



MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO DE UM HELICÓPTERO EM ESCALA  
REDUZIDA

Fernando Pereira dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Ramon Romankevicius Costa

Rio de Janeiro  
Setembro de 2008

MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO DE UM HELICÓPTERO EM ESCALA  
REDUZIDA

Fernando Pereira dos Santos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Ramon Romankevicius Costa, D.Sc.

---

Prof. Fernando Cesar Lizarralde, D.Sc.

---

Prof. José Paulo Vilela Soares da Cunha, D.Sc.

---

Prof. Paulo César Pellanda, Dr. ENSAE

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2008

Santos, Fernando Pereira dos

Modelagem e Identificação de um Helicóptero em Escala Reduzida/ Fernando Pereira dos Santos - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2008.

XXI, 173 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Ramon Romankevicius Costa

Dissertação (mestrado) - UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2008.

Referências Bibliográficas: p. 169-173.

1. Helicóptero. 2. Modelagem. 3. Identificação.
4. Simulação. I. Costa, Ramon Romankevicius.  
II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE,  
Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Aos meus avós, Lizandra Benedita (*in memoriam*),  
Antônio (*in memoriam*), Eleusa e Walter.

Aos meus pais, Edson Valter e Kleydette Maria.

# Agradecimentos

Ao meu pai e minha mãe, Edson Valter e Kleydette Maria, que me apoiaram desde o primeiro momento, sempre demonstraram seu orgulho e confiança em mim, e que, mesmo distante, sempre cuidaram para que eu estivesse bem.

Aos meus irmãos Filipe e Flávia Regina, e familiares, que sempre me apoiaram e me incentivaram.

À minha amada Kássira, que sempre me incentivou, apoiou e me deu força para continuar, apesar da distância e da nossa saudade.

Aos diversos amigos que fiz nestes anos, especialmente Alexandre, Maurício e Tiago.

Aos colegas Pedro, Paula, Wilmar, Guilherme, Elison e Rafael, grandes companheiros na jornada das matérias.

Aos colegas do Laboratório de Controle, pelas colaborações técnicas, conversas de corredor e, claro, pelos momentos de diversão.

Aos professores Liu Hsu, Fernando Lizarralde, Afonso Celso e João Carlos Basílio, pelos conhecimentos proporcionados.

À Eletronorte, em especial aos Gerentes Paulo César Nobuo Kojima e Fábio Otácio de Oliveira, à equipe do SPCS e à toda CMTQ, cujo apoio foi fundamental para o término deste trabalho.

Ao amigo Rodrigo Carneiro, em especial, cuja colaboração foi essencial para o andamento deste projeto.

Ao professor e orientador Ramon, pelo conhecimento proporcionado e pelo incentivo, apoio e colaboração durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO DE UM HELICÓPTERO EM ESCALA REDUZIDA

Fernando Pereira dos Santos

Setembro/2008

Orientador: Ramon Romankevicius Costa

Programa: Engenharia Elétrica

Neste trabalho são abordadas a modelagem e a identificação para controle de posição e atitude de um helicóptero em escala reduzida. Um modelo é obtido a partir da aplicação da dinâmica do corpo rígido, juntamente com o cálculo das forças e momentos das superfícies aerodinâmicas e as respectivas dinâmicas envolvidas. Com a linearização deste modelo, aplicando expansão em série de Taylor, é proposto um modelo linear para identificação paramétrica, o qual é definido na forma de funções de transferência, sendo sua ordem estabelecida de acordo com a dimensão da equação diferencial linearizada. Técnicas de aquisição de dados, processamento e análise de sinais são utilizadas para obtenção e tratamento de dados para a identificação dos parâmetros do modelo linear proposto. Um sistema eletrônico embarcado foi desenvolvido para efetuar o registro das medidas de um sonar altímetro, de uma unidade de navegação inercial e dos comandos do rádio controle, além de efetuar o comando dos servomotores do helicóptero. Também foram implementados um circuito de chaveamento de segurança e outro de sincronismo com um dispositivo *taut-wire* para a medição da posição inercial. Tais condições foram simuladas utilizando-se o modelo não-linear. Os dados aquisitados são processados pelos algoritmos de identificação *off-line* e validados para aplicação no projeto de controle de posição e atitude do helicóptero.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## MODELING AND IDENTIFICATION OF A SMALL SCALE HELICOPTER

Fernando Pereira dos Santos

September/2008

Advisor: Ramon Romankevicius Costa

Department: Electrical Engineering

This work addresses the modeling and parameter identification of a small scale helicopter to be used in the design of position and attitude control systems. A nonlinear model is obtained from rigid body Newton-Euler equations, extended with the aerodynamic forces and moments and their respective dynamics. The identification parametric model is obtained from linearization, applying Taylor series expansion. This model is specified by transfer functions whose order were defined by the linearization performed. Data acquisition, signal processing and analysis are used to obtain parametric identification data. An electronic embedded system was developed to acquire sonar altimeter, inertial measurement unit and the pilots radio controller data. It also commands the helicopters servomotors. An automatic switching to manual mode (for security reason) and a mechanism to synchronize the taut-wire position measurements with the on board measurements were implemented as well. The nonlinear model is used to simulate these acquire conditions. The acquired data were processed with off-line algorithms and validated for application on helicopters position and attitude control design.

# Sumário

Lista de Figuras	xiv
Lista de Tabelas	xviii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Projeto Helicóptero . . . . .	3
1.1.1 Breve apresentação do Raptor-30 . . . . .	4
1.1.2 Etapas realizadas . . . . .	6
1.2 Objetivos deste trabalho . . . . .	6
1.3 Metodologia . . . . .	6
1.3.1 Modelagem . . . . .	6
1.3.2 Identificação . . . . .	6
1.3.3 Simulação . . . . .	7
1.3.4 Eletrônica embarcada . . . . .	7
1.3.5 Experimentos de identificação . . . . .	7
1.3.6 Controle . . . . .	7
1.4 Conteúdo dos capítulos . . . . .	8
<b>2 Dinâmica de um helicóptero</b>	<b>9</b>
2.1 Sistemas de coordenadas . . . . .	11
2.2 Matrizes de rotação . . . . .	13
2.2.1 Relação entre $O_0 - O_1$ . . . . .	13
2.2.2 Relação entre $O_0 - O_2$ . . . . .	14
2.2.3 Relação entre $O_0 - O_3$ . . . . .	16
2.3 Dinâmica do corpo rígido . . . . .	17



2.3.1	Cinemática da atitude . . . . .	18
2.3.2	Cinemática da posição . . . . .	19
2.4	Força devido à gravidade . . . . .	20
2.5	Dinâmicas do Raptor-30 . . . . .	20
2.5.1	Velocidade dos rotores . . . . .	21
2.5.2	Rotor principal . . . . .	21
2.5.3	Empuxo do rotor principal . . . . .	22
2.5.4	Torque de reação do rotor principal . . . . .	28
2.5.5	Torque gerado pelo empuxo do rotor principal . . . . .	29
2.5.6	Rotor de cauda . . . . .	30
2.5.7	Estabilizador Bell-Hiller . . . . .	30
2.5.8	Estabilizador horizontal . . . . .	31
2.5.9	Estabilizador vertical . . . . .	32
2.5.10	Estabilizador de guinada (Gyro) . . . . .	34
2.5.11	Atuadores . . . . .	35
2.6	Dinâmica estendida . . . . .	35
2.7	Resumo do modelo não-linear . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Modelo linearizado</b>	<b>39</b>
3.1	Expansão em série de Taylor . . . . .	40
3.2	Aplicação da linearização . . . . .	40
3.3	Resultado de Mettler . . . . .	42
3.4	Resultado de Santos . . . . .	44
3.5	Resultado de Prouty . . . . .	45
3.5.1	Redução do modelo de Prouty . . . . .	47
3.5.2	Considerações realizadas . . . . .	48
3.5.3	Modelo linearizado . . . . .	49
3.6	Conversão para o tempo discreto . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Métodos de identificação</b>	<b>51</b>
4.1	Modelos de identificação . . . . .	52
4.1.1	Modelo ARX . . . . .	53
4.1.2	Modelo ARMAX . . . . .	53

4.2	Algoritmos de identificação . . . . .	53
4.2.1	Método dos mínimos quadrados . . . . .	54
4.2.2	Método de Steiglitz-McBride . . . . .	56
4.2.3	Método de erro de saída . . . . .	58
4.2.4	Método de predição do erro . . . . .	60
4.2.5	Otimização de parâmetros . . . . .	61
4.3	Aquisição de dados . . . . .	62
4.3.1	Sinal de entrada . . . . .	62
4.3.2	Amostragem . . . . .	66
4.3.3	Falseamento . . . . .	69
4.3.4	Pré-filtro passa-baixo . . . . .	70
4.4	Tratamento e análise dos dados . . . . .	70
4.4.1	Valores inválidos . . . . .	71
4.4.2	Correção de escala . . . . .	71
4.4.3	Correção de atrasos . . . . .	72
4.4.4	Alteração na taxa de amostragem . . . . .	72
4.4.5	Seccionamento dos dados . . . . .	73
4.4.6	Filtros digitais . . . . .	74
4.4.7	Persistência de excitação . . . . .	74
4.4.8	Ativação de não-linearidades . . . . .	75
4.4.9	Análise de coerência . . . . .	76
4.4.10	Considerações finais . . . . .	76
<b>5</b>	<b>Simulação do modelo não-linear</b>	<b>77</b>
5.1	Diagramas de blocos . . . . .	77
5.1.1	Dinâmicas internas do helicóptero . . . . .	77
5.1.2	Comandos . . . . .	78
5.1.3	<i>Scripts</i> . . . . .	79
5.1.4	Parâmetros do helicóptero . . . . .	80
5.2	Validação do modelo não-linear . . . . .	80
5.2.1	Considerações da simulação . . . . .	80
5.2.2	Simulação em queda livre . . . . .	80

5.2.3	Aplicação de comando coletivo . . . . .	83
5.2.4	Aplicação de comando pedal . . . . .	83
5.2.5	Aplicação de comando lateral . . . . .	84
5.2.6	Aplicação de comando longitudinal . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Identificação e controle</b>	<b>87</b>
6.1	Simulação de captura de dados e identificação . . . . .	87
6.2	Metodologia aplicada . . . . .	88
6.3	Sinais de entrada . . . . .	89
6.4	Nível DC dos sinais de entrada . . . . .	90
6.5	Dinâmica do ângulo de guinada . . . . .	91
6.5.1	Controle de ângulo de guinada . . . . .	94
6.6	Dinâmica da posição vertical . . . . .	96
6.6.1	Controle da posição vertical . . . . .	98
6.7	Dinâmica do ângulo de rolagem . . . . .	101
6.7.1	Controle do ângulo de rolagem . . . . .	104
6.8	Dinâmica do ângulo de inclinação . . . . .	104
6.8.1	Controle do ângulo de inclinação . . . . .	108
6.9	Dinâmica da posição lateral . . . . .	108
6.9.1	Controle da posição lateral . . . . .	112
6.10	Dinâmica da posição longitudinal . . . . .	112
6.10.1	Controle da posição longitudinal . . . . .	116
<b>7</b>	<b>Experimentos de identificação</b>	<b>119</b>
7.1	Eletrônica embarcada . . . . .	119
7.2	Instrumentação utilizada . . . . .	120
7.3	Interface de captura . . . . .	121
7.4	Configuração da comunicação . . . . .	122
7.5	Captura dos dados . . . . .	122
7.6	Aquisição de dados experimentais . . . . .	123
7.6.1	Primeira etapa . . . . .	123
7.6.2	Segunda etapa . . . . .	124
7.6.3	Terceira etapa . . . . .	125

7.6.4	Quarta etapa . . . . .	126
<b>8</b>	<b>Conclusão</b>	<b>129</b>
<b>A</b>	<b>Descrição do Raptor-30</b>	<b>132</b>
A.1	Raptor-30 . . . . .	132
A.2	Regulador de velocidade . . . . .	133
A.3	Gyro GY-401 . . . . .	135
A.4	Baterias LiPo . . . . .	135
A.4.1	Carregador de baterias LiPo . . . . .	136
A.4.2	Balanceador de baterias LiPo . . . . .	137
A.5	Rádio controle . . . . .	137
A.6	Servomotores . . . . .	139
<b>B</b>	<b>Barbantômetro</b>	<b>142</b>
B.1	Barbantômetro . . . . .	142
<b>C</b>	<b>Eletrônica embarcada</b>	<b>144</b>
C.1	Projeto da eletrônica embarcada . . . . .	145
C.2	Sonar . . . . .	146
C.3	Unidade de medida inercial . . . . .	147
C.4	Link de comunicação sem fio 802.11b . . . . .	148
C.5	Link de comunicação infravermelho . . . . .	150
C.5.1	Transmissor . . . . .	150
C.5.2	Receptor . . . . .	150
<b>D</b>	<b>Ordem das funções de transferência do modelo linear</b>	<b>152</b>
<b>E</b>	<b>Aplicativo do PC</b>	<b>155</b>
<b>F</b>	<b>Funções Matlab® para identificação</b>	<b>157</b>
F.1	Mínimos Quadrados . . . . .	157
F.2	Steiglitz-McBride . . . . .	158
F.3	Método de Erro de Saída . . . . .	158
F.4	Mínimos Quadrados Generalizados . . . . .	159

F.5	Otimização . . . . .	159
F.6	Função de coerência . . . . .	160
F.7	Persistência de excitação . . . . .	160
F.8	Rodar identificação . . . . .	160
F.9	Interface para identificação . . . . .	161
<b>G</b>	<b>Conceitos preliminares</b>	<b>163</b>
G.1	Transformada discreta de Fourier (DFT) . . . . .	163
G.2	Espectro de frequência . . . . .	164
G.3	Teorema de Parseval . . . . .	165
G.4	Densidade espectral . . . . .	165
	G.4.1 Auto-espectro e espectro cruzado . . . . .	166
G.5	Teorema da amostragem . . . . .	166
G.6	Funções de correlação . . . . .	166
G.7	Coerência . . . . .	167

# Lista de Figuras

1.1	Ilustração do Raptor-30. . . . .	5
2.1	Ilustração do helicóptero com os sistemas de coordenadas. . . . .	12
2.2	Ilustração do plano formado pelo caminho da ponta da hélice - TPP. . . . .	15
2.3	Seção da hélice. . . . .	23
2.4	Vista superior do plano da hélice. . . . .	24
2.5	Forças e momentos relacionados com a dinâmica do helicóptero. . . . .	34
4.1	Sinal PRBS de Aguirre (2000). . . . .	64
4.2	Exemplo do <i>frequency sweep</i> de Tischler, configurado para variar entre as frequências de 0,3 a 12[rad/s], intervalo de amostragem $h = 3[ms]$ . . . . .	65
4.3	Senóides de frequência de 1 e 9 [Hz] amostrados em 8 [Hz]. . . . .	70
4.4	Exemplos de interpolação. . . . .	73
4.5	Diagrama de blocos de montagem do sistema para identificação em malha fechada. . . . .	75
5.1	Implementação das dinâmicas internas do helicóptero em Simulink®. . . . .	78
5.2	Implementação da simulação do helicóptero em Simulink®. . . . .	79
5.3	Validação 1: Sinais de saída da simulação de modelo não-linear em situação de queda livre. Não foi aplicado sinal de comando. O helicóptero apresenta movimento de queda livre (em $z$ ) e rotação no eixo axial (em $\phi$ ). . . . .	83

5.4	Validação 2: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo para estabilização da dinâmica vertical. Verifica-se que em $z$ houve a estabilização com o sinal de comando, e permanece o movimento de rotação em $\phi$ . . . . .	84
5.5	Validação 3: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo e pedal para estabilização das dinâmicas vertical e de guinada. Nota-se o deslocamento na direção lateral $y$ . . . . .	85
5.6	Validação 4: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo, pedal e lateral para estabilização das dinâmicas vertical, de guinada e lateral. Nota-se o deslocamento na direção longitudinal $x$ . . . . .	85
5.7	Validação 5: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo, pedal, lateral e longitudinal para estabilização das dinâmicas vertical, de guinada, lateral e longitudinal. . . . .	86
6.1	Em azul, os sinais de entrada $u_{ped}(k)$ e saída $\phi(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída $\phi(k)$ estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente. . . . .	92
6.2	Projeto de controlador para dinâmica de ângulo de guinada. . . . .	94
6.3	Sinal de controle $u_{ped}(k)$ e sinal de saída $\psi(k)$ em malha fechada. . . . .	96
6.4	Em azul, os sinais de entrada $u_{col}(k)$ e saída $z(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída $z(k)$ estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente. . . . .	97
6.5	Projeto de controlador para dinâmica de posição vertical. . . . .	100
6.6	Sinal de controle $u_{col}(k)$ e sinal de saída $z(k)$ em malha fechada. . . . .	100
6.7	Em azul, os sinais de entrada $u_{lat}(k)$ e saída $\phi(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída $\phi(k)$ estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente. . . . .	102
6.8	Projeto de controlador para dinâmica de ângulo de rolagem. . . . .	105

6.9	Sinal de controle $u_{lat}(k)$ e sinal de saída $\phi(k)$ em malha fechada. . . . .	105
6.10	Em azul, os sinais de entrada $u_{lon}(k)$ e saída $\theta(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída $\theta(k)$ estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente. . . . .	107
6.11	Projeto de controlador para dinâmica de ângulo de inclinação. . . . .	109
6.12	Sinal de controle $u_{lon}(k)$ e sinal de saída $\theta(k)$ em malha fechada. . . . .	109
6.13	Em azul, os sinais de entrada $\phi_{ref}(k)$ e saída $y(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída $y(k)$ estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente. . . . .	111
6.14	Projeto de controlador para dinâmica de posição lateral. . . . .	112
6.15	Sinal de controle $\phi_{ref}(k)$ e sinal de saída $y(k)$ em malha fechada. . . . .	114
6.16	Em azul, os sinais de entrada $\theta_{ref}(k)$ e saída $x(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída $x(k)$ estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente. . . . .	115
6.17	Projeto de controlador para dinâmica de posição longitudinal. . . . .	117
6.18	Sinal de controle $\theta_{ref}(k)$ e sinal de saída $x(k)$ em malha fechada. . . . .	118
7.1	Arquitetura de comunicação da eletrônica embarcada. . . . .	122
7.2	Representação da montagem para a realização dos experimentos. . . . .	123
7.3	Helicóptero e sistema montados para a realização dos experimentos. . . . .	124
7.4	Sinais capturados na primeira etapa. Os valores são mostrados sem conversão de escala. As leituras dos comandos longitudinal, lateral e coletivo são proporcionais à largura de pulso emitido pelo rádio receptor. As leituras dos ângulos do Barbantômetro são realizadas através de conversores A/D e potenciômetros. A leitura do raio é feita por meio de um encoder incremental. . . . .	125
7.5	Sinais capturados na terceira etapa. Erros de leitura nos sinais de comando $u_{col}$ , $u_{lon}$ e $u_{lat}$ . Influência do rotor nos sinais $\phi$ , $\theta$ e $\psi$ . Erros de leitura no sonar. . . . .	127



7.6	Falha do sincronismo entre a eletrônica embarcada e o Barbantômetro. Nota-se que o módulo também apresenta discrepância. . . . .	128
A.1	Ilustração do Raptor-30. . . . .	132
A.2	Governador e sensor de velocidade do motor. . . . .	134
A.3	Gyro GY401. . . . .	135
A.4	Bateria de LiPo. . . . .	136
A.5	Carregador de baterias de LiPo. . . . .	136
A.6	Balanceador de baterias de LiPo. . . . .	137
A.7	Rádio transmissor 2.4GHz. . . . .	139
A.8	Rádio receptor 2.4GHz. . . . .	140
A.9	Servomotor JR DS821. . . . .	141
B.1	Barbantômetro. . . . .	142
B.2	Diagrama de arquitetura do Barbantômetro, incluindo a interface de sincronismo com dispositivo remoto. . . . .	143
C.1	Eletrônica Embarcada . . . . .	144
C.2	Diagrama da arquitetura da Eletrônica Embarcada. . . . .	145
C.3	Sonar SFR-05. . . . .	147
C.4	MicroStrain®3DM-G (a) e Placa de leitura da IMU (b). . . . .	150
C.5	Interface de configuração do Digi Connect Wi-ME®. . . . .	151
C.6	Receptor de infravermelho. . . . .	151
E.1	Imagens da interface gráfica. . . . .	156
F.1	Imagens da interface gráfica. . . . .	162

# Lista de Tabelas

2.1	Resumo do modelo do helicóptero. . . . .	38
4.1	Frequência de leitura da instrumentação utilizada no experimento. . . . .	69
4.2	Frequência de comando nos atuadores. . . . .	69
5.1	Parâmetros para quantização dos sinais capturados na simulação do modelo não-linear. . . . .	79
5.2	Parâmetros gerais do modelo não-linear. . . . .	81
5.3	Parâmetros do rotor principal do modelo não-linear. . . . .	81
5.4	Parâmetros do rotor de cauda do modelo não-linear. . . . .	82
6.1	Valores para configuração dos sinais de entrada PBRs. . . . .	90
6.2	Valores para configuração dos sinais de entrada <i>frequency sweep</i> . . . . .	91
6.3	Parâmetros de $G_{u_{ped},\psi}(z)$ identificados a partir dos sinais $u_{ped}(k)$ e $\psi(k)$ . . . . .	95
6.4	Parâmetros de $G_{u_{ped},\psi}(s)$ identificados a partir dos sinais $u_{ped}(k)$ e $\psi(k)$ . . . . .	95
6.5	Parâmetros de $G_{u_{col},z}(z)$ identificados a partir dos sinais $u_{col}(k)$ e $z(k)$ . . . . .	99
6.6	Parâmetros de $G_{u_{col},z}(s)$ identificados a partir dos sinais $u_{col}(k)$ e $z(k)$ . . . . .	99
6.7	Parâmetros de $G_{u_{lat},\phi}(z)$ identificados a partir dos sinais $u_{lat}(k)$ e $\phi(k)$ . . . . .	104
6.8	Parâmetros de $G_{u_{lat},\phi}(s)$ identificados a partir dos sinais $u_{lat}(k)$ e $\phi(k)$ . . . . .	104
6.9	Parâmetros de $G_{u_{lon},\theta}(z)$ identificados a partir dos sinais $u_{lon}(k)$ e $\theta(k)$ . . . . .	108
6.10	Parâmetros de $G_{u_{lon},\theta}(s)$ identificados a partir dos sinais $u_{lon}(k)$ e $\theta(k)$ . . . . .	108
6.11	Parâmetros de $G_{\phi_{ref},y}(z)$ identificados a partir dos sinais $\phi_{ref}(k)$ e $y(k)$ . . . . .	113
6.12	Parâmetros de $G_{\phi_{ref},y}(s)$ identificados a partir dos sinais $\phi_{ref}(k)$ e $y(k)$ . . . . .	113
6.13	Parâmetros de $G_{\theta_{ref},x}(z)$ identificados a partir dos sinais $\theta_{ref}(k)$ e $x(k)$ . . . . .	116
6.14	Parâmetros de $G_{\theta_{ref},x}(s)$ identificados a partir dos sinais $\theta_{ref}(k)$ e $x(k)$ . . . . .	117

C.1	Parâmetros de configuração do enlace de comunicação sem fio, padrão 802.11b. . . . .	149
D.1	Funções de transferência do modelo linear, desprezando a dinâmica da barra estabilizadora (Bell-Hiller). . . . .	152
D.2	Funções de transferência dos acoplamentos existentes no modelo linear, desprezando a dinâmica da barra estabilizadora (Bell-Hiller). . . . .	152
D.3	Ordem de relação entre os estados do modelo linear. . . . .	153
D.4	Ordem de relação entre os estados, considerando o sistema estendido pela dinâmica da barra estabilizadora. . . . .	154
D.5	Funções de transferência do modelo linear, considerando a dinâmica do estabilizador Bell-Hiller. . . . .	154
D.6	Funções de transferência dos acoplamentos do modelo linear, considerando a dinâmica do estabilizador Bell-Hiller. . . . .	154

# Lista de Acrônimos

<b>ARMAX</b> .....	<i>AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs</i>
<b>ARX</b> .....	<i>AutoRegressive with eXogenous inputs</i>
<b>CIFER</b> .....	<i>Comprehensive Identi?cation from Frequency Responses</i>
<b>COPPE</b> .....	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia
<b>DC</b> .....	Nível médio do sinal
<b>DFT</b> .....	<i>Discrete Fourier Transform</i>
<b>DoF</b> .....	<i>Degree of freedom</i> , grau de liberdade
<b>FC</b> .....	Função de coerência
<b>FS</b> .....	<i>Frequency sweep</i>
<b>GPS</b> .....	Sistema de posicionamento global
<b>G.W.</b> .....	<i>Gross Weight</i> , peso
<b>I<sup>2</sup>C</b> .....	<i>Inter-Integrated Circuit</i>
<b>IME</b> .....	Instituto Militar de Engenharia
<b>IMU</b> .....	<i>Inertial measurement unit</i> , unidade de medição inercial
<b>IPqM</b> .....	Instituto de Pesquisa da Marinha
<b>ITA</b> .....	Instituto Tecnológico de Aeronáutica

MES .....	Método de erro de saída
MPE.....	Método de predição de erro
MIMO .....	<i>Multiple-input and multiple-output</i>
MOSCA .....	<i>MOdelling for flight Simulation and Control Analysis</i>
MQ .....	Método de mínimos quadrados
NASA .....	<i>North American Search Authority</i>
PD.....	Proporcional derivativo
PRBS.....	<i>Pseudo Random Binary Signal</i> , sinal binário pseudo aleatório
SC .....	Sistema de coordenadas
SISO .....	<i>Single-input and single-output</i>
SM .....	Método de Steiglitz-McBride
SPI .....	<i>Serial Peripheral Interface</i>
TPP .....	<i>Tip path plane</i> , caminho da ponta da hélice
$\mu C$ .....	Microcontrolador
UFRJ.....	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UNB.....	Universidade de Brasília
USART .....	<i>Universal Synchronous Asynchronous Receiver Transmitter</i>
USP .....	Universidade de São Paulo
VANT .....	Veículo aéreo não-tripulado
ZOH .....	<i>Zero order hold</i>

# Capítulo 1

## Introdução

Veículos aéreos não tripulados (VANTs) têm sido alvo da atenção de agentes públicos e privados, onde estão incluídos a comunidade acadêmica, setores da indústria e de prestação de serviços e instituições militares.

Devido a características como autonomia, custo de manutenção, replicabilidade e agilidade, várias formas de veículos aéreos têm sido utilizadas como plataforma para VANTs. Aviões, planadores, helicópteros, dirigíveis, entre outros, são os modelos mais adotados para a concepção destes veículos não tripulados.

Setores da indústria e de empresas de prestação de serviços procuram aplicações como monitoramento, vigilância, inspeção em locais remotos, de difícil acesso ou de alto risco. Além destas, existe a possibilidade da realização de tarefas hoje executadas com a utilização de veículos tripulados, cujo custo operacional envolve, além da manutenção inerente ao veículo, a capacitação de pilotos para a realização das tarefas, as quais muitas vezes não são triviais. Agentes públicos podem adotar este tipo de veículo em fiscalizações remotas, sensoriamento de reservas, controle de trânsito, entre outras aplicações. Instituições militares têm interesse nesta tecnologia na forma de equipamentos bélicos e de espionagem, já que fornece poderosos recursos táticos sem o possível custo de uma vida humana.

A comunidade acadêmica, por sua vez, tem interesse na aplicação de diversas técnicas desenvolvidas na área de automação e robótica. Aplicação de técnicas de controle, instrumentação, navegação, estudos de coordenação, execução autônoma de tarefas, entre outras. Pesquisas em diversas outras áreas do conhecimento podem apro-

veitar os benefícios desta tecnologia, uma vez que sua utilização permite acesso a locais remotos de alto risco e difícil acesso, como dito anteriormente, e permite coletar imagens, amostras, dentre outras formas de informação muitas vezes necessárias para o desenvolvimento de pesquisas.

Cada formato de veículo tem suas vantagens e desvantagens, no que diz respeito a aplicabilidade em plataformas de VANTs. Utilizando veículos baseados em aviões ganha-se em distância de alcance, velocidade de deslocamento e em autonomia no tempo de vôo, porém esta forma construtiva necessita de espaço para operar pousos e decolagens. A utilização de dirigíveis permite maior estabilidade, necessita de menor espaço para decolagem e pouso, porém perde espaço nas aplicações nas quais se deseja maior mobilidade ou em que as condições de vento não sejam favoráveis.

Os helicópteros, por sua vez, apresentam como vantagem a capacidade de decolar e pousar verticalmente, operar em vôo pairado, deslocar-se a velocidades consideráveis, em qualquer direção, como por exemplo lateralmente (opção não disponível em outras formas de veículos), além da possibilidade de realização de manobras acrobáticas. Sua principal desvantagem está no fato de apresentar dinâmica instável em todos os modos de operação. O movimento rotativo das asas, que gera a força de sustentação de vôo, também gera momentos que deslocam o helicóptero do ponto de operação. Além disso, qualquer desbalanceamento de um componente do rotor pode resultar na perda de controle. Os comandos são altamente acoplados, de forma que um comando para o deslocamento longitudinal gera movimento lateral, e vice-versa. Dentre os veículos citados até o momento, é certamente o que apresenta maior dificuldade para o piloto.

A aplicação de helicópteros em VANTs tem sido desenvolvida em diversos países, com trabalhos realizados nos EUA (Frye et al., 2006, Gavrilets et al., 2000, Mettler et al., 1999), Canadá (Fregene et al., 2000), Japão (Shin et al., 2005), França (Vilchis et al., 2003), China (Peng et al., 2006, Su & Cao, 2001), Espanha (Vilchis et al., 2003), Itália (Béjar et al., 2007) etc.

Atualmente no Brasil, existem vários grupos desenvolvendo pesquisa com helicópteros em instituições acadêmicas como Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Instituto Militar de Engenharia (IME), Universidade de Brasília (UNB), Universidade de São Paulo (USP) e em instituições militares como o Instituto de Pesquisa da Marinha (IPqM) e Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA).

Na UNB está sendo realizado o desenvolvimento de VANT para inspeção de linha de transmissão de energia elétrica<sup>1</sup>. Na USP existe o projeto de controle coordenado de robôs móveis em que o helicóptero é um dos elementos inseridos no sistema<sup>2</sup>. Não foram encontradas referências com informação a respeito do andamento dos trabalhos do IME, ITA e IPqM.

Na COPPE, a pesquisa com helicópteros foi iniciada em 2002 com a aquisição de um modelo em escala reduzida Raptor-30, fabricado pela *Thunder Tiger Corp*®. Em 2005, foram feitos os primeiros vôos com controle automático de altitude (Santos, 2005). Para tanto, foi desenvolvida uma eletrônica embarcada (aviônica) mínima necessária para a realização dos vôos de teste, modelagem e identificação dos parâmetros da dinâmica vertical do veículo e o seu controle de altitude. Este foi o primeiro trabalho realizado no Laboratório de Controle da COPPE/UFRJ, no contexto do projeto de estabilização e controle de posição e orientação do helicóptero.

A seguir, é apresentada uma breve descrição do projeto global em que este trabalho pretende ser uma contribuição.

## 1.1 Projeto Helicóptero

O objetivo geral do projeto é desenvolver um VANT, baseado em um helicóptero em escala reduzida, para executar operações de inspeção semi-autônomas, i.e., assistidas pelo operador.

A classe de helicópteros utilizada no projeto é a mesma que a utilizada por *hobistas*. Atualmente, utiliza-se um modelo Raptor-30.

O sistema embarcado (aviônica), responsável pelo controle e navegação do VANT, é composto por um conjunto de microcontroladores, unidade de comunicação *wireless* e sensores de posição (por exemplo, altímetro e GPS) e de atitude (por exemplo, unidade de navegação inercial). Eventualmente, o sistema poderá também integrar câmeras de vídeo para a captura de imagens e um canal de comunicação adequado para a sua transmissão. Este sistema deve permitir alternar entre o comando automático, executado pelo algoritmo de controle embarcado, e o comando manual, enviado pelo

---

<sup>1</sup><[http://www.grav.unb.br/Wiki.jsp?page=CARCARAH\\_EXPANSION](http://www.grav.unb.br/Wiki.jsp?page=CARCARAH_EXPANSION)>, acesso em 19 de setembro de 2008.

<sup>2</sup><<http://www.sel.eesc.usp.br/lasi/Helicoptero/Helicoptero>>, acesso em 19 de setembro de 2008.



operador a partir do rádio controle.

Inicialmente é necessário estabilizar e controlar a atitude e a posição do helicóptero. A fase seguinte, é o desenvolvimento de algoritmos de navegação. Para tanto, poderão ser empregados algoritmos para o planejamento de trajetória e para o desvio de obstáculos. Neste caso, a aviônica deverá permitir a inclusão de sensores adicionais capazes de estimar o ambiente de operação e detectar possíveis obstáculos.

Uma interface gráfica amigável deve ser projetada para auxiliar a operação do sistema a partir de um computador instalado em uma base de operação.

### 1.1.1 Breve apresentação do Raptor–30

O Raptor–30 (figura 1.1) é um modelo em escala de 1:12 do helicóptero *Bell UH-1H*, produzido pela *Thunder Tiger Corp*® (Santos, 2005). É uma aeronave de asa rotativa do tipo axial, ou seja, com um rotor principal que gera sustentação, e um rotor de cauda, para compensar o efeito do rotor principal. Este helimodelo é composto por:

- um motor a combustão classe OS30;
- um tanque de combustível;
- um silenciador/mufla;
- um rotor principal;
- um rotor de cauda;
- um estabilizador *Bell-Hiller*;
- um estabilizador horizontal; e
- uma aleta vertical.

Para possibilitar o comando do piloto, são instalados cinco servo-motores, baterias de alimentação e receptor de rádio controle, que opera em frequência de 2,4 [GHz]. Para facilitar a operação, são utilizados um compensador de velocidade angular de guinada (*gyro*) e um regulador da velocidade de rotação do motor a combustão (*governor*). As especificações destes componentes estão incluídas no Apêndice A.



FIGURA 1.1: Ilustração do Raptor-30.  
Fonte: [www.rcuniverse.com](http://www.rcuniverse.com).

Como em qualquer helicóptero do tipo axial, o modelo em escala apresenta comandos do tipo:

- Coletivo, que atua sobre o ângulo de ataque (passo) das hélices de um valor constante em todo o percurso do movimento de rotação (azimute); ou
- Cíclico, que atua sobre o ângulo de ataque das hélices de um valor que é função de sua posição azimutal durante o movimento de rotação.

São disponibilizados ao piloto quatro comandos básicos:

- Coletivo, que é do tipo coletivo e atua sobre o rotor principal;
- Pedal, que é do tipo coletivo e atua sobre o rotor de cauda;
- Longitudinal, que é do tipo cíclico e atua sobre o rotor principal, direcionado no sentido de movimentar o helicóptero para frente ou para trás; e
- Lateral, que é do tipo cíclico e atua sobre o rotor principal, direcionado no sentido de movimentar o helicóptero para as laterais.

A atuação destes comandos está relacionada com o funcionamento do mecanismo, denominado prato cíclico. O princípio de funcionamento deste mecanismo, assim como do helicóptero em geral, são descritos nos trabalhos de Santos (2005) e Johnson (1994). Eles também descrevem os mecanismos e princípios de aplicação dos diversos estabilizadores utilizados. Por exemplo, a barra estabilizadora, ou *Bell-Hiller*, tem um forte efeito de amortecimento na dinâmica do rotor. Ela atrasa significativamente a resposta do rotor como um todo (Shim et al., 2000) e dá ao piloto uma maior sensação de manobrabilidade.

### **1.1.2 Etapas realizadas**

Em Santos (2005) foi desenvolvido um modelo linear para a dinâmica do Raptor-30 no seu eixo vertical e a identificação dos respectivos parâmetros a partir de uma série de vôos experimentais. Também foi implementado, e testado com sucesso, um controle PD para a altitude do helicóptero. A aviônica utilizada era composta de dois microcontroladores, um banco de memória para gravação dos dados coletados e um sonar altímetro para a medição da altitude.

## **1.2 Objetivos deste trabalho**

São objetivos deste trabalho: obter um modelo não-linear e implementar um simulador da dinâmica da posição e atitude do helicóptero; e avaliar e propor metodologia de identificação das dinâmicas de posição e atitude para aplicação em helicópteros de escala reduzida com a finalidade de utilização em projeto de controle.

## **1.3 Metodologia**

A metodologia adotada neste trabalho é descrita a seguir.

### **1.3.1 Modelagem**

A partir da teoria obtida na literatura de aerodinâmica de helicópteros de escala natural, será desenvolvido um modelo matemático não-linear, cujas entradas são os comandos executados pelos servomotores e as saídas são as posições e orientações do helicóptero. Este estudo será direcionado para as características do Raptor-30.

Serão apresentados e avaliados os critérios normalmente adotados.

Uma estrutura de um modelo linear válido em um ponto de operação será obtida a partir da linearização do modelo não-linear proposto.

### **1.3.2 Identificação**

Serão estudadas teorias aplicáveis aos procedimentos de captura e processamento de sinais, como ferramentas utilizadas nos procedimentos de identificação de modelos

matemáticos. Serão abordados os requisitos e condições mínimas necessárias para a realização destes procedimentos.

Serão implementados algoritmos de identificação com abordagens diferentes, cuja aplicação no sistema do helicóptero será avaliada.

### **1.3.3 Simulação**

Com base no modelo não-linear, será implementado um simulador, a partir do qual será simulada a realização de todos os procedimentos: a captura de dados, o pré-tratamento dos sinais, processamento dos algoritmos de identificação e simulação dos modelos identificados.

Serão realizadas simulações em malha fechada para avaliar a aplicação do modelo identificado em projeto de controle.

### **1.3.4 Eletrônica embarcada**

Para realização da identificação experimental é necessário o desenvolvimento e integração da eletrônica e instrumentação embarcada e de solo, capaz de medir os sinais de posição, atitude e os respectivos comandos, utilizados na identificação e, posteriormente, possibilitar a realimentação da malha de controle.

### **1.3.5 Experimentos de identificação**

Na seqüência será realizada a identificação prática do modelo de helicóptero em escala Raptor-30. A metodologia e técnicas utilizadas na simulação serão aplicadas em experimentos, com a consequente avaliação da viabilidade dos procedimentos e metodologias utilizadas para esta finalidade.

### **1.3.6 Controle**

Os modelos identificados serão utilizados no projeto de controladores simples para estabilizar a planta real e os resultados experimentais obtidos serão avaliados.

## 1.4 Conteúdo dos capítulos

O capítulo 2 apresenta um resumo da teoria de aerodinâmica aplicada a helicópteros e, em seguida, desenvolve um modelo não-linear teórico para simulação destas dinâmicas. Este modelo também serve como base para a obtenção de um modelo linearizado no capítulo 3.

Ferramentas utilizadas nos procedimentos de identificação, juntamente com os algoritmos e técnicas de identificação paramétricos e não-paramétricos são os assuntos abordados no capítulo 4.

Um simulador baseado no modelo não-linear é implementado no capítulo 5 e as respostas aos comandos de entrada são avaliadas.

No capítulo 6 são realizadas várias simulações dos procedimentos de identificação a partir do simulador implementado. São simulados os processos de captura, tratamento dos dados, identificação, validação e utilização do modelo identificado para projeto do controlador.

O capítulo 7 descreve o sistema construído para a aquisição experimental de dados, envolvendo eletrônica embarcada, sistemas de comunicação, leitura de sensores embarcados e remotos, algoritmos de sincronismo, circuito de segurança, entre outros. Também são apresentados os dados aquisitados.

Finalmente, no capítulo 8, são apresentadas as conclusões sobre o trabalho realizado e sugestões para trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Dinâmica de um helicóptero

Este capítulo apresenta o estudo da modelagem matemática do helimodelo Raptor-30, descrito na seção 1.1.1 e no Apêndice A. O objetivo é obter um modelo matemático para simulação de sua dinâmica com elevado grau de realismo, que pode ser implementado em ambiente Simulink®/Matlab®.

Inicialmente são apresentados os sistemas de coordenadas utilizados para esta modelagem. Em seguida, realiza-se a análise da dinâmica do corpo rígido utilizada na modelagem, assim como os cálculos das forças e momentos gerados em função da ação da aceleração da gravidade, das superfícies aerodinâmicas do helicóptero e dos rotores. Ao final, apresenta-se o modelo não-linear completo.

Modelos não-lineares são obtidos a partir de princípios físicos e aerodinâmicos. Devido às diversas considerações e aproximações adotadas durante a modelagem, algumas delas discutidas adiante, não se pode garantir precisão para o modelo matemático obtido (Mettler, 2003).

Diversas são as abordagens encontradas na literatura para obtenção de modelos para simulação. Por exemplo, Balderud (2002) ao modelar um helicóptero de bancada com 3 graus de liberdade, associou os efeitos de atrito, amortecimento, giroscópicos e centrífugos a constantes, nos diversos componentes de seu sistema (rotores e eixos de movimentação), cujos valores foram identificados.

Frye et al. (2006) desenvolveu um modelo linear com parâmetros variantes no tempo para um helimodelo *Thunder Tiger Raptor-50*, utilizando a linearização da dinâmica do corpo rígido de Newton-Euler, e o cálculo parcial das derivadas de estabilidade e

controle, obtido de forma analítica, baseado em parâmetros geométricos medidos em laboratório.

Civita et al. (2002) apresentam o MOSCA, técnica de modelagem em que considera a dinâmica de corpo rígido de Newton-Euler, a ação da aceleração da gravidade, além das dinâmicas de batimento do rotor principal, do fluxo de ar pelo rotor, dos atuadores, da barra estabilizadora e do rotor de cauda. Para o cálculo das forças aerodinâmicas, utilizou um método proposto por Talbot et al. (1982), no qual são utilizados dados obtidos em testes de túnel de vento. Como ele não dispunha dos dados de testes de túnel de vento do seu helimodelo, os parâmetros foram escalados a partir dos fornecidos por Talbot et al. (1982) ao seu helicóptero. Mettler (2003) apresenta um estudo de escalamento de parâmetros entre helicópteros de escala natural e seus respectivos modelos em escala reduzida.

Para definição de um modelo linear, Mettler (2003) desenvolve primeiramente um modelo não-linear, o qual é linearizado para obtenção das equações de estado. O modelo considera as equações de movimento de Newton-Euler e as dinâmicas de batimento do rotor principal, do estabilizador Bell-Hiller (barra estabilizadora) e do amortecimento de guinada. As forças e momentos aerodinâmicos não são analiticamente calculados. Este modelo é então linearizado e as chamadas derivadas de estabilidade e controle são identificadas.

Santos (2005) utiliza uma abordagem semelhante à de Mettler (2003) no que diz respeito à equação para a dinâmica do corpo rígido e dinâmicas consideradas. Ele também inclui no seu modelo o cálculo do empuxo e do torque do rotor principal. O modelo proposto é linearizado no ponto de operação e, como resultado, obtém um modelo linear de segunda ordem para a dinâmica no eixo vertical, o qual foi utilizado no projeto de controle de altitude.

Neste capítulo será adotada a seguinte metodologia para a obtenção de um modelo não-linear de simples implementação:

- Definição dos sistemas de coordenadas — Cada contribuição de força e momento é calculada no sistema de coordenadas mais adequado (com menos esforço matemático), e em seguida todos são referenciados a um mesmo sistema de coordenadas, por meio de transformações de similaridade.

- Dinâmica do corpo rígido — O helicóptero é considerado um corpo rígido livre no espaço, sob a ação da gravidade e das forças e momentos gerados pelos rotores e superfícies aerodinâmicas do helicóptero.
- Cálculos de forças e momentos dos rotores e superfícies aerodinâmicas — O modelo é estendido para incluir as dinâmicas envolvidas no cálculo destas parcelas.

A utilização de sistemas de coordenadas, transformações de similaridade e da representação de Newton-Euler são tratadas em Murray et al. (1994) e Sciavicco & Siciliano (2000). Os cálculos analíticos das forças e momentos, inclusive dinâmicas internas do helicóptero, são tratados em Bramwell et al. (2001), Johnson (1994), McCormick (1999), Padfield (1996), Prouty (2002), Seddon (1990) e Stepniewski & Keys (1984). Parâmetros aerodinâmicos necessários a este desenvolvimento são obtidos em Mises (1959) e Abbott & Doenhoff (1959).

## 2.1 Sistemas de coordenadas

Para simplificar a obtenção de um modelo que descreva o movimento do corpo rígido, primeiramente é necessário estabelecer quais são os sistemas de coordenadas (*SC*'s) envolvidos nesta modelagem. Eles permitem realizar o cálculo das contribuições de forças e momentos em referenciais adequados e sua representação em sistemas de coordenadas distintos a partir de transformações de similaridades.

São definidos 5 sistemas de coordenadas ortogonais:

1.  $O_0$ : *SC* fixo à fuselagem.

É definido solidário ao helicóptero, onde  $\hat{x}_0$  é o vetor unitário que representa o eixo na direção longitudinal do helicóptero com sentido para frente,  $\hat{z}_0$  tem direção axial do helicóptero com sentido para baixo, e  $\hat{y}_0$  é na direção lateral do helicóptero com sentido para direita. O *SC*  $O_0$  tem sua origem localizada no centro de gravidade do helicóptero (centro de massa).

2.  $O_1$ : *SC* inercial.

É definido pelos vetores unitários  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{y}_1$  e  $\hat{z}_1$ , propositalmente definidos conforme ilustrado na figura 2.1, sendo  $\hat{x}_1$  com direção para a frente da posição inicial



do helicóptero,  $\hat{z}_1$  com direção para cima e  $\hat{y}_1$  posicionado adequadamente para manter a ortogonalidade do  $SC$ . Esta figura mostra também os demais  $SC$ 's mencionados.

3.  $O_2$  :  $SC$  fixo ao  $TPP^1$  do rotor principal;

Os eixos  $\hat{x}_2$  e  $\hat{y}_2$  definem um plano paralelo ao plano formado pelo caminho da ponta das hélices (*Tip Path Plane - TPP*) do rotor principal. O eixo  $\hat{x}_2$  tem sentido para a frente do helicóptero,  $\hat{y}_2$  para a esquerda e, conseqüentemente, o eixo  $\hat{z}_2$  tem sentido para cima, perpendicular ao plano do TPP. Sua origem está localizada na intersecção do TPP com o eixo do rotor principal.

4.  $O_3$ :  $SC$  fixo ao TPP do rotor de cauda.

A direção  $\hat{y}_3$  foi definida como perpendicular ao plano e com sentido para a direita do helicóptero,  $\hat{x}_3$  para a frente e  $\hat{z}_3$  para baixo. Sua origem está localizada na intersecção do TPP com o eixo do rotor de cauda.

5.  $O_4$ :  $SC$  inercial visualização.

É utilizado para a visualização das saídas das simulações. A partir da posição inicial do helicóptero, o eixo  $\hat{x}_4$  tem a direção para a frente, o eixo  $\hat{y}_4$  para a esquerda e o eixo  $\hat{z}_4$  para cima.

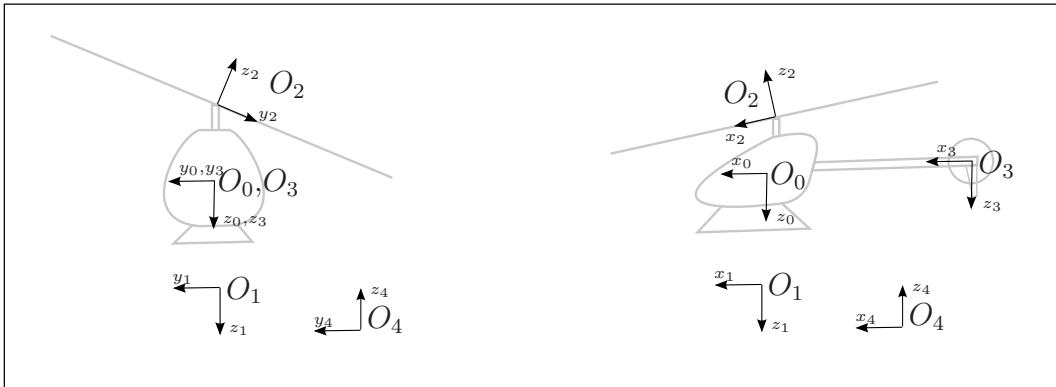


FIGURA 2.1: Ilustração do helicóptero com os sistemas de coordenadas.

