



CONFORMAÇÃO DE FEIXES EM SONAR PASSIVO BASEADA EM INVARIÂNCIA NA FREQUÊNCIA

Fernando Pereira Gonçalves de Sá

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: José Manoel de Seixas
Natanael Nunes de Moura

Rio de Janeiro
Março de 2016

CONFORMAÇÃO DE FEIXES EM SONAR PASSIVO BASEADA EM
INVARIÂNCIA NA FREQUÊNCIA

Fernando Pereira Gonçalves de Sá

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. José Manoel de Seixas , D.Sc.

Prof. Natanael Nunes de Moura, D.Sc.

Prof. Danton Diego Ferreira, D.Sc.

Prof. Mariane Rembold Petraglia, Ph.D.

William Soares Filho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2016

Sá, Fernando Pereira Gonçalves de

Conformação de Feixes em Sonar Passivo Baseada em Invariância na Frequência/Fernando Pereira Gonçalves de Sá. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

XV, 93 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: José Manoel de Seixas

Natanael Nunes de Moura

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 89 – 93.

1. Conformação de Feixes.
2. Sonar Passivo.
3. Frequência Invariante. I. Seixas, José Manoel de *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

“A verdadeira viagem de descobrimento não consiste em procurar novas paisagens, mas em ter novos olhos”.

(Marcel Proust)

Agradecimentos

Este trabalho foi escrito por muitas mãos. Mãos que apontaram direções, cumprimentaram, abraçaram e acalentaram. Sou muito agradecido. Com muita humildade, concludo esta etapa satisfatória da minha vida e nomeio os donos dessas muitas mãos que fizeram estes últimos dois anos serem inesquecíveis. Assim, fica registrado minha gratidão aos amigos do LPS e LABSONAR, Fabricio Bozzi, Junior Moura, Phil, Raphael Sathler, Werner e Thiago Ciodaro. Agradeço a atenção, paciência e amizade dos meus orientadores José Manoel de Seixas e Natanael Nunes de Moura (na verdade, qualquer palavra é insuficiente para agradecer aos dois). Aos amigos João Pedro, ao casal Pedro e Luna com a pequena Dora (um dia ela vai ler isto), Lais e sua pequena que ainda vai nascer (já está registrada na UFRJ!), a querida Éllen Ribeiro, o grande Dr. Lucas Muniz, a incrível Maria Olivia, Felipe Borsoi, Rico Vieira e sua arte, Guilherme Silva (Farofa!), Thiago Olival e Ricardo Terra. Dedico também aos professores com quem tive o privilégio de estudar na Escola do Cepe e na Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda, em especial os professores Luis Alberto Duncan Rangel, Salete Souza de Oliveira e Lidia Angulo Meza. Agradeço à querida Marlene Canito pelo carinho, amizade e solidariedade. Também dedico aos meus queridos tios e primos (em especial a doce Mariana e o amado Bento). Por fim, dedico este trabalho à minha querida mãe, minha companheira nesta jornada, e ao meu pai, cuja lembrança me inspira a seguir adiante.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CONFORMAÇÃO DE FEIXES EM SONAR PASSIVO BASEADA EM INVARIÂNCIA NA FREQUÊNCIA

Fernando Pereira Gonçalves de Sá

Março/2016

Orientadores: José Manoel de Seixas
Natanael Nunes de Moura

Programa: Engenharia Elétrica

A aplicação de técnicas modernas de conformação de feixes tem sido implementada em sistemas de sonar passivo. Este trabalho tem a finalidade de realizar a conformação de feixes baseada em invariância na frequência em um arranjo linear de sensores uniformemente espaçados.

Foram utilizados dados simulados e emulados com o objetivo de medir o desempenho da técnica da frequência invariante. A ideia é a manutenção da diretividade e da resolução espacial na banda de frequência Ω e atenuação dos lóbulos secundários. Parâmetros foram adotados para medir de forma quantitativa a eficiência obtida pelo processamento.

Além disso, o método foi baseado em dois critérios, um para atender a mínima complexidade computacional e outro para obter o resultado ótimo em função dos parâmetros de controle.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

SONAR PASSIVE BEAMFORMING BASED ON INVARIANCE ON FREQUENCY

Fernando Pereira Gonçalves de Sá

March/2016

Advisors: José Manoel de Seixas

Natanael Nunes de Moura

Department: Electrical Engineering

The application of modern techniques of beamforming has been implemented in passive sonar systems. This paper is intended to carry out the beamforming based invariance frequency in a linear array of uniformly spaced sensors.

Simulated and emulated in order to measure the performance of the invariant frequency technique were used. The idea is to maintain directivity and spatial resolution in the frequency band Ω and attenuation of the sidelobes. Parameters were adopted to measure quantitatively the efficiency obtained by processing.

Moreover, the method was based on two criteria, one to meet the minimum computational complexity and another to obtain the optimum result according to the control parameters.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xv
1 Introdução	1
1.1 Motivação	2
1.2 Objetivos	2
1.3 Organização do trabalho	2
2 Sistemas Sonar	4
2.1 Desenvolvimento de Sistemas Sonar	4
2.2 Fundamentos de Sistemas de Sonar Passivo	6
3 Fundamentação Teórica	12
3.1 Sinais de Banda Larga	12
3.2 Método Atraso e Soma	14
3.3 Conformação de Feixes de Frequência Invariante	17
3.4 Otimização Convexa	19
3.4.1 Definição	19
3.4.2 Conjuntos Convexos	21
3.4.3 Funções Convexas	21
3.5 Otimização Convexa Cônica	23
3.5.1 Programação cônica de segunda ordem	23
3.6 Métodos de Otimização sobre um Conjunto Convexo	25
3.6.1 Definição	25
3.6.2 Método do Ponto Interior	32
3.6.3 Método de Newton	34
3.6.4 Método Primal-Dual Preditor Corretor	36
3.7 Método SRV	38
4 Método	43
4.1 Considerações Iniciais	43

4.2	Sinal Simulado	46
4.3	Sinal Real Emulado	46
4.4	Dimensão do Filtro TDL	49
4.5	Medidas de Desempenho de Processamento de Sinais	50
4.6	<i>Softwares</i> Utilizados	51
5	Resultados e Discussão	52
5.1	Considerações Iniciais	52
5.1.1	Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 0^\circ$ - Critério 1	53
5.1.2	Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 0^\circ$ - Critério 2	54
5.1.3	Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 30^\circ$ - Critério 1	57
5.1.4	Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 30^\circ$ - Critério 2	58
5.1.5	Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 45^\circ$ - Critério 1	63
5.1.6	Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 45^\circ$ - Critério 2	64
5.2	Conformação de Feixes de Sinais Simulados e Emulados na direção de interesse θ_0	66
5.2.1	$\theta_0 = 0^\circ$	66
5.2.2	$\theta_0 = 30^\circ$	72
5.2.3	$\theta_0 = 45^\circ$	79
5.3	Medidas de Processamento de Sinais para Sinais Simulados e Emulados	85
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	88
	Referências Bibliográficas	89

Lista de Figuras

2.1	Modelo de propagação do som com compressões e rarefações (Extraído de [3])	5
2.2	Representação da primeira medição da velocidade do som (Extraído de [5])	5
2.3	Arranjo linear de hidrofones uniformemente espaçados ao longo do eixo z.	7
2.4	Largura à meia altura e os parâmetros de seu cálculo (Extraído de [7])	9
2.5	Padrão de feixe para o arranjo linear no espaço θ	10
2.6	Padrão de feixe para o arranjo linear no espaço u	10
2.7	Padrão de feixe para o arranjo linear no espaço ψ	10
3.1	Sinais banda larga e banda estreita na presença de ruído.	13
3.2	Cadeia de processamento do método atraso e soma.	14
3.3	Arranjo de sensores posicionado no sistema de coordenadas para análise (Extraído de [14])	15
3.4	Configuração <i>Tapped Delay Line</i> (Extraído de [14])	16
3.5	Largura de feixe como parâmetro de controle da conformação de feixes baseada em invariância na frequência.	18
3.6	Padrão de diretividade da conformação de sinal de banda larga utilizando pesos dependentes da frequência.	19
3.7	Relação entre as classes de programação convexa (Extraído de [31])	20
3.8	(A) Conjunto convexo (B) Conjunto não-convexo (Extraído de [31])	21
3.9	Gráfico de uma função convexa (Extraído de [31])	22
3.10	Conjunto formado por pontos que atendem a condição de um conjunto convexo e cônico (Extraído de [31])	23
3.11	Cones de segunda ordem de dimensão (a) $n=1$ (b) $n=2$ (c) $n=3$ (Extraído de [34])	24
3.12	Conjunto de restrição determinado pelo cone de segunda ordem (Extraído de [38])	25
3.13	Curva de convergência para mínimo global (Extraído de [40])	26

3.14	Dois pontos de vista para definição de um conjunto convexo fechado (Extraído de [44])	30
3.15	Interpretação geométrica da transformação de Legendre-Fenchel (Ex- traído de [44])	30
3.16	Curvas para realização de otimização (Extraído de [44])	31
3.17	Curvas para realização de otimização (Extraído de [44])	31
4.1	Conformação de feixes adotando $\theta_{FIB} = 60^\circ$	45
4.2	Conformação de feixes adotando $\theta_{FIB} = 60^\circ$	45
4.3	Propagação de frentes de onda plana no arranjo de sensores ULA distante d m entre si, segundo ângulos de incidência θ	46
4.4	Áudio do contato do SDAC filtrado.	47
4.5	Esquema do método implementado no sinal real emulado.	48
5.1	Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro γ nos <i>Taps</i> em análise.	53
5.2	Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro $\gamma = 10^{-6}$ nos <i>Taps</i> em análise.	54
5.3	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$	54
5.4	Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$	55
5.5	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$	55
5.6	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$	56
5.7	Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$	56
5.8	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$	57
5.9	Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro γ nos <i>Taps</i> em análise.	57
5.10	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ em relação ao parâmetro $\gamma = 10^{-6}$ nos <i>Taps</i> em análise.	58
5.11	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$	58
5.12	Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$	59
5.13	Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 5 \times 10^{-5}$	59
5.14	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$	60
5.15	Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$	60
5.16	Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 10^{-5}$	61
5.17	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$	61
5.18	Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$	62
5.19	Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 10^{-6}$	62

5.20	Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro γ nos <i>Taps</i> em análise.	63
5.21	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ em relação ao parâmetro $\gamma = 10^{-6}$ nos <i>Taps</i> em análise.	64
5.22	Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$	64
5.23	Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$	65
5.24	Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 5 \times 10^{-5}$	65
5.25	Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 0^\circ$	66
5.26	Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 0^\circ$	67
5.27	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1	67
5.28	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1	68
5.29	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1	68
5.30	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.	69
5.31	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.	69
5.32	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.	69
5.33	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1.	70
5.34	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1.	70
5.35	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1.	71
5.36	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.	71
5.37	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.	72
5.38	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.	72
5.39	Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 30^\circ$	73
5.40	Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 30^\circ$	73
5.41	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.	74

5.42	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.	74
5.43	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.	74
5.44	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.	75
5.45	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.	75
5.46	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.	76
5.47	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.	76
5.48	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.	76
5.49	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.	77
5.50	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.	77
5.51	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.	77
5.52	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.	78
5.53	Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 45^\circ$	79
5.54	Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 45^\circ$	79
5.55	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.	80
5.56	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.	80
5.57	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.	81
5.58	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.	81
5.59	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.	81
5.60	Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.	82
5.61	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.	82

5.62	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.	83
5.63	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.	83
5.64	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.	84
5.65	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.	84
5.66	Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.	85
5.67	Gráfico da análise de variância dos dados simulados do parâmetro \overline{SLL}	86

Lista de Tabelas

3.1	Classificação de sinais de acordo com a agência DARPA	13
3.2	Ruidos emitidos por um navio	14
5.1	Medidas de processamento para sinais simulados - critério 1	85
5.2	Medidas de processamento para sinais simulados - critério 2	85
5.3	Medidas de processamento para sinais emulados - critério 1	86
5.4	Medidas de processamento para sinais emulados - critério 2	86

Capítulo 1

Introdução

O Brasil é o quinto país do mundo em área territorial, com mais de oito milhões de quilômetros quadrados, além de possuir uma extensão de 8,5 mil quilômetros de costa. Em todo o território, o Brasil possui riquezas, as quais são estratégicas para um país que deseja firmar-se como potência econômica e alcançar posição de destaque na geopolítica internacional.

A Amazônia é facilmente reconhecida pela população como um patrimônio a ser zelado pelo Estado brasileiro, ao passo que a plataforma continental brasileira é pouco lembrada. Entretanto, pela sua dimensão, correspondente a 52% da área continental do país, e pelas riquezas nela contida, o domínio e conhecimento sobre esta região, hoje denominada “Amazônia Azul”, limitada entre a região costeira e as águas internacionais, enquadra-se em quatro vertentes: Econômica, Ambiental, Científica e Soberania.

A Marinha do Brasil (MB) é protagonista no desenvolvimento das potencialidades necessárias para firmar presença nacional sobre este território de difícil controle. A partir da parceria com a sociedade, a MB concluirá a missão de garantir a proteção desta importante fatia do território brasileiro. Vale destacar que até 200 km do litoral estão concentrados 17 estados, 16 capitais, cerca de 90% do PIB, 80% da população, 85% do parque industrial, 85% do consumo de energia e cerca de 80 portos organizados, públicos ou privados.

Para garantir o cumprimento do plano estratégico para esta região, foram criados programas específicos para desenvolver tecnologias e estabelecer ações de patrulhamento e monitoramento da costa litorânea. Neste contexto, no âmbito do PROSUB (Programa de Submarinos da Marinha do Brasil), nacionalizar os diferentes sistemas que compõem o submarino permitirá à MB determinar seus parâmetros ótimos de funcionamento.

Entre os sistemas que terão sua tecnologia nacionalizada, o sistema de sonar passivo é responsável pela realização do processamento dos sinais que alcançam o seu arranjo de sensores. Durante o processamento dos sinais, é realizada a conformação

de feixes, cuja finalidade é identificar a direção das fontes dos sinais de interesse.

Sistemas de sonar passivo constituem amplo espaço para a aplicação de técnicas modernas de conformação de feixes. No presente trabalho, é apresentada a conformação de feixes para sinais de banda larga, que durante o processamento obtém a manutenção da largura de feixe na banda de frequência. Também denominada conformação de feixes baseada em invariância na frequência, o método é desenvolvido aplicando a otimização convexa para o ajuste dos pesos ótimos dos filtros aplicados no processamento.

A apresentação deste método de conformação de feixes constitui a proposição do método de conformação de feixes que pode ser incorporado nas tecnologias adotadas no sistema de sonar passivo nacional. Na próxima Seção são apresentadas as motivações do desenvolvimento do presente trabalho.

1.1 Motivação

Se utilizados somente métodos convencionais para a estimação da direção de chegada DOA (*Direction Of Arrival*) das fontes de banda larga, serão obtidas respostas, em frequência, pouco favoráveis para a tomada de decisão em um ambiente operacional.

O presente trabalho tem a finalidade de utilizar uma técnica que mantenha a frequência invariante na banda de frequência Ω para sua aplicação no sistema de sonar passivo nacional.

Com isso, são obtidos resultados pela adoção de dois critérios distintos, cujo objetivo é apresentar o método de conformação de feixes baseado em invariância na frequência, adotando a otimização convexa para o cálculo de parâmetros ótimos, como uma solução para o processamento de sinais de banda larga.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar resultados e avaliar os parâmetros utilizados na conformação de feixes para um sistema de sonar passivo de alto desempenho. Através da análise dos resultados obtidos, verificar a viabilidade do método proposto e comparar com métodos convencionais.

1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho divide-se em 6 capítulos, organizados da seguinte forma:

O Capítulo 1 destina-se a apresentar o problema sob análise, além de discutir a motivação e objetivos do projeto de dissertação.

O Capítulo 2 discute os conceitos fundamentais de propagação de som no ambiente submarino e as ferramentas desenvolvidas para o seu processamento.

O Capítulo 3 apresenta as técnicas de conformação de feixes para sinal banda larga, desde técnicas convencionais como o atraso e soma até a técnica de frequência invariante, adotada para a obtenção dos resultados do presente trabalho, utilizando os fundamentos da otimização convexa, também apresentados neste capítulo.

O Capítulo 4 estabelece o método que foi seguido para a obtenção dos resultados simulados e emulados.

O Capítulo 5 apresenta e discute os resultados simulados e emulados seguindo a orientação teórica dos capítulos 2 e 3 e o método estabelecido no capítulo 4.

O Capítulo 6 conclui o trabalho desenvolvido, discutindo seus resultados e sua contribuição, além de apontar caminhos para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Sistemas Sonar

Neste Capítulo serão apresentados conceitos de sistemas de sonar, que inclui assuntos sobre a propagação do som em ambientes submarinos e o histórico do desenvolvimento de sistemas de sonar.

2.1 Desenvolvimento de Sistemas Sonar

Como define [1], o som é uma onda mecânica, que necessita de um meio físico para se propagar, diferentemente da luz, que por ser uma onda eletromagnética é capaz de se propagar no vácuo. Um importante resultado desta característica do som é a variação da sua velocidade de acordo com o meio e suas condições, propagando-se com maior velocidade em meios sólidos.

O som é produzido quando um objeto vibra e comunica seus movimentos para o meio circundante. Se as partículas do meio movem-se na mesma direção da propagação da onda, a onda é chamada de longitudinal; por outro lado, quando se movem na direção ortogonal da propagação da onda, a onda é chamada de transversal [1]. Como descreve [2], o som é uma onda longitudinal que se propaga segundo um modelo esférico, no qual se alternam compressões e rarefações no meio como apresentado na Figura 2.1, onde $p(t)$ é a variação da pressão em função do tempo t .

De acordo com [4], em 1687 Isaac Newton apresentou em seu livro *Mathematical Principles of Natural Philosophy* notas que incluíam o primeiro tratamento matemático do som. Em 1826, Daniel Colladon, um físico suíço, e Charles Sturm, um matemático francês, foram os primeiros a medir, no lago Geneva (França), a velocidade do som, de aproximadamente 1.435 m/s, utilizando um aparato que continha sino e um auscultador submerso, como mostra a Figura 2.2. O valor calculado pela dupla de cientistas difere em apenas 2% do valor aceito atualmente, cerca de 1500 m/s.

Como ressalta [6], foi Lord Rayleigh em seu livro, *Theory of Sound*, quem estabeleceu as bases modernas da teoria acústica. Com o naufrágio do Titanic e a

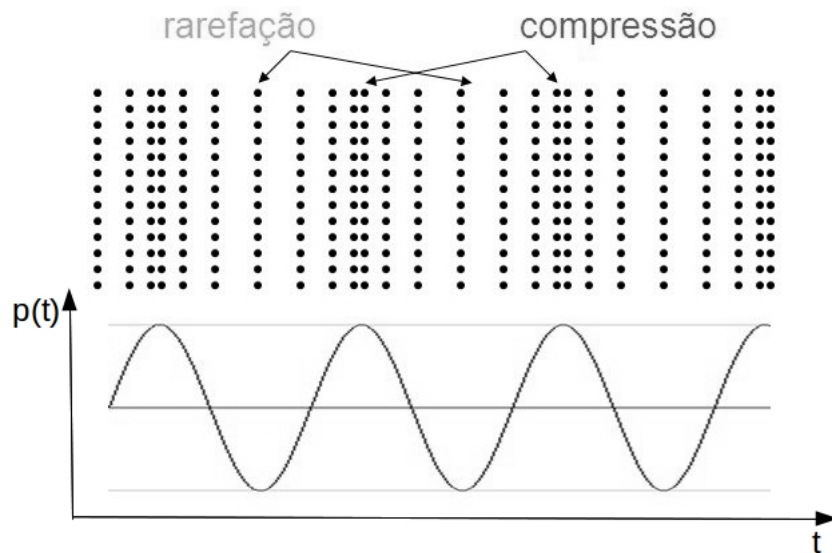


Figura 2.1: Modelo de propagação do som com compressões e rarefações (Extraído de [3])

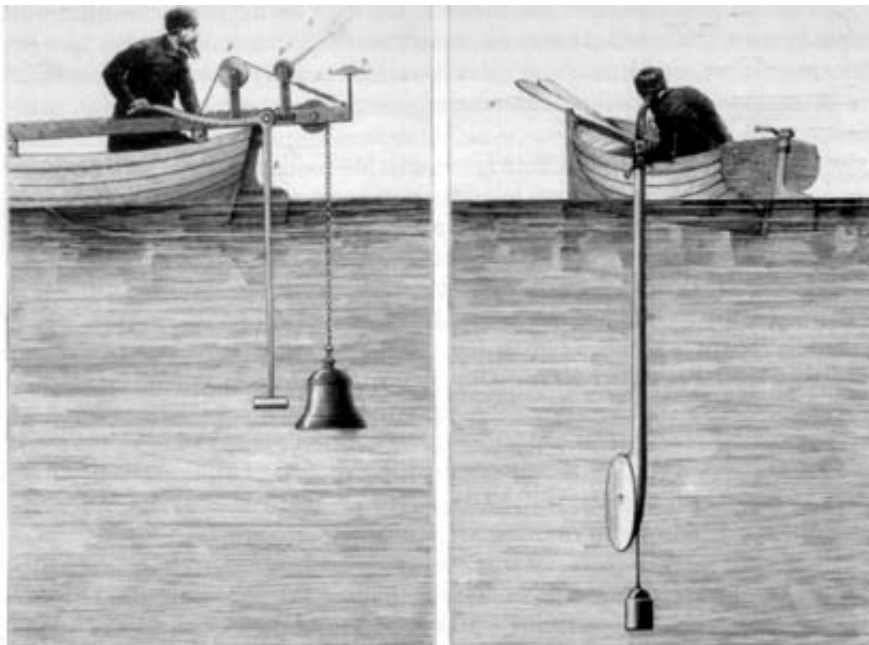


Figura 2.2: Representação da primeira medição da velocidade do som (Extraído de [5])

Primeira Guerra Mundial, foi notória a necessidade de desenvolvimento dos fundamentos do dispositivo de sonar (*SOund NAVigation and Ranging*). Entre 1912 e 1914, grande quantidade de patentes foi depositada em agências dos EUA e Europa, culminando no dispositivo sonar de Reginald A. Fessenden, em 1914. A partir destes resultados, foram desenvolvidos sonares passivos e ativos e minas submarinas. Estima-se que durante a Primeira Guerra Mundial cerca de 3.000 navios de guerra tivessem algum tipo de sonar instalado. A tecnologia de sonar se consolidaria, prin-

principalmente, durante a Segunda Guerra Mundial, uma guerra marcada pela presença de submarinos.

Novas técnicas surgiram desde então, impulsionadas, principalmente, pela elevação da capacidade de processamento das informações, que refletiu no desenvolvimento de diferentes arranjos de sensores, técnicas de conformação de feixes, filtros digitais e algoritmos de processamento de sinais mais rápidos em sua implementação. Assim, o sistema sonar tornou-se um vasto campo de estudo multidisciplinar, que envolve diferentes profissionais de diversas áreas do conhecimento, além de despertar interesse tanto na indústria militar quanto na civil.

Na próxima Seção são discutidos os fundamentos do sistema de sonar passivo, avaliando o arranjo geométrico adotado e as medidas de desempenho de processamento que podem ser aplicadas.

2.2 Fundamentos de Sistemas de Sonar Passivo

Um sistema de sonar pode ser ativo ou passivo. Como define [7], o sonar ativo transmite energia acústica no ambiente marinho e posteriormente processa os ecos recebidos. Por sua vez, o sonar passivo somente processa a energia acústica presente no ambiente a fim de estimar as suas características espaciais e temporais.

Em sistemas de sonar passivo com arranjo linear de hidrofones uniformemente espaçados (ULA), que delimitam o presente trabalho, o aprimoramento das técnicas aplicadas ao sistema de sonar tem o objetivo de realizar um processamento que forneça uma informação precisa ao operador do sistema.

A principal etapa de processamento destes dados em um sistema de sonar moderno consiste na identificação da direção de chegada dos sinais recebidos, denominada conformação de feixes (*beamforming*) [4]. A definição da conformação de feixes é apresentada por [8] e [9]. De acordo com os autores, a conformação de feixes pode ser vista como um filtro espacial: durante o processamento, realiza a combinação de saídas de um número de elementos de um transdutor omnidirecional, arranjado em uma geometria arbitrária, que pode permitir a passagem do sinal incidente de alguma direção, mas rejeitar todas as interferências e ruídos de outras direções.

As seguintes características sobre a conformação de feixes precisam ser pontuadas:

- A conformação de feixes é uma filtragem espacial, que pode ser utilizada para elevar a relação sinal-ruído pelo bloqueio da maioria dos ruídos vindos fora de direções de interesse;
- Nenhum filtro é ideal. Além da demarcação da direção pelo lóbulo principal, todo processamento envolve a formação de lóbulos secundários, que devem ser

atenuados.

Matematicamente, a conformação de feixes dedica-se a retirar o atraso em fase da frente de onda recebida pelos diferentes sensores posicionados em um arranjo qualquer. Posteriormente, os sinais percebidos por cada sensor são somados coerentemente e têm, enfim, uma atenuação nos ruídos e interferências. Vários parâmetros são considerados na constituição do processamento da conformação de feixes, dependentes principalmente da organização física dos sensores, tais como espaçamento entre si, geometria adotada, disposição de espaçamento uniforme ou não-uniforme, etc.

De acordo com [7], uma importante característica dos hidrofones é a possibilidade de arranjo sob diferentes configurações geométricas. Entre as principais organizações espaciais adotadas estão a planar, linear, circular e cilíndrica, entre outras tridimensionais, cada qual implicando em distintas propriedades estatísticas, resolução angular e padrão de diretividade do feixe. Portanto, a finalidade da aplicação é um fator determinante para a escolha da geometria dos sensores hidrofones. A Figura 2.3 apresenta os hidrofones dispostos na geometria linear uniformemente espaçados, configuração adotada para o desenvolvimento dos resultados do presente trabalho.

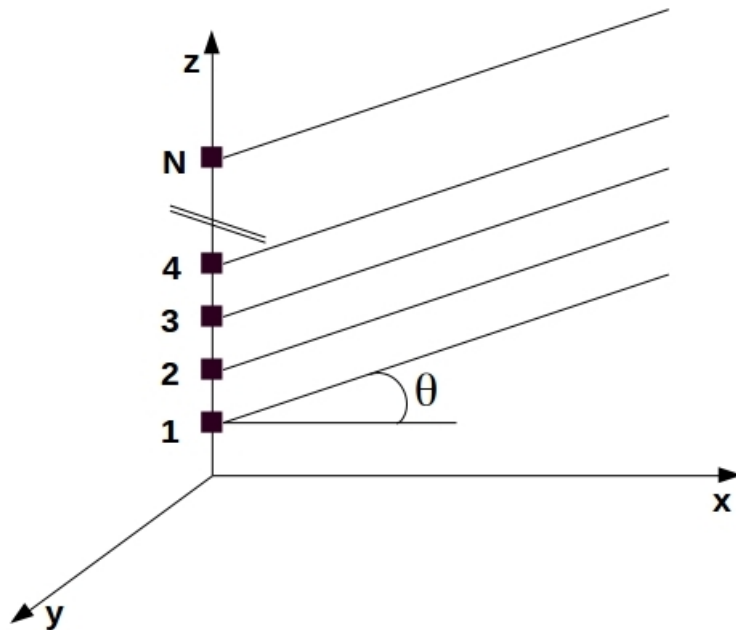


Figura 2.3: Arranjo linear de hidrofones uniformemente espaçados ao longo do eixo z.

Como também é pontuado por [7], o arranjo é utilizado para filtrar sinais imersos no campo espacial-temporal que incidem no arranjo de hidrofones segundo um ângulo θ , o que permite explorar suas características. Tal filtragem pode ser expressa em termos de dependência angular θ , do número de onda ψ e da relação $u = \cos(\theta)$.

Analisada sob o domínio da frequência, esta filtragem é feita pela combinação de saídas dos arranjos de sensores com ganhos complexos que potencializam ou rejeitam os sinais de acordo com a sua dependência espacial.

Um importante resultado da filtragem realizada pelo arranjo de sensores é a obtenção do padrão de feixes (*beam pattern*), a partir do qual são extraídas importantes análises acerca do ambiente de propagação e das propriedades do arranjo utilizado. Diferentes parâmetros são analisados para avaliar a qualidade dos procedimentos aplicados para o processamento do sinal, considerando o arranjo linear uniformemente espaçado:

- largura à meia altura em 3dB;
- localização de nulos;
- índice de diretividade.

De forma extensa, como apresentado por [7], o conceito de largura à meia altura (*half-power beamwidth*, HPBW) é determinado como o intervalo de separação angular no qual a magnitude do padrão de radiação $|B_u(u)|^2$ representa 50 % daquela calculada no pico do lóbulo principal, ou $|B_u(u)|^2 = 0.5$ ou $|B_u(u)| = 1/\sqrt{2}$.

A largura à meia altura é um importante conceito, pois permite identificar a largura da banda de frequência que concentra esta magnitude de energia do lóbulo. Quanto maior a diretividade do padrão do feixe, menor será a largura necessária para atingir esta relação.

A Figura 2.4 mostra que os parâmetros utilizados para o cálculo da largura à meia altura são o comprimento de onda λ , número de sensores N e distância entre os sensores d . As relações estabelecidas para o cálculo de $\Delta(u_1)$ (largura à meia altura) e $\Delta(u_2)$ (distância entre os primeiros nulos) são apresentadas por [7]:

$$\Delta(u_1) = 0.891 \frac{\lambda}{Nd} \quad (2.1)$$

$$\Delta(u_2) = 2 \frac{\lambda}{Nd} \quad (2.2)$$

As equações (2.1) e (2.2) podem ser utilizadas para auxiliar na localização dos nulos, pontos nos quais a intensidade do sinal é igual a zero, da curva característica do padrão de feixes do arranjo, que pode ser apresentada em diferentes espaços de domínio. As equações (2.3), (2.4) e (2.5) desenvolvem as equações características do padrão de feixes (*beam pattern*) em cada espaço θ , ψ e u , que determinam o domínio para a construção do padrão de feixes em um arranjo linear uniformemente espaçado,

$$B_\theta(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left(\frac{N \cdot 2\pi \cdot \cos(\theta) \cdot d}{2\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi \cdot \cos(\theta) \cdot d}{2\lambda}\right)}, 0 \leq \theta \leq \pi \quad (2.3)$$

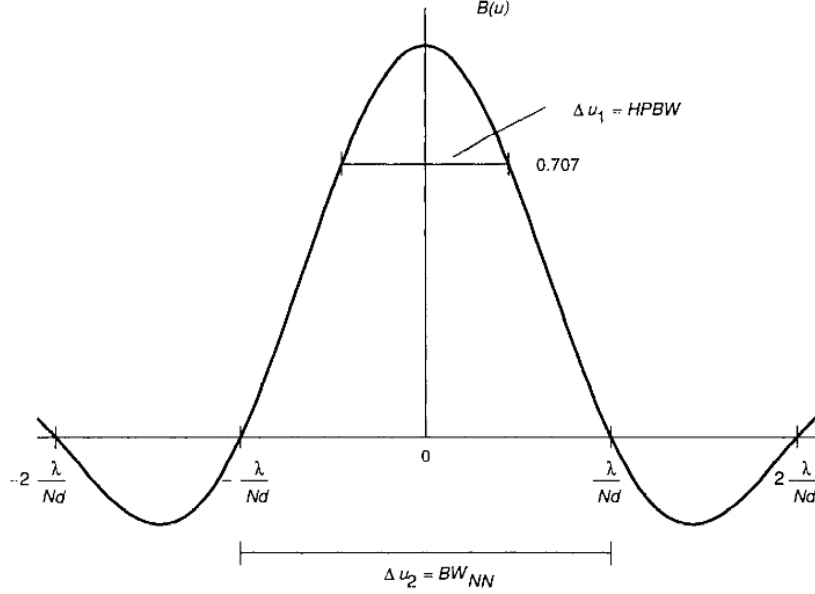


Figura 2.4: Largura à meia altura e os parâmetros de seu cálculo (Extraído de [7])

$$B_u(u) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\frac{\pi Nd}{\lambda} u)}{\sin(\frac{\pi d}{\lambda} u)}, -1 \leq u \leq 1 \quad (2.4)$$

$$B_\Psi(\Psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\frac{N\Psi}{2})}{\sin(\frac{\Psi}{2})}, \frac{-2\pi d}{\lambda} \leq \Psi \leq \frac{2\pi d}{\lambda} \quad (2.5)$$

onde θ é o ângulo de direção de chegada da frente de onda plana ao arranjo de sensores. A fim de analisar os resultados apresentados pelas equações (2.3), (2.4) e (2.5), são adotados os seguintes parâmetros:

- 16 sensores;
- Velocidade do som na água c : 1500 m/s;
- Frequência de propagação da onda f : 937,5 Hz
- Distância entre os sensores: $\frac{\lambda}{2}$, onde $\lambda = c/f$ é o comprimento de onda.

É possível observar nas Figuras 2.5, 2.6 e 2.7 a elevada diretividade do padrão de feixes, definida como o ganho máximo do arranjo sobre o ruído isotrópico, aquele que incide no arranjo em todas as direções, assim como avaliar a atenuação dos lóbulos secundários. Quanto maior a diretividade de um arranjo, maior é a precisão do apontamento para a direção de chegada dos feixes e, portanto, menor será o valor calculado para os parâmetros $\Delta(u_1)$ e $\Delta(u_2)$ apresentados nas equações (2.1) e (2.2), dado que graficamente esta é a análise possível. A diretividade pode ser calculada pela equação (2.6). Por sua vez, se houver incremento na quantidade de sensores,

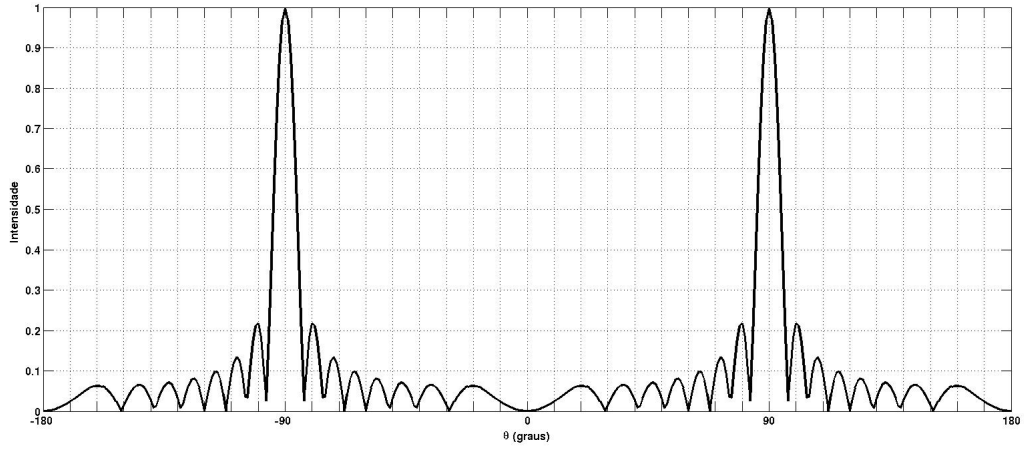


Figura 2.5: Padrão de feixe para o arranjo linear no espaço θ

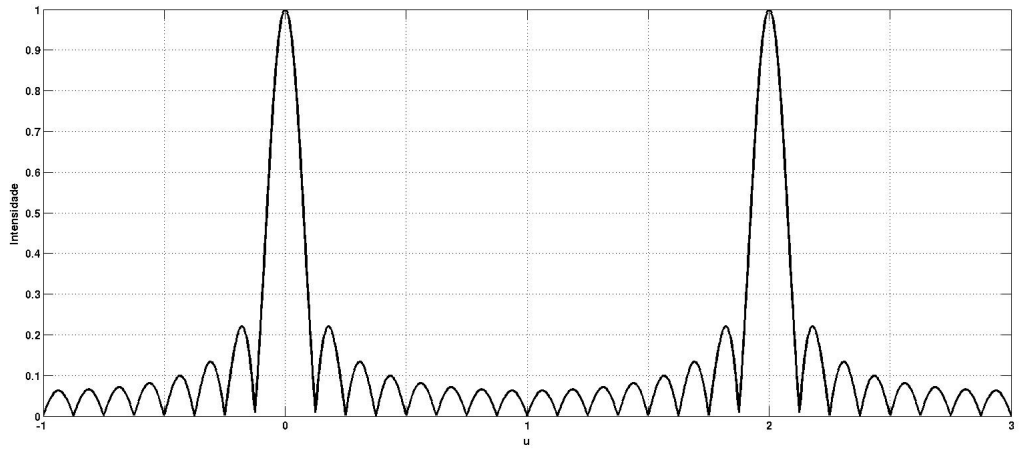


Figura 2.6: Padrão de feixe para o arranjo linear no espaço u

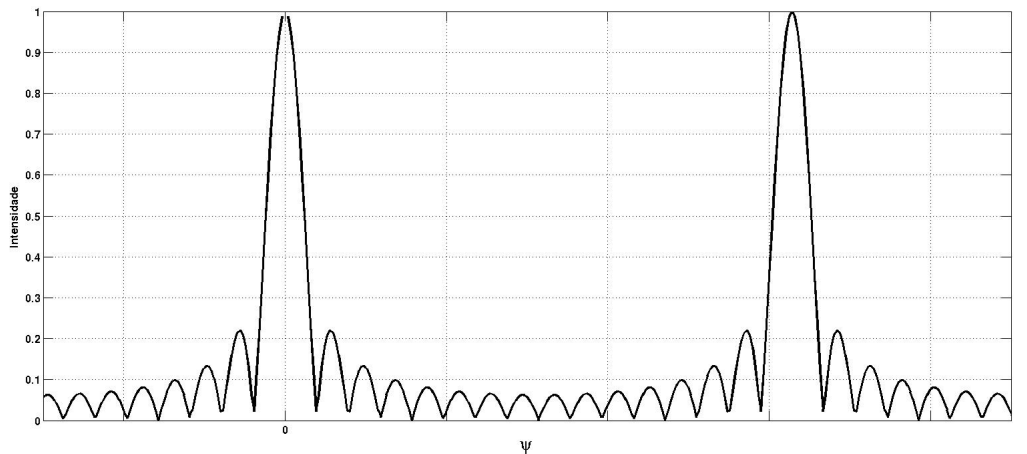


Figura 2.7: Padrão de feixe para o arranjo linear no espaço ψ

haverá elevação da resolução angular, ou seja, a capacidade do arranjo distinguir entre diferentes direções angulares próximas.

$$D = \frac{4}{BW_{NN}} \quad (2.6)$$

Dado que $BW_{NN} = \frac{c}{Nfd}$, é possível determinar a resolução angular ou ângulo crítico (em graus), definido pela equação (2.7).

$$\theta_{crit} = \sin^{-1}(BW_{NN}) \quad (2.7)$$

Já o índice de diretividade, expresso em decibéis (dB), pode ser calculado utilizando a equação (2.8).

$$ID = 10 \log_{10} D \quad (2.8)$$

O aprimoramento das ferramentas de processamento de sinais permitiu atualizar o uso da tecnologia sonar, uma vez que, apesar do seu princípio remontar suas primeiras aplicações, as técnicas de processamento estão em constante evolução, a fim de aprimorar os parâmetros desenvolvidos anteriormente. Tais técnicas envolvem estatística avançada e computação intensiva, escopo diferente do disponível nas primeiras aplicações de sistemas sonar. O próximo Capítulo apresenta a fundamentação teórica do método de conformação de feixes baseada em invariância na frequência, adotado para a obtenção dos resultados do presente trabalho.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

Este capítulo destina-se a explorar o conceito da conformação de feixes para sinais de banda larga através da revisão das principais técnicas desenvolvidas e apresentar os fundamentos para a realização da conformação de feixes com invariância na frequência através do método de otimização convexa utilizando restrições SRV.

