



# SISTEMAS DE TRANSMISSÃO MULTIPORTADORA APLICADOS EM UM CANAL ACÚSTICO SUBMARINO NA PRESENÇA DE EFEITO DOPPLER

Iandra Galdino Andrade

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Marcello Luiz Rodrigues de Campos

Rio de Janeiro  
Março de 2017

SISTEMAS DE TRANSMISSÃO MULTIPORTADORA APLICADOS EM UM  
CANAL ACÚSTICO SUBMARINO NA PRESENÇA DE EFEITO DOPPLER

Iandra Galdino Andrade

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA.

Examinada por:

---

Prof. Marcello Luiz Rodrigues de Campos, Ph.D.

---

Prof. Paulo Sergio Ramirez Diniz, Ph.D.

---

Prof. Tadeu Nagashima Ferreira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2017

Andrade, Iandra Galdino

Sistemas de transmissão multiportadora aplicados em um canal acústico submarino na presença de efeito doppler/Iandra Galdino Andrade. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XV, 87 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Marcello Luiz Rodrigues de Campos

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 83 – 87.

1. Processamento de sinais. 2. Comunicação subaquática. 3. Transmissão multiportadora. 4. TMUX.  
I. Campos, Marcello Luiz Rodrigues de. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*À minha mãe, minha fonte de  
inspiração*

# Agradecimentos

*“O sucesso é a soma de pequenos esforços repetidos diariamente.”*

(Robert Collier)

A minha família, especialmente minha mãe, meu exemplo de vida, quem me ensinou que nós somos do tamanho de nossos sonhos, quem me incentivou a voar cada vez mais alto, quem me mostrou que o céu é o limite, pelo seu apoio incondicional e incentivo.

Ao Thomás, pelo seu apoio e por acreditar em mim.

A esta universidade, a direção e administração pela oportunidade de fazer este curso.

Aos professores, não apenas pelo conhecimento científico compartilhado, mas por suas manifestações de caráter e afetividade que tanto contribuíram para a minha formação profissional. Minha eterna gratidão aos dedicados professores que encontrei em minha jornada e que fazem jus a palavra mestre.

Ao professor Marcello, meu orientador, por sua infinita paciência e dedicação; profissional que se tornou meu referencial de sucesso.

Ao professor Diniz, por sua presença, amizade e incentivo, pelos momentos de descontração. Profissional por quem tenho grande admiração e pessoa por quem tenho grande estima.

Ao professor Markus Lima, que talvez não saiba, mas sua participação foi extremamente motivadora e essencial na fase inicial deste trabalho. Pelos enriquecedores esclarecimentos, por sua paciência e disposição em me ajudar.

Aos amigos e companheiros de trabalho do SMT, que tornaram a caminhada mais divertida, especialmente à Camila Gussen, pelas inúmeras risadas, ‘gordices’ e caixas de lenços;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo suporte financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## SISTEMAS DE TRANSMISSÃO MULTIPLICADORA APLICADOS EM UM CANAL ACÚSTICO SUBMARINO NA PRESENÇA DE EFEITO DOPPLER

Iandra Galdino Andrade

Março/2017

Orientador: Marcello Luiz Rodrigues de Campos

Programa: Engenharia Elétrica

Apresenta-se, neste trabalho, uma análise da viabilidade da aplicação de transmissão com múltiplas portadoras em sistemas de comunicação acústica que operam no meio subaquático. Tal análise engloba sistemas (*Single-Carrier Frequency Division Multiple Access*) SC-FDMA, (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) OFDM e (*Frequency Shift Keying*) FSK, com equalizadores *Zero Forcing* (ZF) e de mínimo erro quadrático médio (MMSE). O objetivo é investigar a possibilidade de se empregar técnicas robustas aos efeitos do canal porém com melhor desempenho do que o FSK em um canal com múltiplos percursos e na presença do efeito Doppler.