A representação da velocidade do helicóptero no  $SC$   $O_0$  é dada por

$$\vec{v}_0 = \begin{bmatrix} u_0 & v_0 & w_0 \end{bmatrix}^T, \quad (2.1)$$

---

<sup>1</sup>TPP - Tip Path Plane, plano formado pelo caminho da ponta das hélices durante o movimento de rotação.

onde  $u_0$ ,  $v_0$  e  $w_0$  são as projeções de  $\vec{v}_0$  nos eixos  $\hat{x}_0$ ,  $\hat{y}_0$  e  $\hat{z}_0$ , respectivamente. Da mesma forma, a velocidade angular é representada por

$$\vec{\omega}_0 = \begin{bmatrix} p_0 & q_0 & r_0 \end{bmatrix}^T, \quad (2.2)$$

onde  $p_0$ ,  $q_0$  e  $r_0$  são as projeções de  $\vec{\omega}_0$  nos eixos do *SC*  $O_0$ .

## 2.2 Matrizes de rotação

Uma notação compacta para representar a orientação de um corpo com relação a um sistema de coordenadas inercial é a utilização de *Matrizes de Rotação*, nas quais as colunas são as projeções dos vetores que representam a orientação do corpo em um outro sistema de coordenadas (Sciavicco & Siciliano, 2000).

Uma matriz de rotação tem a forma

$$R = \begin{bmatrix} x'^T x & y'^T x & z'^T x \\ x'^T y & y'^T y & z'^T y \\ x'^T z & y'^T z & z'^T z \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

em que  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  são os vetores unitários do sistema de coordenadas de origem e  $x$ ,  $y$  e  $z$  são os vetores unitários de um outro sistema de coordenadas.

Esta notação é utilizada para relacionar os diversos sistemas de coordenadas ortogonais.

### 2.2.1 Relação entre $O_0 - O_1$

A orientação do *SC* fixo à fuselagem  $O_0$  com relação ao *SC* inercial  $O_1$  pode ser dada pelos ângulos de Euler ( $\phi$  - *roll*,  $\theta$  - *pitch* e  $\psi$  - *yaw*)<sup>2</sup>.

A matriz de rotação que relaciona estes dois sistemas de coordenadas é denotada por  $R_{10}$ , onde o índice '10' indica que as coordenadas do vetor representado no *SC*  $O_0$

---

<sup>2</sup> *Roll*, *pitch* e *yaw*, também conhecidos como ângulos de rolagem, inclinação e guinada.

são transformadas para o  $SC O_1$ . Ela é definida como (Murray et al., 1994)

$$R_{10} = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi), \quad (2.4)$$

onde

$$\begin{aligned} R_x(\phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}, \\ R_y(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \\ R_z(\psi) &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Esta forma de representação da orientação apresenta singularidade quando o ângulo  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , o que não gera problemas, já que o ponto de operação de interesse é o vôo pairado, o que ocorre quando os ângulos de Euler são iguais a zero.

### 2.2.2 Relação entre $O_0 - O_2$

O TPP (*Tip Path Plane*) é o plano formado pela trajetória da ponta das hélices durante o movimento de rotação do rotor, conforme ilustrado na figura 2.2. De acordo com os comandos realizados pelo piloto ou pelo sistema de controle, as hélices sofrem inclinações (ângulo de passo) diversas, variáveis em função de sua posição na circunferência (azimute), o que induz o movimento de batimento (ver seções 2.5.3 e 2.5.7), cujo sentido é perpendicular ao plano do eixo do rotor e que faz com que o TPP seja inclinado em relação a esta superfície.

Neste  $SC$  é importante definir o vetor unitário  $\hat{z}_2$ , o qual tem a mesma direção e sentido do vetor normal ao plano do TPP,  $\vec{N}$ . Desta forma, para a aplicação desejada, é suficiente definir as coordenadas do vetor  $N_0$  no  $SC O_0$ . Considerando a equação do

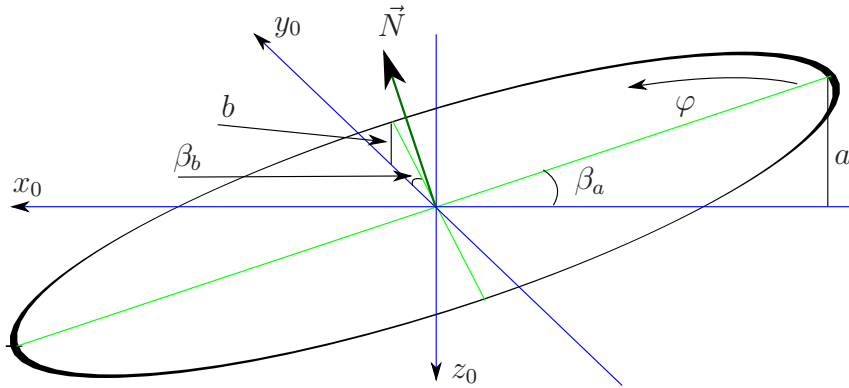


FIGURA 2.2: Ilustração do plano formado pelo caminho da ponta da hélice - TPP.

TPP<sup>3</sup> :

$$\beta(\varphi) = \beta_0 - a \cos(\varphi) - b \sin(\varphi), \quad (2.6)$$

em que  $\beta(\varphi)$  é o ângulo de inclinação da hélice com relação ao plano perpendicular ao eixo do rotor em função do azimute (posição durante o movimento de rotação) e  $\beta_0$  é o *off-set* deste ângulo existente por razões construtivas<sup>4</sup>.

Para definir o plano, considera-se que

$$\cos(\varphi) = -\hat{x}_0, \quad (2.7)$$

$$\sin(\varphi) = \hat{y}_0, \quad (2.8)$$

$$\beta = -\hat{z}_0, \quad (2.9)$$

<sup>3</sup>Esta equação está escrita de forma que, com valores positivos de  $a$ , a inclinação do TPP é para frente, e com valores positivos de  $b$ , a inclinação do TPP é para a esquerda. A dinâmica do batimento é apresentada na seção 2.5.7.

<sup>4</sup>Nesta formulação, são considerados pequenos ângulos,  $\beta(\varphi) \approx 0$ .

de onde se obtém que

$$-\hat{z}_0 = \beta_0 + a\hat{x}_0 - b\hat{y}_0, \quad (2.10)$$

$$f(\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0) = -a\hat{x}_0 + b\hat{y}_0 - \hat{z}_0 = \beta_0. \quad (2.11)$$

Fazendo

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \hat{x}_0} \dot{\hat{x}}_0 + \frac{\partial f}{\partial \hat{y}_0} \dot{\hat{y}}_0 + \frac{\partial f}{\partial \hat{z}_0} \dot{\hat{z}}_0 = 0, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \hat{x}_0} = -a, \quad \frac{\partial f}{\partial \hat{y}_0} = b, \quad \frac{\partial f}{\partial \hat{z}_0} = -1, \quad (2.13)$$

$$-a\dot{\hat{x}}_0 + b\dot{\hat{y}}_0 - \dot{\hat{z}}_0 = 0, \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} -a & b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_0 \\ \dot{\hat{y}}_0 \\ \dot{\hat{z}}_0 \end{bmatrix} = 0, \quad (2.15)$$

$$N_0^T \hat{S}_0 = 0, \quad (2.16)$$

onde

$$N_0 = \begin{bmatrix} -a & b & -1 \end{bmatrix}^T, \quad (2.17)$$

$$\hat{S}_0 = \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_0 & \dot{\hat{y}}_0 & \dot{\hat{z}}_0 \end{bmatrix}^T, \quad (2.18)$$

sendo  $N_0$  perpendicular e  $\hat{S}_0$  tangente ao plano do TPP.

Normalizando, temos o vetor normal ao plano do TPP representado no  $SC$   $O_0$

$$\hat{N}_0 = \frac{N_0}{\|N_0\|}. \quad (2.19)$$

### 2.2.3 Relação entre $O_0 - O_3$

O rotor da cauda, cujo acionamento mecânico ocorre através de transmissão por correia, apresenta apenas o movimento de rotação no próprio eixo, de forma que não existe mecanicamente outro grau de mobilidade que permita o movimento de batimento

das hélices, o qual, no entanto, pode ocorrer devido ao grau de rigidez do material do qual a hélice é fabricada.

Neste trabalho, considera-se que o rotor de cauda não apresenta movimento cíclico, e, portanto, a orientação do seu TPP com relação à fuselagem não se altera em nenhum momento. Assim, como os dois  $SC$ 's em questão apresentam a mesma orientação, esta matriz de rotação é igual à identidade,

$$R_{03} = I, \quad (2.20)$$

conforme pode ser observado pela figura 2.1.

Com isso foram calculadas as matrizes que transformam as coordenadas representadas em um  $SC$  para outro, sendo que estas podem ser invertidas para realizar a transformação inversa, ou combinadas, para transformações diversas (Murray et al., 1994).

## 2.3 Dinâmica do corpo rígido

As equações de Newton-Euler para o movimento translacional e rotacional do corpo rígido são válidos para o helicóptero (Kim et al., 2004).

Seja o equacionamento de Newton-Euler para a dinâmica do corpo rígido (Murray et al., 1994):

$$\begin{aligned} m\dot{\vec{v}}_0 + m(\vec{\omega}_0 \times \vec{v}_0) &= \Sigma\mathbf{F}_0, \\ \mathbf{I}\dot{\vec{\omega}}_0 + (\vec{\omega}_0 \times \mathbf{I}\vec{\omega}_0) &= \Sigma\mathbf{M}_0, \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde  $\Sigma\mathbf{F}_0$  é o somatório das forças externas e  $\Sigma\mathbf{M}_0$  é o somatório de momentos externos aplicados ao centro de massa do corpo rígido,  $m$  é a massa do helicóptero e  $\mathbf{I}$  seu momento de inércia. As principais forças e momentos envolvidos são<sup>5</sup> :

- Força devido à gravidade ( $F_{g_0}$ );
- Força/empuxo do rotor principal ( $F_{rp_0}$ );
- Força/empuxo do rotor de cauda ( $F_{rc_0}$ );

---

<sup>5</sup>com os vetores representados no sistema de coordenadas  $O_0$ .

- Força do estabilizador horizontal ( $F_{eh_0}$ );
- Força da aleta vertical ( $F_{av_0}$ );
- Torque de reação do rotor principal ( $Tr_{rp_0}$ );
- Torque gerado pelo empuxo do rotor principal ( $Te_{rp_0}$ );
- Torque gerado pelo empuxo do rotor de cauda ( $Te_{rc_0}$ );
- Torque gerado pela força do estabilizador horizontal ( $Te_{h_0}$ ); e
- Torque gerado pela força da aleta vertical ( $T_{av_0}$ ).

Desta forma,

$$\begin{aligned}\Sigma \mathbf{F}_0 &= F_{g_0} + F_{rp_0} + F_{rc_0} + F_{eh_0} + F_{av_0} , \\ \Sigma \mathbf{M}_0 &= Tr_{rp_0} + Te_{rp_0} + Te_{rc_0} + Te_{h_0} + T_{av_0} .\end{aligned}\tag{2.22}$$

Estes termos serão calculados nas próximas seções, sendo que, como será visto, os relacionados com estabilizadores podem até ser desprezados para o caso de movimento em baixas velocidades (Koo & Sastry, 1998). Além da dinâmica das velocidades  $\vec{v}_0$  e  $\vec{\omega}_0$ , é importante observar a posição ( $X$ ) e a atitude ( $\Psi$ ) do helicóptero no espaço, que, neste caso, podem ser calculadas conforme descrito nas seções a seguir.

### 2.3.1 Cinemática da atitude

A velocidade angular está relacionada com a taxa de variação dos ângulos de Euler (*roll*, *pitch* e *yaw*) através da seguinte relação (Murray et al., 1994):

$$\vec{\omega}_0 = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \\ \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} .$$

Isolando os termos  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$  e  $\dot{\psi}$  na equação acima, obtemos que a dinâmica da orientação

é dada por

$$\Psi = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T, \quad (2.23)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

$$\dot{\Psi} = A\vec{\omega}_0. \quad (2.25)$$

### 2.3.2 Cinemática da posição

A posição do corpo, representada no sistema de coordenadas inercial, com base na velocidade  $\vec{v}_0$  representada no  $SC$  fixo à fuselagem,

$$X = [x_1 \quad y_1 \quad z_1]^T, \quad (2.26)$$

é dada por

$$\dot{X} = \vec{v}_1 = R_{10}\vec{v}_0, \quad (2.27)$$

que, como pode ser observado, depende da orientação do corpo rígido, já que  $R_{10}$  é função de  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ .

As equações apresentadas (2.21), (2.27) e (2.25) são representadas pelo bloco *6 DoF (Euler Angle)* do pacote *Aerospace Blockset* do Simulink® (Mathworks, 2008). Este bloco é configurado com parâmetros de massa e momentos de inércia, além das condições iniciais de posição, atitude, velocidades e acelerações.

Para validar a utilização deste bloco, sua saída foi simulada em paralelo com o modelo das equações (2.21), (2.27) e (2.25), estando ambos submetidos às mesmas entradas, sendo que o erro observado, dado pela diferença das duas saídas, é igual a zero.

Até o momento foram apresentadas as equações (2.21), (2.27) e (2.25). A seguir serão calculadas as parcelas de força e momento da equação (2.22).



## 2.4 Força devido à gravidade

O primeiro termo analisado é a força devido a ação da gravidade. Representada no  $SC$  inercial, tem módulo

$$F_g = mg, \quad (2.28)$$

sendo  $m$  a massa do helicóptero e  $g$  o módulo da aceleração da gravidade. Tem direção e sentido dado por  $\hat{z}_1$ . Assim, a força devido à gravidade é representada por

$$F_{g_1} = mg\hat{z}_1. \quad (2.29)$$

Seja  $R_{10}$  definida em (2.5), temos que

$$R_{01} = R_{10}^T, \quad (2.30)$$

é a matriz que leva do  $SC$  inercial para o fixo à fuselagem, de forma que

$$\begin{aligned} F_{g_0} &= R_{01}F_{g_1} \\ &= mgR_{01}\hat{z}_1. \end{aligned} \quad (2.31)$$

## 2.5 Dinâmicas do Raptor–30

Na equação (2.22) são utilizadas parcelas que dizem respeito a dinâmicas internas do helicóptero, tais como forças e momentos gerados pelos rotores e superfícies aerodinâmicas. Para o cálculo teórico destas parcelas, é realizada uma analogia com a teoria desenvolvida para helicópteros de escala natural, já que determinadas informações e características aerodinâmicas não são disponibilizadas pelos fabricantes de helimodelos.

Durante esta comparação devem ser levadas em consideração as características próprias de cada estrutura, uma vez que os modelos em escala apresentam menores dimensões e massa, assim como parâmetros físicos, e, em geral, a razão entre a potência disponível e o peso da fuselagem é muito superior aos de escala natural. Também são diferentes as características das superfícies aerodinâmicas e a diversidade de comandos

disponíveis para o piloto, que nos helicópteros de escala natural são mais variados e complexos (Santos, 2005, Mettler, 2003, Tischler & Remple, 2006).

A seguir serão calculadas estas parcelas utilizando como base a dinâmica de helicópteros reais, levando em consideração que o Raptor-30 é um modelo em escala do helicóptero *Bell UH-1H* (Santos, 2005).

### 2.5.1 Velocidade dos rotores

Em helicópteros de escala natural, a velocidade do rotor é um dos comandos disponibilizados ao piloto, que é usado para aumentar ou diminuir a força de sustentação obtida pelo rotor do helicóptero, nos diversos níveis de vôo. Como será visto adiante (seção 2.5.3), a força de sustentação gerada por um rotor é função da velocidade de rotação, do ângulo de inclinação das hélices, assim como das características do meio em que o rotor se encontra (equação (2.55)), no caso, o ar atmosférico, de forma que condições climáticas como ventos e temperatura influenciam nos valores de sustentação obtidos.

Existem helimodelos mais simples que utilizam a velocidade do rotor para o controle da força de sustentação. No caso do Raptor-30, é utilizado um mecanismo sofisticado, chamado *prato cíclico* (Johnson, 1994, Santos, 2005), o qual permite alterar o ângulo de ataque das hélices durante a rotação, sendo este o comando disponibilizado ao piloto.

Por este motivo, em geral é instalado um dispositivo eletrônico para controle da velocidade do rotor, chamado *Governor*, ou governador. Ele é responsável por compensar as variações da velocidade do rotor devido ao deslocamento do helicóptero, além das causadas pelo vento e demais condições atmosféricas às quais o rotor está submetido, já que o helicóptero pode operar em ambiente aberto.

Outra característica do Raptor-30 a ser considerada é o fato de que ambos os rotores, principal e de cauda, são acionados pelo mesmo motor, sendo a transmissão realizada por meio de uma correia interna ao tubo da cauda (ver Apêndice A).

### 2.5.2 Rotor principal

O Apêndice A apresenta dados sobre as características da mecânica do helicóptero obtidos a partir do manual do fabricante.

O módulo das forças e momentos gerados por um rotor podem ser estimados com base na Teoria de Momentos<sup>6</sup> ou na Teoria das Lâminas Elementares<sup>7</sup>. Utilizando os conceitos da Teoria de Momentos pode-se estender a aplicação da Teoria de Lâminas Elementares, chamada de Teoria de Momentos e Lâminas Elementares (Béjar et al., 2007), e melhorar a aproximação obtida no cálculo destes módulos.

O cálculo realizado é baseado nesta última teoria. Envolve como parâmetro o ângulo de ataque das hélices, ou seja, a inclinação destas durante o movimento de rotação como resultado das entradas do tipo coletivo e cíclico aplicadas pelo piloto.

Como mencionado anteriormente, o rotor principal é responsável por três contribuições à dinâmica do corpo rígido, equações (2.21) e (2.22):

- Força de sustentação, ou seja, empuxo do rotor principal, é a força que o rotor principal aplica no helicóptero;
- Torque de reação devido a rotação do rotor; e
- Torque devido ao deslocamento do eixo da força de empuxo com relação ao centro de gravidade do helicóptero.

Estes componentes serão analisados na seqüência.

### 2.5.3 Empuxo do rotor principal – $F_{rpo}$

Conforme Bramwell et al. (2001), Johnson (1994) e Seddon (1990), pela Teoria das Lâminas Elementares (*Blade Element Theory*) temos que a sustentação (*lift*) e o arrasto (*drag*) diferenciais são dados, respectivamente, por<sup>8</sup>

$$dL = \frac{1}{2}\rho U^2 c C_L dy, \quad (2.32)$$

$$dD = \frac{1}{2}\rho U^2 c C_D dy, \quad (2.33)$$

---

<sup>6</sup>*Momentum Theory* - são equações baseadas na diferença de pressão gerada pela velocidade relativa das hélices do rotor com relação ao ar (Prouty, 2002).

<sup>7</sup>*Blade Element Theory* - as forças e momentos aerodinâmicas são calculadas a partir da integração do empuxo gerado por uma hélice de espessura elementar em rotação, na circunferência do rotor, levando em consideração os movimentos realizados pelo rotor e seus parâmetros físicos (Bramwell et al., 2001, Johnson, 1994, Seddon, 1990, Prouty, 2002).

<sup>8</sup>Nesta seção é utilizada a nomenclatura adotada por Seddon (1990).

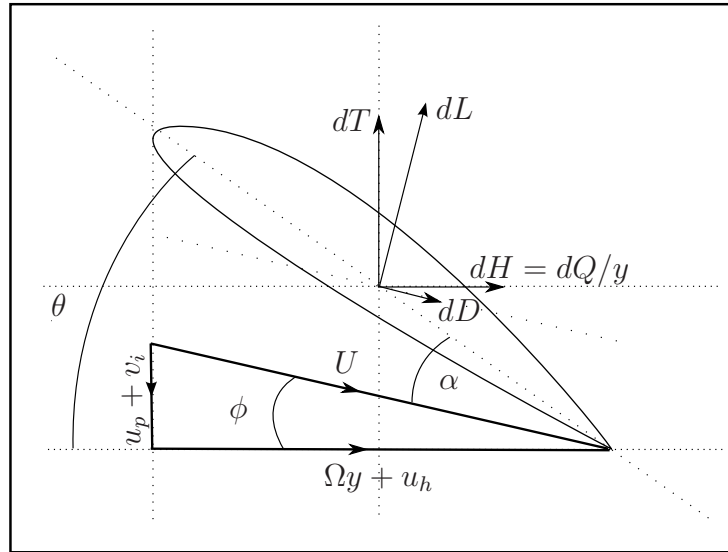


FIGURA 2.3: Seção da hélice.  
Fonte: Seddon (1990).

onde<sup>9</sup> :

$U$ : é a velocidade do ar com relação a corda da hélice;

$c$ : é a corda da hélice, ou seja, sua largura;

$C_L$  e  $C_D$ : são os coeficientes de sustentação e arrasto;

$dy$ : é um elemento do comprimento da hélice;

$dL$ : tem direção perpendicular à velocidade resultante  $U$ ; e

$dD$ : tem direção paralela à velocidade resultante  $U$ .

De acordo com a figura 2.3, o empuxo diferencial é calculado como a soma vetorial das projeções dos diferenciais de sustentação e arrasto, ou seja,

$$dT = dL \cos(\phi) - dD \sin(\phi) . \quad (2.34)$$

Realizando a integração de  $dL$  e  $dD$  ao longo do comprimento da hélice obtém-se os valores das forças de sustentação e de arrasto. Este valor calculado também é função

---

<sup>9</sup>Ver figuras 2.3 e 2.4.

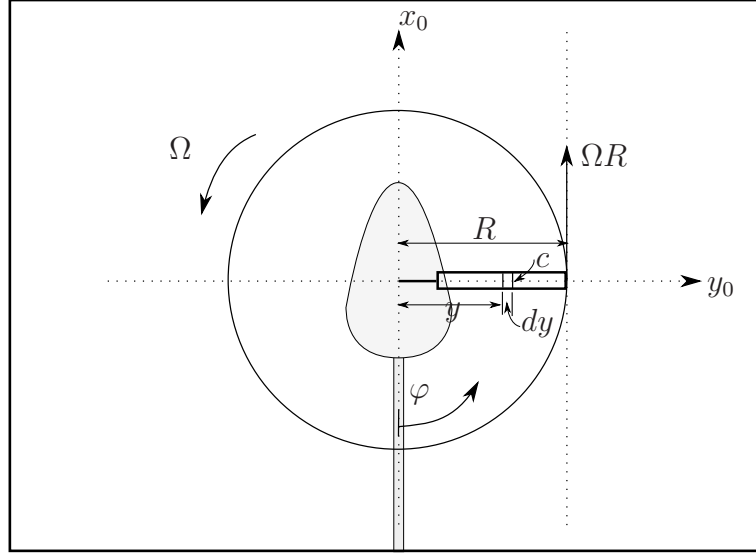


FIGURA 2.4: Vista superior do plano da hélice.  
Fonte: Seddon (1990).

da posição instantânea da hélice no movimento de rotação, o ângulo de azimute  $\varphi$ ,

$$L(\varphi) = \int_0^R \frac{1}{2} \rho U^2 c C_L dy , \quad (2.35)$$

$$D(\varphi) = \int_0^R \frac{1}{2} \rho U^2 c C_D dy . \quad (2.36)$$

Considerando que rotores de helicópteros apresentam no mínimo duas hélices, realizando a soma vetorial dos termos  $L(\varphi_i)$  e  $D(\varphi_i)$  de cada uma delas, obtém-se a sustentação e o arrasto do rotor em determinado instante, já que  $\varphi = f(t)$ .

Alternativamente, pode-se calcular o valor médio de  $dL$  e  $dD$  ao longo do período de rotação, na posição  $y$  sobre a hélice ( $0 \leq y \leq R$ , onde  $R$  é o comprimento da hélice, sendo que o *off-set* na origem da hélice é desprezado) e então realizar a integração. Assim, é obtido o valor médio da sustentação e do arrasto das hélices do rotor durante o movimento rotatório,

$$L = \int_0^R \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{2} \rho U^2 c C_L d\varphi \right) \right] dy , \quad (2.37)$$

$$D = \int_0^R \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{2} \rho U^2 c C_D d\varphi \right) \right] dy . \quad (2.38)$$

Para o cálculo da velocidade do ar relativa à corda da hélice  $U$ , inicialmente, observa-se que velocidade do ar com relação ao rotor  $U_{ar}$ , no sistema de coordena-

das do TPP,  $O_2$ , é

$$U_{ar} = [u_x \ u_y \ u_z]^T . \quad (2.39)$$

Como definido anteriormente, o plano  $xy$  do  $SC$   $O_2$  é paralelo ao TPP, portanto, o módulo da velocidade horizontal do ar,  $u_{har}$  e seu ângulo de incidência no plano  $zx$  do mesmo  $SC$ ,  $\hat{a}_{har}$ , são

$$u_{har} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} , \quad (2.40)$$

$$\hat{a}_{har} = \arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right) . \quad (2.41)$$

O termo  $u_z$  é perpendicular ao plano do TPP, assim como a velocidade induzida pelo movimento do rotor,  $v_i$ . Somando estas contribuições temos a componente perpendicular ao plano do TPP da velocidade relativa do ar com relação à corda da hélice,  $u_p$ ,

$$u_p = v_i + u_z . \quad (2.42)$$

Analogamente, para a componente paralela ao plano do TPP,  $u_t$ , as parcelas são: a velocidade relativa tangencial  $u_{har}$ , cujo módulo depende do azimute da hélice  $\varphi$  e do ângulo de incidência do ar,  $\hat{a}_{har}$ ; e a velocidade do deslocamento da hélice no movimento rotatório, cujo módulo corresponde à velocidade angular  $\Omega$  (em  $rad/s$ ) multiplicada pelo raio,  $y$ . Desta forma (McCormick, 1999),

$$u_t = \Omega y + u_{har} \sin(\varphi - \hat{a}_{har}) . \quad (2.43)$$

Então, calcula-se o módulo da velocidade e seu ângulo de incidência no TPP,

$$U = \sqrt{u_p^2 + u_t^2} , \quad (2.44)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{u_p}{u_t}\right) . \quad (2.45)$$

O ângulo de ataque é definido como a diferença entre o ângulo de inclinação da corda da hélice no plano do TPP,  $\theta$ , e o ângulo de incidência da velocidade relativa do ar,  $\phi$ , ou seja,

$$\alpha = \theta - \phi . \quad (2.46)$$

Já para o coeficiente de sustentação,  $C_L$ , costuma-se considerá-lo como função linear do ângulo de ataque,

$$C_L = a (\theta - \phi) \quad (2.47)$$

onde  $a$  é a inclinação da curva de sustentação da hélice,  $a \approx 5,7$  (Bramwell et al., 2001, Johnson, 1994, Seddon, 1990, Mettler, 2003, Santos, 2005).

O valor do coeficiente de arrasto  $C_D$  depende da geometria da hélice, e conforme mencionado por McCormick (1999), é obtido por meio de experimentos em túnel de vento. Ele também apresenta uma tabela comparativa de diversos formatos de hélices e seus respectivos coeficientes de arrasto. Verifica-se que, para o Raptor-30, pode ser adotado o valor de  $C_D = 0,4$ .

A inclinação da hélice  $\theta$  é dada pelas equações

$$\theta(t) = \theta_0 - A \cos(\varphi) - B \sin(\varphi) , \quad (2.48)$$

$$\varphi = \Omega t , \quad (2.49)$$

$$\theta_0 = K_{col} U_{col} + \delta_{\theta_0} , \quad (2.50)$$

$$A = K_b b , \quad (2.51)$$

$$B = K_a a , \quad (2.52)$$

onde,

$a$  e  $b$  : são os mesmos da equação (2.6), e são resultado da dinâmica de batimento das hélices durante o movimento rotatório;

$A$  e  $B$  : são resultados dos ajustes de amplitude da atuação, que relacionam a inclinação periódica com o batimento;

$U_{col}$  : é a atuação do comando de coletivo executado pelo piloto (sinal de entrada);

$K_a$ ,  $K_b$  e  $K_{col}$  : são os coeficientes de ajuste devido a existência de acoplamentos mecânicos; e

$\delta_{\theta_0}$  : é a inclinação padrão da hélice.

De acordo com Mettler (2003), a dinâmica do batimento, modelada por Chen (1980), pode ser resumida pelo sistema de equações diferenciais

$$\frac{16}{\gamma\Omega}\dot{a} = -a - \frac{16}{\gamma\Omega}q + \frac{p}{\Omega} + \frac{8}{\gamma\Omega^2}\frac{k_\beta}{I_\beta}b - K_{lon}U_{lon}, \quad (2.53)$$

$$\frac{16}{\gamma\Omega}\dot{b} = -b - \frac{16}{\gamma\Omega}p - \frac{q}{\Omega} - \frac{8}{\gamma\Omega^2}\frac{k_\beta}{I_\beta}a + K_{lat}U_{lat}, \quad (2.54)$$

onde

$p$  e  $q$  : projeções da velocidade angular sobre os eixos  $x$  e  $y$  do  $SC$  inercial;

$k_\beta$  : constante de elasticidade da hélice;

$I_\beta$  : momento de inércia da hélice com relação ao eixo de batimento;

$\gamma$  : *constante de Lock* da hélice, representa a razão entre as forças aerodinâmicas e inerciais que agem sobre a hélice,  $\gamma = \frac{\rho ac R^4}{I_b}$ ;

$U_{lon}$  e  $U_{lat}$  : comandos cíclicos do piloto (sinais de entrada); e

$K_{lon}$  e  $K_{lat}$  : relação de transformação de ajuste das entradas.

Diversas referências (Bramwell et al., 2001, Johnson, 1994, McCormick, 1999, Seddon, 1990, Stepniewski & Keys, 1984) apresentam equações fechadas para o cálculo do módulo do empuxo, obtidas a partir de desenvolvimento análogo ao apresentado até o momento, onde variam as considerações realizadas e nomenclaturas adotadas.

Escolheu-se apresentar o resultado de Seddon (1990) por ser mais simplificado. A partir das equações (2.32), (2.33) e (2.34), e considerando que:

- A constante de sustentação  $C_L$  é linear, em função do ângulo de ataque (2.47);
- Os valores das parcelas  $u_T$ ,  $u_P$  e  $\theta$  são calculados como a média dos valores em função do azimute  $\varphi$ , equações (2.37) e (2.38);]
- Existe o movimento do batimento, equações (2.53) e (2.54);



- O ângulo de inclinação é constante em todo o comprimento da hélice,  $\theta = \theta_0$ , definido pelo comando de coletivo; e
- Os comandos cíclicos atuam alterando a direção da força de sustentação, equações (2.53), (2.54) e seção 2.2.2.

Assim, a seguinte equação é obtida para o cálculo do módulo da força de empuxo aplicado pelo rotor na fuselagem do helicóptero,  $F_{rp}$ ,

$$C_T = \frac{1}{2}\sigma a \left[ \frac{1}{3}\theta_0 \left( 1 + \frac{3}{2}\mu^2 \right) - \frac{1}{2}\lambda \right],$$

$$F_{rp} = T = C_T [\rho A (\Omega R)^2], \quad (2.55)$$

onde

$a$  : inclinação da curva de sustentação da hélice;

$\theta_0$  : ângulo de ataque médio da hélice;

$\mu = \frac{V \cos \alpha}{\omega R}$  : razão entre a velocidade de deslocamento longitudinal do helicóptero (velocidade do ar) e a velocidade da ponta da hélice em rotação;

$\lambda$  : velocidade do fluxo de ar perpendicular ao TPP;

$\rho$  : densidade do ar;

$A$  : área da hélice;

$R$  : comprimento da hélice; e

$\sigma$  : fator de solidez.

O vetor da força de empuxo tem a direção de  $\hat{N}_0$ , então

$$F_{rp0} = F_{rp} \hat{N}_0. \quad (2.56)$$

#### 2.5.4 Torque de reação do rotor principal – $Tr_{rp0}$

O torque de reação do rotor é dado pela soma vetorial das projeções das forças de sustentação e arrasto, equações (2.32) e (2.33), sobre o plano do TPP, gerado devido a

diferença instantânea dos valores nas diversas hélices, cujo cálculo efetuado por Seddon (1990) é

$$dQ = y [dD \cos(\phi) + dL \sin(\phi)] . \quad (2.57)$$

Após considerações simplificadoras idênticas às mencionadas na seção anterior, obtém-se como resultado a equação

$$C_Q = \frac{1}{2} \sigma C_{D_0} (1 + 3\mu^3) + \lambda C_T - \mu C_H , \quad (2.58)$$

$$Q = C_Q \rho A (\Omega R)^2 R , \quad (2.59)$$

onde

$C_{D_0}$  : coeficiente de arrasto da hélice devido ao deslocamento do helicóptero; e

$C_H$  : coeficiente de arrasto no plano de rotação da hélice.

A direção do vetor do torque é  $\hat{N}_0$ . O sentido é dado pela direção de rotação, considerada positiva quando anti-horária. Seja o módulo calculado acima representado por  $Q_{rp}$ , então o vetor é dado por

$$Tr_{rp_0} = Q_{rp} \hat{N}_0 . \quad (2.60)$$

### 2.5.5 Torque gerado pelo empuxo do rotor principal - $Te_{rp_0}$

Este torque ocorre devido ao deslocamento do ponto de aplicação da força  $F_{rp_0}$  com relação ao centro de gravidade (C.G.) do helicóptero. Esta força é calculada a partir de

$$Te_{rp_0} = d_{rp_0} \times F_{rp_0} , \quad (2.61)$$

sendo  $d_{rp_0}$  o vetor posição do centro do rotor de principal com relação ao C.G. do helicóptero.

A direção da força é praticamente paralela ao vetor de posição, já que, em operação, o TTP é inclinado de ângulos próximos a zero. O módulo desta parcela é proporcional

ao seno do ângulo entre estes vetores, ou seja, é aproximadamente zero, e pode ser desprezado devido sua baixa magnitude comparada com os demais momentos atuantes no sistema.

### 2.5.6 Rotor de cauda

A dinâmica do rotor principal pode ser aplicada ao rotor de cauda com algumas considerações, como a inexistência do movimento cíclico e a diferença na velocidade de rotação.

Assim, a partir da equação (2.55), calcula-se o módulo da força gerada pelo rotor de cauda, representada por  $F_{rc}$ , sendo o vetor na direção  $\hat{y}_3$ ,

$$\begin{aligned} F_{rc} &= T = C_T [\rho A (\Omega R)^2] , \\ F_{rc0} &= F_{rc} R_{03} \hat{y}_3 . \end{aligned} \quad (2.62)$$

O torque de reação pode ser desprezado, já que a massa e o momento de inércia deste rotor são pequenos se comparados com o da fuselagem. O torque a ser considerado é devido o deslocamento do ponto de aplicação da força  $F_{rc0}$  com relação ao centro de gravidade (C.G.) do helicóptero. Este momento é calculado a partir de

$$T e_{rc0} = d_{rc0} \times F_{rc0} , \quad (2.63)$$

sendo  $d_{rc0}$  o vetor posição do rotor de cauda com relação ao C.G. do helicóptero.

### 2.5.7 Estabilizador Bell-Hiller

No rotor principal do Raptor-30 está instalado um *estabilizador Bell-Hiller*, que funciona como um segundo par de hélices que não geram sustentação ou arrasto, pois não estão submetidas ao comando de coletivo, apenas aos comandos cíclicos. Estes hélices apresentam um baixo valor para a *constante de Lock*,  $\gamma$ , se comparadas com as hélices principais, o que acarreta em uma constante de tempo maior, o que contribui para a sensação de estabilidade do piloto e ajuda no desacoplamento entre os movimentos lateral e longitudinal (Mettler, 2003).

O movimento do TPP do estabilizador Bell-Hiller é descrito por

$$\tau_s \dot{d} = -d - \tau_s p + D_{lat} u_{lat} , \quad (2.64)$$

$$\tau_s \dot{c} = -c - \tau_s q + C_{lon} u_{lon} . \quad (2.65)$$

A partir de (2.53) e (2.54), inserindo o acoplamento do estabilizador à equação do TPP das hélices principais,

$$\tau_f \dot{a} = -a - \tau_f q + A_b b + A_{lon}(u_{lon} + K_c c) + A_{lat} u_{lat} , \quad (2.66)$$

$$\tau_f \dot{b} = -b - \tau_f p + B_a a + B_{lat}(u_{lat} + K_d d) + B_{lon} u_{lon} . \quad (2.67)$$

## 2.5.8 Estabilizador horizontal

Prouty (2002) apresenta as equações para o cálculo das contribuições de sustentação e arrasto devido ao estabilizador horizontal. A estabilização ocorre por meio de um aerofólio instalado na horizontal. Quando o helicóptero se movimenta para frente, este aerofólio é submetido a forças de sustentação e arrasto.

Tem-se que a sustentação de uma asa fixa é dada por<sup>10</sup>

$$\begin{aligned} L_H &= \left( \frac{q_H}{q} \right) q A_H C_{L_H} \\ &= \left( \frac{q_H}{q} \right) q A_H [a(\alpha - \alpha_{LO})]_H , \end{aligned} \quad (2.68)$$

e o arrasto

$$D_H = \left( \frac{q_H}{q} \right) q A_H \left\{ \frac{C_{L_H}^2}{\pi A.R.} (1 + \delta_i) + C_{D_0} \right\}_H , \quad (2.69)$$

onde

$q$  : é a velocidade do aerofólio com relação ao ar;

$\frac{q_H}{q}$  : é a razão de pressão aerodinâmica, geralmente menor que  $q$ ;

$A_H$  : é a área do estabilizador horizontal;

$A.R._H$  : é a razão de aspecto do aerofólio;

---

<sup>10</sup>É utilizada a notação de Prouty (2002).

$C_{L_H}$  é o coeficiente de sustentação do aerofólio;

$C_{D_0}$  é o coeficiente de arrasto do aerofólio;

$\delta_i$  é o fator de eficiência do aerofólio;

$a_H$  é a inclinação da curva de sustentação do aerofólio; e

$\alpha_H$  é o ângulo de ataque da corda do aerofólio.

São calculados os valores das contribuições destas forças no sistema de coordenadas fixo à fuselagem,

$$X_H = L_H \sin \Theta_{ar} - D_H \cos \Theta_{ar} , \quad (2.70)$$

$$Z_H = -L_H \cos \Theta_{ar} - D_H \sin \Theta_{ar} , \quad (2.71)$$

e o vetor

$$F_{eh_0} = \begin{bmatrix} X_H & 0 & Z_H \end{bmatrix}^T . \quad (2.72)$$

O momento produzido por esta força, devido à distância do eixo de aplicação da força ao ponto de localização do centro de massa, é dado por

$$T_{eh_0} = d_H \times F_{eh_0} , \quad (2.73)$$

onde  $d_H$  é a distância do centro de pressão do aerofólio do estabilizador horizontal ao centro de gravidade do helicóptero.

Para movimentos em baixa velocidade, esta parcela pode ser desconsiderada (Kim et al., 2004).

### 2.5.9 Estabilizador vertical

Prouty (2002) apresenta as equações para o cálculo das contribuições de sustentação e arrasto devido o estabilizador vertical. Analogamente ao estabilizador horizontal, a estabilização ocorre por meio de um aerofólio instalado na vertical. Quando o helicóptero se movimenta para frente, este aerofólio é submetido a forças de sustentação e arrasto.

Temos que a sustentação é dada por<sup>11</sup>

$$\begin{aligned} L_V &= q \left( \frac{q_V}{q} \right) A_V C_{L_V} \\ &= q \left( \frac{q_V}{q} \right) A_V [a(-\beta - \alpha_{LO} - \eta_M - \eta_T - \eta_F)]_V, \end{aligned} \quad (2.74)$$

e o arrasto

$$D_V = q \left( \frac{q_V}{q} \right) A_V \left\{ \frac{C_{L_V}^2}{\pi \text{A.R.}} (1 + \delta_i) + C_{D_0} \right\}_V + \Delta_{V_{\text{lat}}}, \quad (2.75)$$

onde

$q$  : é a velocidade do aerofólio com relação ao ar;

$\frac{q_V}{q}$  : é a razão de pressão aerodinâmica, geralmente menor que  $q$ ;

$A_V$  : é a área do estabilizador horizontal;

$\text{A.R.}_V$  : é a razão de aspecto do aerofólio;

$C_{L_V}$  : é o coeficiente de sustentação do aerofólio;

$C_{D_0}$  : é o coeficiente de arrasto do aerofólio;

$\delta_i$  : é o fator de eficiência do aerofólio;

$a_V$  : é a inclinação da curva de sustentação do aerofólio; e

$\alpha_V$  : é o ângulo de ataque da corda do aerofólio.

Assim, é possível calcular os valores das contribuições destas forças no sistema de coordenadas fixo à fuselagem

$$X_V = -D_V \cos \Theta_{av} - L_V \sin \Theta_{av}, \quad (2.76)$$

$$Y_V = L_V \cos \Theta_{av} - D_V \sin \Theta_{av}, \quad (2.77)$$

$$Z_V = -X_V \sin \Theta_{av}, \quad (2.78)$$

---

<sup>11</sup>É utilizada a notação de Prouty (2002).

e o vetor

$$F_{av_0} = \begin{bmatrix} X_V & Y_V & Z_V \end{bmatrix}^T . \quad (2.79)$$

O momento produzido por esta força, devido à distância do eixo de aplicação da força ao ponto de localização do centro de massa, é dado por

$$T_{av_0} = d_V \times F_{av_0} , \quad (2.80)$$

onde  $d_V$  é a distância do centro de pressão do aerofólio do estabilizador vertical ao centro de gravidade do helicóptero.

Para movimentos em baixa velocidade, esta parcela pode ser desconsiderada (Kim et al., 2004).

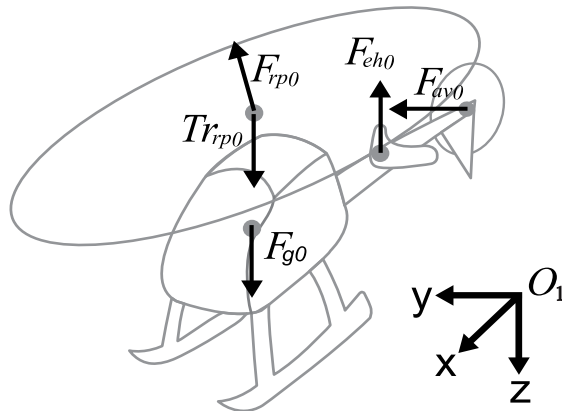


FIGURA 2.5: Forças e momentos relacionados com a dinâmica do helicóptero.

### 2.5.10 Estabilizador de guinada (Gyro)

Peng et al. (2006) considera a resposta do controle automático de guinada existente no helimodelo como sendo fraca e imprecisa (*rough*), o que causa grandes oscilações na resposta. Apresenta um gráfico em que a resposta para uma referência de  $1[\text{rad/s}]$  tem um subpasso de  $0,5[\text{rad/s}]$ , o que pode ocorrer em decorrência da configuração inadequada dos ganhos.

Entretanto, ele realiza a identificação da dinâmica da malha fechada, utilizando eletrônica embarcada capaz de ler as variáveis inerciais, além da resposta do regulador

de guinada e da referência dada pelo rádio controle. Seu sistema é parecido com o sistema montado para o Raptor-30. Utilizando métodos de identificação na frequência, são estimados os parâmetros para um modelo de segunda ordem. Além disso, ele desenvolve dois controladores com as mesmas especificações, um utilizando o *CNF* (*Composite Nonlinear Feedback*, Chen et al., 2006) e o outro, realimentação de estado com posicionamento de pólos. Na comparação o CNF apresentou melhor tempo de subida, porém a realimentação de estado apresentou menor subpasso.

A ordem do controle presente neste regulador deve ser considerada no projeto de controle da orientação de guinada do helicóptero, ou então este dispositivo deve ser substituído.

### 2.5.11 Atuadores

Mettler (2003) utilizou a aplicação NAVFIT (Tischler & Remple, 2006, p. 284) do CIFER <sup>12</sup> para identificar a função de transferência dos atuadores (servomotores). Ele identificou uma função de transferência de primeira ordem com pólo em  $-15 [rad/s]$  e atraso de  $3,8 [ms]$

Para o Raptor-30, Santos (2005) identificou a constante de tempo  $\tau_{sa}$  em laboratório, tendo sido considerada rápida em relação à dinâmica do conjunto rotor/barras estabilizadoras, o que a levou a ser desprezada.

Desta forma, a dinâmica dos atuadores será desconsiderada nas simulações.

## 2.6 Dinâmica estendida

O modelo até então desenvolvido é não-linear, sendo a dinâmica do movimento do corpo rígido equacionada através de Newton-Euler, equação (2.21), onde o somatório de forças e torques, equação (2.22), combinada com as velocidades translacionais e angulares, fornecem as acelerações translacionais e angulares às quais o helicóptero está submetido. Além dos seis estados do equacionamento de Newton-Euler, foram acrescentados: seis estados para permitir observar a atitude e posição do corpo rígido, equações (2.25) e (2.27); e dois estados referentes à dinâmica do batimento das hélices

---

<sup>12</sup>*Comprehensive Identification from Frequency Responses*, um aplicativo desenvolvido na NASA para identificação de parâmetros de aeronaves (Tischler & Remple, 2006).



do rotor, equações (2.53) e (2.54).

Foi verificado o cálculo de todas estas contribuições que se fazem presentes na dinâmica do helicóptero na seção 2.5. Por exemplo, o cálculo da força de empuxo do rotor principal (2.56) é função da velocidade de rotação do rotor, da velocidade e direção de deslocamento do rotor no ar, da densidade do ar, das características geométricas das hélices do rotor, dos coeficientes de arrasto e sustentação das hélices e do ângulo de ataque das hélices. Considerando os coeficientes e as características geométricas como parâmetros constantes, assim como as características físicas do ambiente, já que variam pouco com o tempo, pode-se dizer que

$$F_{rp0} = f_{f1}(\Omega_{rp}, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, \vartheta, U_{col}, U_{lon}, U_{lat}) , \quad (2.81)$$

onde  $\vartheta = [a \ b \ c \ d]^T$ , equações (2.64) a (2.67), e  $U_{col}$ ,  $U_{lon}$  e  $U_{lat}$  são as entradas de coletivo, longitudinal e lateral.

Da mesma forma, a partir das equações (2.60), (2.61), (2.62), (2.63), (2.72), (2.73), (2.79) e (2.80),

$$T_{r_{rp0}} = f_{m1}(\Omega_{rp}, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, \vartheta, U_{col}, U_{lon}, U_{lat}) , \quad (2.82)$$

$$T_{e_{rp0}} = f_{m2}(\Omega_{rp}, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, \vartheta, U_{col}, U_{lon}, U_{lat}) , \quad (2.83)$$

$$F_{rc0} = f_{f2}(\Omega_{rc}, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, U_{ped}) , \quad (2.84)$$

$$T_{e_{rc0}} = f_{m3}(\Omega_{rc}, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, U_{ped}) , \quad (2.85)$$

$$F_{eh0} = f_{f3}(\vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi) , \quad (2.86)$$

$$T_{eh0} = f_{m4}(\vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi) , \quad (2.87)$$

$$F_{av0} = f_{f4}(\vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi) , \quad (2.88)$$

$$T_{av0} = f_{m5}(\vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi) , \quad (2.89)$$

que, substituindo em (2.22), leva a

$$\begin{aligned}\Sigma \mathbf{F}_0 &= f_F(\Omega, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, \vartheta, U) , \\ \Sigma \mathbf{M}_0 &= f_M(\Omega, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, \vartheta, U) ,\end{aligned}\tag{2.90}$$

onde  $U = \begin{bmatrix} U_{col} & U_{lon} & U_{lat} & U_{ped} \end{bmatrix}^T$ ,  $\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{rp} & \Omega_{rc} \end{bmatrix}^T$  e  $u_{ped}$  é a entrada de pedal.

## 2.7 Resumo do modelo não-linear

O modelo não-linear é formado pela dinâmica do movimento do corpo rígido, equações (2.21) e (2.22), pela dinâmica da orientação e posição, equações (2.25) e (2.27), e pela dinâmica do batimento do rotor principal, equações (2.64), (2.65), (2.66) e (2.67). O cálculo das forças é dado pelas equações (2.31), (2.60), (2.61), (2.62), (2.63), (2.72), (2.73), (2.79) e (2.80).

TABELA 2.1: Resumo do modelo do helicóptero.