3.1 Sinais de Banda Larga

Os sinais de banda larga e banda estreita possuem, cada um, características relevantes para a configuração do processamento adequado. Os sinais de banda estreita possuem elevada autocorrelação, enquanto o mesmo não ocorre com sinais de banda larga [10]. Da mesma forma, é possível observar em sinais de banda larga taxas elevadas de transmissão de dados [11].

A agência DARPA (*Defense Advanced Research Project Agency*) define os sinais em banda estreita, banda moderada e banda larga [11]. A partir do cálculo dos parâmetros *percent bandwidth* (pbw), definido como o valor normalizado da variação máxima de frequência na banda considerada, e *bandratio* (br), cujo cálculo depende do parâmetro pbw , o sinal pode ser classificado corretamente,

$$pbw = 200 \frac{(f_h - f_l)}{(f_h + f_l)} \quad (3.1)$$

$$br = \frac{1 + \frac{pbw}{200}}{1 - \frac{pbw}{200}} \quad (3.2)$$

onde f_h é a máxima frequência da banda e f_l é a mínima frequência da banda. A Tabela 3.1 apresenta a classificação de acordo com os resultados obtidos utilizando as equações (3.1) e (3.2).

A determinação do sinal em processamento influenciará na escolha do método e

Tabela 3.1: Classificação de sinais de acordo com a agência DARPA

Tipo de banda	percent bandwidth (pbw)	bandratio (br)
Sinal banda estreita	$< 1\%$	< 1.010
Sinal banda moderada	$1\% < pbw < 25\%$	$1.010 < br < 1.285$
Sinal banda larga	$pbw > 25\%$	$br > 1.285$

dimensionamento da estrutura de filtros utilizada. A Figura 3.1 apresenta a diferença entre os sinais de banda estreita e banda larga, ambos na presença de um campo de ruídos.

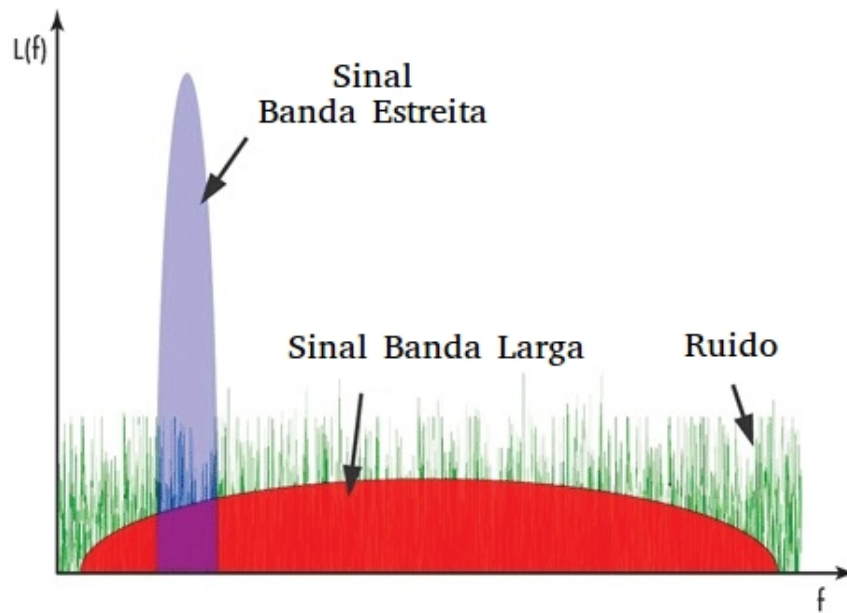


Figura 3.1: Sinais banda larga e banda estreita na presença de ruído.

O sistema de sonar passivo recebe uma variedade de sinais de diferentes origens. Os ruídos emitidos por outros submarinos e navios são de interesse estratégico. Tais sinais, em geral, são classificados como sinais de banda larga. O ruído de cavitação, produzido pela interação entre a hélice em rotação e a água é classificado como ruído de banda larga [12]. Em especial, ruídos das máquinas e da propulsão das hélices são identificados durante o processamento por serem emitidos em frequências características, que permitem ao operador de sonar identificar, inclusive, a classe do navio emissor.

A tabela 3.2 apresenta as diferentes classes de ruídos emitidos por um navio em tráfego.

A próxima Seção apresenta o método de conformação de feixes atraso e soma, um método convencional de ampla aplicação.

Tabela 3.2: Ruídos emitidos por um navio

Ruído Hidrodinâmico	Ruído de fluxo irradiado Excitação ressonante de cavidades e de placas Cavitação em estruturas
Ruído da Hélice	Cavitação na hélice Excitação ressonante do casco induzida pela hélice
Ruído de Máquinas	Motores diesel, motores principais, engrenagens reductoras, turbinas Geradores, bombas, equipamentos de ar condicionado

3.2 Método Atraso e Soma

O método atraso e soma (*delay & sum*) pode ser utilizado para o processamento de sinais de banda larga e de banda estreita. No histórico dos métodos de conformação de feixes já desenvolvidos, foi a primeira técnica proposta para a sua realização. É também conhecida como conformação clássica ou convencional ou ainda como método de Bartlett. Em [13], o método atraso e soma é o desdobramento da análise espectral baseada na transformada discreta de Fourier.

O fundamento do algoritmo do método atraso e soma é a realização do processamento do sinal recebido retirando o atraso em fase devido à direção de chegada ao arranjo de sensores. Posteriormente, o sinal faseado é somado e ajustado com a finalidade de potencializar a energia do feixe na direção de interesse e atenuar nas demais direções. A Figura 3.2 apresenta esquematicamente o processamento realizado pelo algoritmo.

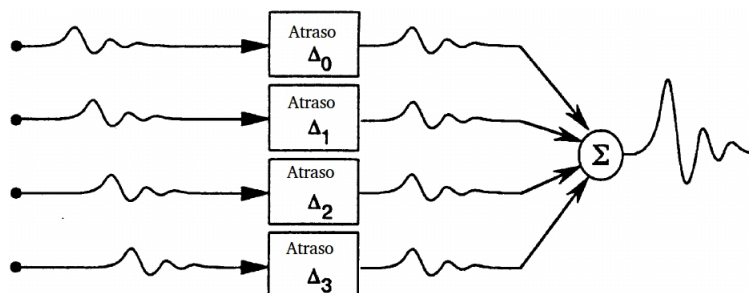


Figura 3.2: Cadeia de processamento do método atraso e soma.

A importância de um algoritmo eficiente para a atenuação de sinais que não são de interesse é revelada quando analisada a propagação de uma onda acústica plana pelo ambiente subaquático. Desde a emissão pela fonte até alcançar o arranjo de sensores, a onda plana é submetida às condições do meio, tais como temperatura e salinidade da água, profundidade, reflexão pelo material que compõe o leito marinho e pelas estruturas geológicas da topografia marinha, pressão ambiente, vida marinha, direção das marés, entre outras influências. Tais condições provocam a absorção da energia dispersada pelas diferentes fontes sonoras.

De acordo com [14] o conjunto k ($k = 1, 2, \dots, K$) de amostras de sinais de interesse, ruídos e interferências alcança o arranjo de sensores segundo ângulos de incidência θ_0 e ϕ_0 , indicados como ψ_0 . Como apresenta a Figura 3.3, a propagação deste conjunto de sinais de interesse, ruídos e interferência propaga-se ao longo de n ($n = 1, 2, \dots, N$) sensores configurados segundo um arranjo linear uniformemente espaçados.

Por se tratar do processamento de sinais de banda larga, o arranjo de sensores é acompanhado de uma estrutura de filtros que aplicam atrasos Z^{-1} para a realização adequada do processamento. O método atraso e soma desenvolvido é também denominado filtro e soma. A estrutura de N filtros transversais com M filtros sucessivos é denominada TDL (*Tapped Delay line*), como apresentada na Figura 3.4.

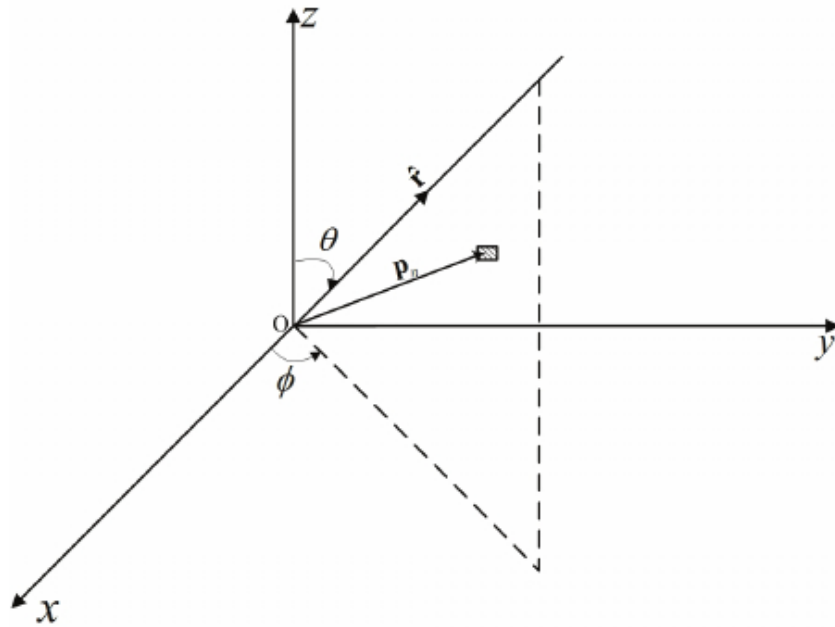


Figura 3.3: Arranjo de sensores posicionado no sistema de coordenadas para análise (Extraído de [14])

As equações (3.3), (3.4) e (3.5) apresentam o cálculo desenvolvido pela etapa de conformação de feixes utilizando este conjunto de sinais de interesse, ruídos e interferências,

$$x_n(k) = s\left[k - \frac{\tau_n(\psi_0)}{T_s}\right] + \{v_n\left[k - \frac{\tau_n(\psi_0)}{T_s}\right]\} + z_n[k] + u_n[k] \quad (3.3)$$

$$\tau = (\tau_0, \tau_1 \dots \tau_{n-1}) \quad (3.4)$$

onde: $s[k]$ é o sinal de interesse em relação a origem; T_s é o período de amostragem; $v[k]$ é o sinal de interferência; $z_n[k]$ é a contribuição do ruído externo ao sistema;

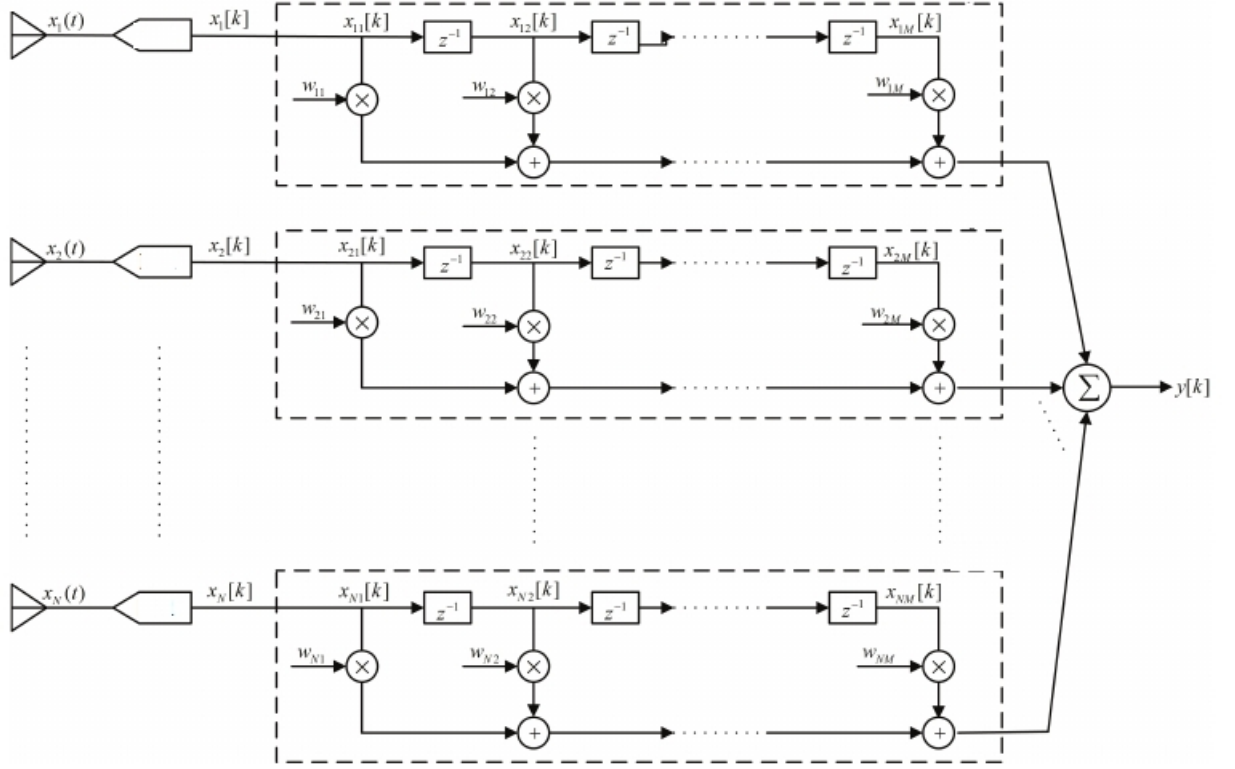


Figura 3.4: Configuração *Tapped Delay Line* (Extraído de [14])

$u_n[k]$ é a contribuição do ruído interno ao sistema; e τ_n é o conjunto de atrasos aplicado ao conjunto de sinais propagados ao longo do arranjo de sensores devido ao seu ângulo de direção de chegada ψ_0 .

O atraso τ pode ser calculado pela equação (3.5).

$$\tau_n(\psi) = \frac{-1}{c}(x_n \sin(\theta) \cos(\phi) + y_n \sin(\theta) \sin(\phi) + z_n \cos(\theta)) \quad (3.5)$$

O conjunto de pesos \mathbf{w} aplicados no processamento utilizando a estrutura de filtros apresentada na Figura 3.4 é calculado utilizando o método de Parks-McClellan para filtros FIR [15].

$$\mathbf{w} = [w_{11}, w_{12}, w_{1M}, \dots, w_{N1}, w_{N2}, \dots, w_{NM}] \quad (3.6)$$

O resultado da conformação de feixes é apresentado pela equação (3.7),

$$y(k) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \mathbf{w}_{nm} \mathbf{x}_{nm}[k] \quad (3.7)$$

onde $\mathbf{w}_{nm} \in \mathfrak{R}$ é o peso para o m tap do n sensor e

$$\mathbf{x} = [x_{11}[k], x_{12}[k], x_{1M}[k], \dots, x_{N1}[k], x_{N2}[k], \dots, x_{NM}[k]]^T \quad (3.8)$$

é o vetor de sinais processados ao longo do *TDL*.

Como define [14], a energia de saída do arranjo pode ser calculada pela equação (3.9). A partir da observação da concentração da energia em uma direção utilizando um arranjo linear de sensores omnidirecionais, será possível determinar a direção de chegada do sinal DOA (*Direction Of Arrival*),

$$P_y = \langle |y[k]|^2 \rangle \quad (3.9)$$

onde $\langle . \rangle$ denota a média no domínio do tempo. A equação (3.7) é reescrita representando as amostras temporais de sinal e pesos como vetores coluna.

$$y = \mathbf{w}^T \mathbf{x} \quad (3.10)$$

onde o sobrescrito “T” é o operador transposto do vetor.

Assim, a energia de saída da conformação de feixes do tipo atraso e soma pode ser descrita pela equação (3.11),

$$\hat{P}_y = \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w} \quad (3.11)$$

onde $\hat{\mathbf{R}}_x$ é uma matriz $NM \times NM$ dada por

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \langle \mathbf{x}\mathbf{x}^T \rangle \quad (3.12)$$

O resultado do processamento do método atraso e soma para sinais de banda larga apresenta como característica a perda da diretividade da resposta do arranjo na banda de frequência Ω e a reduzida atenuação dos lóbulos secundários (*SLL*). A fim de aprimorar os resultados obtidos para as direções θ_0 de interesse, o método de conformação de feixes de frequência invariante é utilizado para avaliar se suas características de processamento são capazes de fornecer melhores resultados. A próxima Seção discute a sua fundamentação teórica.

3.3 Conformação de Feixes de Frequência Invariante

A conformação de feixes de frequência invariante (FIB - *Frequency Invariant Beamforming*) realiza o processamento sobre um sinal de banda larga. De acordo com [14], a característica deste método é a manutenção da largura de feixe do sinal processado sobre toda a banda de frequência Ω . Por este motivo, o método é também nomeado conformação de feixes de largura de feixe constante (ou *constant beamwidth beamforming*). A Figura 3.5, obtida pela equação (2.3), apresenta o parâmetro con-

trolado pelo processamento do método FIB. A distância entre os nulos da largura de feixe permanece constante sobre a banda de frequência Ω . Como resultado, é mantida a diretividade da resposta do arranjo.

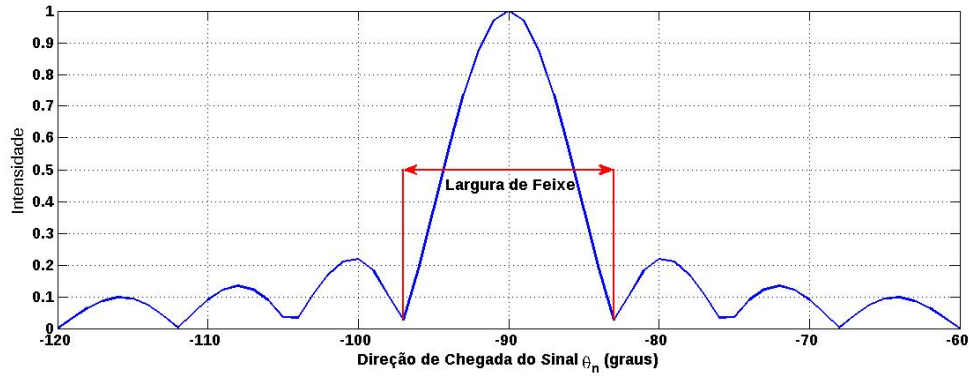


Figura 3.5: Largura de feixe como parâmetro de controle da conformação de feixes baseada em invariância na frequência.

Em determinadas aplicações de conformação de feixes, principalmente na área de acústica, é desejado ter resolução espacial uniforme em todo o espectro de operação [16], [17], [18]. Arranjos lineares de frequência dependente são incapazes de manter a resolução espacial em processamentos de sinais de banda larga nos quais ocorre a variação da largura de feixe. Da mesma forma é possível estabelecer relação entre a resolução espacial e a abertura (ou tamanho) do arranjo de sensores [7], [19]. Mantendo a abertura do arranjo fixa, a resolução espacial decresce à medida que diminui a frequência f_k na banda Ω .

A Figura 3.6 apresenta a relação discutida entre a abertura do arranjo fixa e a perda do padrão de diretividade e da resolução espacial do procesamento, relacionando a frequência f_k e a direção de chegada do sinal θ ao ganho da resposta do arranjo, em decibéis. É possível concluir que a resolução espacial não é constante ao longo do espectro, no qual a perda é sensível em frequências menores na banda de frequência Ω processada. Este resultado será característico na conformação de feixes de sinais de banda larga utilizando o método atraso e soma.

Diferentes técnicas foram desenvolvidas para aprimorar os resultados obtidos pela conformação de sinal de banda larga a fim de obter a manutenção da largura de feixe na banda de frequência Ω . O método de nidificação harmônica (*harmonic nesting*) em conjunto com o método de afilamento espacial (*spatial tapering*) adota a abordagem de aperfeiçoar a diretividade do arranjo realizando a cobertura de uma ampla faixa de frequência pela criação de inúmeros subconjuntos do arranjo, cada um cobrindo uma oitava de frequência [20], [7] e [19], [21]. Adotando a estrutura de filtros TDL (*Tapped Delay Line*), como relata [22], o ajuste dos parâmetros dos filtros aplicados pode ser realizado através da transformada bidimensional inversa de

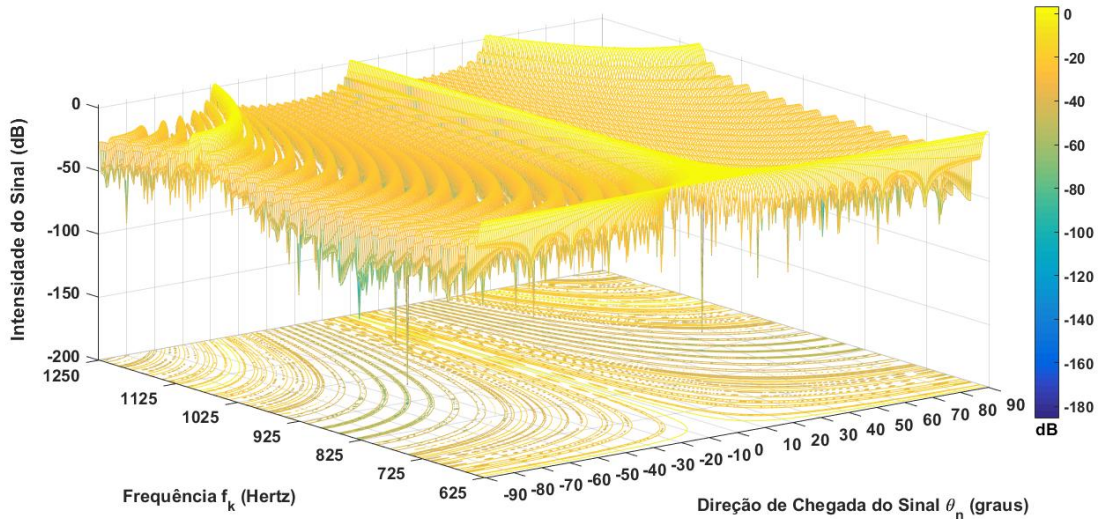


Figura 3.6: Padrão de diretividade da conformação de sinal de banda larga utilizando pesos dependentes da frequência.

Fourier [23] e [24], da otimização convexa [25], utilizando a abordagem dos mínimos quadrados [26], [27], do erro minimax [28] e da projeção no vetor espaço [29].

A obtenção das propriedades da conformação de feixes baseada em invariância na frequência é determinada pelo conjunto de pesos \mathbf{w} aplicado. O processamento para o cálculo dos pesos $\mathbf{w} = [w_{11}, w_{12}, w_{1M}, \dots, w_{N1}, w_{N2}, \dots, w_{NM}]$ dos filtros pode ser fixo ou adaptativo [14]. No processamento cujos pesos dos filtros são fixos há duas abordagens distintas: iterativa e analítica. A abordagem iterativa inclui processos de otimização para a obtenção dos parâmetros ótimos dadas suas restrições; já a abordagem analítica inclui formulações baseadas nos mínimos quadrados e em autofiltros.

O desenvolvimento do presente trabalho adotará o método de otimização convexa para o cálculo dos pesos ótimos, realizado iterativamente. A Seção 3.4 desenvolverá este tema.

3.4 Otimização Convexa

3.4.1 Definição

Problemas de otimização estão presentes nos mais variados campos da Engenharia. De acordo com [30], a otimização convexa engloba uma ampla classe de problemas de otimização, que inclui, por exemplo, programação linear (LP); programação quadrática (QP); programação cônica de segunda ordem (SOCP); e programação semi-definida (SDP). A Figura 3.7 apresenta a relação de continência entre as diferentes classes de programação convexa (CP).

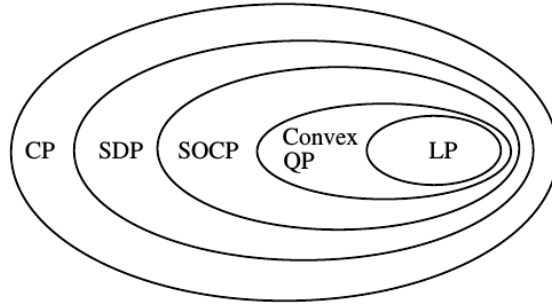


Figura 3.7: Relação entre as classes de programação convexa (Extraído de [31])

De acordo com [31], um problema de otimização pode ser formulado como apresentado na equação (3.13),

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f_0(x) \\ &\text{sujeito a } f_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde o vetor $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$ é a variável de otimização do problema, a função $f_0 : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ é a função objetivo, as funções $f_i : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ são as funções de restrição, e as constantes b_1, \dots, b_m são os limites, ou fronteiras, para as restrições. O problema solucionado produzirá o vetor \mathbf{x}^* de valores *ótimos*, que vão obter as melhores soluções do problema, ou os menores valores da função objetivo, satisfazendo simultaneamente todas as restrições impostas. Assim, para qualquer z com $f_1(z) \leq b_1, \dots, f_m(z) \leq b_m$, tem-se $f_0(z) \geq f_0(x^*)$.

De acordo com [31], [32] e [33], um problema de otimização convexa satisfaz as condições apresentadas pelas equações (3.14) e (3.15), onde as funções $f_0, \dots, f_m : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ são convexas, para todo $x, y \in \mathfrak{R}^n$ e todo $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}$ com $\alpha + \beta = 1, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$.

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f_0(x) \\ &\text{sujeito a } f_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.14)$$

sendo

$$f_i(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f_i(x) + \beta f_i(y) \quad (3.15)$$

Como pondera [31], não há nenhuma forma analítica para a solução de problemas de otimização convexa, mas diferentes métodos para resolvê-los. A possibilidade de adaptação de diferentes problemas para a forma padrão da otimização convexa ajudou na disseminação de seu emprego na área de processamento de sinais. Como lembra [30], a otimização convexa teve suas primeiras aplicações no projeto e cálculo dos pesos de filtros FIR. Desde então, mostra-se uma alternativa simples e rápida, com aplicações em arranjos com múltiplos sensores e conformação de feixes.

A Subseção a seguir apresenta a definição de conjuntos convexas, sobre os quais

são determinadas a função objetivo e as funções restrição do problema otimizado.

3.4.2 Conjuntos Convexos

O problema de otimização convexa obtém soluções a partir de pontos pertencentes a um conjunto convexo, como definido na equação (3.16) por [31], para $x_1, x_2 \in C$ com qualquer θ , $0 \leq \theta \leq 1$.

$$\theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \in C \quad (3.16)$$

A Figura 3.8 apresenta graficamente o comportamento de um conjunto convexo, no qual dois pontos quaisquer podem ser ligados por uma reta que atravessa o interior deste conjunto limitado sem atingir qualquer ponto em seu exterior.

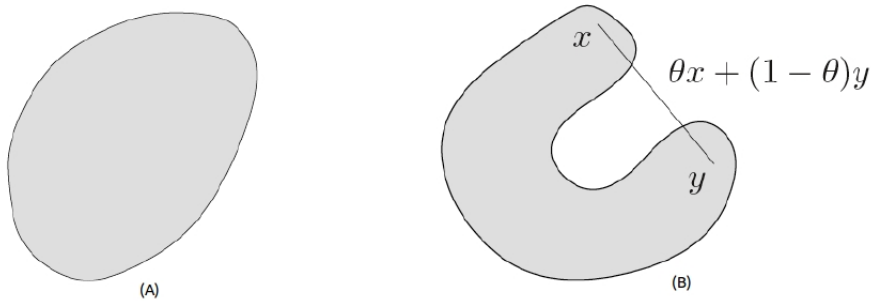


Figura 3.8: (A) Conjunto convexo (B) Conjunto não-convexo (Extraído de [31])

Um conjunto convexo pode ser apresentado, também, como uma combinação convexa de k pontos, denotado por $\mathbf{conv}C$.

$$\mathbf{conv}C = \theta_1 x_1 + \dots + \theta_k x_k | x_i \in C, \theta_i \geq 0, i = 1, \dots, k, \theta_1 + \dots + \theta_k = 1 \quad (3.17)$$

A delimitação de diferentes conjuntos convexos auxilia na construção das classes de programação convexa. Todos estes conjuntos respeitam a propriedade básica definida na equação (3.16) e servem de domínio para a construção de funções convexas, assunto abordado na próxima Subseção.

3.4.3 Funções Convexas

Uma função é convexa se o seu domínio é um conjunto convexo. De acordo com [31], seja uma função $f : \Re^n \rightarrow \Re$ cujo domínio é convexo, e se para todo $x, y \in \mathbf{dom}f$, com $0 < \theta < 1$ tem-se:

$$f[\theta x + (1 - \theta)y] \leq \theta f(x) + (1 - \alpha)f(y) \quad (3.18)$$

Uma função será estritamente convexa se $x \neq y$ e $0 < \theta < 1$. Sejam dois pares $(x, f(x))$ e $(y, f(y))$, na Figura 3.9 o segmento de reta que os interliga, através de uma função afim, que sempre atende a desigualdade apresentada pela equação (3.18).

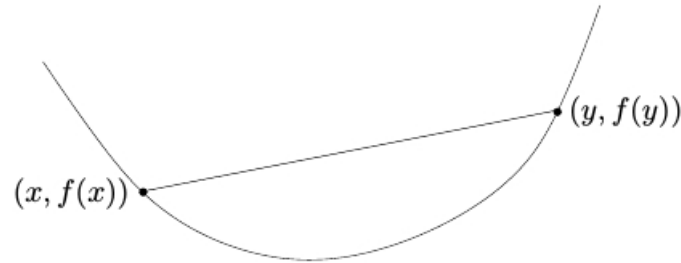


Figura 3.9: Gráfico de uma função convexa (Extraído de [31])

É possível destacar algumas funções que descrevem regiões convexas, além da função afim já citada, como destacam [31] e [34].

- Exponencial, $e^{\alpha x}$ é convexa em \mathfrak{R} , para qualquer $\alpha \in \mathfrak{R}$;
- Potência, x^α é convexa em \mathfrak{R}_{++} quando $\alpha \geq 1$ ou $\alpha \leq 0$;
- Potência de valor absoluto, $|x|^p$, para $p \geq 1$, é convexa em \mathfrak{R} ;
- Entropia negativa, $x \log x$ (se em \mathfrak{R}_{++} , ou em \mathfrak{R}_+ , definida como 0 para $x = 0$);
- Normas, toda norma em \mathfrak{R}^n é convexa;
- Função máximo, $f(x) = \max\{x_1, \dots, x_n\}$ é convexa em \mathfrak{R}^n ;
- Função quadrática sobre a linear, $f(x, y) = x^2/y$ com $\text{dom} f = \mathbf{R} \times \mathbf{R}_{++} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | y > 0\}$;
- Log-soma-exponencial, $f(x) = \log(e^{x_1} + \dots + e^{x_n})$ é convexa em \mathbf{R}^n .

Estas funções são importantes para o desenvolvimento das diferentes classes de programas de otimização convexa adotando os diferentes conjuntos convexas para a realização da operação de otimização convexa.

A próxima Seção apresenta os conceitos fundamentais da otimização convexa realizada em conjuntos cônicos, utilizados para a obtenção dos resultados do presente trabalho.

3.5 Otimização Convexa Cônica

3.5.1 Programação cônica de segunda ordem

Como define [31], o conjunto é um cone, ou homogêneo não-negativo, se para todo $x \in C$ e $\theta \geq 0$ temos $\theta x \in C$. De forma exclusiva, um conjunto C é cone convexo se e somente se for cone e convexo, para o qual sejam quaisquer x_1 e $x_2 \in C$ e $\theta_1, \theta_2 \geq 0$.

$$\theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 \in C \quad (3.19)$$

A descrição geométrica da equação (3.19) é apresentada na Figura 3.10, com ambas as retas partindo da origem em 0.

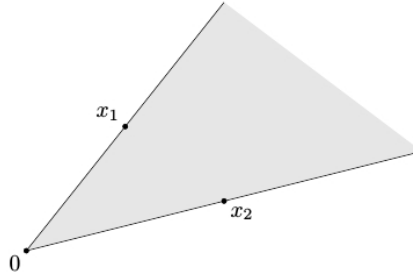


Figura 3.10: Conjunto formado por pontos que atendem a condição de um conjunto convexo e cônico (Extraído de [31])

A combinação de conjuntos cônicos é definida pela equação (3.20).

$$\{\theta_1 x_1 + \dots + \theta_k x_k \mid x_i \in C, \theta_i \geq 0, i = 1, \dots, k\} \quad (3.20)$$

A norma de cone apresentada na equação (3.21) constrói o conjunto cone de segunda ordem \mathcal{K} [35], sob a condição de C não conter o vetor nulo $\{0\}$ [36].

$$\mathcal{K}_n = \left[\begin{array}{c} u \\ t \end{array} \right] \mid u \in \mathfrak{R}^{n-1}, t \in \mathfrak{R}, \|u\| \leq t \quad (3.21)$$

A Figura 3.11 apresenta o cone de segunda ordem de diferentes dimensões n . Para $n = 3$, o conjunto é também denominado cone de *Lorentz*, no qual $\{(x_1, x_2, t) \mid (x_1^2 + x_2^2)^{1/2} \leq t\}$.

Como analisa [34], o cone de segunda ordem \mathcal{K} é um conjunto convexo em \mathfrak{R}^n para quaisquer dois pontos em \mathcal{K} , $[t_1 u_1]$ e $[t_2 u_2]$, com $\lambda \in [0, 1]$,

$$\lambda \left[\begin{array}{c} t_1 \\ u_1 \end{array} \right] + (1 - \lambda) \left[\begin{array}{c} t_2 \\ u_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \lambda t_1 + (1 - \lambda) t_2 \\ \lambda u_1 + (1 - \lambda) u_2 \end{array} \right] \quad (3.22)$$

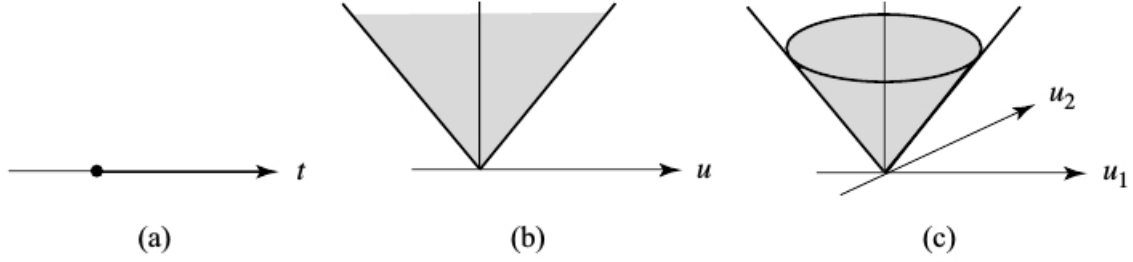


Figura 3.11: Cones de segunda ordem de dimensão (a) $n=1$ (b) $n=2$ (c) $n=3$ (Extraído de [34])

onde $\|\lambda u_1 + (1 - \lambda)u_2\| \leq \lambda\|u_1\| + (1 - \lambda)\|u_2\| \leq \lambda t_1 + (1 - \lambda)t_2$. Assim, o conjunto formado pelos pontos de um cone de segunda ordem de dimensão n atende a condição apresentada na equação (3.16).

De acordo com [37], na programação cônica de segunda ordem (SOCP - *Second Order Cone Program*) uma função linear é minimizada sobre a interseção entre o conjunto afim e o cone de segunda ordem (quadrático).

A forma padrão do problema de programação cônica de segunda ordem é apresentado na equação (3.23) [33] e [31],

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } f^T x \\ & \text{sujeito a } \|A_i x + b_i\|_2 \leq c_i^T x + d_i, i = 1, \dots, m \\ & Fx = g \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde $x \in \mathfrak{R}^n$ é a variável de otimização, $A_i \in \mathfrak{R}^{n_i \times n}$ e $F \in \mathfrak{R}^{p \times n}$. A parcela da equação (3.23) $\|A_i x + b_i\|_2 \leq c_i^T x + d_i$ é denominada restrição do cone de segunda ordem de dimensão n .

Como mencionado na Subseção 3.4.1, o cálculo dos pesos ótimos para filtros utilizando a otimização convexa é bastante difundida entre pesquisadores. É apresentada em [38] a aplicação da otimização convexa para o projeto de filtros do tipo FIR. Em problemas como este, a restrição cônica de segunda ordem é utilizada para descrever a diferença entre as respostas do filtro obtida e a ideal. Esta restrição pode ser interpretada como um círculo de raio t no plano complexo. A equação (3.24) apresenta a norma de cone para a restrição apresentada no problema.

$$|H(f) - H(f)_{ideal}| \leq t \quad (3.24)$$

A Figura 3.12 apresenta a interpretação geométrica da restrição aplicada. Dadas as variáveis u_1 , u_2 e v , a norma é construída sob a forma $\|u\| \leq t$, de acordo com a equação (3.21).

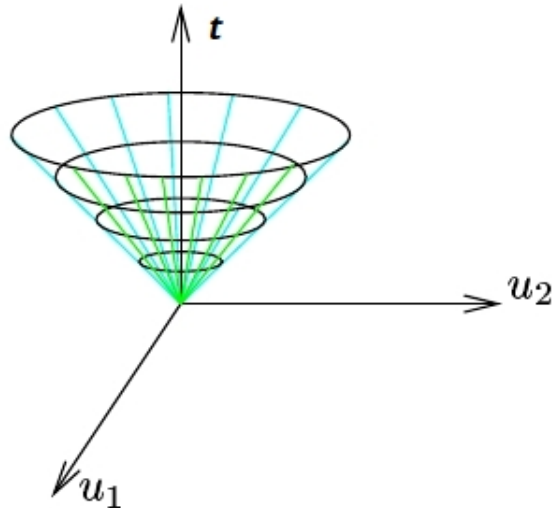


Figura 3.12: Conjunto de restrição determinado pelo cone de segunda ordem (Extraído de [38])

O método para a obtenção da invariância na frequência, que será abordado adiante, inicia sua abordagem a partir de equações como a (3.24). Na próxima Seção será apresentada a técnica responsável pela otimização na programação cônica de segunda ordem.

