $\gamma$ , mostrando-se então de forma consistente que o efeito da perturbação será reduzido com o aumento de  $\gamma$ .

Concluindo, os motivos da escolha de  $\gamma = 10$  foram a satisfatória atenuação do erro e o suave sinal de controle gerados com a utilização deste valor do ganho, conforme pode ser observado nas figuras 5.34, 5.35 e 5.36.

# Capítulo 6

## Discussão e Conclusões Gerais

O objetivo do presente trabalho foi desenvolver um controlador capaz de realizar nanoposicionamento de precisão através do controle de um atuador piezoelétrico, o qual apresenta incertezas paramétricas e incertezas geradas pelas suas não-linearidades (como a histerese, por exemplo). Os resultados, obtidos por simulação, deveriam demonstrar a viabilidade de sua implementação prática futura.

A dificuldade na determinação de qual método de controle seria utilizado no presente estudo consistiu no fato de que no trabalho escolhido como referência (Shieh 2007), foi utilizada uma abordagem que considerava o sistema piezoelétrico como sendo de terceira ordem (conforme detalhado no capítulo 3). Shieh obteve bons resultados, embora não tenha analisado em seu trabalho o comportamento transitório do atuador. Além disto, a técnica para projeto do seu controle (baseado em “integral-sliding mode” e em “backstepping”) se mostrou bastante complexa, inclusive supondo disponível a velocidade do movimento do atuador piezoelétrico, sem explicitar como foi estimada ou medida.

No presente trabalho foi proposta uma nova representação da equação da histerese (conforme detalhado também no capítulo 3), tal que fosse possível se realizar um controle direto do atuador (sem a integral entre o sinal de controle e a planta), e que não fosse necessária a medição de sua velocidade. Porém, nesta nova representação da equação da histerese foi utilizado um derivador para gerar a variável  $\dot{V}_a$ . Para que tal abordagem não gerasse uma inconsistência teórica, o controlador proposto deveria ser contínuo e o nível do ruído de medição deveria ser pequeno (sendo que o ruído

de medição de posicionamento dos atuadores piezoelétricos pode chegar à ordem de décimos de nanômetros, podendo então ser considerado desprezível).

Deste modo, foi utilizado o controlador adaptativo binário, também denominado B-MRAC (Hsu & Costa 1991) (que é um controlador contínuo) em conjunto com um diferenciador robusto e exato global (GRED) (Nunes 2004) (cujo objetivo foi o de compensar o grau relativo do atuador piezoelétrico ( $n^* = 2$ ), fazendo com que o mesmo pudesse ser considerado, pelo B-MRAC, como um sistema com grau relativo  $n^* = 1$ ). Este método foi justificado teoricamente por meio de uma análise de estabilidade.

Pelos resultados obtidos por simulação, pôde-se perceber que o método proposto levou a um comportamento bastante satisfatório, apresentando bom transitório, erros de regime bastante pequenos e sinais de controle suaves, além de ser capaz de rastrear satisfatoriamente os sinais de entrada, mesmo com o atuador piezoelétrico partindo de uma condição inicial diferente de zero. Sendo assim, pode-se concluir que este controlador possui um bom potencial para uma futura aplicação experimental.

Então, as principais contribuições deste trabalho foram:

- Realizar um controle direto do atuador piezoelétrico ao propor uma nova abordagem com relação à representação de sua histerese (de tal modo que fosse possível considerá-lo como um sistema de segunda ordem com uma perturbação limitada) e apresentar também o seu transitório (o que não havia sido apresentado em (Shieh 2007));
- Desenvolver um controlador que não necessitasse da medição ou da estimação da velocidade do atuador piezoelétrico;
- Demonstrar que o limite superior da histerese é independente da tensão de entrada, diferentemente da conclusão apresentada em (Shieh 2007);
- Demonstrar que o B-MRAC é capaz de garantir a estabilidade do sistema mesmo com a dinâmica não-modelada e a perturbação de saída introduzidas ao sistema pelo GRED e com a perturbação de entrada gerada pela histerese do atuador piezoelétrico.

Como trabalhos futuros, têm-se como principais sugestões:

1. A aplicação experimental deste método, com a aquisição de atuadores piezoelétricos por parte do grupo de pesquisa GSCAR, do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE/UFRJ;
2. O desenvolvimento de outras técnicas de controle, em particular, aquela baseada em “integral-sliding mode” em função dos resultados experimentais;
3. A elaboração de uma nova análise de estabilidade que demonstre que o efeito da perturbação é atenuado com o aumento do ganho de adaptação  $\gamma$ , conforme observado por simulação.