A utilização da técnica OFDM possibilita maior taxa de transmissão aumentando a quantidade de informação alocada em cada bloco transmitido. Já a técnica SC-FDMA, além de possibilitar o aumento da taxa de transmissão, tem a motivação da redução da taxa entre a potência média e a de pico (PAPR). A performance destes sistemas é avaliada usando a relação entre a potência do sinal transmitido e a potência do ruído (SNR) e a taxa de erro de bit.

É analisada também a aplicabilidade de transmultiplexadores baseados em banco de filtros com redundância reduzida em cada bloco em sistemas de comunicação subaquáticos. Além disto é testada a utilização de uma solução do tipo ZF, que requer uma menor quantidade de operações. As simulações indicam que esta proposta pode alcançar taxas de transmissão similares a de um sistema multiplicadora convencional mantendo a taxa de erro de bit significativamente menor.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MULTICARRIER TRANSMISSION SYSTEMS OVER UNDERWATER  
ACOUSTIC CHANNEL WITH DOPPLER

Iandra Galdino Andrade

March/2017

Advisor: Marcello Luiz Rodrigues de Campos

Department: Electrical Engineering

This work presents an analysis of feasibility of the application of multicarrier transmission application in acoustic communication systems for underwater environment. Such analysis encompass (Single-Carrier Frequency Division Multiple Access) SC-FDMA, (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) OFDM and (Frequency Shift Keying) FSK systems, with either Zero Forcing (ZF) or minimum mean-square error (MMSE) equalizers. We investigate system performance in a multipath channel and in the presence of Doppler effect.

The use of OFDM technique allows high transmission rate, increasing the amount of information allocated in each transmitted block. On the other hand, the SC-FDMA technique, besides allowing a high transmission rate, has also the motivation of reducing the peak-to-average power ratio (PAPR). The performance of these systems is assessed through the relation between signal to noise ratio (SNR) and bit error rate.

The applicability of filterbank based transceivers with reduced redundancy in each block in underwater communication systems is also analysed. The equalization, in this case, employed a Zero Forcing solution that requires less operations. Computer simulations indicate that this scheme can achieve a similar throughput to that of a conventional multicarrier systems, while keeping the bit error rate significantly lower.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Abreviações</b>	<b>xiv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos . . . . .	1
1.2 Apresentação . . . . .	1
1.3 Organização do Trabalho . . . . .	3
1.4 Notação . . . . .	3
<b>2 Ambiente Subaquático</b>	<b>4</b>
2.1 Introdução . . . . .	4
2.2 Canal acústico submarino . . . . .	4
2.2.1 Propagação da onda sonora . . . . .	5
2.2.2 Perdas na propagação . . . . .	7
2.2.3 Múltiplos percursos . . . . .	10
2.2.4 Efeito doppler . . . . .	11
2.3 Modelagem do canal acústico submarino com efeito doppler . . . . .	14
2.3.1 Escalamento doppler específico para os múltiplos percursos . . . . .	15
2.3.2 Escalamento doppler comum aos múltiplos percursos . . . . .	17
<b>3 Sistemas de comunicação com múltiplas portadoras</b>	<b>20</b>
3.1 Introdução . . . . .	20
3.2 Sistemas multi-portadora . . . . .	21
3.3 Sistema SC-FDMA de transmissão . . . . .	22
3.3.1 Visão geral . . . . .	24
3.3.2 Modelagem matemática . . . . .	25
3.4 Sistema OFDM de transmissão . . . . .	31
3.4.1 Visão geral . . . . .	32
3.4.2 Modelagem matemática . . . . .	33