3.6 Métodos de Otimização sobre um Conjunto Convexo

3.6.1 Definição

De acordo com [34], diferentes abordagens para a solução de problemas de otimização estão disponíveis:

- Métodos analíticos;
- Métodos gráficos;
- Métodos experimentais;
- Métodos numéricos.

A abordagem mais importante envolve métodos numéricos, nos quais procedimentos numéricos iterativos são utilizados para gerar uma série de soluções aperfeiçoadas para o problema, a partir de uma solução inicial.

Como é abordado por [39], a viabilidade de um problema de otimização convexo restrito como apresentado na equação (3.25) dependerá das características dos conjuntos de pontos que formam o problema a ser otimizado.

$$\begin{aligned}
& \text{minimizar } f(x) \\
& \text{sujeito a } g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \\
& Bx = d \\
& x \in X
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Onde $C = \{x \in \mathbb{R}^n | g(x) \leq 0, Bx = d, x \in X\}$ é denominado *conjunto viável* ou *conjunto restrição* do problema de otimização. Nos problemas de SOCP, a otimização é realizada sobre superfícies não-lineares, sobre o qual o método trabalha para alcançar o mínimo global (em problemas de minimização), como exemplifica a Figura 3.13.

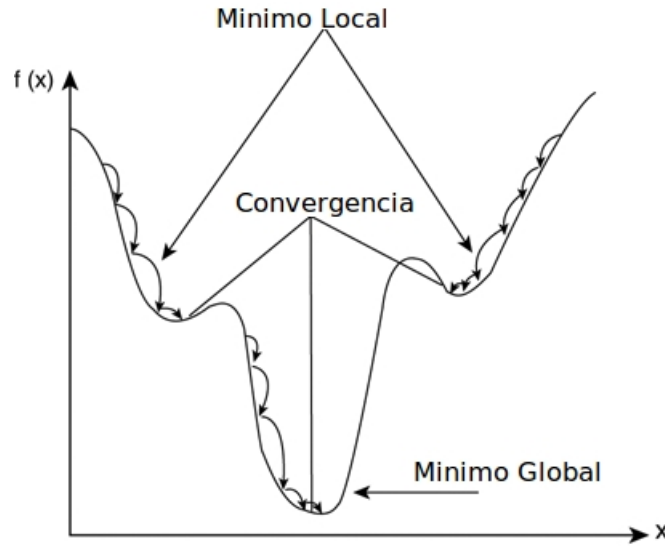


Figura 3.13: Curva de convergência para mínimo global (Extraído de [40])

A análise de viabilidade de solução do conjunto C adotando algum método de otimização é explorado por [41] e [42]. Ambos os autores apresentam o Teorema de Weierstrass, que utiliza fundamentos algébricos para investigar o *conjunto viável*. Para tanto, é preciso avaliar alguns conceitos de topologia de conjuntos conforme abordado por [43].

Bolas abertas e bolas fechadas nos conjuntos - Seja M um espaço métrico, $a \in M$ e $r > 0$, e

1. A bola aberta de centro a e raio r será o conjunto $B(a; r) = \{x \in M; d(a, x) < r\}$;
2. A bola fechada de centro a e raio r será o conjunto $B[a; r] = \{x \in M; d(a, x) \leq r\}$;

3. A esfera de centro a e raio r será o conjunto $S(a; r) = \{x \in M; d(a, x) = r\}$.

onde: $d = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$.

Conjuntos limitados - O espaço M é dito limitado, ou a métrica d é limitada, se existir $K > 0$ tal que $d(x, y) \leq K$ para quaisquer $x, y \in M$. Para completar a definição, é preciso abranger o conceito de supremo. Seja $X \subset \mathcal{R}$. Se existir $a \in \mathcal{R}$ tal que $x \leq a$ para todo $x \in X$, X é limitado superiormente e que a é a cota superior de X . Assim, seja $X \subset \mathcal{R}$ limitado superiormente. Um número b é dito supremo de X quando é a menor de suas cotas superiores (notação: $\sup X$). Para que esta condição seja aceita é necessário e suficiente que sejam preenchidas as seguintes condições:

1. $x \leq b$ para todo $x \in X$;
2. se $x \leq c$ para todo $x \in X$, então $b \leq c$.

É possível generalizar o conceito de *supremo* para *ínfimo* de um conjunto $X \subset \mathcal{R}$. Seja $X \subset \mathcal{R}$. Se existir $a \in \mathcal{R}$ tal que $a \leq x$ para todo $x \in X$, X é limitado inferiormente e que a é cota inferior de X . Assim, para $X \subset \mathcal{R}$ limitado inferiormente, um número b é dito ínfimo de X quando é a maior de suas cotas inferiores (notação: $\inf X$). Para que esta condição seja aceita é necessário e suficiente que sejam preenchidas as seguintes condições:

1. $b \leq x$ para todo $x \in X$;
2. se $c \leq x$ para todo $x \in X$, então $c \leq b$.

O seguinte axioma conclui o fato: “Todo conjunto limitado $X \subset \mathcal{R}$ possui supremo e ínfimo em \mathcal{R} ”, isto é, existem $a, b \in \mathcal{R}$ tais que $a = \inf X$ e $b = \sup X$.

Conjuntos abertos - Seja A um subconjunto do espaço M . Um ponto $a \in A$ é chamado ponto interior de A se existir $r > 0$, tal que:

$$B(a; r) \subset A.$$

Assim, A é um conjunto aberto em M quando todo ponto de A for ponto interior de A . O conjunto de todos os pontos interiores de A será chamado interior de A . O interior de A é denotado por $\text{int}A$. Então, A é aberto quando $A = \text{int}A$.

Teoremas:

- $\mathcal{O}1$: \emptyset e M são conjuntos abertos;

- $\mathcal{O}2$: Se A_1, A_2, \dots, A_n são conjuntos abertos, então $\bigcap_{i=1}^n S_i$ é um conjunto aberto;
- $\mathcal{O}3$: Seja S um conjunto arbitrário. Se A_α é um conjunto aberto para cada $\alpha \in S$, então $\bigcup_{\alpha \in S} A_\alpha$ é um conjunto aberto. Em outras palavras, a união de qualquer coleção de conjuntos abertos é aberto.

Para provas dos Teoremas, ver [43].

Conjuntos fechados - Um subconjunto F de um espaço M é dito fechado em M quando seu complementar $M - F$ for aberto.

Teoremas:

- $\mathcal{C}1$: \emptyset e M são conjuntos fechados;
- $\mathcal{C}2$: Se A_1, A_2, \dots, A_n são conjuntos fechados, então $\bigcap_{i=1}^n S_i$ é um conjunto fechado;
- $\mathcal{C}3$: Seja S um conjunto arbitrário. Se A_α é um conjunto fechado para cada $\alpha \in S$, então $\bigcup_{\alpha \in S} A_\alpha$ é um conjunto fechado. Em outras palavras, a união de qualquer coleção de conjuntos fechados é fechado.

Para provas dos Teoremas, ver [43].

Conjuntos compactos - Seja A um subconjunto de um espaço M . Uma *tampa aberta* de A é uma coleção \mathcal{C} de conjuntos abertos cuja união contém A . Um subconjunto derivado da tampa aberta \mathcal{C} é uma subcoleção \mathcal{C}' de \mathcal{C} cuja união contém A .

Teoremas:

- $\mathcal{P}1$: O espaço M é compacto se toda tampa aberta de X tem um subconjunto finito;
- $\mathcal{P}2$: (*Cantor's Nested Intervals Theorem*) Se $\{(a_n, b_n)\}_{n=1}^\infty$ é uma sequência aninhada de intervalos fechados e limitados, então $\bigcap_{n=1}^\infty (a_n, b_n) \neq \emptyset$. Se, em adição, o diâmetro dos intervalos convergem para zero, então a interseção consiste precisamente em um ponto;
- $\mathcal{P}3$: Cada subconjunto fechado de um espaço compacto é compacto.

Para outros Teoremas e provas, ver [43] e [44].

A existência de solução no conjunto viável gerado por um problema de otimização convexa como apresentado na equação (3.25) pode ser enunciada pelas seguintes afirmações, baseadas em [44] e [31].

1. \mathcal{A}_1 : O conjunto de valores mínimos de $f : \mathfrak{R}^n \mapsto (-\infty, \infty]$ é a interseção de seus conjuntos não-nulos;
2. \mathcal{A}_2 : O conjunto de valores mínimos de f é não-nulo e compacto se os conjuntos de f são compactos;
3. \mathcal{A}_3 (Uma extensão) Teorema de Weierstrass: O conjunto de mínimos de f sobre M é não-nulo e compacto se M é fechado, f é semi-contínua inferior sobre M e as seguintes condições são válidas:
 - M é limitado;
 - Algum conjunto $\{x \in M | f(x) \leq \gamma\}$ é não-nulo e limitado;
 - Para toda sequência $\{x_k\} \subset M$ s.a $\|x_k\| \rightarrow \infty$, tem-se $\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_k) = \infty$ (propriedade coercitiva).

O Teorema de Weierstrass para conjuntos convexos determina:

1. \mathcal{A}_4 : Seja M um conjunto convexo fechado, subconjunto de \mathfrak{R}^n , e seja $f : \mathfrak{R}^n \mapsto (-\infty, \infty]$ fechado e convexo com $M \cap \text{dom}(f) \neq \emptyset$. O conjunto de pontos mínimos de f sobre M é não-nulo e compacto se e somente se M e f não têm nenhuma direção de recessão não-nula, ver [44];
2. \mathcal{A}_5 : Seja $f_i : \mathfrak{R}^n \mapsto (-\infty, \infty], i = 1, \dots, m$ uma função convexa adequada fechada, tal que a função $f = f_1 + \dots + f_m$ é adequada. Assume-se, assim, que uma única função f_i satisfaz $r_{f_i}(d) = \infty$ para todo $d \neq 0$. Então o conjunto de pontos mínimos de f é não-nulo e compacto.

Para outros Teoremas e provas, ver [43] e [44].

Dada a existência de solução a partir do conjunto viável construído, um método de otimização é aplicado. Duas abordagens para a obtenção do conjunto \mathbf{x}^* são apresentadas: primal e dual. De acordo com [44], as duas abordagens assemelham-se à possibilidade de descrição do sinal ou no domínio do tempo ou da frequência. São dois pontos de vista sobre um mesmo objeto. Da mesma forma é possível descrever um conjunto convexo fechado a partir dos pontos em seu interior bem como utilizando a interseção de meio-espacos, como mostra a Figura 3.14.

Como apresenta [44] e [45] o fundamento da solução dual de um problema de otimização pode ser descrito a partir da apresentação do conceito de transformação de Legendre-Fenchel segundo a qual uma função $f : \mathfrak{R} \mapsto \cup\{\infty\}$ contínua, mas não necessariamente diferenciável, é definida pela equação (3.26).

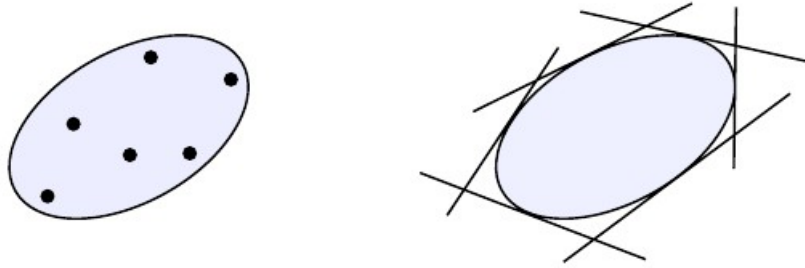


Figura 3.14: Dois pontos de vista para definição de um conjunto convexo fechado (Extraído de [44])

$$f^*(p) = \sup_{x \in X} \{ \langle x^*, x \rangle - f(x) \} \quad (3.26)$$

A interpretação geométrica da equação da transformação Legendre-Fenchel de x é determinada pela identificação do ponto x da função $f(x)$ tangenciado por uma reta de coeficiente angular p na localização $(x, f(x))$ e que possui um valor máximo na interseção desta reta com o eixo y . Como resultado é obtido o ponto $(p^*, f^*(p))$. A Figura 3.15 apresenta o que foi exposto.

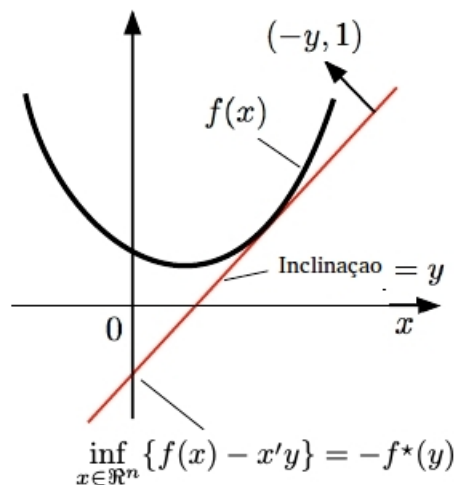


Figura 3.15: Interpretação geométrica da transformação de Legendre-Fenchel (Extraído de [44])

Uma vez que a transformação é reversível, é válida a expressão da equação (3.27).

$$(x, f(x)) \Leftrightarrow (p^*, f^*(p)) \quad (3.27)$$

Como descreve [44], durante a aplicação da otimização sobre a curva $f(x)$, a descrição primal buscará o menor valor desta curva; já a descrição dual buscará o maior valor para $f^*(y)$. Como exemplo, duas curvas $f_1(x)$ e $f_2(x)$ são apresentadas.

O proceso de otimização tem como objetivo encontrar o menor valor para o somatório $f_1(x) + f_2(x)$, como apresentado na Figura 3.16.

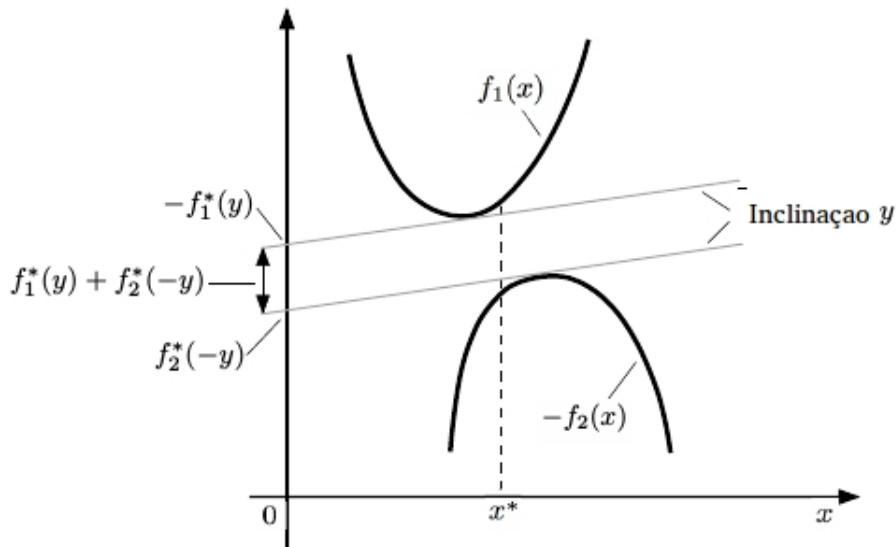


Figura 3.16: Curvas para realização de otimização (Extraído de [44])

O problema de otimização da Figura 3.16 possui os seguintes parâmetros:

$$\text{Primal: } \min_x \{f_1(x) + f_2(x)\} \tag{3.28}$$

$$\text{Dual: } \max_y \{-f_1^*(y) - f_2^*(y)\} \tag{3.29}$$

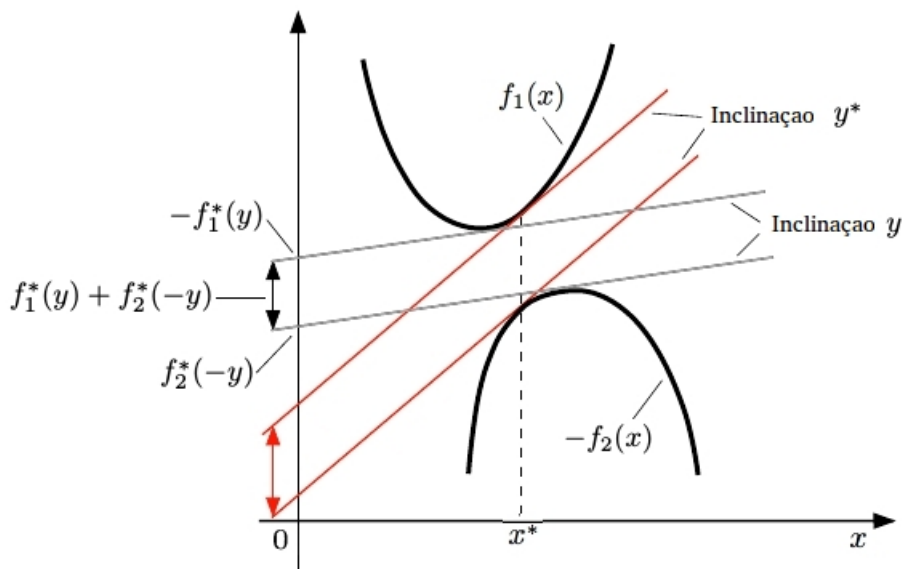


Figura 3.17: Curvas para realização de otimização (Extraído de [44])

O resultado, obtido após a obtenção conjunto solução x^* e $f(x^*)$ é apresentado na Figura 3.17, com a apresentação das abordagens primal e dual.

Para análise aprofundada, ver [45], [46] e [44].

Em problemas de otimização linear como desenvolvido pela SOCP é preciso analisar com rigor a viabilidade da teoria da dualidade utilizando os fundamentos da transformação de Legendre-Fenchel.

Na próxima Subseção será apresentada a construção de algoritmos para a solução dos problemas primal e dual.

3.6.2 Método do Ponto Interior

De acordo com [47], o método do ponto interior foi desenvolvido na década de 1980, inicialmente para solucionar problema de programação linear. O método que será apresentado nesta Subseção é o método primal-dual preditor corretor, utilizado pelo *software* SeDuMi (*Self-Dual-Minimization*) [48] e [49], adotado no presente trabalho.

O desenvolvimento do método do ponto interior (PI), por Karmakar, em 1984, possibilitou a resolução de problemas adotando complexidade polinomial, enquanto o Simplex possui complexidade exponencial. Assim, o novo método mostrava-se mais eficiente e de convergência mais veloz.

O método ponto interior preditor-corrector, apresentado neste tópico, foi desenvolvido por Merhotra, em 1992 [34]. Este desenvolvimento sobre o PI proposto inicialmente por Karmakar pode ser visto como uma importante melhoria sobre os algoritmos primais-duais desenvolvidos até então.

De acordo com [50], o programa de Programação Linear (PL) deriva da construção de uma representação matemática para um problema real em que se quer minimizar, ou maximizar, uma função objetivo linear, ao mesmo tempo em que as variáveis estão sujeitas a determinadas restrições lineares. Um ponto interior é aquele em que todas as variáveis estão dentro de seus limites. Assim, o PI percorre um caminho dentro da região de todas as soluções até obter a solução ótima, diferente do Simplex, que percorre as arestas do politopo. A forma primal de um problema de programação linear padrão é definido pela equação (3.30).

Primal

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } c^T x \\ & \text{sujeito a } Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Como é definido por [51], o conjunto $\mathcal{X} = \{x \in \mathfrak{R}^n; Ax = b, x \geq 0\}$ é chamado conjunto viável e um ponto $x \in \mathcal{X}$ é denominado ponto viável. O conjunto $\{x \in \mathfrak{R}^n; x > 0\}$ é chamado conjunto de pontos interiores e um ponto deste conjunto é denominado ponto interior. O conjunto $\mathcal{X}^0 = \{x \in \mathcal{X}; x > 0\}$ é chamado conjunto dos pontos interiores viáveis e um ponto $x \in \mathcal{X}^0$ é denominado ponto interior viável.

O número $v(Primal) = \inf\{c^T x; x \in \mathcal{X}\}$ é denominado valor ótimo ou custo ótimo, o conjunto $\mathcal{X}(Primal) = \{x \in \mathcal{X}; c^T x = v(Primal)\}$ é chamado conjunto de soluções ótimas e um ponto $x \in \mathcal{X}(Primal)$ é denominado solução ótima. Se existir uma sequência (x^k) tal que $x^k \in \mathcal{X}$ e $c^T x^k \rightarrow -\infty$, então $(Primal)$ é dito ilimitado. Se \mathcal{X} é vazio, então $(Primal)$ é dito inviável.

A sua forma dual é apresentada pela equação (3.31).

Dual

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } b^T y \\ & \text{sujeito a } Ay + z = c \\ & y \text{ livre, } z \geq 0 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Onde o vetor $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^m$ é denominado viável dual e incluímos explicitamente um vetor de componentes não negativas $\mathbf{z} \in \mathfrak{R}^n$ denominado folga dual. São definidos os conjuntos viável, de pontos interiores, de pontos interiores viáveis e de soluções ótimas para o problema $(Dual)$, respectivamente, por $Z\{(y, z) \in \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^n; A^T y + z = c, z \geq 0\}$, $\{(y, z) \in \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^n; z > 0\}$, $Z^0 = \{(y, z) \in Z; z > 0\}$ e $Z(Dual) = \{(y, z) \in Z; b^T y = v(Dual)\}$, onde $v(Dual) = \sup\{b^T y, (y, z) \in Z\}$ é denominado valor ótimo ou custo ótimo do problema $(Dual)$. Os pontos viável, interior, interior viável e solução ótima para o problema $(Dual)$, respectivamente, pelos pontos em Z , $\{(y, z) \in \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^n; z > 0\}$, Z^0 e $Z(Dual)$. A função linear $y \rightarrow b^T y$ é chamada função objetivo.

Para um ponto ser considerado ótimo, as seguintes condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) para os problemas $(Primal)$ e $(Dual)$ devem ser satisfeitas [50], respeitando a existência de solução no conjunto viável, como apresentado no tópico 3.6.1. :

- Primal factível: $Ax - b = 0, x \geq 0$;
- Dual factível: $c - A^T y - z = 0, z \geq 0$
- Complementaridade: $XZe = 0$

Onde \mathbf{X} e \mathbf{Z} são matrizes diagonais de \mathbf{x} e \mathbf{z} , e $\mathbf{e} = [1, 1, 1, \dots]^T$.

Uma vez que as soluções primal e dual podem não ser iguais, a diferença entre seus valores ótimos calculados é denominada *gap*. Para formulações apresentadas pelas equações (3.30) e (3.31), o *gap* pode ser calculado de acordo com a equação (3.32).

$$\gamma = c^T x - b^T y = x^T z, \text{ se o ponto } (x, y, z) \text{ for primal e dual factível.} \tag{3.32}$$

Onde $c^T x - b^T y$ é denominado *gap* de dualidade e $x^T z$ é o *gap* de complementaridade. Se a dualidade é forte, (*Primal*) e (*Dual*) têm soluções viáveis, então ambos têm soluções ótimas $x^* \in \mathcal{X}(\textit{Primal})$ e $(y^*, z^*) \in Z(\textit{Dual})$, tais que $c^T x^* - b^T y^* = (x^*)^T z^* = 0$. De acordo com [51], o problema da dualidade é enunciado assim: se o problema primal tem uma solução ótima, então o problema dual também tem uma solução ótima e os valores das funções objetivos de ambos são iguais; se o problema primal (ou o dual) é ilimitado, então o problema dual (ou o primal) é inviável; e se o problema primal (ou o dual) é inviável, então o problema dual (ou o primal) é inviável ou ilimitado. O conjunto viável primal-dual pode ser definido como:

$$\mathcal{F}^o = \{(x, z) \in \mathcal{F}; (x, z) > 0\} \quad (3.33)$$

O conjunto viável de pontos interiores primal-dual pode ser definido como:

$$\mathcal{F} = \{(x, z) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^n; x \in \mathcal{X}, z \in Z\} \quad (3.34)$$

A abordagem do método do ponto interior preditor-corretor implica na explicação de outros métodos, como o método de Newton, apresentado na próxima Subseção.

3.6.3 Método de Newton

De acordo com [52], o método de Newton consiste na forma mais simples de desenvolver os métodos de pontos interiores do tipo primal-dual. Sob condições adequadas, este método gera uma sequência de pontos $\{x^k\}$ que convergem para o produto ótimo x^* com taxa quadrática.

Seja $F : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$. O método iterativo procura uma solução $x^* \in \mathfrak{R}$, onde $F(x^*) = 0$. Ao expandir F em série de Taylor ao redor do ponto x , será obtido $F(x + d) \cong F(x) + J(x)d$, onde $J(x)$ é a Jacobiana de F no ponto x . Sob a condição $F(x) + J(x)d = 0$, tem-se que $J(x)d = -F(x)$ e o método iterativo é dado por $x^{k+1} = x^k + d^k$.

Outro método explorado para a construção do primal-dual preditor-corretor é o método primal-dual afim escala, apresentado na próxima Subseção.

Método Primal-Dual Afim Escala

A partir das equações (3.30) e (3.31), tomando $F(x, y, z) = 0$, é imposta a condição de otimalidade, segundo a equação (3.35).

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}x - b \\ \mathbf{A}^T y - c + z \\ \mathbf{Z}\mathbf{X}e \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_p \\ r_d \\ r_a \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Após o cálculo da Jacobiana de $F(x, y, z)$ tem-se a matriz:

$$\mathbf{J}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}^T & \mathbf{I} \\ \mathbf{Z} & 0 & \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Logo, o sistema $\mathbf{J}(x, y, z)d = -\mathbf{F}(x, y, z)$ é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}dx &= r_p \\ \mathbf{A}^T dy + dz &= r_d \\ \mathbf{Z}dx + \mathbf{X}dz &= r_a \end{aligned} \quad (3.37)$$

A solução $d = (dx, dy, dz)$ do sistema pode ser obtida pela eliminação das variáveis, sabendo que $\mathbf{X} = \text{diag}(x)$ e $\mathbf{Z} = \text{diag}(z)$ são inversíveis. A equação (3.37) solucionada é apresentada na equação (3.38).

$$\begin{aligned} dx &= \mathbf{D}(\mathbf{A}^T dy - r_d + \mathbf{X}^{-1}r_a) \\ dy &= (\mathbf{A}\mathbf{D}\mathbf{A}^T)^{-1}(r_p + \mathbf{A}\mathbf{D}r_d - \mathbf{A}\mathbf{D}\mathbf{X}^{-1}r_a) \\ dz &= \mathbf{X}^{-1}(r_a - \mathbf{Z}d)x \end{aligned} \quad (3.38)$$

Onde $\mathbf{D} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{X}$ e a matriz $\mathbf{A}\mathbf{D}\mathbf{A}^T$ são positivas definidas, uma vez que \mathbf{A} tem posto completo e \mathbf{D} é positiva definida. Com a direção definida, é preciso calcular os passos primais e duais $\alpha_p, \alpha_d \in (0, 1]$ da iteração. Serão calculados os vetores $\boldsymbol{\rho}_p$ e $\boldsymbol{\rho}_d$ para a obtenção destes passos.

$$\boldsymbol{\rho}_p = \min\left\{-\frac{x_i}{dx_i}; dx_i < 0\right\} \quad (3.39)$$

$$\boldsymbol{\rho}_d = \min\left\{-\frac{z_i}{dz_i}; dz_i < 0\right\} \quad (3.40)$$

Tal que $i = 1, 2, \dots, n$.

Se dx e dz não assumirem valores negativos, como determinam as equações (3.39) e (3.40), $\boldsymbol{\rho}_p$ e $\boldsymbol{\rho}_d$ estarão sofrendo bloqueio por algum parâmetro, assim o passo de Newton completo deverá ser tomado como valendo 1. Os parâmetros α_p e α_d são calculados como $\alpha_p = \min\{1, \tau_{\boldsymbol{\rho}_p}\}$ e $\alpha_d = \min\{1, \tau_{\boldsymbol{\rho}_d}\}$, com a constante $\tau \in (0, 1)$ dada. O pseudocódigo para o método primal-dual pode ser exposto da seguinte

forma:

1. Dados $x^0 > 0, z^0 > 0, y^0, \tau \in (0, 1)$.
2. Para $k = 1, 2, \dots$ faça:
3. Calcule r_p, r_d, r_a .
4. Calcule dx, dy, dz
5. Calcule α_p, α_d .
6. Calcule os novos pontos.
7. $x^{k+1} = x^k + \alpha_p dx^k$
8. $y^{k+1} = y^k + \alpha_d dy^k$
9. $z^{k+1} = z^k + \alpha_d dz^k$

Utilizando as equações e resultados já obtidos, por fim é construído o método primal-dual predictor corretor, assunto da próxima Subseção.

3.6.4 Método Primal-Dual Predictor Corretor

O método primal-dual predictor-corretor utilizará o que foi apresentado para o desenvolvimento do método de Newton e do método primal-dual afim escala. Como aponta [50], o método desenvolvido por [53] utiliza uma direção que contém três componentes:

- Direção Afim-Escala (direção preditora ou de Newton);
- Direção de centragem cujo tamanho é determinado pela perturbação μ ;
- Direção de correção que tenta compensar a aproximação linear do método de Newton dada por $(x + dx)^T(z + dz) = dx^T dz$

Através da criação do parâmetro $\mu = x_i z_i$ é realizada a correção da diferença na velocidade de convergência da equação (3.37).

O seguinte pseudocódigo é utilizado para a aplicação do método primal-dual predictor-corretor:

1. **Entrada:** $(x^0, z^0), y^0, \tau \in (0, 1)$
2. **para** $k = 0, 1, \dots, max$ Faça:
3. % Cálculo dos resíduos

4. % e é um vetor unitário de mesmo tamanho que x
5. $r_p = b - \mathbf{A}x$
6. $r_d = c - \mathbf{A}^T y - z$
7. $r_a = -\mathbf{XZ}e$

8. $\mathbf{D} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{X}$
9. % Cálculo das direções afim escala.
10. $(\mathbf{ADA})^T dy = r_p + \mathbf{AD}(r_d - \mathbf{X}^{-1}r_a)$
11. $dx = \mathbf{D}(\mathbf{A}^T dy - r_d + \mathbf{X}^{-1}r_a)$
12. $dz = \mathbf{X}^{-1}(r_a - \mathbf{Z}dx)$

13. % Cálculo do passo primal e dual
14. $\alpha_p = \min\{1, \tau * \min\{\frac{-x_j}{dx_j} | dx_j < 0\}\}$
15. $\alpha_d = \min\{1, \tau * \min\{\frac{-z_j}{dz_j} | dz_j < 0\}\}$
16. % Cálculo do *gap* e do parâmetro de correção
17. % p é uma constante cujo valor normalmente é 2 ou 3
18. % n é a dimensão dos vetores
19. $\gamma = \mathbf{x}^T \mathbf{z}$
20. $\tilde{\gamma} = (x + \alpha_p dx)^T (z + \alpha_d dz)$
21. $\mu = (\frac{\tilde{\gamma}}{\gamma} p \frac{\gamma}{n})$

22. $r_s = r_a - D_x D_{z^e} + \mu e$

23. % Cálculo da direção preditora corretora
24. $(\mathbf{ADA})^T dy = r_p + \mathbf{AD}(r_d - \mathbf{X}^{-1}r_s)$
25. $dx = \mathbf{D}(\mathbf{A}^T y - r_d + \mathbf{X}^{-1}r_s)$
26. $dz = \mathbf{X}^{-1}(r_s - \mathbf{Z}dx)$

27. % Cálculo dos novos passos primal e dual

$$28. \alpha_p = \min\{1, \tau * \min\{\frac{-x_j}{dx_j} | dx_j < 0\}\}$$

$$29. \alpha_d = \min\{1, \tau * \min\{\frac{-z_j}{dz_j} | dz_j < 0\}\}$$

30. % Atualização dos pontos

$$31. x^{k+1} = x^k + \alpha_p dx$$

$$32. y^{k+1} = y^k + \alpha_d dy$$

$$33. z^{k+1} = z^k + \alpha_d dz$$

34. **Fim**

Onde $\mathbf{X} = \text{diag}(x)$, $\mathbf{Z} = \text{diag}(z)$, $\mathbf{Dx} = \text{diag}(dx)$ e $\mathbf{Dz} = \text{diag}(dz)$. A matriz **ADA** é uma matriz positiva definida, assim dy pode ser calculado através da fatoração de *Cholesky*, cujo resultado pode ser utilizado para o cálculo de valores posteriores de dy .

A próxima Seção apresenta o método de conformação de feixes utilizando restrições convexas denominadas SRV, construída segundo um problema de programação cônica de segunda ordem.

3.7 Método SRV

Como apresenta [14], a conformação de feixes de sinais de banda larga utilizando o método SRV (*Spatial Response Variation*) pertence à classe de conformação cujos pesos fixos aplicados à estrutura de filtros TDL são calculados iterativamente, utilizando os fundamentos da otimização convexa.

O método SRV é apresentado seminalmente em dois trabalhos, ver [25] e [54]. Como definido por [25], o método mede a flutuação da resposta do arranjo espacial de sensores dentro de uma banda desejada de frequência. Pela adoção de parâmetros de restrição da flutuação da resposta do arranjo em determinadas direções de interesse, o problema construído como SOCP obtém a solução de invariância na frequência.

Os problemas desenvolvidos em [54] e [25] tratam da aplicação do método em um arranjo linear de sensores uniformemente espaçados. Cada sensor é acompanhado de uma estrutura de filtros do tipo FIR, segundo a configuração TDL.

Sejam N a quantidade de sensores e M a quantidade de *Taps*, a quantidade de pesos calculados será igual a $N \times M$, com a formação do vetor de pesos \mathbf{w} de dimensão $NM \times 1$.

$$\mathbf{w} = [w_{1,1} \ \dots \ w_{N,1} \ \dots \ w_{1,M} \ \dots \ w_{N,M}]^T \quad (3.41)$$

A resposta do arranjo de sensores nas duas dimensões (frequência e ângulo) é expressa pela equação (3.42),

$$H(f, \theta) = \mathbf{w}^T \mathbf{s}(f, \theta) \quad (3.42)$$

dado

$$\mathbf{s}(f, \theta) = \mathbf{s}_T \otimes \mathbf{s}_\tau(f, \theta) \quad (3.43)$$

O sinal simulado $\mathbf{s}(f, \theta)$ possui dimensão $NM \times 1$ cuja composição pode ser explicada pela projeção do sinal ao longo dos sensores e ao longo da estrutura TDL, onde \otimes representa o operador produto de Kronecker [55]. As parcelas envolvidas na operação são apresentadas individualmente pelas equações (3.44) e (3.45).

$$\mathbf{s}_T = [1 \ e^{-j2\pi f T_s} \ \dots \ e^{-j2\pi f (N-1)T_s}]^T \quad (3.44)$$

$$\mathbf{s}_\tau(f, \theta) = [e^{-j2\pi f \tau_1(\theta)} \ e^{-j2\pi f \tau_2(\theta)} \ \dots \ e^{-j2\pi f \tau_N(\theta)}] \quad (3.45)$$

onde T_s é o intervalo temporal de amostragem do filtro em cada canal e $\tau_n(\theta)$, com $(n = 1, 2, \dots, N)$, é o atraso de propagação devido à direção de chegada θ do sinal à origem do arranjo de sensores.

A otimização convexa é adotada para o cálculo dos pesos \mathbf{w} ótimos. O método denominado *Spatial Response Variation* define-se pela inserção de uma restrição à função objetivo. Portanto, a restrição SRV terá como objetivo limitar a flutuação da resposta do arranjo na direção de interesse θ_0 .

Na equação (3.46), que define a restrição SRV, é realizada, ao longo da frequência, a operação de integração da diferença entre a resposta do arranjo na direção θ na frequência f e a resposta do arranjo na direção θ na frequência de referência f_0 , selecionada na banda frequência Ω . O valor de B_Ω corresponde à largura de banda (frequência_{máxima} – frequência_{mínima}).

$$SRV(\theta) = \frac{1}{B_\Omega} \int_{f \in \Omega} |\mathbf{w}^T \mathbf{s}(f, \theta) - \mathbf{w}^T \mathbf{s}(f_0, \theta)|^2 df \quad (3.46)$$

A expressão $SRV(\theta)$ pode ser reescrita como apresenta a equação (3.47),

$$SRV(\theta) = \mathbf{w}^T \mathbf{C}(\theta) \mathbf{w} \quad (3.47)$$

onde $\mathbf{C}(\theta)$ é uma matriz Hermitiana semipositiva definida, ou seja, possui autovalores não-negativos, de acordo com a equação (3.48)

$$\mathbf{C}(\theta) = \frac{1}{B_\Omega} \int_{f \in \Omega} [s(f, \theta) - s(f_0, \theta)] \times [s(f, \theta) - s(f_0, \theta)]^H df \quad (3.48)$$

Como pontua [25], uma vez que o vetor de pesos \mathbf{w} deve possuir valores reais, é realizada uma operação algébrica sobre a matriz Hermitiana $\mathbf{C}(\theta)$ a fim de selecionar dela somente a parte real, definida como $\mathbf{C}(\theta)_r$.

A equação (3.49) trata da definição da matriz Hermitiana: a matriz conjugada transposta de uma matriz com elementos imaginários, onde $\mathbf{C}^*(\theta)$ representa a matriz conjugada de $\mathbf{C}(\theta)$. Por sua vez, a equação (3.50) realiza a operação de seleção da parte real da matriz $\mathbf{C}(\theta)$. Para tanto, a matriz $\mathbf{C}(\theta)$ deve ser somada à sua Hermitiana transposta e posteriormente ser dividida pelo fator de 2, onde o sobrescrito H denota a operação Hermitiana de matriz e T a operação transposta de matriz.

$$\mathbf{w}^T \mathbf{C}^H(\theta) \mathbf{w} = [\mathbf{w}^T \mathbf{C}^*(\theta) \mathbf{w}]^T = \mathbf{w}^T \mathbf{C}^*(\theta) \mathbf{w} \quad (3.49)$$

$$\mathbf{w}^T \mathbf{C}^H(\theta) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T [\mathbf{C}(\theta) + (\mathbf{C}(\theta)^H)^T] \frac{\mathbf{w}}{2} \quad (3.50)$$

Realizado o cálculo do SRV ao longo do intervalo de direções θ , o \overline{SRV} representa o seu valor médio, calculado de acordo com a equação (3.51),

$$\overline{SRV} = \sum_{i=1}^O SRV(\theta_i) \quad (3.51)$$

onde O representa a discretização do intervalo angular.