Equações	Ref.	Pág.
$m\dot{\vec{v}}_0 + m(\vec{\omega}_0 \times \vec{v}_0) = \Sigma\mathbf{F}_0$ $\mathbf{I}\dot{\vec{\omega}}_0 + (\vec{\omega}_0 \times \mathbf{I}\vec{\omega}_0) = \Sigma\mathbf{M}_0$	(2.21)	17
$\Sigma\mathbf{F}_0 = F_{g_0} + F_{r_{p_0}} + F_{r_{c_0}} + F_{e_{h_0}} + F_{a_{v_0}}$ $\Sigma\mathbf{M}_0 = T_{r_{r_{p_0}}} + T_{e_{r_{p_0}}} + T_{e_{r_{c_0}}} + T_{e_{h_0}} + T_{a_{v_0}}$	(2.22)	18
$\dot{\Psi} = A\vec{\omega}_0$	(2.25)	19
$\dot{X} = \vec{v}_1 = R_{10}\vec{v}_0$	(2.27)	19
$\tau_s \dot{d} = -d - \tau_s p + D_{lat} u_{lat}$	(2.64)	31
$\tau_s \dot{c} = -c - \tau_s q + C_{lon} u_{lon}$	(2.65)	31
$\tau_f \dot{a} = -a - \tau_f q + A_b b + A_{lon}(u_{lon} + K_c c) + A_{lat} u_{lat}$	(2.66)	31
$\tau_f \dot{b} = -b - \tau_f p + B_a a + B_{lat}(u_{lat} + K_d d) + B_{lon} u_{lon}$	(2.67)	31
$F_{g_0} = mgR_{01}\hat{z}_1$	(2.31)	20
$T_{r_{r_{p_0}}} = Q_{rp}R_{02}\hat{z}_2$	(2.60)	29
$T_{e_{r_{p_0}}} = d_{rp_0} \times F_{r_{p_0}}$	(2.61)	29
$F_{r_{c_0}} = F_{rc}R_{03}\hat{y}_3$	(2.62)	30
$T_{e_{r_{c_0}}} = d_{rc_0} \times F_{r_{c_0}}$	(2.63)	30
$F_{e_{h_0}} = [X_H \quad 0 \quad Z_H]^T$	(2.72)	32
$T_{e_{h_0}} = d_H \times F_{e_{h_0}}$	(2.73)	32
$F_{a_{v_0}} = [X_V \quad Y_V \quad Z_V]^T$	(2.79)	34
$T_{a_{v_0}} = d_V \times F_{a_{v_0}}$	(2.80)	34

# Capítulo 3

## Modelo linearizado

Neste capítulo é proposto um modelo linear para aplicação na identificação das dinâmicas do helicóptero. São analisados os modelos apresentados na literatura, os quais, em geral, são obtidos a partir da linearização de um modelo não-linear. Um modelo linear adequado a identificação e projeto de controle é apresentado ao final do capítulo.

Assim como em Mettler et al. (1999), é comum na literatura a utilização de modelos lineares válidos para determinados pontos de operação no projeto de identificação e controle de helicópteros em escala natural (Tischler & Remple, 2006) ou em escala reduzida (Mettler, 2003, Santos, 2005, Béjar et al., 2007). Em geral são consideradas as formas de desenvolvimento apresentadas em Talbot et al. (1982), Prouty (2002), Johnson (1994) e Bramwell et al. (2001).

O modelo linear é obtido analiticamente por meio do processo de linearização (Prouty, 2002) ou por aproximações relacionadas com os efeitos dinâmicos observados (Mettler, 2003), cujos valores são obtidos por meio de processo de identificação. A comparação entre estes valores obtidos analiticamente e os identificados também pode ser realizada, como em Santos (2005) e Kim et al. (2004).

Neste capítulo é estudado o processo de linearização, a partir do qual são introduzidos os modelos de Mettler (2003), Prouty (2002) e Santos (2005).

Garcia (2005) apresenta 2 métodos para a linearização de modelos. O primeiro consiste na utilização de variáveis incrementais ou de perturbação, aplicável aos casos em que ocorre a presença de termos constantes nas equações diferenciais. O segundo

consiste no uso de relações lineares equivalentes, por exemplo, a expansão em Série de Taylor, aplicável quando ocorrem produtos entre variáveis ou quando estas estão elevadas à potência.

### 3.1 Expansão em série de Taylor

Seja  $\dot{x} = f(x)$ , onde  $f(x)$  é não-linear em  $x$  com derivadas em todas as ordens. A expansão em Série de Taylor, é realizada de maneira que (Garcia, 2005, Leithold, 1998):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\delta^n f(x)}{\delta x^n} \right) \frac{\Delta x^n}{n!} \\ &= f(x_0) + \left( \frac{\delta f(x)}{\delta x} \right) \Delta x + \left( \frac{\delta^2 f(x)}{\delta x^2} \right) \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots + \left( \frac{\delta^n f(x)}{\delta x^n} \right) \frac{\Delta x^n}{n!} + \dots, \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde  $x_0$  é o ponto de operação,  $f(x_0)$  é o valor da função no ponto de operação, e  $\Delta x = x - x_0 \approx 0$  é uma pequena variação em  $x$  a partir de  $x_0$ .

Para os termos de ordem  $n \geq 2$ , no limite de  $x \rightarrow x_0$ ,  $\Delta x \approx 0$ , a derivada de ordem  $n$  é multiplicado por  $\Delta x^n$ , o qual é um valor muito menor do que a parcela de ordem  $n = 1$ . Por conveniência, estes termos são desprezados, levando a equação à forma

$$\dot{x} \approx f(x_0) + \left( \frac{\delta f(x)}{\delta x} \right) \Delta x, \quad (3.2)$$

válido para valores próximos ao ponto de operação  $x_0$ .

### 3.2 Aplicação da linearização

Pode-se verificar por meio da equação (2.21) e (2.90) que

$$\begin{aligned} \dot{\vec{v}}_0 &= f_l(\vec{v}_0, \vec{\omega}_0) + f_F(\Omega, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, U) \\ &= f_{l,F}(\Omega, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, \vartheta, U), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{\omega}}_0 &= f_a(\vec{v}_0, \vec{\omega}_0) + f_M(\Omega, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, U) \\ &= f_{a,M}(\Omega, \vec{v}_0, \vec{\omega}_0, \Psi, \vartheta, U). \end{aligned} \quad (3.4)$$

A dinâmica da velocidade dos rotores, conforme mencionado na seção 2.5.1, é representada por

$$\dot{\Omega} = f_{\Omega}(\Omega, \vec{\omega}_0, \vec{v}_0, \Psi) . \quad (3.5)$$

A dinâmica do batimento do rotor principal, equações (2.66) e (2.66), é representada por

$$\dot{\vartheta} = f_{\vartheta}(\Omega, \vec{\omega}_0, \vec{v}_0, \Psi, \vartheta, U) , \quad (3.6)$$

onde  $\vartheta = \begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix}^T$ .

As dinâmicas da atitude e da posição, equações (2.25) e (2.27), também são incluídas, tais que,

$$\dot{\Psi} = f_{\Psi}(\Psi, \vec{\omega}_0) , \quad (3.7)$$

$$\dot{X} = f_X(\Psi, \vec{v}_0) . \quad (3.8)$$

Definindo a notação  $\nabla f_{gh}$  para representar

$$\nabla f_{gh} = \left( \frac{\delta f_g(\cdot)}{\delta h} \right) \Delta h , \quad (3.9)$$

de forma que

$$\dot{\vec{v}}_0 = f_{l,F}(CI) + \nabla f_{l,F\vec{v}_0} + \nabla f_{l,F\vec{\omega}_0} + \nabla f_{l,F\Psi} + \nabla f_{l,F\vartheta} + \nabla f_{l,F\Omega} + \nabla f_{l,FU} , \quad (3.10)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_0 = f_{a,M}(CI) + \nabla f_{a,M\vec{v}_0} + \nabla f_{a,M\vec{\omega}_0} + \nabla f_{a,M\Psi} + \nabla f_{a,M\vartheta} + \nabla f_{a,M\Omega} + \nabla f_{a,MU} , \quad (3.11)$$

$$\dot{\Psi} = f_{\Psi}(CI) + \nabla f_{\Psi(\cdot)\vec{\omega}_0} + \nabla f_{\Psi(\cdot)\Psi} , \quad (3.12)$$

$$\dot{\vartheta} = f_{\vartheta}(CI) + \nabla \vartheta_{\vec{v}_0} + \nabla \vartheta_{\vec{\omega}_0} + \nabla \vartheta_{\Psi} + \nabla \vartheta_{\vartheta} + \nabla \vartheta_{\Omega} + \nabla \vartheta_U , \quad (3.13)$$

$$\dot{\Omega} = f_{\Omega}(CI) + \nabla f_{\Omega(\cdot)\vec{v}_0} + \nabla f_{\Omega(\cdot)\vec{\omega}_0} + \nabla f_{\Omega(\cdot)\Psi} + \nabla f_{\Omega(\cdot)\Omega} . \quad (3.14)$$

$$\dot{X} = f_X(CI) + \nabla f_X(\cdot)\vec{v}_0 + \nabla f_X(\cdot)\Psi . \quad (3.15)$$

Considerando que o helicóptero inicialmente encontra-se em condição de equilíbrio, tem-se que  $\vec{v}_0$ ,  $\vec{\omega}_0$ ,  $\dot{k}$ ,  $\dot{X}$ ,  $\dot{\Phi}$ ,  $\dot{a}$  e  $\dot{b}$  são iguais a zero, o que implica que o valor das funções

das condições iniciais sejam nulas. Representando na forma de espaço de estados,

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (3.16)$$

tem-se que,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{v}}_0 & \dot{\vec{\omega}}_0 & \dot{k} & \dot{X} & \dot{\Phi} & \dot{a} & \dot{b} \end{bmatrix}^T, \quad (3.17)$$

$$x = \begin{bmatrix} \vec{v}_0 & \vec{\omega}_0 & k & X & \Phi & a & b \end{bmatrix}^T, \quad (3.18)$$

$$U = \begin{bmatrix} U_{col} & U_{lon} & U_{lat} & U_{ped} \end{bmatrix}^T. \quad (3.19)$$

$$A = \begin{bmatrix} \nabla f_{l,F}(\cdot)_{\vec{v}_0} & \nabla f_{l,F}(\cdot)_{\vec{\omega}_0} & \nabla f_{l,F}(\cdot)_k & 0 & \nabla f_{l,F}(\cdot)_{\Psi} & 0 & 0 \\ \nabla f_{a,M}(\cdot)_{\vec{v}_0} & \nabla f_{a,M}(\cdot)_{\vec{\omega}_0} & \nabla f_{a,M}(\cdot)_k & 0 & \nabla f_{a,M}(\cdot)_{\Psi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla f_X(\cdot)_{\vec{v}_0} & 0 & 0 & 0 & \nabla f_X(\cdot)_{\Psi} & 0 & 0 \\ 0 & \nabla f_{\Psi}(\cdot)_{\vec{\omega}_0} & 0 & 0 & \nabla f_{\Psi}(\cdot)_{\Psi} & 0 & 0 \\ 0 & \nabla f_1(\cdot)_{\vec{\omega}_0} & \nabla f_1(\cdot)_k & 0 & 0 & \nabla f_1(\cdot)_a & \nabla f_1(\cdot)_b \\ 0 & \nabla f_2(\cdot)_{\vec{\omega}_0} & \nabla f_2(\cdot)_k & 0 & 0 & \nabla f_2(\cdot)_a & \nabla f_2(\cdot)_b \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$B = \begin{bmatrix} a \nabla f_{l,F}(\cdot)_{U_{col}} & \nabla f_{l,F}(\cdot)_{U_{lon}} & \nabla f_{l,F}(\cdot)_{U_{lat}} & \nabla f_{l,F}(\cdot)_{U_{ped}} \\ \nabla f_{a,M}(\cdot)_{U_{col}} & \nabla f_{a,M}(\cdot)_{U_{lon}} & \nabla f_{a,M}(\cdot)_{U_{lat}} & \nabla f_{a,M}(\cdot)_{U_{ped}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \nabla f_1(\cdot)_{U_{lon}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \nabla f_2(\cdot)_{U_{lat}} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

### 3.3 Resultado de Mettler

O modelo obtido por Mettler (2003) é

$$\dot{x}_M = A_M x_M + B_M u_M, \quad (3.22)$$

sendo

$$x_M = \begin{bmatrix} u & v & p & q & \phi & \theta & \dot{a} & \dot{b} & w & r & r_{fb} & \dot{c} & \dot{d} \end{bmatrix}^T, \quad (3.23)$$

$$u_M = \begin{bmatrix} \delta_{lat} & \delta_{lon} & \delta_{ped} & \delta_{col} \end{bmatrix}^T, \quad (3.24)$$

$$A_M = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & -g & X_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & g & 0 & 0 & Y_b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_u & L_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_b & L_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_u & M_v & 0 & 0 & 0 & 0 & M_a & 0 & M_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tau_f & 0 & 0 & -1 & A_b & 0 & 0 & 0 & A_c & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_f & 0 & 0 & 0 & B_a & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_a & Z_b & Z_w & Z_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_v & N_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_w & N_r & N_{r_{fb}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & K_{r_{fb}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tau_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\tau_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$$B_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{lat} & B_{lat} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{lat} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{lon} & B_{lon} & 0 & 0 & 0 & C_{lon} & 0 \\ 0 & Y_{ped} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{ped} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{col} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{col} & N_{col} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (3.26)$$

sendo que os termos  $J_i$  da matriz  $A_M$  são as derivadas de estabilidade e os termos  $J_j$  da matriz  $B_M$  são as derivadas de controle, onde

$$J \in \{X, Y, Z, L, M, N, A, B, C, D, K\},$$

$$i \in \{u, v, w, p, q, r, r_{fb}, a, b, c, d, \theta, \phi\},$$

e

$$j \in \{col, lon, lat, ped\}.$$



Para chegar a este modelo, Mettler (2003) utilizou-se de uma modelagem não-linear, sobre a qual se baseou para definir quais variações em estados e entradas têm influência sobre os demais estados. Ele considerou as dinâmicas do movimento do corpo rígido  $(u,v,w,p,q,r)$ , da orientação  $(\theta,\phi)$ , do batimento das hélices, do estabilizador Bell-Hiller  $(a,b,c,d)$  e do amortecimento de guinada  $(r_{fb})$ .

Kim et al. (2004) também utiliza o modelo de Mettler para a identificação dos parâmetros, usando a técnica de identificação de Shim et al. (2000).

### 3.4 Resultado de Santos

Santos (2005) propõe um modelo a partir de considerações semelhantes a Mettler (2003), no que diz respeito a utilização da dinâmica do movimento do corpo rígido de Newton-Euler, dinâmica da atitude, do batimento do rotor principal, do estabilizador Bell-Hiller e de guinada, e incluindo a dinâmica da posição no sistema de coordenadas inercial.

Seu principal objetivo foi obter o modelo para a dinâmica no eixo vertical do helicóptero. A partir de Gavrillets (2003) é considerado que a dinâmica da posição vertical em vôo pairado depende apenas da velocidade e da entrada de coletivo,

$$a_z = \dot{w} = Z_w w + Z_{col} u_{col} , \quad (3.27)$$

onde  $a_z$  é a aceleração vertical,  $w$  é a velocidade vertical,  $u_{col}$  é a entrada de coletivo do helicóptero e  $Z_w$  e  $Z_{col}$  são as derivadas de estabilidade e controle relacionadas. Comparando com valores obtidos a partir de equações fornecidas por Padfield (1996),

$$Z_w = -\frac{2a\pi R^2 \rho \Omega R \lambda_{pairado}}{(16\lambda_{pairado} + a\sigma)m_a} , \quad (3.28)$$

$$Z_{col} = -\frac{8a\pi R^2 \rho (\Omega R)^2 \lambda_{pairado}}{3(16\lambda_{pairado} + a\sigma)m_a} , \quad (3.29)$$

onde  $\lambda_{pairado}$  é o fluxo de ar para vôo pairado e as demais variáveis foram definidas na seção 2.5. Assim, foi possível comparar os parâmetros identificados com os parâmetros

calculados analiticamente.

### 3.5 Resultado de Prouty

O modelo não-linear desenvolvido por Prouty (2002) é

$$X_M + X_T + X_H + X_V + X_F = G.W. \sin \theta + \frac{G.W.}{g}(\ddot{x} - \dot{y}r + \dot{z}q), \quad (3.30)$$

$$Y_M + Y_T + Y_V + Y_F = -G.W. \sin \phi + \frac{G.W.}{g}(\ddot{y} + \dot{x}r - \dot{z}p), \quad (3.31)$$

$$Z_M + Z_T + Z_H + Z_V + Z_F = -G.W. \cos \theta + \frac{G.W.}{g}(\ddot{z} - \dot{x}q + \dot{y}p), \quad (3.32)$$

$$R_M + Y_M h_M + Z_M y_M + Y_T h_T + Y_V h_V + Y_F h_F + R_F = I_{xx} \dot{p} - qr(I_{yy} - I_{zz}), \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} M_M - X_M h_M + Z_M l_M + M_T - X_T h_T + Z_T l_T - X_H h_H + Z_H l_H - X_V h_V \\ + M_F + Z_F l_F - X_F h_F = I_{yy} \dot{q} - pr(I_{zz} - I_{xx}), \quad e \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$N_M - Y_M l_M - Y_T l_T - Y_V l_V + N_F - Y_F l_F = I_{zz} \dot{r} - pq(I_{xx} - I_{yy}). \quad (3.35)$$

Neste modelo matemático ele considera o movimento do corpo rígido, obtido a partir de Newton-Euler, e as contribuições de forças ( $X$ ,  $Y$  e  $Z$ ) e momentos ( $R$ ,  $M$  e  $N$ ) oriundas dos rotores principal (subescrito  $M$ ) e de cauda ( $T$ ), da fuselagem ( $F$ ) e dos estabilizadores horizontal ( $H$ ) e vertical ( $V$ ). Este modelo é não-linear tanto nos parâmetros quanto nos estados e comandos. O termo  $G.W.$  (*Gross Weight*) representa a ação da força da gravidade sobre o helicóptero.

Estas seis equações de movimento deveriam ser ampliadas para incluir três estados relacionados com a dinâmica de rotação do rotor principal: dinâmica do cone, dinâmica de batimento lateral e dinâmica de batimento longitudinal.

Dado o fato de que em rotores convencionais, na resposta aos comandos de coletivo e cíclicos, a constante de tempo (mecânica) do rotor varia de um quarto à metade de um ciclo de revolução, esta dinâmica é considerada uma caixa preta que produz forças e torques instantâneos em função das condições de vôo e dos comandos de entrada (Prouty, 2002). Ressalta ainda que esta dinâmica é importante quando da utilização de um controlador de alto ganho, em que a velocidade de resposta do controlador seja

maior ou da mesma ordem que a velocidade de resposta do rotor.

A partir das equações de (3.30) a (3.35), utilizando o conceito da expansão em Série de Taylor, é obtido o modelo baseado em derivadas de estabilidade (as parcelas relacionadas com as variações dos estados) e derivadas de controle (parcelas relacionadas com as variações nas entradas de comando), a saber,

$$-\frac{G.W.}{g}\ddot{x} + \frac{\partial X}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial X}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \frac{\partial X}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \left(\frac{\partial X}{\partial q} - \frac{G.W.}{g}\bar{V}\bar{\theta}\right)q - G.W.\theta + \frac{\partial X}{\partial p}p + \frac{\partial X}{\partial r}r = -\frac{\partial X}{\partial \theta_{0M}}\theta_{0M} - \frac{\partial X}{\partial \theta_{0T}}\theta_{0T} - \frac{\partial X}{\partial A_1}A_1 - \frac{\partial X}{\partial B_1}B_1 \quad (3.36)$$

$$+\frac{\partial Y}{\partial \dot{x}}\dot{x} - \frac{G.W.}{g}\dot{y} + \frac{\partial Y}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \frac{\partial Y}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \frac{\partial Y}{\partial q}q + \left(\frac{\partial Y}{\partial p} - \frac{G.W.}{g}\bar{V}\bar{\theta}\right)p + G.W.\phi + \left(\frac{\partial Y}{\partial r} - \frac{G.W.}{g}\bar{V}\bar{\theta}\right)r = -\frac{\partial Y}{\partial \theta_{0M}}\theta_{0M} - \frac{\partial Y}{\partial \theta_{0T}}\theta_{0T} - \frac{\partial Y}{\partial A_1}A_1 - \frac{\partial Y}{\partial B_1}B_1 \quad (3.37)$$

$$+\frac{\partial Z}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial Z}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \left(\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}} - \frac{G.W.}{g}\right)\dot{z} + \frac{\partial Z}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \left(\frac{\partial Z}{\partial q} + \frac{G.W.}{g}\bar{V}\right)q + \frac{\partial Z}{\partial p}p + \frac{\partial Z}{\partial r}r = -\frac{\partial Z}{\partial \theta_{0M}}\theta_{0M} - \frac{\partial Z}{\partial \theta_{0T}}\theta_{0T} - \frac{\partial Z}{\partial A_1}A_1 - \frac{\partial Z}{\partial B_1}B_1 \quad (3.38)$$

$$+\frac{\partial R}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial R}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \frac{\partial R}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \frac{\partial R}{\partial q}q - I_{xx}\dot{p} + \frac{\partial R}{\partial p}p + \frac{\partial R}{\partial r}r = -\frac{\partial R}{\partial \theta_{0M}}\theta_{0M} - \frac{\partial R}{\partial \theta_{0T}}\theta_{0T} - \frac{\partial R}{\partial A_1}A_1 - \frac{\partial R}{\partial B_1}B_1 \quad (3.39)$$

$$+\frac{\partial M}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial M}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \frac{\partial M}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \frac{\partial M}{\partial \dot{z}}\dot{z} - I_{yy}\dot{q} + \frac{\partial M}{\partial q}q + \frac{\partial M}{\partial p}p + \frac{\partial M}{\partial r}r = -\frac{\partial M}{\partial \theta_{0M}}\theta_{0M} - \frac{\partial M}{\partial \theta_{0T}}\theta_{0T} - \frac{\partial M}{\partial A_1}A_1 - \frac{\partial M}{\partial B_1}B_1 \quad (3.40)$$

$$+\frac{\partial N}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial N}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \frac{\partial N}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \frac{\partial N}{\partial q}q + \frac{\partial N}{\partial p}p - I_{zz}\dot{r} + \frac{\partial N}{\partial r}r = -\frac{\partial N}{\partial \theta_{0M}}\theta_{0M} - \frac{\partial N}{\partial \theta_{0T}}\theta_{0T} - \frac{\partial N}{\partial A_1}A_1 - \frac{\partial N}{\partial B_1}B_1. \quad (3.41)$$

As equações (3.36) a (3.41) podem ser convenientemente dispostas na forma

$$\dot{x}_P = A_P x_P + B_P u_P, \quad (3.42)$$

onde

$$x_P = \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & q & \theta & p & r & \phi & \ddot{z} \end{bmatrix}^T, \text{ e} \quad (3.43)$$

$$u_P = \begin{bmatrix} \theta_{0_M} & \theta_{0_T} & A_1 & B_1 \end{bmatrix}^T, \quad (3.44)$$

são, respectivamente, os estados e as entradas do sistema linear.

Uma diferença notável entre o modelo de Prouty (2002) e os demais modelos verificados na literatura é a presença do estado  $\ddot{z}$ , a qual está relacionada com a atuação do estabilizador horizontal. A contribuição desta parcela ocorre para o movimento de translação, em movimento longitudinal (*forward flight*).

O cálculo de todas estas parcelas está analiticamente relacionado em tabelas nas páginas 564 a 595 de Prouty (2002). São fornecidas as equações para cálculo das parcelas em condições de vôo pairado e longitudinal, assim como o valor destas derivadas calculadas para um helicóptero de exemplo. Nota-se, pelas tabelas, que 49 das parcelas apresentadas estão relacionadas com o vôo pairado e para o vôo longitudinal são calculadas 86 derivadas. Isto ocorre porque em vôo pairado não são consideradas parcelas relacionadas com as superfícies aerodinâmicas dos estabilizadores vertical e horizontal, ou com o arrasto da fuselagem.

### 3.5.1 Redução do modelo de Prouty

Após apresentado o modelo linearizado completo, é realizado o estudo da dinâmica do helicóptero para condições específicas de vôo. Primeiramente o modelo é aplicado para a condição de vôo pairado, em que são considerados os estados  $\dot{x}$ ,  $\dot{z}$  e  $q$ , e suas respectivas equações diferenciais

$$\left. \begin{aligned} -\frac{G.W.}{g}\ddot{x} + \frac{\partial X}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial X}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \frac{\partial X}{\partial q}q - G.W.\theta &= -\frac{\partial X}{\partial \theta_{0_M}}\theta_{0_M} - \frac{\partial X}{\partial B_1}B_1, \\ \frac{\partial Z}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{G.W.}{g}\ddot{z} + \frac{\partial Z}{\partial \dot{z}}\dot{z} + \frac{\partial Z}{\partial q}q &= -\frac{\partial Z}{\partial \theta_{0_M}}\theta_{0_M} - \frac{\partial Z}{\partial B_1}B_1, \\ \text{e, } \frac{\partial M}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial M}{\partial \ddot{z}}\ddot{z} + \frac{\partial M}{\partial \dot{z}}\dot{z} - I_{yy}\dot{q} + \frac{\partial M}{\partial q}q &= -\frac{\partial M}{\partial \theta_{0_M}}\theta_{0_M} - \frac{\partial M}{\partial B_1}B_1. \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Os termos relacionados com os estados  $p$ ,  $r$  e  $y$  são desconsiderados porque o aco-

plamento é fraco o suficiente para ser ignorado (Prouty, 2002). É considerado que, de algum modo, se mantém fixa a direção do helicóptero e a velocidade de deslocamento lateral é mantida nula (seja por ação do piloto ou de algum tipo de controle realimentado).

A equação característica do sistema de equações (3.45) apresenta quatro pólos, dos quais dois são reais negativos, próximos a zero, e dois são complexos conjugados com a parte real positiva. Estes pólos foram calculados para os dados do helicóptero de exemplo do livro.

Após novas simplificações, como a restrição do movimento vertical, a equação característica do sistema apresenta três pólos, mantendo os dois complexos conjugados próximos aos obtidos pelo sistema (3.45), e o terceiro é real negativo.

Prouty (2002) também aplica uma última restrição, no movimento na direção longitudinal, da qual ele obtém uma função de transferência com dois pólos complexos conjugados com parte real positiva, próximos aos pólos obtidos em (3.45).

Para o movimento lateral, não é demonstrado, porém, é realçado que os procedimentos e considerações adotados ao caso longitudinal também são válidos. Neste caso, pode ser considerado que:

- O acoplamento é fraco;
- Existe a restrição na direção de orientação do helicóptero;
- Ele não apresenta movimento na direção longitudinal;
- A velocidade vertical é zero; e
- Tem o movimento na direção lateral limitado.

Aplicando-se todas as restrições apresentadas, fica claro que o modelo perde em qualidade de informação. Para tratar e compensar efeitos como os acoplamentos, é necessário trabalhar com as seis equações, (3.36) a (3.41).

### 3.5.2 Considerações realizadas

Para o modelo linear adotado são realizadas as seguintes considerações:

**Ponto de operação:** vôo pairado. É considerado que a velocidade de deslocamento é baixa, e a estrutura para baixas velocidades está mais próxima da obtida pelo modelo em vôo pairado do que do deslocamento longitudinal.

**Parcelas de força e momento considerados:** são as dos rotores principal e de cauda.

**Contribuições da fuselagem e dos estabilizadores vertical e horizontal:** foram desprezadas porque os movimentos estudados são realizados em velocidades consideradas baixas, e, como mencionado anteriormente, as superfícies aerodinâmicas não apresentam contribuição significativa para o movimento em baixas velocidades.

**Variação dos ângulos de rolagem e inclinação:** serão consideradas pequenas, de forma que  $\text{sen}(\alpha) \approx \alpha$  e  $\text{cos}(\alpha) \approx 1$ .

### 3.5.3 Modelo linearizado

Em Prouty (2002), é mostrado o modelo linearizado baseado nas derivadas de estabilidade e controle.

Neste trabalho, o modelo linear considerado é descrito na forma de funções de transferência,

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ \Psi(s) \\ X(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{Z,col}(s) & 0 & 0 & 0 \\ G_{a\Psi,col}(s) & G_{\Psi,ped}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{X,lon}(s) & G_{aX,lat}(s) \\ 0 & 0 & G_{aY,lon}(s) & G_{Y,lat}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{col}(s) \\ U_{ped}(s) \\ U_{lon}(s) \\ U_{lat}(s) \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Ou seja, o modelo linear proposto é MIMO, formado por um conjunto de sistemas SISO, onde cada saída é estudada separadamente em função das diversas entradas. As tabelas D.3 e D.4 mostram a ordem dos relacionamentos entre os diversos estados do modelo, a primeira sem considerar a dinâmica da barra estabilizadora e a segunda considerando a dinâmica estendida.

No Apêndice D, as tabelas D.1, D.2, D.5 e D.6 mostram as ordens das funções de transferências relacionadas na equação 3.46.

## 3.6 Conversão para o tempo discreto

O processo de identificação é realizado baseado em um modelo linear no tempo discreto. Então o modelo linear proposto deve ser discretizado. Esta discretização, utilizando o equivalente ZOH (ver seção 4.3.2 e Åström & Wittenmark (1997)), é processada pelo Matlab® utilizando a função *c2d*, cujos parâmetros são a função de transferência em tempo contínuo, o método de discretização (ZOH) e o intervalo de amostragem. Este comando transforma os parâmetros tanto da representação do modelo em espaço de estados quanto em funções de transferência.

# Capítulo 4

## Métodos de identificação

O desenvolvimento de um modelo matemático a partir das características físicas de um sistema muitas vezes envolve constantes utilizadas para parametrizar e explicar determinados fenômenos e dinâmicas. Estes parâmetros, em grande parte, não apresentam vinculação alguma com características físicas ou geométricas do sistema que permita seu cálculo ou medida direta, sendo necessária a realização de experimentos para a obtenção destes valores.

Este capítulo introduz alguns conceitos da teoria de identificação. Em particular, são discutidos métodos de identificação ditos *paramétricos*, isto é, métodos em que o modelo do sistema identificado é obtido, por exemplo, na forma de funções de transferência ou equações de estados. Conceitos preliminares, apresentados no Apêndice G, são utilizados por estes métodos.

De acordo com o que foi apresentado no capítulo 3, a dinâmica de posicionamento de um helimodelo – um caso particular é o Raptor-30 – pode ser adequadamente descrita por um modelo linear com 14 estados, 4 sinais de entrada ( $u_{col}$ ,  $u_{ped}$ ,  $u_{lon}$  e  $u_{lat}$ ) e 6 sinais de saída ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ ).

Porém, para a identificação adequada deste sistema são necessários alguns cuidados. Neste capítulo são apresentados alguns resultados úteis à aplicação de métodos de identificação, assim como estruturas de modelos e algoritmos. São relacionados os requisitos necessários para a correta identificação de parâmetros de modelos lineares, bem como as características requeridas dos sinais de excitação, os procedimentos de amostragem e a utilização de pré-filtros analógicos. Atenção especial é dedicada ao



tratamento dos dados amostrados pela aplicação de pós-filtros e a extração ou substituição dos valores inválidos, além de análises para verificar se os sinais amostrados são realmente consistentes.

## 4.1 Modelos de identificação

Os algoritmos de identificação processam os dados em busca de parâmetros que melhor adaptem uma estrutura matemática à evolução dos dados. Existem diversas estruturas nas quais os parâmetros podem ser ajustados. Para modelos matemáticos lineares estocásticos, uma forma geral é dada por

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}\nu(k) , \quad (4.1)$$

em que  $u(k)$  e  $y(k)$  são, respectivamente, os sinais de entrada e saída,  $\nu(k)$  é o modelo do distúrbio e  $q^{-1}$  é o operador atraso (Aguirre, 2000, p. 107). Os polinômios  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  e  $F(q)$ , são definidos como

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n_a} ,$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n_b} ,$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n_c} ,$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_nq^{-n_d} ,$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_nq^{-n_f} ,$$

sendo  $n_a \geq n_f \geq n_b$  e  $n_a \geq n_d \geq n_c$ , onde  $n_i$  é a ordem do polinômio  $i$ .

As principais estruturas de modelos utilizadas são ARX e ARMAX. Elas são obtidas a partir de particularizações do modelo do ruído. Estas estruturas são apresentadas nas subseções a seguir.

### 4.1.1 Modelo ARX

O modelo auto-regressivo com entradas externas (*AutoRegressive with eXogenous inputs* – ARX) é representado por

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + \nu(k), \quad (4.2)$$

onde  $A(q)$  e  $B(q)$  são polinômios arbitrários e  $\nu(k)$  é um ruído.

O termo  $A(q)y(k)$  corresponde à parte auto-regressiva (AR) do modelo. A parte exógena (X) é dada pelo termo  $B(q)u(k)$ .

### 4.1.2 Modelo ARMAX

O modelo auto-regressivo com média móvel e entradas externas (*AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs* – ARMAX) é representado por

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)\nu(k), \quad (4.3)$$

onde  $A(q)$ ,  $B(q)$  e  $C(q)$  são polinômios arbitrários, e  $\nu(k)$  é um ruído.

Neste modelo, o ruído sofre um processo de média móvel (MA), dado por  $C(q)\nu(k)$ .

## 4.2 Algoritmos de identificação

Na seção anterior foram mencionados os modelos utilizados nos algoritmos de identificação. Nesta seção serão abordados os algoritmos utilizados para resolver o problema de identificação, que, basicamente, consiste em ajustar os parâmetros das estruturas dos modelos para estes que apresentem a mesma resposta observada do sistema, de maneira que, aplicando os sinais de entrada, sejam estimados os sinais de saída.

Inicialmente é utilizado o método de Mínimos Quadrados, o qual é usado para ajustar os parâmetros em um modelo ARX. Também são utilizados o algoritmo de Steiglitz-McBride, método de Erro de Saída e Predição de Erro aplicados para modelos ARMAX.

Também é discutida a aplicação de um método de otimização (*Simplex*) para identificação de parâmetros não-lineares.

### 4.2.1 Método dos mínimos quadrados

Para o método de Mínimos Quadrados (MQ), considera-se um sistema descrito por um modelo ARX (4.2) e supõe-se que o ruído  $\nu(k)$  satisfaça as seguintes hipóteses (Zhu, 2001):

1. Tem média nula,  $\mathbf{E}[\nu(k)] = 0$  e
2. É não-correlacionado com o sinal de saída,  $\mathbf{E}[\nu(k)y(k)] = 0$ .

Reescrevendo a equação (4.2) como

$$\begin{aligned} y(k) &= B(q)u(k) + (1 - A(q))y(k) + \nu(k) \\ &= b_0u(k) + \dots + b_mu(k - m) - a_1y(k - 1) - \dots - a_ny(k - n) + \nu(k), \end{aligned}$$

e definindo-se os vetores de regressão  $\phi(k)$  e de parâmetros  $\Theta$ ,

$$\begin{aligned} \phi(k) &= \begin{bmatrix} u(k) & u(k - 1) & \dots & u(k - m) & -y(k - 1) & -\dots & -y(k - n) \end{bmatrix}, \\ \Theta &= \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & \dots & b_m & a_1 & \dots & a_n \end{bmatrix}^T, \end{aligned}$$

tem-se que

$$y(k) = \phi(k)\Theta + \nu(k).$$

Aplicando esta equação para uma seqüência de tamanho  $N + n$ , tem-se

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k + 1) \\ \vdots \\ y(k + N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(k) \\ \phi(k + 1) \\ \vdots \\ \phi(k + N) \end{bmatrix} \Theta + \begin{bmatrix} \nu(k) \\ \nu(k + 1) \\ \vdots \\ \nu(k + N) \end{bmatrix}, \text{ ou}$$

$$Y = \Phi\Theta + \xi. \tag{4.4}$$

Seja  $\hat{\Theta}$  uma estimativa de  $\Theta$ . Usando esta estimativa, pode-se calcular uma estimativa para  $Y$  como

$$\hat{Y} = \Phi \hat{\Theta}. \quad (4.5)$$

O erro de predição é dado por

$$\epsilon = Y - \hat{Y} = Y - \Phi \hat{\Theta}. \quad (4.6)$$

Define-se a função custo

$$\begin{aligned} J &= \epsilon^T \epsilon \\ &= (Y - \Phi \hat{\Theta})^T (Y - \Phi \hat{\Theta}) \\ &= Y^T Y - Y^T \Phi \hat{\Theta} - \hat{\Theta}^T \Phi^T Y + \hat{\Theta}^T \Phi^T \Phi \hat{\Theta}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para determinar o parâmetro  $\hat{\Theta}$  que minimiza esta função, calcula-se

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\Theta}} = 0.$$

Isto é,

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \hat{\Theta}} &= -(Y^T \Phi)^T - \Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi \hat{\Theta} \\ &= -\Phi^T Y - \Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi \hat{\Theta} \\ &= -2\Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi \hat{\Theta} = 0. \end{aligned}$$

Da relação acima tira-se a denominada *equação normal*

$$\Phi^T \Phi \hat{\Theta} = \Phi^T Y.$$

Para que  $\hat{\Theta}$  seja um mínimo, é necessário também verificar que

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \hat{\Theta}^2} = 2\Phi^T \Phi > 0.$$

Se a *condição de identificabilidade* for satisfeita (Ljung, 1999, p. 112), então a matriz  $\Phi^T \Phi$  tem inversa e é possível explicitar a estimativa do parâmetro como

$$\hat{\Theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T Y . \quad (4.8)$$

#### 4.2.1.1 Considerações sobre o resultado

O método MQ se aplica a modelos do tipo ARX, o qual é, em geral, muito restritivo. Na prática, o modelo do sistema a ser identificado tem a forma

$$y(k) = G(q)u(k) + \nu(k) , \quad (4.9)$$

onde  $G(q) = B(q)/A(q)$  é a função de transferência do sistema,  $u(k)$  é o sinal de entrada e  $\nu(k)$  é um ruído branco que corrompe a saída medida  $y(k)$ .

A equação (4.9) pode ser escrita como

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + A(q)\nu(k) , \quad (4.10)$$

a qual não tem a estrutura ARX. O ruído  $\nu(k)$  é branco, mas a média móvel  $A(q)\nu(k)$  não é. A aplicação do método MQ neste caso, resulta em uma estimativa polarizada.

Pode-se mostrar, através de uma análise freqüencial, que o algoritmo MQ pondera as altas freqüências das amostras por um fator  $A^2(e^{j\omega})$ , o que enfatiza estas componentes, justamente onde a relação sinal-ruído é baixa. Isto prejudica a estimativa dos parâmetros (Zhu, 2001, p. 98). A próxima seção descreve um algoritmo simples para tentar contornar este problema.

## 4.2.2 Método de Steiglitz-McBride

Para o método de Steiglitz-McBride (SM), considera-se um sistema com modelo ARMAX da forma

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + A(q)\nu(k) .$$

Seja  $L(q)$  um filtro estável. Aplicando este filtro nos sinais de entrada e saída da

planta, tem-se os sinais filtrados

$$\begin{aligned} u_f(k) &= L(q)u(k), \\ y_f(k) &= L(q)y(k). \end{aligned}$$

Se  $\hat{A}(q)$  e  $\hat{B}(q)$  são estimativas de  $A(q)$  e  $B(q)$ , respectivamente, então podemos definir uma estimativa  $\hat{y}_f(k)$  como

$$\hat{y}_f(k) = [1 - \hat{A}(q)]y_f(k) + \hat{B}(q)u_f(k). \quad (4.11)$$

Define-se o erro de previsão

$$\epsilon_f(k) = y_f(k) - \hat{y}_f(k). \quad (4.12)$$

A função custo a ser minimizada é

$$V_{SM} = \sum_{k=n+1}^N \epsilon_f^2(k) = \sum_{k=n+1}^N \left[ \hat{A}(q)y_f(k) - \hat{B}(q)u_f(k) \right]^2. \quad (4.13)$$

Uma análise freqüencial deste critério mostra que agora as componentes de alta freqüência do sinal das amostras estão sendo ponderadas por um fator da forma  $L^2(e^{j\omega}) A^2(e^{j\omega})$  (Zhu, 2001, p. 97-99).

A proposta do algoritmo de Steiglitz-McBride é tentar eliminar este fator de ponderação escolhendo

$$L(q) = \frac{1}{A(q)}. \quad (4.14)$$

O problema é que  $A(q)$  não é conhecido, mas isto pode ser contornado pelo seguinte procedimento iterativo (Zhu, 2001, p. 99):

1. Para a iteração 1, aplicar o algoritmo MQ e estimar  $\hat{A}^1(q)$  e  $\hat{B}^1(q)$ .
2. Para as iterações  $i$  ( $i \geq 2$ ), utilizar a estimativa  $\hat{A}^{i-1}(q)$  obtida na iteração anterior

para filtrar os sinais  $u(k)$  e  $y(k)$ ,

$$u_f(k) = \frac{1}{\hat{A}^{i-1}(q)}u(k),$$

$$y_f(k) = \frac{1}{\hat{A}^{i-1}(q)}y(k),$$

e então aplicar MQ aos dados filtrados.

3. Fazer  $i = i + 1$  e retornar ao passo 2.

### 4.2.3 Método de erro de saída

Para o método de erro de saída (MES), considera-se um sistema com modelo AR-MAX da forma

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + A(q)\nu(k).$$

Define-se a estimativa  $\hat{y}(k)$  como

$$\hat{y}(k) = \frac{\hat{B}(q)}{\hat{A}(q)}u(k)$$

$$= [1 - \hat{A}(q)]\hat{y}(k) + \hat{B}(q)u(k).$$

Nota-se que agora o vetor de regressão é construído a partir de  $\hat{y}(k)$  e  $u(k)$ .

O erro de estimação  $\epsilon(k)$  e a função custo  $V_{MES}$  agora são definidos por

$$\begin{aligned}\epsilon(k) &= y(k) - \hat{y}(k) \\ &= y(k) - \frac{\hat{B}(q)}{\hat{A}(q)}u(k) \\ &= y(k) - [1 - \hat{A}(q)]\hat{y}(k) - \hat{B}(q)u(k),\end{aligned}$$

(4.15)

$$\begin{aligned}
V_{MES} &= \sum_{k=n+1}^N \epsilon^2(k) \\
&= \sum_{k=n+1}^N \left[ y(k) - \frac{\hat{B}(q)}{\hat{A}(q)} u(k) \right]^2 \\
&= \sum_{k=n+1}^N \left[ y(k) - [1 - \hat{A}(q)]\hat{y}(k) - \hat{B}(q)u(k) \right]^2. \tag{4.16}
\end{aligned}$$

Nota-se pela equação (4.16) que a função de custo  $V_{MES}$  é não-linear em  $\hat{A}(q)$ , pois aparece multiplicado pela estimativa atual  $\hat{y}(k)$ . Para minimizar esta função deve ser utilizado um algoritmo de otimização.

Escolheu-se utilizar a função *fminsearch* (Mathworks, 2007), uma implementação do algoritmo *Simplex* de Nelder-Mead (Pires, 2007, p. 48). Resumidamente, este algoritmo constrói um *volume*, a partir de  $n + 1$  pontos no hiper-espaço de dimensão  $n$ , que é o número de parâmetros da função de custo. Este volume, chamado *Simplex*, sofre transformações como expansão e retração, de acordo com as avaliações realizadas para verificar se existe ou não um ponto de mínimo no interior deste *Simplex*.

Como este método de identificação utiliza um método de otimização, a convergência para um mínimo local pode ser um problema, já que os algoritmos em geral não garantem a convergência para o mínimo global, e o *Simplex* não é uma exceção. Para minimizar a ocorrência destas situações, é comum utilizar como condição inicial um ponto conhecido próximo ao mínimo global desejado (Pires, 2007).

O algoritmo implementado no Matlab® recebe como entradas:

- a função a ser otimizada (minimizada);
- o ponto inicial;
- e uma variável de opções gerais de otimização que inclui:
  - número máximo de iterações;
  - número máximo de cálculos permitidos;
  - tolerância da variação do valor da função;
  - tolerância da variação dos parâmetros;
  - entre outros.



Mais informações a respeito da utilização do algoritmo podem ser verificadas a partir da ajuda do Matlab® ou do manual do usuário da *toolbox* (Mathworks, 2007).

## 4.2.4 Método de predição do erro

Nos algoritmos de método de predição do erro (MPE), a idéia é aplicar *shaping filters* no erro de saída para obter uma estimativa consistente e eficiente (Zhu, 2001, p. 116). Existem diferentes métodos de modelagem do erro, como pode ser verificado a seguir.

### 4.2.4.1 Mínimos quadrados generalizados

A partir da estrutura geral da equação (4.1), considera-se que o modelo do sistema tem a seguinte estrutura,

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + \frac{1}{D(q)}\nu(k) , \text{ ou}$$

$$D(q)A(q)y(k) = D(q)B(q)u(k) + \nu(k) ,$$

onde  $\nu(k)$  é o distúrbio com média zero e variância  $R$ , filtrado pelo polinômio  $D(q)$ , o que faz com que apareça como um ruído colorido na saída medida  $y(k)$ .

Definindo a estimativa  $\hat{y}$ , o erro de estimação  $\epsilon_{MPE}$  e a função de custo  $V_{MPE}$ ,

$$\hat{y}(k) = [1 - \hat{D}(q)\hat{A}(q)]y(k) + \hat{D}(q)\hat{B}(q)u(k),$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{MPE}(k) &= y(k) - \hat{y}(k), \\ &= \hat{D}(q)\hat{A}(q)y(k) - \hat{D}(q)\hat{B}(q)u(k), \end{aligned}$$

$$V_{MPE} = \sum_{k=n+1}^N \epsilon_{MES}^2(k), \quad (4.17)$$

$$= \sum_{k=n+1}^N \left[ \hat{D}(q)\hat{A}(q)y(k) - \hat{D}(q)\hat{B}(q)u(k) \right]^2 . \quad (4.18)$$

A minimização da função de custo  $V_{MPE}$  não tem solução analítica porque o erro  $\epsilon_{MPE}(k)$  é não-linear nos parâmetros (Zhu, 2001). Nota-se, porém, que a função de custo tem característica bilinear: dado  $D(q)$ , ela é linear em  $A(q)$  e  $B(q)$ , e vice versa.

O algoritmo *MQG* consiste na repetição dos seguintes passos até a convergência:

1. Definir  $D^0(q)$ , para a iteração  $j = 1$ ;
2. Para o erro de estimativa

$$\epsilon^j(k) = \hat{A}^j(q) \underline{\hat{D}^{j-1}(q)y(k)} - \hat{B}^j(q) \underline{\hat{D}^{j-1}(q)u(k)},$$

e a função de custo

$$V_1 = \sum_{k=1}^N \left[ \hat{A}^j(q) \underline{\hat{D}^{j-1}(q)y(k)} - \hat{B}^j(q) \underline{\hat{D}^{j-1}(q)u(k)} \right]^2,$$

resolver utilizando MQ e obter  $\hat{A}^j$  e  $\hat{B}^j$ ;

3. Calcular  $D^j$ , a partir da função de custo

$$V_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[ \hat{D}^j(q) \left( \underline{\hat{A}^j(q)y(k) - \hat{B}^j(q)u(k)} \right) \right]^2,$$

fazer  $j = j + 1$  e retornar ao passo 2.

## 4.2.5 Otimização de parâmetros

Este método é uma extensão do método MES (seção 4.2.3). Consiste em minimizar a função de custo baseada no erro de estimação,  $\epsilon_{OP}(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ ,

$$V_{OP} = \sum_{k=1}^N \epsilon_{OP}^2(k). \quad (4.19)$$

O valor estimado é calculado com base em uma função que contém não-linearidades. Uma não-linearidade comum na dinâmica do posicionamento do helicóptero é a existência de *off-set*.

De forma prática, para que o helicóptero se mantenha em uma condição de vôo, é necessário aplicar entradas cujo objetivo é mantê-lo no ponto de operação. Estas entradas compensam distúrbios de média não nula, como o torque de reação do rotor ou a força da gravidade.

Algoritmos de identificação estão interessados nas variações do sinal de comando e não na amplitude que o sinal apresenta. Percebe-se que a amplitude do sinal é desprezada quando da linearização pela série de Taylor.

Desta forma, definida a estrutura da função não-linear

$$\hat{y}(k) = f(\theta, u(k), y(k-1)), \quad (4.20)$$

é utilizado o algoritmo de otimização *Simplex*. Um exemplo de aplicação será mostrado na seção 6.4.

## 4.3 Aquisição de dados

A aquisição de dados para identificação deve atender algumas exigências, de forma que seja possível obter um modelo matemático válido a partir dos dados capturados. As principais exigências dizem respeito a qualidade da informação presente nos sinais de entrada do sistema, e a forma como estes sinais são capturados e registrados.

A seguir são apresentadas as principais características, as quais devem satisfazer os sinais de entrada e os procedimentos de amostragem, essenciais para realização de experimentos e aquisição de dados.

Também é mencionado o problema do falseamento (*aliasing*, seção 4.3.3), situação que ocorre quando da amostragem de sinais analógicos, e uma solução geralmente adotada para este problema, que consiste em utilizar um pré-filtro analógico.