3.5	Sistema FSK de transmissão . . . . .	36
3.5.1	Visão geral . . . . .	37
3.5.2	Modelagem matemática . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Equalização</b>	<b>40</b>
4.1	Introdução . . . . .	40
4.2	Estimativa do canal . . . . .	41
4.2.1	Estimativa do canal no domínio do tempo . . . . .	41
4.2.2	Estimativa do canal no domínio da frequência . . . . .	43
4.3	Equalizadores . . . . .	45
4.3.1	MMSE . . . . .	45
4.3.2	ZF . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Transmultiplexadores</b>	<b>49</b>
5.1	Introdução . . . . .	49
5.2	Banco de filtros . . . . .	50
5.2.1	Interpoladores e decimadores . . . . .	51
5.2.2	Erros de reconstrução . . . . .	53
5.3	Transmultiplexadores baseados em bancos de filtros . . . . .	54
5.3.1	Representação temporal . . . . .	55
5.3.2	Representação polifásica . . . . .	57
5.4	Solução ZF . . . . .	62
<b>6</b>	<b>Simulações e análise dos resultados</b>	<b>64</b>
6.1	Introdução . . . . .	64
6.2	Estimativa de canal . . . . .	64
6.3	Equalizadores ZF e MMSE . . . . .	65
6.4	Desempenho dos sistemas . . . . .	68
6.4.1	Delimitações dos sistemas . . . . .	74
6.4.2	Análise da equalização no FSK . . . . .	78
<b>7</b>	<b>Conclusões e trabalhos futuros</b>	<b>80</b>
7.1	Trabalhos futuros . . . . .	81
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>83</b>

# Lista de Figuras

2.1	Varição da velocidade do som em função da temperatura para $S = 35\text{ppt}$ e $z = 1000\text{m}$ . . . . .	6
2.2	Varição da velocidade do som em função da salinidade para $T = 4^\circ\text{C}$ . . . . .	7
2.3	Varição da velocidade de propagação do som em função da profundidade para $S = 35\text{ppt}$ e $T = 4^\circ\text{C}$ . . . . .	7
2.4	Atenuação do sinal durante a transmissão. . . . .	8
2.5	Coefficiente de absorção no ambiente subaquático em função da frequência do sinal transmitido para $z = 1000\text{m}$ , $S = 35\text{ppt}$ e $T = 4^\circ\text{C}$ . . . . .	9
2.6	Transmissão acústica submarina com múltiplos percursos variantes no tempo. . . . .	10
2.7	Resposta ao impulso de um canal com fase não mínima. . . . .	11
2.8	Movimento do transmissor e do receptor em relação ao meio e seus respectivos ângulos. . . . .	13
2.9	Ilustração da alteração do sinal causada pelo efeito Doppler. . . . .	14
2.10	Varição temporal de um canal com escalamento Doppler comum aos múltiplos percursos . . . . .	16
2.11	Varição temporal de um canal com escalamento Doppler comum aos múltiplos percursos . . . . .	17
3.1	Diagrama simplificado de um sistema de comunicação subaquático SISO. . . . .	20
3.2	Símbolos alocados nas subportadoras . . . . .	23
3.3	Bloco de sinal transmitido com prefixo cíclico. . . . .	23
3.4	Bloco de sinal transmitido com prefixo zero. . . . .	24
3.5	Diagrama de blocos de um transmissor do sistema SC-FDMA. . . . .	24
3.6	Diagrama de blocos de um receptor do sistema SC-FDMA. . . . .	25
3.7	Mapeamento do sinal transmitido nas subportadoras ainda em banda base. . . . .	26
3.8	Símbolos alocados nas subportadoras . . . . .	32
3.9	Diagrama de blocos de um transmissor do sistema OFDM. . . . .	33
3.10	Diagrama de blocos de um receptor do sistema OFDM. . . . .	33