O valor médio da matriz de elementos reais \mathbf{C}_r é calculado pela equação (3.52).

$$\overline{\mathbf{C}}_r = (1/O) \sum_{i=1}^O \mathbf{C}_r(\theta_i) \quad (3.52)$$

Assim, o valor médio \overline{SRV} pode ser calculado também pela equação (3.53).

$$\overline{SRV} = \mathbf{w}^T \overline{\mathbf{C}}_r \mathbf{w} \quad (3.53)$$

A restrição SRV para a otimização convexa, assim, é construída adotando o limiar constante positivo γ como valor limitante desta flutuação da resposta do arranjo.

$$\mathbf{w}^T \overline{\mathbf{C}}_r \mathbf{w} \leq \gamma \quad (3.54)$$

Realizando a decomposição da matriz \mathbf{C}_r por fatoração de *Cholesky* em suas matrizes de autovalores \mathbf{D} e autovetores \mathbf{U} , a equação (3.54) pode ser apresentada como mostra a equação (3.55), de acordo com [54].

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}^T \overline{\mathbf{C}}_r \mathbf{w} &= \mathbf{w}^T \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{U} \mathbf{w} = \\
\mathbf{w}^T \mathbf{U} (\mathbf{D}^{0.5})^H \mathbf{D}^{0.5} \mathbf{U}^H \mathbf{w} &= \\
(\mathbf{D}^{0.5} \mathbf{U}^H \mathbf{w})^H (\mathbf{D}^{0.5} \mathbf{U}^{0.5} \mathbf{w}) &= \|\mathbf{L}^H \mathbf{w}\|^2, \quad \text{onde:} \\
\mathbf{L} &= \mathbf{U} (\mathbf{D}^{0.5})^H = \mathbf{U} \mathbf{D}^{0.5}
\end{aligned} \tag{3.55}$$

O problema de minimização construído sob a forma de um problema de programação cônica de segunda ordem primal, tal como visto na equação (3.23), é apresentado na equação (3.56), adotando a restrição SRV $\|\mathbf{L}^T \mathbf{w}\|^2 \leq \gamma$,

Primal

$$\begin{aligned}
&\text{minimizar } \epsilon \\
&\text{sujeito a } \mathbf{w}^T \mathbf{s}(f_k, \theta_0) = 1, \quad f_k \in \Omega_{\text{banda frequência}} \\
&|\mathbf{w}^T \mathbf{s}(f_0, \theta_i)| \leq \epsilon, \quad \theta_i \in \Theta \\
&\|\mathbf{w}\| \leq \gamma_w \\
&\|\mathbf{L}^T \mathbf{w}\|^2 \leq \gamma, \quad \Theta \in [\theta_0 \pm \theta_{FIB}]
\end{aligned} \tag{3.56}$$

onde ϵ é uma variável de otimização, f_k é uma frequência pertencente à banda de frequência Ω , θ_i é um ângulo pertencente ao conjunto de direções de interesse Θ , γ_w é o limiar do valor do conjunto de peso w dos filtros FIR, γ é o limiar de flutuação da resposta do arranjo de sensores SRV dentro conjunto de direções Θ na região angular de invariância na frequência, determinado como valores que distam $\pm\theta_{FIB}$ daquela direção de interesse θ_0 .

O problema de SOCP primal apresentado na equação (3.56) é transformado para a forma dual, segundo a equação (3.57),

Dual

$$\begin{aligned}
&\text{maximizar } \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\
&\text{sujeito a } \mathbf{c} - \mathbf{A}^T \mathbf{y} \in \mathcal{K}
\end{aligned} \tag{3.57}$$

onde \mathbf{b} será um vetor constante:

$$\mathbf{b} = [-1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \tag{3.58}$$

A variável \mathbf{y} incluirá as variáveis ϵ e \mathbf{w} :

$$\mathbf{y} = [\epsilon \ \mathbf{w}^T]^T \tag{3.59}$$

Como mostra a equação (3.34), a variável A será resultado do produto entre q

conjuntos de cones $\mathcal{K}^o = \mathcal{K}_1^o \times \mathcal{K}_2^o \times \dots \times \mathcal{K}_q^o$ de diferentes dimensões. O primeiro cone \mathcal{K}_1^o pode ser expresso como um cone de ordem zero.

$$\begin{pmatrix} 1 - \mathbf{w}^T s(f_k, \theta_0) \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 - \mathbf{w}^T s(f_k, \theta_0) \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^T \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{c}_1 - \mathbf{A}_1^T y \quad (3.60)$$

No que resulta em

$$1 + \mathbf{w}^T s(f_k, \theta_0) \mathbf{w} = \mathbf{c}_1 - \mathbf{A}_1^T y \quad (3.61)$$

dado

$$\mathcal{K}_n = \left[\begin{array}{c} u \\ t \end{array} \right] \mid u \in \mathfrak{R}^{n-1}, t \in \mathfrak{R}, \|u\| \leq t \quad (3.62)$$

A parcela \mathbf{A}_1^T corresponde a um cone de dimensão $n = 1$, definido por [54] como *zero - cone*. Para a segunda restrição, uma desigualdade, a construção da forma dual é realizada de acordo com a equação (3.63).

$$\begin{pmatrix} \epsilon \\ \mathbf{w}^T s(f_0, \theta_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & \mathbf{0}^T \\ 0 & -s(f_0, \theta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{c}_1 - \mathbf{A}_1^T y \quad (3.63)$$

A equação (3.64) corresponde à construção de um cone de segunda ordem de dimensão 2. A terceira restrição também é transformada para a forma dual.

$$\begin{pmatrix} \gamma_w \\ \mathbf{w}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_w \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0}^T \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{c}_1 - \mathbf{A}_1^T y \quad (3.64)$$

A equação (3.64) corresponde a um cone de segunda ordem de dimensão $M + N + 1$, onde M é o valor no qual o intervalo de frequência na banda Ω foi discretizado e O é o valor no qual o intervalo de direções Θ foi discretizado. A última restrição é decomposta na forma dual de acordo com a equação (3.65).

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\gamma} \\ \mathbf{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\gamma} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0}^T \\ 0 & -\mathbf{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{c}_1 - \mathbf{A}_1^T y \quad (3.65)$$

A restrição dual correspondente ao SRV é um cone de segunda ordem de dimensão $M + N + 2$. Posteriormente à transformação das matrizes, o problema de programação cônica de segunda ordem é processado utilizando o método primal-dual preditor corretor. O próximo Capítulo apresenta os métodos e métricas para a obtenção dos resultados para sinais simulados e emulados.

Capítulo 4

Método

Este Capítulo apresenta os métodos aplicados para a geração dos resultados simulados e emulados, considerando o seu emprego em um sistema de sonar passivo que adota o arranjo linear de sensores uniformemente espaçados, bem como a análise através das medidas de desempenho de processamento de sinais.

4.1 Considerações Iniciais

Os métodos para sinais simulados e sinais emulados estão amparados por diferentes parâmetros de processamento. Tais parâmetros são aplicados na formulação apresentada na equação (3.56) e na determinação dos sinais, arranjo de sensores e do ambiente de propagação em análise, como o número de sensores N adotado, a banda de frequência Ω considerada, frequência de amostragem f_s , frequência de referência f_0 , distância entre sensores d , direção de observação Θ e de interesse θ_0 e a velocidade de propagação do som c .

O ambiente de propagação da onda acústica plana é considerado homogêneo, assim a onda acústica propaga-se intacta pelo meio, uma situação ideal [56]. O meio de propagação também foi considerado isotrópico, o que significa que a velocidade do som é constante em todas as direções e a equação $c = \lambda \cdot f = \text{constante}$ é válida, onde λ é o comprimento de onda e f é a sua frequência de propagação.

Algumas características do arranjo e propriedades dos sinais são apresentadas:

- Número de sensores N : 16 sensores ULA;
- Velocidade de propagação do som c : 1.500 m/s ;
- Frequência de amostragem f_s : 3.125 Hz ;
- Frequência de referência f_0 : 625 Hz ;
- Banda de frequência do sinal: $[625, 1.250] \in \Omega \text{ Hz}$;

- Subbandas de frequência: $\{f_k \in \Omega \mid k = 1, \dots, 21\}$;
- Direção de observação: $\{\theta \in \Theta \mid \theta_i \in \Theta \mid \theta = [-90^\circ, -89^\circ, \dots, 0, \dots, 89^\circ, 90^\circ]\}$;
- Distância entre sensores: $\frac{\lambda}{2}$ m;
- Direções de interesse $\theta_0 = [0^\circ, 30^\circ, 45^\circ]$

A decisão pela quantidade $N = 16$ sensores para a realização do processamento dos sinais simulados e emulados atende as premissas apresentadas no PROSUB da Marinha do Brasil, uma vez que 16 sensores compreenderiam uma seção do arranjo linear responsável pelo processamento de sinais na banda de frequência abrangida por Ω .

A banda de frequência Ω , de acordo com a equação (3.1), determina o valor para $pbw = 66.67\%$ e $br = 3$, o que caracteriza um sinal de banda larga.

Os parâmetros presentes na equação (3.56), sobre a formulação primal do problema de programação cônica de segunda ordem, são responsáveis por limitar as funções de restrição da função objetivo ϵ , cujo objetivo é reduzir a diferença entre a resposta do arranjo obtida daquela ideal. O parâmetro γ limita a flutuação da função de restrição SRV, que determina as direções em Θ nas quais será observada a propriedade de invariância na frequência, definida na região $\theta_0 \pm \theta_{FIB}$. Seria interessante que a flutuação da resposta do arranjo fosse mínima em todo o conjunto Θ , porém o que se observa é a perda da diretividade, uma vez que a penalidade aplicada pela diminuição da flutuação SRV sobre um conjunto maior de direções é a maximização da resposta do arranjo em direções que não são de interesse, como pode ser observado na primeira função de restrição $\mathbf{w}^T \mathbf{s}(f_k, \theta_0) = 1$.

Para ilustrar este comportamento, foi realizada a conformação de feixes sobre um sinal simulado de acordo com os parâmetros já apresentados, no qual $\theta_0 = 30^\circ$. Ao ampliar a região de invariância na frequência adotando $\theta_{FIB} = 60^\circ$, ou seja $30^\circ \pm 60^\circ$, os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 4.1 e 4.2.

Observa-se nos gráficos que, a despeito do aumento da região de invariância na frequência, ocorre a indesejada perda da diretividade da resposta, não sendo possível distinguir com clareza a direção de interesse θ_0 de outras em sua vizinhança, uma vez que o lóbulo principal cobre um amplo conjunto de direções $\theta_i \in \Theta$.

Com isso, é sensata a adoção de valores menores para o parâmetro θ_{FIB} . Por sua vez, a medida que o seu valor é reduzido, observa-se que o menor intervalo de frequência invariante alcançado é $\theta_0 \pm 15^\circ$. Valores de $\theta_{FIB} < 15^\circ$ fornecem resultados com menor atenuação dos lóbulos laterais, mantidos os demais parâmetros de processamento. Assim, como recomenda [25], no presente trabalho será adotado $\theta_{FIB} = 15^\circ$.

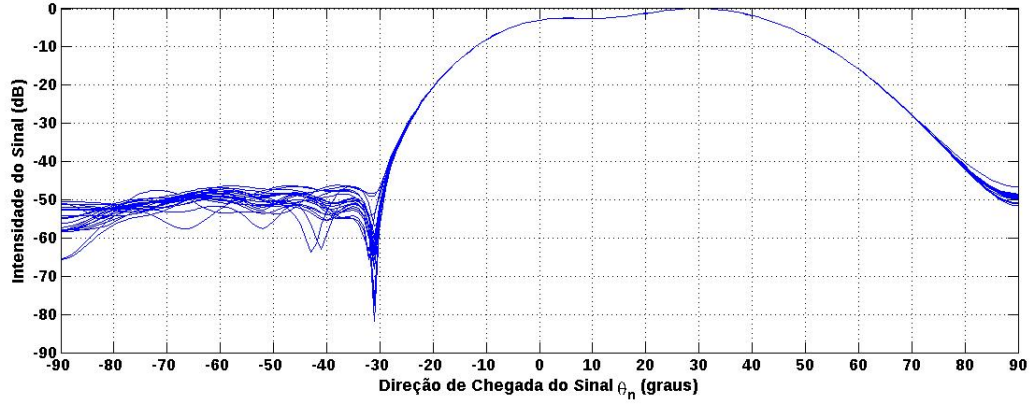


Figura 4.1: Conformação de feixes adotando $\theta_{FIB} = 60^\circ$.

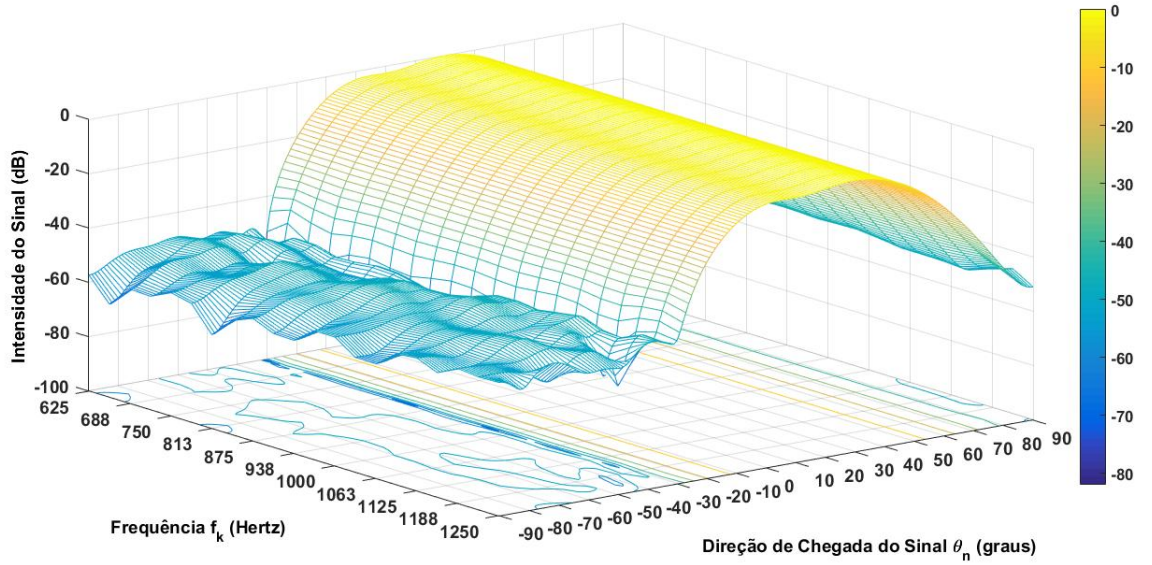


Figura 4.2: Conformação de feixes adotando $\theta_{FIB} = 60^\circ$.

Outro parâmetro que limita uma função restrição é o γ_w , que determina um valor máximo para a norma quadrada do conjunto de pesos \mathbf{w} calculado. O seu valor é calculado de acordo com a equação (4.1),

$$\gamma_w = \sqrt{\gamma} \quad (4.1)$$

onde o parâmetro γ , limitante da função de restrição SRV, será assunto de discussão para a determinação adequada de seu valor no presente Capítulo.

A próxima Seção apresenta o método para a obtenção e processamento do sinal simulado, utilizado para o cálculo do padrão de feixes.

4.2 Sinal Simulado

O sinal simulado é gerado segundo a equação de propagação de ondas acústicas no espaço em função do tempo t . Adotando o conjunto de pesos \mathbf{w} , aplicados na estrutura de filtros TDL, como apresenta a Figura 3.4, o processamento realizado para o sinal simulado é explicado pela equação (4.2),

$$y(t) = e^{2\pi f_k t} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \mathbf{w}_{nm} e^{-j2\pi f_k (\tau_n + mT_s)} \quad (4.2)$$

onde τ_n , determinado pela equação (4.3), com $(n = 1, 2, \dots, N)$, é o atraso de propagação devido à direção de chegada θ do sinal à origem do arranjo de sensores, como mostra a Figura 4.3 e T_s é o intervalo temporal de amostragem, e $f_k \in \Omega$ é a frequência de propagação do sinal.

$$\tau = n \frac{d}{c} \sin(\theta) \quad (4.3)$$

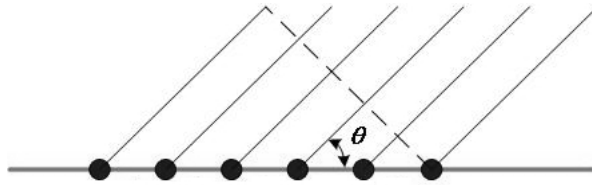


Figura 4.3: Propagação de frentes de onda plana no arranjo de sensores ULA distante d m entre si, segundo ângulos de incidência θ .

Os resultados simulados adotando o método atraso e soma são baseados nos fundamentos apresentados na Seção 3.2, já os resultados simulados adotando o método SRV são baseados nos fundamentos apresentados na Seção 3.7.

A próxima Seção discute o tratamento realizado sobre o sinal emulado para a realização da conformação de feixes.

4.3 Sinal Real Emulado

Os resultados da conformação de feixes utilizando sinais simulados são também denominados padrão de feixes (ou *beam pattern*), cuja função é servir como base para comparação com resultados da conformação de feixes utilizando sinais reais. Uma vez que, durante o desenvolvimento do trabalho, não foi possível o acesso a dados recebidos por diferentes sensores em arranjo linear uniformemente espaçados, foi adotado um áudio armazenado no Sistema de Detecção, Acompanhamento e Classificação de Contatos da Marinha do Brasil (SDAC), originado de um contato a 190° .

O áudio de banda larga utilizado é resultado do processo de conformação de feixes, logo todos os atrasos τ_θ foram retirados. Assim, para a obtenção de novos resultados pelo método da conformação de feixes baseada em invariância na frequência, os atrasos τ_θ e T_s deverão ser adicionados a fim de emular a estrutura de processamento adotada para sinais simulados.

A Figura 4.4 apresenta a FFT sobre o áudio de banda larga. Sua frequência de amostragem $f_s = 31.250$ Hz atende ao critério de Nyquist [57], logo a banda de frequência do espectro compreende o intervalo $[0, 15.625]$ Hz. A banda de frequência Ω adotada no presente trabalho compreende o intervalo $\Omega = [625, 1.250]$ Hz. Para tanto, é realizada filtragem aplicando o filtro de Butterworth [58] de ordem $n = 6$, cujo resultado também pode ser verificado na Figura 4.4.

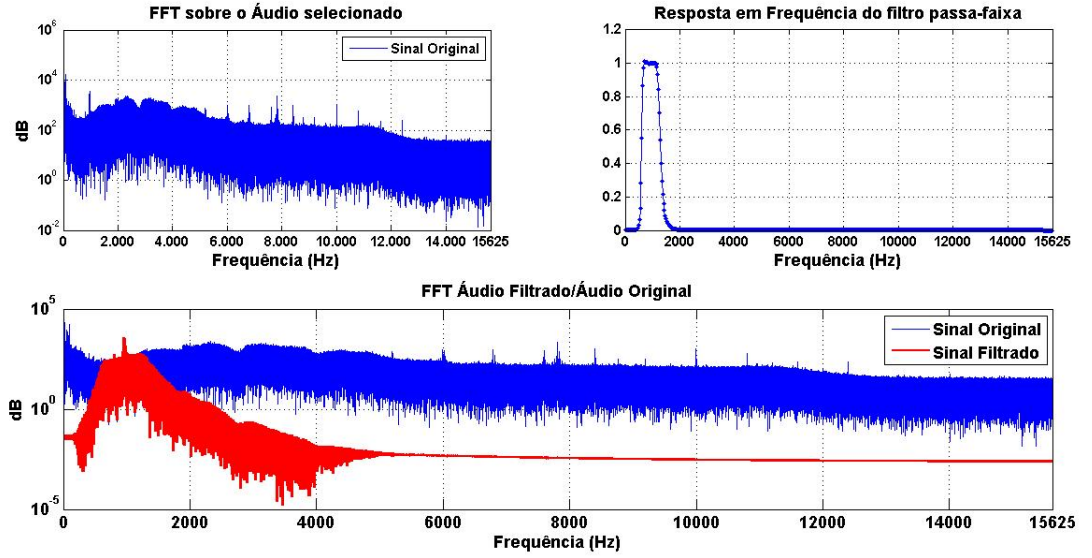


Figura 4.4: Áudio do contato do SDAC filtrado.

A conformação de feixes construída com sinal real emulado é baseada no resultado desta filtragem. Primeiro, é observado que o sinal emulado está no domínio real \Re . Entretanto, para a aplicação dos atrasos τ_θ e T_s , o sinal deverá estar no domínio dos números complexos \mathbb{C} . Para resolver esta questão, foi aplicada a transformada de Hilbert [59]. Assim, os processos de filtragem e transformação do sinal $\Re \rightarrow \mathbb{C}$ constituem a etapa de pré-processamento do sinal.

No esquema apresentado na Figura 4.5, o arquivo de áudio é amostrado como $X_A = [x(1), x(2), \dots, x(a)]$, onde $a = 1, 2, \dots, A$ é o número de amostras do sinal. Sobre o conjunto X_A é aplicada a Transformada de Hilbert $\Re \rightarrow \mathbb{C}$. A seguir, o sinal sofre o processo de decimação pelo fator de 10.

Posteriormente, o conjunto de sinais X_A é filtrado em K subbandas na banda $[625, 1.250]$ Hz, formando o conjunto $X_K = [X_0, X_1, \dots, X_k]$, onde $k = 1, 2, \dots, K$ e X_k é um subconjunto contendo A amostras em determinada subbanda k de

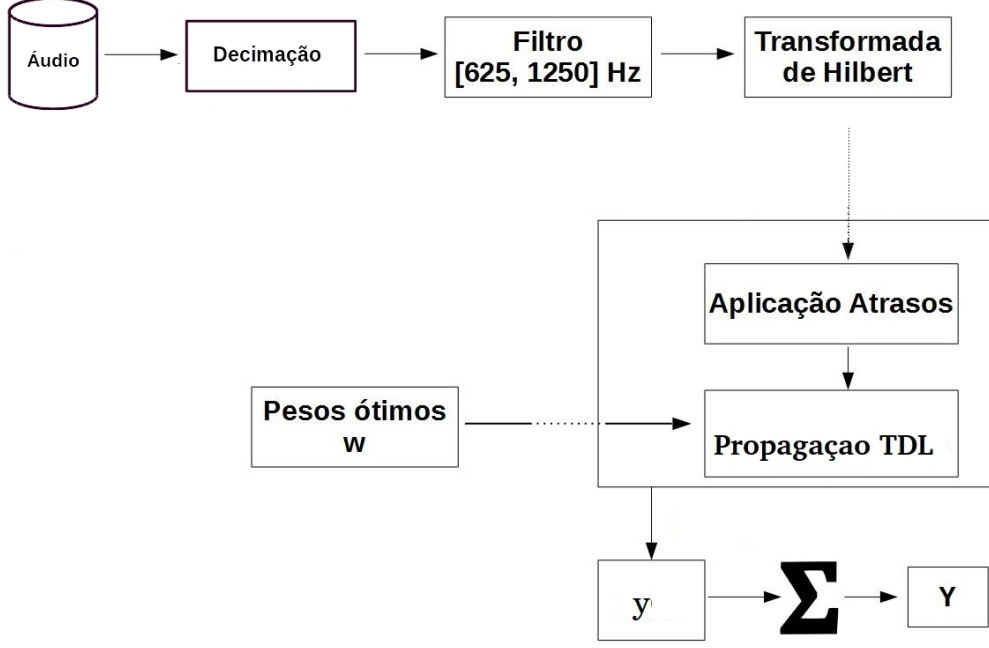


Figura 4.5: Esquema do método implementado no sinal real emulado.

frequência. O processo de aplicação de atraso em fase compreende a seleção individual de amostras $\{x_{(k,a)} \in X_K, a = 1, 2, \dots, A\}$ para a realização do processo, como mostra a equação (4.4).

$$x_{nm}(a) = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M x_{(k,a)} e^{-j2\pi f_k(\tau_n - mT_s)}, \quad a = 1, 2, \dots, A \quad (4.4)$$

O conjunto de pesos ótimos \mathbf{w} aplicado já foi calculado anteriormente para o cálculo do padrão de feixes na direção de interesse θ_0 . Assim, para a realização da conformação de feixes utilizando sinal emulado, não é preciso realizar novamente o processo de otimização convexa.

Após a realização dos processos descritos, é gerada a saída $y(a)$, corresponde ao processamento de uma única amostra do sinal, de acordo com a equação (4.5).

$$y(a) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{nm} x_{nm}(a) \quad (4.5)$$

A frequência de amostragem f_s do áudio após a decimação é 3.125 Hz . Para a obtenção dos resultados da conformação de feixes utilizando sinais emulados, serão processadas 3.125 amostras, correspondentes a 1 segundo de áudio

Os valores $y(a)$, por fim, são somados, gerando Y , seguindo a lógica de implementação da estrutura TDL apresentada na Figura 3.4.

A próxima Seção apresenta a determinação do parâmetro γ , segundo dois critérios distintos, adequado para a realização da conformação de feixes em cada

direção de interesse θ_0 . Este resultado influenciará na dimensão do filtro TDL adotado.

4.4 Dimensão do Filtro TDL

A conclusão dos parâmetros ótimos adotados para a realização do processamento dos sinais simulados e emulados é alcançada pelo dimensionamento da estrutura de filtros TDL adotada. Para isso, são criados dois vetores, $\mathbf{Tap} = [5, 6, \dots, 80]$ e $\gamma = [5 \times 10^{-2}, 10^{-2}, \dots, 10^{-10}]$, com o objetivo de analisar os resultados obtidos utilizando seus valores.

Foram elaborados dois critérios para a escolha ótima da quantidade de *Taps* M . As abordagens propostas pelos dois critérios estão baseadas na redução da flutuação *SRV* da resposta do arranjo, na atenuação dos lóbulos secundários SLL (*Side Lobe Level*) e na redução da complexidade computacional.

O critério 1 adota as seguintes premissas para o dimensionamento da estrutura TDL:

- **Objetivo:** baixa complexidade computacional

Parâmetros de controle:

- Variação *SRV*;
- Quantidade de *Taps*;
- $[\mathbf{Tap}^*, \gamma^*] = \min[\max(\mathit{SRV}_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f, \theta))]_{f \in \Omega, \theta \in \Theta}$

Segundo o critério 1, o conjunto de parâmetros ótimos representado por $[\mathbf{Tap}^*, \gamma^*]$ é determinado pela seleção do menor valor da flutuação $\mathit{SRV}_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f, \theta)$ no conjunto dos maiores valores calculados da flutuação $\mathit{SRV}_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f, \theta)$. Através da operação *minimax*, é possível determinar o limite máximo da flutuação $\mathit{SRV}_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f, \theta)$, para os parâmetros de processamento \mathbf{Tap} e γ utilizados.

Entre os parâmetros $[\mathbf{Tap}, \gamma]$ elencados como ótimos, é selecionado aquele capaz de fornecer baixa flutuação $\mathit{SRV}_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f, \theta)$ com a menor quantidade de *Taps* M utilizados, pois fornecerá processamento mais rápido, dado que as matrizes formadas durante a otimização convexa são dimensionadas de acordo com o parâmetro M , como pode ser visto na Seção 3.7.

O critério 2 adota as seguintes premissas para o dimensionamento da estrutura TDL:

- **Objetivo:** parâmetros ótimos

Parâmetros de controle:

- Variação SRV;
- Atenuação dos lóbulos laterais;
- $[Tap^*, \gamma^*] = \min(\overline{SRV}_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f))_{f \in \Omega} \cap \min(\overline{SLL}_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f))_{f \in \Omega}$.

O critério 2 determina que o conjunto ótimo $[Tap^*, \gamma^*]$ é formado pela interseção entre o menores valores médios de $SRV_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f)$ e os menores valores médios de $SLL_{\mathbf{Tap}, \gamma}(f)$, ambos calculados em relação a frequência $f \in \Omega$. A quantidade de *Taps* M não orienta a determinação dos parâmetros ótimos $[Tap^*, \gamma^*]$, somente em última instância pode ser útil para desempate. Assim, os resultados obtidos adotando o critério 2 serão os melhores possíveis adotando os vetores \mathbf{Tap} e γ .

A próxima Seção discute as medidas de desempenho de processamento de sinais adotadas para analisar os resultados simulados e experimentais, a fim de discutí-los.

4.5 Medidas de Desempenho de Processamento de Sinais

As medidas de desempenho de processamento de sinais servirão para analisar os resultados calculados para os sinais simulado (padrão de feixe) e emulado. Foram adotadas as seguintes métricas:

- HPBW (Seção 2.2);
- SRV médio em relação à frequência, $\overline{SRV}(f_k)$ (Seção 3.7);
- Atenuação média em db dos lóbulos secundários \overline{SLL} (Seção 2.2);
- Desvio da diretividade $\Delta\theta_0$.

Os parâmetros HPBW, SRV e SLL já foram descritos em seções anteriores. Por sua vez, fica reservado a esta seção o desenvolvimento dos conceitos para o parâmetro desvio da diretividade $\Delta\theta_0$.

O conceito de diretividade foi apresentado na Seção 2.2, na abordagem para arranjos lineares em processamentos de banda estreita. A sua adoção como parâmetro visa analisar a capacidade do processamento acertar a direção desejada θ_0 , definida pelo seu lóbulo principal, nos resultados da conformação de feixes calculados. Quando o processamento não é assertivo neste aspecto, o lóbulo principal apontará para a direção $\theta_i \neq \theta_0$. Assim, o desvio pode ser calculado pela equação (4.6).

$$\Delta\theta_0 = |\theta_i - \theta_0| \tag{4.6}$$

A próxima Seção apresenta o *Software* utilizado para o cálculo dos resultados do presente trabalho.

4.6 *Softwares* Utilizados

Foram utilizados os *Softwares* MATLAB (versões 2009 e 2015) e *SeDuMi* (versão 1.03) [60], para a realização da otimização convexa.

O Capítulo 5, a seguir, apresenta os resultados da conformação de feixes para sinais simulados e emulados, segundo os parâmetros abordados, nas direções de interesse θ_0 .

Capítulo 5

Resultados e Discussão

Neste capítulo, são apresentados os resultados da conformação de feixes utilizando sinais simulados e emulados pela adoção dos métodos atraso e soma e frequência invariante. Em sequência, é realizada análise dos resultados adotando as medidas de desempenho de processamento discutidas no Capítulo 4.

5.1 Considerações Iniciais

Antes de apresentar e analisar os resultados da conformação de feixes, é preciso definir, baseado nos critérios expostos, a dimensão da estrutura de filtros TDL adequada para os parâmetros de processamento no conjunto direção de interesse θ_0 adotado.

Foi observada durante a análise dos dados adotando os vetores $\mathbf{Tap} = [5, 6, \dots, 80]$ e $\gamma = [5 \times 10^{-2}, 10^{-2}, \dots, 10^{-10}]$ a deficiência dos resultados produzidos quando assumidos valores $Tap < 16$ e $\gamma < 10^{-6}$. Isto significa que a quantidade de filtros da estrutura TDL não pode ser menor do que a quantidade de sensores, ou $M \geq N$, e que a flutuação da resposta SRV do arranjo possui no conjunto γ o limite mínimo $\gamma_{minimo} = 10^{-6}$.

As próximas Subseções discutirão a determinação dos parâmetros ótimos $[Tap^*, \gamma^*]$, baseada nos critérios discutidos no Capítulo 4. Posteriormente, na Seção 5.2, são apresentados os resultados da conformação de feixes de sinais simulados utilizando os métodos atraso e soma. A Seção 5.3 apresenta os resultados da conformação de feixes de sinais simulados utilizando o método baseado em invariância na frequência. A Seção 5.4 apresenta os resultados da conformação de feixes de sinais emulados utilizando o método baseado em invariância na frequência. Por fim, a Seção 5.5 discute a aplicação das medidas de desempenho, por meio da análise dos resultados simulados e emulados.

5.1.1 Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 0^\circ$ - Critério 1

O ótimo global calculado fornece os parâmetros $[Tap^*, \gamma^*] = [52, 10^{-6}]$. Entretanto, este resultado não atende ao objetivo de reduzir a quantidade de filtros, portanto a complexidade computacional, definido pelo parâmetro M . A fim de atender este objetivo, foram analisados os resultados para $SRV(f, \theta)$ até $Tap = 30$, como apresenta a Figura 5.1.

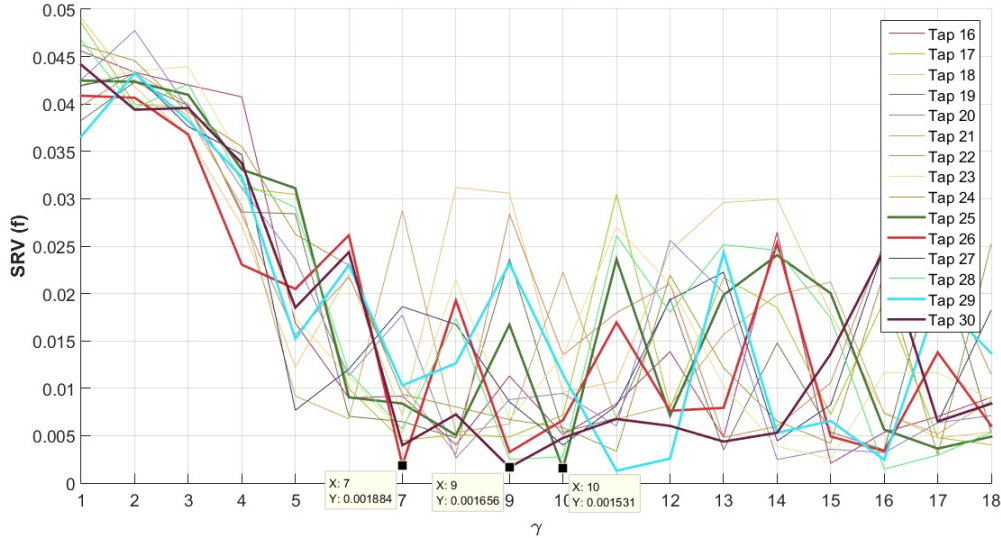


Figura 5.1: Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro γ nos $Taps$ em análise.

No eixo horizontal do gráfico da Figura 5.1, estão as referências aos valores do parâmetro γ . São destacados três pares de parâmetros Tap e $SRV(f, \theta)$: $(26, 1.88 \times 10^{-3})$, $(30, 1.65 \times 10^{-3})$ e $(25, 1.53 \times 10^{-3})$.

O par que atende os objetivos definidos no critério 1 é $(25, 1.53 \times 10^{-3})$, com $\gamma = 10^{-6}$. Para avaliar o comportamento dos valores de Tap adotando $\gamma = 10^{-6}$, é gerado o gráfico da Figura 5.2.

No gráfico apresentado na Figura 5.2, nota-se que o $Tap = 25$, além de resultar no menor $\overline{SRV}(f)$, exibe o menor desvio-padrão para a média da flutuação do arranjo em relação a frequência $f \in \Omega$ ao longo de Θ , reafirmando este valor para o parâmetro Tap como o adequado para o critério 1, com $\theta_0 = 0^\circ$.

Assim, os parâmetros ótimos são definidos $[Tap^*, \gamma^*] = [25, 10^{-6}]$. A próxima Subseção apresenta a seleção do parâmetro ótimo para a mesma direção de interesse θ_0 , adotando o critério 2.

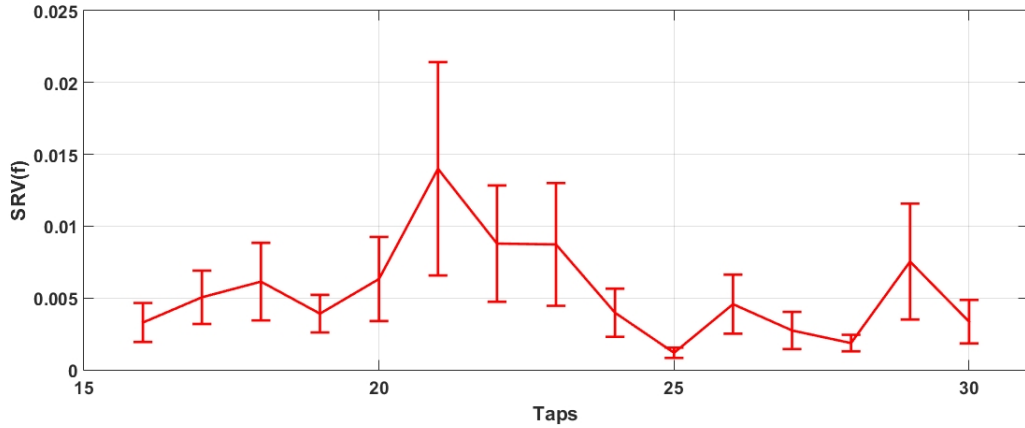


Figura 5.2: Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro $\gamma = 10^{-6}$ nos $Taps$ em análise.

5.1.2 Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 0^\circ$ - Critério 2

Os resultados produzidos pela adoção de $\gamma = 10^{-5}$ e $\gamma = 10^{-6}$ apresentaram, concomitantemente, elevada atenuação dos lóbulos secundários e da flutuação da resposta SRV do arranjo em comparação com os demais valores de γ .

A Figura 5.3 apresenta o gráfico da variação do \overline{SLL} e do $\overline{SRV}(f)$ ao longo dos $Taps$ adotando o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$. Não é possível determinar qual Tap reúne as condições ótimas segundo critério 2 somente através deste gráfico, logo são apresentadas as análises individuais dos parâmetros \overline{SLL} e $\overline{SRV}(f)$.