### 4.3.1 Sinal de entrada

A definição do sinal de entrada a ser utilizado nos experimentos de aquisição de dados é de extrema importância para o sucesso da identificação. A utilização de um sinal não adequado aos algoritmos pode levar à obtenção de modelos polarizados e que não representam a dinâmica real do sistema.

Características como conteúdo espectral, não ativação de não-linearidades e manutenção do sistema próximo ao ponto de operação são importantes na definição dos sinais de entrada utilizados.

Existem vários sinais de entrada recomendados para realizar o procedimento de

identificação. A seguir são apresentados os mais comuns, como o PRBS, o *frequency sweep* e as entradas degrau, assim como as especificações do sinal de entrada solicitadas ao piloto.

#### 4.3.1.1 PRBS

PRBS, sigla para *Pseudo Random Binary Signal*, ou, Sinal Binário Pseudo-Aleatório, é um sinal  $u(k)$  definido como tendo autocorrelação zero (Aguirre, 2000),

$$r_{uu}(k) \approx 0, \forall k \neq 0.$$

Este sinal apresenta dois níveis,  $-V$  e  $+V$ , e períodos definidos para alteração (ou não) do nível do sinal.

Este sinal pode ser obtido por meio de um registrador de deslocamento (*shift register*), uma porta lógica “ou-exclusiva” (*XOR*) e uma porta “e” (*AND*). Esta forma construtiva torna o sinal periódico. Aguirre (2000) apresenta uma tabela em que são relacionados alguns sinais obtidos por meio desta forma construtiva, mostrando o número de bits do registrador de deslocamento, os bits que são utilizados na porta *XOR*, assim como o tamanho da seqüência. Nota-se que para um registrador de 11 bits, utiliza-se os bits 9 e 11 para a porta *XOR* e o sinal tem um comprimento  $N = 2047$ , ou seja, o período de repetição da seqüência é  $N$ . Na figura 4.1 é ilustrado um exemplo deste sinal.

Este sinal PRBS é adicionado ao sinal DC para a realização de testes de identificação. Um valor de operação é especificado, e a partir deste nível o PRBS é somado ao sinal de entrada. Os valores de  $-V$  e  $+V$  também devem ser determinados para que o sistema não saia do ponto de operação desejado.

Zhu (2001) comenta que, apesar de o sinal PRBS ser muito utilizado para algoritmos de identificação não-paramétricos, esta não é uma das melhores opções para métodos paramétricos, pois sua característica aleatória enfatiza as altas freqüências às custas das componentes de baixa e média freqüências. Sinais para identificação paramétrica devem ter características de passa-baixa. Um sinal com esta característica pode ser obtido aumentando o período no qual o nível comuta. Outra característica do sinal PRBS é que seu espectro apresenta redução no módulo nas freqüências  $2\pi/T_{clk}$ ,  $4\pi/T_{clk}$ ,

$6\pi/T_{clk}, \dots$ , o que resulta em uma baixa relação sinal-ruído nestas frequências.

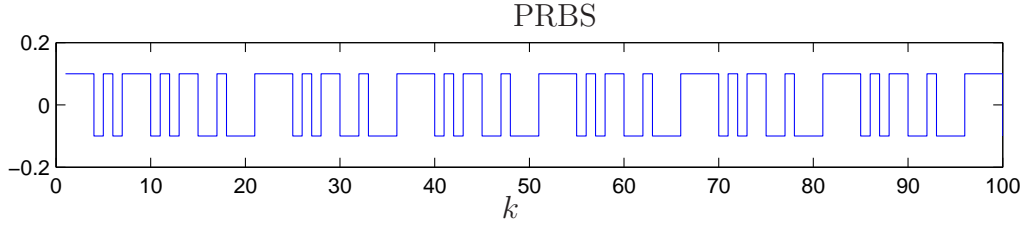


FIGURA 4.1: Sinal PRBS de Aguirre (2000).

#### 4.3.1.2 Frequency Sweep

Tischler & Remple (2006) recomendam a utilização do chamado *frequency sweep*, que consiste em um sinal com frequência que varia na faixa desejada para o modelo de identificação ( $\omega_{max}$  e  $\omega_{min}$ ). Este tipo de sinal de entrada também é utilizado por Mettler (2003). Uma aproximação do sinal de entrada é dada pelas equações

$$\begin{aligned}\delta_{sweep} &= A \sin \omega t, \\ \omega &= \omega_{min} + K(\omega_{max} - \omega_{min}), \\ K &= C_2 \left[ e^{\left(\frac{C_1 t}{T}\right)} - 1 \right],\end{aligned}$$

cujas constantes receberam valores típicos de:

- Frequência inicial,  $\omega_{min} = 0,3[rad/s]$ ;
- Frequência final,  $\omega_{max} = 12[rad/s]$ ;
- Amplitude,  $A = 1,0$ ;
- Período,  $T = 90[s]$ ;
- Função de progressão da frequência,  $K$ ; e
- Constantes da função de progressão,  $C_1 = 4$  e  $C_2 = 0,0187$ .

O sinal é ilustrado no gráfico da figura 4.2.

Assim como no PRBS, este sinal deve ser somado à entrada que leva o sistema ao ponto de operação desejado.

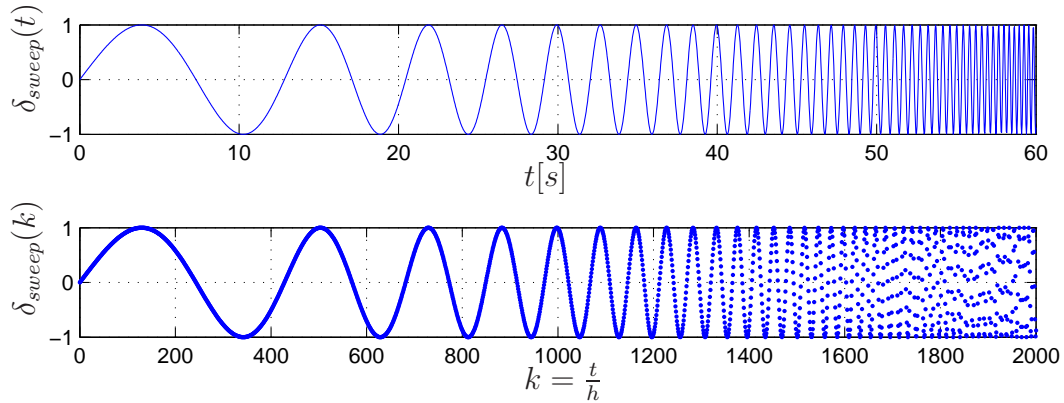


FIGURA 4.2: Exemplo do *frequency sweep* de Tischler, configurado para variar entre as frequências de 0,3 a 12[rad/s], intervalo de amostragem  $h = 3[ms]$ .

#### 4.3.1.3 Especificação do sinal de entrada

O posicionamento de helicópteros é um sistema instável, de forma que, mantê-lo fixo requer ou a utilização de controladores em malha fechada ou a interferência de um piloto qualificado. Diante da inexistência de controladores, é solicitado a um piloto que comande o helicóptero para a realização de testes de aquisição de dados.

De forma prática, não é viável ao piloto efetuar manobras utilizando como referência sinais de entrada como o PRBS ou o *frequency sweep*, o primeiro pela característica temporal e periódica, e o segundo pela característica senoidal, cujas execuções precisas são de extrema dificuldade prática.

Como um meio termo entre os diversos sinais de entrada sugeridos, é solicitado ao piloto que execute manobras em diversos sentidos, com velocidades variáveis, aplicando entradas senoidais e degraus, um misto de *frequency sweep* e PRBS, mas sempre mantendo o helicóptero próximo à posição de equilíbrio desejada. Esta decisão se justifica pelo fato de serem utilizados algoritmos de identificação *off-line*, de maneira que pode-se aumentar a complexidade do algoritmo para compensar a falta de qualidade do sinal de entrada (Zhu, 2001).

É solicitado ao piloto que execute comandos no helicóptero de acordo com as seguintes características:

1. A série de dados deve começar e terminar na posição de vôo pairado;
2. Deve ser realizado o comando com frequências variáveis, não sendo importante a amplitude do sinal de comando, nem que o sinal seja uma senóide perfeita

(Tischler & Remple, 2006);

3. O piloto deve fazer o possível para utilizar apenas um comando para manter o helicóptero próximo do ponto de operação. Por exemplo, quando estiver executando entradas de lateral, deve evitar ao máximo utilizar os demais comandos para compensar os desvios. Caso seja necessário e possível, deve diminuir a amplitude dos comandos dados, como forma de evitar esses acoplamentos; e
4. Devem ser capturadas várias séries de dados. Para cada série repetida, diversificar a amplitude do sinal de comando. Por exemplo, para o teste de longitudinal, inicialmente utilizar amplitude baixa. No segundo teste utilizar uma amplitude maior, no que diz respeito ao sinal de comando, e também deixar o helicóptero se movimentar por uma distância maior. Ao verificar que os demais comandos estão sendo cada vez mais necessários, deve-se diminuir estas amplitudes. Sempre realizar com frequência variável. Sempre começar de um ponto de equilíbrio (vôo pairado) e retornar ao mesmo ponto ou próximo após o final dos testes.

### 4.3.2 Amostragem

Amostrar significa *o ato ou processo de extrair pequenas partes ou quantidades de algo como amostra para testes ou análises* (Åström & Wittenmark, 1997, p. 31). No contexto de controle e comunicação, amostrar significa que um sinal contínuo no tempo é substituído por uma seqüência de números que representa o valor do sinal em determinados instantes do tempo.

Denomina-se amostragem periódica quando as amostras são realizadas em intervalos constantes de tempo  $h$ . Seja o sinal  $f(t)$  função do tempo  $t[s]$ , e sejam as amostras  $f_k = f(kh)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . A frequência de amostragem correspondente é  $f_s = \frac{1}{h}[Hz]$ , ou  $\omega_s = \frac{2\pi}{h}[rad/s]$ . A metade da frequência de amostragem  $f_N = \frac{1}{2h}[Hz]$  é conhecida como frequência de Nyquist.

A seguir é apresentado o método de ZOH, assim como os critérios para escolha do intervalo e do período de amostragem, utilizados no processo de aquisição.

#### 4.3.2.1 Modelo equivalente ZOH

Um sistema linear em tempo contínuo

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t),$$

pode ser representado por um modelo em tempo discreto (Åström & Wittenmark, 1997, p. 33)

$$x(kh + h) = \Phi x(kh) + \Gamma u(kh),$$

$$y(kh) = Cx(kh) + Du(kh),$$

$$\Phi = e^{Ah},$$

$$\Gamma = \int_0^h e^{As} ds B,$$

denominado *equivalente ZOH*, desde que sejam respeitadas seguintes condições:

- Amostragem periódica com período  $h$ ;
- Entrada mantém valor constante durante o período de amostragem,

$$u(t) = u(kh), \tag{4.21}$$

$$kh \leq t < kh + h; \text{ e} \tag{4.22}$$

- Instante de amostragem dos sinais de entrada e saída perfeitamente sincronizados.

A reconstrução ZOH de um sinal é simples, de forma que basta manter o sinal constante até o próximo instante de amostragem, no qual o valor é atualizado.

Os modelos de identificação utilizados (seção 4.1) são equivalentes ZOH.

#### 4.3.2.2 Intervalo de amostragem

Na simulação da dinâmica da posição e atitude de helicópteros, de acordo com Tischler & Remple (2006), um modelo mecânico de 6 graus de liberdade necessita



de uma faixa de frequência de aplicação de  $2[Hz]$ , ou seja, a mínima frequência de amostragem é de  $4 [Hz]$  (Chen, 2004, p. 163).

Tischler & Remple (2006) recomendam utilizar a frequência de amostragem igual a 25 vezes a frequência máxima desejada, porém, como eles mesmos afirmam, esta é uma posição conservadora. Uma regra prática indicada por Åström & Wittenmark (1997) é utilizar frequências na faixa de 10 a 30 vezes. Zhu (2001) recomenda utilizar 10 vezes.

Além das exigências teóricas, devem ser levadas em consideração as características práticas da identificação. A tabela 4.1 apresenta os intervalos de amostragem mínimos (ou as frequências de amostragem máxima) da instrumentação instalada para a realização de experimentos. A tabela 4.2 apresenta a frequência máxima de atualização dos comandos dos atuadores, no caso, servomotores.

Outro requisito importante é ter tempo suficiente para processar e armazenar os dados capturados, o que envolve, além da leitura dos sensores, a organização dos dados lidos, sua transmissão para o dispositivo de armazenamento e a gravação dos dados.

A fim de atender a todos estes requisitos, teóricos e práticos, foi utilizada uma taxa de amostragem de  $30[ms]$ , ou seja  $33,33[Hz]$ , que se mostra tempo suficiente para processar as leituras dos sensores e registrar os dados no computador por meio da telemetria desenvolvida, apresentada no apêndice C.

#### 4.3.2.3 Quantidade de amostras

A quantidade de amostras está relacionada com a resolução e a eficácia que pode ser esperada do método de identificação. De uma maneira geral, quanto maior o número de amostras, melhor o algoritmo pode ajustar os parâmetros ao sinal e assim minimizar a função de custo objetivo do algoritmo.

Para método de identificação de resposta em frequência, por exemplo, o intervalo de amostragem define a máxima frequência do espectro do sinal, e o número de amostras define a resolução obtida neste espectro. Uma técnica utilizada para diminuir este efeito é o uso de *janelas* e *ponderações*, que diminui a resolução obtida pelo conjunto de dados. Para a utilização destes métodos de resposta em frequência, deve ser especificado o número de amostras de cada seqüência de dados.

Como a faixa de interesse é de até  $2[Hz]$  (Tischler & Remple, 2006), com 2048 amostras obtém-se uma resolução de  $0,1023[Hz]$  (Chen, 2004, p. 178), para o intervalo

TABELA 4.1: Frequência de leitura da instrumentação utilizada no experimento.

Dispositivo	Frequência Máxima	Intervalo de Amostragem (mínimo)
Sonar	20 [Hz]	50 [ms]
IMU	66,67 [Hz]	15 [ms]
Rádio	45,45 [Hz]	22 [ms]
Barbantômetro	< 1[kHz]	> 1[ms]

TABELA 4.2: Frequência de comando nos atuadores.

Dispositivo	Frequência Máxima	Tempo de Atualização (mínimo)
Servomotores	50[Hz]	20[ms]

de amostragem de 30[ms].

### 4.3.3 Falseamento

Falseamento, ou *aliasing*, é quando o sinal amostrado possui componentes com frequências maiores do que a frequência de Nyquist, os quais aparecem no sinal amostrados como componentes de frequências menores do que a de Nyquist (Lathi, 2007, p. 484). O efeito é ilustrado na figura 4.3, onde dois sinais senoidais de frequências 1 e 9[Hz] foram amostrados com período de 0.25[s]. Percebe-se que os pontos amostrados são os mesmos para os dois sinais.

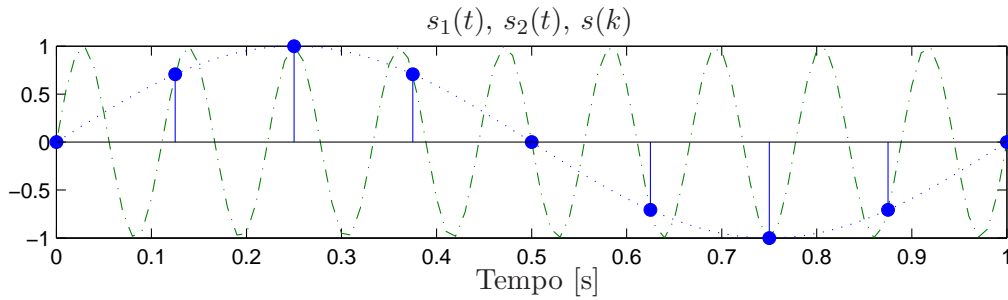


FIGURA 4.3: Senóides de frequência de 1 e 9 [Hz] amostrados em 8 [Hz].

#### 4.3.4 Pré-filtro passa-baixo

Para evitar o falseamento apresentado na seção anterior, é necessário que o sinal analógico seja filtrado adequadamente de forma a atenuar as componentes de alta frequência, antes de ser amostrado (vide seção G.5). A taxa de amostragem determina a banda passante do filtro analógico.

Este filtro analógico deve ser implementado tanto nos sinais de entrada como nos sinais de saída do sistema. Os filtros devem ser idênticos para evitar polarização, ou *bias*, dos parâmetros identificados (Zhu, 2001)<sup>1</sup>.

Na instrumentação utilizada, apenas o Barbantômetro apresenta leitura de sinais analógicos.

### 4.4 Tratamento e análise dos dados

Após realizada a captura e o registro dos sinais de entrada e saída da planta, é necessário verificar a qualidade destes dados. Estes podem conter, além dos ruídos inerentes ao processo, erros de leitura dos sensores, erros de comunicação, erro de processamento do aplicativo de registro, etc.

Os tratamentos envolvem correção de valores inválidos, ajuste de escala dos sinais, correção de atrasos, adaptação das taxas de amostragens dos sinais e seccionamento das seqüências capturadas. Os sinais discretos no tempo podem, inclusive, ser submetidos a um filtro digital, conforme demonstrado a seguir.

Análises como persistência de excitação, coerência e relação sinal-ruído ajudam a

---

<sup>1</sup>Um ruído branco, após passar por um filtro, fica colorido, ou seja, com média temporal não nula, e se os filtros tiverem frequência de corte diferente, a influência do ruído será diferente e não serão claramente identificados.

avaliar a qualidade dos sinais utilizados na identificação do modelo. Para finalizar, algumas considerações relevantes relacionadas ao assunto são avaliadas.

#### 4.4.1 Valores inválidos

Vários são os motivos para a presença de valores inválidos nas seqüências de dados armazenadas. Ruídos e erros de medição, problemas na comunicação, ou mesmo erro de processamento.

Por estes motivos, deve ser realizada a verificação dos dados, no que se refere a amplitude do sinal, taxa de variação, existência de picos, ou mesmo a falta de dados. Estes valores registrados durante a aquisição podem ser descartados, e seus valores substituídos por outros mais adequados, com valores próximos ao esperado.

Dentre as alternativas para a recuperação destes dados, primeiramente pode-se proceder à análise dos registros dos dados binários recebidos, quando da ocorrência de falha de processamento. Caso não exista a informação no arquivo binário, algum tipo de interpolação, de primeira ou segunda ordem, pode ser adotada, para obter uma aproximação adequada do valor instantâneo do sinal (Zhu, 2001, p. 60).

Procedimento semelhante pode ser realizado para os casos de picos ocorridos devido ao erro de leitura dos sensores.

#### 4.4.2 Correção de escala

Para que haja a possibilidade de interpretação física dos parâmetros obtidos, os valores binários obtidos dos sensores podem ser convertidos para os respectivos valores na escala de medição, e, conseqüentemente, convertidos para unidades do Sistema Internacional. Este procedimento facilita, inclusive, a identificação de falhas nos procedimentos do experimento, como a constatação de operação fora das condições desejadas (*trim*) (Zhu, 2001, p. 59).

Considerando que nos sistemas as variáveis não têm necessariamente a mesma ordem de magnitude, para evitar que algum sinal se sobressaia aos outros devido à esta divergência, os sinais podem ser normalizados, por exemplo, em função de sua densidade espectral, ou mesmo pela redução do nível DC (Zhu, 2001, p. 61).

### 4.4.3 Correção de atrasos

Caso ocorram atrasos na comunicação, processamento ou armazenamento dos dados, e estes atrasos possam ser constatados, permite-se deslocar as seqüências de valores para ajustar os dados. É importante que o atraso a ser identificado seja o realmente existente no modelo, para que o algoritmo de controle seja preparado para a situação correta (Zhu, 2001, p. 61).

### 4.4.4 Alteração na taxa de amostragem

Como mencionado na seção 4.3.2.2, o intervalo de amostragem dos diversos sensores utilizados é variado. O intervalo de amostragem foi escolhido visando permitir a sincronia na leitura de todos os sensores.

A idéia é utilizar técnicas de interpolação ou decimação para identificação, utilizando estes sinais modificados. A interpolação é utilizada para obter intervalos de amostragem menores. A decimação aumenta o intervalo entre as amostras.

#### 4.4.4.1 Interpolação

Algumas técnicas de interpolação podem ser:

- Ordem zero: o sinal é considerado constante no intervalo entre as amostras, conforme ilustrado no gráfico (b) da figura 4.4. Esta técnica permite apenas interpolação em intervalos inteiros (Diniz et al., 2004, p. 358);
- Linear: em que o sinal é considerado como variando linearmente com o tempo entre uma amostra e outra, conforme ilustrado no gráfico (c) da figura 4.4. Esta técnica permite apenas interpolação em intervalos inteiros (Diniz et al., 2004, p. 358); e
- Polinomial: o comando Matlab® *interp* realiza a interpolação do vetor de entrada utilizando polinômios de ordem selecionável e um filtro passa baixa, de largura de banda configurável. Este comando permite apenas a interpolação em intervalos inteiros.

Nos gráficos da figura 4.4, em (a) temos o sinal e as respectivas amostras realizadas deste sinal. Em (b) o sinal aparece em pontos juntamente com a seqüência interpolada

em ordem zero. Em (c) a seqüência é interpolada linearmente, e também é mostrado o sinal original. Em (d) a seqüência foi interpolada utilizando o comando do Matlab® *interp* utilizando filtro de oitava ordem e largura de banda de 0,5.

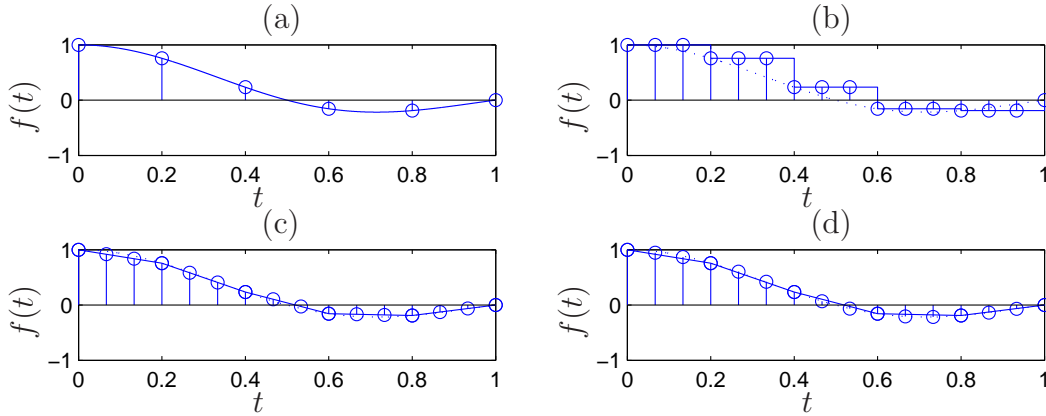


FIGURA 4.4: Exemplos de interpolação.

#### 4.4.4.2 Decimação

A decimação consiste em aumentar o intervalo de amostragem. Para razões de decimação  $n$ , sendo  $n \in \mathbb{Z}$ , basta fazer

$$f_d(k) = f(nk),$$

em que  $f_d(k)$  é o resultado da decimação de fator  $n$  da seqüência  $f(k)$ .

#### 4.4.4.3 Mudanças de taxa de amostragem racionais

Uma mudança de taxa por um fator  $n = \frac{L}{M} \in \mathbb{Q}$  pode ser implementada pela cascata de um interpolador de razão  $L$  com um decimador de razão  $M$  (Diniz et al., 2004, p. 358).

No Matlab® existe a função *resample*, que realiza tanto a interpolação quanto a decimação, podendo inclusive obter razões não inteiras, como 2,5 por exemplo.

#### 4.4.5 Seccionamento dos dados

Caso as seqüências sejam demasiadamente compridas, elas podem ser divididas e processadas separadamente. O modelo identificado para cada trecho de freqüência pode

ser comparado, para analisar a aproximação obtida dos valores dos parâmetros. Além disso, trechos de dados podem ser reservados para a validação do modelo, os quais não devem ser utilizados em momento algum nos algoritmos de identificação (Zhu, 2001, p. 60).

#### 4.4.6 Filtros digitais

Ao utilizar frequências de amostragem maiores do que a necessária, cria-se redundância com respeito a informação do espectro de frequências do sinal. Caso seja verificado que o espectro apresenta grande quantidade de energia na faixa das altas frequências, pode ser aplicado um filtro digital para excluir estas frequências. O mesmo filtro deve ser aplicado a todos os sinais (Zhu, 2001, p. 61).

Outro procedimento que pode ser adotado é a diminuição da frequência de amostragem, o que reduz a faixa de frequências do espectro.

#### 4.4.7 Persistência de excitação

Para garantir que o algoritmos de estimação tenham uma solução única, algumas exigências são impostas aos sinais de teste. É a denominada *condição de excitação persistente* (Zhu, 2001, p. 51).

A fórmula para estimação da resposta finita ao impulso de ordem  $n$  envolve a inversão de uma matriz  $n \times n$ ,

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)^T \varphi(k), \quad (4.23)$$

onde

$$\varphi(k) = [u(k) \quad u(k-1) \quad \dots \quad u(k-n)].$$

A identificação terá solução única se, e somente se, a matriz for inversível ou não-singular. Portanto, define-se excitação persistente como:

**Definição 4.4.1** (Zhu, 2001, p. 51) *Um sinal de excitação  $u(k)$  é dito persistente-*

mente excitante de ordem  $n$  se o seguinte limite existir:

$$R_u(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(k)u(k - \tau)$$

e a matriz

$$\begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \cdots & R_u(n-1) \\ R_u(-1) & R_u(0) & \cdots & R_u(n-2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_u(1-n) & & \cdots & R_u(0) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

for não-singular. Nota-se que a matriz (4.23) tende a (4.24) quando  $N \rightarrow \infty$ .

É a excitação persistente do sinal de teste que garante a identificabilidade dos parâmetros do modelo. No caso de identificação em malha fechada, conforme mostrado na figura 4.5, o sinal de entrada do sistema em malha fechada  $r(t)$  deve ser tal que o sinal  $u(t)$  satisfaça este critério.

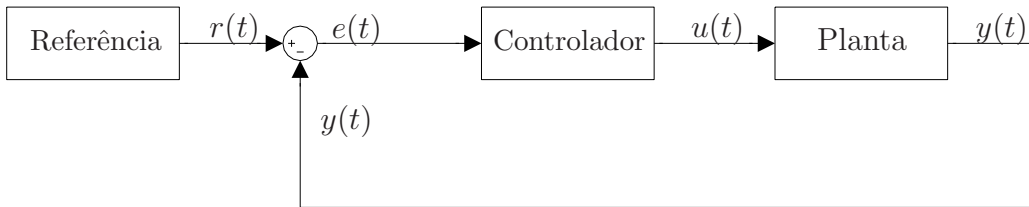


FIGURA 4.5: Diagrama de blocos de montagem do sistema para identificação em malha fechada.

#### 4.4.8 Ativação de não-linearidades

O primeiro fator que deve ser levado em consideração na análise dos sinais capturados é a não ativação de não-linearidades. A princípio deve ser verificado que os sinais não saturaram em momento algum. É fácil verificar visualmente esta condição. Demais não-linearidades são difíceis de verificar, porém pode-se obter bons resultados se houver garantia de que o sinal não saiu de uma faixa de operação pré-determinada.

Tischler & Remple (2006) sugerem um intervalo de variação de  $\pm 10 - 20\%$  nos comandos do controle do piloto. As variações resultantes destes comandos devem



estar na faixa de  $\pm 5 - 15[^\circ]$  na atitude,  $\pm 5 - 15^\circ/s$  na velocidade angular, e  $\pm 2,57 - 5,14[m/s]$  de velocidade. Dados coletados segundo estas recomendações apresentam bom compromisso entre uma relação sinal-ruído que não prejudique o procedimento de identificação, e a amplitude do sinal de entrada que não leve o helicóptero a operar fora do ponto de operação desejado.

#### 4.4.9 Análise de coerência

Utilizando a função de coerência apresentada em G.7, pode-se verificar o quanto e em qual faixa de frequências os diversos pares de entrada/saída do sistema estão relacionados.

Estes pares de entrada/saída são formados pela combinação de cada entrada com todas as saídas sucessivamente. Por esta análise é possível verificar em quais dinâmicas do helicóptero os comandos de entrada estão fazendo efeito.

Nos trabalhos de Santos (2005), Mettler (2003) e Tischler & Remple (2006), é considerado que os sinais apresentam dinâmica quando o espectro de coerência apresenta valores maiores que 0,6. Isso significa dizer que, nesta faixa, a relação sinal-ruído, de acordo com a equação (G.17), é maior do que 1,5.

#### 4.4.10 Considerações finais

As técnicas relacionadas nesta seção devem ser utilizadas com cautela. Mesmo diante da afirmação de que tais procedimentos melhoram os resultados, cabe ressaltar que os efeitos mencionados valem, em geral, para sistemas lineares, o que não é o caso da maioria dos sistemas e processos existentes.

Para sistemas não-lineares, como é o caso da dinâmica do helicóptero, a utilização destes procedimentos deve ser cuidadosamente avaliada. Como mencionado em Tischler & Remple (2006), para estes sistemas, os algoritmos nada mais identificam do que a função descritiva (Slotine & Li, 1991) do sistema no ponto de operação avaliado.

Assim sendo, operações que alterem o espectro de frequências presente nos sinais de entrada do algoritmo podem mascarar ou mesmo excluir dinâmicas importantes presentes na resposta do sistema (Zhu, 2001).

# Capítulo 5

## Simulação do modelo não-linear

Este capítulo descreve o simulador desenvolvido para a dinâmica da posição e atitude de um helicóptero. O modelo foi implementado utilizando blocos de funções disponíveis no pacote de ferramentas Matlab®/Simulink®.

Este simulador foi desenvolvido para simular condição de vôo pairado. Porém, como foi implementado com todas as dinâmicas não-lineares, ele permite realizar simulações em diversas condições de vôo.

Adotou-se a seguinte filosofia para desenvolver o simulador:

1. O modelo foi completamente parametrizado de modo a permitir alterações dos valores sem a necessidade de editar o diagrama de blocos.
2. Todas as simulações são executadas através de *scripts* específicos que fornecem todos os parâmetros e condições necessárias.

Foram realizados inúmeros testes com o simulador para validar o modelo implementado. Os resultados são apresentados no final do capítulo.

### 5.1 Diagramas de blocos

#### 5.1.1 Dinâmicas internas do helicóptero

A figura 5.1 mostra o diagrama de blocos do simulador para a dinâmica interna do helicóptero.

As dinâmicas do movimento do corpo rígido, equações (2.21) e (2.22), são implementadas com o auxílio de um bloco da *Aerospace Toolbox* (Mathworks, 2008). Este

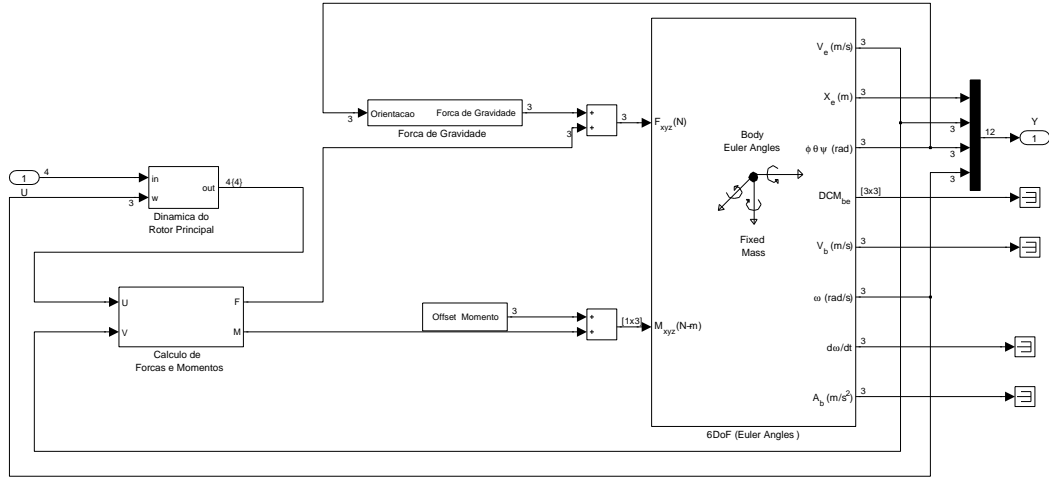


FIGURA 5.1: Implementação das dinâmicas internas do helicóptero em Simulink®.

bloco também implementa as dinâmicas da posição e atitude, equações (2.25) e (2.27).

Também é incluído o cálculo da força devido à gravidade, considerando a atitude do helicóptero com relação ao sistema de coordenadas inercial.

A dinâmica do batimento do rotor principal é implementada de acordo com as equações (2.64), (2.65), (2.66) e (2.67).

O cálculo das forças e momentos, equações (2.31), (2.56), (2.60), (2.61), (2.62), (2.63), (2.72), (2.73), (2.79) e (2.80), é realizado através de um *script* que implementa uma função cujos parâmetros de entrada são os comandos (coletivo, longitudinal, lateral e pedal) e a velocidade, e a saída são os somatórios de forças e momentos.

### 5.1.2 Comandos

Os comandos de entrada do sistema são amostrados e quantizados de acordo com a tabela 5.1. Estes parâmetros utilizados ( $X$ ,  $\Psi$  e  $U$ ) estão relacionados com a resolução obtida pela eletrônica embarcada desenvolvida para aquisição de dados. Como os sinais de velocidade ( $\vec{v}_0$  e  $\vec{\omega}_0$ ) não são capturados na prática, foram quantizados apenas para visualização.

São capturados vetores contendo tanto os dados amostrados quanto os valores no tempo contínuo. São amostrados os sinais de entradas e saídas do helicóptero.

Como entrada, são amostrados os comandos de coletivo, longitudinal, lateral e pedal. Como saída, são amostrados os sinais de posição ( $X$ ), velocidade ( $\vec{v}_0$ ), atitude ( $\Psi$ ) e velocidade angular ( $\vec{\omega}_0$ ), figura 5.2.

TABELA 5.1: Parâmetros para quantização dos sinais capturados na simulação do modelo não-linear.

Sinais	Resolução de Quantização
$X$	$10^{-3}[m]$
$\vec{v}_0$	$10^{-3}[m/s]$
$\Phi$	$2\pi/2^{16}[rad]$
$\vec{\omega}_0$	$10^{-6}[rad/s]$
$U$	$1/256[ms]$

### 5.1.3 Scripts

As simulações são inicializadas automaticamente a partir de um *script*, cujo algoritmo inclui:

1. Carregar para a área de trabalho:
  - (a) Parâmetros de configuração da simulação (tempo de simulação, intervalo de amostragem, configuração da saturação e quantização, entre outros);
  - (b) Parâmetros do helicóptero (geométricos e aerodinâmicos); e
  - (c) Sinais de comando em malha aberta;
2. Realizar a simulação, de acordo com os parâmetros configurados;
3. Mostrar os gráficos com os sinais de entrada e saída capturados; e
4. Salvar o conteúdo da área de trabalho em arquivo *.mat*.

Os parâmetros mencionados anteriormente foram implementados em uma estrutura gerada por uma função, o que torna fácil a alteração das configurações do helicóptero.

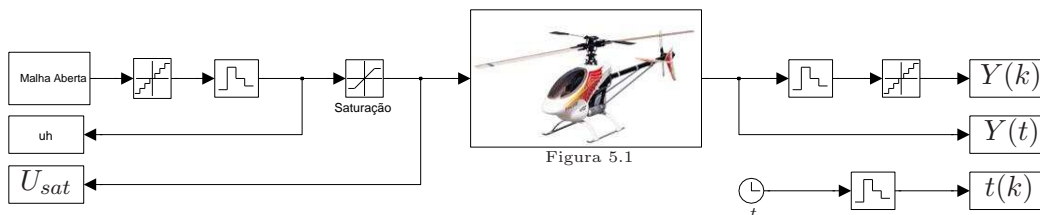


FIGURA 5.2: Implementação da simulação do helicóptero em Simulink®.

Os sinais de comandos em malha aberta podem ser gerados a partir de qualquer função do Matlab®, ou através da função de geração de sinais aleatórios implementada de acordo com a seção 4.3.1.

#### 5.1.4 Parâmetros do helicóptero

As tabelas 5.2, 5.3 e 5.4 mostram os valores utilizados para a simulação do modelo não-linear implementado. Tentou-se configurar a simulação para as características do Raptor-30.

Dos parâmetros apresentados nas tabelas, poucos foram obtidos através dos manuais das respectivas peças e componentes do helicóptero. Estes se resumem a medidas de comprimento e peso. Os demais foram estimados a partir de tabelas disponíveis em Stepniewski & Keys (1984), Mises (1959), McCormick (1999), Abbott & Doenhoff (1959) e, principalmente, Prouty (2002).

## 5.2 Validação do modelo não-linear

Nesta seção é verificado se a estrutura do modelo não-linear proposto no capítulo 2 e implementada neste capítulo realmente apresenta resposta de acordo com a esperada de um sistema real, o qual ele simula. Para a realização dessas simulações foram utilizados os parâmetros conforme apresentados nas tabelas 5.2, 5.3 e 5.4.

### 5.2.1 Considerações da simulação

Os dados de visualização são apresentados de acordo com o  $SC O_4$ .

### 5.2.2 Simulação em queda livre

O primeiro teste realizado é para verificar qual a reação do sistema quando não é aplicado comando, correspondentes a soltar o helicóptero em queda livre com o rotor funcionando. É verificado pela figura 5.3 que, no gráfico de  $z$ , o valor decresce em razão quadrática, e que a velocidade correspondente,  $w$ , decresce linearmente. Também são observadas alterações no ângulo de guinada e na velocidade angular relacionada. Nos

TABELA 5.2: Parâmetros gerais do modelo não-linear.

Símbolo	Valor	Descrição
$g$	$9,82[m/s]$	aceleração da gravidade
$\rho$	$1,2250[kg/m^3]$	densidade do ar atmosférico
$m$	$2,85[kg]$	massa
$I_{xx}$	$\approx 1$	momento de inércia no eixo x
$I_{yy}$	$\approx 1$	momento de inércia no eixo y
$I_{zz}$	$\approx 1$	momento de inércia no eixo z
$rpm$	$17000[rpm]$	velocidade de rotação do motor

TABELA 5.3: Parâmetros do rotor principal do modelo não-linear.

Símbolo	Valor	Descrição
$d_x$	$0[m]$	deslocamento do eixo do rotor no eixo x
$d_y$	$0[m]$	deslocamento do eixo do rotor no eixo y
$d_z$	$0,1[m]$	deslocamento do eixo do rotor no eixo z
$r_t$	9	relação de transmissão no eixo do rotor
$N$	2	número de hélices do rotor
$\Omega$	$197,8040[rad/s]$	velocidade angular do rotor
$R$	$0,5270[m]$	raio do rotor
$c$	$0,0550[m]$	corda da hélice
$a$	5,2700	coeficiente de sustentação do rotor
$\sigma$	0,0664	índice de rigidez da hélice
$A$	$0,0290[m^2]$	área da hélice
$A_r$	$0,8725[m^2]$	área do rotor principal
$A_{lon}$	1,2500	constante de batimento longitudinal da hélice
$B_{lat}$	0,5208	constante de batimento lateral da hélice
$k_\beta$	0,1	constante de elasticidade da hélice
$I_\beta$	$\approx 1$	momento de inércia da hélice
$C_{l_\alpha}$	.1	inclinação da curva de sustentação
$\gamma$	$0,519 \times 10^{-3}$	<i>constante de Lock</i> da hélice

TABELA 5.4: Parâmetros do rotor de cauda do modelo não-linear.

Símbolo	Valor	Descrição
$d_x$	$-0,60[m]$	deslocamento do eixo do rotor no eixo x
$d_y$	$-0,01[m]$	deslocamento do eixo do rotor no eixo y
$d_z$	$0[m]$	deslocamento do eixo do rotor no eixo z
$r_t$	4	relação de transmissão no eixo do rotor
$N$	2	número de hélices do rotor
$\Omega$	$445,0590[rad/s]$	velocidade angular do rotor
$R$	$0,150[m]$	raio do rotor
$c$	$0,030[m]$	corda da hélice
$a$	5,270	coeficiente de sustentação do rotor
$\sigma$	0,1273	índice de rigidez da hélice
$A$	$0,0045[m^2]$	área da hélice
$A_r$	$0,0707[m^2]$	área do rotor de cauda
$I_\beta$	$\approx 0$	momento de inércia da hélice
$C_{l_\alpha}$	$\approx 0$	inclinação da curva de sustentação
$\gamma$	$\approx 0$	<i>constante de Lock</i> da hélice

demais sinais de saída não são verificadas alterações. Nesta simulação a velocidade do rotor é mantida constante.

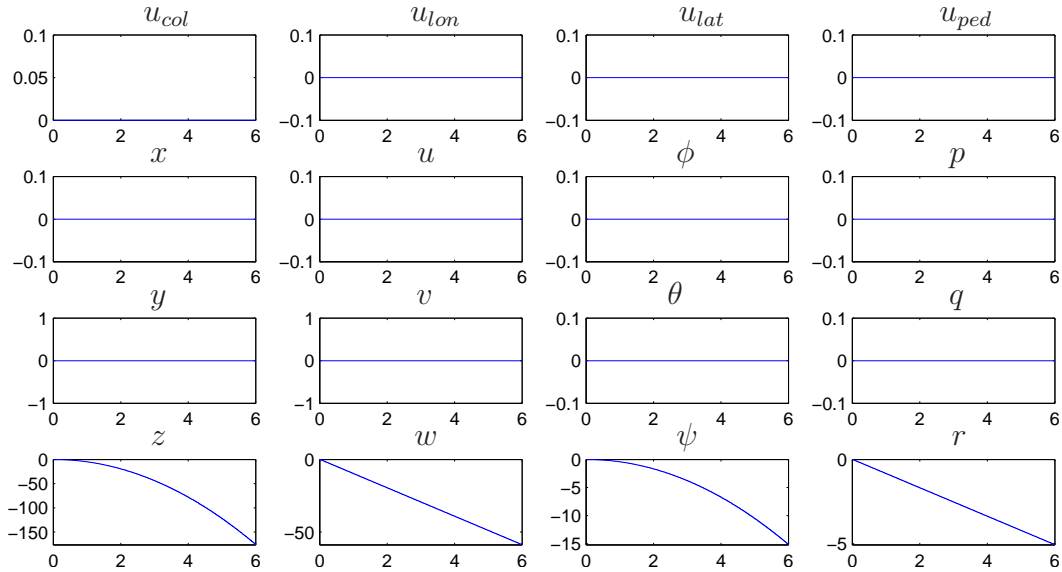


FIGURA 5.3: Validação 1: Sinais de saída da simulação de modelo não-linear em situação de queda livre. Não foi aplicado sinal de comando. O helicóptero apresenta movimento de queda livre (em  $z$ ) e rotação no eixo axial (em  $\phi$ ).

Unidades:  $u_{col}$ ,  $u_{lon}$ ,  $u_{lat}$ ,  $u_{ped}$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  em  $[rad]$ ;  $p$ ,  $q$  e  $r$  em  $[rad/s]$ ;  $x$ ,  $y$  e  $z$  em  $[m]$ ; e  $u$ ,  $v$  e  $w$  em  $[m/s]$ . Tempo em segundos.

### 5.2.3 Aplicação de comando coletivo

O próximo teste consiste em aplicar entrada de coletivo para estabilizar a velocidade e a posição do eixo  $z$ . Pela figura 5.4 vemos que o comando aplicado manteve a posição inicial em 10 e a velocidade nesta direção em zero. Verificamos, porém, que continua o decrescimento quadrático do ângulo de guinada e o decrescimento linear da velocidade angular relacionada.

### 5.2.4 Aplicação de comando pedal

A seguir, o comando de pedal é utilizado para estabilizar o ângulo de guinada. Pela figura 5.5, verifica-se que com os dois comandos aplicados, coletivo e pedal, as posições  $z$  e atitude  $\psi$  são mantidas. Observa-se, no entanto, que ocorre o movimento no eixo  $y$ , devido à aplicação da força lateral exercida pelo rotor de cauda. Para compensar



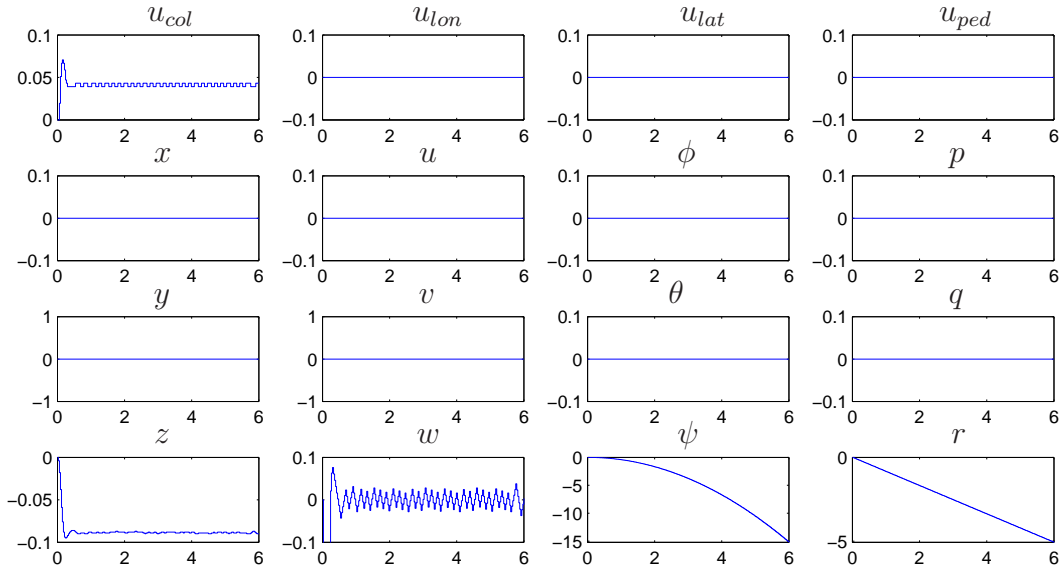


FIGURA 5.4: Validação 2: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo para estabilização da dinâmica vertical. Verifica-se que em  $z$  houve a estabilização com o sinal de comando, e permanece o movimento de rotação em  $\phi$ .

Unidades:  $u_{col}$ ,  $u_{lon}$ ,  $u_{lat}$ ,  $u_{ped}$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  em  $[rad]$ ;  $p$ ,  $q$  e  $r$  em  $[rad/s]$ ;  $x$ ,  $y$  e  $z$  em  $[m]$ ; e  $u$ ,  $v$  e  $w$  em  $[m/s]$ . Tempo em segundos.

esta parcela é necessário utilizar-se do comando de lateral. Esta dinâmica é observada em helicópteros, seja de escala reduzida ou natural.

### 5.2.5 Aplicação de comando lateral

Utilizando o comando de lateral para compensar o deslocamento lateral ilustrado na figura 5.6, vemos que ocorre agora deslocamento na direção longitudinal, em função do acoplamento existente entre essas duas dinâmicas. É necessário aplicar um comando de longitudinal para compensar esse modo.

### 5.2.6 Aplicação de comando longitudinal

Utilizando o comando de longitudinal para compensar o deslocamento anteriormente mencionado, apresentado na figura 5.7, finalmente obtemos o sistema estabilizado em uma posição.

Cabe ressaltar que não foram modeladas as dinâmicas da fuselagem e das superfícies aerodinâmicas estabilizadoras, motivo pelo qual certos comportamentos, como a rotação em altíssima velocidade na ausência do comando do pedal, são aceitáveis.