3.11	Exemplo de modulação FSK com 4 portadoras. . . . .	37
3.12	Diagrama de blocos de um transmissor do sistema FSK. . . . .	38
3.13	Diagrama de blocos de um receptor do sistema FSK. . . . .	38
4.1	Função de autocorrelação de uma sequência de sinal piloto contendo 256 símbolos. . . . .	42
5.1	Representação de bancos de filtros de análise e síntese no domínio do tempo. . . . .	50
5.2	Representação em blocos dos processos de interpolação e decimação. . . . .	51
5.3	Representação do sinal interpolado de um fator $P = 2$ no domínio da frequência. . . . .	52
5.4	Representação do sinal decimado de um fator $P = 2$ no domínio da frequência. . . . .	52
5.5	Diagrama simplificado de um transmultiplexador no domínio do tempo. . . . .	54
5.6	Representação polifásica de um transmultiplexador no domínio da frequência. . . . .	59
5.7	Identidades nobres. . . . .	59
5.8	TMUX no domínio da frequência com decomposição polifásica rearranjada segundo a aplicação das identidades nobres. . . . .	60
5.9	TMUX no domínio da frequência com decomposição polifásica completa. . . . .	61
6.1	Distorção entre a resposta ao impulso do canal e sua estimativa, e entre a resposta em frequência do canal e sua estimativa. . . . .	65
6.2	Bloco de sinal SC-FDMA transmitido mapeado nas subportadoras. . . . .	66
6.3	Bloco de sinal SC-FDMA recebido mapeado nas subportadoras. . . . .	67
6.4	Desempenho dos equalizadores ZF e MMSE. . . . .	67
6.5	Sistemas SC-FDMA e OFDM com equalizador MMSE e FSK operando em um canal com múltiplos percursos. . . . .	69
6.6	Sistemas SC-FDMA e OFDM operando em um canal com Doppler e múltiplos percursos. . . . .	70
6.7	Sistemas TMUX e FSK operando em um canal com múltiplos percursos. . . . .	71
6.8	Sistemas TMUX, SC-FDMA e OFDM operando em um canal com múltiplos percursos. . . . .	72
6.9	Sistema TMUX operando em um canal com Doppler e múltiplos percursos. . . . .	72
6.10	Sistemas TMUX e FSK em um canal com Doppler e múltiplos percursos. . . . .	73
6.11	Sistemas SC-FDMA e OFDM com equalizador MMSE e FSK com BER limitada. . . . .	74

6.12	Variação da SNR do sinal recebido em função da variação do alcance da transmissão acústica no ambiente subaquático. . . . .	75
6.13	Sistemas TMUX e FSK com diferentes taxas e BER limitada. . . . .	76
6.14	Sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK com diferentes taxas e BER limitada. . . . .	77
6.15	Sistemas TMUX e FSK com diferentes taxas Doppler 3m/s. . . . .	78
6.16	Sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK com equalizador MMSE operando em um canal com múltiplos percursos. . . . .	79
6.17	Sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK com equalizador MMSE operando em um canal com múltiplos percursos. . . . .	79

# Lista de Tabelas

6.1	Delimitações comparativas de SNR entre SC-FDMA, OFDM e FSK. . . . .	75
6.2	Delimitações comparativas de taxa entre FSK e TMUX. . . . .	76
6.3	Delimitações comparativas da taxa de transmissão dos sistemas FSK e TMUX na presença de Doppler. . . . .	77

# Lista de Abreviações

OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing, p. 2
SC-FDMA	Single-Carrier Frequency Division Multiple Access, p. 2
FSK	Frequency Shift Keying, p.2
SC-FDM	Singl-Carrier Frequency Division Multiplexing 2
TMUX	Transmultiplexador, p. 2
FIR	Finite Impulse Response, p. 18
SISO	Single Input Single Output, p. 20
CFO	Carrier Frequency Offset, p. 21
ISI	Inter-Simbol Interference, p. 21
DFT	Discrete Fourier Transform, p. 21
IBI	Inter-Block Interference, p. 21
IIR	Infinite Impulse Response, p. 22
PAPR	Peak-to-average Power Ratio, p. 22
FDE	Frequency Domain Equalization, p. 22
CP	Cyclic Prefix, p. 23
ZP	Zero Padding, p. 23
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform, p. 27
MMSE	Minimum Mean Square Error, p. 40
ZF	Zero Forcing, p. 40
SNR	Signal-to-Noise Ratio, p.47
MIMO	multiple-input multiple-output, p.54
QAM	Quadrature Amplitude Modulation, p.54
PAM	Phase Amplitude Modulation, p.54
PSK	Phase shift Keying, p.54
BER	Bit Error Rate, p. 65