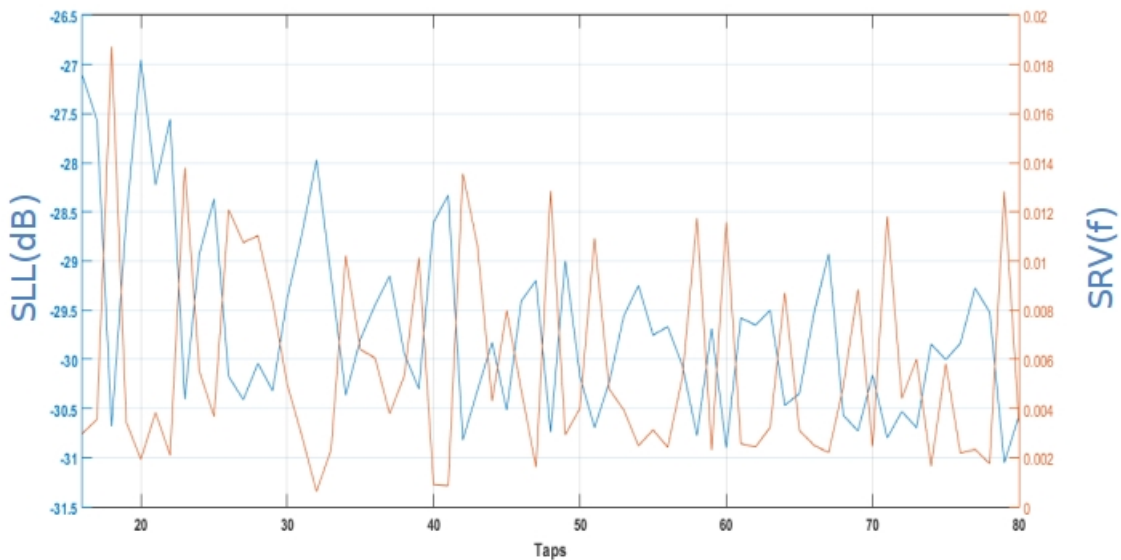


Figura 5.3: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$.

A Figura 5.4 apresenta o comportamento da curva \overline{SLL} em relação ao conjunto de valores Tap .

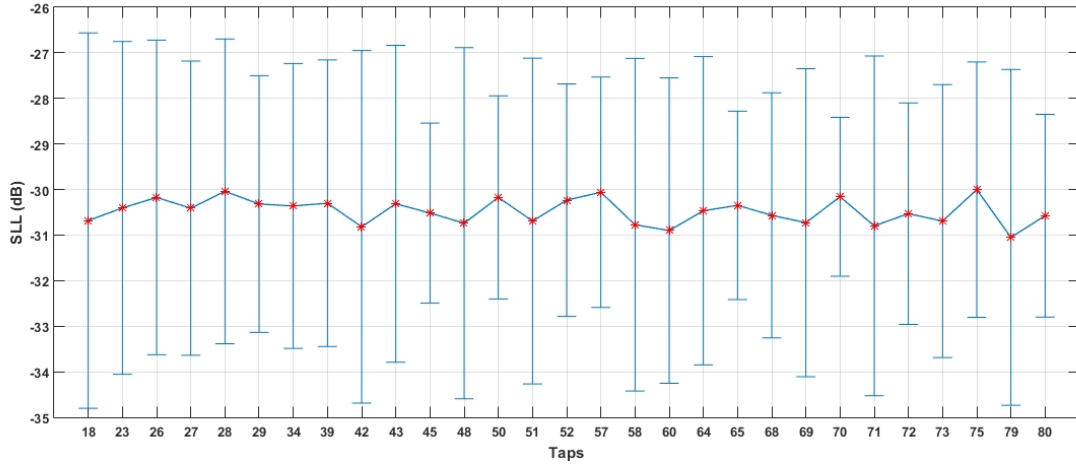


Figura 5.4: Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$.

No gráfico da Figura 5.4, o parâmetro $Tap = 70$ exibe o menor desvio-padrão do conjunto, já o parâmetro $Tap = 48$ pode reunir condições de ser o valor ótimo. Possuir o menor desvio-padrão determina que, dentro de sua variação, a dimensão da estrutura TDL com 70 filtros obtém atenuação mais uniforme do que as obtidas assumindo outros valores do conjunto \mathbf{Tap} . A Figura 5.5 exibe o gráfico do parâmetro $\overline{SRV}(f)$ em relação ao parâmetro \mathbf{Tap} .

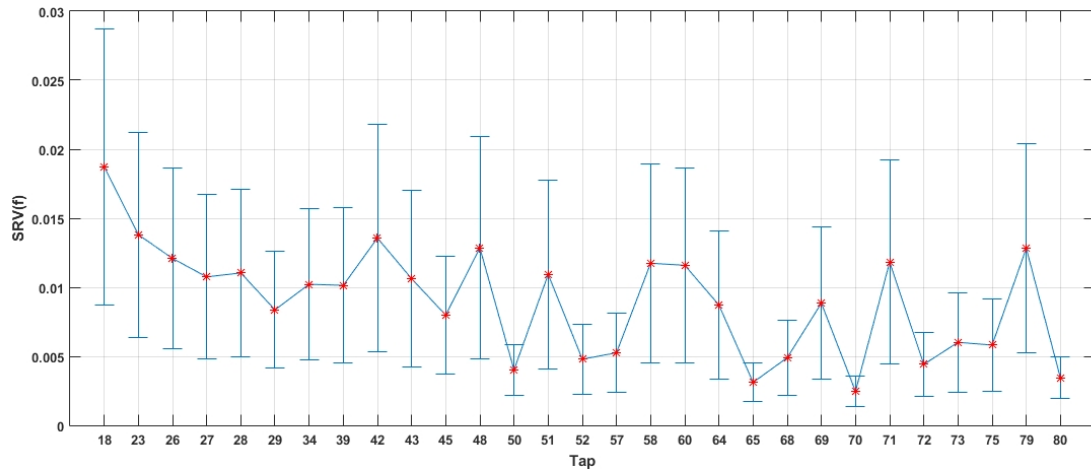


Figura 5.5: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$.

Na análise do parâmetro $\overline{SRV}(f)$ no gráfico da Figura 5.5, o parâmetro $Tap = 70$ apresenta o menor valor médio e o menor desvio-padrão. Por sua vez, o parâmetro $Tap = 48$ apresenta média e desvio-padrão superiores. Diante destes resultados, quando $\gamma = 10^{-5}$ a dimensão adequada da estrutura TDL adota 70 filtros.

O gráfico da Figura 5.6 apresenta o comportamento dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} em relação a \mathbf{Tap} adotando $\gamma = 10^{-6}$.

Não é possível também realizar conclusões acerca da dimensão adequada para a estrutura TDL a partir somente deste gráfico. Assim, os parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e

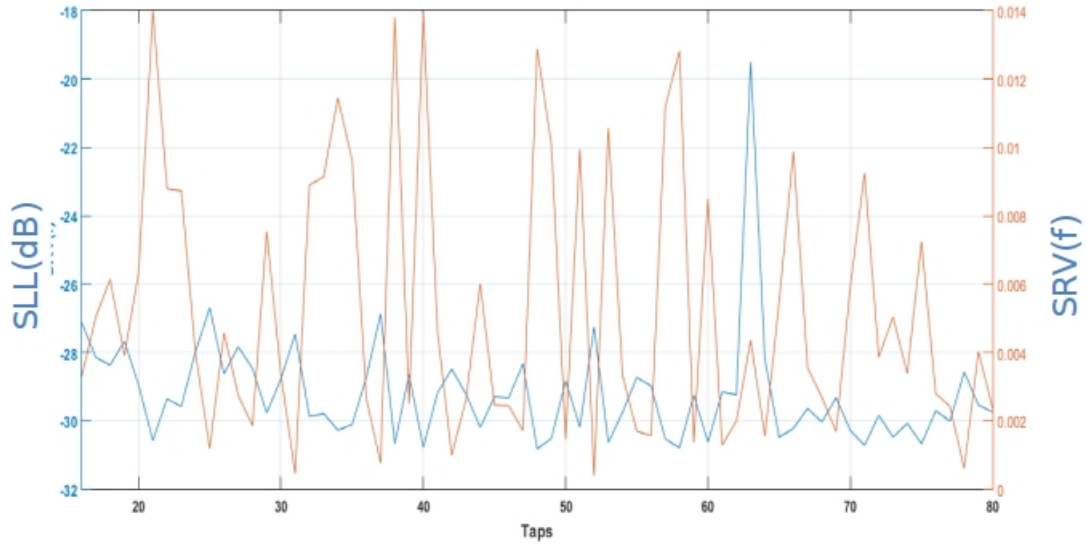


Figura 5.6: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$.

\overline{SLL} são analisados individualmente. A Figura 5.7 apresenta o comportamento do parâmetro \overline{SLL} ao longo de \mathbf{Tap} , com $\gamma = 10^{-6}$

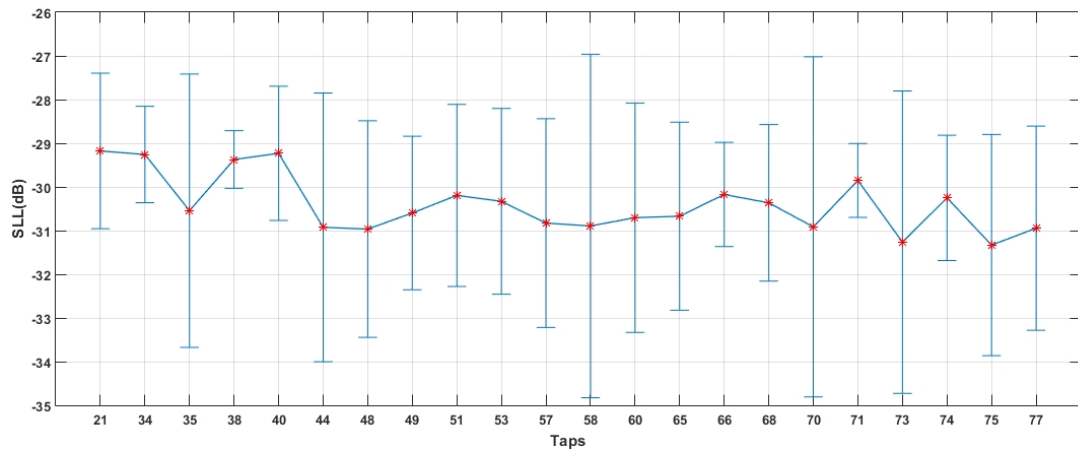


Figura 5.7: Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$.

O parâmetros $Tap = 38$ e $Tap = 71$ apresentam o menores desvio-padrão da média \overline{SLL} , respectivamente. A Figura 5.8 apresenta o gráfico do comportamento do parâmetro $\overline{SRV}(f)$ em relação a \mathbf{Tap} .

Analisando o gráfico da Figura 5.8, o $Tap = 71$ sobrepõe seu resultado ao $Tap = 38$, pois exibe menor valor médio e menor desvio. Ao comparar os resultados obtidos adotando $\gamma = 10^{-5}$ e $\gamma = 10^{-6}$, as atenuações apresentadas por $\gamma = 10^{-6}$, bem como as variações calculadas, são menores. Assim, de acordo com o critério 2, para $\theta_0 = 0^\circ$, os parâmetros ótimos são: $[Tap^*, \gamma^*] = [71, 10^{-6}]$. A próxima Subseção analisa os resultados para $\theta_0 = 30^\circ$, de acordo com o critério 1.

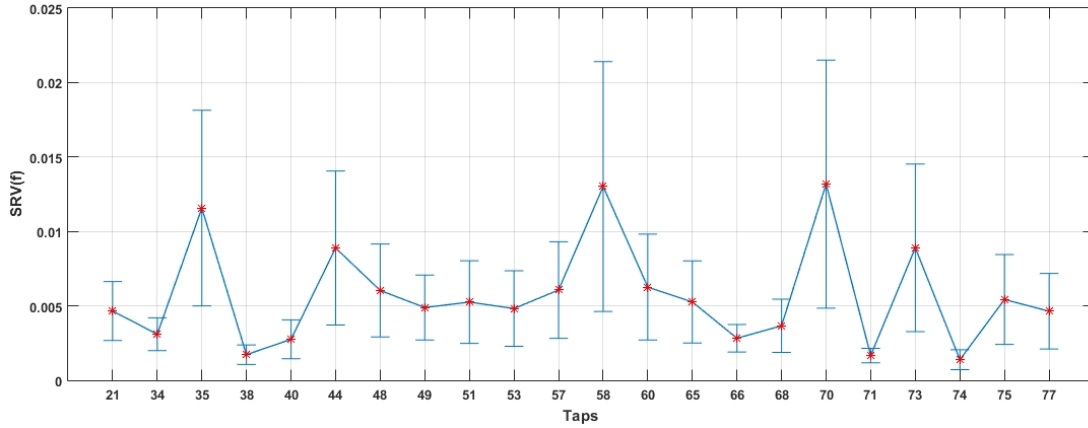


Figura 5.8: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$.

5.1.3 Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 30^\circ$ - Critério 1

A análise dos resultados obtidos pela adoção do critério 1 para $\theta_0 = 30^\circ$ foi facilitada porque o ótimo global atende os requisitos do critério 1, como será explicado.

O gráfico da Figura 5.9 mostra que o parâmetro **Tap** no intervalo [16, 30] convergiu para seu menor valor de flutuação $SRV(f, \theta)$ em $\gamma = 10^{-6}$, com o parâmetro $Tap = 16$ obtendo o menor valor da flutuação da resposta do arranjo.

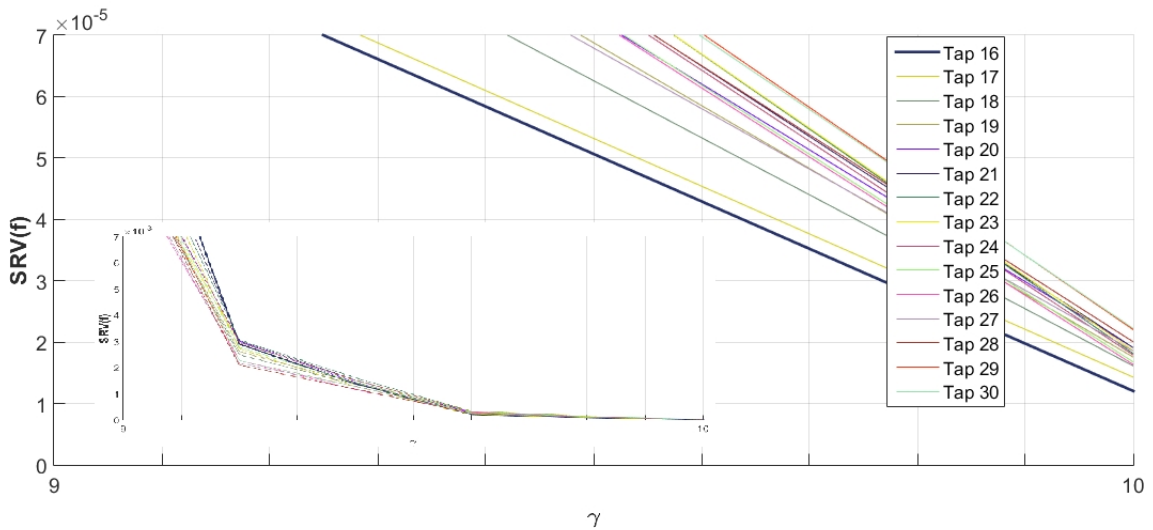


Figura 5.9: Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro γ nos *Taps* em análise.

Para analisar a variação presente nos resultados obtidos adotando $\gamma = 10^{-6}$ e verificar a consistência da adoção da dimensão $Tap = 16$, foi gerado o gráfico da Figura 5.10.

De fato, a adoção de 16 filtros e $\gamma = 10^{-6}$ produz o melhor resultado para a conformação de feixes de acordo com o critério 1 na direção de interesse $\theta_0 = 30^\circ$, como pode ser visto na Figura 5.10. Assim, os parâmetros ótimos adotados são

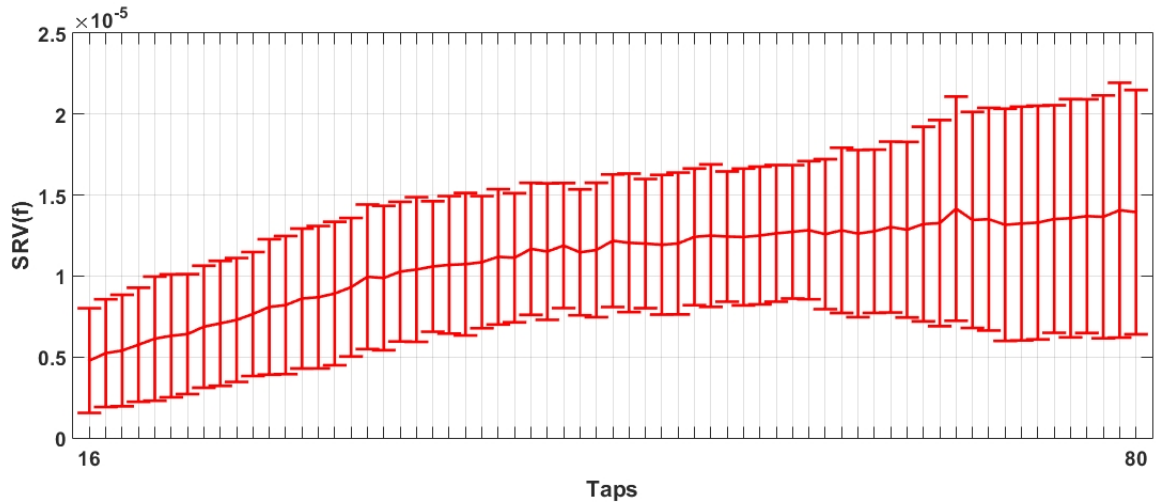


Figura 5.10: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ em relação ao parâmetro $\gamma = 10^{-6}$ nos $Taps$ em análise.

$[Tap^*, \gamma^*] = [16, 10^{-6}]$. A próxima Subseção determina os parâmetros ótimos de acordo com o critério 2, para a mesma direção de interesse.

5.1.4 Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 30^\circ$ - Critério 2

Durante a análise dos resultados, três parâmetros γ concorreram na decisão dos parâmetros ótimos. Os valores do parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$, 10^{-5} e 10^{-6} terão seus resultados analisados de acordo com o critério 2, a fim de determinar qual deles é capaz de atenuar os parâmetros \overline{SLL} e $\overline{SRV}(f)$ satisfatoriamente. O gráfico da Figura 5.11 apresenta o comportamento destes parâmetros ao longo de $Taps$, adotando $\gamma = 5 \times 10^{-5}$.

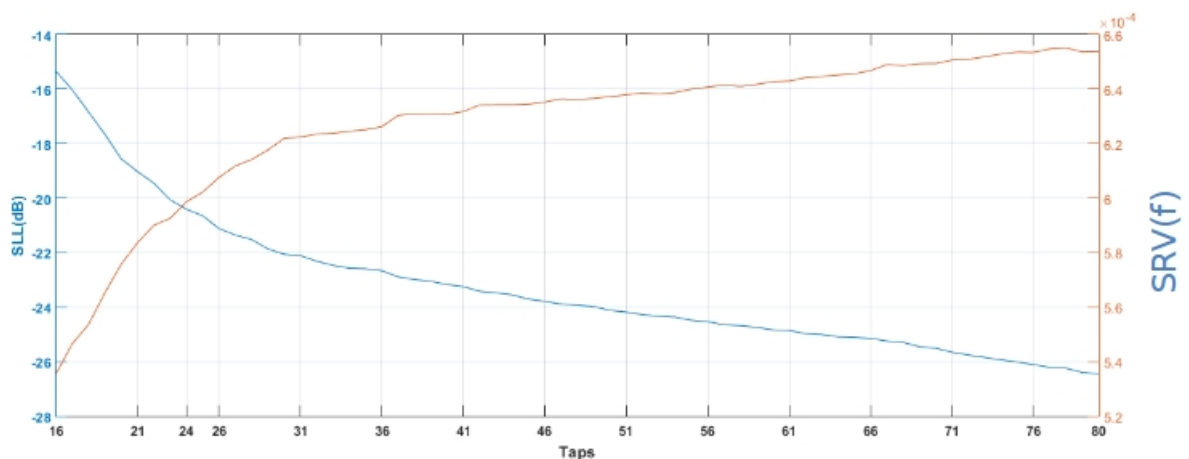


Figura 5.11: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$.

No gráfico da Figura 5.11, é possível observar que ambos os parâmetros \overline{SLL} e $\overline{SRV}(f)$ possuem variações inversas, enquanto o parâmetro \overline{SLL} decresce à medida

que mais filtros são adotados na estrutura TDL, o parâmetro $\overline{SRV}(f)$ cresce à medida que mais filtros são adotados na estrutura TDL. Portanto, como foi realizado para outras direções de interesse θ_0 , estes parâmetros serão analisados individualmente. A Figura 5.12 apresenta o comportamento do parâmetro ao longo de \mathbf{Tap} .

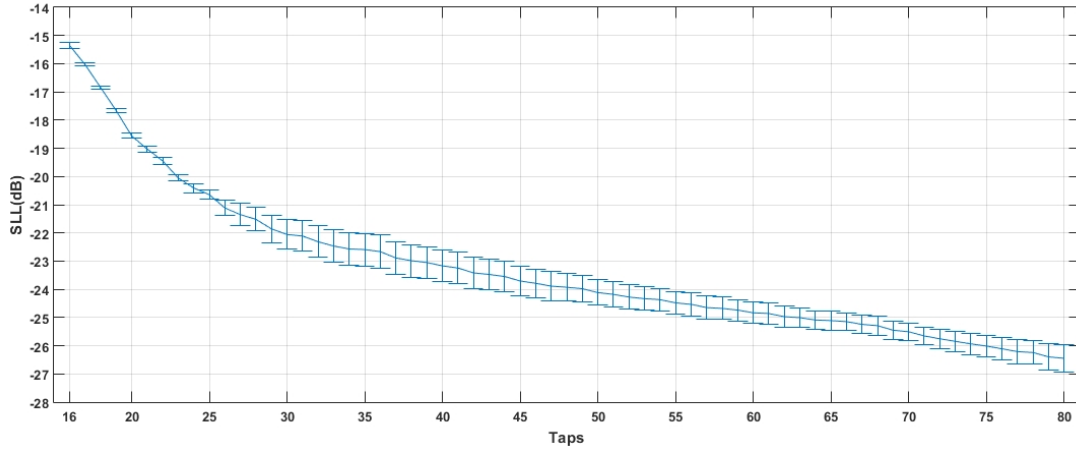


Figura 5.12: Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$.

Ocorre na Figura 5.12 uma acentuada redução do valor do parâmetro \overline{SLL} à medida que cresce o valor do parâmetro \mathbf{Tap} . Pela análise individual deste gráfico a decisão pela melhor quantidade de filtros seria $\mathbf{Tap} = 80$, com atenuação média de até -26 dB dos lóbulos secundários. Para facilitar a visualização do comportamento de ambos os parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} , foi realizada a normalização de seus valores, como mostra a Figura 5.13.

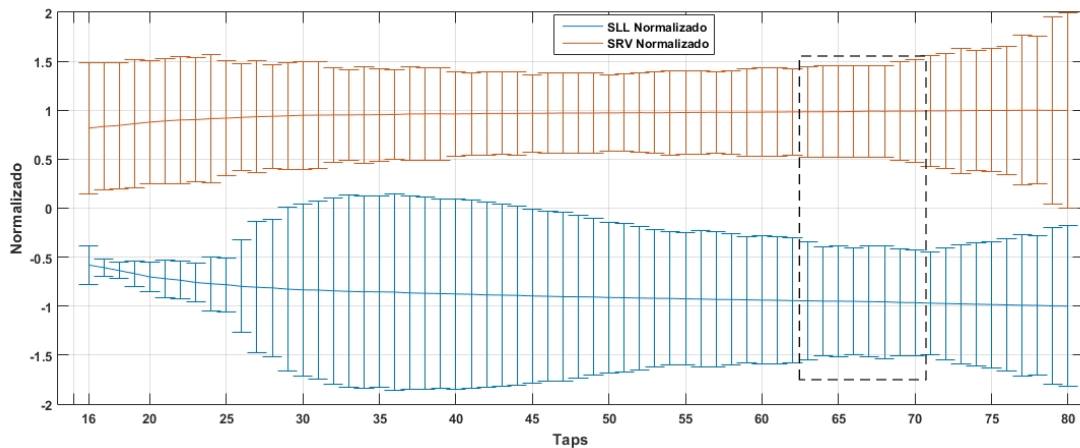


Figura 5.13: Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 5 \times 10^{-5}$

O gráfico da Figura 5.13 apresenta, assim como a Figura 5.11, o comportamento dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} , agora normalizados. Na análise, serão identificados quais valores de \mathbf{Tap} proporcionam menor desvio em conjunto com atenuação dos

valores dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} . A região destacada no gráfico apresenta os menores valores do desvio-padrão para a média. Portanto, a região $Tap = [63, 70]$ produz resultados em consonância com o critério 2. Adotando a complexidade computacional como critério de desempate, o $Tap = 64$ é escolhido para representar o valor ótimo para $\gamma = 5 \times 10^{-5}$.

São analisados, agora, os resultados do parâmetro $\gamma = 10^{-5}$. O gráfico da Figura 5.14 apresenta o comportamento dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} em relação a Tap , adotando $\gamma = 10^{-5}$.

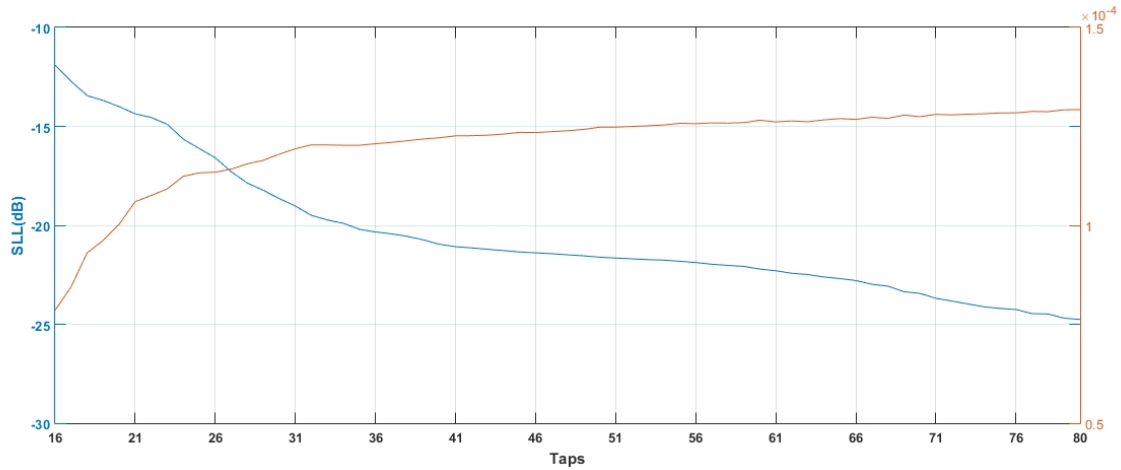


Figura 5.14: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$.

O mesmo comportamento observado no gráfico da Figura 5.11 ocorre no gráfico da Figura 5.14, o crescimento de $\overline{SRV}(f)$ e decréscimo de \overline{SLL} à medida de crescimento de Tap . Por isso, uma análise individual do parâmetro \overline{SLL} é apresentada na Figura 5.15.

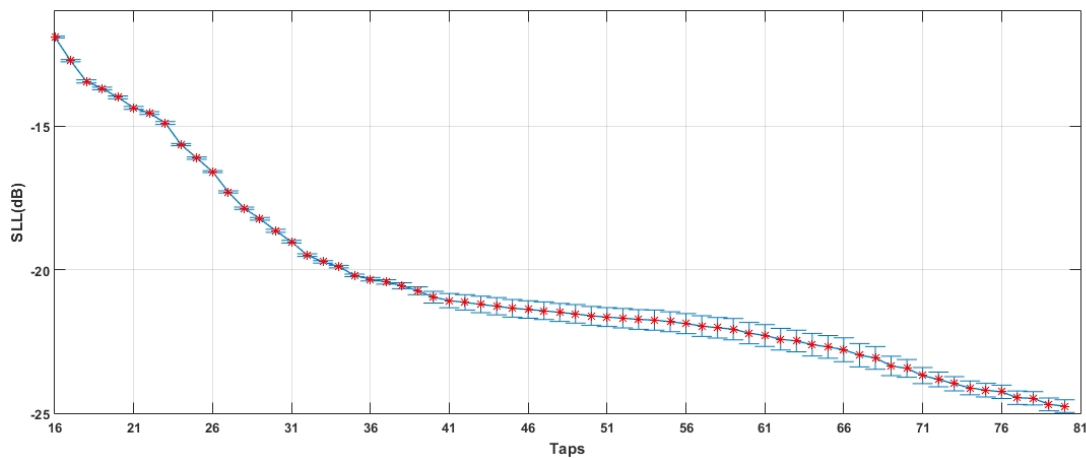


Figura 5.15: Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-5}$.

No gráfico da Figura 5.15, observa-se atenuação média máxima próxima de 25

dB nos lóbulos secundários, em $Tap = 80$. A análise utilizando valores normalizados de $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} é proposta na Figura 5.16.

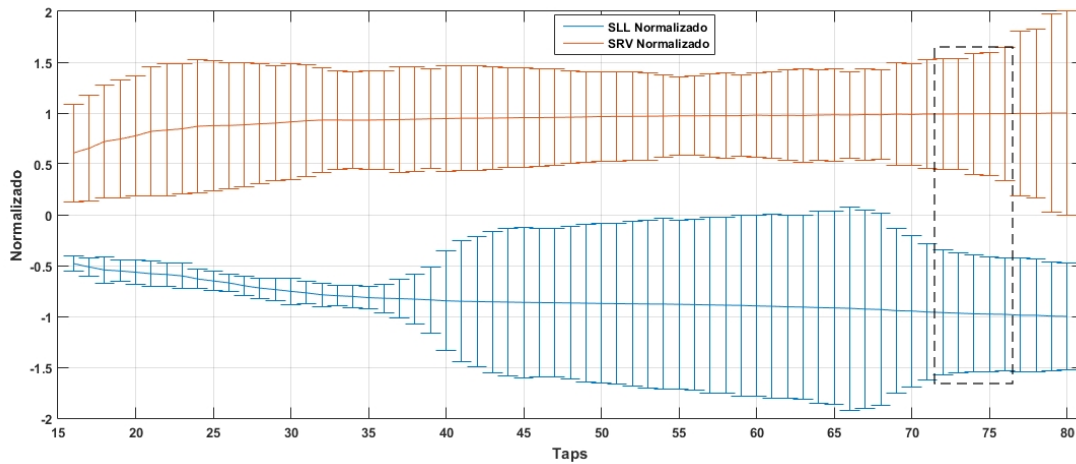


Figura 5.16: Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 10^{-5}$

No gráfico da Figura 5.16 é definida uma região na qual estão presentes os menores desvios-padrão de $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} , bem como elevada atenuação de ambos os parâmetros. Esta região $Tap = [72, 76]$ atende os objetivos do critério 2, sendo adotado como critério de desempate a complexidade computacional. Assim, $Tap = 72$ é a quantidade de filtros adotada pelo critério 2 para a direção de interesse $\theta_0 = 30^\circ$, com $\gamma = 10^{-5}$.

O parâmetro $\gamma = 10^{-6}$ também concorre pela decisão dos parâmetros ótimos para $\theta_0 = 30^\circ$. A Figura 5.17 apresenta o comportamento dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} ao longo de Tap .

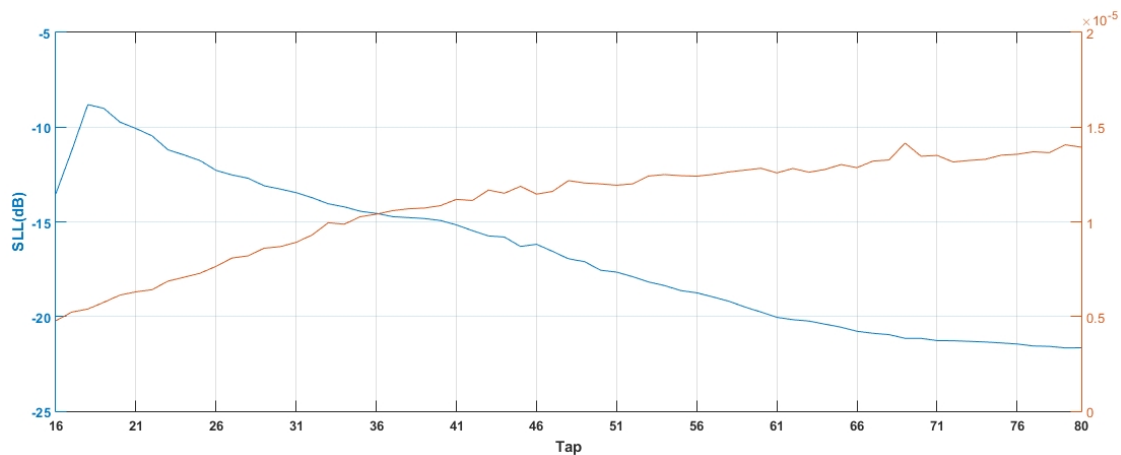


Figura 5.17: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$.

O gráfico da Figura 5.17 exibe o mesmo comportamento já observado nos gráficos das Figuras 5.11 e 5.14. Da mesma forma, a análise somente deste gráfico não é su-

ficiente para a tomada de decisão. Assim, a Figura 5.18 apresenta o comportamento do parâmetro \overline{SLL} ao longo de Tap .

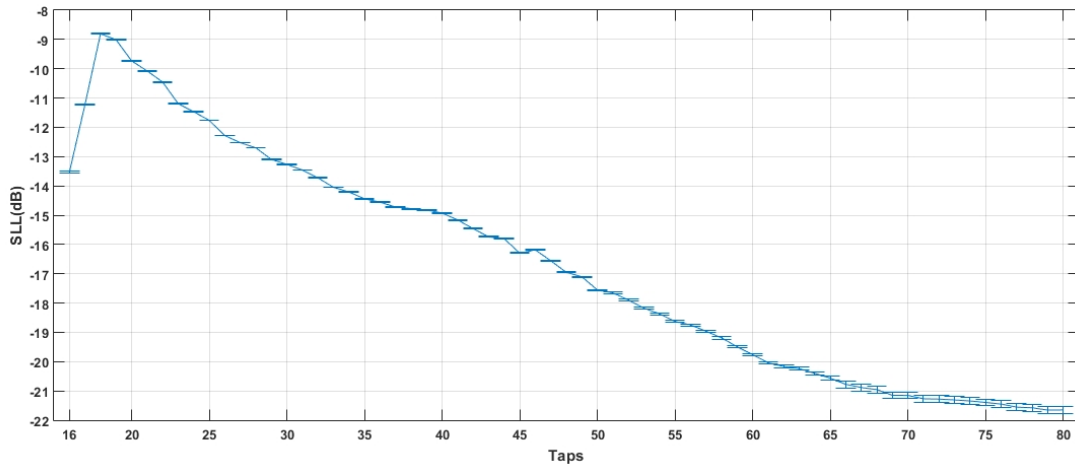


Figura 5.18: Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$.

Como pode ser observado, ocorre no gráfico da Figura 5.18 atenuação máxima próxima de -22 dB, inferior à apresentada pelos parâmetros $\gamma = 5 \times 10^{-5}$ e $\gamma = 10^{-5}$. Também é proposta a análise dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} normalizados, como apresenta a Figura 5.19.

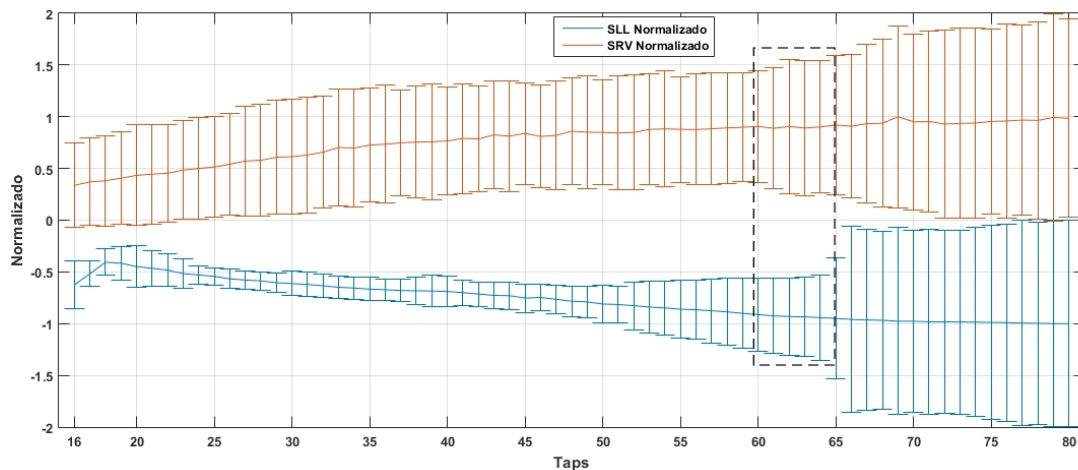


Figura 5.19: Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 10^{-6}$.

No gráfico normalizado da Figura 5.19, é determinado um intervalo $Tap = [60, 64]$ que produz resultados com elevada atenuação $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} . Pelo mesmo critério de desempate, é estabelecido que $Tap = 64$ é a quantidade ideal de filtros adotados pelo critério 2, para $\gamma = 10^{-6}$ e $\theta_0 = 30^\circ$.

Diante dos resultados para os diferentes parâmetros γ para a direção de interesse $\theta_0 = 30^\circ$ pelo critério 2, é necessário realizar a ponderação sobre qual seriam os

parâmetros ótimos. Pela observação da atenuação média máxima \overline{SLL} que ocorre quando $\gamma = 5 \times 10^{-5}$, cerca de -26.5 dB, bem como a atenuação $\overline{SRV}(f)$, da ordem de 6×10^{-4} , é possível concluir que o critério 2 é satisfeito para este valor de γ . Assim, $[Tap^*, \gamma^*] = [64, 5 \times 10^{-5}]$. A próxima Subseção determina os parâmetros ótimos para $\theta_0 = 45^\circ$, segundo o critério 1.

5.1.5 Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 45^\circ$ - Critério 1

A análise realizada para outras direções de interesse θ_0 é agora aplicada na direção $\theta_0 = 45^\circ$, de acordo com o critério 1. Como pode ser observado no gráfico da Figura 5.20, ocorre convergência do parâmetro $SRV(f, \theta)$ para seus menores valores em $\gamma = 10^{-6}$.