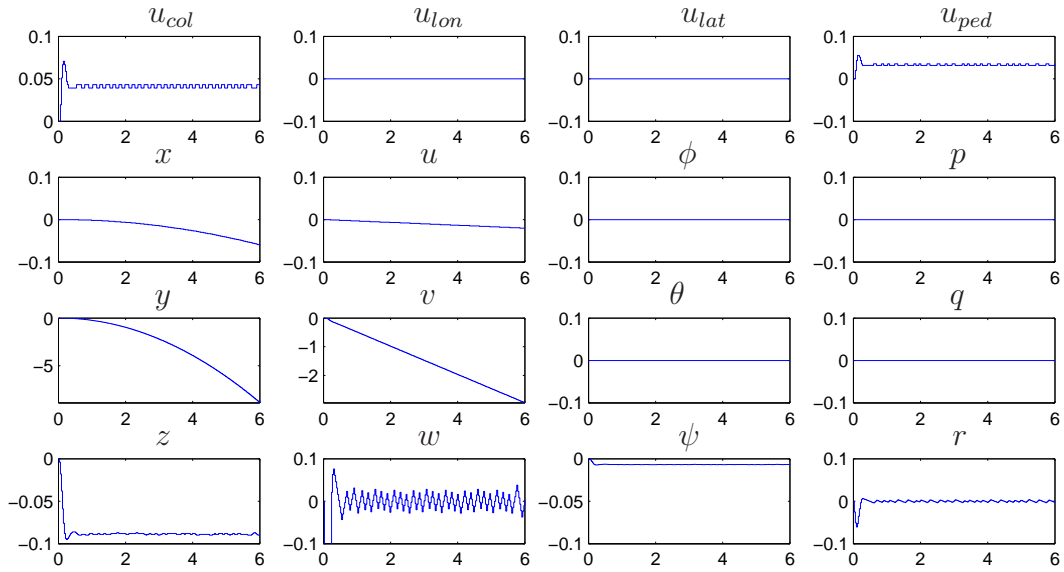


FIGURA 5.5: Validação 3: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo e pedal para estabilização das dinâmicas vertical e de guinada. Nota-se o deslocamento na direção lateral  $y$ .

Unidades:  $u_{col}$ ,  $u_{lon}$ ,  $u_{lat}$ ,  $u_{ped}$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  em  $[rad]$ ;  $p$ ,  $q$  e  $r$  em  $[rad/s]$ ;  $x$ ,  $y$  e  $z$  em  $[m]$ ; e  $u$ ,  $v$  e  $w$  em  $[m/s]$ . Tempo em segundos.

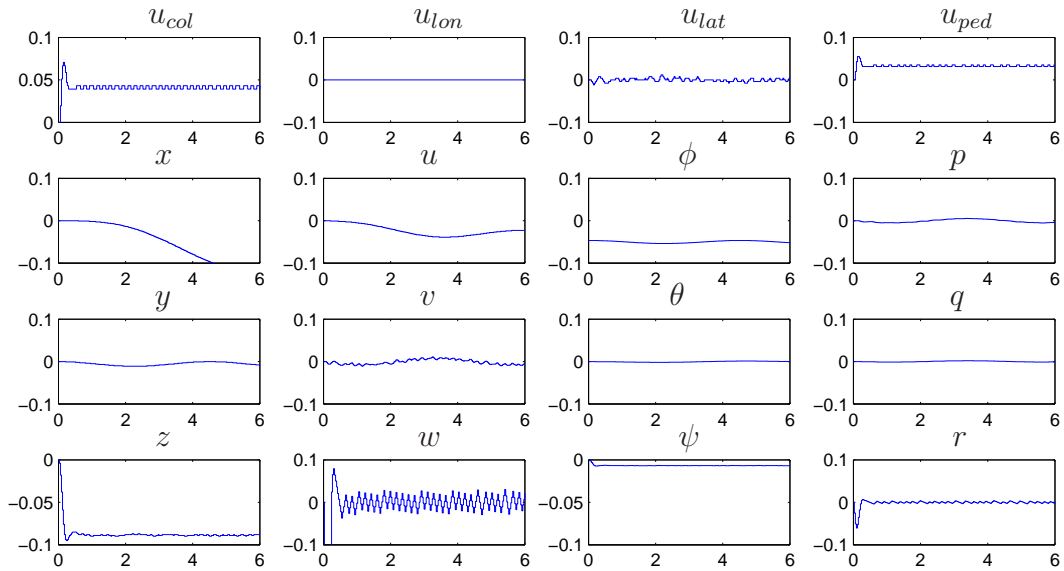


FIGURA 5.6: Validação 4: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo, pedal e lateral para estabilização das dinâmicas vertical, de guinada e lateral. Nota-se o deslocamento na direção longitudinal  $x$ .

Unidades:  $u_{col}$ ,  $u_{lon}$ ,  $u_{lat}$ ,  $u_{ped}$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  em  $[rad]$ ;  $p$ ,  $q$  e  $r$  em  $[rad/s]$ ;  $x$ ,  $y$  e  $z$  em  $[m]$ ; e  $u$ ,  $v$  e  $w$  em  $[m/s]$ . Tempo em segundos.

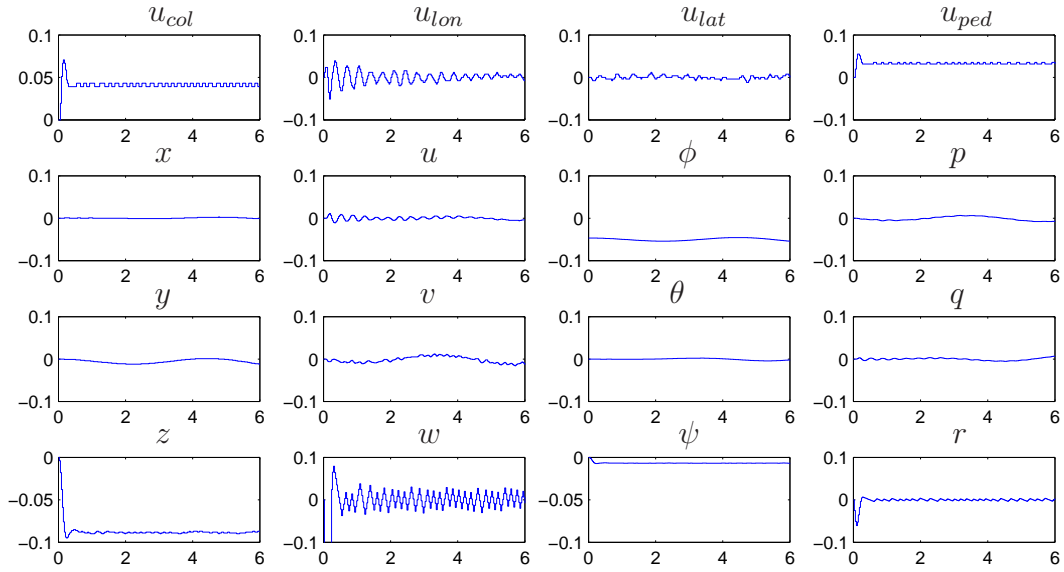


FIGURA 5.7: Validação 5: Sinais de saída da simulação do modelo não-linear aplicando comandos de coletivo, pedal, lateral e longitudinal para estabilização das dinâmicas vertical, de guinada, lateral e longitudinal.

Unidades:  $u_{col}$ ,  $u_{lon}$ ,  $u_{lat}$ ,  $u_{ped}$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  em  $[rad]$ ;  $p$ ,  $q$  e  $r$  em  $[rad/s]$ ;  $x$ ,  $y$  e  $z$  em  $[m]$ ; e  $u$ ,  $v$  e  $w$  em  $[m/s]$ . Tempo em segundos.

Desta forma, foi verificado que o modelo não-linear proposto atende aos requisitos de um modelo simples para simulação da dinâmica de um helicóptero. Ele é baseado nas características construtivas do helicóptero (geométricas e aerodinâmicas).

# Capítulo 6

## Identificação e controle

Neste capítulo, o simulador implementado no capítulo 5 é utilizado para avaliar as técnicas de identificação descritas no capítulo 4.

São realizadas simulações utilizando-se sinais de excitação PRBS e *frequency sweep*, que são amostrados utilizando procedimentos descritos na seção 4.3, avaliados e processados conforme descrito na seção 4.4 e processados pelos algoritmos de identificação, seção 4.2.

### 6.1 Simulação de captura de dados e identificação

Para simular o procedimento de aquisição de dados e identificação dos parâmetros do Raptor-30, utiliza-se o simulador desenvolvido no capítulo 5, ilustrado na figura 5.2. Os sinais de entrada são aplicados em malha aberta. O bloco de quantização simula o efeito da utilização da eletrônica embarcada, cujas resoluções são diferentes, de acordo com cada sinal de comando dos servos ou de leitura de sensores. Estas resoluções de quantização estão relacionadas na tabela 5.1.

O intervalo de amostragem utilizado no bloco ZOH é de 30 [ms] e o tempo de simulação é de 6 [s], sendo capturadas 200 amostras.

Os sinais de comando são limitados em amplitude. No Raptor-30, este comando é executado por um servomotor, cuja posição angular é proporcional à largura de pulso do sinal de comando. Para pulsos variando de 1 a 2 [ms], o servomotor varia o ângulo de 0 a 180°. Além disso, existe um acoplamento mecânico entre o eixo de rotação do servo e o eixo do comando de inclinação da hélice. Desta forma, o sinal de comando é

considerado linear na região  $[-0,5 ; +0,5]$  radianos e saturado fora desta faixa.

Para cada grau de liberdade em identificação são realizadas 10 simulações. São adquiridos os vetores  $U(k)$  e  $Y(k)$ , contendo os 4 sinais de comando e os 12 sinais de saída. Também é amostrado o sinal  $t(k)$ , vetor com os instantes de amostragem. A cada simulação é salvo um arquivo contendo estes dados.

## 6.2 Metodologia aplicada

O modelo utilizado para identificação dos parâmetros é linear. Porém, o sistema simulado é não-linear. Para que isso seja possível, é necessário, primeiramente, a definição de um ponto de operação deste sistema. Os parâmetros identificados, em geral, variam dependendo do ponto de operação selecionado.

O ponto de operação de interesse é o vôo pairado o que, como relatam Tischler & Remple (2006) e Mettler (2003), é válido inclusive para o deslocamento em baixas velocidades, até 5 [nó] ou 9,26 [km/h] ou 2,57 [m/s].

Para se proceder a identificação é aplicada a seguinte metodologia:

1. Capturar seqüências aplicando como sinal de entrada comandos de pedal;
2. Identificar os parâmetros e projetar o controlador para regulação do ângulo de guinada;
3. Com o controle de guinada habilitado, capturar seqüências aplicando como sinal de entrada comandos de coletivo;
4. Identificar os parâmetros e projetar o controlador para regulação da posição vertical;
5. Com controles de ângulo de guinada e posição vertical habilitados, capturar seqüências aplicando como sinal de entrada comandos para movimento lateral;
6. Identificar os parâmetros e projetar o controlador para regulação do ângulo de rolagem;
7. Com os três controladores habilitados, capturar seqüências aplicando como sinal de entrada comandos para movimento longitudinal;

8. Identificar os parâmetros e projetar o controlador para regulação do ângulo de inclinação;
9. Com os quatro controladores habilitados, capturar seqüências aplicando como sinal de entrada o sinal de referência do controlador de rolagem;
10. Identificar os parâmetros e projetar o controlador para regulação da posição lateral;
11. Com os cinco controladores habilitados, capturar seqüências aplicando como sinal de entrada o sinal de referência do controlador de inclinação;
12. Identificar os parâmetros e projetar o controlador para regulação da posição longitudinal.

## 6.3 Sinais de entrada

A forma dos sinais de entrada utilizados deve permitir que o sistema permaneça próximo ao ponto de operação, e, no entanto, deve variar constantemente de forma a garantir a persistência da excitação (seção 4.4.7).

Serão utilizadas duas formas de sinais de entrada: o PRBS (seção 4.3.1.1) e o *frequency sweep* (seção 4.3.1.2).

A tabela 6.1 relaciona os valores utilizados para gerar os sinais PRBS. Esta forma de sinal apresenta como principal característica o fato de ser aleatório.

Para configurar o sinal de *frequency sweep*, são utilizados os parâmetros mostrados na tabela 6.2, os quais foram definidos com base nas informações fornecidas em Mettler (2003) e Tischler & Remple (2006). Deve-se lembrar que o sinal gerado pelo algoritmo deve ser adicionado ao nível DC que mantém o sistema próximo ao ponto de operação, e que está relacionado na tabela 6.1.

Devido à característica aleatória do sinal PRBS e determinística do sinal *frequency sweep*, para a identificação de cada dinâmica, serão utilizados 9 sinais PRBS e um *frequency sweep*.

TABELA 6.1: Valores para configuração dos sinais de entrada PBRS.

Símbolo	Descrição	Coletivo	Longitudinal	Lateral	Pedal
$n$	Quantidade máxima de transições	50	25	25	50
$t$	Tempo [s]	6,2832	6,2832	6,2832	6,2832
$m$	Nível DC	0,0413	0,0000	0,0000	0,0326
$m_0$	Amplitude da variação	0,0041	0,0100	0,0100	0,0032

## 6.4 Nível DC dos sinais de entrada

Em malha aberta, para manter o sistema estável no ponto de operação de vôo pairado é necessária a aplicação de sinal de comando de coletivo e pedal, como foi discutido na seção 5.2. Este valor deve ser subtraído do sinal de entrada para a correta identificação do modelo linear para o ponto de operação.

É capturada uma seqüência de dados em vôo pairado para identificação destes valores. Esta posição de vôo pairado foi obtida por meio de realimentação com controlador proporcional, o qual manteve o sistema oscilando próximo ao ponto de operação desejado. Estes dados são aplicados ao algoritmo de otimização (seção 4.2.5) para a função não-linear

$$Y(k) = A(q)Y(k-1) + B(q)[U(k-1) + \bar{U}], \quad (6.1)$$

devido a constante  $\bar{U}$  somada ao sinal de entrada  $U(k)$  e que representa o *off-set*.

A não-linearidade da equação (6.1) deve-se ao fato de que um sistema modelado desta forma não obedece ao princípio de superposição (Oppenheim et al., 1999, p. 18), devido a presença do termo constante.

Foram identificados os valores médios dos sinais de entrada de coletivo,  $\bar{u}_{col} = 41,3033 \times 10^{-3}$ , e pedal,  $\bar{u}_{ped} = 32,6017 \times 10^{-3}$ . Estes valores estimados são os aplicados aos sinais de comando em malha aberta para manter o sistema próximo ao ponto de

TABELA 6.2: Valores para configuração dos sinais de entrada *frequency sweep*.

Símbolo	Descrição	Coletivo	Longitudinal	Lateral	Pedal
$A$	Amplitude do sinal	0,0041	0,0100	0,0100	0,0032
$C_1$	Constante de tempo	4	4	4	4
$C_2$	Constante de tempo	0,0187	0,0187	0,0187	0,0187
$\omega_{max}$	Frequência de interesse máxima [ $rad/s$ ]	30	20	20	8
$\omega_{min}$	Frequência de interesse mínima [ $rad/s$ ]	0,3	0,32	0,32	0,5
$T$	Tempo [ $s$ ]	6,2832	6,2832	6,2832	6,2832

operação, tabela 6.1.

## 6.5 Dinâmica do ângulo de guinada

A partir do comando de pedal é possível regular a velocidade angular na direção do eixo axial e, por consequência, o ângulo de arfagem da orientação.

Esta dinâmica é acoplada ao sinal de entrada de coletivo, o qual será considerado um ruído para o sistema, sendo que o comando de pedal é utilizado justamente para compensar os efeitos deste acoplamento.

Em helicópteros, esta dinâmica também é acoplada ao comando de entrada de velocidade do rotor principal. Nesta simulação, a velocidade do rotor é constante.

Os sinais de comando de coletivo, longitudinal e lateral são configurados de acordo com a tabela 6.1, porém não é incluída a amplitude de variação.

São realizadas 9 simulações aplicando o sinal de entrada PRBS e uma simulação com o *frequency sweep*, em malha aberta, nas quais são capturados os sinais ilustrados na figura 6.1, onde são mostrados os sinais de comando de pedal,  $u_{ped}(k)$ , e saída de ângulo de arfagem,  $\psi(k)$  (em azul).



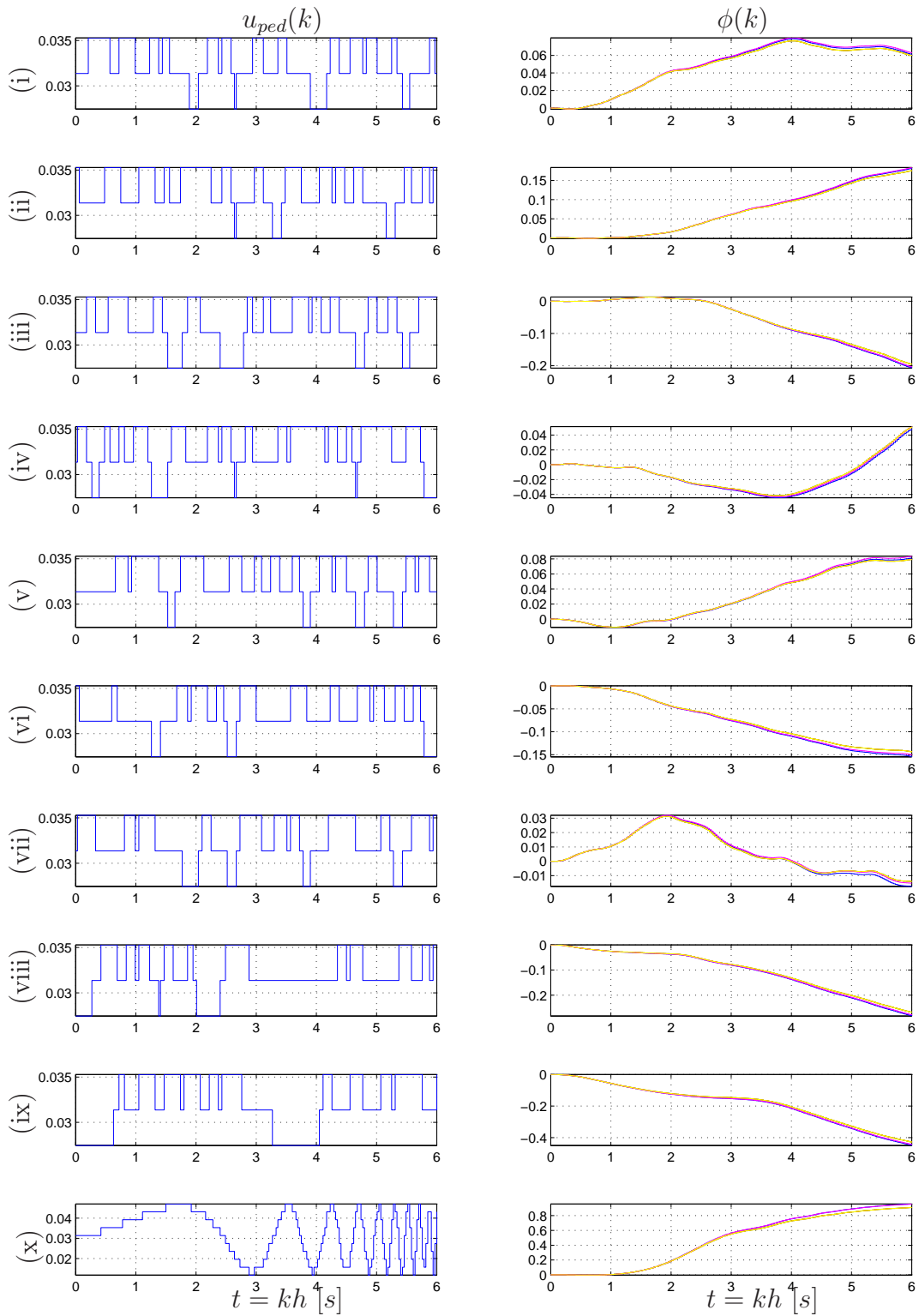


FIGURA 6.1: Em azul, os sinais de entrada  $u_{ped}(k)$  e saída  $\phi(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída  $\phi(k)$  estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente.

Para processar os algoritmos de identificação, são utilizados os sinais  $\phi(k)$  e

$$\tilde{u}_{ped}(k) = u_{ped}(k) - \bar{u}_{ped}. \quad (6.2)$$

De acordo com a tabela D.6, deve ser identificada uma função de transferência de segunda ordem,

$$G_{u_{ped},\psi}(z) = \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}, \text{ ou} \quad (6.3)$$

$$G_{u_{ped},\psi}(s) = \frac{b_{1s} s + b_{0s}}{s^2 + a_{1s} s + a_{0s}}. \quad (6.4)$$

São utilizados os algoritmos de MQ, MES, SM e MPE, onde cada um fornece dez conjuntos de parâmetros. Na tabela 6.3 são mostrados os resultados obtidos para cada seqüência utilizada na identificação, com cada algoritmo. Também são calculados o valor médio e o desvio padrão para cada parâmetro estimado.

Observa-se que foram identificados valores próximos em quase todas as seqüências e algoritmos utilizados. Para esta série de dados, os piores resultados foram observados pelo algoritmo de SM nas seqüências de número 3 e 5. A seqüência de número 10, relativa ao sinal de entrada *frequency sweep*, resultou em parâmetros próximos em todos os algoritmos.

O modelo constituído pelos valores médios dos parâmetros estimados é utilizado para estimar os sinais de saída capturados. Estes sinais também estão ilustrados na figura 6.1. Na tabela 6.4 são mostrados os mesmos parâmetros convertidos para o modelo em tempo contínuo.

Para a definição da função de transferência do modelo identificado, a partir dos valores médios calculados, considerando a faixa dada pelo desvio padrão e sabendo que o sistema tem a forma de um duplo integrador, os valores são aproximados para

$$G_{u_{ped},\psi}(z) = \frac{0,011z + 0,011}{z^2 - 2z + 1}. \quad (6.5)$$

A representação da função de transferência no tempo contínuo é obtida através da

função *d2c* do Matlab®), que realiza a conversão a partir do equivalente ZOH,

$$G_{u_{ped},\psi}(s) = \frac{26}{s^2}.$$

### 6.5.1 Controle de ângulo de guinada

Para dar seqüência à metodologia proposta na seção 6.2, é necessário estabilizar a dinâmica do ângulo de guinada. O único critério adotado para o projeto deste, e dos próximos controladores, é a estabilização da dinâmica. Não são levados em consideração o tempo de resposta, erro de regime, ou qualquer outro critério no projeto destes controladores.

A partir da função de transferência com os parâmetros identificados (6.5), é projetado um controlador para estabilizar a dinâmica de guinada. Com a ferramenta *sisotool* do Matlab®, que permite projetar um controlador a partir do lugar das raízes, foi realizada a estabilização desta dinâmica, figura 6.2. É definido o controlador

$$C_{u_{ped},\psi}(z) = \frac{53,76z - 42,39}{z^2 + 1,076z + 0,2872}. \quad (6.6)$$

A figura 6.3 mostra o resultado obtido pelo controle em malha fechada para uma referência de entrada contendo degraus e rampas.

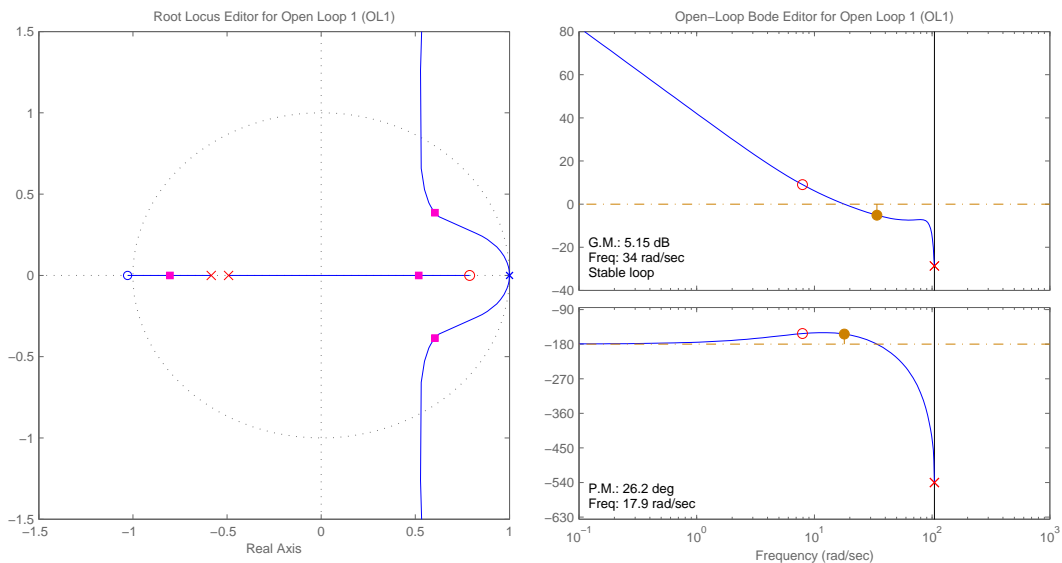


FIGURA 6.2: Projeto de controlador para dinâmica de ângulo de guinada.

TABELA 6.3: Parâmetros de  $G_{u_{ped},\psi}(z)$  identificados a partir dos sinais  $u_{ped}(k)$  e  $\psi(k)$ .

Seq. Nr.	MQ				MES				SM				MPE			
	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$
1	-1,998	0,998	0,012	0,011	-2,000	1,000	0,011	0,012	-2,000	1,000	0,010	0,013	-1,998	0,998	0,012	0,011
2	-1,998	0,998	0,012	0,011	-2,000	1,000	0,009	0,014	-1,999	0,999	0,001	0,022	-1,998	0,998	0,012	0,011
3	-1,999	0,999	0,013	0,011	-2,000	1,000	0,019	0,004	-2,007	1,008	0,059	-0,039	-1,999	0,999	0,013	0,011
4	-1,999	0,999	0,012	0,011	-2,000	1,000	0,013	0,011	-2,000	1,000	0,018	0,006	-1,999	0,999	0,012	0,011
5	-1,997	0,997	0,011	0,013	-2,000	1,000	0,005	0,018	-1,992	0,992	-0,055	0,084	-1,997	0,997	0,011	0,013
6	-1,999	0,999	0,013	0,010	-2,000	1,000	0,013	0,011	-2,000	1,000	0,013	0,010	-1,999	0,999	0,013	0,010
7	-1,997	0,997	0,011	0,013	-2,000	1,000	0,013	0,010	-2,000	1,000	0,013	0,011	-1,997	0,997	0,011	0,013
8	-1,999	0,999	0,013	0,010	-2,000	1,000	0,012	0,011	-2,001	1,001	0,013	0,010	-1,999	0,999	0,013	0,010
9	-2,000	1,000	0,015	0,008	-2,000	1,000	0,012	0,011	-2,000	1,000	0,012	0,011	-2,000	1,000	0,015	0,008
10	-2,000	1,000	0,011	0,012	-2,000	1,000	0,011	0,012	-2,000	1,000	0,011	0,013	-2,000	1,000	0,011	0,012
Média	-1,999	0,999	0,012	0,011	-2,000	1,000	0,012	0,011	-2,000	1,000	0,009	0,014	-1,999	0,999	0,012	0,011
DP	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,004	0,003	0,004	0,004	0,028	0,030	0,001	0,001	0,001	0,001

TABELA 6.4: Parâmetros de  $G_{u_{ped},\psi}(s)$  identificados a partir dos sinais  $u_{ped}(k)$  e  $\psi(k)$ .

Seq. Nr.	MQ				MES				SM				MPE			
	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$
1	0,058	-0,006	0,009	26,100	0,003	0,002	-0,018	25,795	0,004	0,002	-0,037	25,820	0,058	-0,006	0,009	26,100
2	0,051	-0,014	0,010	25,808	0,001	0,001	-0,079	25,689	0,019	-0,007	-0,344	26,174	0,051	-0,014	0,010	25,808
3	0,024	-0,013	0,033	25,831	-0,009	0,005	0,254	25,936	-0,254	0,177	1,630	21,315	0,024	-0,013	0,033	25,831
4	0,025	-0,013	0,014	25,954	0,011	-0,017	0,034	26,354	0,000	-0,013	0,197	26,072	0,025	-0,013	0,014	25,954
5	0,101	-0,029	-0,031	26,427	-0,011	0,012	-0,206	25,186	0,273	-0,167	-2,328	31,442	0,101	-0,029	-0,031	26,427
6	0,026	-0,008	0,054	25,948	-0,003	-0,001	0,028	26,008	-0,005	-0,000	0,055	25,961	0,026	-0,008	0,054	25,948
7	0,098	-0,027	-0,040	26,226	-0,007	0,014	0,044	25,666	-0,005	0,013	0,034	25,695	0,098	-0,027	-0,040	26,226
8	0,047	-0,019	0,048	26,115	-0,011	0,004	0,029	25,836	-0,017	0,006	0,052	25,701	0,047	-0,019	0,048	26,115
9	0,002	-0,002	0,116	26,264	-0,004	0,000	0,023	25,866	-0,003	0,000	0,011	25,876	0,002	-0,002	0,116	26,264
10	0,003	-0,001	-0,005	25,909	0,001	0,000	-0,012	25,882	0,002	-0,001	-0,034	25,923	0,003	-0,001	-0,005	25,909
Média	0,044	-0,013	0,021	26,058	-0,003	0,002	0,010	25,822	0,002	0,001	-0,076	25,998	0,044	-0,013	0,021	26,058
DP	0,035	0,010	0,045	0,203	0,007	0,008	0,114	0,295	0,125	0,081	0,954	2,400	0,035	0,010	0,045	0,203

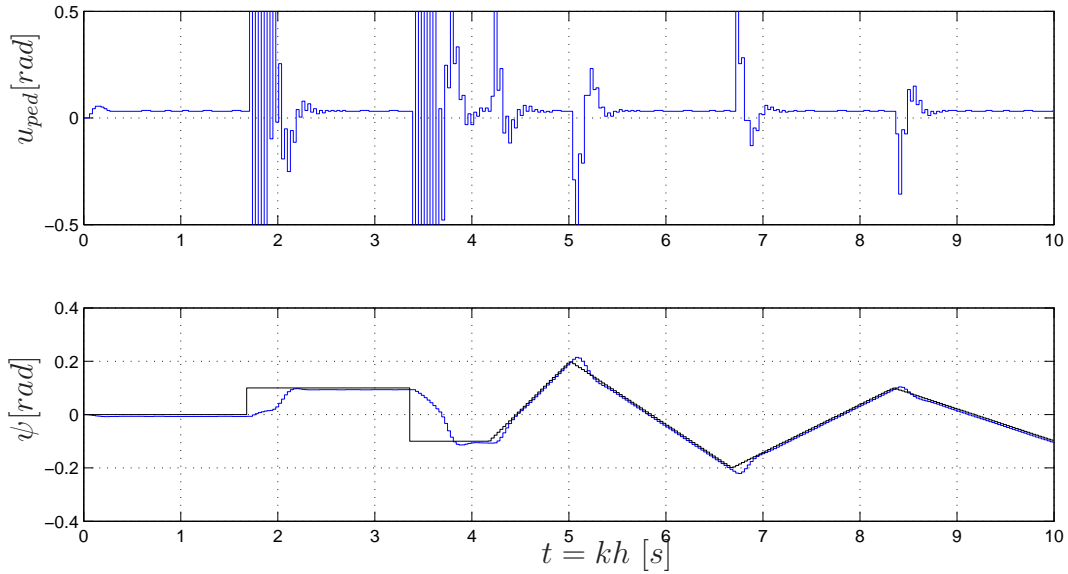


FIGURA 6.3: Sinal de controle  $u_{ped}(k)$  e sinal de saída  $\psi(k)$  em malha fechada.

## 6.6 Dinâmica da posição vertical

A partir do comando de coletivo, é possível regular a velocidade na direção do eixo axial, e, por consequência, a posição vertical.

É habilitado o controle de guinada para compensar o efeitos da variação do comando de coletivo, que é o atual sinal de teste. Os comandos de lateral e longitudinal são mantidos em malha aberta e configurados de acordo com a tabela 6.1, a menos da amplitude de variação do sinal.

O sinais de comando de coletivo são configurados de acordo com as tabelas 6.1 e 6.2. São realizadas 9 simulações aplicando o PRBS e uma com o *frequency sweep* em malha aberta. São capturados os sinais de entrada  $u_{col}(k)$  e saída  $z(k)$  ilustrados na figura 6.4, em azul.

Para processar os algoritmos de identificação, são utilizados os sinais  $z(k)$  e

$$\tilde{u}_{col}(k) = u_{col}(k) - \bar{u}_{col} .$$

De acordo com as tabelas D.1 e D.5, deve ser identificada uma função de trans-

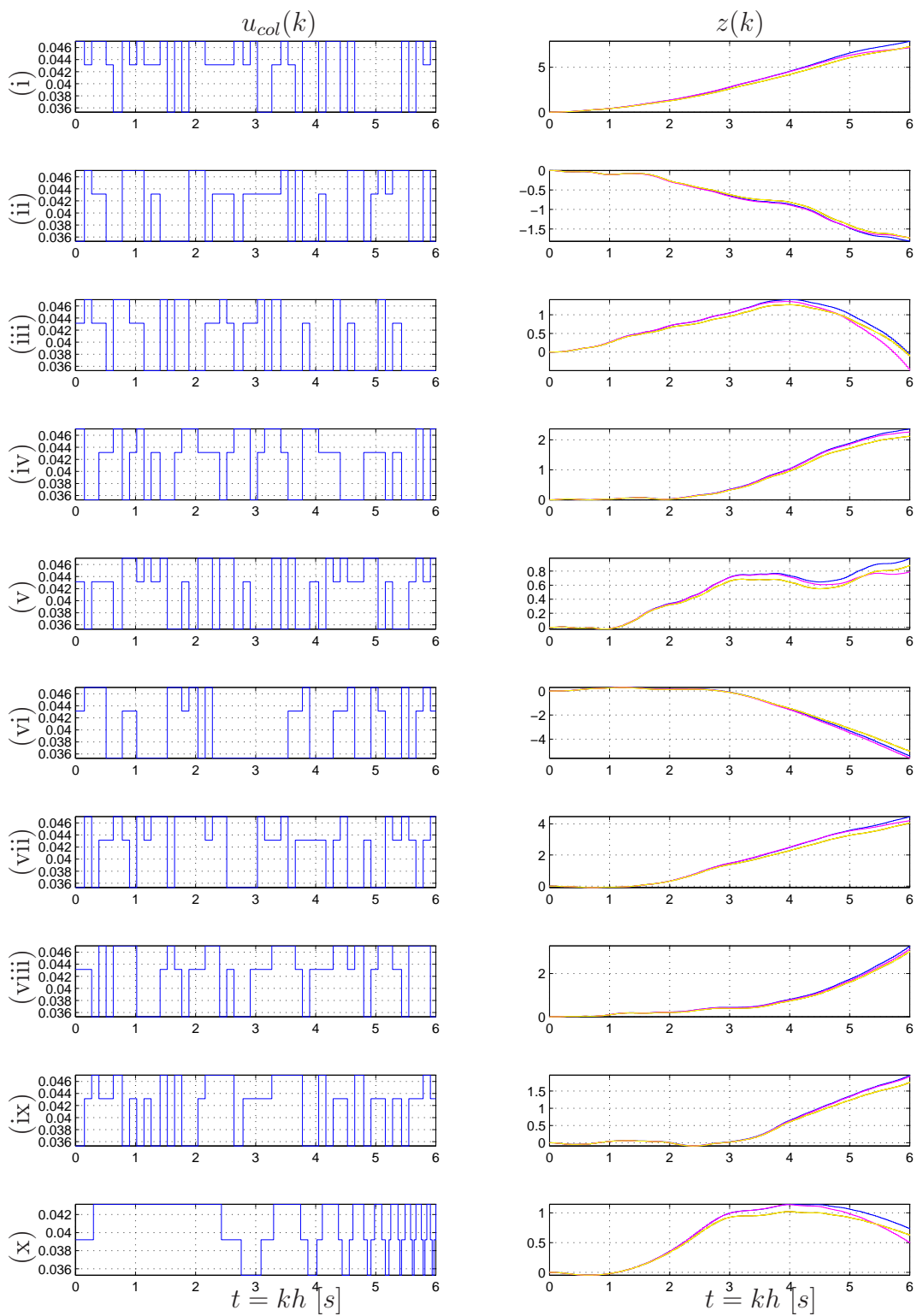


FIGURA 6.4: Em azul, os sinais de entrada  $u_{col}(k)$  e saída  $z(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída  $z(k)$  estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente.

ferência de segunda ordem,

$$G_{u_{col},z}(z) = \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}, \text{ ou}$$

$$G_{u_{col},z}(s) = \frac{b_{1s}s + b_{0s}}{s^2 + a_{1s}s + a_{0s}}.$$

São utilizados os algoritmos de MQ, MES, SM e MPE, onde cada um fornece dez conjuntos de parâmetros. Na tabela 6.5 são mostrados os resultados obtidos para cada seqüência utilizada na identificação com cada algoritmo. Também são calculados o valor médio e o desvio padrão obtido para cada parâmetro.

Observa-se que foram identificados valores próximos em quase todas as seqüências e algoritmos utilizados. Para esta série de dados, os piores resultados foram observados pelo algoritmo de SM em quase todas as seqüências, inclusive para o sinal de entrada *frequency sweep*. A seqüência de número 10, o *frequency sweep*, resultou em parâmetros próximos para os demais algoritmos.

O modelo constituído pelos valores médios dos parâmetros estimados é utilizado para estimar os sinais de saída capturados. Estes sinais também estão ilustrados na figura 6.4. Na tabela 6.6 são mostrados os mesmos parâmetros convertidos para o modelo em tempo contínuo.

A partir do mesmo critério adotado anteriormente, de escolha dos parâmetros a partir do valor médio, dentro de um região definida pelo desvio padrão, a função de transferência identificada e a convertida pela função *d2c* são, respectivamente,

$$G_{u_{col},z}(z) = \frac{0,10z + 0,10}{z^2 - 2z + 1}, \text{ e} \tag{6.7}$$

$$G_{u_{col},z}(s) = \frac{237}{s^2}.$$

### 6.6.1 Controle da posição vertical

A partir da função de transferência com os parâmetros identificados (6.7), é projetado um controlador para estabilizar a dinâmica da posição vertical, utilizando o mesmo critério da seção 6.5.1.

Com a ferramenta *sisotool* do Matlab®), a partir do lugar das raízes, figura 6.5, é

TABELA 6.5: Parâmetros de  $G_{u_{col},z}(z)$  identificados a partir dos sinais  $u_{col}(k)$  e  $z(k)$ .

Seq. Nr.	MQ				MES				SM				MPE			
	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$	$a_1$	$a_0$	$b_1$	$b_0$
1	-1,999	0,999	0,107	0,110	-2,000	1,000	0,106	0,108	-2,000	1,000	0,102	0,113	-1,999	0,999	0,107	0,110
2	-1,994	0,994	0,099	0,114	-2,000	1,000	0,092	0,121	-2,000	1,000	0,096	0,116	-1,994	0,994	0,099	0,114
3	-1,999	0,999	0,097	0,116	-2,000	1,000	0,107	0,109	-2,000	1,000	0,098	0,118	-1,999	0,999	0,097	0,116
4	-1,998	0,998	0,098	0,112	-2,000	1,000	0,173	0,044	-2,009	1,009	0,585	-0,410	-1,998	0,998	0,098	0,112
5	-1,997	0,997	0,128	0,084	-2,000	1,000	0,133	0,082	-2,001	1,001	0,203	0,008	-1,997	0,997	0,128	0,084
6	-1,999	0,999	0,123	0,095	-2,000	1,000	0,031	0,183	-1,996	0,996	-0,083	0,316	-1,999	0,999	0,123	0,095
7	-1,999	0,999	0,105	0,106	-2,000	1,000	0,136	0,079	-2,001	1,001	0,235	-0,027	-1,999	0,999	0,105	0,106
8	-1,992	0,992	0,112	0,097	-2,002	1,002	0,170	0,041	-2,002	1,002	0,193	0,014	-1,992	0,992	0,112	0,097
9	-1,997	0,996	0,097	0,116	-2,001	1,001	0,250	-0,038	-2,020	1,021	0,701	-0,555	-1,997	0,996	0,097	0,116
10	-1,998	0,998	0,122	0,095	-2,000	1,000	0,118	0,098	-2,001	1,001	0,213	-0,002	-1,998	0,998	0,122	0,095
Média	-1,997	0,997	0,109	0,104	-2,000	1,000	0,132	0,083	-2,003	1,003	0,234	-0,031	-1,997	0,997	0,109	0,104
DP	0,003	0,003	0,012	0,011	0,001	0,001	0,058	0,058	0,007	0,007	0,236	0,260	0,003	0,003	0,012	0,011

TABELA 6.6: Parâmetros de  $G_{u_{col},z}(s)$  identificados a partir dos sinais  $u_{col}(k)$  e  $z(k)$ .

Seq. Nr.	MQ				MES				SM				MPE			
	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$
1	0,022	-0,006	-0,063	240,928	0,000	-0,001	-0,033	238,805	0,000	-0,000	-0,191	238,934	0,022	-0,006	-0,063	240,928
2	0,209	-0,065	-0,251	237,199	0,015	-0,004	-0,481	236,375	0,012	-0,003	-0,331	235,474	0,209	-0,065	-0,251	237,199
3	0,017	-0,001	-0,322	236,899	0,002	-0,005	-0,038	239,558	0,001	-0,004	-0,330	239,533	0,017	-0,001	-0,322	236,899
4	0,070	-0,022	-0,220	233,677	0,015	-0,013	2,150	242,248	-0,290	0,158	16,512	193,430	0,070	-0,022	-0,220	233,677
5	0,108	-0,022	0,734	236,838	-0,011	-0,002	0,847	239,031	-0,028	0,006	3,253	235,214	0,108	-0,022	0,734	236,838
6	0,027	-0,009	0,472	241,725	0,007	-0,004	-2,528	238,067	0,121	-0,084	-6,654	259,438	0,027	-0,009	0,472	241,725
7	0,037	-0,016	-0,013	233,804	-0,003	-0,000	0,938	238,669	-0,034	0,014	4,359	231,597	0,037	-0,016	-0,013	233,804
8	0,274	-0,191	0,249	233,531	-0,063	0,034	2,138	234,062	-0,070	0,032	2,983	230,401	0,274	-0,191	0,249	233,531
9	0,118	-0,050	-0,311	237,307	-0,039	0,025	4,796	236,177	-0,683	0,560	20,727	160,588	0,118	-0,050	-0,311	237,307
10	0,062	-0,011	0,439	240,968	-0,001	-0,005	0,320	240,005	-0,025	0,006	3,569	234,499	0,062	-0,011	0,439	240,968
Média	0,094	-0,039	0,072	237,288	-0,008	0,003	0,811	238,300	-0,100	0,068	4,390	225,911	0,094	-0,039	0,072	237,288
DP	0,086	0,057	0,377	3,094	0,025	0,015	1,942	2,291	0,229	0,183	8,201	28,098	0,086	0,057	0,377	3,094



definido um controlador para estabilizar esta dinâmica,

$$C_{u_{col},z}(z) = \frac{8,22z - 5,69}{z + 558,80}. \quad (6.8)$$

A figura 6.6 mostra o resultado obtido pelo controle em malha fechada para uma referência de entrada contendo degraus e rampas.

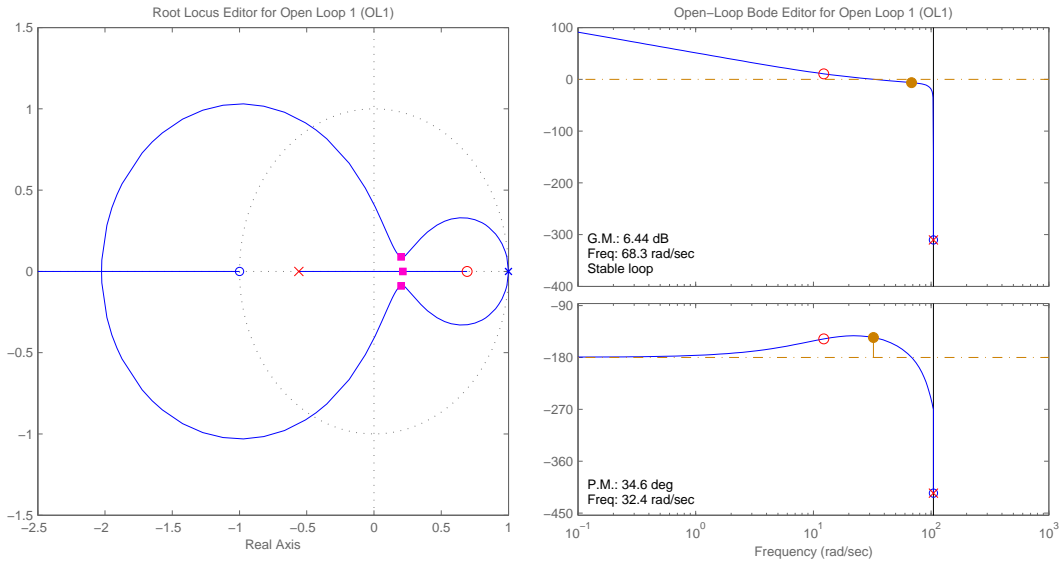


FIGURA 6.5: Projeto de controlador para dinâmica de posição vertical.

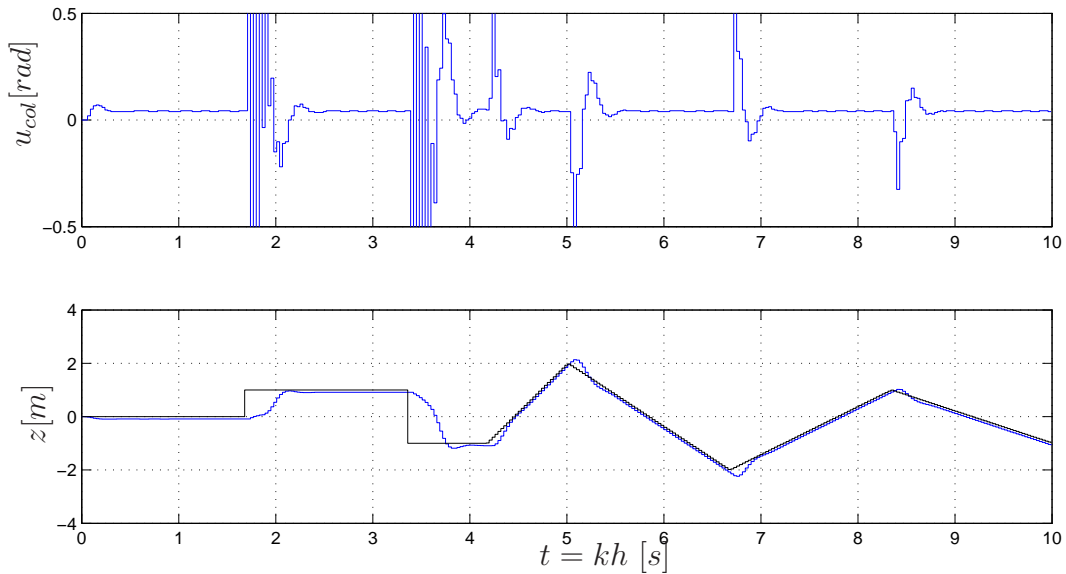


FIGURA 6.6: Sinal de controle  $u_{col}(k)$  e sinal de saída  $z(k)$  em malha fechada.

## 6.7 Dinâmica do ângulo de rolagem

As dinâmicas das velocidades angulares nas direções lateral e longitudinal são diretamente acopladas uma a outra e, conseqüentemente, também o são as dinâmicas dos ângulos de rolagem e inclinação.

Os comandos cíclicos, longitudinal e lateral atuam diretamente sobre estas duas dinâmicas. O longitudinal tem maior influência sobre o ângulo de inclinação e o lateral, sobre o ângulo de rolagem. Quando da existência de barra estabilizadora, ou Bell-Hiller, esta também apresenta influência sobre estas dinâmicas. A simulação é implementada com barra estabilizadora.

São habilitados os controles de posição vertical e ângulo de guinada. O sinal de comando de longitudinal é deixado em malha aberta, configurado de acordo com a tabela 6.1, a menos da amplitude de variação.

Os sinais de comando de lateral são configurados de acordo com as tabelas 6.1 e 6.2. São realizadas 9 simulações aplicando o sinal de entrada PRBS e uma simulação com o *frequency sweep*, em malha aberta, nos quais são capturados os sinais ilustrados na figura 6.7. São mostrados os sinais de entrada do comando de lateral  $u_{lat}(k)$  e de saída de ângulo de rolagem  $\phi(k)$  (em azul). Estes sinais são processados pelos algoritmos de identificação.

De acordo com as tabelas D.3, D.4 e D.5, deve ser identificada uma função de transferência de quarta ordem,

$$G_{u_{lat},\phi}(z) = \frac{b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0}, \text{ ou}$$
$$G_{u_{lat},\phi}(s) = \frac{b_{3s} s^3 + b_{2s} s^2 + b_{1s} s + b_{0s}}{s^4 + a_{3s} s^3 + a_{2s} s^2 + a_{1s} s + a_{0s}}.$$

O mesmo procedimento adotado anteriormente é realizado. São utilizados os algoritmos de MQ, MES, SM e MPE, onde cada um fornece dez conjuntos de parâmetros, é realizado o cálculo de média e do desvio padrão, e as estimativas são calculadas a partir destes valores médios. Verificou-se os parâmetros identificados a partir desses dados  $u_{lat}$  e  $\phi$  como não adequados. As estimativas obtidas estavam muito aquém do aceitável (magnitude do erro da mesma ordem do sinal de saída). Apenas o algoritmo de SM conseguiu estimativas aproximadas, e, mesmo assim, com forte polarização.