# Apêndice A

## Controle

### A.1 Demonstração do Lema 4.1 (Nunes 2004)

Considere a forma não recursiva equivalente do diferenciador (4.28). Usando a seguinte mudança de variáveis:

$$\sigma_i = z_i - f^{(i)}(t), \quad i = 0, \dots, n$$

o esquema não recursivo (4.29) pode ser reescrito como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\sigma}_0 = -\kappa_0 |\sigma_0|^{n/(n+1)} \text{sign}(\sigma_0) + \sigma_1 \\ \dot{\sigma}_1 = -\kappa_1 |\sigma_0|^{(n-1)/(n+1)} \text{sign}(\sigma_0) + \sigma_2 \\ \vdots \\ \dot{\sigma}_i = -\kappa_i |\sigma_0|^{(n-i)/(n+1)} \text{sign}(\sigma_0) + \sigma_{i+1} \\ \vdots \\ \dot{\sigma}_n = -\kappa_n \text{sign}(\sigma_0) - f^{(n+1)}(t) \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

As equações  $\dot{\sigma}_i = -\kappa_i |\sigma_0|^{(n-i)/(n+1)} \text{sign}(\sigma_0) + \sigma_{i+1}$ ,  $i = 0, \dots, n-1$  podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\dot{\sigma}_i = -a_i(\sigma_0)\sigma_0 - b_i(\sigma_0) + \sigma_{i+1}$$

onde:

$$a_i(\sigma_0) = \begin{cases} \kappa_i & , \quad |\sigma_0| \leq 1 \\ \frac{\kappa_i}{|\sigma_0|^{(i+1)/(n+1)}} & , \quad |\sigma_0| > 1 \end{cases}$$

$$b_i(\sigma_0) = \begin{cases} \kappa_i |\sigma_0|^{\frac{n-i}{n+1}} \text{sign}(\sigma_0) - \kappa_i \sigma_0 & , \quad |\sigma_0| \leq 1 \\ 0 & , \quad |\sigma_0| > 1 \end{cases}$$

Note que  $|a_i(\sigma_0)| < K_i$  e  $|b_i(\sigma_0)| < c_i$ , onde  $c_i$  são constantes positivas.

A equação  $\dot{\sigma}_n = -\kappa_n \text{sign}(\sigma_0) - f^{(n+1)}(t)$  pode ser reescrita do seguinte modo:

$$\dot{\sigma}_n = -a_n(\sigma_0) - b_n$$

onde:

$$a_n(\sigma_0) = \kappa_n \text{sign}(\sigma_0)$$

$$b_n = f^{(n+1)}(t)$$

Note que  $|a_n(\sigma_0)| < K_n$  e  $|b_n| < K_{n+1}$ .

Definindo o vetor de estados completo como sendo  $\Sigma = [\sigma_0 \ \sigma_1 \ \dots \ \sigma_n]^T$ , o sistema (A.1) pode ser reescrito como:

$$\dot{\Sigma} = A(\Sigma)\Sigma + b(\Sigma) \tag{A.2}$$

onde:

$$A(\Sigma) = \begin{bmatrix} -a_0(\sigma_0) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_1(\sigma_0) & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n-1}(\sigma_0) & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n(\sigma_0) & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$b(\Sigma) = \begin{bmatrix} -b_0(\sigma_0) \\ -b_1(\sigma_0) \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Deve se destacar que  $\|A(\Sigma)\| < c_1$  e  $\|b(\Sigma)\| < c_2$ , onde  $c_1$  e  $c_2$  são duas constantes

positivas.

Considere a seguinte função de Lyapunov:

$$V(\Sigma) = \Sigma^T \Sigma \quad (\text{A.3})$$

De (A.2) a função de Lyapunov (A.3) tem a seguinte derivada temporal:

$$\dot{V}(\Sigma) = \Sigma^T [A(\Sigma) + A^T(\Sigma)] \Sigma + 2\Sigma^T b(\Sigma) \quad (\text{A.4})$$

De (A.4), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\Sigma) &\leq c_3 \|\Sigma\|^2 + c_4 \|\Sigma\| \\ \dot{V}(\Sigma) &\leq c_3 \|\Sigma\|^2 \\ \dot{V}(\Sigma) &\leq c_3 V(\Sigma) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde:  $c_3$  e  $c_4$  são constantes positivas.