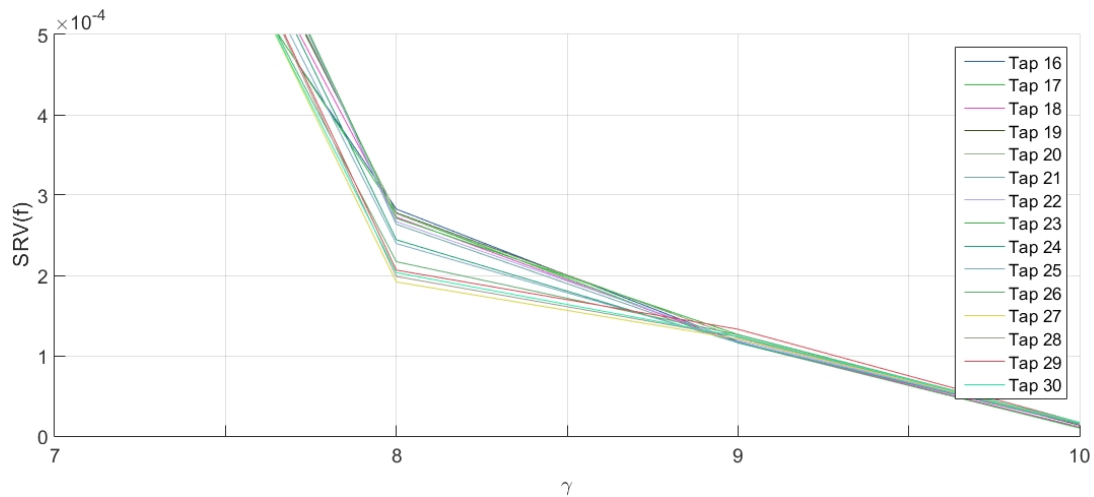


Figura 5.20: Comportamento do $SRV(f, \theta)$ em relação ao parâmetro γ nos *Taps* em análise.

Diante deste resultado, é verificado o comportamento do parâmetro $\overline{SRV}(f)$ para $\gamma = 10^{-6}$, como apresenta a Figura 5.21.

O gráfico da Figura 5.21 aponta que a adoção de 16 filtros resulta na atenuação do parâmetro $\overline{SRV}(f)$, o que satisfaz o objetivo do critério 1 também pela redução da complexidade computacional envolvida com esta dimensão de estrutura TDL. Assim, para $\theta_0 = 45^\circ$, os parâmetros ótimos adotados são $[Tap^*, \gamma^*] = [16, 10^{-6}]$. A próxima Subseção realiza análise para a mesma direção θ_0 , mas cumprindo os requisitos do critério 2.

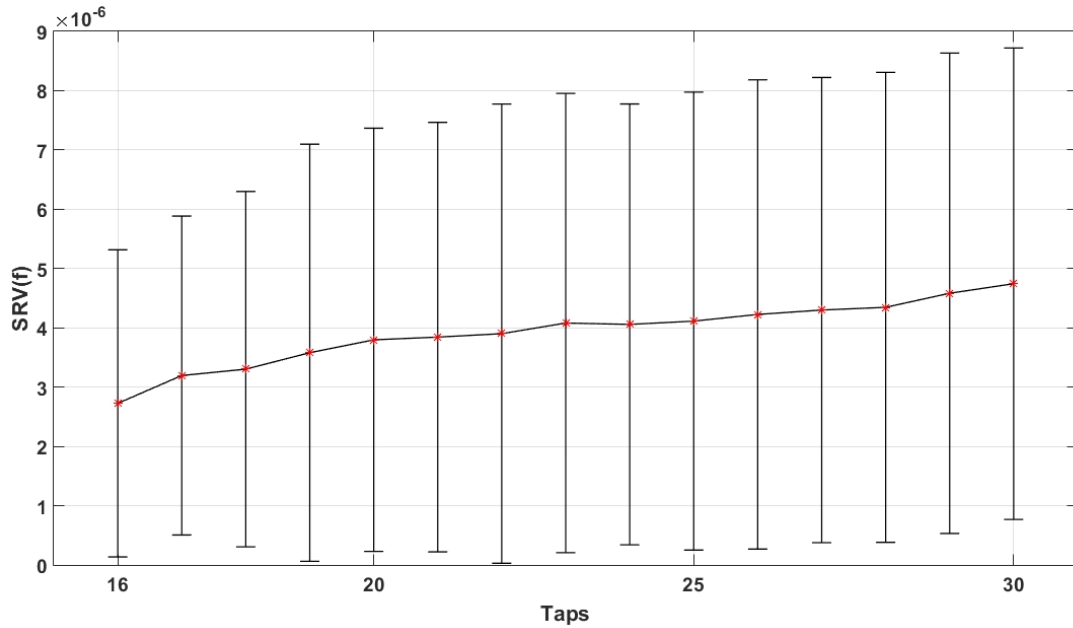


Figura 5.21: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ em relação ao parâmetro $\gamma = 10^{-6}$ nos $Taps$ em análise.

5.1.6 Análise dos Parâmetros para $\theta_0 = 45^\circ$ - Critério 2

Durante a análise dos resultados para a direção de interesse $\theta_0 = 45^\circ$, o parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$ obteve as maiores atenuações para $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} . O gráfico da Figura 5.22 apresenta o comportamento destes dois parâmetros em relação a $Taps$.

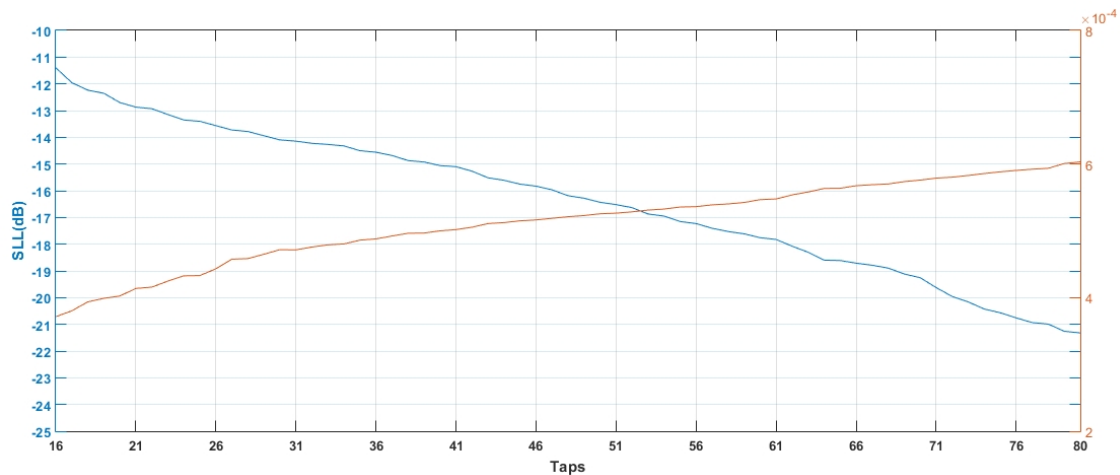


Figura 5.22: Comportamento do $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 5 \times 10^{-5}$.

No gráfico da Figura 5.22, é também observado o comportamento inverso entre si dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} , já citado em outras direções de interesse θ_0 . A fim de analisar, um deste parâmetros individualmente, é gerado o gráfico da Figura 5.23, que apresenta o comportamento \overline{SLL} ao longo de $Taps$.

Ao observar o gráfico da Figura 5.23, é possível destacar que a atenuação média

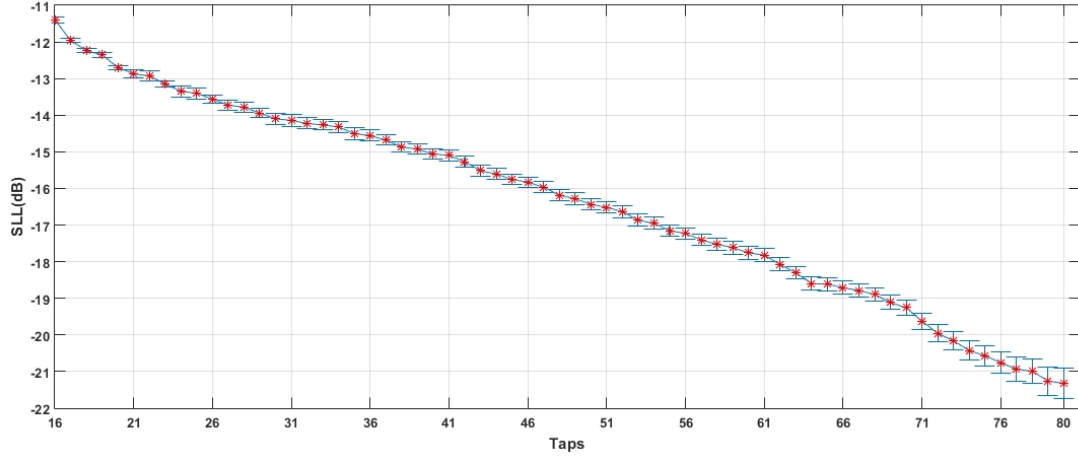


Figura 5.23: Comportamento do \overline{SLL} para o parâmetro $\gamma = 10^{-6}$.

máxima dos lóbulos secundários é cerca de -21 dB, e ocorre em $Tap = 80$. A fim de aprimorar a análise, os valores dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} foram normalizados, de acordo com o gráfico da Figura 5.24.

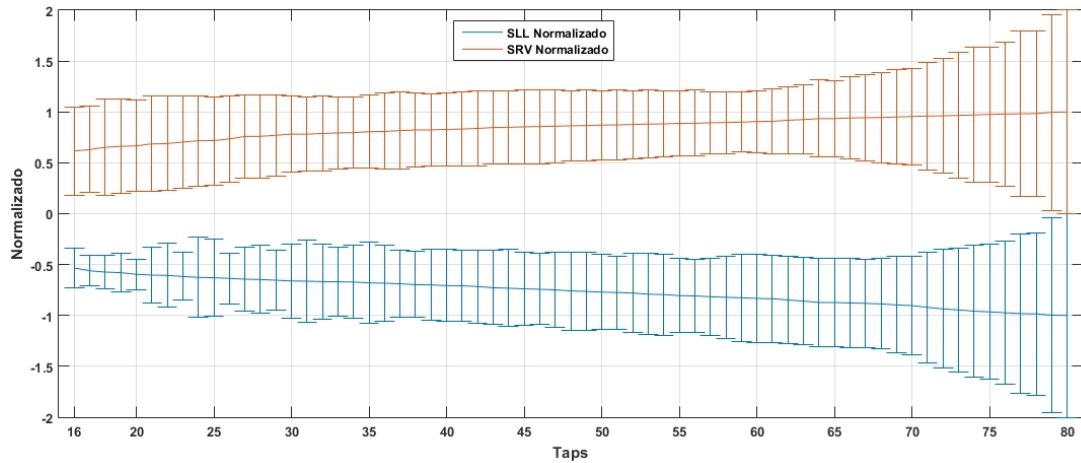


Figura 5.24: Gráfico com valores normalizados dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} para $\gamma = 5 \times 10^{-5}$.

No gráfico da Figura 5.24, a região $Tap = [65, 70]$ é selecionada. Esta região possui atenuação dos parâmetros $\overline{SRV}(f)$ e \overline{SLL} e desvios-padrão compatíveis com o objetivo do critério 2. Assim, pelo critério de complexidade computacional para realizar o desempate, é adotado $Tap = 65$ filtros como dimensão da estrutura TDL para compor os parâmetros ótimos para $\theta_0 = 45^\circ$, de acordo com o critério 2. Dessa forma, $[Tap^*, \gamma^*] = [65, 5 \times 10^{-5}]$ são os parâmetros adotados.

5.2 Conformação de Feixes de Sinais Simulados e Emulados na direção de interesse θ_0

A partir dos resultados que definiram as dimensões ótimas da estrutura de filtro TDL pelos critérios 1 e 2, são obtidos os resultados para a conformação de feixes utilizando sinais simulados, cuja geração é definida na Seção 4.2. A próxima Subseção apresenta os resultados para a direção de interesse $\theta_0 = 0^\circ$.

5.2.1 $\theta_0 = 0^\circ$

A análise dos resultados é iniciada com a direção de interesse $\theta_0 = 0^\circ$. Serão discutidos os resultados da conformação de feixes utilizando o método atraso e soma e o método baseado em invariância na frequência. Os parâmetros de processamento adotados são os mesmos calculados para o método baseado em invariância na frequência, assim a estrutura TDL utilizada nos resultados mostrados nas Figuras 5.25 e 5.26 para o método atraso e soma possui 16 sensores e 25 filtros.

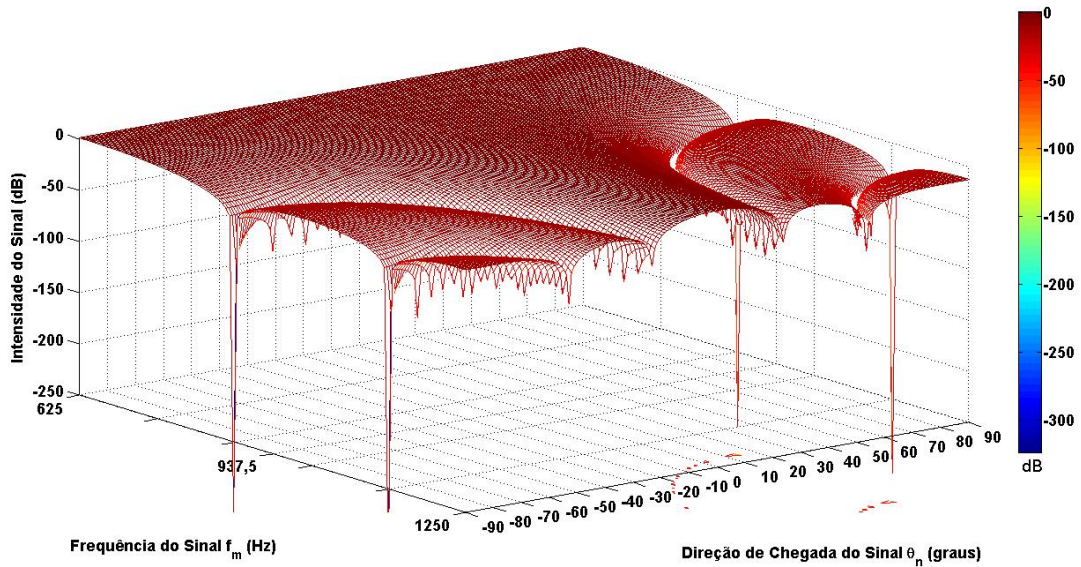


Figura 5.25: Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 0^\circ$

Observa-se a baixa atenuação dos lóbulos secundários e a perda de diretividade e resolução espacial na banda de frequência Ω , principalmente nas menores frequências da banda. Estes resultados evidenciam a utilidade de métodos capazes de manter a largura de feixe ao longo da banda frequência Ω .

Baseado nos parâmetros ótimos determinados para o critério 1, é realizada a conformação de feixes baseada em invariância na frequência para sinais simulados adotando $[Tap^*, \gamma^*] = [25, 10^{-6}]$. As Figuras 5.27, 5.28 e 5.29 apresentam estes resultados.

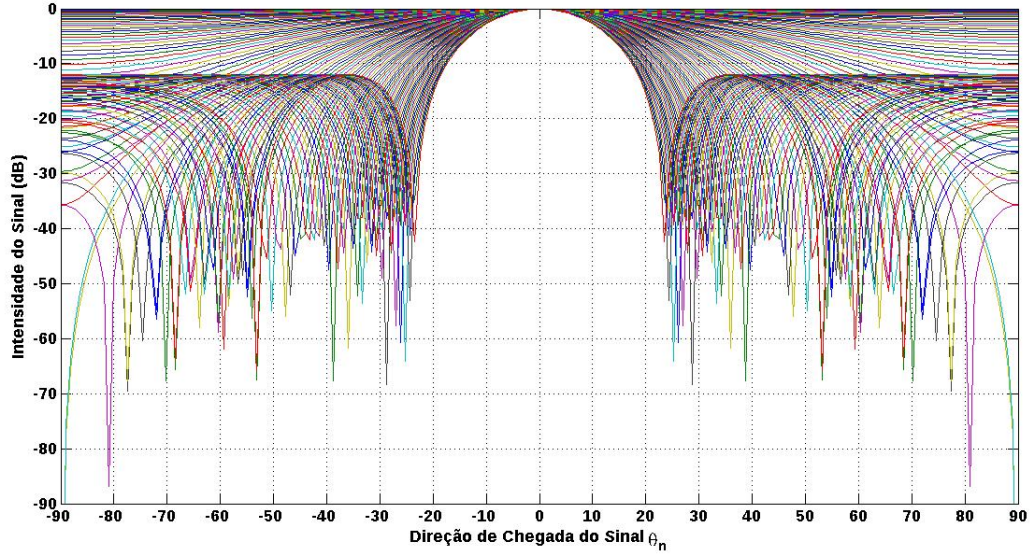


Figura 5.26: Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 0^\circ$

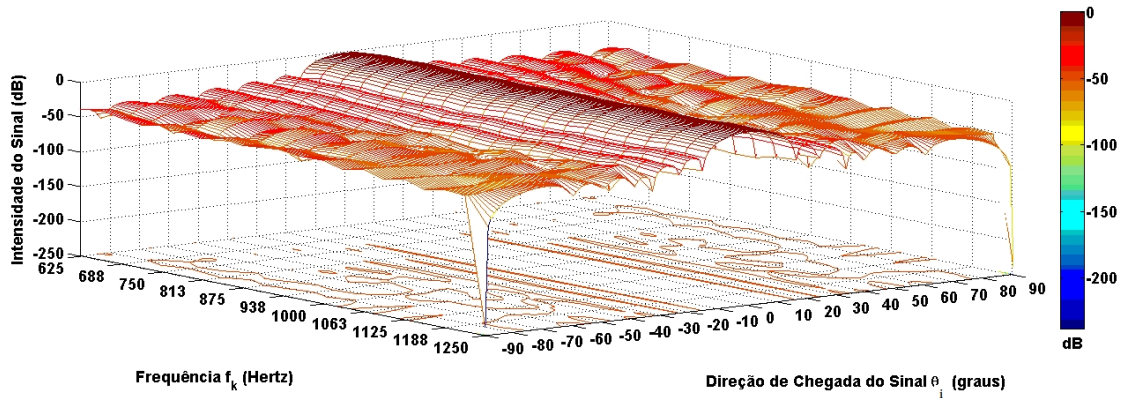


Figura 5.27: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1

A Figura 5.28 evidencia a atenuação dos lóbulos secundários que ocorre quando o conjunto de pesos \mathbf{w} aplicado é calculado utilizando a otimização convexa com a restrição SRV. Enquanto no resultado do método atraso e soma a atenuação é pouco maior do que -10 dB, no método baseado em invariância na frequência a atenuação média \overline{SLL} é de -28.88 dB. A atenuação, por sua vez é mantida ao longo da banda frequência no método baseado em invariância na frequência, o que não ocorre no método atraso e soma. A Figura 5.29 apresenta na região em vermelho mais escuro centralizado em $\theta_0 \pm 15^\circ$ a manutenção da largura de feixe e da atenuação nos lóbulos secundários ao longo da banda Ω .

Os parâmetros ótimos determinados para o critério 2 $[Tap^*, \gamma^*] = [71, 10^{-6}]$ foram adotados para a obtenção de resultados, como mostram as Figuras 5.30, 5.31 e 5.32.

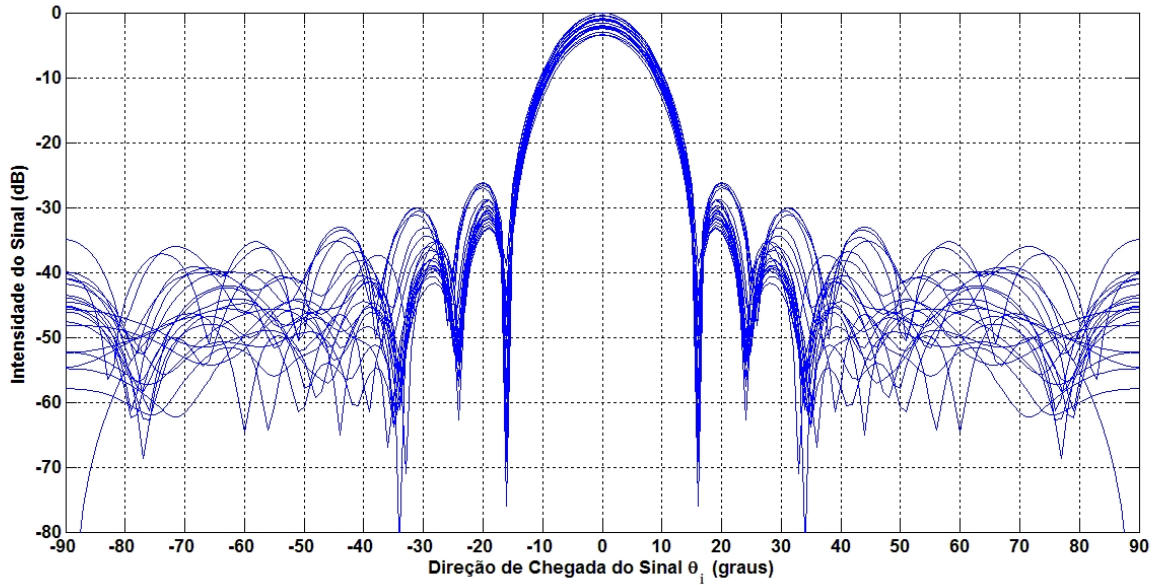


Figura 5.28: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1

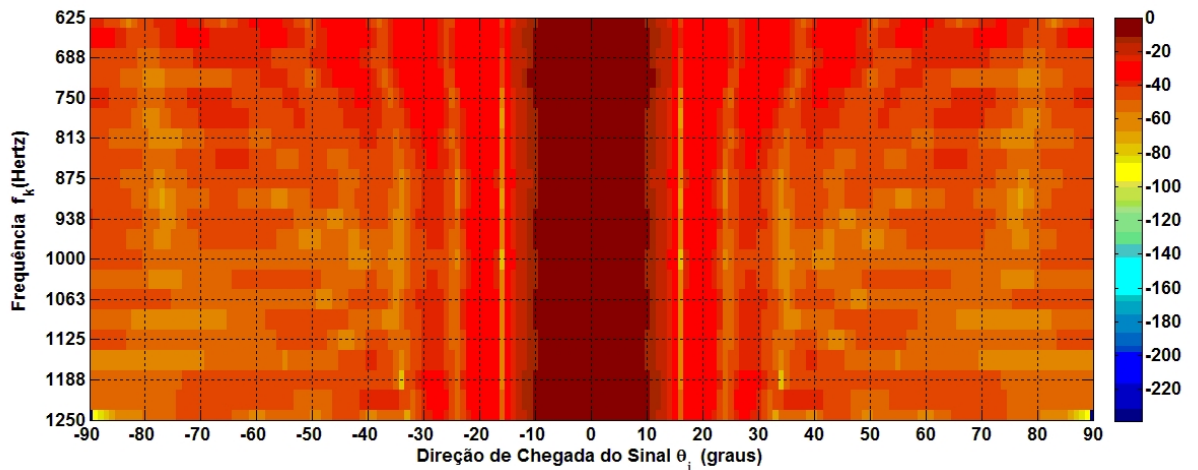


Figura 5.29: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1

Os resultados adotando o critério 2 pouco os diferenciam dos resultados calculados adotando o critério 1 visualmente, apesar da atenuação média dos lóbulos secundários \overline{SLL} , por exemplo, calculada em -30.29 dB, ser um pouco mais intensa do que a calculada para o critério 1. O fato das ondas em $\theta_0 = 0^\circ$ chegarem perpendiculares ao arranjo de sensores, com espalhamento uniforme de sua energia no arranjo, justifica o pequeno aprimoramento dos resultados com a adoção de novos parâmetros ótimos.

Ao observar os resultados calculados pelo critério 2, conclui-se que as propriedades da conformação de feixes baseada em invariância na frequência foram mantidas,

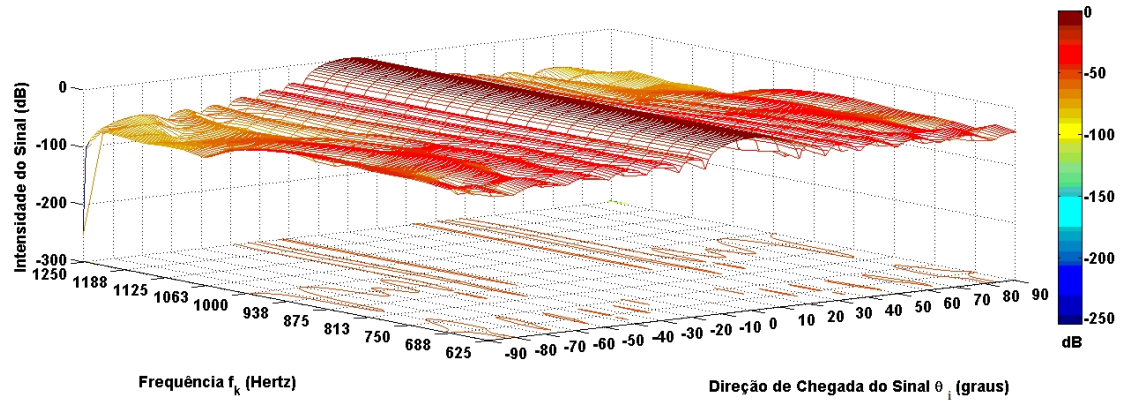


Figura 5.30: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.

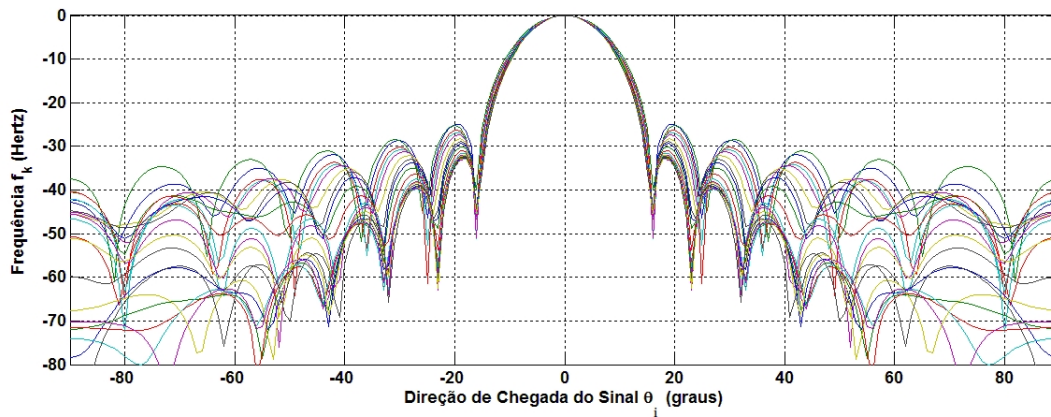


Figura 5.31: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.

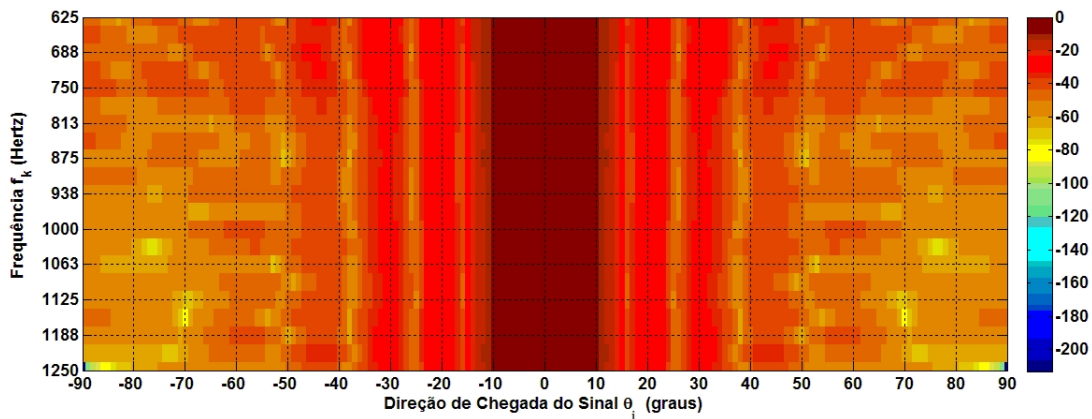


Figura 5.32: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.

cuja característica manutenção da largura de feixes na banda frequência Ω está presente na Figura 5.32.

Os critérios 1 e 2 foram utilizados para o cálculo dos resultados emulados na

direção $\theta_0 = 0^\circ$. Os resultados para sinais emulados adotando o critério 1 são apresentados nas Figuras 5.33, 5.34 e 5.35.

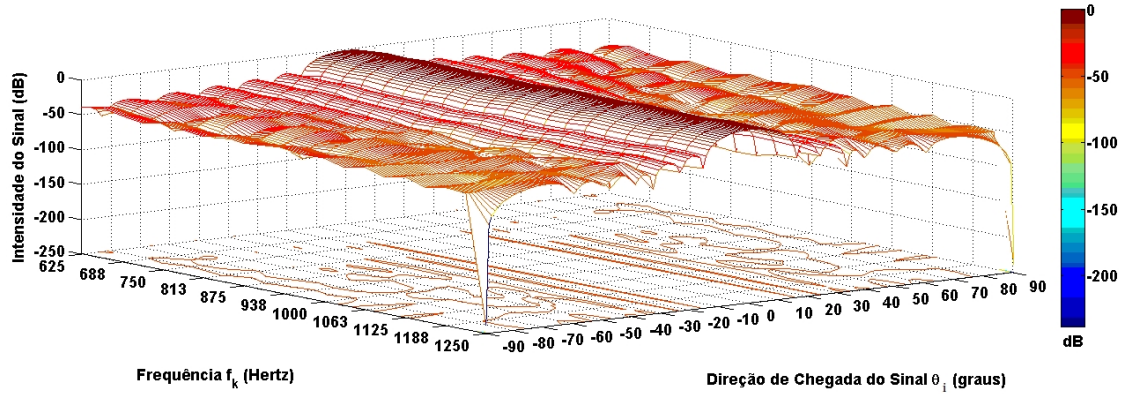


Figura 5.33: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1.

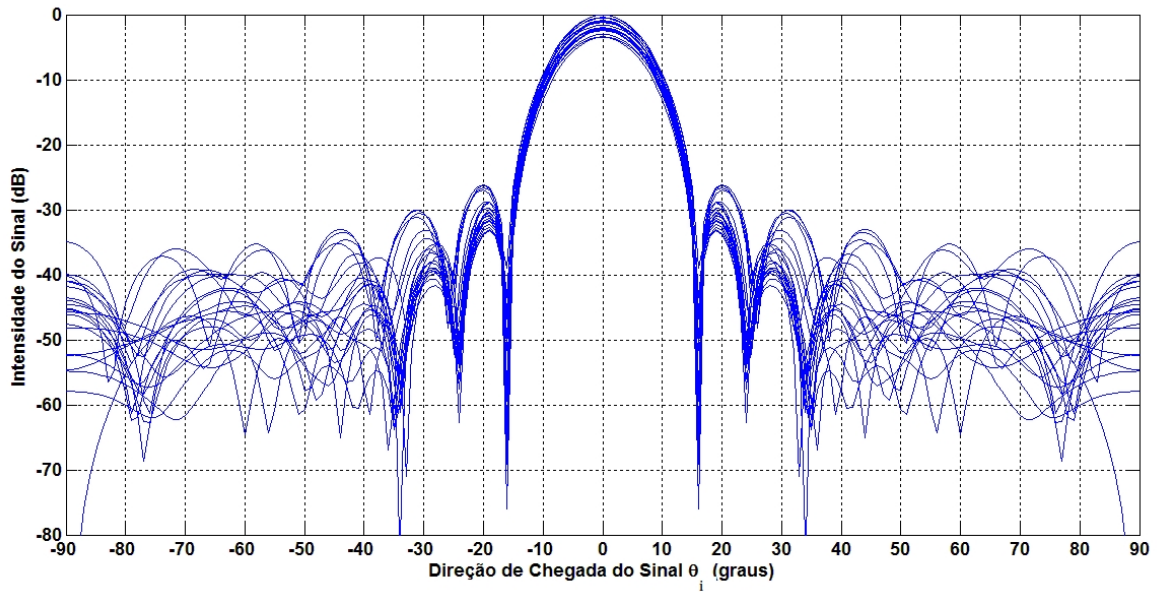


Figura 5.34: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1.

Como foi discutido na Seção 4.3, os resultados emulados são produzidos, após a etapa de pré-processamento, pela propagação de 3.125 amostras do sinal. Na Figura 5.35 pode ser notada a manutenção da largura de feixe em $0^\circ \pm 15^\circ$. A propagação da energia do sinal também atenuou os lóbulos secundários \overline{SLL} , calculado em -30.57 dB, porém incrementou a flutuação da resposta do arranjo $\overline{SRV}(f) = 7.1 \times 10^{-3}$, cujo valor para sinal simulado $\overline{SRV}(f) = 3.43 \times 10^{-4}$ era de ordem menor.

A discussão dos resultados para sinais emulados também é estendida para a adoção dos parâmetros ótimos segundo o critério 2 $[Tap^*, \gamma^*] = [71, 10^{-6}]$ na ob-

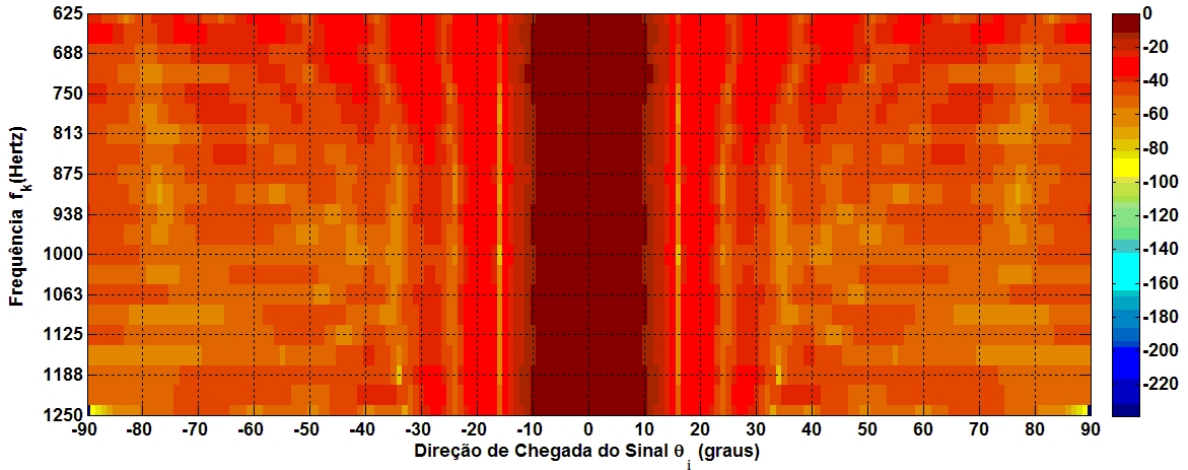


Figura 5.35: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 1.

tenção dos resultados emulados. As Figuras 5.36, 5.37 e 5.38 apresentam estes resultados.

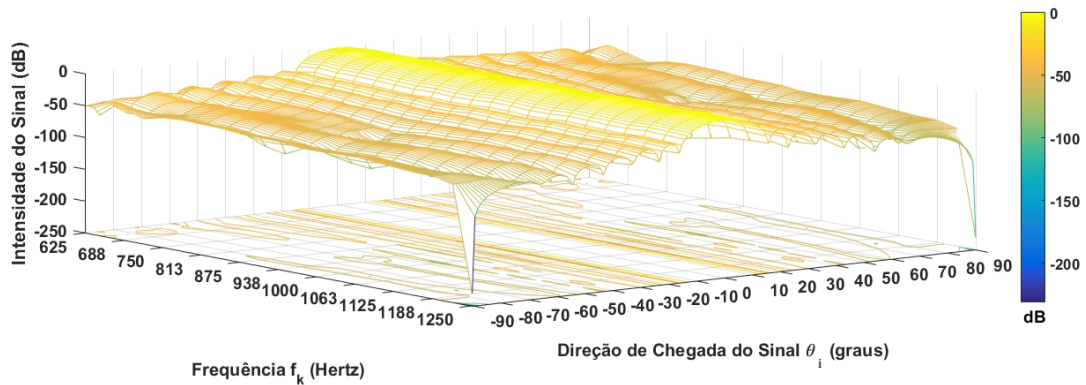


Figura 5.36: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.

Os resultados da conformação de feixes de sinais emulados adotando o critério 2 produz as diferentes curvas relacionadas às frequências $f_k \in \Omega$ mais próximas uma das outras, o que revela superfície mais uniforme na Figura 5.36. A atenuação média dos lóbulos secundários $\overline{SLL} = -30.92$ dB encontra-se dentro da região do desvio-padrão do resultado obtido utilizando sinal simulado e do resultado para sinal emulado adotando o critério 1.

Assim, em relação à direção $\theta_0 = 0^\circ$ pode-se concluir que os resultados simulados pouco diferenciam-se entre si, adotando quaisquer critérios, e que a conformação de feixes utilizando sinais emulados mantêm a largura de feixe, diretividade e resolução espacial após a realização do processamento.

A próxima Subseção discute os resultados simulados e emulados para a conformação de feixes na direção $\theta_0 = 30^\circ$.

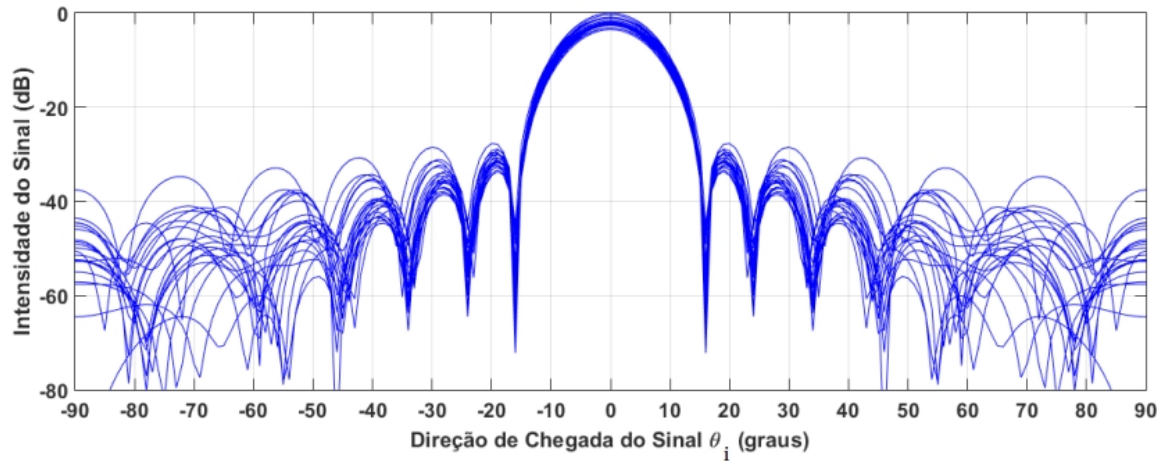


Figura 5.37: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.