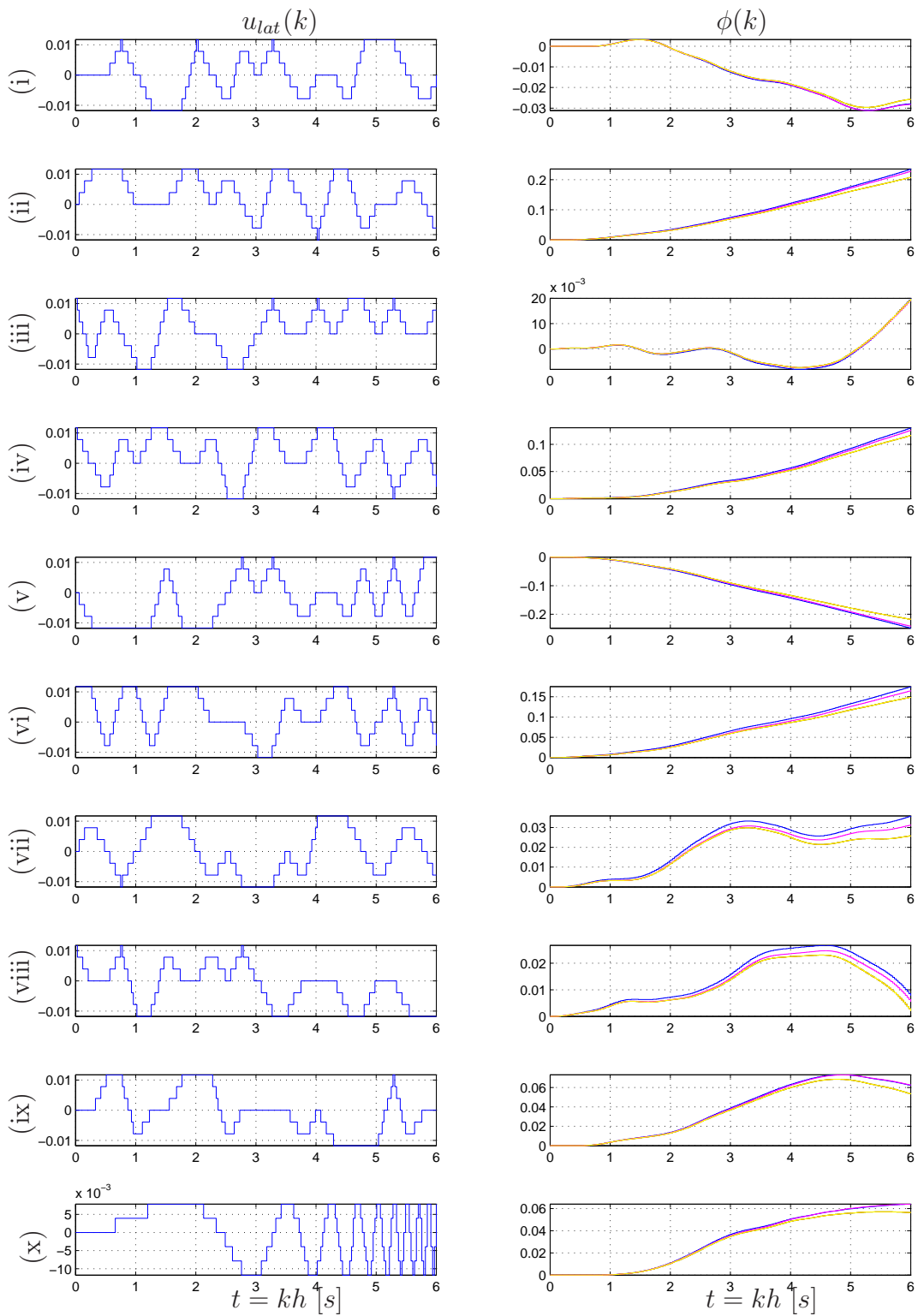


FIGURA 6.7: Em azul, os sinais de entrada  $u_{lat}(k)$  e saída  $\phi(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída  $\phi(k)$  estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente.

Através da análise da função de coerência e do espectro de frequências, foi verificado que grande parte da energia dos sinais estava concentrada nas altas frequências que, como mencionado anteriormente, apresentam baixa relação sinal-ruído. O que caracteriza o algoritmo de SM é justamente a utilização de filtros passa baixa para os sinais de entrada e saída, os quais minimizam o efeito daqueles ruídos. Desta forma, é realizado o procedimento da seção 4.4.6, obtendo então os sinais

$$u_{lat_f}(k) = F(q)u_{lat}(k), \text{ e}$$

$$\phi_f(k) = F(q)\phi(k).$$

Para determinação de  $F(q)$ , foi definida uma frequência de corte de 35 [rad/s]<sup>1</sup>, sendo utilizado um filtro *Butterworth*, passa baixa, de sexta ordem.

Nas tabelas 6.7 e 6.8 são mostrados os valores médios calculados, de acordo com o realizado anteriormente. Verifica-se que apenas o algoritmo de SM não convergiu para os mesmos valores.

Na figura 6.7 também são mostrados os sinais estimados pelos modelos identificados pelos quatro algoritmos. Na tabela 6.8 são mostrados os parâmetros convertidos para o modelo em tempo contínuo. A função de transferência identificada (MQ) e a convertida pela função *d2c* são, respectivamente,

$$G_{u_{lat},\phi}(z) = \frac{-0,002332z^3 + 0,008392z^2 - 0,009643z + 0,003886}{z^4 - 3,666z^3 + 5,133z^2 - 3,267z + 0,8004}, \text{ e} \quad (6.9)$$

$$G_{u_{lat},\phi}(s) = \frac{-0,1177s^3 + 1,926s^2 - 13,22s + 423,8}{s^4 + 7,422s^3 + 168,6s^2 - 15,11s + 9,664}.$$

Nota-se que o modelo identificado é de fase não-mínima, pela existência de um zero fora do círculo unitário de estabilidade, em 1,8515,

$$G_{u_{lat},\phi}(z) = \frac{-0,002332(z - 1,851)(z^2 - 1,747z + 0,9001)}{(z^2 - 2,003z + 1,003)(z^2 - 1,664z + 0,7982)}.$$

---

<sup>1</sup> Mettler (2003), a frequência de interesse para esta dinâmica é de 20 [rad/s], ver tabela 6.2.

TABELA 6.7: Parâmetros de  $G_{u_{lat},\phi}(z)$  identificados a partir dos sinais  $u_{lat}(k)$  e  $\phi(k)$ .

	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$
MQ	-3,666	5,133	-3,267	0,800	-0,002	0,008	-0,010	0,004
MES	-3,666	5,132	-3,268	0,801	-0,002	0,008	-0,010	0,005
SM	-3,828	5,531	-3,578	0,875	-0,002	0,008	-0,009	0,004
MPE	-3,666	5,133	-3,267	0,800	-0,002	0,008	-0,010	0,004
Média	-3,707	5,232	-3,345	0,819	-0,002	0,008	-0,010	0,004
DP	0,081	0,199	0,155	0,037	0,000	0,000	0,001	0,000

TABELA 6.8: Parâmetros de  $G_{u_{lat},\phi}(s)$  identificados a partir dos sinais  $u_{lat}(k)$  e  $\phi(k)$ .

	$a_{3s}$	$a_{2s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{3s}$	$b_{2s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$
MQ	7,475	168,960	-15,059	9,580	-0,117	1,923	-13,161	424,876
MES	7,450	170,216	-3,102	0,320	-0,117	3,882	-15,655	479,283
SM	4,752	57,413	-5,305	2,069	-0,098	1,697	2,322	145,236
MPE	7,474	168,959	-15,058	9,580	-0,117	1,923	-13,161	424,872
Média	6,788	141,387	-9,631	5,388	-0,112	2,356	-9,914	368,567
DP	1,357	55,986	6,331	4,894	0,010	1,023	8,241	151,080

### 6.7.1 Controle do ângulo de rolagem

A partir da função de transferência com os parâmetros identificados (6.9), é projetado um controlador para estabilizar a dinâmica do ângulo de rolagem, utilizando o mesmo critério da seção 6.5.1.

Com a ferramenta *sisotool* do Matlab®, a partir do lugar das raízes, é realizado um projeto rápido de um controlador para estabilizar esta dinâmica, figura 6.8. É obtido o controlador

$$C_{u_{lat},\phi}(z) = \frac{34,66z - 34,53}{z^2 - 0,6375z + 0,1016}. \quad (6.10)$$

A figura 6.9 mostra o resultado obtido pelo controle em malha fechada para uma referência de entrada contendo degraus e rampas.

## 6.8 Dinâmica do ângulo de inclinação

Foram identificados os parâmetros para o ângulo de rolagem relacionado com o sinal de comando lateral. Então são identificados os parâmetros para o modelo da dinâmica do ângulo de inclinação, relacionado com o sinal de comando longitudinal.

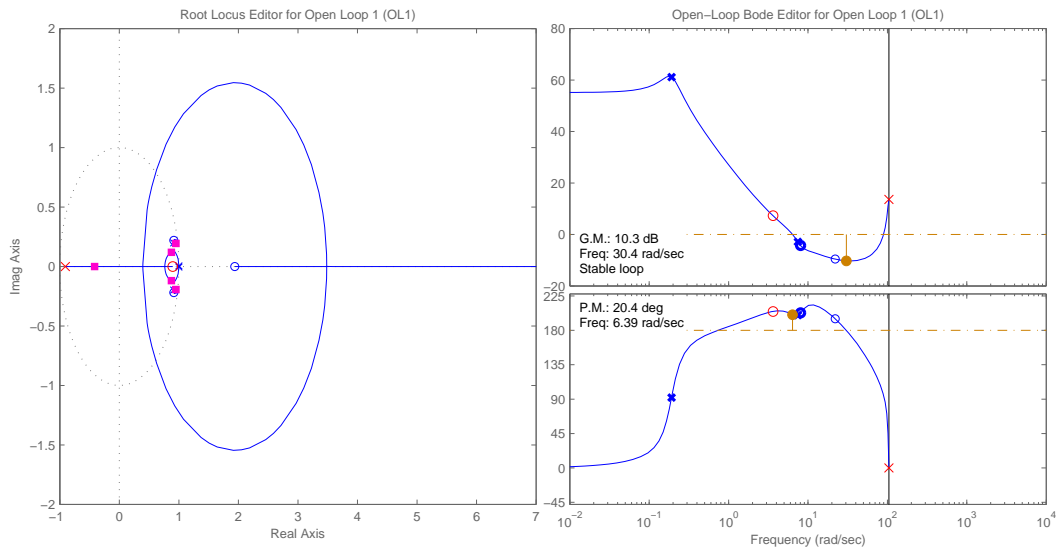


FIGURA 6.8: Projeto de controlador para dinâmica de ângulo de rolagem.

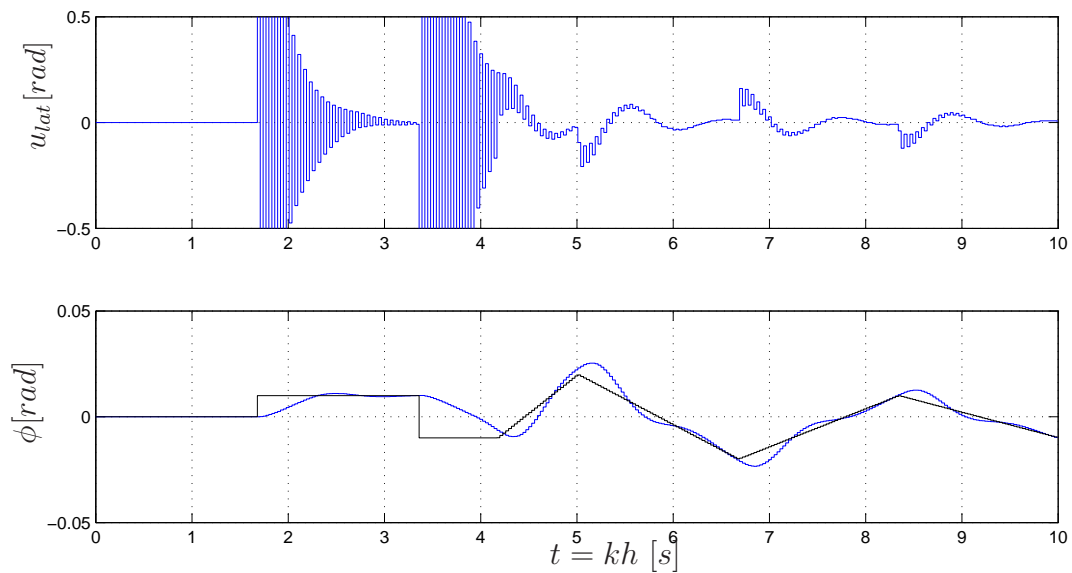


FIGURA 6.9: Sinal de controle  $u_{lat}(k)$  e sinal de saída  $\phi(k)$  em malha fechada.

São habilitados os controles de posição vertical e dos ângulos de guinada e rolagem. Os sinais de comando de longitudinal são configurados de acordo com as tabelas 6.1 e 6.2. São realizadas 9 simulações aplicando o sinal de entrada PRBS e uma simulação com o *frequency sweep*, em malha aberta, nos quais são capturados os sinais ilustrados na figura 6.10, em que são mostrados os sinais de entrada do comando de lateral  $u_{lon}(k)$  e de saída de ângulo de rolagem  $\theta(k)$  (em azul). Estes são os sinais processados pelos algoritmos de identificação.

De acordo com a tabela D.5, deve ser identificada uma função de transferência de quarta ordem,

$$G_{u_{lon},\theta}(s) = \frac{b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}, \text{ ou} \quad (6.11)$$

$$G_{u_{lon},\theta}(z) = \frac{b_3z^3 + b_2z^2 + b_1z + b_0}{z^4 + a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0}. \quad (6.12)$$

O mesmo procedimento adotado anteriormente é realizado. São utilizados os algoritmos de MQ, MES, SM e MPE, onde cada um fornece dez conjuntos de parâmetros, é realizado o cálculo de média e do desvio padrão e os sinais estimados são calculados.

Na figura 6.10 também são mostrados os sinais estimados pelos modelos identificados pelos quatro algoritmos. Nas tabelas 6.9 e 6.10 são mostrados as médias e os desvios padrão de cada parâmetro identificado por cada algoritmo. O algoritmo de SM não convergiu para o mesmo resultados dos demais, que convergiram para valores médios próximos. A função de transferência identificada (MQ) e a convertida pela função *d2c* são, respectivamente,

$$G_{u_{lon},\theta}(z) = \frac{-0,002742z^3 + 0,009558z^2 - 0,0108z + 0,00428}{z^4 - 3,676z^3 + 5,15z^2 - 3,271z + 0,7973}, \text{ ou} \quad (6.13)$$

$$G_{u_{lon},\theta}(s) = \frac{-0,1326s^3 + 1,908s^2 - 15,05s + 413,9}{s^4 + 7,55s^3 + 151,9s^2 - 11,93s + 7,773}.$$

Nota-se que o modelo identificado é de fase não-mínima, pela existência de um zero fora do círculo unitário de estabilidade, em 1,733,

$$G_{u_{lat},\phi}(z) = \frac{-0,0027421(z - 1,733)(z^2 - 1,753z + 0,9008)}{(z^2 - 2,002z + 1,002)(z^2 - 1,674z + 0,7954)}.$$

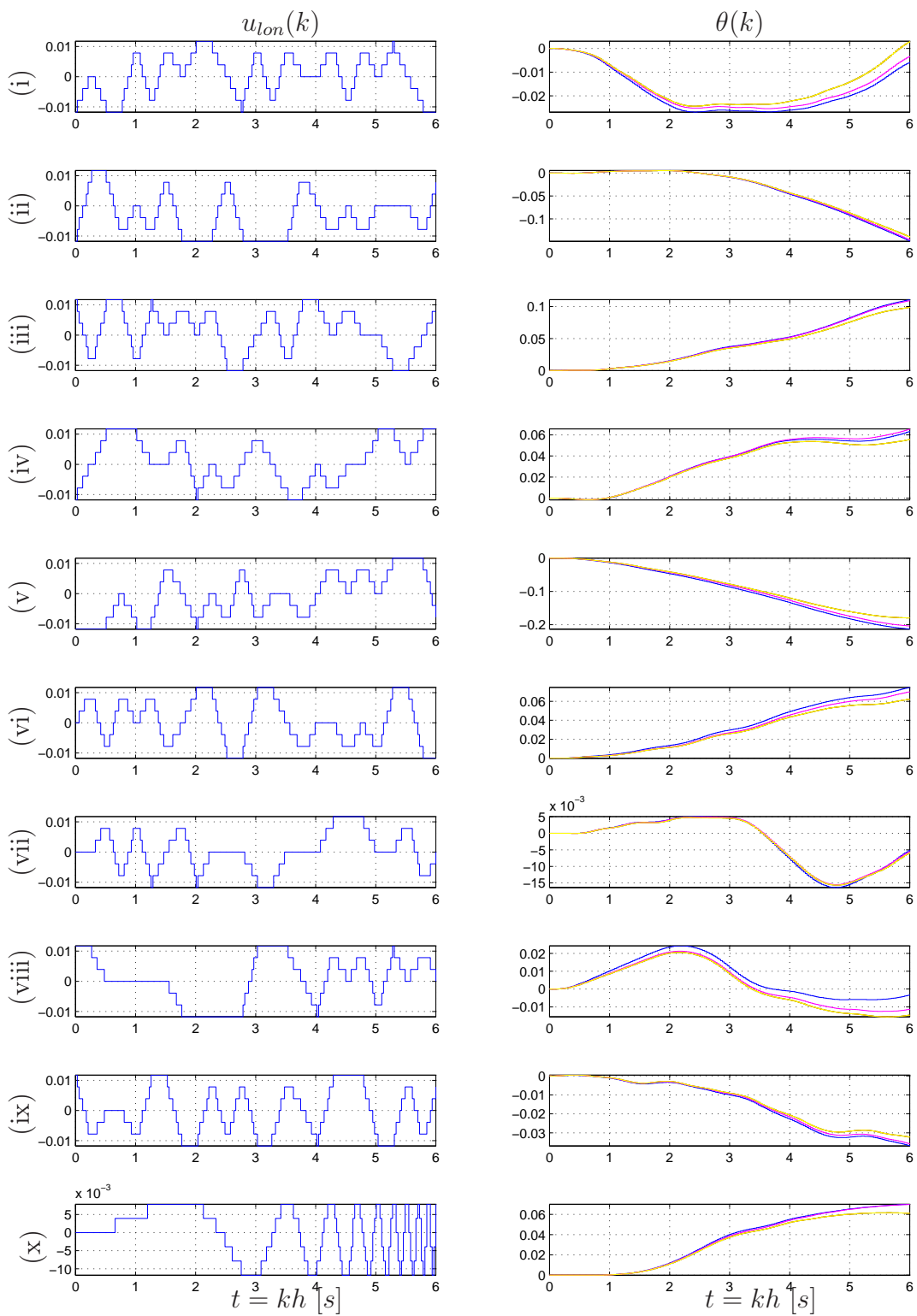


FIGURA 6.10: Em azul, os sinais de entrada  $u_{lon}(k)$  e saída  $\theta(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída  $\theta(k)$  estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente.



TABELA 6.9: Parâmetros de  $G_{u_{lon},\theta}(z)$  identificados a partir dos sinais  $u_{lon}(k)$  e  $\theta(k)$ .

	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$
MQ	-3,676	5,150	-3,271	0,797	-0,003	0,010	-0,011	0,004
MES	-3,677	5,150	-3,271	0,797	-0,002	0,009	-0,012	0,005
SM	-3,843	5,560	-3,590	0,874	-0,003	0,010	-0,012	0,004
MPE	-3,677	5,150	-3,271	0,797	-0,003	0,010	-0,011	0,004
Média	-3,718	5,253	-3,351	0,816	-0,003	0,010	-0,011	0,005
DP	0,083	0,205	0,160	0,038	0,000	0,001	0,001	0,000

TABELA 6.10: Parâmetros de  $G_{u_{lon},\theta}(s)$  identificados a partir dos sinais  $u_{lon}(k)$  e  $\theta(k)$ .

	$a_{3s}$	$a_{2s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$	$b_{3s}$	$b_{2s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$
MQ	7,560	152,007	-11,905	7,750	-0,132	1,908	-15,034	414,129
MES	7,564	151,642	0,960	-1,409	-0,137	3,580	-21,665	474,312
SM	4,637	37,531	-2,361	0,828	-0,129	1,722	4,592	105,496
MPE	7,560	152,008	-11,906	7,750	-0,132	1,908	-15,034	414,131
Média	6,830	123,297	-6,303	3,730	-0,133	2,279	-11,785	352,017
DP	1,462	57,177	6,610	4,731	0,004	0,872	11,357	166,778

### 6.8.1 Controle do ângulo de inclinação

A partir da função de transferência com os parâmetros identificados (6.13), é projetado um controlador para estabilizar a dinâmica do ângulo de inclinação, utilizando o mesmo critério da seção 6.5.1.

Com a ferramenta *sisotool* do Matlab®<sup>®</sup>, a partir do lugar das raízes, é realizado um projeto rápido de um controlador para estabilizar esta dinâmica, figura 6.11. É obtido o controlador

$$C_{u_{lon},\theta}(z) = \frac{599,5z - 537,5}{z + 0,9075}. \quad (6.14)$$

A figura 6.12 mostra o resultado obtido pelo controle em malha fechada para uma referência de entrada contendo degraus e rampas.

## 6.9 Dinâmica da posição lateral

Até o momento foram identificadas e controladas as dinâmicas da atitude e da posição vertical. Resta identificar as dinâmicas da posição lateral e longitudinal. A

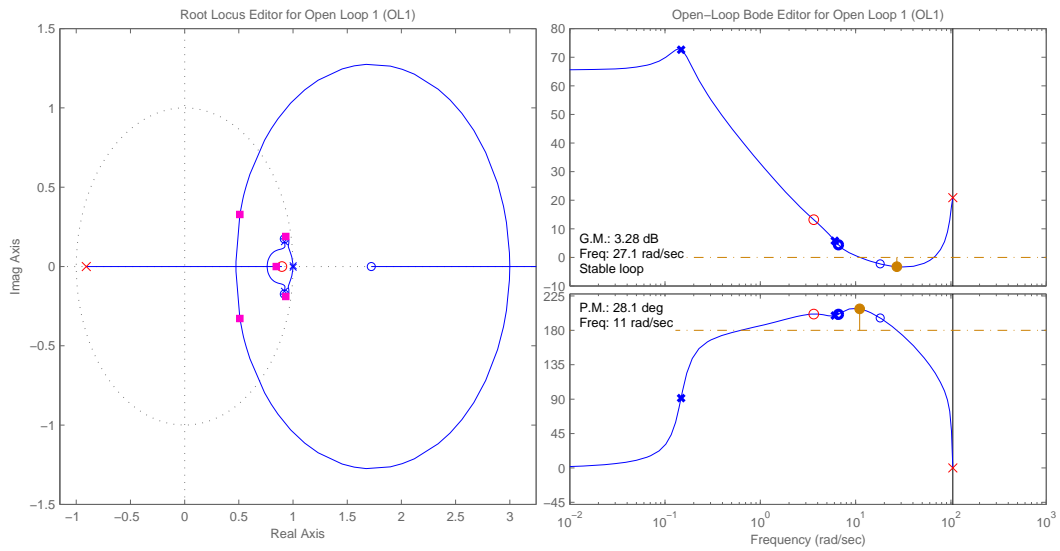


FIGURA 6.11: Projeto de controlador para dinâmica de ângulo de inclinação.

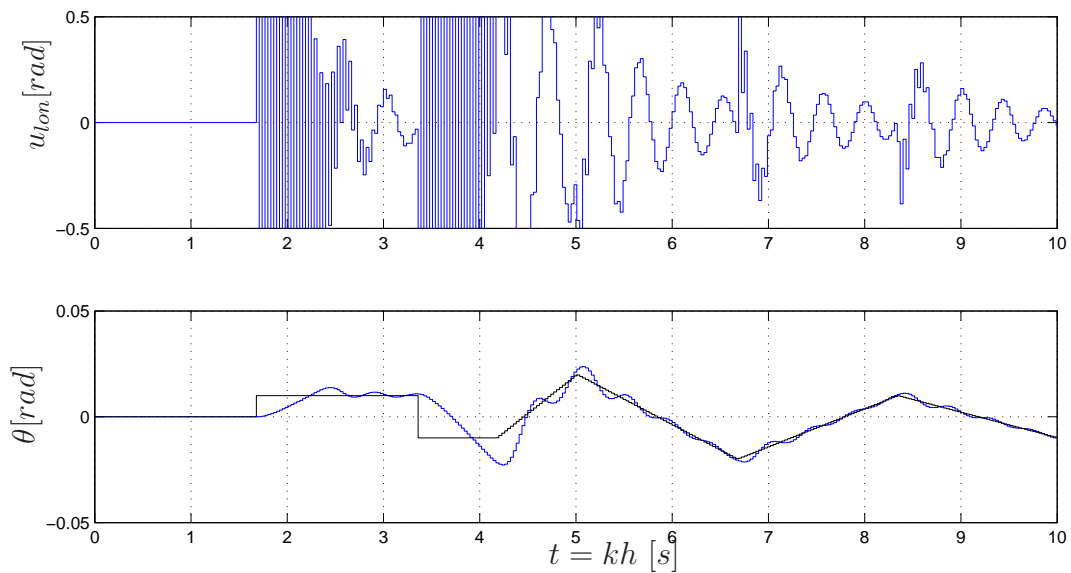


FIGURA 6.12: Sinal de controle  $u_{lon}(k)$  e sinal de saída  $\theta(k)$  em malha fechada.

posição lateral é controlada a partir do controle do ângulo de rolagem.

Para identificação desta dinâmica, foi utilizado como sinal de entrada o sinal de referência do controle de ângulo de rolagem,  $\phi_{ref}(k)$ . Foram realizadas 9 simulações com sinais de entrada PRBS e uma com *frequency sweep*.

Utilizando a função de identificação de parâmetros por otimização de função não-linear, igual ao realizado na seção 6.4, foi verificado que o nível DC do sinal de entrada deveria ser de  $-46,79 \times 10^{-3} [rad]$ . O sinal PRBS e o *frequency sweep* foram configurados para variar de  $\pm 4 \times 10^{-3} [rad]$  a partir deste nível DC identificado. Estes sinais de entrada e os respectivos sinais de saída são mostrados na figura 6.13, em azul.

Para processar os algoritmos de identificação, são utilizados os sinais  $z(k)$  e

$$\tilde{\phi}_{ref}(k) = \phi_{ref}(k) - \bar{\phi}_{ref} . \quad (6.15)$$

De acordo com a tabela D.1, deveria ser identificada uma função de transferência de segunda ordem. Porém, a estimativa obtida não foi adequada. Foi identificada uma função de transferência de ordem 9<sup>2</sup>,

$$G_{\phi_{ref},y}(s) = \frac{B_{\phi_{ref},y}(s)}{A_{\phi_{ref},y}(s)}, \text{ ou} \quad (6.16)$$

$$G_{\phi_{ref},y}(z) = \frac{B_{\phi_{ref},y}(z)}{A_{\phi_{ref},y}(z)}, \quad (6.17)$$

onde

$$B_{\phi_{ref},y}(s) = 3385s^8 + 1,563 \times 10^5 s^7 + 2,621 \times 10^7 s^6 + 6,486 \times 10^8 s^5 + 4,139 \times 10^{10} s^4 + 1,866 \times 10^{11} s^3 + 1,502 \times 10^{12} s^2 - 2,718 \times 10^{13} s + 8,003 \times 10^{13};$$

$$A_{\phi_{ref},y}(s) = s^9 + 87,62s^8 + 2,018 \times 10^4 s^7 + 1,033 \times 10^6 s^6 + 1,063 \times 10^8 s^5 + 2,734 \times 10^9 s^4 + 1,421 \times 10^{11} s^3 + 6,564 \times 10^{11} s^2 + 5,101 \times 10^{12} s - 1,791 \times 10^{12};$$

$$B_{\phi_{ref},y}(z) = 0,5611z^8 - 2,839z^7 + 6,723z^6 - 12,07z^5 + 15,28z^4 - 13,58z^3 + 8,813z^2 - 3,382z + 0,6189; \text{ e}$$

$$A_{\phi_{ref},y}(z) = z^9 - 1,094z^8 - 0,3779z^7 + 0,02108z^6 + 0,2669z^5 + 0,2191z^4 + 0,1158z^3 + 0,02929z^2 - 0,1109z - 0,07217.$$

---

<sup>2</sup>Referente à ordem da malha fechada de rolagem, cuja resposta do controlador implementado não ficou rápida o suficiente para que essa dinâmica fosse desprezada.

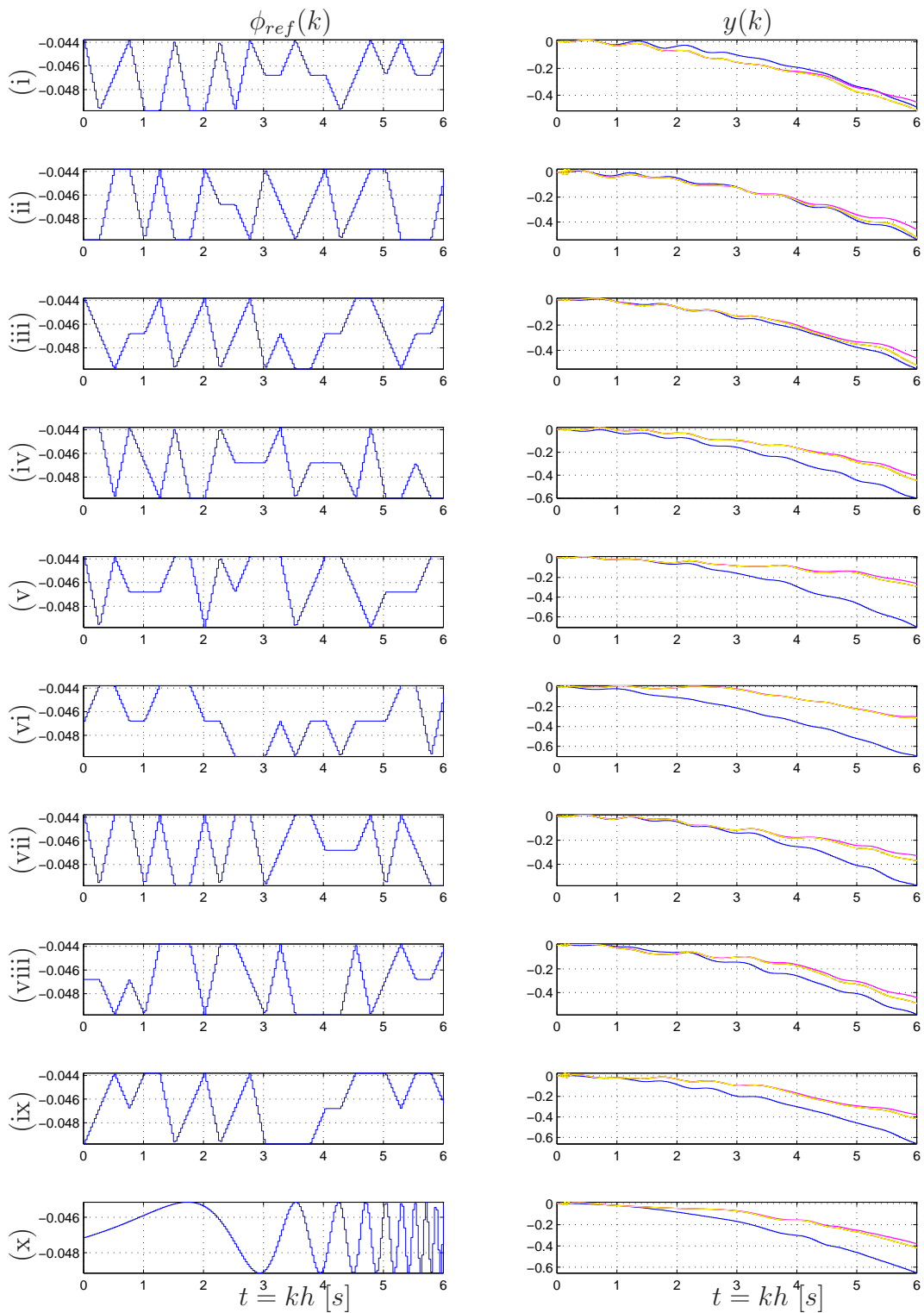


FIGURA 6.13: Em azul, os sinais de entrada  $\phi_{ref}(k)$  e saída  $y(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída  $y(k)$  estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente.

As tabelas 6.11 e 6.12 mostram os valores médios identificados pelos algoritmos.

### 6.9.1 Controle da posição lateral

A partir da função de transferência com os parâmetros identificados (6.17), é projetado um controlador para estabilizar a dinâmica de guinada, utilizando o mesmo critério da seção 6.5.1.

Com a ferramenta *sisotool* do Matlab®, a partir do lugar das raízes, é realizado um projeto rápido de um controlador para estabilizar esta dinâmica, figura 6.14. É verificado que um controle proporcional estabiliza o sistema, ou seja,

$$C_{\psi,y}(z) = -0,06. \quad (6.18)$$

A figura 6.15 mostra o resultado obtido pelo controle em malha fechada para uma entrada de referência igual a zero.

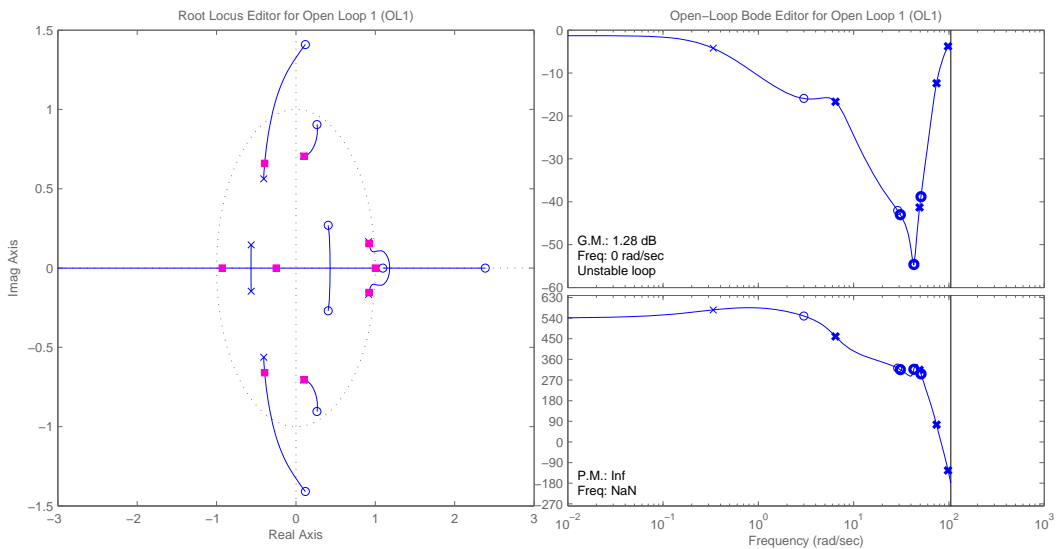


FIGURA 6.14: Projeto de controlador para dinâmica de posição lateral.

## 6.10 Dinâmica da posição longitudinal

A posição longitudinal é controlada por meio do ângulo de inclinação.

Todos os controladores implementados anteriormente são habilitados.

TABELA 6.11: Parâmetros de  $G_{\phi_{ref},y}(z)$  identificados a partir dos sinais  $\phi_{ref}(k)$  e  $y(k)$ .

	$a_8$	$a_7$	$a_6$	$a_5$	$a_4$	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
MQ	-1,094	-0,378	0,021	0,267	0,219	0,116	0,029	-0,111	-0,072
MES	-1,026	-0,322	-0,069	0,241	0,232	0,037	-0,069	-0,010	-0,018
SM	-3,040	3,319	-1,157	-0,998	1,208	0,258	-1,007	0,441	-0,024
MPE	-1,094	-0,378	0,021	0,267	0,219	0,116	0,029	-0,111	-0,072
Média	-1,563	0,560	-0,296	-0,056	0,470	0,132	-0,254	0,052	-0,046
DP	0,985	1,839	0,576	0,628	0,492	0,092	0,504	0,263	0,030
	$b_8$	$b_7$	$b_6$	$b_5$	$b_4$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$
MQ	0,561	-2,839	6,723	-12,071	15,276	-13,583	8,813	-3,382	0,619
MES	0,969	-2,208	6,286	-13,288	15,664	-13,250	8,021	-3,140	1,094
SM	0,400	-1,657	2,276	-1,193	0,197	-0,787	1,916	-1,557	0,414
MPE	0,561	-2,839	6,723	-12,071	15,276	-13,583	8,813	-3,382	0,619
Média	0,623	-2,386	5,502	-9,656	11,603	-10,301	6,891	-2,865	0,686
DP	0,243	0,569	2,161	5,671	7,606	6,345	3,337	0,879	0,288

TABELA 6.12: Parâmetros de  $G_{\phi_{ref},y}(s)$  identificados a partir dos sinais  $\phi_{ref}(k)$  e  $y(k)$ .

	$a_{8s}$	$a_{7s}$	$a_{6s}$	$a_{5s}$	$a_{4s}$	$a_{3s}$	$a_{2s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$
MQ	$1,066 \times 10^2$	$2,485 \times 10^4$	$1,768 \times 10^6$	$2,001 \times 10^8$	$9,124 \times 10^9$	$6,223 \times 10^{11}$	$1,556 \times 10^{13}$	$6,300 \times 10^{14}$	$3,636 \times 10^{15}$
MES	$1,420 \times 10^2$	$2,891 \times 10^4$	$2,582 \times 10^6$	$2,483 \times 10^8$	$1,367 \times 10^{10}$	$7,266 \times 10^{11}$	$2,141 \times 10^{13}$	$5,712 \times 10^{14}$	$2,830 \times 10^{15}$
SM	$6,156 \times 10^1$	$1,893 \times 10^4$	$7,766 \times 10^5$	$9,697 \times 10^7$	$2,177 \times 10^9$	$1,109 \times 10^{11}$	$3,174 \times 10^{11}$	$4,025 \times 10^{12}$	$-1,767 \times 10^{12}$
MPE	$1,066 \times 10^2$	$2,485 \times 10^4$	$1,768 \times 10^6$	$2,001 \times 10^8$	$9,124 \times 10^9$	$6,223 \times 10^{11}$	$1,556 \times 10^{13}$	$6,300 \times 10^{14}$	$3,636 \times 10^{15}$
Média	$1,042 \times 10^2$	$2,439 \times 10^4$	$1,724 \times 10^6$	$1,864 \times 10^8$	$8,523 \times 10^9$	$5,205 \times 10^{11}$	$1,321 \times 10^{13}$	$4,588 \times 10^{14}$	$2,525 \times 10^{15}$
DP	$3,295 \times 10^1$	$4,110 \times 10^3$	$7,390 \times 10^5$	$6,380 \times 10^7$	$4,743 \times 10^9$	$2,775 \times 10^{11}$	$9,028 \times 10^{12}$	$3,045 \times 10^{14}$	$1,727 \times 10^{15}$
	$b_{8s}$	$b_{7s}$	$b_{6s}$	$b_{5s}$	$b_{4s}$	$b_{3s}$	$b_{2s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$
MQ	$-6,482 \times 10^2$	$-1,152 \times 10^5$	$-1,232 \times 10^7$	$-1,141 \times 10^9$	$-1,072 \times 10^{11}$	$-3,447 \times 10^{12}$	$-1,947 \times 10^{14}$	$-1,611 \times 10^{15}$	$-2,988 \times 10^{15}$
MES	$-7,185 \times 10^2$	$-4,712 \times 10^3$	$-6,610 \times 10^6$	$-2,359 \times 10^8$	$-2,375 \times 10^{10}$	$-5,561 \times 10^{11}$	$-1,301 \times 10^{13}$	$5,240 \times 10^{14}$	$-3,557 \times 10^{14}$
SM	$-1,504 \times 10^2$	$-2,834 \times 10^2$	$-1,640 \times 10^6$	$9,752 \times 10^6$	$-3,859 \times 10^9$	$4,504 \times 10^{10}$	$-9,503 \times 10^{11}$	$-8,535 \times 10^{12}$	$2,283 \times 10^{13}$
MPE	$-6,482 \times 10^2$	$-1,152 \times 10^5$	$-1,232 \times 10^7$	$-1,141 \times 10^9$	$-1,072 \times 10^{11}$	$-3,447 \times 10^{12}$	$-1,947 \times 10^{14}$	$-1,611 \times 10^{15}$	$-2,988 \times 10^{15}$
Média	$-5,413 \times 10^2$	$-5,886 \times 10^4$	$-8,221 \times 10^6$	$-6,270 \times 10^8$	$-6,048 \times 10^{10}$	$-1,851 \times 10^{12}$	$-1,008 \times 10^{14}$	$-6,765 \times 10^{14}$	$-1,577 \times 10^{15}$
DP	$2,627 \times 10^2$	$6,511 \times 10^4$	$5,146 \times 10^6$	$6,019 \times 10^8$	$5,451 \times 10^{10}$	$1,859 \times 10^{12}$	$1,085 \times 10^{14}$	$1,100 \times 10^{15}$	$1,636 \times 10^{15}$

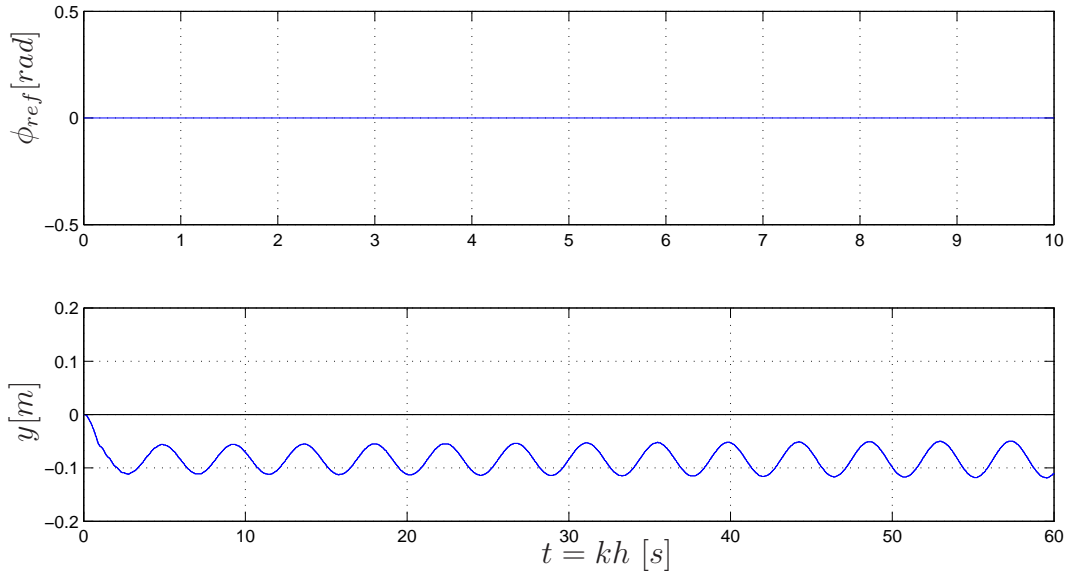


FIGURA 6.15: Sinal de controle  $\phi_{ref}(k)$  e sinal de saída  $y(k)$  em malha fechada.

Para identificação desta dinâmica é utilizada como sinal de entrada a referência do controle do ângulo de inclinação,  $\theta_{ref}(k)$ . São realizadas 9 simulações com sinais PRBS e uma com sinal *frequency sweep*.

O sinal PRBS é configurado para variar de  $\pm 1 \cdot 10^{-3} [rad]$ . O sinal *frequency sweep* é configurado para variar  $\pm 0,5 \cdot 10^{-3} [rad]$ . Não foi identificado nível DC nesta dinâmica. Os sinais de entrada e os respectivos sinais de saída são mostrados na figura 6.16, em azul.

Para processar os algoritmos de identificação, são utilizados os sinais  $\theta_{ref}(k)$  e  $x(k)$ . São utilizados os algoritmos de MQ, MES, SM e MPE. São obtidos dez conjuntos de parâmetros para cada algoritmo utilizado. De acordo com a tabela D.1, deve ser identificada uma função de transferência de segunda ordem. A estimativa obtida não foi adequada. Foi identificada uma função de transferência de ordem 6<sup>3</sup>,

$$G_{\theta_{ref},x}(s) = \frac{B_{\theta_{ref},y}(s)}{A_{\theta_{ref},y}(s)}, \text{ ou} \quad (6.19)$$

$$G_{\theta_{ref},x}(z) = \frac{B_{\theta_{ref},y}(z)}{A_{\theta_{ref},y}(z)}, \quad (6.20)$$

onde

---

<sup>3</sup>Referente à ordem da malha fechada de inclinação, cuja resposta do controlador implementado não ficou rápida o suficiente para que essa dinâmica fosse desprezada.

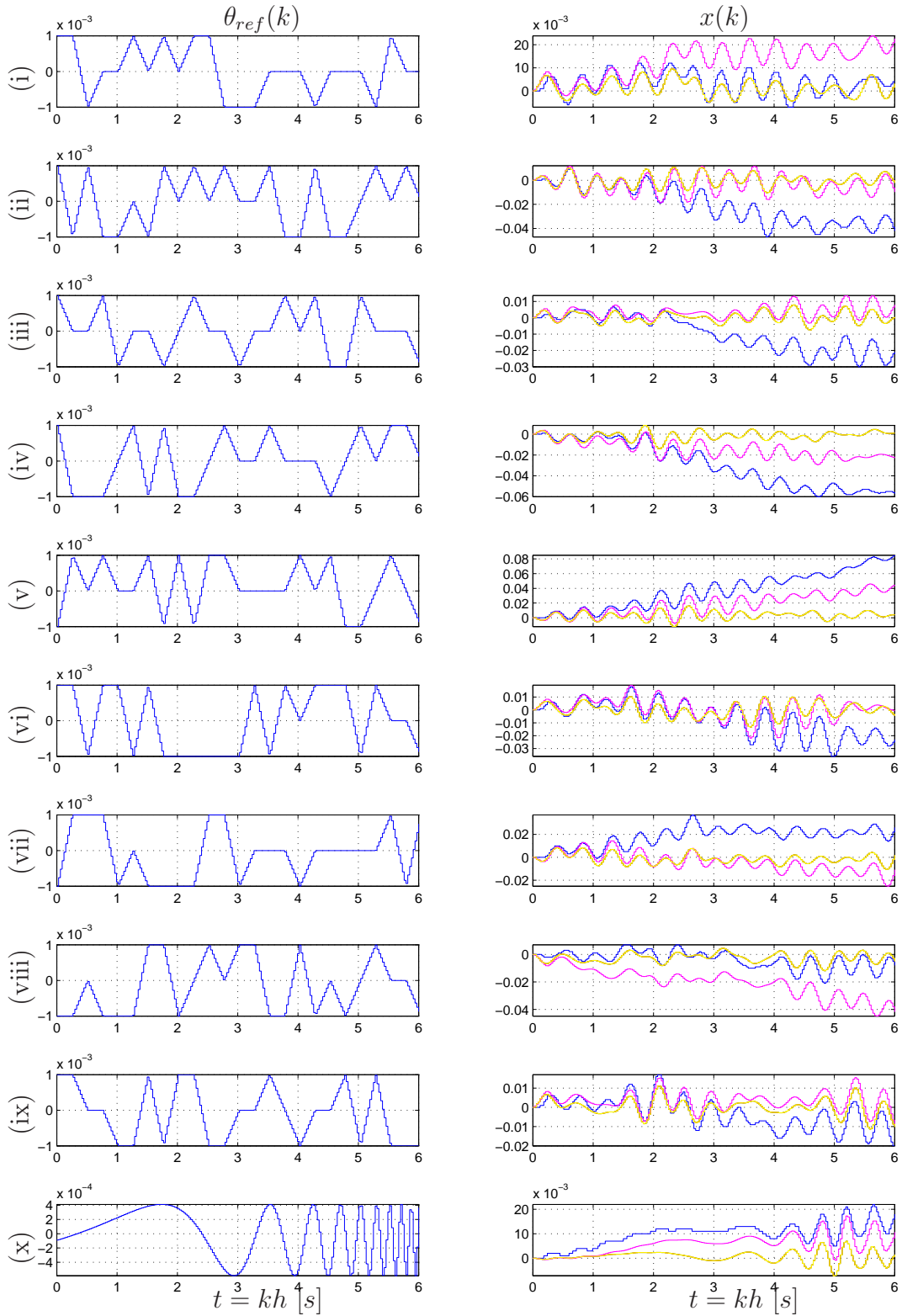


FIGURA 6.16: Em azul, os sinais de entrada  $\theta_{ref}(k)$  e saída  $x(k)$ . Em verde, vermelho, magenta e amarelo, os sinais de saída  $x(k)$  estimados pelo modelo identificado pelos algoritmos de Mínimos Quadrados, Erro de Saída, Steiglitz-McBride e Mínimos Quadrados Generalizados, respectivamente.



$$B_{\theta_{ref},y}(s) = 5,564s^6 - 2490s^5 + 1,113 \times 10^5s^4 + 1,22 \times 10^6s^3 + 8,583 \times 10^8s^2 + 3,441 \times 10^{10}s + 3,024 \times 10^{10};$$

$$A_{\theta_{ref},y}(s) = s^7 + 34,89s^6 + 1,63 \times 10^4s^5 + 2,894 \times 10^5s^4 + 5,589 \times 10^7s^3 + 1,238 \times 10^8s^2 + 1,085 \times 10^{10}s - 5,924 \times 10^8;$$

$$B_{\theta_{ref},y}(z) = 0,1533z^5 + 1,585z^4 - 1,434z^3 + 0,2584z^2 - 0,7931z + 0,293; \text{ e}$$

$$A_{\theta_{ref},y}(z) = z^6 - 1,288z^5 - 0,2367z^4 + 0,3475z^3 + 0,4573z^2 + 0,1744z - 0,4554.$$

Ainda assim, o modelo obtido não estima satisfatoriamente o sinal de saída. Os sinais apresentam formas semelhantes, porém com amplitudes diferentes e apresentam-se polarizados. As tabelas 6.13 e 6.14 mostram os valores médios identificados pelos algoritmos.