Usando a equação de comparação:

$$\dot{V}_c(\Sigma) = c_3 V_c(\Sigma)$$

sabe-se que se  $V_c(0) = V(0)$ , então:

$$V(t) \leq V_c(t), \quad \forall t \geq 0$$

Como  $V_c(t) = e^{c_3 t} V_c(0)$ , então:

$$V(t) \leq e^{c_3 t} V(0)$$

Logo,  $V(t)$  não escapa em tempo finito para qualquer constante  $K_{n+1}$  finita.



## A.2 Demonstração da Proposição 1 (Nunes 2004)

De (4.18) e (4.19), tem-se:

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_0 &= h_c^T A_c e + \underbrace{k^* h_c^T b_c [u - \bar{U}]}_0 = h_1^T e \\
 \ddot{e}_0 &= h_c^T A_c^2 e + \underbrace{k^* h_c^T A_c b_c [u - \bar{U}]}_0 = h_2^T e \\
 &\vdots \\
 e^{(n^*-1)} &= h_c^T A_c^{n^*-1} e + \underbrace{k^* h_c^T A_c^{n^*-2} b_c [u - \bar{U}]}_0 = h_{n^*-1}^T e \\
 e^{(n^*)} &= h_c^T A_c^{n^*} e + k^* h_c^T A_c^{n^*-1} b_c [u - \bar{U}]
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

■

# Referências Bibliográficas

- Aggarwal, S. K., Horsley, D. A., Horowitz, R. & Pisano, A. P. (1997), ‘Microactuators for high density disk drives’, *Proc. American Contr. Conf.* .
- Alexander, S., Hellemans, L., Marti, O., Schneir, J., Elings, V., Hansma, P. K., Longmire, M. & Gurley, J. (1989), ‘An atomic-resolution atomic force microscope implemented using an optical lever’, *J. Appl. Phys.* **65**(1), 164–167.
- ANSUIEEE (1987), *Standards Committee of the IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Society, Air American National Standard: IEEE Standard on Piezoelectricity, The Institute of Electrical and Electronics Engineers*, 176–1987, New York, 1987.
- Atassi, N. A. & Khalil, H. K. (1999), ‘A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems’, *IEEE Trans. Aut. Contr.* **44**, 1672–1687.
- Banning, R., Koning, L. W., Adriaens, H. & Koops, R. K. (2001), ‘State-space analysis and identification for a class of hysteretic systems’, *IEEE Trans. Aut. Contr.* **37**, 1883–1892.
- Binnig, G., Quate, C. F. & Gerber, C. (1986), ‘Atomic force microscope’, *Phys. Rev. Lett.* **56**(9), 930–933.
- Binnig, G. & Rohrer, H. (1982), ‘Scanning tunneling microscopy’, *Helvetica Phys. Acta* **55**, 726–735.
- Bushan, B. (2004), *Springer Handbook of Nanotechnology*, Berlin, Germany: SpringerVerlag.
- Coleman, B. D. & Hodgdon, M. L. (1986), ‘A constitutive relation for rateindependent hysteresis in ferromagnetically soft materials’, *Int. J. Eng. Sci.* **24**, 897–919.
- Costa, R. & Hsu, L. (1990), ‘Unmodeled dynamics in adaptive control systems revisited’, *Proc. of the Joint Conference on New Trends in Systems Theory* **7**, 1238–1243.
- Crandall, B. C. (1996), ‘Nanotechnology: Molecular speculation on global abundance’, *Cambridge, MA: MIT Press* .
- Croft, D. & Devasia, S. (1998), ‘Hysteresis and vibration compensation for piezoactuators’, *J. Guid., Control, Dyn.* **21**(5), 710–717.