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Objetivos

Visando apresentar técnicas de transmissão suficientemente robustas aos efeitos do canal porém com melhor desempenho, este trabalho analisa a possibilidade de utilização das técnicas: OFDM, SC-FDMA e TMUX em um ambiente de simulação fidedigno ao ambiente acústico submarino de águas rasas.

Com esta finalidade são discutidas questões como: Qual o limite de operação na presença de Doppler? Qual a taxa máxima de operação sem que o sistema extrapole um dado limite de erro? Qual a melhor opção para um cenário pré-estabelecido? Qual a variação do alcance para cada sistema?

### 1.2 Apresentação

A necessidade de um sistema de comunicação submarina não é recente, entretanto, a crescente atividade de exploração de recursos naturais no oceano impulsionou a busca por novas soluções, necessárias para o funcionamento e controle destas atividades. Muito embora sejam as atividades de exploração que impulsionam o desenvolvimento deste tipo de comunicação, têm-se vários outros projetos com dobramentos em diferentes setores como a oceanografia, as atividades comerciais marítimas, e principalmente os projetos no setor de defesa.

Diferentes formas de transmissão podem ser empregadas no meio subaquático. A comunicação via cabo é bastante robusta, entretanto, o elevado custo de manutenção faz com que suas aplicações sejam limitadas e a busca por técnicas *wireless* seja enfatizada. A propagação de ondas eletromagnéticas também pode ser empregada no meio subaquático, com a velocidade de transmissão e frequência altas e com uma largura de banda elevada, o que proporciona uma elevada taxa de transmissão. Mas é importante ressaltar que a natureza condutiva do meio, induzida pela sua salinidade,

causa acentuada atenuação no sinal transmitido, o que reduz consideravelmente a máxima distância possível de ser utilizada entre o transmissor e o receptor.

Outra forma de comunicação possível é através do sinal óptico. Neste caso, a alta velocidade de propagação das ondas proporciona a utilização de uma banda de transmissão mais larga, o que ocasiona no envio de uma quantidade elevada de dados. Entretanto, a rápida absorção do sinal óptico, o espalhamento causado por reflexões do sinal em partículas presentes no meio e a elevada concentração de iluminação ambiente, principalmente nas regiões rasas, assim como a turbidez da água fazem com que este método de transmissão não seja o mais adequado para comunicações em longas distâncias.

Apesar da baixa velocidade de propagação e da largura de banda limitada, para um sistema de comunicação *wireless* que opera no meio subaquático as ondas acústicas são as mais indicadas para a comunicação em longas distâncias. As ondas acústicas sofrem uma atenuação relativamente menor no meio, o que faz com que elas tenham melhor capacidade de se propagar no ambiente submarino do que as demais. Desta forma, proporcionam o percurso de maiores distâncias sendo, portanto, as mais indicadas para este meio de comunicação.

Uma importante característica do meio subaquático, que impõe restrições à comunicação acústica, é a não uniformidade do meio. As constantes variações nas características do meio, salinidade, temperatura e pressão fazem com que a velocidade de propagação do som na água se altere ao longo do percurso. Estas variações de velocidade juntamente com a movimentação das plataformas onde se localizam o transmissor e o receptor causam alterações no sinal recebido. Estas alterações são conhecidas como efeito Doppler.

O cenário que será considerado nos próximos capítulos é o cenário de comunicação sem fio no ambiente subaquático com presença do efeito Doppler e de múltiplos percursos com diferentes ganhos. Neste cenário serão analisados os desempenhos de sistemas de comunicação acústica que se utilizam das técnicas OFDM (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), SC-FDMA (do inglês, *Single-Carrier Frequency Division Multiple Access*), FSK (do inglês, *Frequency Shift Keying*) e também sistemas que utilizam TMUX (transmultiplexador).