TABELA 6.13: Parâmetros de  $G_{\theta_{ref},x}(z)$  identificados a partir dos sinais  $\theta_{ref}(k)$  e  $x(k)$ .

	$a_5$	$a_4$	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
MQ	-1,288	-0,237	0,347	0,457	0,174	-0,455
MES	-1,245	-0,334	0,287	0,705	0,039	-0,458
SM	-4,881	10,440	-12,614	9,145	-3,792	0,704
MPE	-1,288	-0,237	0,347	0,457	0,174	-0,455
Média	-2,176	2,408	-2,908	2,691	-0,851	-0,166
DP	1,804	5,355	6,471	4,304	1,962	0,580
	$b_5$	$b_4$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$
MQ	0,153	1,585	-1,434	0,258	-0,793	0,293
MES	0,778	-1,071	2,280	-1,011	-2,240	1,414
SM	0,761	-2,869	4,937	-4,756	2,415	-0,486
MPE	0,153	1,585	-1,434	0,258	-0,793	0,293
Média	0,461	-0,192	1,087	-1,312	-0,353	0,378
DP	0,356	2,180	3,107	2,372	1,968	0,782

### 6.10.1 Controle da posição longitudinal

A partir da função de transferência com os parâmetros identificados (6.20), é projetado um controlador para estabilizar a dinâmica da posição longitudinal, utilizando o mesmo critério da seção 6.5.1.

Com a ferramenta *sisotool* do Matlab®, a partir do lugar das raízes, é realizado um projeto rápido de um controlador para estabilizar esta dinâmica, figura 6.17. É

TABELA 6.14: Parâmetros de  $G_{\theta_{ref},x}(s)$  identificados a partir dos sinais  $\theta_{ref}(k)$  e  $x(k)$ .

	$a_{5s}$	$a_{4s}$	$a_{3s}$	$a_{2s}$	$a_{1s}$	$a_{0s}$
MQ	$3,510 \times 10^1$	$1,632 \times 10^4$	$2,910 \times 10^5$	$5,598 \times 10^7$	$1,242 \times 10^8$	$1,086 \times 10^{10}$
MES	$4,443 \times 10^1$	$1,707 \times 10^4$	$3,242 \times 10^5$	$6,224 \times 10^7$	$8,310 \times 10^7$	$1,188 \times 10^{10}$
SM	$1,244 \times 10^1$	$1,784 \times 10^3$	$6,569 \times 10^3$	$3,228 \times 10^5$	$6,030 \times 10^5$	$-1,802 \times 10^5$
MPE	$3,510 \times 10^1$	$1,632 \times 10^4$	$2,910 \times 10^5$	$5,598 \times 10^7$	$1,242 \times 10^8$	$1,086 \times 10^{10}$
Média	$3,177 \times 10^1$	$1,287 \times 10^4$	$2,282 \times 10^5$	$4,363 \times 10^7$	$8,301 \times 10^7$	$8,402 \times 10^9$
DP	$1,361 \times 10^1$	$7,400 \times 10^3$	$1,486 \times 10^5$	$2,902 \times 10^7$	$5,825 \times 10^7$	$5,622 \times 10^9$
	$b_{5s}$	$b_{4s}$	$b_{3s}$	$b_{2s}$	$b_{1s}$	$b_{0s}$
MQ	8,217	$-2,192 \times 10^3$	$1,218 \times 10^5$	$1,648 \times 10^6$	$8,736 \times 10^8$	$3,452 \times 10^{10}$
MES	$8,403 \times 10^1$	$-6,243 \times 10^2$	$1,208 \times 10^6$	$-1,642 \times 10^7$	$1,587 \times 10^9$	$2,889 \times 10^{10}$
SM	$4,108 \times 10^1$	$4,186 \times 10^1$	$3,644 \times 10^4$	$1,078 \times 10^6$	$3,848 \times 10^6$	$1,058 \times 10^7$
MPE	8,217	$-2,192 \times 10^3$	$1,218 \times 10^5$	$1,648 \times 10^6$	$8,736 \times 10^8$	$3,452 \times 10^{10}$
Média	$3,539 \times 10^1$	$-1,242 \times 10^3$	$3,720 \times 10^5$	$-3,012 \times 10^6$	$8,344 \times 10^8$	$2,448 \times 10^{10}$
DP	$3,594 \times 10^1$	$1,131 \times 10^3$	$5,587 \times 10^5$	$8,943 \times 10^6$	$6,477 \times 10^8$	$1,653 \times 10^{10}$

obtido o controlador

$$C_{\theta_{ref},x}(z) = \frac{0,4649z^3 - 0,5844z^2 + 0,1518z + 0,08258}{z^3 - 0,6571z^2 - 0,227z - 0,07645}. \quad (6.21)$$

A figura 6.18 mostra o resultado obtido pelo controle em malha fechada para uma referência de entrada zero.

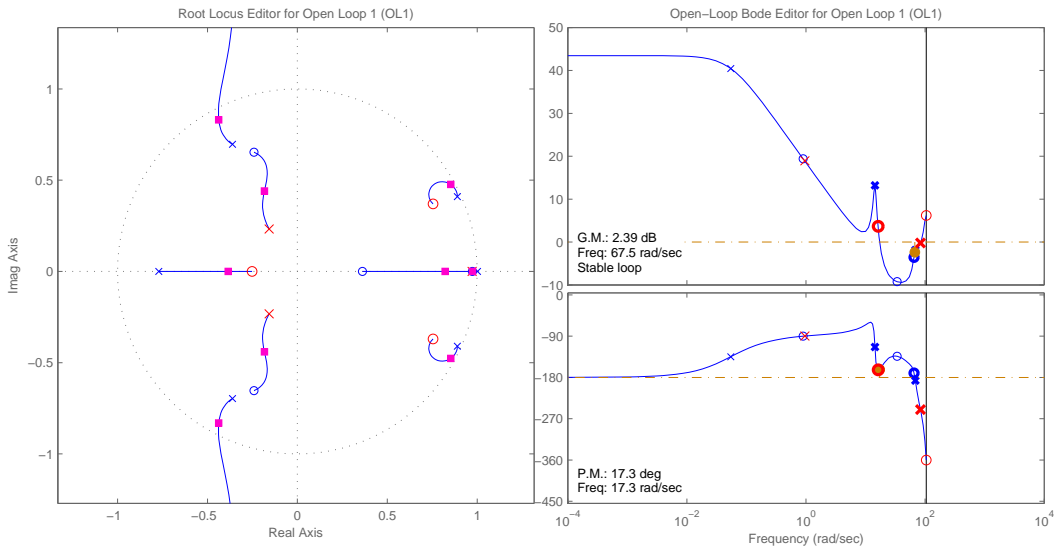


FIGURA 6.17: Projeto de controlador para dinâmica de posição longitudinal.

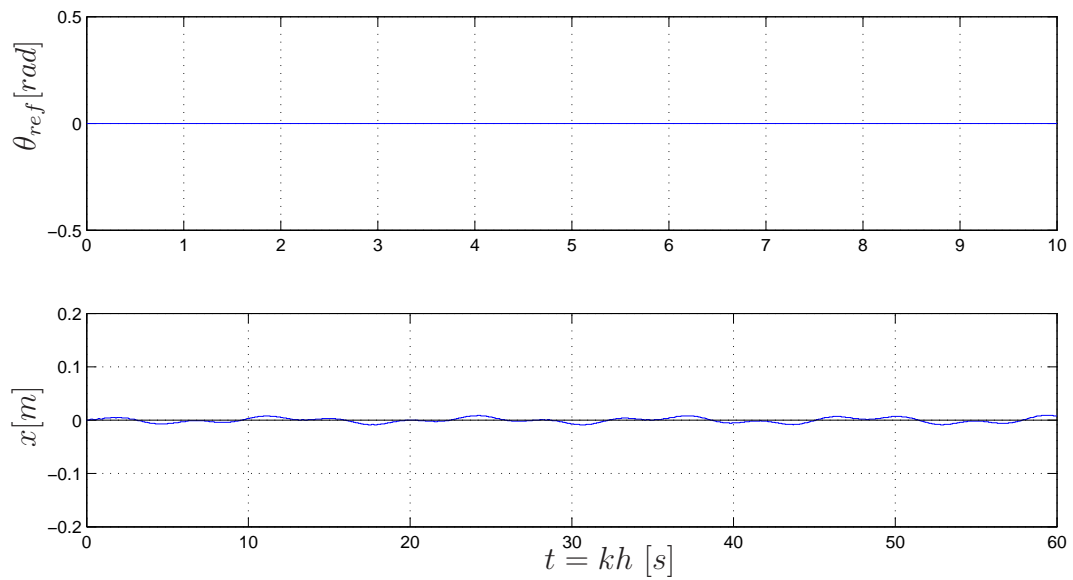


FIGURA 6.18: Sinal de controle  $\theta_{ref}(k)$  e sinal de saída  $x(k)$  em malha fechada.

# Capítulo 7

## Experimentos de identificação

Para a realização do processo de identificação é necessário obter seqüências de dados através da captura dos sinais de entradas e saídas do sistema em questão.

O processo de captura consiste em amostrar e discretizar o valor do sinal a cada intervalo constante de tempo, durante um determinado período, conforme descrito nas seções G.5 e 4.3.2.

Para esta finalidade foram desenvolvidos em laboratório:

- Eletrônica embarcada (Santos et al., 2007);
- Mecanismo para captura de posição (Carneiro, 2008); e
- Software para captura de dados (Santos et al., 2008).

### 7.1 Eletrônica embarcada

A eletrônica embarcada desenvolvida (Santos et al., 2007) é apresentada no Apêndice C. É composta por microcontroladores e circuitos eletrônicos responsáveis pelas seguintes tarefas:

- Circuito de chaveamento de segurança, que permite transferir a operação do modo automático (a partir da eletrônica embarcada) para o modo manual (a partir do rádio controle), cuja seleção é realizada pelo rádio controle;
- Interface com os atuadores, que permite a eletrônica embarcada comandar os servomotores do helicóptero;

- Interface com sensores, que realiza as leituras da posição e atitude do helicóptero; e
- Interface de comunicação, que permite enviar comandos do software de interface para a eletrônica embarcada e receber os dados das leituras dos sensores.

## 7.2 Instrumentação utilizada

A instrumentação utilizada consiste em:

- Sonar altímetro C.2, semelhante ao utilizado por Santos (2005) para realimentação da dinâmica da posição vertical do helicóptero, instalado no helicóptero juntamente com a eletrônica embarcada;
- IMU (Apêndice C.3), do inglês *Inertial Measurement Unit*, ou Unidade de Medida Inercial, a qual mede a atitude do helicóptero, instalado juntamente com a eletrônica embarcada;
- Barbantômetro B, sistema *Taut-Wire* para medida da posição do helicóptero com relação a um referencial inercial, opera fixo ao solo.

Dos sinais adquiridos, o Barbantômetro é o único no qual é necessário realizar a leitura de sinais analógicos. Os demais dispositivos já retornam valores digitalizados (IMU) ou o valor é dado pela leitura da largura de pulso proporcional à medição realizada (sonar, receptor de rádio).

No Barbantômetro são utilizados potenciômetros de precisão para a leitura dos ângulos, digitalizados por um conversor analógico-digital do microcontrolador, AT-Mega32. Considerando o intervalo de amostragem de  $30[ms]$ , cuja frequência de amostragem é de  $33,33[Hz]$ , a respectiva frequência de Nyquist é de  $16,66[Hz]$ . Como a frequência de interesse está na faixa de até  $20[rad/s]$ , ou seja,  $3,18[Hz]$ , um filtro passa baixo analógico na faixa de  $6,36[Hz]$  a  $16,66[Hz]$  deve ser implementado (seção 4.3.4). Foi implementado um filtro RC de primeira ordem na frequência de corte de  $10,61[Hz]$  entre o sinal amplificado e a leitura do sinal.

Diante da necessidade de operar o sistema com leitura de sensores em dois pontos distantes, foi necessária a utilização de um canal de comunicação para transferência das

leituras para a unidade de processamento do algoritmo de controle. Mais importante é a necessidade da existência de sincronismo na leitura dessas informações, conforme mencionado na seção 4.3.2, o qual foi implementado utilizando um enlace de comunicação infravermelho, sendo esta uma segunda modificação implementada no sistema do Barbantômetro.

Estas e outras considerações constam nos Apêndices C e B ou em Santos et al. (2007).

### 7.3 Interface de captura

Foi desenvolvido um aplicativo em plataforma PC capaz de se comunicar tanto com a eletrônica embarcada, por meio de rede sem fio (*IEEE 802.11b*), quanto com o Barbantômetro, por meio de conexão serial (*RS-485*).

Foram projetados e implementados a arquitetura e os protocolos de comunicação nos diversos enlaces de comunicação, gerados pela diversidade de microcontroladores instalados. Na figura 7.1 é mostrada a arquitetura da comunicação implementada na eletrônica embarcada. As letras *C* e *S* indicam quais os microcontroladores operam como *Cliente* ou *Servidor* no enlace em questão, ou seja, quem solicita os dados (*Cliente*) e quem envia (*Servidor*).

O software implementado apresenta as seguintes características:

- Comunicação com a eletrônica embarcada por meio de *sockets*, protocolo *Telnet*, em rede sem fio *IEEE 802.11b*;
- Comunicação com o Barbantômetro por meio de interface serial *RS-485*;
- Gravação automática dos dados em arquivos nomeados automaticamente;
- Gravação automática de registro da comunicação realizada; e
- Opções para configuração e comando remoto do Barbantômetro e da Eletrônica Embarcada.

A especificação do aplicativo está descrita no Apêndice E ou em Santos et al. (2008).

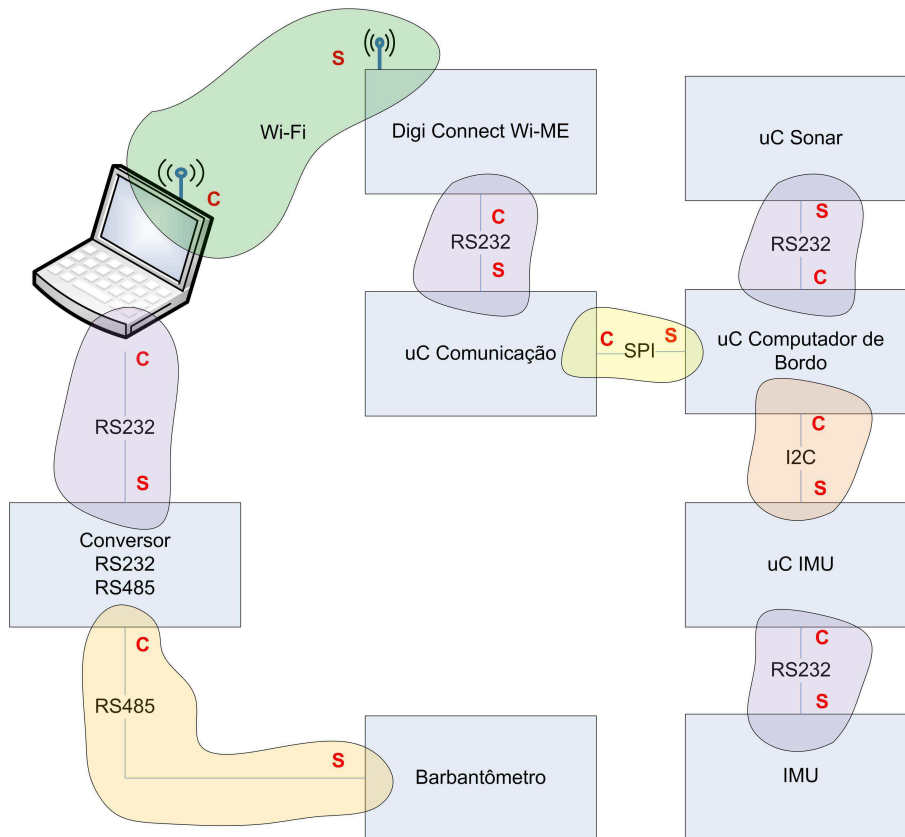


FIGURA 7.1: Arquitetura de comunicação da eletrônica embarcada.

## 7.4 Configuração da comunicação

Conforme ilustrado na figura 7.1, devido a limitações dos dispositivos embarcados, foram utilizadas diversas interfaces de comunicação, como *SPI* e *I<sup>2</sup>C*, além da *USART*. Para o Barbantômetro foi utilizada comunicação através de interface *USART*, padrão *RS485*, que transmite a maiores distâncias, permitindo ao computador base ser instalado distante do local de realização de testes.

## 7.5 Captura dos dados

A figura 7.2 mostra o esquema montado para a realização do experimento de identificação. A figura 7.3 mostra o sistema montado para a realização desses experimentos. São ilustrados os componentes principais envolvidos no processo, tais como:

- Raptor-30, equipado com a Eletrônica Embarcada mencionada anteriormente;
- Heliporto;

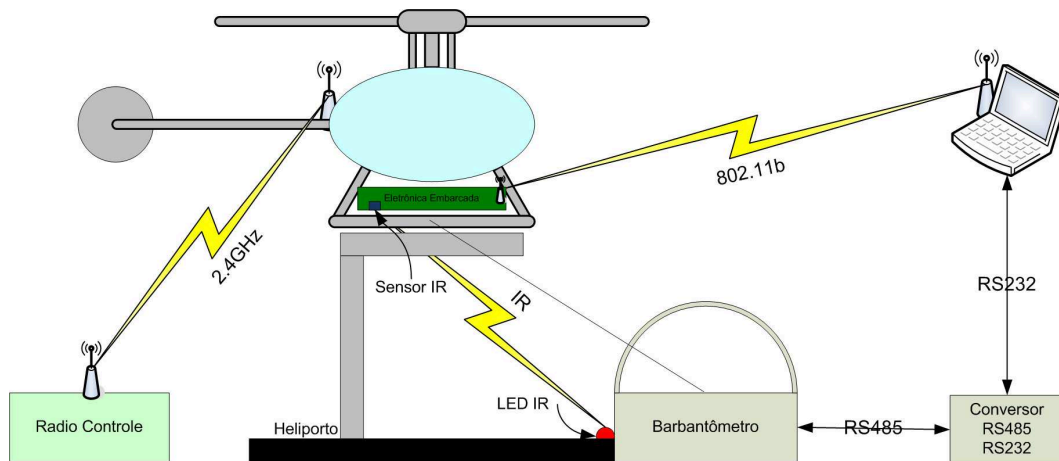


FIGURA 7.2: Representação da montagem para a realização dos experimentos.

- Barbantômetro e sua comunicação serial;
- PC base, onde é instalado o aplicativo;
- Enlace de rede sem fio *IEEE 802.11b*;
- Enlace infravermelho; e
- Rádio-controle.

O sistema foi configurado para realizar captura com intervalo de amostragem de  $30[ms]$ , para realizar 2000 amostras, sendo que a entrada aplicada pelo piloto é simulando o *frequency sweep*.

## 7.6 Aquisição de dados experimentais

Foram realizados diversos vôos experimentais para aquisição dos dados necessários à identificação do modelo linear. Contudo, apesar dos esforços da equipe envolvida, não foram adquiridos dados válidos para esta finalidade. A seguir serão apresentadas observações e considerações relacionadas com a realização destes experimentos, os quais foram divididos em etapas.

### 7.6.1 Primeira etapa

Na primeira etapa foi embarcada no helicóptero eletrônica com a finalidade de capturar os comandos enviados pelo piloto, assim como os circuitos de chaveamento de





FIGURA 7.3: Helicóptero e sistema montados para a realização dos experimentos.

segurança e sincronismo com o Barbantômetro, o qual foi instalado próximo à base do helicóptero.

Nesta configuração foram capturadas diversas seqüências de dados, como, por exemplo, a ilustrada nos gráficos da figura 7.4. Foram aqusitados apenas os comandos de coletivo, longitudinal e lateral, e os dados de posição medidos pelo Barbantômetro. Constatou-se na análise dos dados que estas seqüências não eram adequadas à identificação.

O helicóptero não se apresentava estável o suficiente para o piloto realizar as manobras requeridas. Solicitou-se que o piloto mantivesse constante a orientação de guinada, para realização dos testes em questão. O dispositivo de regulação da posição angular não estava operando de maneira adequada, fazendo com que a cauda oscilasse constantemente.

## 7.6.2 Segunda etapa

Diante da instabilidade da dinâmica de guinada verificada na primeira etapa, instalou-se no helicóptero uma unidade de navegação inercial (IMU) e um sonar altímetro (para medir a posição vertical do helicóptero). Também foram realizadas manutenções no

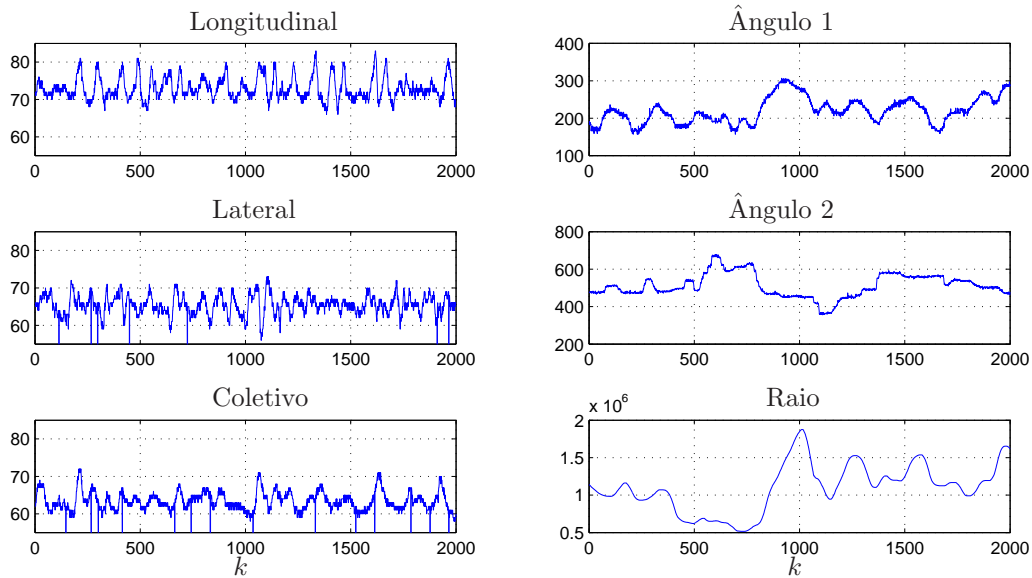


FIGURA 7.4: Sinais capturados na primeira etapa. Os valores são mostrados sem conversão de escala. As leituras dos comandos longitudinal, lateral e coletivo são proporcionais à largura de pulso emitido pelo rádio receptor. As leituras dos ângulos do Barbantômetro são realizadas através de conversores A/D e potenciômetros. A leitura do raio é feita por meio de um encoder incremental.

helicóptero que facilitaram o controle por parte do piloto.

Nesta segunda etapa ocorreram três acidentes até a realização de vôos com sucesso. No último dos acidentes ocorridos, a eletrônica foi fisicamente danificada, o que levou a falha na comunicação entre dispositivos, motivo pelo qual não foram registrados os dados desejados.

### 7.6.3 Terceira etapa

Após a correção das avarias na eletrônica embarcada, foi realizada a terceira etapa dos experimentos. Desta vez foram capturados dados com sucesso, ilustrados na figura 7.5.

Constatou-se, porém, problemas na maneira como os dados foram aquisitados. Verificou-se que:

1. O sonar instalado falha na leitura de distâncias maiores que 3 [m]. Este fato poderia ser contornado, uma vez que a leitura de altitude do sonar é redundante com a realizada pelo Barbantômetro;

2. A leitura da IMU é influenciada pela posição do rotor, devido à proximidade com a qual foi instalada;
3. Os intervalos de amostragem da eletrônica embarcada e do Barbantômetro não estavam sincronizados, como pode ser verificado pela análise visual dos gráficos da figura 7.6; e
4. Ocorreram falhas nas leituras dos comandos do rádio-controle.

#### **7.6.4 Quarta etapa**

Para o próximo experimento, foram realizadas as seguintes alterações:

1. Preparação de um cabo para realização do sincronismo, sendo que o algoritmo associado a esta função também foi modificado;
2. Mudança na posição de instalação da IMU para um local distante do eixo do rotor principal; e
3. Modificação do algoritmo de aquisição dos comandos do rádio.

Quanto ao sonar, manteve-se sua utilização apenas para verificação do sincronismo com o Barbantômetro.

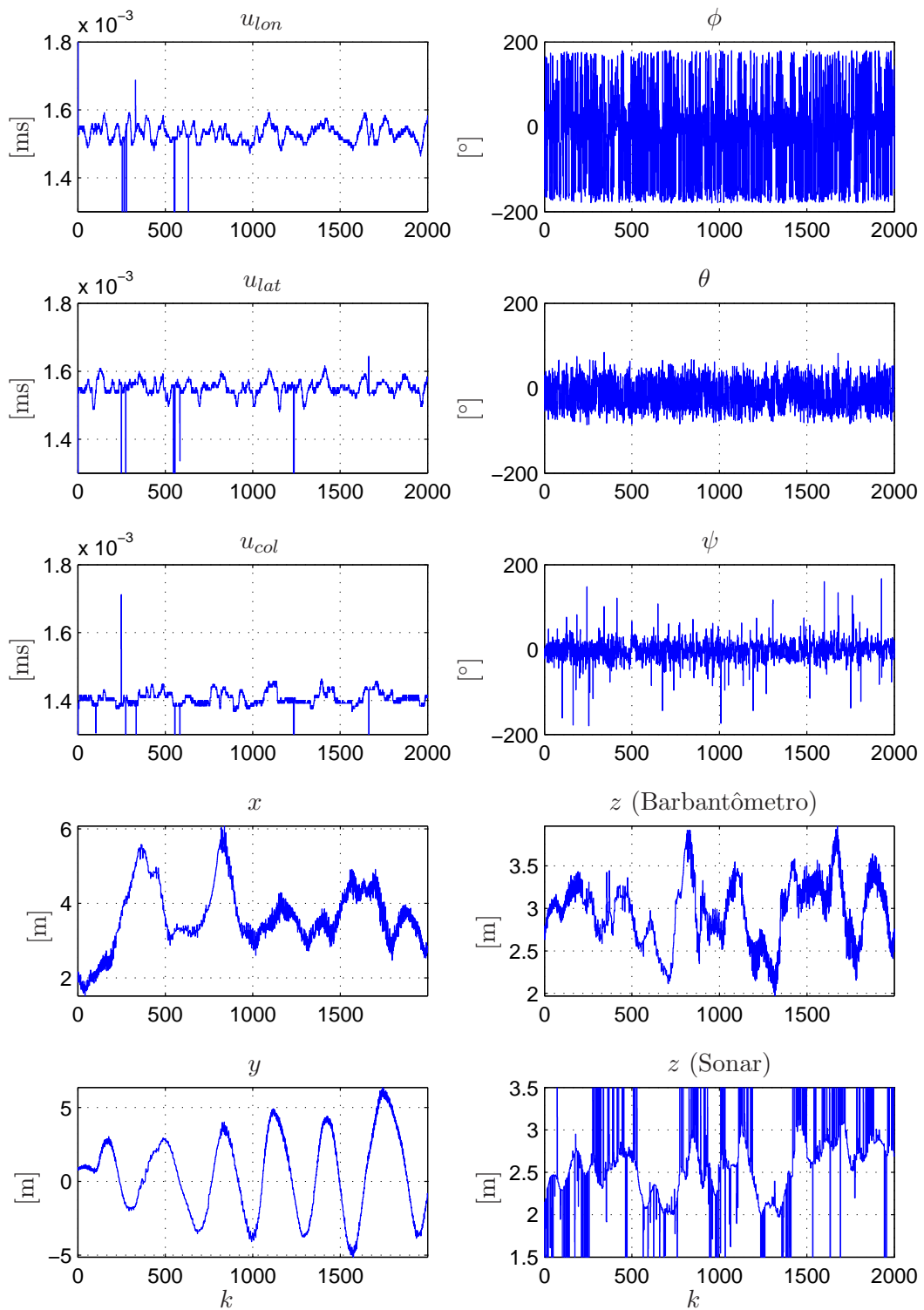


FIGURA 7.5: Sinais capturados na terceira etapa. Erros de leitura nos sinais de comando  $u_{col}$ ,  $u_{lon}$  e  $u_{lat}$ . Influência do rotor nos sinais  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ . Erros de leitura no sonar.

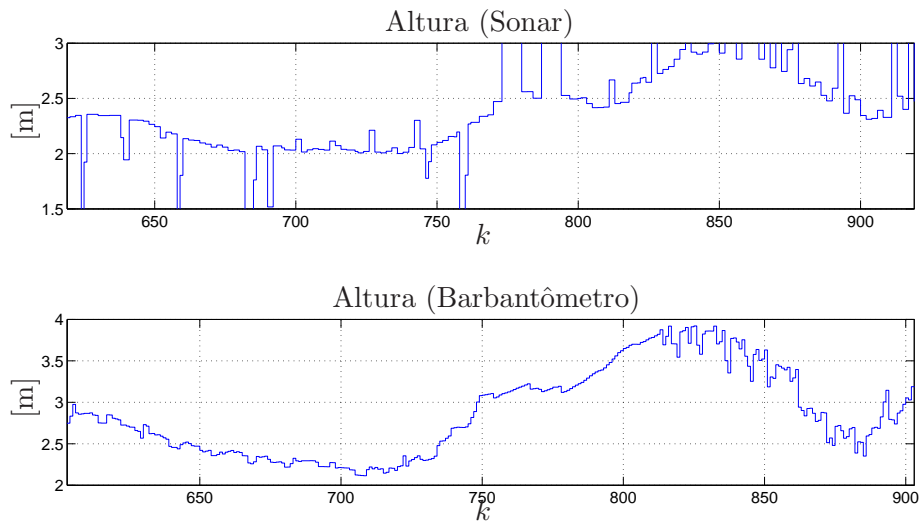


FIGURA 7.6: Falha do sincronismo entre a eletrônica embarcada e o Barbañtômetro. Nota-se que o módulo também apresenta discrepância.

# Capítulo 8

## Conclusão

O modelo não-linear apresentado é adequado para aplicação na simulação da dinâmica de helicóptero em escala reduzida. O método de modelagem utilizado foi aplicado a um helicóptero do tipo axial, sendo que, realizando-se considerações pertinentes, é possível aplicá-lo a outros veículos aéreos nos quais se deseje estudar a dinâmica do posicionamento. Também foi apresentado o cálculo das forças geradas pelos rotores e superfícies aerodinâmicas do helicóptero.

Foram estudados os modelos lineares propostos por Mettler (2003), Santos (2005) e Prouty (2002), a partir de onde foi proposta uma estrutura simplificada para identificação da dinâmica do helicóptero. Ela foi testada na identificação de parâmetros com dados obtidos a partir de simulação.

O simulador, que foi implementado a partir da dinâmica não-linear de helicópteros, também inclui as não-linearidades devidas aos sistema eletrônico instalado, como quantizadores e saturações. Parcelas não relacionadas com os modos de voo de interesse foram desprezados para aumentar a velocidade de execução da simulação. Pode ser verificado que as características observadas são equivalentes ao de um sistema real, apesar de não se conhecer os parâmetros reais e não poder realizar a comparação dos sinais. Reações do sistema em queda livre, deslocamento lateral em voo pairado, acoplamento entre os comandos lateral e longitudinal são as características mais relevantes deste tipo de sistema.

Foram utilizados quatro algoritmos de identificação. O de Mínimos Quadrados demonstrou-se eficaz apesar de simples, gerando estimativas de acordo com a qualidade

dos sinais de entrada do algoritmo. O Método de Erro de Saída, cujos parâmetros iniciais são obtidos do MQ, em geral, apresentam parâmetros adequados a estimativa da dinâmica. O Método de Steiglitz-McBride demonstrou-se eficaz na identificação quando da presença de ruídos de alta frequência, com os quais os demais algoritmos se perdem. O algoritmo de Método de Predição de Erro, em geral, apresentou resposta equivalente ao MQ, em parte devido a não simulação de ruído de medição, o qual ele pretende modelar.

A aplicação de algoritmos de otimização para a identificação de nível DC dos sinais de entrada também foi um resultado importante verificado. Esta não linearidade polariza as estimativas obtidas e inviabiliza sua utilização em projeto de controle. A utilização dos valores estimados por este algoritmo permite diminuir a polarização a valores aceitáveis.

A utilização de várias seqüências de dados na identificação de parâmetros permite, além de maior confiança sobre os valores estimados, corrigir falhas, tanto no processo de captura quanto de tratamento de sinais e identificação. Pelas simulações realizadas, foi possível observar a importância do projeto do sinal de entrada utilizado na identificação. Frequências presentes no sinal de entrada, a não ativação de não-linearidades e a permanência no ponto de operação desejado são pontos importantes no processo de aquisição de dados.

A seqüência de identificação e estabilização das dinâmicas, adotada na simulação, facilitou a estimação dos parâmetros, por tratar cada entrada e saída como desacoplada dos demais modos. Outras seqüências foram testadas e os parâmetros foram obtidos com maior dificuldade. Os controladores implementados nas simulações demonstram que é possível aplicar o modelo identificado em projeto de controle.

Foi implementada uma eletrônica embarcada para a aquisição de dados para a identificação dos parâmetros do Raptor-30. Foram integrados sensor de altitude (sonar), unidade de navegação inercial (IMU), comandos de servo-motores e sensor de posição (Barbantômetro). Foram implementados algoritmos de leitura e tratamento de sinais, sincronismo de dispositivos eletrônicos distribuídos e protocolos de comunicação entre outros, tudo baseado em microcontroladores de 8 *bits*. Após várias tentativas e correções de falhas, este sistema encontra-se preparado para realização de novos testes para aquisição de dados.

Em resumo, as principais contribuições deste trabalho são:

- Consolidação do modelo não-linear do helicóptero;
- Implementação do simulador a partir do modelo não-linear;
- Implementação de algoritmos de identificação;
- Implementação de eletrônica embarcada com a finalidade de capturar dados para a identificação da dinâmica da posição do helicóptero em escala.

Este trabalho possibilita a sua continuidade em diferentes trabalhos futuros, entre os quais podem ser citados:

- Realização de testes para aquisição de dados. Eles deverão ser analisados no que diz respeito à qualidade para utilização em algoritmos de identificação. Aplicação da seqüência de identificação e estabilização de dinâmicas propostas;
- Melhoria da instrumentação, instalando novos sensores de posição e orientação. Substituição da eletrônica embarcada desenvolvida por uma nova versão mais completa e compacta;
- Implementação de outros algoritmos e métodos de identificação;
- Projeto e implementação de controladores para o helicóptero. Aplicação na execução de tarefas.



# Apêndice A

## Descrição do Raptor-30

### A.1 Raptor-30



FIGURA A.1: Ilustração do Raptor-30.  
Fonte: [www.rcuniverse.com](http://www.rcuniverse.com).

Especificação <sup>1</sup>:

Fabricante: Thunder Tiger ®;

Geral:

- Classe de potência: Glow (.20 - .39);
- Classe: Helicóptero;
- Categoria: Acrobático - *Pod - Boom*;
- Nível de habilidade: Iniciante-Intermediário;

---

<sup>1</sup>Estas informações foram obtidas de:  
<[http://www.rcuniverse.com/product\\_guide/kitspecs.cfm?kit\\_id=327](http://www.rcuniverse.com/product_guide/kitspecs.cfm?kit_id=327)>, acesso em 14/05/2007,  
<<http://www.hobbypeople.net/gallery/887001.asp>>, acesso em 14/05/2007, e  
<[http://www.thundertiger.com/manual/1\\_5.html](http://www.thundertiger.com/manual/1_5.html)>, acesso em 14/05/2007

- Tipo de construção: Completa;

Dimensões:

- Diâmetro do rotor principal: 49,00[*polegadas*], 1245[*mm*];
- Diâmetro do rotor de cauda: 9,30[*polegadas*];
- Comprimento: 45,27[*polegadas*], 1150[*mm*];
- Peso: 6,60[*Lbs*], 3000[*g*];
- Largura total da fuselagem: 140[*mm*], 5,51[*polegadas*];
- Altura: 15,75[*polegadas*], 400[*mm*];
- Número mínimo de canais: 6;
- Número mínimo de servos: 5;
- Coletivo: padrão;
- Acionamento da cauda: correia;
- Razão de transmissão dos acionamentos: 1 : 9,56 : 4,57;

Controles padrão:

- Coletivo;
- Aceleração do rotor;
- Cíclico;
- Guinada;

Estrutura de suporte terrestre:

- Padrão: esquis.

## A.2 Regulador de velocidade

O regulador de velocidade de motor a combustão é o *GV-1*.

Especificação:

- Fabricante: Futaba®;
- Sistema de controle: Controle Digital Avançado;
- Velocidade de ativação: detecção automática por meio do sensor magnético;



FIGURA A.2: Governador e sensor de velocidade do motor.

- Resolução do controlador:  $0,1[Hz]$  ( $+6[rpm]$ : velocidade do motor);
- Precisão de estabilidade da velocidade: 1%;
- Tempo de resposta do controlador:  $20[ms]$ ;
- Faixa de controle de velocidade:  $1000 \approx 2100[rpm]$  (velocidade do rotor);
- Configuração de velocidade:
  - Entrada pelas chaves (10 passos);
  - Configuração pelo transmissor (1 passo);
- Visor: matriz de pontos de cristal líquido de 8 caracteres;
- Curva do misturador: 9 pontos configuráveis;
- Faixa de tensão de operação: DC  $3,8 \approx 6,0[V]$ ;
- Corrente de alimentação:  $40[mA]$  ( $4,8[V]$ , incluindo sensor);
- Dimensão:
  - $56,5 \times 30,5 \times 16[mm]$  (dispositivo);
  - $7,5 \times 10 \times 16[mm]$  (sensor);
- Peso:
  - $34[g]$  (dispositivo);
  - $4[g]$  (sensor).

## A.3 Gyro GY-401

Especificação:

- Fabricante: Futaba®;
- Modelo: Gyro GY401(HOB) / GY401-010;
- Código: FUTM0807.

É um gyro AVCS (*Angular Vector Control System*) de alto desempenho, compacto e de baixo peso, desenvolvido para modelos de helicóptero. Possui sensor e circuito de controle integrados, de fácil instalação. Utiliza sensor SMM, compatível com servomotores digitais, alteração remota de ganho e de modo de operação. <sup>2</sup>

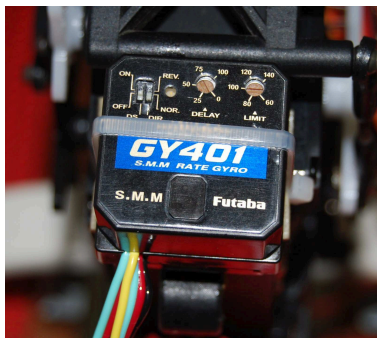


FIGURA A.3: Gyro GY401.

## A.4 Baterias LiPo

Especificação:

- Fabricante: GreatPlanes®;
- Modelo: ElectricFly POWER SERIES Lithium-Polymer Battery wired for balancing;
- Código: GPMP0612 (7,4[V]) / GPMP0613 (11,1[V]);
- Balanceado;
- Carga: 1500[mAh]; e
- Capacidade de descarga: 20C.

---

<sup>2</sup>Dados obtidos no manual que acompanha o dispositivo.



FIGURA A.4: Bateria de LiPo.

### A.4.1 Carregador de baterias LiPo

Especificação:

- Fabricante: GreatPlanes®;
- Modelo: TRITON 2;
- Código: GPMMP3153;
- Carregador, Descarregador;
- Tipos de baterias: NiCd, NiMH, LiPo, Li-Ion, Pb;
- Tensão de alimentação: 11,0 – 15,0[Vdc];
- Corrente de descarga: 0,1 – 3,0[A]; e
- Corrente de carga rápida: 0,1 – 7,0[A].



FIGURA A.5: Carregador de baterias de LiPo.

## A.4.2 Balanceador de baterias LiPo

Especificação:

- Fabricante: GreatPlanes®;
- Modelo: Equinox LiPo Cell Balancer;
- Código: GPMM3160;
- Balanceador;
- Opera apenas com carregadores e descarregadores LiPo;
- Operação baseada na tensão nominal de 3,7[V] por célula;
- Pacotes de 2 a 5 células em série;
- Corte de descarga em balanceamento rápido: 2,75[V];
- Corte de descarga em modo de interface: 3,0[V];
- Balanceamento rápido: 120[mA];
- Modo de interface: 3[A]; e
- Proteção de sobrecarga: 7,5[A].



FIGURA A.6: Balanceador de baterias de LiPo.

## A.5 Rádio controle

Transmissor:

- Modelo: X9303 2.4;
- Fabricante: JR®;
- Tecnologia de enlace de rádio Spektrum 2.4GHz DSM® totalmente integrado;
- 9 canais;
- Latência significativamente reduzida;
- Três modos de programação: aviões, helicópteros e planadores;
- Tecnologia DualLink™ patenteada;
- ModelMatch™;
- ServoSync™;
- Seletor de entrada rotativo;
- 3+1 trims digitais;
- Memória para 30 modelos;
- Tipo de modulação: protocolo Direct Sequence Spread Spectrum DSM2/DSM1;
- Band: 2,4 a 2,483[GHz];
- Capacidade do espectro: 40 sistemas simultâneos;
- Corrente do transmissor: 180[mA]/DSM2, 280[mA]/DSM1; e
- Resolução: 2048 com o receptor R921.

#### Receptor:

- Modelo: R921;
- Fabricante: JR®;
- Número de canais: 9;
- Modulação: DSM2;
- Banda: 2,4 a 2,4835[GHz];
- Dimensões (CxLxA): 0,35 × 2,06 × 0,55[polegadas];

- Peso:
  - Principal: 15[g]
  - Remoto: 3[g];
- Corrente: 70[mA];
- Tensão: 3,5 a 9,6[V];
- 9 canais;
- 2 receptores internos;
- 1 ou 2 (opcionais) receptores remotos;
- Tecnologia multi-link patenteada;
- Dois tipos de segurança contra falhas: *SmartSafe* e *Preprogrammed fail-safe*;
- e
- Compatível com registrador de vôo.



FIGURA A.7: Rádio transmissor 2.4GHz.

## A.6 Servomotores

Modelo: S9202





FIGURA A.8: Rádio receptor 2.4GHz.

- Comando: pedal;
- Fabricante: Futaba®;
- Sem núcleo, rolamento;
- Sistema de controle: controle por largura de pulso, neutro em 1.52[ms];
- Alimentação: 4,8[V] (do receptor);
- Torque de saída: 69,5[oz – in], 5,0[kg – cm];
- Velocidade de operação: 0,22[sec/60°];
- Dimensões: 1,59 × 0,79 × 1,40[pol], 40,4 × 19,8 × 36[mm]; e
- Peso: 1,7[oz], 48,2[g].

Modelo: DS821

- Comandos: coletivo, longitudinal, lateral e velocidade do rotor;
- Fabricante: JR®;
- Rolamento;
- Alimentação: 4,8[V];
- Torque de saída: 72[oz – in], 5,18[kg – cm];
- Velocidade de operação: 0,19[sec/60°];
- Dimensões: 1,47 × 0,74 × 1,50[polegadas], 37,34 × 18,8 × 38,09[mm]; e
- Peso: 1.5[oz], 42,53[g].



FIGURA A.9: Servomotor JR DS821.

# Apêndice B

## Barbantômetro

### B.1 Barbantômetro

Este é um sistema para medida de posição baseado em um mecanismo *taut-wire*. A idéia principal é manter um fio esticado entre o ponto da medida da posição e o referencial inercial. Para tanto, existe no dispositivo um mecanismo de controle de tração no fio e um outro para medir e calcular a posição do ponto distante.

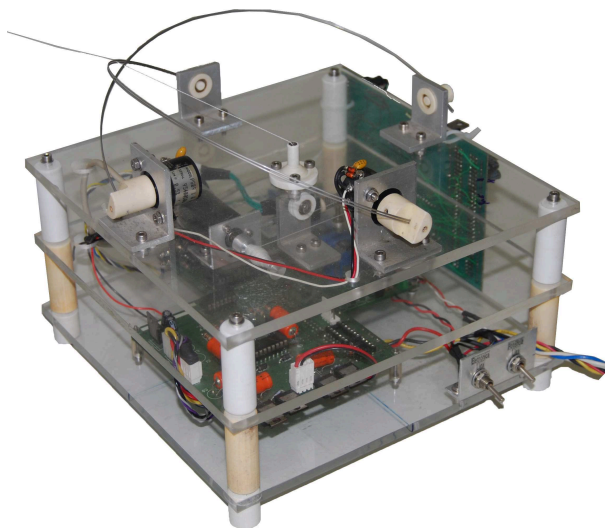


FIGURA B.1: Barbantômetro.

A figura B.2 ilustra a arquitetura de funcionamento do Barbantômetro. São utilizados dois microcontroladores ATmega32. O primeiro é responsável pelo controle de tração no fio, que faz interface com o driver do motor DC e um sensor de força. O segundo é responsável pela leitura dos ângulos e do comprimento do fio, faz interface

com dois potenciômetros de precisão e um encoder ótico.

O protocolo de comunicação para configuração e obtenção das leituras do dispositivo está definido em Carneiro (2008). Para atender ao requisito de sincronismo na captura dos dados, considerando que esta captura é realizada em microcontroladores localizados em pontos remotos, foi implementada uma modificação. Foi inserida uma interface para enviar e receber pulsos de sincronismo. Nesta interface é instalado um emissor infravermelho, cujo receptor correspondente encontra-se embarcado no helicóptero. Estes dispositivos são apresentados na seção C.5, do Apêndice C.

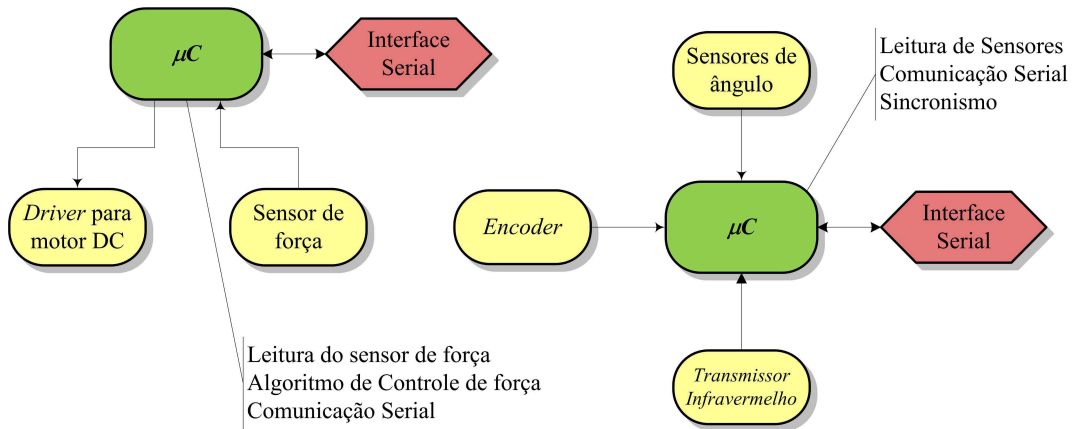


FIGURA B.2: Diagrama de arquitetura do Barbantômetro, incluindo a interface de sincronismo com dispositivo remoto.