- Croft, D. & Devasia, S. (1999), ‘Vibration compensation for high speed scanning tunneling microscopy’, *Rev. Sci. Instrum.* **70**(12), 4600–4605.
- Croft, D., Shed, G. & Devasia, S. (2001), ‘Creep, hysteresis, and vibration compensation for piezoactuators: Atomic force microscopy application’, *ASME J. of Dynamics Systems Measur. and Contr.* **123**(1), 35–43.
- Devasia, S., Eleftheriou, E. & Moheimani, S. O. R. (2007), ‘A survey of control issues in nanopositioning’, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **15**(5), 799–823.
- El Rifai, O. M. & Youcef-Tomi (2001), ‘Design and control of atomic force microscopes’, *Proc. American Contr. Conf.* pp. 3251–3255.
- Evans, R. B., Griesbach, J. S. & Messner, W. C. (1999), ‘Piezoelectric microactuator for dual stage control’, *IEEE Trans. Magn.* **35**(2), 977–982.
- Fleming, A. J. & Moheimani, S. O. R. (2003), ‘Precision current and charge amplifiers for driving highly capacitive piezoelectric loads’, *Electron. Lett.* **39**(3), 282–284.
- Ge, P. & Jouaneh, M. (1996), ‘Tracking control of a piezoceramic actuator’, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **4**(5), 209–216.
- GmbH & KG, C. (2006), *The world of nanopositioning and Micropositioning*, Physik Instrumente.
- Goldfarb, M. & Celanovic, N. (1997), ‘Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation’, *IEEE Control Syst. Mag.* **17**, 69–79.
- Hirano, T., Fan, L.-S., Semba, T., Lee, W. Y., Hong, J., Pattanaik, S., Webb, P., Juan, W.-H. & Chan, S. (1999), ‘High-bandwidth hdd tracking servo by a moving-slider micro-actuator’, *IEEE Trans. Magn.* **35**(5), 3670–3672.
- Hirano, T., Yang, H., Pattanaik, S., White, M. & Arya, S in, p. . (2003), ‘A microactuator for tracking servo’, *Proc. STLE ASME Joint Tribology Conf. Symp. Frontiers Magn. Hard Disk Drive Tribol. Technol.* pp. 21–25.
- Ho, H. T. (1997), ‘Fast servo bang-bang seek control’, *IEEE Trans. Magn.* **33**(6), 4522–4527.
- Horowitz, R. e. a. (2004), *Springer Handbook of Nanotechnology*, Berlin, Germany: SpringerVerlag.
- Horsley, D. A., Horowitz, R. & Pisano, A. P. (1998), ‘Microfabricated electrostatic actuators for hard disk drives’, *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* **3**(3), 175–183.
- Hosaka, S., Kikikawa, A., Koyanagi, H., Shintani, T., Miyamoto, M., Nakamura, K. & Etoh, E. (1997), ‘Spm-based data storage for ultrahigh density recording’, *Nanotechnol., Special Issue Scanning Probe-Based Nanoelectron.* **8**(3A), A58–A62.

- Hsu, L. (1990), 'Variable structure model reference adaptive control using only i/o measurement: General case', *IEEE Trans. Aut. Contr.* **35**(11), 1238–1243.
- Hsu, L. & Costa, R. R. (1989), 'Variable structure model reference adaptive control using only input and output measurement: Part i', *Int. J. Contr.* **49**(2), 399–416.
- Hsu, L. & Costa, R. R. (1991), 'B-mrac: A new model reference adaptive controller based on binary control theory', *Proceedings of the 1st IFAC Symposium on Design Methods for Control Systems, Zurich, Switzerland* pp. 384–389.
- Hsu, L., Lizarralde, F. & Araújo, A. (1997), 'New results on output feedback vs-mrac: Design and stability analysis', *IEEE Trans. Aut. Contr.* **42**(3), 386–393.
- Hwang, C.-L. (2005), 'Trajectory tracking of large-displacement piezoelectric actuators using a nonlinear observer-based variable structure control', *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **13**(1), 56–66.
- Hwang, C.-L. & Jan, C. (2005), 'State-estimator-based feedback control for a class of piezoelectric systems with hysteretic nonlinearity', *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* .
- Hwang, C.-L., Jan, C. & Chen, Y.-H. (2001), 'Piezomechanics using intelligent variable-structure control', *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **48**(1), 47–59.
- Iannou, P. A. & Kokotovic, P. V. (1984), 'Robust redesign of adaptive control', *IEEE Trans. Aut. Contr.* **AC-29**(3), 202–211.
- Imamura, T., Katayama, M., Ikegawa, Y., Ohwe, T., Koishi, R. & Koshikawa, T. (1998), 'Mems-based integrated head/actuator/slider for hard disk drives', *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* **3**(3), 166–174.
- Jandt, K. D., Finke, M. & Cacciafesta, P. (2000), 'Aspects of the physical chemistry of polymers, biomaterials and mineralised tissues investigated with atomic force microscopy (afm)', *Colloids Surfaces B-Biointerfaces* **19**(4), 301–314.
- Jiang, C. L. (1998), 'Effective recursive algorithm for judging the positive-definiteness of matrices of high dimension', *Int. J. Contr.* **47**, 657–660.
- Jianxu, M. & Ang Jr., M. H. (2000), 'High-bandwidth macro/microactuation for hard disk drive', *Proc. SPIE, Microrobot. Microassembly II* pp. 94–102.
- Jouaneh, M. & Tian, H. (1992), 'Accuracy enhancement of a piezoelectric actuator with hysteresis', *JAPAN/USA Symp. Flexible Automation, ASME* **1**(4), 631–637.