Apesar de o sistema SC-FDMA possibilitar a transmissão de mais de um usuário simultaneamente as análises desenvolvidas neste estudo contam apenas com a transmissão de um único usuário. Desta forma o sistema SC-FDMA pode também ser identificado como SC-FDM (do inglês, *Single-Carrier Frequency Division Multiplexing*).

A busca pelo aprimoramento da transmissão subaquática motiva o estudo de diferentes técnicas, mais robustas aos efeitos do meio e com taxas de transmissão mais altas. Todavia, uma das principais limitações das pesquisas nesta área é a



dificuldade de se reproduzir exatamente as condições em que o sistema de comunicação acústica submarina será utilizado, ou seja, modelar o canal, o que conduz a realização dos estudos de forma a limitar os possíveis resultados dentro de uma faixa aceitável.

## 1.3 Organização do Trabalho

A presente dissertação está dividida em sete capítulos. No Capítulo 2 são descritas, de forma geral, as principais características do ambiente subaquático. Além disso, o modelo de canal utilizado é apresentado.

No Capítulo 3 é feita uma descrição geral dos sistemas de transmissão SC-FDMA, OFDM e FSK, em seguida são apresentados os modelos matemáticos desenvolvidos para simular estes sistemas.

Os processos de equalização utilizados neste trabalho, MMSE e ZF, são apresentados no Capítulo 4.

No Capítulo 5 é feita uma análise da aplicação de transmultiplexadores em sistemas acústicos submarinos. Neste Capítulo é ainda descrito um modelo de projeto de filtros empregados no receptor de forma a se obter a solução ZF.

O Capítulo 6 apresenta o resultado de simulações computacionais que permitem a avaliação do comportamento dos sistemas descritos.

As conclusões desta dissertação são apresentadas no Capítulo 7.

## 1.4 Notação

Neste trabalho  $\{.\}^*$  é a representação do complexo conjugado enquanto  $\{.\}^T$  é a representação apenas da transposição. O operador de valor esperado é denotado por  $E\{.\}$ . Na representação de escalares e vetores foram utilizadas letras minúsculas, sendo que os vetores são ainda representados em negrito ( $x$  e  $\mathbf{x}$ ). As matrizes são representadas por letras maiúsculas e em negrito ( $\mathbf{M}$ ), os vetores e matrizes no domínio do tempo são representados com índice  $n$  ( $\mathbf{x}(n)$  e  $\mathbf{X}(n)$ ), enquanto vetores e matrizes no domínio da frequência são representados com índice  $k$  ( $\mathbf{x}(k)$  e  $\mathbf{X}(k)$ ).  $\mathbf{I}_N$  denota a matriz identidade de dimensão  $N \times N$ , e  $0_{N \times M}$  representa uma matriz nula com  $N$  linhas e  $M$  colunas. Os símbolos  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  e  $\mathbb{N}$  representam os conjuntos dos números reais, complexos e naturais respectivamente. A norma euclidiana é representada por  $\|\cdot\|_2$ , e a função teto por  $\lceil(\cdot)\rceil$ .

# Capítulo 2

## Ambiente Subaquático

### 2.1 Introdução

Neste capítulo são descritas as principais características do meio enfatizando aquelas de maior importância para este estudo. Além disso é descrito um modelo matemático capaz de reproduzir estas características. O objetivo é possibilitar a simulação de um sistema de transmissão subaquático que seja o mais fiel possível a um canal real.