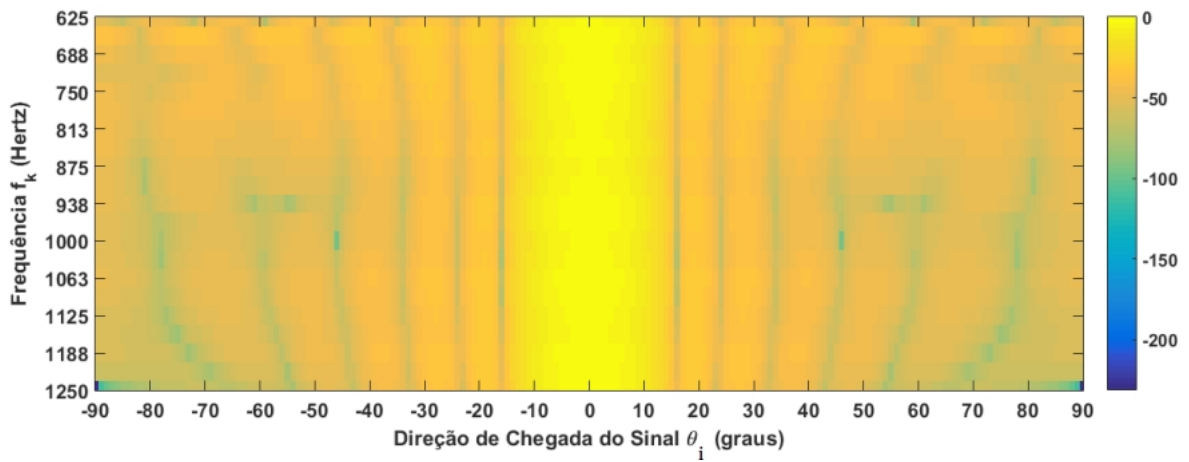


Figura 5.38: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 0^\circ$ - critério 2.

5.2.2 $\theta_0 = 30^\circ$

Os resultados para a direção $\theta_0 = 30^\circ$ são agora discutidos. As Figuras 5.39 e 5.40 apresentam os resultados da conformação de feixes de sinais simulados utilizando o método atraso e soma. O parâmetro determinado pelo critério 1 $T_{ap}^* = 16$ filtros foi adotado para o dimensionamento da estrutura TDL.

Como foi observado para a direção de interesse $\theta_0 = 0^\circ$, os resultados do método atraso e soma para $\theta_0 = 30^\circ$ também exibem a perda de diretividade e resolução espacial na banda de frequência Ω , além da atenuação dos lóbulos secundários não ser mais intensa do que -10 dB, resultado aquém de quando adotado o método de conformação de feixes baseado em invariância na frequência.

As Figuras 5.41, 5.42 e 5.43 apresentam os resultados da conformação de feixes baseada em invariância na frequência, adotando o critério 1 $[T_{ap}^*, \gamma^*] = [16, 10^{-6}]$.

Os resultados obtidos para a conformação de feixes de sinais simulados adotando

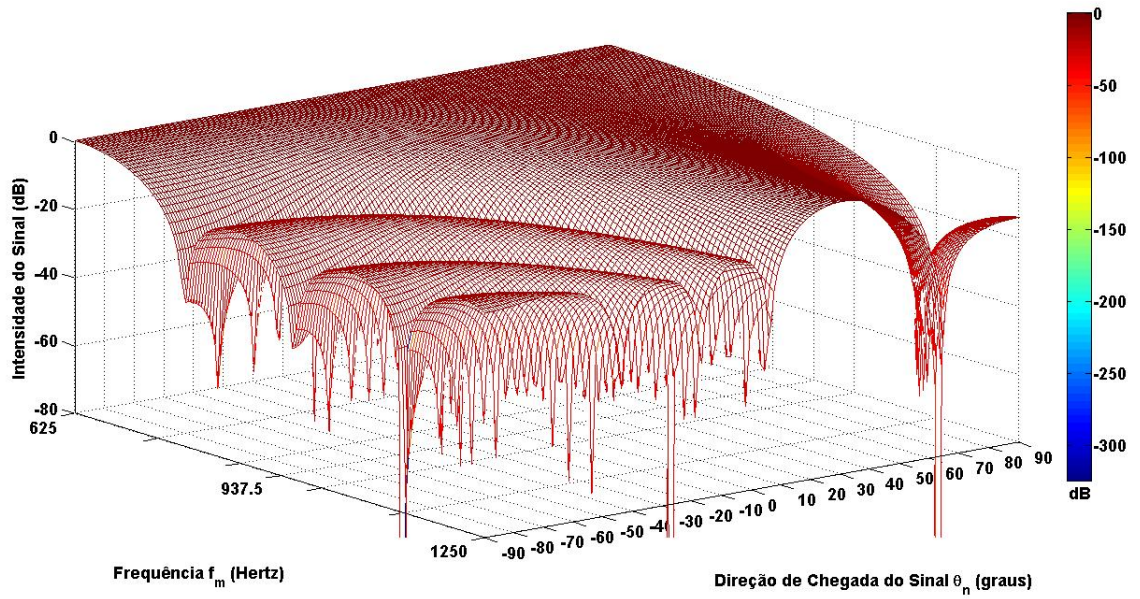


Figura 5.39: Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 30^\circ$

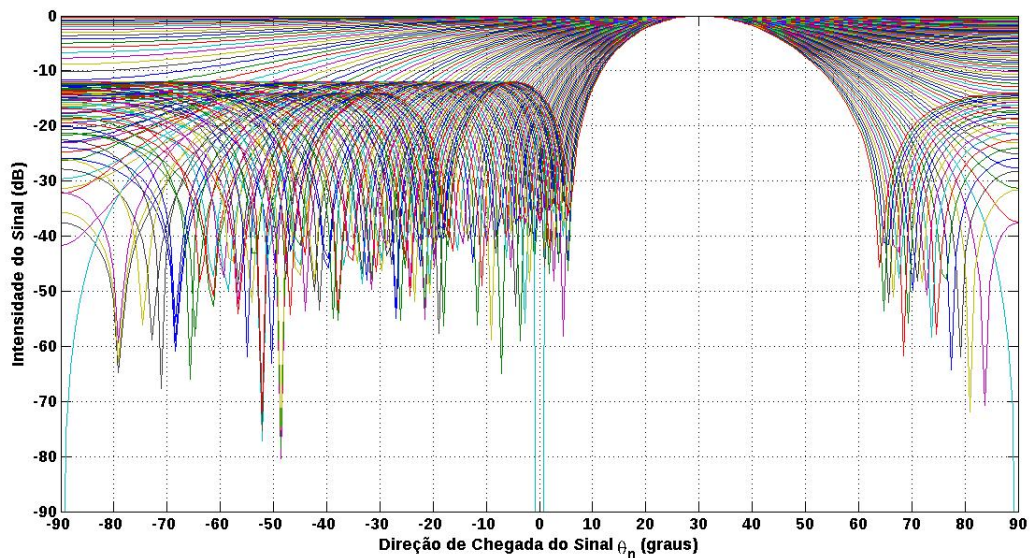


Figura 5.40: Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 30^\circ$

o critério 1 exibem $\overline{SLL} = -13.53$ dB e $\overline{SRV}(f) = 1.71 \times 10^{-13}$, resultados que foram aprimorados adotando o critério 2, como será demonstrado adiante. Ademais, nota-se a presença das características do método baseado em invariância na frequência: manutenção da largura do feixe, da diretividade e da resolução espacial na banda de frequência Ω . As Figuras 5.44, 5.45 e 5.46 apresentam os resultados da conformação de feixes de sinais simulados adotando o critério 2, com os parâmetros ótimos $[Tap^*, \gamma^*] = [64, 5 \times 10^{-5}]$.

Pelo critério 2, os resultados da conformação de feixes de sinais simulados são notadamente aprimorados. A atenuação dos lóbulos secundários $\overline{SLL} = -25.74$ dB

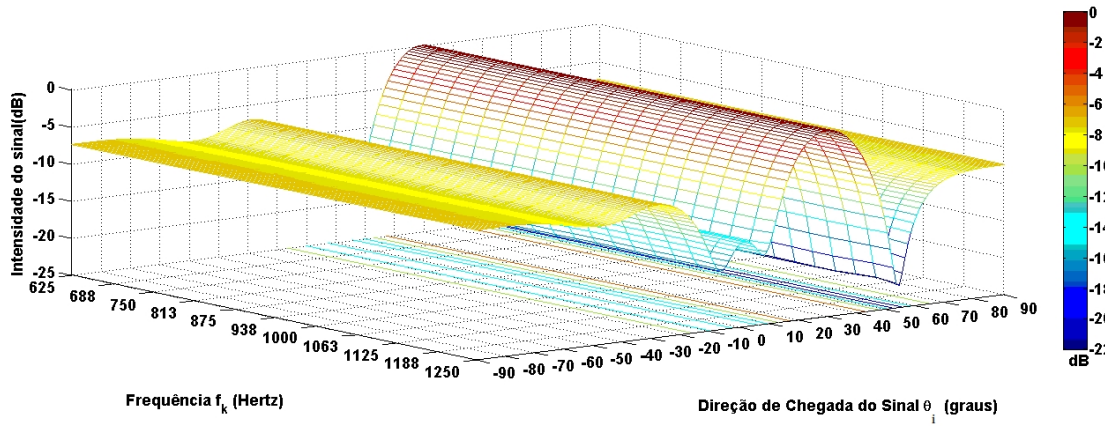


Figura 5.41: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.

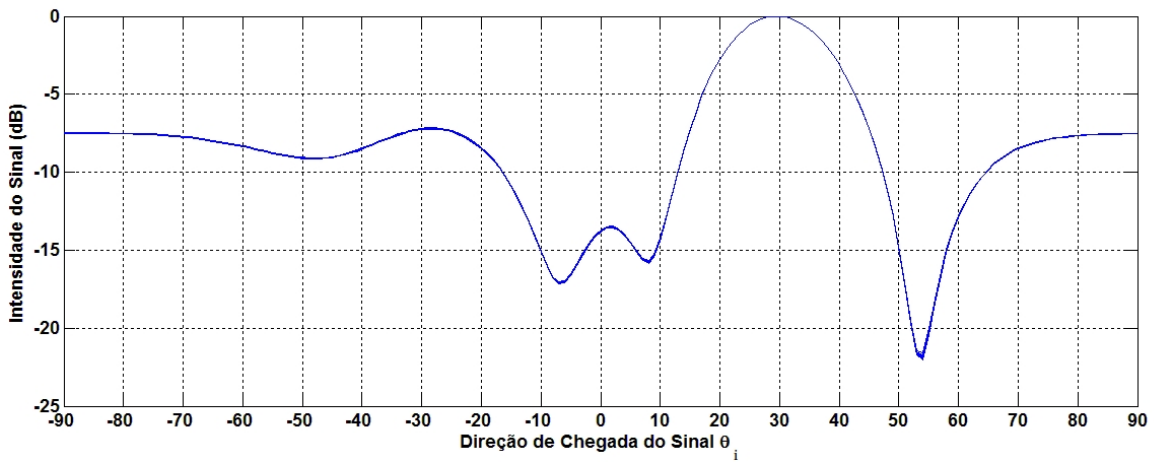


Figura 5.42: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.

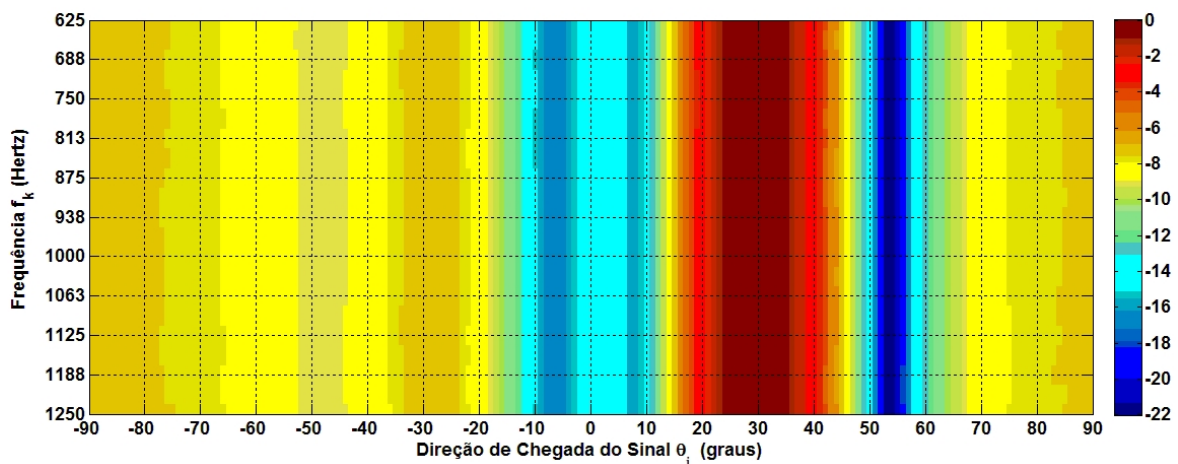


Figura 5.43: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.

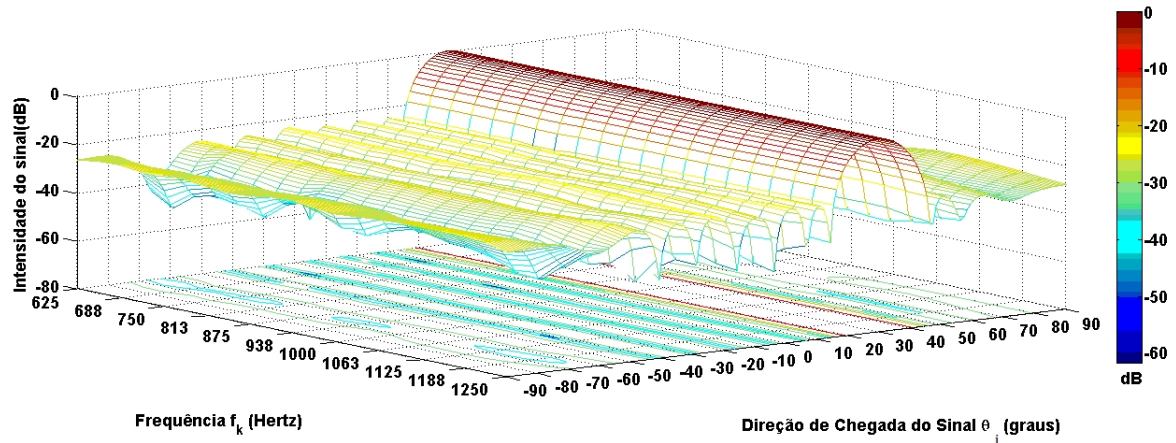


Figura 5.44: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.

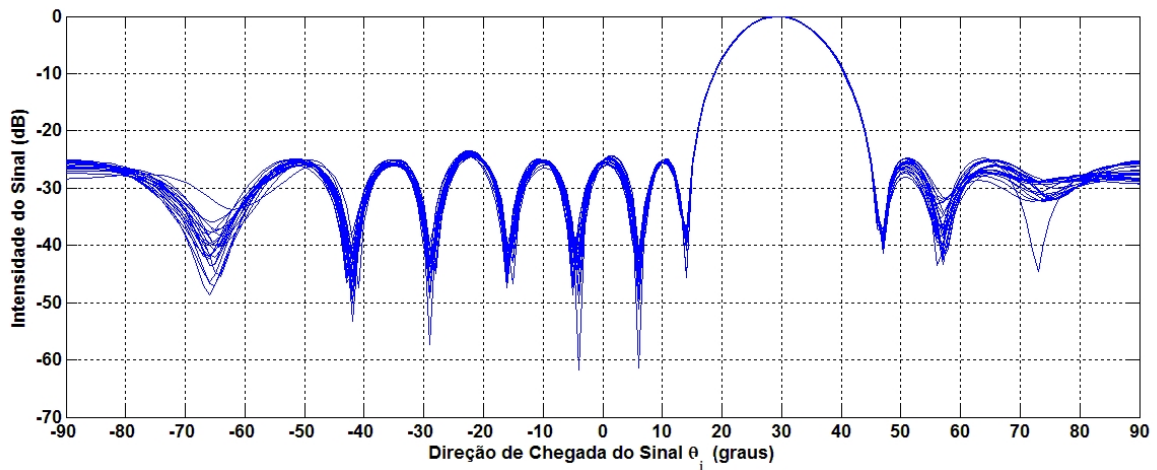


Figura 5.45: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.

e do $\overline{SRV}(f) = 8.66 \times 10^{-15}$ comprovam a melhoria que ocorreu de um critério para outro.

Os resultados emulados adotando os critérios 1 e 2 na direção de interesse $\theta_0 = 30^\circ$ são obtidos. As Figuras 5.47, 5.48 e 5.49 apresentam os resultados da conformação de feixes de sinais emulados, adotando o critério 1, cujos parâmetros ótimos são $[Tap^*, \gamma^*] = [16, 10^{-6}]$.

Observa-se a manutenção das características da conformação de feixes baseada em invariância na frequência. Em conjunto, ocorreu atenuação dos lóbulos secundários $\overline{SLL} = -15.48$ dB, porém houve aumento do $\overline{SRV}(f) = 7.1 \times 10^{-3}$, compreendido pela propagação das 3.125 amostras durante o processamento. Posteriormente, foram obtidos os resultados para a conformação de feixes de sinais emulados adotando o critério 2, cujos parâmetros ótimos são $[Tap^*, \gamma^*] = [64, 5 \times 10^{-5}]$. As Figuras 5.50, 5.51 e 5.52 apresentam estes resultados.

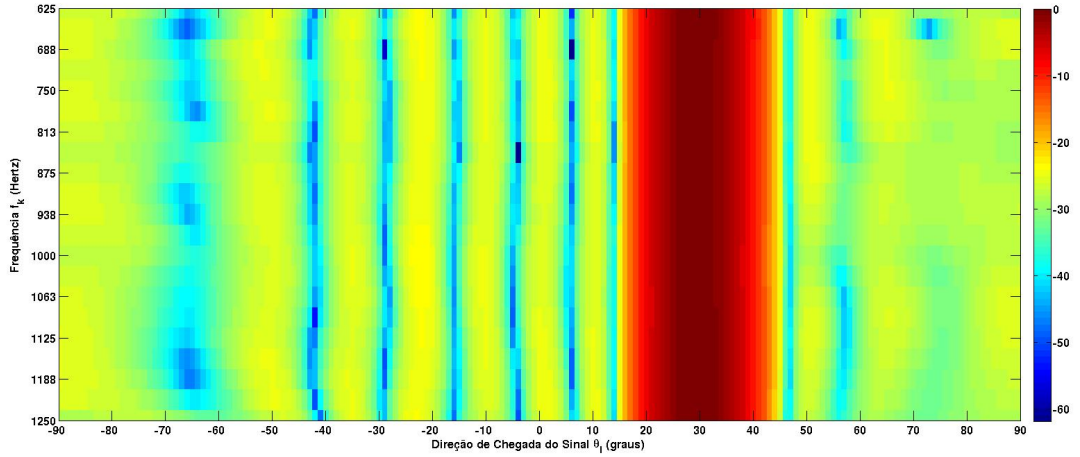


Figura 5.46: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.

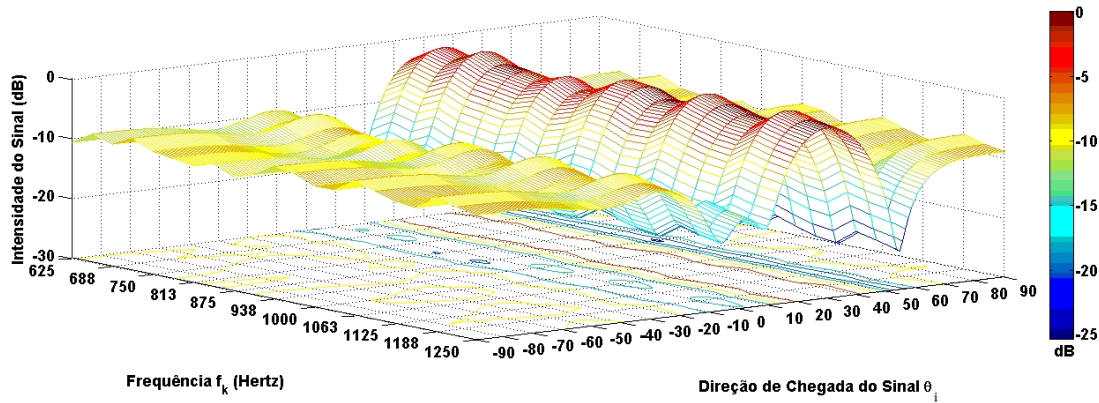


Figura 5.47: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.

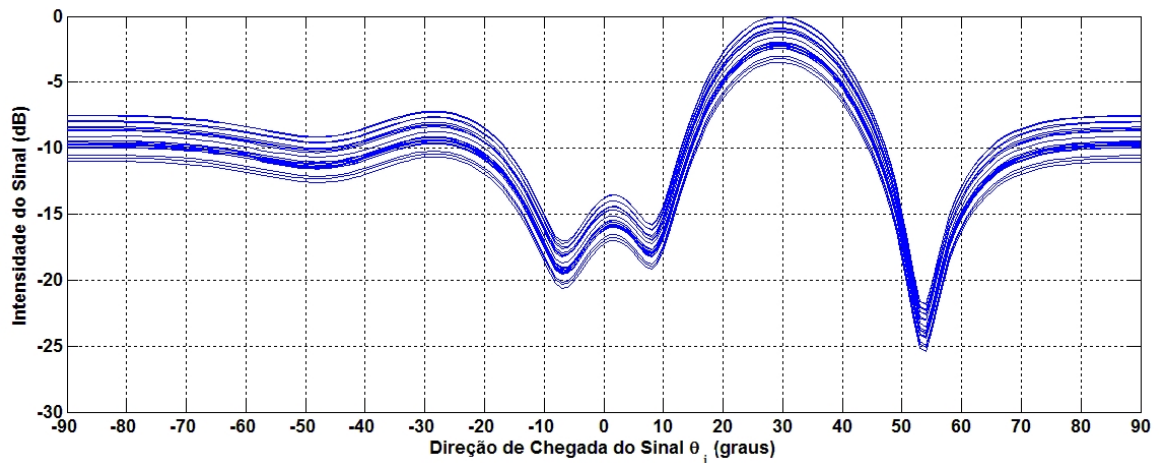


Figura 5.48: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.

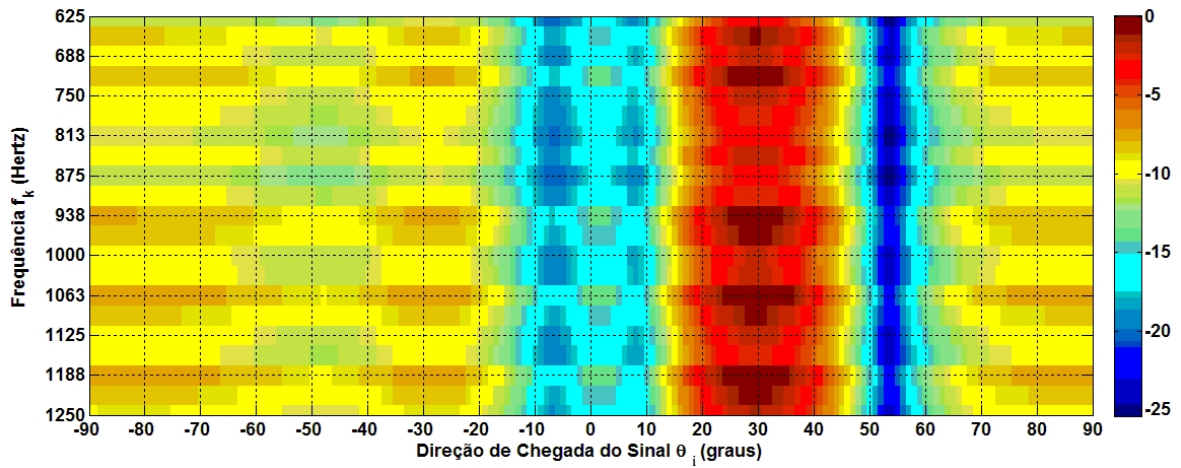


Figura 5.49: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 1.

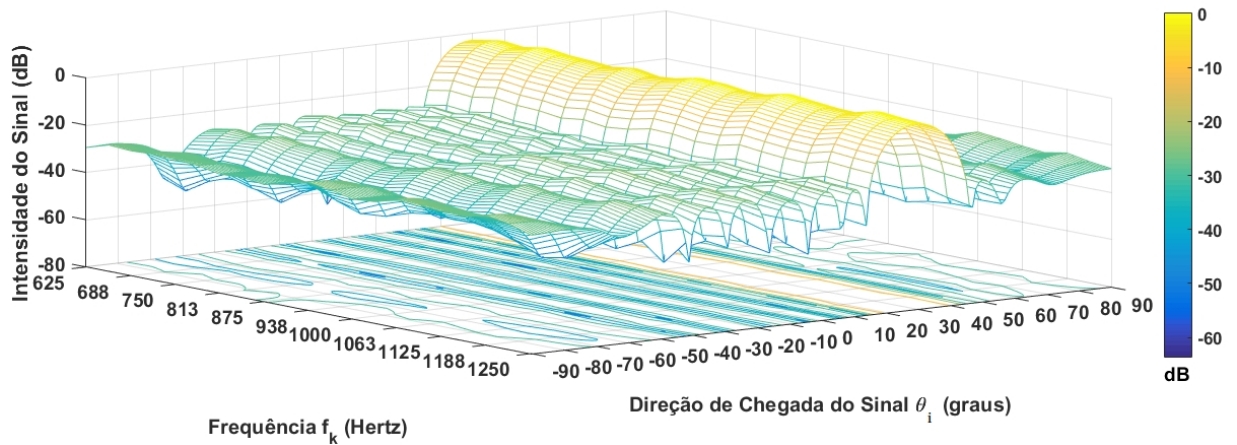


Figura 5.50: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.

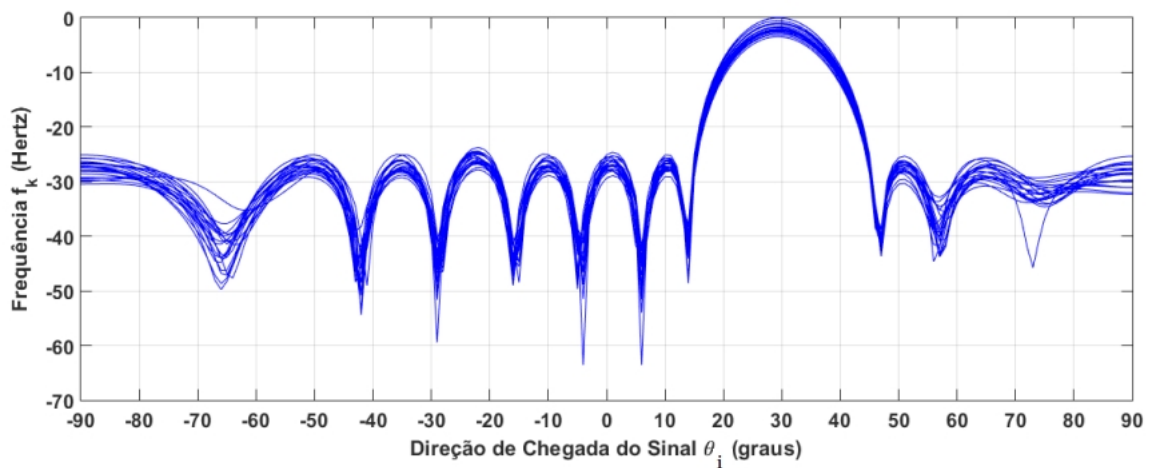


Figura 5.51: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.

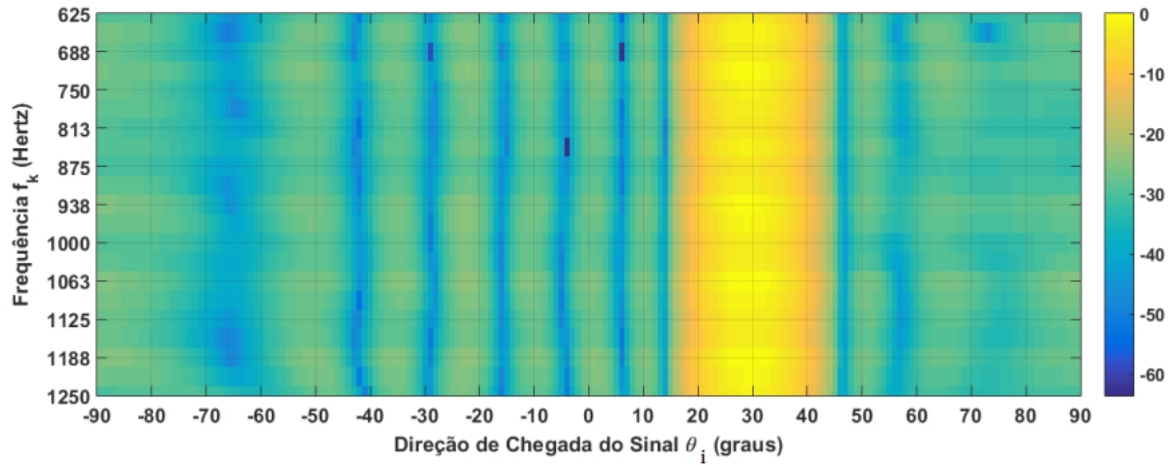


Figura 5.52: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 30^\circ$ - critério 2.

O aprimoramento pela adoção dos parâmetros do critério 2 é sensível para sinais emulados. Percebe-se a manutenção das propriedades do processamento baseado em invariância na frequência, com a atenuação dos lóbulos secundários $\overline{SLL} = -27.56$ dB. Em todos os resultados apresentados, a região de invariância na frequência manteve-se $30^\circ \pm 15^\circ$. Assim, o processamento na direção $\theta_0 = 30^\circ$ satisfaz as premissas apresentadas pelos métodos atraso e soma e baseado em invariância na frequência, com suas características elaboradas nos resultados apresentados.

A próxima Subseção apresenta e discute os resultados simulados e emulados para a direção de interesse $\theta_0 = 45^\circ$.

5.2.3 $\theta_0 = 45^\circ$

A análise dos métodos de conformação de feixes conclui com os resultados obtidos para a direção de interesse $\theta_0 = 45^\circ$. A dimensão da estrutura TDL determinada para esta direção pelo critério 1 é adotada como referência para o cálculo dos resultados da conformação de feixes de sinais simulados pelo método atraso e soma, portanto são utilizados 16 filtros. As Figuras 5.53 e 5.54 apresentam estes resultados.

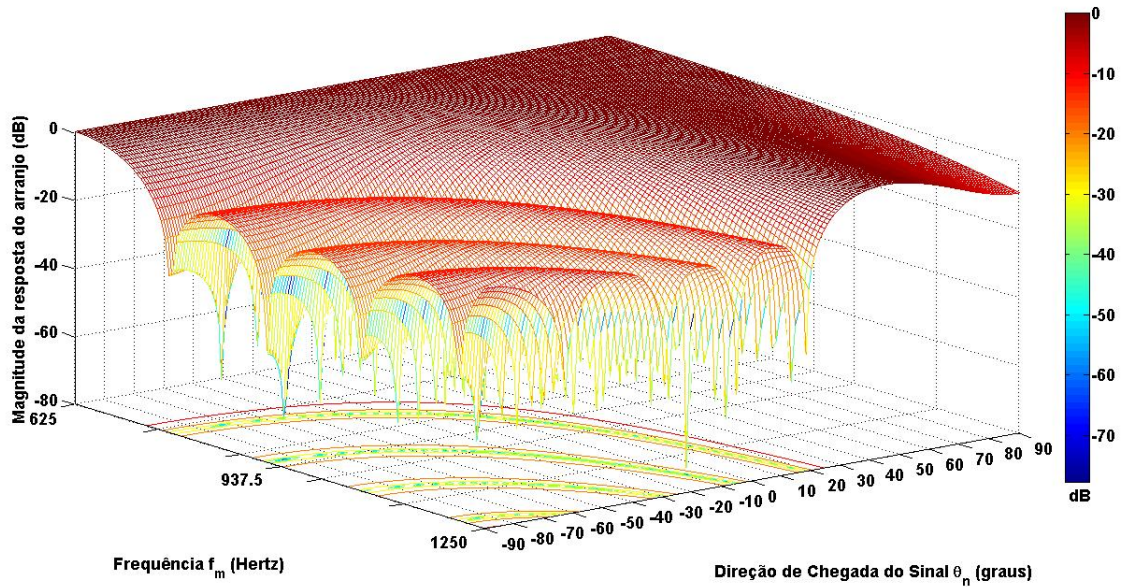


Figura 5.53: Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 45^\circ$

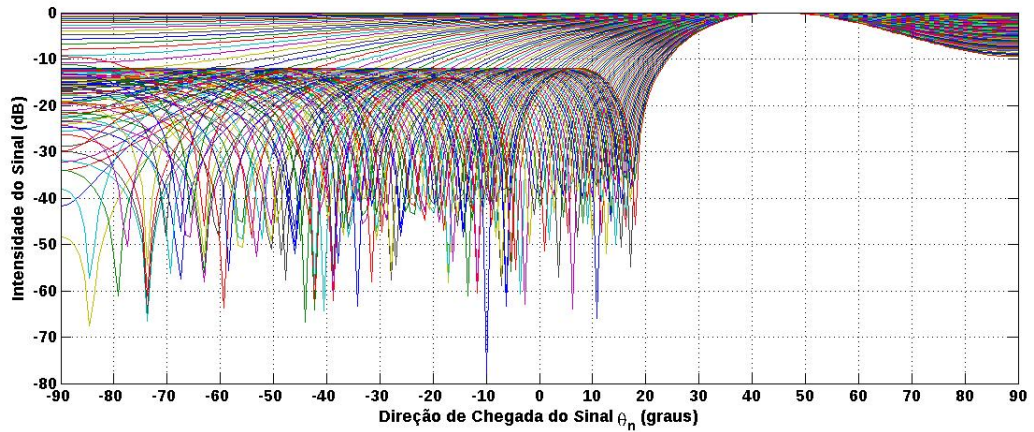


Figura 5.54: Conformação de feixes atraso e soma $\theta_0 = 45^\circ$

Os resultados da conformação de feixes adotando o método atraso e soma evidenciam a vantagem do método de conformação de feixes baseado em invariância na frequência. Na Figura 5.53, pode ser observado que ao aplicar *beamsteering*, com a direção de interesse θ_0 aproximando-se de 90° , ocorre perda da diretividade na resposta do arranjo. As demais características, como a perda da resolução espacial e

da diretividade na banda de frequência na banda frequência Ω também mostram-se presentes nestes resultados.

A adoção do critério 1, com parâmetros ótimos, $[Tap^*, \gamma^*] = [16, 10^{-6}]$ para a obtenção dos resultados da conformação de feixes de sinais simulados para a direção de interesse $\theta_0 = 45^\circ$ pelo critério 1 gera os resultados das Figuras 5.55, 5.56 e 5.57.

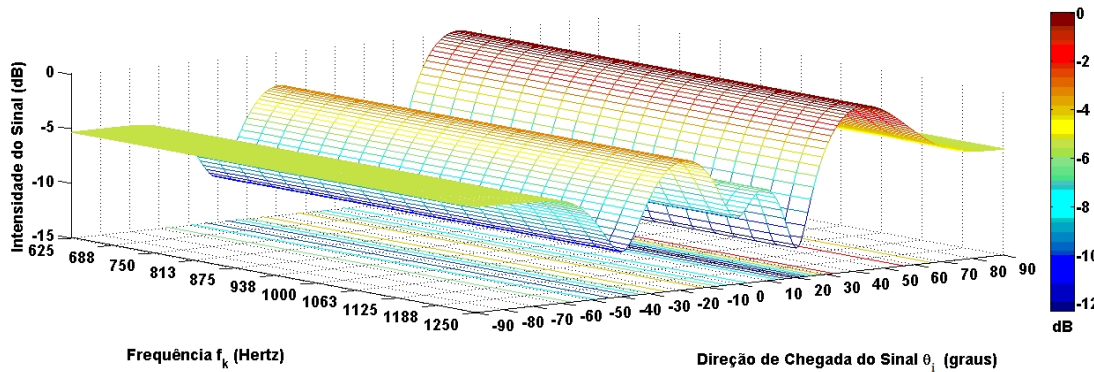


Figura 5.55: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.

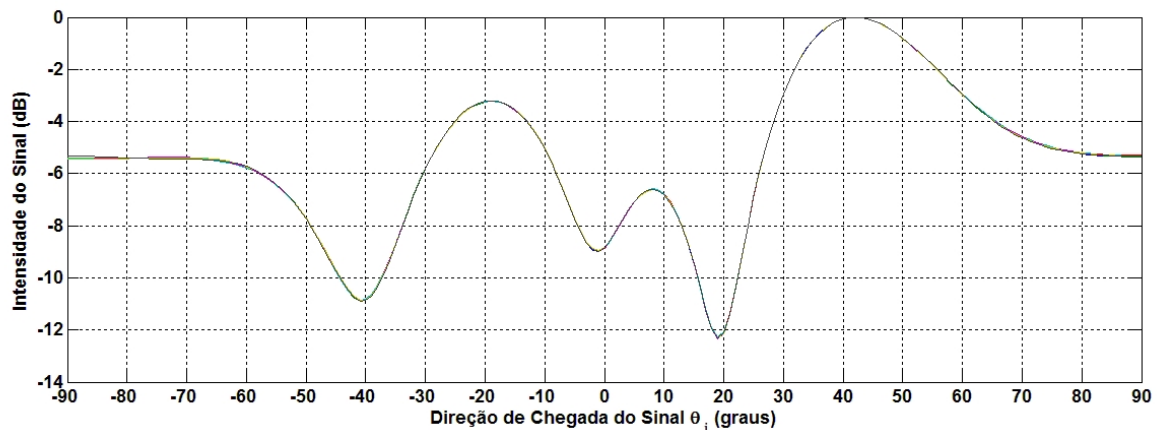


Figura 5.56: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.

Os resultados apontam para discussões sobre a baixa atenuação dos lóbulos secundários, o que pode levar a questionamentos conclusivos. A penalidade pela escolha da redução da complexidade computacional para a direção de interesse $\theta_0 = 45^\circ$ resulta na atenuação $\overline{SLL} = -6.75$ dB, a menor comparada às demais direções de interesse θ_0 .

O critério 2 gera resultados com parâmetros \overline{SLL} e $\overline{SRV}(f)$ mais atenuados. Os parâmetros ótimos adotados pelo critério 2 para a direção de interesse $\theta_0 = 45^\circ$ são $[Tap^*, \gamma^*] = [65, 5 \times 10^{-5}]$. As Figuras 5.58, 5.59 e 5.60 apresentam estes resultados.