- Jung, S.-B. & Kim, S.-W. (1994), ‘Improvement of scanning accuracy of pzt piezoelectric actuators by feed-forward model-reference control’, *J. Manu- fact. Sci. Eng.*, 1998,120 **16**, 49–55.
- Kassies, R., Van der Werf, K. O., Lenferink, A., Hunter, C. N., Olsen, J. D., Sub- ramaniam, V. & Otto, C. (2005), ‘Combined afm and confocal fluorescence microscope for applications in bio-nanotechnology’, *J. Microscopy Oxford* **217**, 109–116.
- Katzir, S. (2003), ‘The discovery of the piezoelectric effect’, *Archive for History of Exact Sciences* **57**(1), 61–91.
- Kim, Y.-H. & Lee, S.-H. (2004), ‘An approach to dual-stage servo design in computer disk drives’, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **12**(1), 12–20.
- Kobayashi, M. & Horowitz, R. (2001), ‘Track seek control for hard disk dualstage servo systems’, *IEEE Trans. Magn.* **37**(2), 949–954.
- Kokotovic, P. V., Khalil, H. & O’Reilly (1986), ‘Singular perturbation methods in control analysis and design’, *Academic Press, New York* .
- Leang, K. K. & Devasia, S. (2007), ‘Feedback-linearized inverse feedforward for creep, hysteresis, and vibration compensation in afm piezoactuators’, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **15**(5), 927–935.
- Lente, M. H., Póvoa, J. M. & Eiras, J. A. (2000), ‘O processo de polarização em cerâmicas de pzt’, *Cerâmica, São Paulo* **46**(298), 61–91.
- Levant, A. (1998), ‘Robust exact differentiation via sliding mode technique’, *Aut- omatica* **34**(3), 379–384.
- Levant, A. (2001), ‘Higher order sliding modes and arbitrary-order exact robust differentiation’, *Proc. of the European Control Conference. Porto, Portugal* .
- Levant, A. (2003), ‘Higher-order sliding modes, differentiation and output- feedback control’, *IEEE Trans. Aut. Contr.* **76**(9), 924–941.
- Li, Y. (2003), ‘Dual-stage servo control and active vibration compensation in magnetic hard disk drives’, *Ph.D. dissertation, Dept. Mechan. Eng., Univ. California, Berkeley* .
- Mareels, I. & Polderman, J. W. (1996), *Adaptive systems: An introduction*, Birkhauser.
- Mayergoyz, I. (1991), ‘Mathematical models of hysteresis’, *Berlin, Germany: Springer-Verlag* .
- Miu, D. K. & Bhat, S. P. (1991), ‘Minimum power and minimum jerk position control and its applications in computer disk drives’, *IEEE Trans. Magn.* **27**(6), 4471–4475.