Fonte: Carneiro (2008).

Os potenciômetros são utilizados para medir os ângulos,  $\alpha$  e  $\beta$ , e o encoder para medir o raio,  $r$ . A posição em relação ao sistema de coordenadas inercial do Barbantômetro,  $x$ ,  $y$  e  $z$ , é calculada pelas equações:

$$z = \sqrt{\frac{r^2}{(\tan \beta^2 + \tan \alpha^2 + 1)}},$$

$$x = z \cdot \tan \alpha, e$$

$$y = z \cdot \tan \beta.$$

# Apêndice C

## Eletrônica embarcada

Para a identificação dos parâmetros do modelo linear do helicóptero é necessário adquirir dados referentes aos sinais de entrada (comandos) e saída (sensores). Foram definidos como entrada os comandos realizados pelo piloto: os controles de coletivo, lateral e longitudinal. E como saídas, foram escolhidas a orientação, a posição e a altitude.

Foram instalados, além do equipamento comercial adquirido (Apêndice A), um sonar para medir altitude (SRF05) e uma unidade de medida inercial (MicroStrain®3DM-G). Foram desenvolvidos circuitos microcontrolados para aquisição e comunicação com o computador, os quais estão descritos no manual de projeto, (Santos et al., 2007).

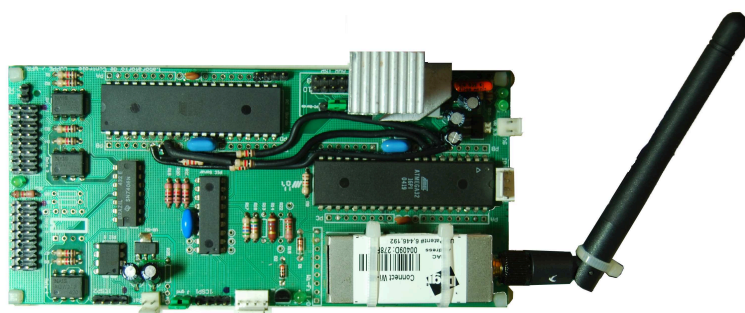


FIGURA C.1: Eletrônica Embarcada

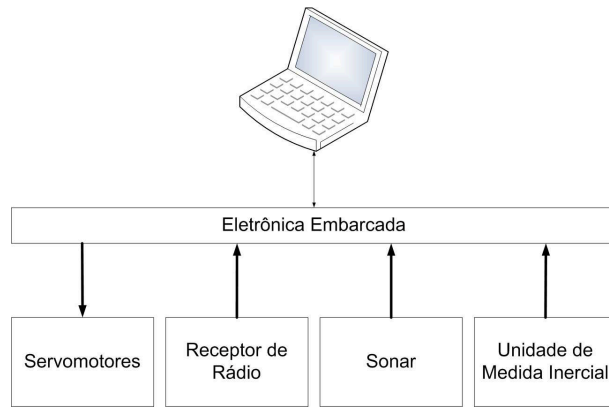


FIGURA C.2: Diagrama da arquitetura da Eletrônica Embarcada.

## C.1 Projeto da eletrônica embarcada

A figura C.2 ilustra as necessidades do projeto da eletrônica embarcada. As especificações relacionadas são:

- Capturar comandos do piloto (coletivo, lateral e longitudinal);
- Capturar dados do sensor piezoelétrico de distância (sonar);
- Capturar dados da unidade inercial (IMU);
- Implementar o *zero order hold* (ZOH, ou retenção de ordem zero);
- Circuito de chaveamento de segurança, controlado pelo piloto;
- Comandar três servomotores; e
- Sincronismo de captura com o Barbantômetro.

Na execução desta eletrônica foram utilizados:

- Um microcontrolador ATmega32 para protocolo de comunicação e temporização;
- Um microcontrolador ATmega32 para leitura de três comandos do rádio receptor, comando de três servomotores e concentração das informações dos sensores;
- Um microcontrolador ATmega32 para leitura da unidade inercial IMU;
- Um microcontrolador PIC16F628A para leitura de sonar;
- Um microcontrolador PIC12F683 para chaveamento de segurança;

- Link de comunicação sem fio, *IEEE 802.11b*; e
- Link de comunicação infravermelho para sincronismo com o Barbantômetro.

Foram desenvolvidos:

- Firmwares para os microcontroladores ATmega32's e PIC's;
- Protocolo de comunicação entre os microcontroladores; e
- Protocolo de comunicação entre a eletrônica embarcada e o computador.

## C.2 Sonar

Para medir a altitude do helicóptero, foi instalado um módulo sonar SRF05 (figura C.3), fabricado pela Devantech Ltd. (Robot Electronics). Os principais dados técnicos são:

- Modelo: SRF05;
- Intervalo - 1 [cm] a 4 [m];
- Alimentação - 5 [V], 4 [mA];
- Frequência - 40 [kHz];
- Dimensões - 43 × 20 × 17[mm];
- Dois modos de operação disponíveis, utilizando um ou dois pinos;
- Entrada de disparo de 10 [μs], nível TTL; e
- Pulso de eco tem nível TTL positivo, com comprimento proporcional à distância do objeto.

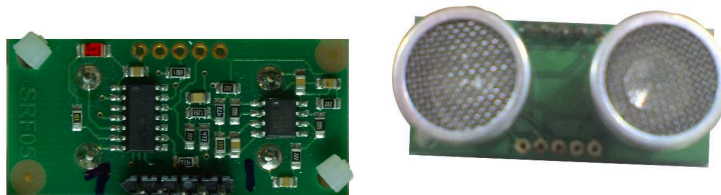


FIGURA C.3: Sonar SFR-05.

### C.3 Unidade de medida inercial

Foi instalada a unidade de medição inercial 3DM-G, figura C.4(a), fabricada pela MicroStrain® (MicroStrain Inc., 2003). Foi incluído um microcontrolador ATmega32 para realizar a leitura dos dados do sensor inercial através de interface serial *RS232* e transmiti-las através de interface *I<sup>2</sup>C*, figura C.4(b), devido às limitações do microcontrolador de leitura.

As principais características do dispositivo são:

- Intervalo da velocidade angular:  $\pm 300 [^{\circ}/s]$  (máximo);
- Resolução do conversor A/D: 12 [bits];
- Controle digital em malha fechada: 0 a 50 [Hz];
- Intervalo de orientação:  $360 [^{\circ}]$ , todos os eixos, nos modos de matriz de rotação ou quatérnio;
- Resolução do ângulo de orientação:  $< 0,1 [^{\circ}]$ ;
- Erro devido a temperatura, eixo simples:  $0,025\% [^{\circ}C^{-1}]$ ;
- Não-linearidade: 0,23%;
- Repetitividade:  $0,10 [^{\circ}]$ ;
- Acurácia:  $\pm 5 [^{\circ}]$  típico, para uma orientação angular arbitrária;
- Modos de saída: matriz, quatérnio ou a leitura do sensor;
- Intervalo dos sensores:



- Giros:  $\pm 300[^\circ/s]$  (escala completa);
- Acelerômetros:  $\pm 2[G]$  (escala completa);
- Magnetômetros:  $\pm 1[Gauss]$  (escala completa);
- Saída digital: RS-232;
- Frequência de saída de dados:  $100[Hz]$  (RS-232);
- Taxa de transferência da comunicação serial:
  - 19200;
  - 38400;
  - 115200;
- Tensão de alimentação:
  - Mínimo:  $5,2[Vdc]$ ;
  - Máximo:  $12[Vdc]$ ;
- Consumo de corrente:  $90[mA]$ ;
- Conector: *One keyed LEMO* para RS-232;
- Peso:
  - $40[g]$  com caixa;
  - $18[g]$  sem caixa.

## C.4 Link de comunicação sem fio 802.11b

É utilizado o componente Digi Connect Wi-ME<sup>®</sup> para realizar a conversão entre RS232 e Telnet. Este componente é microprocessado e possui uma interface gráfica, figura C.5, na qual são configurados os parâmetros da comunicação, de acordo com a tabela C.1.

TABELA C.1: Parâmetros de configuração do enlace de comunicação sem fio, padrão 802.11b.

Configurações de interface 802.11b	
SSID	GSCAR
Canal	qualquer
IP	192.168.2.3
Máscara de rede	255.255.255.0
Gateway	192.168.2.1
DNS	146.164.53.202
Modo de conexão	Ad-hoc ou Roteador
Modo de operação	Servidor
Autenticação	Aberta e Chave Compartilhada
Encriptação	WEP
Hostname	AVR01
Porta Telnet	2001
Configurações da interface serial	
Número de bits	8
Bit de paridade	N
Bit de parada	1
Taxa de transferência	9600

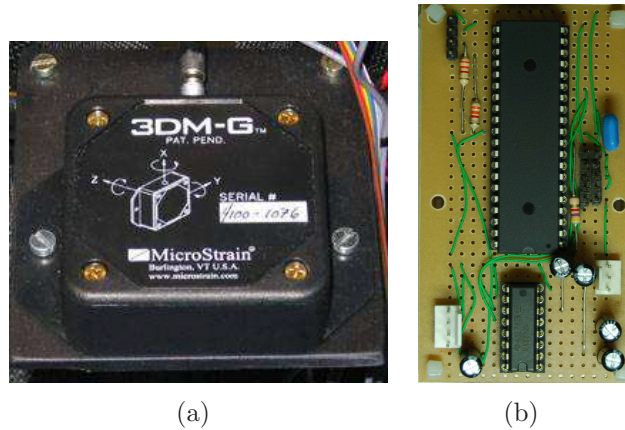


FIGURA C.4: MicroStrain®3DM-G (a) e Placa de leitura da IMU (b).

## C.5 Link de comunicação infravermelho

A captura de dados para identificação de modelo matemático requer que todos os sinais em análise sejam capturados no mesmo instante de tempo. Dada a existência de dois sistemas eletrônicos distintos, que trocam informações por meio de canais de comunicação com latências e tempo de propagação diferentes, faz-se necessário utilizar uma forma de sincronismo para esse arranjo distribuído.

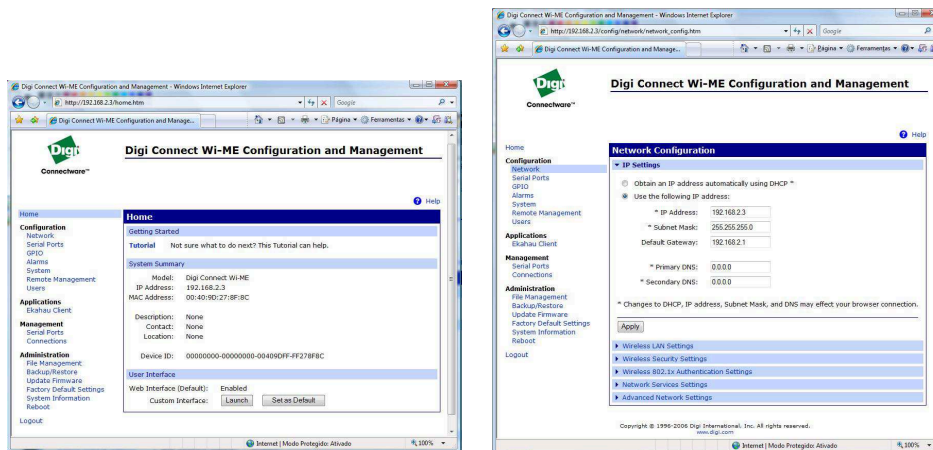
Foi projetado um par Transmissor/Receptor de infravermelho para trabalhar a uma distância de 5 metros, considerando que a distância de operação desejada é de aproximadamente 3 metros. Este conjunto opera apenas com a transmissão de pulsos de sincronismo (níveis lógicos).

### C.5.1 Transmissor

A figura C.6 (a) mostra a placa do emissor de infravermelho implementada para este projeto. É constituída por LEDs emissores de infravermelho e circuito de modulação, na frequência de 40kHz.

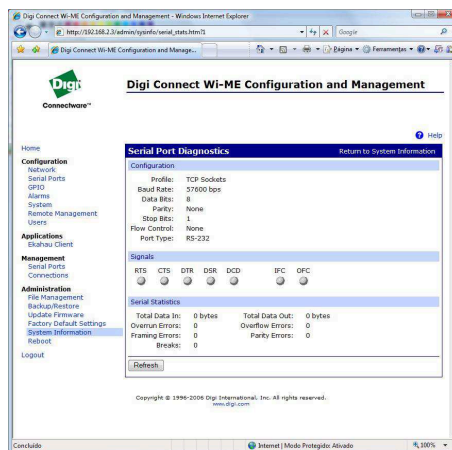
### C.5.2 Receptor

A figura C.6 (b e c) mostra a placa do receptor de infravermelho implementada para este projeto. É constituída por receptores de infravermelho e filtros, configurados para operar na frequência de 40kHz.



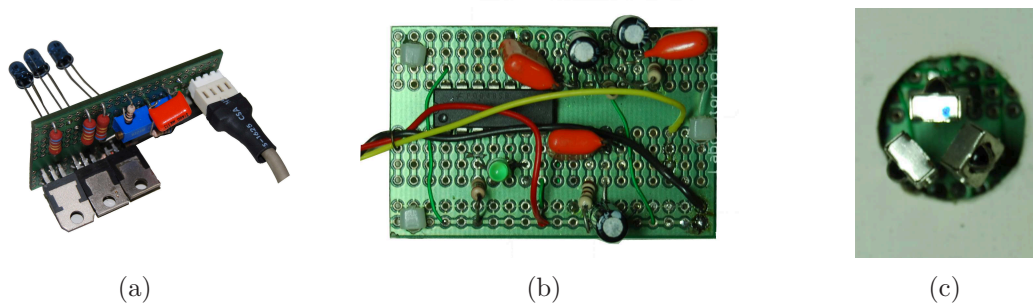
(a)

(b)



(c)

FIGURA C.5: Interface de configuração do Digi Connect Wi-ME®.



(a)

(b)

(c)

FIGURA C.6: Receptor de infravermelho.

# Apêndice D

## Ordem das funções de transferência do modelo linear

TABELA D.1: Funções de transferência do modelo linear, desprezando a dinâmica da barra estabilizadora (Bell-Hiller).

$G_{\psi,ped}$	$u_{ped} \rightarrow r \rightarrow \psi$	2 <sup>a</sup> ordem
$G_{z,col}$	$u_{col} \rightarrow w \rightarrow z$	2 <sup>a</sup> ordem
$G_{y,lat}$	$u_{lat} \rightarrow p \rightarrow \phi \rightarrow v \rightarrow y$	4 <sup>a</sup> ordem
$G_{x,lon}$	$u_{lon} \rightarrow q \rightarrow \theta \rightarrow u \rightarrow x$	4 <sup>a</sup> ordem

TABELA D.2: Funções de transferência dos acoplamentos existentes no modelo linear, desprezando a dinâmica da barra estabilizadora (Bell-Hiller).

$G_{\psi,col}$	$u_{col} \rightarrow r \rightarrow \psi$	2 <sup>a</sup> ordem
$G_{x,lat}$	$u_{lat} \rightarrow q \rightarrow \theta \rightarrow u \rightarrow x$	4 <sup>a</sup> ordem
$G_{y,lon}$	$u_{lon} \rightarrow p \rightarrow \phi \rightarrow v \rightarrow y$	4 <sup>a</sup> ordem

TABELA D.3: Ordem de relação entre os estados do modelo linear.

Saída	Entrada	Ordem	Considerações
$r$	$u_{ped}$	1	
$\psi$	$r$	1	
$w$	$u_{col}$	1	Manter $\psi$ constante.
$z$	$z$	1	Manter $\psi$ constante.
$p$	$u_{lat}$	1	Manter $\psi$ constante.
$q$	$u_{lon}$	1	Manter $\psi$ constante.
$\phi$	$p$	1	Manter $\psi$ constante.
$\theta$	$q$	1	Manter $\psi$ constante.
$u$	$\theta$	1	Manter $\psi$ constante.
$v$	$\phi$	1	Manter $\psi$ constante.
$x$	$u$	1	Manter $\psi$ constante.
$y$	$v$	1	Manter $\psi$ constante.

TABELA D.4: Ordem de relação entre os estados, considerando o sistema estendido pela dinâmica da barra estabilizadora.

Saída	Entrada	Ordem	Considerações
$a$	$u_{lat}$	2	Manter $\psi$ constante.
$b$	$u_{lon}$	2	Manter $\psi$ constante.
$p$	$a$	1	Manter $\psi$ constante.
$q$	$b$	1	Manter $\psi$ constante.

TABELA D.5: Funções de transferência do modelo linear, considerando a dinâmica do estabilizador Bell-Hiller.

$G_{\psi,ped}$	$u_{ped} \rightarrow r \rightarrow \psi$	2 <sup>a</sup> ordem
$G_{z,col}$	$u_{col} \rightarrow w \rightarrow z$	2 <sup>a</sup> ordem
$G_{y,lat}$	$u_{lat} \rightarrow a \rightarrow p \rightarrow \phi \rightarrow v \rightarrow y$	6 <sup>a</sup> ordem
$G_{x,lon}$	$u_{lon} \rightarrow b \rightarrow q \rightarrow \theta \rightarrow u \rightarrow x$	6 <sup>a</sup> ordem

TABELA D.6: Funções de transferência dos acoplamentos do modelo linear, considerando a dinâmica do estabilizador Bell-Hiller.

$G_{\psi,ped}$	$u_{ped} \rightarrow r \rightarrow \psi$	2 <sup>a</sup> ordem
$G_{\psi,col}$	$u_{col} \rightarrow r \rightarrow \psi$	2 <sup>a</sup> . ordem
$G_{x,lat}$	$u_{lat} \rightarrow b \rightarrow q \rightarrow \theta \rightarrow u \rightarrow x$	6 <sup>a</sup> . ordem
$G_{y,lon}$	$u_{lon} \rightarrow a \rightarrow p \rightarrow \phi \rightarrow v \rightarrow y$	6 <sup>a</sup> . ordem

# Apêndice E

## Aplicativo do PC

Foi desenvolvida uma interface simples para comunicação com o Helicóptero e o Barbantômetro, que permite configurar os parâmetros da aquisição dos dados, receber estes dados e gerar arquivos em formato compatível com o Matlab®. As principais características do aplicativo são (Santos et al., 2008):

- Comunicação serial com o Barbantômetro;
  - Modo Master: envia comandos;
  - Modo Slave: recebe e armazena pacote de dados;
- Comunicação Socket/Telnet com a Eletrônica Embarcada;
  - Modo Master: envia comandos;
  - Modo Slave: recebe e armazena pacote de dados;
- Protocolos de comunicação:
  - Comunicação com o Helicóptero definido em Santos et al. (2007);
  - Comunicação com o Barbantômetro definido em Carneiro (2008);
- Gerar e nomear automaticamente arquivo contendo os dados, em formato para importação no Matlab®; e
- Identificação visual do status de operação do sistema.



A figura E.1 mostra a apresentação da interface gráfica do aplicativo. Sua operação básica, descrita em detalhes no manual Santos et al. (2008), consiste em:

1. Configurar as portas de comunicação serial e socket;
2. Conectar;
3. Configurar os parâmetros da captura;
4. Conferir os parâmetros configurados;
5. Enviar comando para sincronizar a eletrônica e aguardar mensagem de confirmação; e
6. Enviar comando para iniciar captura de dados e gravá-los em arquivo.

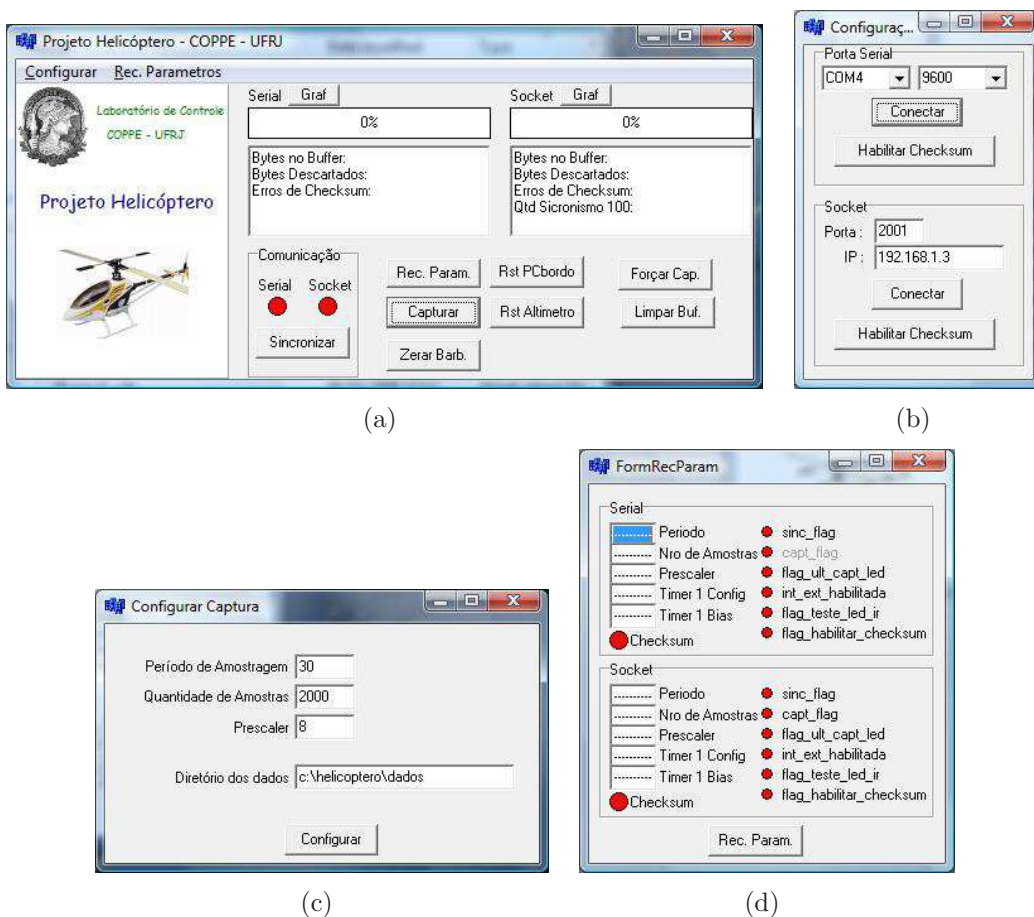


FIGURA E.1: Imagens da interface gráfica.

# Apêndice F

## Funções Matlab® para identificação

Além das funções das *Toolboxes* do Matlab®, foram implementadas funções para os algoritmos de identificação utilizados.

### F.1 Mínimos Quadrados

*function*  $[B,A] = \text{fps\_ls}(u,y,m,n)$

Implementa o algoritmo da seção 4.2.1.

- Dados de entrada:
  - vetor  $u$  contendo a seqüência do sinal de entrada;
  - vetor  $y$  contendo a seqüência do sinal de saída;
  - escalar  $m$ , a ordem do polinômio do numerador do modelo identificado;
  - escalar  $n$ , a ordem do polinômio do denominador do modelo identificado.
- Dados de saída:
  - vetor  $B$  contendo as parcelas do polinômio  $B(q)$ ;
  - vetor  $A$  contendo as parcelas do polinômio  $A(q)$ .

## F.2 Steiglitz-McBride

*function*  $[B,A] = \text{fps\_Steiglitz\_McBride}(u,y,m,n,niter)$

Implementa o algoritmo da seção 4.2.2.

- Dados de entrada:
  - vetor  $u$  contendo a seqüência do sinal de entrada;
  - vetor  $y$  contendo a seqüência do sinal de saída;
  - escalar  $m$ , a ordem do polinômio do numerador do modelo identificado;
  - escalar  $n$ , a ordem do polinômio do denominador do modelo identificado;
  - escalar  $niter$ , o número máximo de iterações desejado.
- Dados de saída:
  - vetor  $B$  contendo as parcelas do polinômio  $B(q)$ ;
  - vetor  $A$  contendo as parcelas do polinômio  $A(q)$ .

## F.3 Método de Erro de Saída

*function*  $[B,A] = \text{fps\_output\_error\_method}(u,y,m,n,xo)$

Implementa o algoritmo da seção 4.2.3.

- Dados de entrada:
  - vetor  $u$  contendo a seqüência do sinal de entrada;
  - vetor  $y$  contendo a seqüência do sinal de saída;
  - escalar  $m$ , a ordem do polinômio do numerador do modelo identificado;
  - escalar  $n$ , a ordem do polinômio do denominador do modelo identificado;
  - escalar  $xo$ , valor inicial de estimativa dos parâmetros,  $xo = [B \quad A]$ .
- Dados de saída:
  - vetor  $B$  contendo as parcelas do polinômio  $B(q)$ ;
  - vetor  $A$  contendo as parcelas do polinômio  $A(q)$ .

## F.4 Mínimos Quadrados Generalizados

*function*  $[B,A] = \text{fps\_lsg}(u,y,m,n,nd,ni)$

Implementa o algoritmo da seção 4.2.4.1.

- Dados de entrada:
  - vetor  $u$  contendo a seqüência do sinal de entrada;
  - vetor  $y$  contendo a seqüência do sinal de saída;
  - escalar  $m$ , a ordem do polinômio do numerador do modelo identificado;
  - escalar  $n$ , a ordem do polinômio do denominador do modelo identificado;
  - escalar  $nd$ , ordem do polinômio do erro;
  - escalar  $ni$ , número máximo de iteração desejado.
- Dados de saída:
  - vetor  $B$  contendo as parcelas do polinômio  $B(q)$ ;
  - vetor  $A$  contendo as parcelas do polinômio  $A(q)$ .

## F.5 Otimização

*function*  $[B,A,C] = \text{fps\_optim\_naolinear}(u,y,m,n)$

Implementa o algoritmo da seção 6.4.

- Dados de entrada:
  - vetor  $u$  contendo a seqüência do sinal de entrada;
  - vetor  $y$  contendo a seqüência do sinal de saída;
  - escalar  $m$ , a ordem do polinômio do numerador do modelo identificado;
  - escalar  $n$ , a ordem do polinômio do denominador do modelo identificado.
- Dados de saída:
  - vetor  $B$  contendo as parcelas do polinômio  $B(q)$ ;
  - vetor  $A$  contendo as parcelas do polinômio  $A(q)$ ;
  - escalar  $C$ , nível médio constante da função.

## F.6 Função de coerência

*function* [Cxy,F] = *fps\_coerencia*(u,y,h>window)

Utiliza a função *mcohere*.

- Dados de entrada:
  - vetor  $u$  contendo a seqüência do sinal de entrada;
  - vetor  $y$  contendo a seqüência do sinal de saída;
  - escalar  $h$ , intervalo de amostragem;
  - escalar  $window$ , janela de cálculo da função de coerência.
- Dados de saída:
  - vetor  $Cxy$ , é a função de coerência  $\gamma$ , equação (G.16);
  - vetor  $F$ , contém as freqüências relativas ao vetor  $Cxy$ .

## F.7 Persistência de excitação

*function* R = *fps\_persistencia\_excitacao*(u)

Monta a matriz (4.24) para análise de persistência do sinal  $u$ .

- Dados de entrada:
  - vetor  $u$  contendo a seqüência do sinal.
- Dados de saída:
  - matriz  $R$ .

## F.8 Rodar identificação

*function* runIDENT(options)

Carrega a estrutura de opções, carrega os sinais e processa em lote um grupo de seqüência preparadas para identificação. Organiza os resultados, plota gráficos e monta tabelas.

nome .....: nome de arquivo para salvar os dados processados.  
 arquivos .....: lista de arquivos fonte dos dados das seqüências a serem processadas.  
 tstnr .....: identificação do teste realizado, utilizado para nomear os arquivos e tabelas gerados.  
 u .....: expressão que indica o nome da variável com a seqüência do sinal de entrada.  
 y .....: expressão que indica o nome da variável com a seqüência do sinal de saída.  
 ordem .....: ordem do modelo a ser identificado.  
 mean .....: valor médio a ser subtraído do sinal de entrada.  
 filtro .....: configuração do pós-filtro.  
     ordem : ordem do filtro *butter*.  
     PA : freqüência de passa alta.  
     PB : freqüência de passa baixa.  
 ls .....: habilitar a utilização do algoritmo de mínimos quadrados.  
 oem .....: habilitar a utilização do algoritmo de método de erro de saída.  
 sm .....: habilitar a utilização do algoritmo de Steiglitz-McBride.  
 lsg .....: habilitar a utilização do algoritmo de mínimos quadrados generalizado.  
 Bi .....: vetor com parâmetros do numerador definidos para simulação.  
 Ai .....: vetor com parâmetros do denominador definidos para simulação.  
 rodarplot .....: habilita função para gerar gráficos.  
 versao .....: data e hora em que foi gerado o arquivo.  
 thisfilename ..: nome deste arquivo.  
 runident .....: habilita processamento da identificação.

## F.9 Interface para identificação

*function interfaceIDENT*

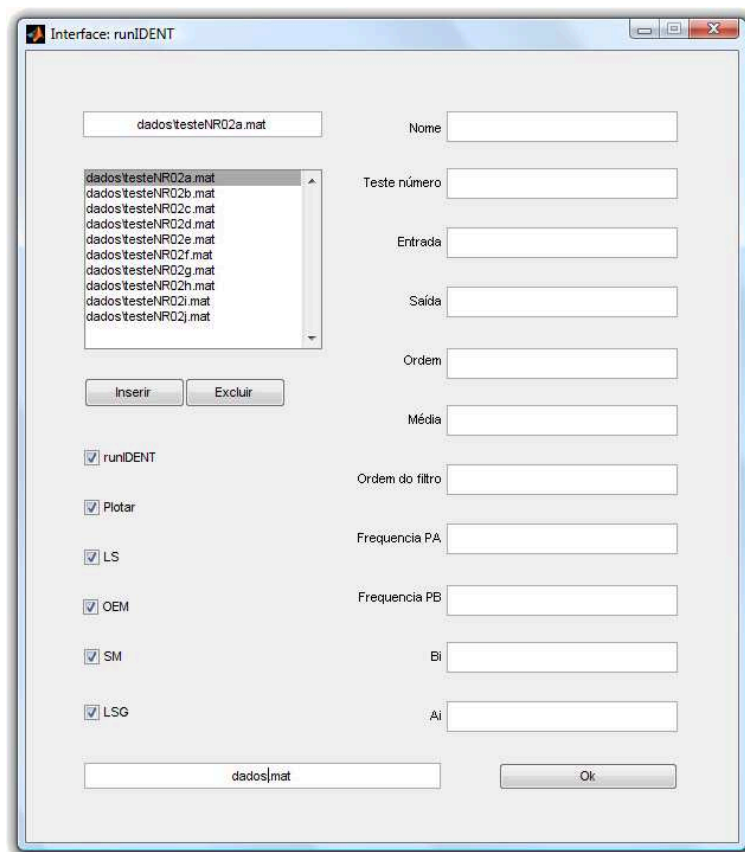


FIGURA F.1: Imagens da interface gráfica.

# Apêndice G

## Conceitos preliminares

Neste Apêndice são apresentados conceitos comumente utilizados pelos diversos algoritmos de identificação.

Os métodos de identificação utilizam-se de ferramentas de análise estatística de sinais, assim como análise e processamento de sinais no domínio da frequência e do tempo.

A DFT (Discrete Fourier Transform) é muito utilizada, pois permite visualizar as características do sinal amostrado no domínio da frequência. Outros resultados como a densidade do espectro de frequência, o teorema de Parseval e o teorema da amostragem também são apresentados (Diniz et al., 2004, Lathi, 2007, Chen, 2004). Ferramentas estatísticas como funções de correlação e de coerência também são analisadas (Aguirre, 2000, Tischler & Remple, 2006, Zhu, 2001).

### G.1 Transformada discreta de Fourier (DFT)

Conforme menciona Chen (2004), a descrição de um sinal no domínio do tempo e no domínio da frequência são equivalentes, no sentido de que ambas contêm exatamente a mesma informação e que podem ser obtidas uma a partir da outra.

**Definição G.1.1** (Diniz et al., 2004, p. 89) *As transformadas de Fourier direta e*



inversa para uma seqüência  $x(k)$  são formalmente definidas, respectivamente, como

$$X(e^{j\omega}) = \mathcal{F}\{x(k)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)e^{-j\omega kh}, \quad (\text{G.1})$$

$$x(k) = \mathcal{F}^{-1}\{X(e^{j\omega})\} = \frac{h}{2\pi} \int_{-\pi/h}^{\pi/h} X(e^{j\omega})e^{j\omega kh} d\omega. \quad (\text{G.2})$$

onde  $\omega$  é a variável utilizada para freqüência, medida em radianos por segundo [rad/s].

A função  $X(e^{j\omega})$  é periódica com período  $2\pi/h$ , i.e.,

$$X(e^{j\omega}) = X(e^{j(\omega+2\pi kh)}), \forall k \in \mathbb{Z}, \quad (\text{G.3})$$

e portanto só precisa ser especificada nesta faixa de  $2\pi/h$ , como por exemplo  $\omega \in [-\pi/h, \pi/h)$ .

A transformada discreta de Fourier (DFT) calcula  $X(e^{j\omega})$  em freqüências discretas  $\omega_m$  a partir de uma seqüência de dados finita de tamanho  $N$  (Tischler & Remple, 2006, Chen, 2004)

$$X(e^{j\omega_m}) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)e^{-j2km\pi/N}, \quad (\text{G.4})$$

em que

- $X(e^{j\omega_m})$  : coeficientes de Fourier, para  $m = 1, 2, \dots, N - 1$ ;
- $x(k)$  : seqüência de dados, para  $k = 1, 2, \dots, N - 1$ ; e
- $N$  : número de pontos discretos da freqüência.

## G.2 Espectro de freqüência

**Definição G.2.1** (Lathi, 2007, p. 740) *Em geral, os coeficientes da transformada discreta de Fourier são complexos e podem ser representados na forma polar,*

$$X(e^{j\omega}) = |X(e^{j\omega})|e^{j\angle X(e^{j\omega})}. \quad (\text{G.5})$$

O gráfico de  $|X(e^{j\omega})|$  em função de  $\omega$  é denominado espectro de amplitude e o de  $\angle X(e^{j\omega})$  em função de  $\omega$  é chamado de espectro de ângulo (ou fase). Estes dois gráficos juntos formam o espectro de frequência de  $x(k)$ .

### G.3 Teorema de Parseval

**Teorema G.3.1** (Chen, 2004) *Matematicamente, a energia de sinais discretos pode ser definida como*

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)x^*(k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x(k)|^2 \quad (\text{G.6})$$

onde  $x^*(k)$  é o complexo conjugado de  $x(k)$ . Usando (G.2), obtém-se

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \left( \frac{h}{2\pi} \int_{-\pi/h}^{\pi/h} X^*(e^{j\omega}) e^{-j\omega kh} d\omega \right) \quad (\text{G.7})$$

$$= \frac{h}{2\pi} \int_{-\pi/h}^{\pi/h} X^*(e^{j\omega}) \left( \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) e^{-j\omega kh} \right) d\omega . \quad (\text{G.8})$$

Utilizando (G.1),

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x(k)|^2 = \frac{h}{2\pi} \int_{-\pi/h}^{\pi/h} X^*(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) d\omega = \frac{h}{2\pi} \int_{-\pi/h}^{\pi/h} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (\text{G.9})$$

### G.4 Densidade espectral

**Definição G.4.1** (Ljung & Glad, 1994, p. 64) *Para a seqüência  $x(k)$  com espectro de frequência definido na seção G.2 e energia definido na seção G.3, o espectro de energia é definido pela função*

$$\Phi(\omega) = \|X(e^{j\omega})\|^2 , \quad (\text{G.10})$$

sendo a densidade espectral  $D(\omega)$  definida sobre um intervalo limitado  $[\omega_1; \omega_2]$ ,

$$D(\omega) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \Phi(\omega) d\omega , \quad (\text{G.11})$$

que representa a distribuição da energia pelas frequências.

### G.4.1 Auto-espectro e espectro cruzado

**Definição G.4.2** (Ljung & Glad, 1994, p. 66) O espectro calculado pela equação (G.10) é o auto-espectro. Pode ser obtido a partir de

$$\Phi_{xx}(\omega) = X(e^{j\omega})X^*(e^{j\omega}) . \quad (\text{G.12})$$

**Definição G.4.3** (Ljung & Glad, 1994, p. 67) O espectro cruzado é definido por

$$\Phi_{xy}(\omega) = X(e^{j\omega})Y^*(e^{j\omega}) , \quad (\text{G.13})$$

em que a transformada de Fourier da seqüência  $x(k)$  é multiplicada pelo conjugado da transformada de Fourier da seqüência  $y(k)$ .

Quando o espectro cruzado é nulo,  $\Phi_{xy}(\omega) = 0$ , diz-se que os sinais  $x$  e  $y$  não estão correlacionados.

## G.5 Teorema da amostragem

Seja  $h$  o intervalo de amostragem de um sinal contínuo e  $\omega_s = \frac{2\pi}{h}$  a correspondente frequência de amostragem, enuncia-se o seguinte teorema.

**Teorema G.5.1** (Diniz et al., 2004, p. 44) Se um sinal contínuo  $x_a(t)$  tem banda limitada, isto é, sua transformada de Fourier é tal que  $X_a(j\omega) = 0$  para  $\|\omega\| > \omega_c$ , então  $x_a(t)$  pode ser completamente recuperado a partir da seqüência de amostras  $x(k) = x_a(kh)$  se, e somente se, a frequência de amostragem  $\omega_s$  satisfaz  $\omega_s > 2\omega_c$ .

## G.6 Funções de correlação

Em métodos estocásticos de identificação, um conceito muito utilizado é o de *função de correlação*, também denominada *função de covariância* (Aguirre, 2000, p. 159). Ela também é empregada no projeto e análise de sinais de entrada, utilizados nos processos

de identificação, e nos sinais de ruído, para determinar se o ruído é aleatório e de média nula (ruído branco).

A função de correlação entre dois sinais é uma medida da dependência temporal entre eles. Se tais sinais forem independentes no tempo, a função de correlação cruzada será pequena para todos os valores de atraso  $\tau$ , e diz-se que os sinais não são correlacionados. Em outras palavras, a função de correlação é uma medida de quanto os sinais estão relacionados entre si para diferentes valores de atraso  $\tau$  (Aguirre, 2000, p. 160).

A função de correlação cruzada entre sinais contínuos no tempo  $u(t)$  e  $y(t)$  é calculada como

$$r_{uy}(\tau, t) = \mathbf{E} [u(t)y(t + \tau)] ,$$

sendo que para processos considerados ergódicos (Ljung, 1999, p. 43), a esperança matemática  $\mathbf{E}$  pode ser substituída pela média temporal,

$$r_{uy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t)y(t + \tau) dt ,$$

no qual o processo também é considerado estacionário para eliminar a dependência do tempo (Aguirre, 2000, p. 158). No caso discreto,  $u(k)$  e  $y(k)$ , a função de correlação cruzada torna-se

$$r_{uy}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{i=-N}^N u(i)y(i + k) . \quad (\text{G.14})$$

A função de autocorrelação de um sinal  $u(k)$  pode ser calculada por

$$r_{uu}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{i=-N}^N u(i)u(i + k) . \quad (\text{G.15})$$

## G.7 Coerência

A função de coerência (FC,  $\gamma^2(\omega)$ ) fornece uma boa estimativa da energia do sinal de saída devido à energia do sinal de entrada do sistema, em função das frequências

existentes no sinal (Tischler & Remple, 2006). É calculada por

$$\gamma^2(\omega) = \frac{\|\Phi_{uy}(\omega)\|^2}{\Phi_{uu}(\omega)\Phi_{yy}(\omega)}, \forall \omega, \gamma^2(\omega) \in [0,1]. \quad (\text{G.16})$$

A função retorna valores próximos à unidade quando as frequências no sinal de entrada estão excitando as frequências do sinal de saída; e valores próximos a zero quando não existe essa correspondência.

Por meio da função de coerência é possível calcular a relação sinal ruído do sistema em função da frequência,

$$\frac{S}{N}(\omega) = \frac{\gamma^2(\omega)}{1 - \gamma^2(\omega)}. \quad (\text{G.17})$$

# Referências Bibliográficas

- Abbott, I. H. & Doenhoff, A. E. V. (1959), *Theory of Wing Sections*, Courier Dover Publications.
- Aguirre, L. A. (2000), *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*, 1 edn, Editora UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Åström, K. J. & Wittenmark, B. (1997), *Computer-controlled systems: theory and design*, 3 edn, Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA.
- Balderud, J. (2002), Modelling and control of a toy-helicopter, Master's thesis, Karlstad University, Karlstad, Sweden.
- Béjar, M., Ollero, A. & Cuesta, F. (2007), *Advances in control theory and applications*, Lecture Notes in Control and Information Sciences 353, Springer, Bologna, Italy, chapter Modeling and control of autonomous helicopters, pp. 1–29.
- Bramwell, A. R. S., Done, G. & Balmford, D. (2001), *Helicopter Dynamics*, 2 edn, Butterworth-Heinemann.
- Carneiro, R. F. (2008), 'Barbantômetro digital: Sistema taut-wire baseado em realimentação de força', Projeto de fim de curso. Engenharia Eletrônica. UFRJ.
- Chen, B. M., Lee, T. H., Peng, K. & Venkataramanan, V. (2006), *Hard Disc Drive Servo Systems (Advances in Industrial Control)*, Springer, New York, London, 2006.
- Chen, C. T. (2004), *Signals and Systems*, 3 edn, Oxford University Press, New York, NY, USA.

- Chen, R. T. N. (1980), Effects of primary rotor parameters on flapping dynamics, Technical report, NASA.
- Civita, M. L., Messner, W. C. & Kanade, T. (2002), Modeling of small-scale helicopters with integrated first-principles and system-identification techniques, *in* ‘Proceedings of the 58th Forum of the American Helicopter Society’, Montreal, Canada, pp. 2505–2516.
- Diniz, P. S. R., da Silva, E. A. B. & Netto, S. L. (2004), *Processamento Digital de Sinais Projeto e Análise de Sistemas*, 1 edn, Bookman, Porto Alegre, RS, Brasil.
- Fregene, K., Lai, G. & Wang, D. (2000), A control structure for autonomous model helicopter navigation, *in* ‘Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering’, Vol. 1, Halifax, NS, Canada, pp. 103–107.
- Frye, M. T., Bhandari, S. & Colgren, R. D. (2006), The Raptor 50 6-DOF simulation environment for flight control research, *in* ‘Proceedings of the 2006 American Control Conference’, number 1-4244-0210-7, Minnessota, USA.
- Garcia, C. (2005), *Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos*, 2 edn, Edsup, São Paulo, SP, Brasil.
- Gavrilets, V. (2003), Autonomous Aerobatic Maneuvering of Miniature, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics.
- Gavrilets, V., Shterenberg, A., Dahleh, M. A. & Feron, E. (2000), Avionics system for a small unmanned helicopter performing aggressive maneuvers, *in* ‘The 19th Digital Avionics Systems Conferences, 2000’, Vol. 1, pp. 1E2/1 – 1E2/7.
- Johnson, W. (1994), *Helicopter Theory*, revised edn, Dover Publications, Princeton, New Jersey, USA.
- Kim, B., Chang, Y., Keh, J., Ha, H. & Lee, M. (2004), Design of 6-dof attitude controller of hovering model helicopter, *in* ‘The 30th Annual Conference of the IEFE Industrtal Electronlcs Society’, number 0-7803-8730-9, Busan, Korea, pp. 104–110.

- Koo, T. J. & Sastry, S. (1998), Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization, *in* ‘Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision & Control’, number 0-7803-4392-8/98, Florida, USA.
- Lathi, B. P. (2007), *Sinais e Sistemas Lineares*, 2 edn, Bookman, Porto Alegre, RS, Brasil.
- Leithold, L. (1998), *O Cálculo com Geometria Analítica*, 3 edn, Harbra, São Paulo, SP, Brasil.
- Ljung, L. (1999), *System Identification: Theory for the User*, 2 edn, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.
- Ljung, L. & Glad, T. (1994), *Modeling of Dynamic Systems*, 1 edn, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.
- Mathworks (2007), *Optimization Toolbox User Guide*, Mathworks.
- Mathworks (2008), *Aerospace Blockset 3 User’s Guide*, Mathworks.
- McCormick, B. W. (1999), *Aerodynamics of V/STOL Flight*, 1 edn, Dover Publications, New York, USA.
- Mettler, B. (2003), *Identification Modeling and Characteristics of Miniature Rotorcraft*, 1 edn, Kluwer Academic Publishers, Massachussets, USA.
- Mettler, B., Tischler, M. B. & Kanade, T. (1999), System identification of small-size unmanned helicopter dynamics, *in* ‘American Helicopter Society 55th Forum’, Montreal, Quebec, Canada.
- MicroStrain Inc. (2003), *3DM-G User Manual*, MicroStrain Inc.
- Mises, R. V. (1959), *Theory of Flight*, 2 edn, Dover Publications, New York, USA.
- Murray, R. M., Li, Z. & Sastry, S. (1994), *Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, 1 edn, CRC Press, Florida, USA.
- Oppenheim, A. V., Schafer, R. W. & Buck, J. R. (1999), *Discrete Time Signal Processing*, 2 edn, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.



- Padfield, G. (1996), *Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*, 1 edn, Wiley-Blackwell.
- Peng, K., Cai, G., Chen, B. M., Dong, M. & Lee, T. H. (2006), Comprehensive modeling and control of the yaw dynamics of a UAV helicopter, *in* ‘Proceedings of the 25th Chinese Control Conference’, number 06EX1310, Harbin, Heilongjiang.
- Pires, C. T. d. Á. (2007), Sistema de Otimização e Adaptação Para um Gerador de Referências em um Laminador de Tiras a Frio, PhD thesis, Escola Politécnica, USP., São Paulo, SP, Brasil.
- Prouty, R. W. (2002), *Helicopter Performance, Stability, and Control*, 1 edn, Krieger Pub Co, Boston, USA.
- Santos, F. P., Carneiro, R. F. & Costa, R. R. (2007), Projeto helicóptero - manual do sistema - identificação - eletrônica embarcada, Technical report, GSCAR/ PEE/ COPPE/ UFRJ.
- Santos, F. P., Carneiro, R. F. & Costa, R. R. (2008), Projeto helicóptero - manual do sistema - identificação - interface, Technical report, GSCAR/ PEE/ COPPE/ UFRJ.
- Santos, W. V. (2005), Modelagem, identificação e controle de altitude de um helicóptero em escala reduzida, Master’s thesis, PEE/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Sciavicco, L. & Siciliano, B. (2000), *Modelling and Control of Robot Manipulators*, 2 edn, Springer-Verlag, London, UK.
- Seddon, J. (1990), *Basic Helicopter Aerodynamics*, 1 edn, BSP Professional Books, Australia.
- Shim, D. H., Kim, H. J. & Sastry, S. (2000), Control system design for rotorcraft-based unmanned aerial vehicles using time-domain system identification, *in* ‘Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications’, number 897539, Anchorage, Alaska, USA, pp. 808–813.
- Shin, J., Nonami, K., Fujiwara, D. & Hazawa, K. (2005), ‘Model-based optimal attitude and positioning control of small-scale unmanned helicopter’, *Robotica* **23**(1), 51–63.

- Slotine, J. & Li, W. (1991), *Applied Nonlinear Control*, 1 edn, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.
- Stepniewski, W. Z. & Keys, C. N. (1984), *Rotary-Wing Aerodynamics*, 2 edn, Dover Publications, New York, USA.
- Su, Y. & Cao, Y. (2001), ‘Studies of helicopter dynamic stability and control laws’, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* **73**(2), 132–137.
- Talbot, P., Tinling, B., Decker, W. & Chen, R. (1982), A mathematical model of a single main rotor helicopter for piloted simulation, Technical report, NASA Ames Research Center.
- Tischler, M. & Remple, R. (2006), *Aircraft and Rotorcraft System Identification*, 1 edn, AIAA, Blacksburg, Virginia, USA.
- Vilchis, J. C. A., Brogliato, B., Dzul, A. & Lozano, R. (2003), ‘Nonlinear modelling and control of helicopters’, *Automatica* **39**(9), 1583–1596.
- Zhu, Y. (2001), *Multivariable System Identification For Process Control*, 1 edn, Elsevier Science, Oxford, UK.