Os resultados apresentados pela adoção do critério 2 apresentam $\overline{SLL} = -18.61$ dB e intensa atenuação do parâmetro $\overline{SRV}(f) = 8.97 \times 10^{-17}$ diante do valor cal-

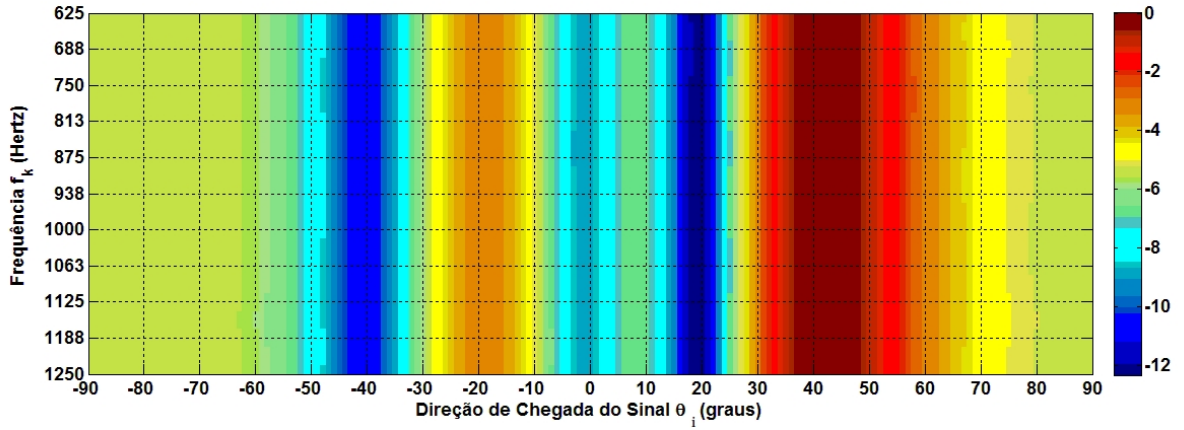


Figura 5.57: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.

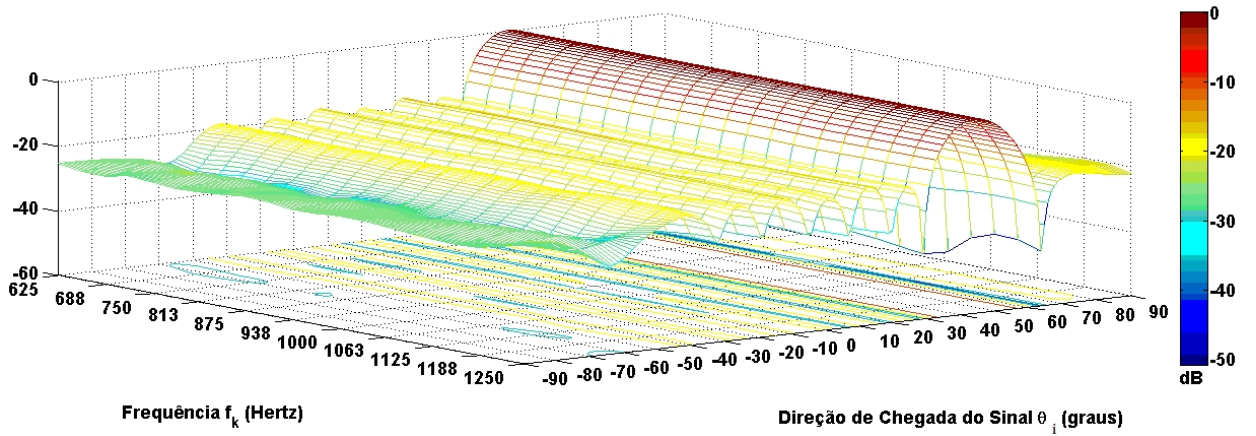


Figura 5.58: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.

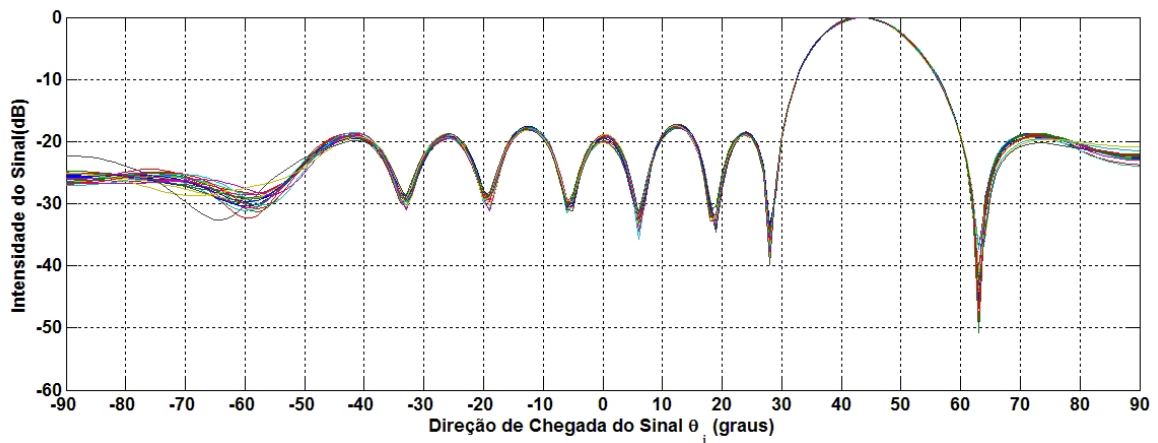


Figura 5.59: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.

culado para o resultado do critério 1 $\overline{SRV}(f) = 4.52 \times 10^{-12}$. Assim, o critério 2 demonstra ser assertiva a decisão de implementar mais filtros na estrutura TDL

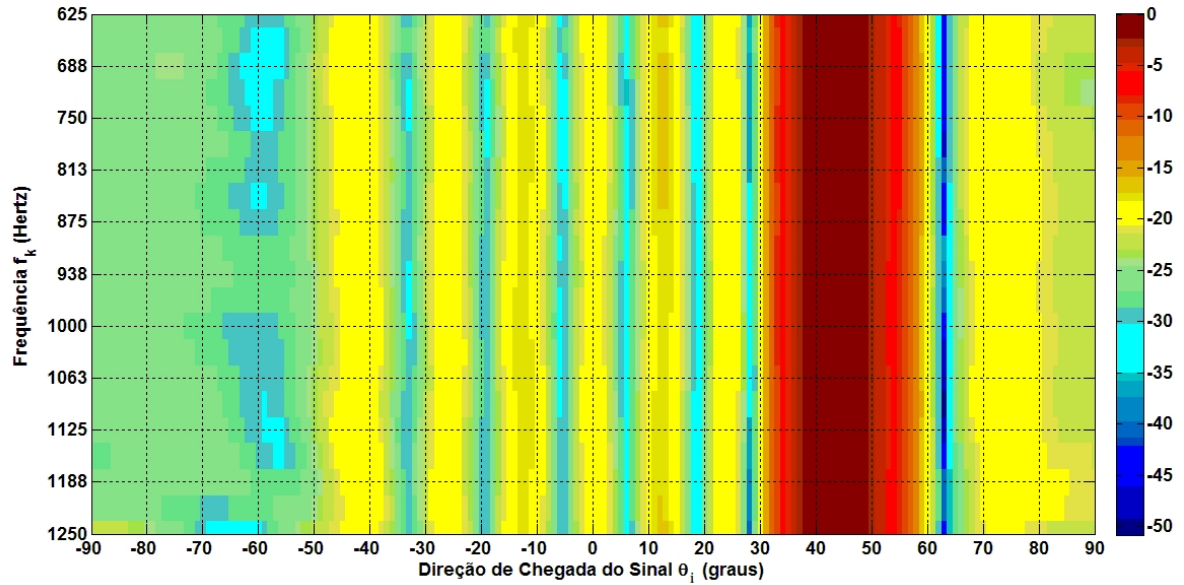


Figura 5.60: Conformação de feixes de sinais simulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.

para realizar o processamento dos sinais.

A partir dos critérios apresentados e sobre os resultados simulados apresentados, são obtidos os resultados emulados para a direção $\theta_0 = 45^\circ$, adotando os parâmetros ótimos do critério 1, $[Tap^*, \gamma^*] = [16, 10^{-6}]$, como apresentam as Figuras 5.61, 5.62 e 5.63.

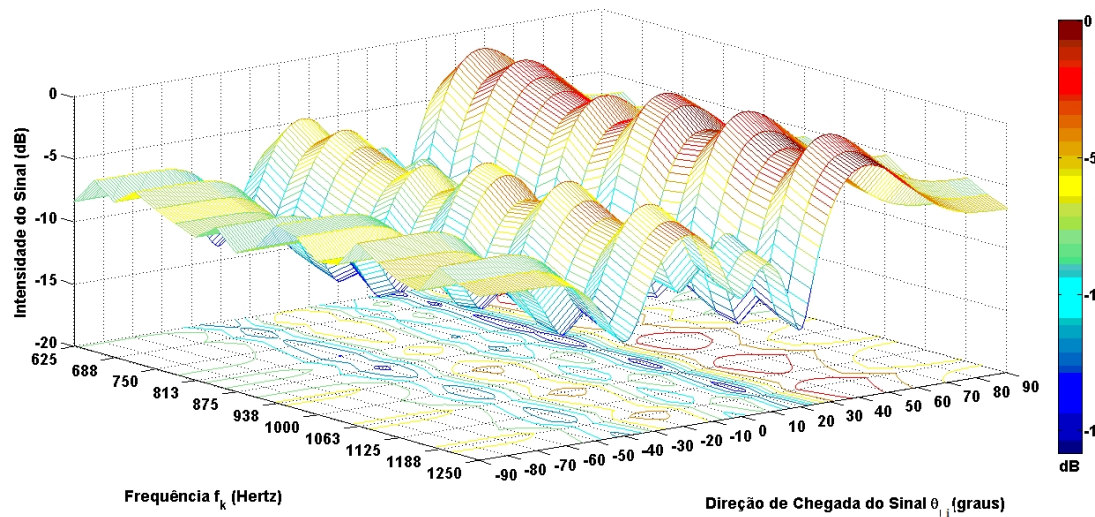


Figura 5.61: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.

Os resultados da conformação de feixes de sinais emulados adotando o critério 1 está baseada no conjunto de pesos \mathbf{w} que obteve atenuação dos parâmetros \overline{SLL} e $\overline{SRV}(f)$ pior comparada aos resultados das outras direções de interesse θ_0 . Percebe-

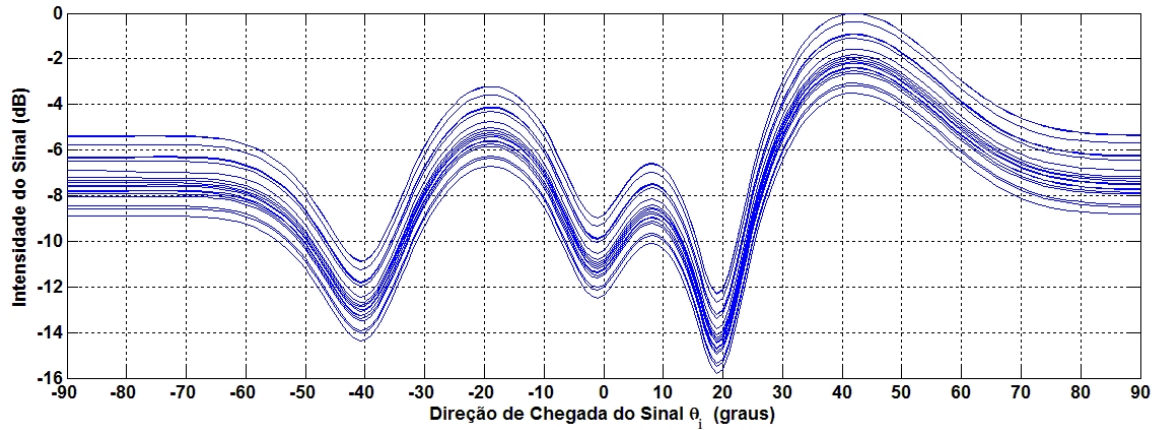


Figura 5.62: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.

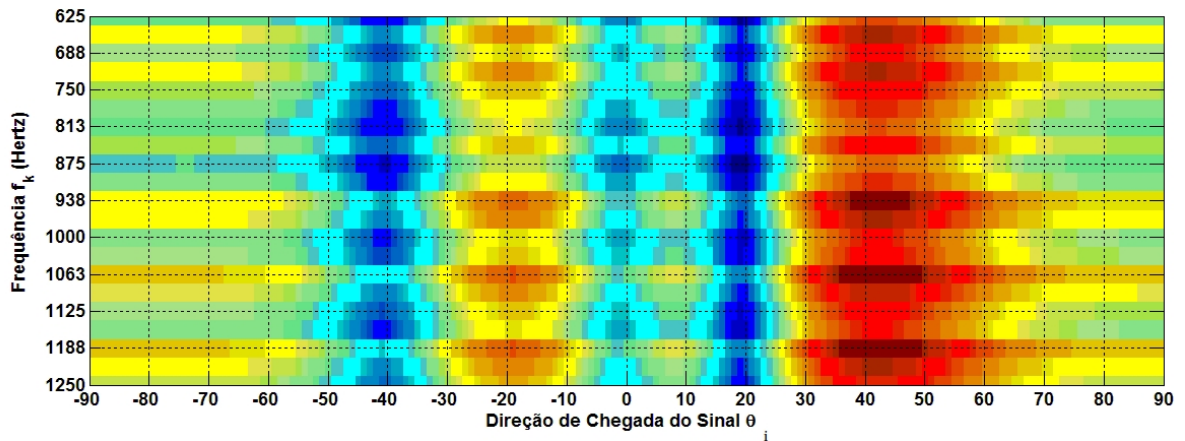


Figura 5.63: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 1.

se, entretanto, a manutenção largura de feixe, da diretividade e da resolução angular na banda de frequência Ω , apesar da propagação de 3.125 amostras durante o processamento.

A fim de verificar o melhor resultado com os conjuntos de parâmetros \mathbf{Tap} e γ adotados, foi realizado o processamento para a conformação de feixes de sinais emulados adotando o critério 2, cujos parâmetros ótimos são $[\mathbf{Tap}^*, \gamma^*] = [65, 5 \times 10^{-5}]$, como já discutidos. As Figuras 5.64, 5.65 e 5.66 apresentam os resultados deste processamento.

Diante dos resultados da conformação de feixes de sinais emulados pela adoção do critério 2, é sensível a melhora quando o resultado emulado é construído sobre o conjunto de pesos \mathbf{w} capaz de manter as propriedades do método e impor atenuação do parâmetro $\overline{SLL} = -20.76$ dB, embora o parâmetro $\overline{SRV}(f) = 1.16 \times 10^{-2}$ seja igual para os dois critérios.

Assim, a análise dos resultados da conformação de feixes é concluída para as

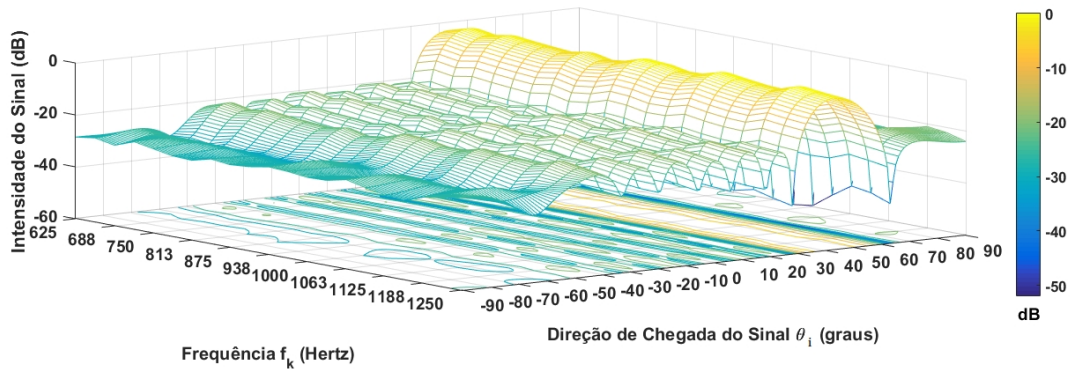


Figura 5.64: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.

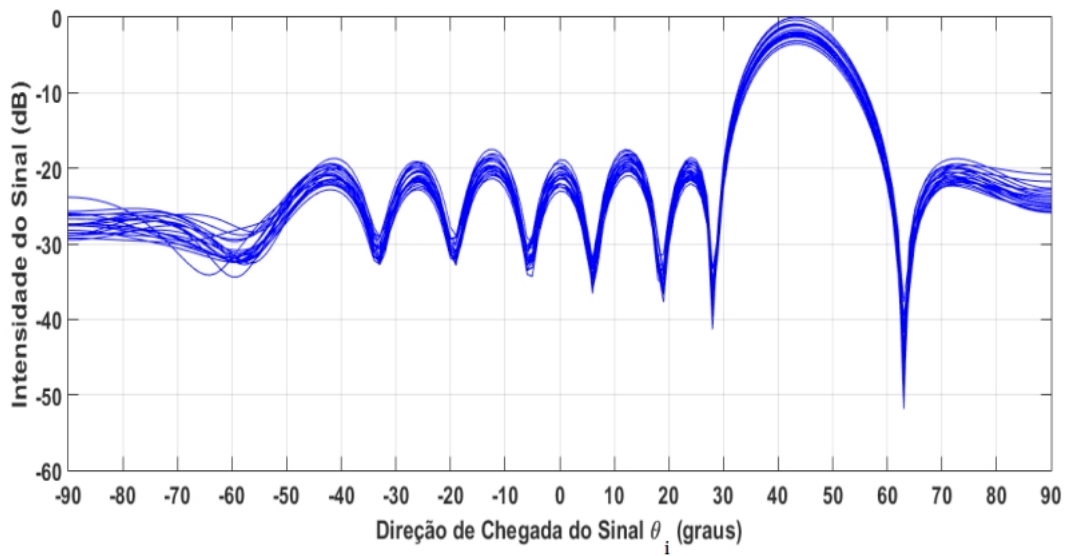


Figura 5.65: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.

direções de interesse θ_0 propostas. Interessante observar que, embora resultados satisfaçam melhor um parâmetro do que outro, ambos os critérios foram capazes de manter as propriedades intrínsecas do método de conformação de feixes analisado no presente trabalho. A próxima seção apresenta os parâmetros de processamento calculados, alguns discutidos ao longo dos resultados apresentados.

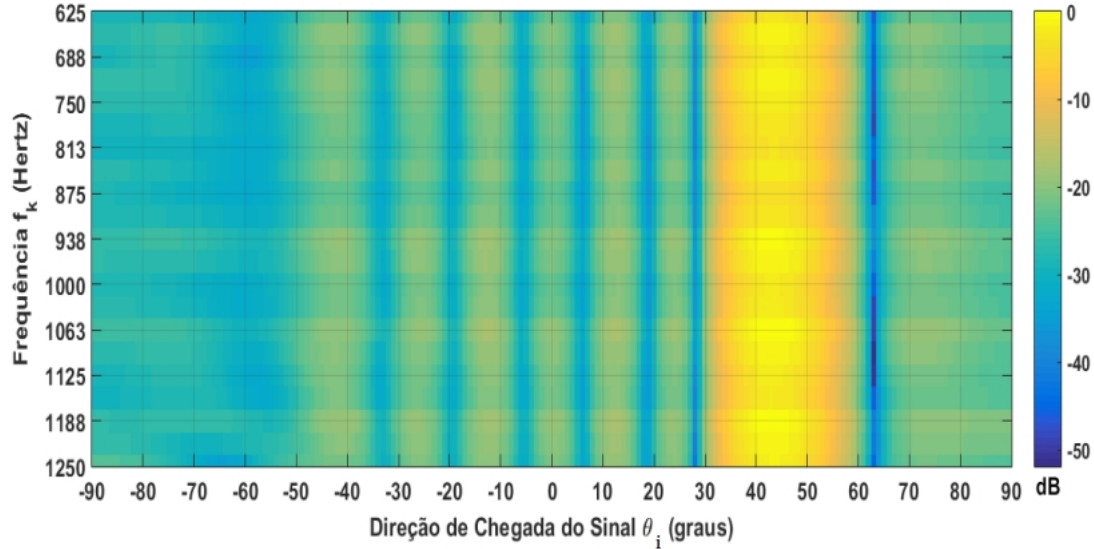


Figura 5.66: Conformação de feixes de sinais emulados baseado em invariância na frequência $\theta_0 = 45^\circ$ - critério 2.

5.3 Medidas de Processamento de Sinais para Sinais Simulados e Emulados

De acordo com o que foi apresentado no capítulo 4, os resultados apresentados serão analisados utilizando diferentes medidas de desempenho. Os sinais simulados, ou padrão de feixes, irão compor a referência sobre a qual será analisado o desempenho da conformação de feixes baseada em invariância na frequência adotando sinais reais emulados. As Tabelas 5.1 e 5.2 apresentam os resultados das medidas de desempenho para sinais simulados adotando os critérios 1 e 2, média e desvio-padrão, respectivamente.

Tabela 5.1: Medidas de processamento para sinais simulados - critério 1

	$SRV(f)$	SLL (dB)	$\Delta\theta_0$ (graus)	HPBW (graus)
0°	$3.43 \times 10^{-4} \pm 8.26 \times 10^{-5}$	-28.88 ± 2.15	0 ± 0	6 ± 0
30°	$1.71 \times 10^{-13} \pm 2.02 \times 10^{-13}$	-13.53 ± 0.03	1 ± 0.29	10 ± 0
45°	$4.52 \times 10^{-12} \pm 5.52 \times 10^{-12}$	-6.75 ± 0.01	3 ± 0	6.1 ± 0.29

Tabela 5.2: Medidas de processamento para sinais simulados - critério 2

	$SRV(f)$	SLL (dB)	$\Delta\theta_0$ (graus)	HPBW (graus)
0°	$6.84 \times 10^{-5} \pm 1.94 \times 10^{-5}$	-30.29 ± 2.79	0 ± 0	6 ± 0
30°	$8.66 \times 10^{-15} \pm 2.6 \times 10^{-15}$	-25.74 ± 0.91	0.95 ± 0.21	7 ± 0
45°	$8.97 \times 10^{-17} \pm 4.35 \times 10^{-17}$	-18.61 ± 0.18	1.9 ± 0.29	6.1 ± 0.29

As Tabelas 5.3 e 5.4 apresentam os resultados das medidas de desempenho do processamento de sinais emulados, adotando os critérios 1 e 2, respectivamente.

Tabela 5.3: Medidas de processamento para sinais emulados - critério 1

	$\overline{SRV}(f)$	$\overline{SLL} (dB)$	$\Delta\theta_0 (graus)$	HPBW (<i>graus</i>)
0°	$7.1 \times 10^{-3} \pm 2.72 \times 10^{-6}$	-30.57 ± 2	0 ± 0	6 ± 0.43
30°	$7.1 \times 10^{-3} \pm 1.6 \times 10^{-3}$	-15.48 ± 1	1 ± 0	11 ± 0.47
45°	$1.16 \times 10^{-2} \pm 3.1 \times 10^{-3}$	-8.19 ± 1.07	3 ± 0	12 ± 0

Tabela 5.4: Medidas de processamento para sinais emulados - critério 2

	$\overline{SRV}(f)$	$\overline{SLL} (dB)$	$\Delta\theta_0 (graus)$	HPBW (<i>graus</i>)
0°	$1.15 \times 10^{-2} \pm 3.1 \times 10^{-3}$	-30.92 ± 1.48	0 ± 0	5.38 ± 0.65
30°	$1.19 \times 10^{-2} \pm 3.1 \times 10^{-3}$	-27.56 ± 1.15	0.95 ± 0.21	5.95 ± 0.21
45°	$1.16 \times 10^{-2} \pm 3.1 \times 10^{-3}$	-20.76 ± 0.98	1.9 ± 0.29	6 ± 0.44

O primeiro parâmetro analisado para sinais simulados é o $\overline{SRV}(f)$. Este parâmetro apresenta a variação da resposta ao longo da banda de frequência Ω no conjunto de direção Θ , utilizando os pesos ótimos calculados e a frequência de referência f_0 .

Em seguida, é realizado o cálculo da atenuação média do lóbulo lateral \overline{SLL} , parâmetro que mede a capacidade de atenuação da resposta do arranjo em direções que não são interessantes para o processamento, $|\Theta - \theta_0|$.

Baseado na Seção 2.3, é realizado o cálculo do HPBW, cujos resultados apresentados indicam o intervalo angular a partir de θ_0 para que a atenuação na intensidade da resposta do arranjo seja de -3 dB.

As Tabelas apresentam a vantagem dos resultados obtidos utilizando o critério 2 sobre os resultados utilizando o critério 1, para dados simulados e emulados. Somente na direção de interesse $\theta_0 = 0^\circ$ os parâmetros pouco diferem entre si dentro dos desvios dos parâmetros.

A fim de verificar a diferença entre as médias, foi realizada a análise de variância ANOVA. O gráfico da Figura 5.67 apresenta o resultado da ANOVA com os pontos (a), (b) e (c) discutidos, utilizando o parâmetro \overline{SLL} .

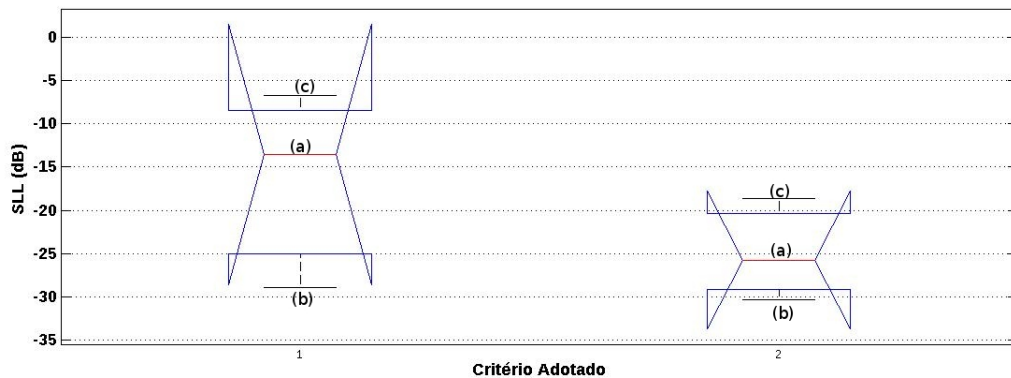


Figura 5.67: Gráfico da análise de variância dos dados simulados do parâmetro \overline{SLL} .

No gráfico, observam-se as médias do parâmetro \overline{SLL} dos critérios (a) e os valores mínimo (b) e máximo(c) presentes na Tabela 5.3. Nota-se que há coincidência de valores dentro do desvio-padrão das médias dos critérios 1 e 2, devido à proximidade dos resultados para $\theta_0 = 0^\circ$.

Porém, a interação entre as médias dos dois critérios, ainda assim, é fraca, dado o valor do parâmetro de comparação entre os critérios $p = 0.31$. Com isso, a hipótese nula H_0 é rejeitada e a hipótese H_1 , que pressupõe uma diferença entre as médias, não é rejeitada. Portanto, a ação de um fator que atue para diferenciá-las é considerada. Ao adotar o parâmetro $\overline{SRV}(f)$, calcula-se o valor $p = 0.26$, reforçando o resultado determinado adotando \overline{SLL} . Acredita-se que, com o aumento do conjunto de dados, a tendência é o crescimento da diferença das médias entre os dois critérios.

O próximo Capítulo apresenta a conclusão do trabalho e aponta para direções futuras de desenvolvimento do presente trabalho.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

Através dos resultados simulados e emulados pelos dois critérios adotados, foi possível conhecer o comportamento do método de conformação de feixes baseado em invariância na frequência usando dados simulados e emulados. A manutenção da diretividade e da atenuação dos lóbulos laterais foi mantida ao longo de toda a banda de frequência Ω . Mesmo no caso dos dados emulados, após a propagação de 3.125 amostras, a técnica continuou apresentando robustez.

A comparação entre o método convencional de atraso e soma e o método baseado em invariância na frequência revela a superioridade no método FIB. Entretanto, isto não significa que o método atraso e soma deve ser ignorado. Dentro da cadeia de processamento da conformação de feixes, o método de atraso e soma pode ser utilizado na detecção da direção de chegada dos sinais de interesse. Posteriormente, o método baseado em invariância na frequência calcula os pesos para apresentar os resultados ótimos para aquela direção.

Em um ambiente ruidoso, como o meio submarino, o uso do método de conformação de feixes baseada na técnica FIB oferece um importante ganho para o processamento.

Foram utilizados os critérios 1 e 2. O critério 1 tem como objetivo a redução da complexidade computacional envolvida; enquanto o critério 2 busca os resultados ótimos, independente do custo computacional necessário.

Para trabalhos futuros, propõe-se a adoção de métodos de pesos adaptativos em função da não estacionaridade do ambiente acústico submarino. Outras abordagens podem ser realizadas usando a separação cega de fontes ou métodos especialistas.

Referências Bibliográficas

- [1] WAITE, A. D. *Sonar for practising engineers*. John Wiley & Sons Incorporated, 2002.
- [2] RUSSELL, D. A. “Basketballs as spherical acoustic cavities”, *American Journal of Physics*, v. 78, n. 6, pp. 549–554, 2010.
- [3] GEBER RAMALHO, O. G., 2014. Disponível em: <http://http://images.slideplayer.com.br/2/358548/slides/slide_3.jpg>.
- [4] LI, Q. *Digital Sonar Design in Underwater Acoustics: Principles and Applications*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [5] “O ruído subaquático e os cetáceos”. <http://zoomarineblogue.blogs.sapo.pt/646600.html>.
- [6] BURDIC, W. S. *Underwater acoustic system analysis*. Prentice Hall, 1991.
- [7] VAN TREES, H. L. *Detection, estimation, and modulation theory*. John Wiley & Sons, 2004.
- [8] CURTIS, T., WARD, R. “Digital beam forming for sonar systems”, *Communications, Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, v. 127, n. 4, pp. 257–265, 1980.
- [9] PRASANTH .CR, SREEJA K.S, N. P. J. “Beam forming and Adaptive beam forming Techniques and its implementation on ADSP TS 201 Processor”, *IOSR Journal of VLSI and Signal Processing (IOSR-JVSP)*, v. 3, n. 5, pp. 07–17, 2013.
- [10] LEE, H., WADE, G. *Imaging technology*. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 1986.
- [11] TAYLOR, J. D. *Ultrawideband Radar: Applications and Design*. CRC press, 2012.
- [12] URICK, R. “Principles of underwater acoustics”. 1983.

- [13] KRIM, H., VIBERG, M. “Two decades of array signal processing research: the parametric approach”, *Signal Processing Magazine, IEEE*, v. 13, n. 4, pp. 67–94, 1996.
- [14] LIU, Q. *Wideband Digital Filter-and-Sum Beamforming with Simultaneous Correction of Dispersive Cable and Antenna Effects*. Tese de Doutorado, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2012.
- [15] MCCLELLAN, J. H. “A personal history of the Parks-McClellan algorithm”, *IEEE signal processing magazine*, v. 22, n. 2, pp. 82–86, 2005.
- [16] BENSON, J. “Theory and applications of electrically tapered electro-acoustic arrays”. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP’76.*, v. 1, pp. 413–415. IEEE, 1976.
- [17] KLEPPER, D. L., STEELE, D. W. “Constant directional characteristics from a line source array”. In: *Audio Engineering Society Convention 14*. Audio Engineering Society, 1962.
- [18] NOVAK, J. F. “A column loudspeaker with controlled coverage angle”. In: *Audio Engineering Society Convention 14*. Audio Engineering Society, 1962.
- [19] WEISS, S., STEWART, R. W., LIU, W. “A broadband adaptive beamformer in subbands with scaled aperture”. In: *Signals, Systems and Computers, 2002. Conference Record of the Thirty-Sixth Asilomar Conference on*, v. 2, pp. 1298–1302. IEEE, 2002.
- [20] GOODWIN, M. M., ELKO, G. W. “Constant beamwidth beamforming”. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1993. ICASSP-93., 1993 IEEE International Conference on*, v. 1, pp. 169–172. IEEE, 1993.
- [21] WARD, D. B., KENNEDY, R. A., WILLIAMSON, R. C. “Theory and design of broadband sensor arrays with frequency invariant far-field beam patterns”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 97, n. 2, pp. 1023–1034, 1995.
- [22] HABIBIFAR, H., SEYDNEJAD, S. R. “A Broadband Beamforming Method Based on Frequency Band Decomposition”, .
- [23] LIU, W., MCLERNON, D. C., GHOGHO, M. “Design of frequency invariant beamformer without temporal filtering”, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 57, n. 2, pp. 798–802, 2009.

- [24] LIU, W., WEISS, S. “Off-broadside main beam design and subband implementation for a class of frequency invariant beamformers”, *Signal Processing*, v. 89, n. 5, pp. 913–920, 2009.
- [25] DUAN, H., NG, B. P., SEE, C. M. S., et al. “Applications of the SRV constraint in broadband pattern synthesis”, *Signal Processing*, v. 88, n. 4, pp. 1035–1045, 2008.
- [26] ZHAO, Y., LIU, W., LANGLEY, R. “A least squares approach to the design of frequency invariant beamformers”. In: *Signal Processing Conference, 2009 17th European*, pp. 844–848. IEEE, 2009.
- [27] DOCLO, S., MOONEN, M. “Design of broadband beamformers robust against gain and phase errors in the microphone array characteristics”, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 51, n. 10, pp. 2511–2526, 2003.
- [28] DOTLIC, I. “Minimax frequency invariant beamforming”, *Electronics Letters*, v. 40, n. 19, pp. 1230–1231, 2004.
- [29] GU, J., STARK, H., YANG, Y. “Design of tapped-delay line antenna array using vector space projections”, *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, v. 53, n. 12, pp. 4178–4182, 2005.
- [30] MATTINGLEY, J., BOYD, S. “Real-time convex optimization in signal processing”, *Signal Processing Magazine, IEEE*, v. 27, n. 3, pp. 50–61, 2010.
- [31] BOYD, S., VANDENBERGHE, L. *Convex optimization*. Cambridge university press, 2004.
- [32] DATTORRO, J. *Convex optimization & Euclidean distance geometry*. Lulu.com, 2010.
- [33] PALOMAR, D. P., ELDAR, Y. C. *Convex optimization in signal processing and communications*. Cambridge university press, 2010.
- [34] ANTONIOU, A., LU, W.-S. *Practical optimization: algorithms and engineering applications*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [35] SOUZA, M., DINIZ-EHRHARDT, M. A. *Otimização e análise convexa: aspectos teóricos e aplicações*. Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, 2011.
- [36] SINGH, S. “Convex Optimisation for Communication Systems”, 2015.

- [37] LOBO, M. S., VANDENBERGHE, L., BOYD, S., et al. “Applications of second-order cone programming”, *Linear algebra and its applications*, v. 284, n. 1, pp. 193–228, 1998.
- [38] COLEMAN, J. O., SCHOLNIK, D. P. “Design of nonlinear-phase FIR filters with second-order cone programming”. In: *Proceedings of 1999 Midwest Symposium on Circuits and Systems*, 1999.
- [39] MINOUX, M. *Mathematical programming: theory and algorithms*. John Wiley & Sons, 1986.
- [40] CHAMPANDARD, A. J. *AI game development: Synthetic creatures with learning and reactive behaviors*. New Riders, 2003.
- [41] BERTSEKAS, D., NEDIC, A., OZDAGLAR, A. “Convex analysis and optimization. 2003”, *Athena Scientific*.
- [42] SUNDARAM, R. K. *A first course in optimization theory*. Cambridge university press, 1996.
- [43] KUELKAMP, N. *Introdução à topologia geral*. Ed. UFSC, 1988.
- [44] BERTSEKAS, D. P. *Convex optimization theory*. Athena Scientific Belmont, 2009.
- [45] HANDA, A., NEWCOMBE, R. A., ANGELI, A., et al. “Applications of Legendre-Fenchel transformation to computer vision problems”, *Department of Computing at Imperial College London. DTR11-7*, v. 45, 2011.
- [46] HEINS, W., MITTER, S. K. “Conjugate convex functions, duality, and optimal control problems I: Systems governed by ordinary differential equations”, *Information Sciences*, v. 2, n. 2, pp. 211–243, 1970.
- [47] BENSON, H. Y., ORAL, F. P. *Interior-point methods for nonlinear, second-order cone, and semidefinite programming*. Tese de Doutorado, PhD. dissertation. Dept. of Operations Research and Financial Engineering, Princeton University, Princeton, NJ, USA, 2001.
- [48] STURM, J. F. “Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones”, *Optimization methods and software*, v. 11, n. 1-4, pp. 625–653, 1999.
- [49] STURM, J. F. “Primal-dual interior point approach to semidefinite programming”, 1997.

- [50] DE LIMA, A. M. *Comparação entre diferentes abordagens do problema de fluxo de potência ótimo utilizando o método de pontos interiores*. Tese de Doutorado, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, 2004.
- [51] MARTÍNEZ, J. M. “UM ALGORITMO DE PONTO-INTERIOR-INVIÁVEL COM COMPLEXIDADE $O(nL)$ ITERAÇÕES PARA PROGRAMAÇÃO LINEAR”, 1998.
- [52] BERTI, L. F., OTHERS. “Iteração continuada aplicada ao método de pontos interiores”, 2012.
- [53] MEHROTRA, S. “On the implementation of a primal-dual interior point method”, *SIAM Journal on optimization*, v. 2, n. 4, pp. 575–601, 1992.
- [54] CHEN, P., LIANG, Y., HOU, C., et al. “SRV constraint based FIB design for wideband linear array”, *Systems Engineering and Electronics, Journal of*, v. 21, n. 6, pp. 941–947, 2010.
- [55] STEEB, W.-H., HARDY, Y. *Matrix calculus and Kronecker product: a practical approach to linear and multilinear algebra*. World Scientific, 2011.
- [56] JHA, A. *A Textbook Of Applied Physics*. N. v. 1. I.K. International Publishing House Pvt. Limited, 2009. ISBN: 9789380026770. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=tizVedH4SA0C>>.
- [57] HAYKIN, S. S. *Digital communications*. Wiley New York, 1988.
- [58] SELESNICK, I. W., BURRUS, C. S. “Generalized digital Butterworth filter design”, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 46, n. 6, pp. 1688–1694, 1998.
- [59] HAHN, S. L. *Hilbert transforms in signal processing*. Artech House on Demand, 1996.
- [60] STURM, J. “SeDuMi: A Matlab toolbox for optimization over symmetric cones. Software, User’s Guide and Benchmarks. Version 1.03, September 1999”, *sedumi. mcmaster. ca S*.