- Mori, K., Munemoto, T., Otsuki, H. & Yamaguchi, Y. e. a. (1991), ‘A dual stage magnetic disk drive actuator using a piezoelectric device for a high track density’, *IEEE Trans. Magn.* **27**(6), 5298–5300.
- Narendra, K. & Annaswamy, A. (1989), *Stable adaptive systems*, Prentice Hall.
- Narendra, K. S. & Valavani (1978), ‘Stable adaptive controller design - direct control’, *IEEE Trans. Aut. Contr.* **AC-23**(8), 570–583.
- Nunes, E. V. L. (2004), Controle por modos deslizantes de ordem superior com estabilidade global, Master’s thesis, Programa de Eng. Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Peixoto, A. J. (2002), Controle suave por modo deslizante em presença de ruído de quantização, Master’s thesis, Programa de Eng. Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Putnam, W. & Knapp, R. B. (1996), *Input/Data Acquisition System Design for Human Computer Interfacing Course*, Stanford University.
- Salapaka, S., Sebastian, A., Cleveland, J. P. & Salapaka, M. V. (2002), ‘High bandwidth nano-positioner: A robust control approach’, *Rev. Sci. Instrum.* **73**(9), 3232–3241.
- Schitter, G., Menold, P., Knapp, H. F., Allgower, F. & Stemmer, A. (2001), ‘High performance feedback for fast scanning atomic force microscopes’, *Rev. Sci. Instrum.* **72**(8), 3320–3327.
- Schmitz, I., Schreiner, M., Friedbacher, G. & Grasserbauer, M. (1997), ‘Phase imaging as an extension to tapping mode afm for the identification of material properties on humidity-sensitive surfaces’, *Appl. Surface Sci.* **115**(2), 190–198.
- Sebastian, A., Pantazi, A., Cherubini, G., Eleftheriou, E., Lantz, M. & Pozidis, H. (2005), ‘Nanopositioning for probe storage’, *Proc. American Contr. Conf.* pp. 4181–4186.
- Shapiro, B. (2005), ‘Workshop on control of micro- and nano-scale systems’, *IEEE Control Syst. Mag.* **25**(2), 82–88.
- Sheetz, T., Vidal, J., Pearson, T. D. & Lozano, K. (2005), ‘Nanotechnology: Awareness and societal concerns’, *Technol. Soc.* **27**(3), 329–345.
- Shen, G. & Wei, Y. (2006), ‘Study on nonlinear model of piezoelectric actuator and accurate positioning control strategy’, *World Congress on Intelligent Control and Automation* **2**(1), 8356–8360.
- Shieh, H.-J. & Hsu, C.-H. (2007), ‘An integrator-backstepping-based dynamic surface control method for a two-axis piezoelectric micropositioning stage’, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **15**(5), 916–926.

- Shieh, H.-J., Lin, F.-J., Huang, P.-K. & Teng, L.-T. (2004), ‘Adaptive tracking control solely using displacement feedback for a piezo-positioning mechanism’, *IEE Proc.-Control Theory Appl.* **151**(5), 653–660.
- Shieh, H.-J., Lin, F.-J., Huang, P.-K. & Teng, L.-T. (2006), ‘Adaptive displacement control with hysteresis modeling for piezoactuated positioning mechanism’, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **53**(3), 905–914.
- Slotine, J. & Li, W. (1991), *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall.
- Stemmer, A., Schitter, G., Rieber, J. M. & Allgoewer, F. (2005), ‘Control strategies towards faster quantitative imaging in atomic microscopy’, *Eur. J. Control* **11**, 384–395.
- Su, C.-Y., Oya, M. & Hong, H. (2003), ‘Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems preceded by unknown backlash-like hysteresis’, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* **11**, 1–8.
- Tao, G. & Kokotovic, P. (1995), ‘Adaptive control of plants with unknown hysteresis’, *IEEE Trans. Aut. Contr.* **40**(2), 200–212.
- Tokuyama, M., Shimizu, T., Masuda, H., Nakamura, S., Hanya, M., Iriuchijima, O. & Soga, J. (2001), ‘Development of a -shaped actuated suspension for 100-k tpi hard disk drives’, *IEEE Trans. Magn.* **37**(4), 1884–1886.
- Tsukada, M., Kobayashi, N., Brandbyge, M. & Nakanishi, S. (2000), ‘Physics of artificial nano-structures on surfaces’, *Progr. Surface Sci.* **64**(3-8), 139–155.
- Tzen, J.-J., Jeng, S.-L. & Chieng, W.-H. (2003), ‘Modeling of piezoelectric actuator for compensation and controller design’, *Precision Engineering* **27**(1), 70–86(17).
- Wiesendanger, R. (1994), ‘Ed., scanning probe microscopy and spectroscopy’, *Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press.* .
- Wu, Y. (2007), ‘Iterative control approach to compensate for both the hysteresis and the dynamics effects of piezo actuators’, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* **15**(5), 936–944.
- Yamanaka, K., Noguchi, A., Tsuji, T., Koike, T. & Goto, T. (1999), ‘Quantitative material characterization by ultrasonic afm’, *Surface Interface Anal.* **27**(56), 600–606.
- Yves, M. (1995), ‘Scanning probe microscopes’, *Bellingham, WA: SPIE.* .
- Zhukov, S. (2002), *Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications*, APC International Ltd.
- Zou, Q., Leang, K. K., Sadoun, E., Reed, M. J. & Devasia, S. (2004), ‘Control issues in high-speed afm for biological applications: Collagen imaging example’, *Asian J. Control: Special Issue Adv. Nano-Technol. Control* **6**(2), 164–178.