Primeiramente serão descritas na Seção 2.2, as principais características do canal acústico submarino que influenciam o desempenho dos sistemas de transmissão. Em seguida, na Seção 2.3, um modelo de canal contínuo ao longo do tempo com a presença de efeito Doppler é apresentado, por ser um modelo mais abrangente. São ainda exemplificados modelos de canal com escalonamento Doppler específico e comum para cada percurso, e o canal será particularizado para um caso discreto, de forma a possibilitar a utilização de um *software* matemático para implementar as simulações.

### 2.2 Canal acústico submarino

Os sistemas de comunicação que operam no ambiente subaquático tem seu desempenho relacionado às características do oceano como condutividade, temperatura e profundidade. Alguns tipos de fenômenos como correntes marítimas, variação de maré, ondas internas ou até mesmo a presença de vida marinha também podem afetar o desempenho do sistema.

Devido à complexidade do meio subaquático e a velocidade de propagação do som na água, o canal por onde o sinal acústico se propaga em geral não é estático. Comumente, os modelos de canal são baseados em medições experimentais de suas características físicas.

Algumas características do canal acústico submarino observadas são: velocidade

de propagação do som, perdas durante a propagação, múltiplos percursos e Efeito Doppler.

### 2.2.1 Propagação da onda sonora

Quando se estuda comunicação acústica, a primeira característica a ser determinada é a velocidade de propagação da onda sonora no meio que será utilizado.

Para melhor discutir a variação da velocidade de propagação do som na água, é comum considerar o oceano subdividido em uma série de camadas horizontais. A profundidade e largura de cada camada varia de acordo com as coordenadas geográficas do local.

A depender da profundidade, o perfil da velocidade pode ser subdividido em quatro camadas: camada superficial, termoclina sazonal, termoclina permanente e camada isotérmica profunda conforme proposto em [1, 2].

A camada superficial tem algumas dezenas de metros e devido à ação das ondas, a salinidade e a temperatura tendem a ser homogêneas, proporcionando uma velocidade de propagação aproximadamente constante. Já nas termoclinas sazonal e permanente, a velocidade de propagação tende a diminuir com o aumento da profundidade. Nestes casos, a elevação da pressão e da salinidade não compensam o efeito da queda de temperatura, fazendo com que a velocidade diminua com o aumento da profundidade.

O efeito causado na região de termoclina sazonal tem ainda a influência das estações, fazendo com que sua característica se altere ao longo do ano. Já na camada de isotérmica profunda, a temperatura é aproximadamente constante. Assim como a temperatura, a salinidade também sofre pouca alteração, de forma que a variação da velocidade de propagação do som será diretamente proporcional ao aumento da pressão, que aumenta com a profundidade.

Para este trabalho foram consideradas transmissões em águas rasas, ou seja, na camada superficial, onde o perfil de velocidade de propagação das ondas é aproximadamente constante. Neste caso, a presença dos múltiplos percursos é predominante assim como a interação com a superfície e com o assoalho do oceano.

Diferentes percursos estão sujeitos a diferentes características do meio, portanto, o sinal se propaga com diferentes velocidades em cada percurso, e estes diferentes percursos ocasionam variadas versões do sinal, com diferentes atrasos, atingindo o receptor. Além disso, a velocidade de propagação em um mesmo percurso pode variar durante o trajeto. Este fenômeno contribui para a interferência entre os símbolos transmitidos.

A variação da velocidade está relacionada a combinação de algumas propriedades do meio, tais como temperatura, salinidade e profundidade onde a transmissão

acontece.

De acordo com dados experimentais obtidos e considerações matemáticas, algumas equações foram propostas para representar a velocidade de propagação da onda sonora no meio subaquático em função de suas características como descrito em [3–7].

É possível observar uma relação direta entre o aumento da velocidade de propagação do som na água e o aumento da temperatura, da salinidade e também da profundidade do meio, mas esta variação não é perfeitamente linear. Uma ilustração da variação da velocidade de propagação do som em função destas propriedades é apresentada nas Figuras 2.1, 2.2 e 2.3, em que  $S$  representa a salinidade em partes por mil (ppt, do Inglês, *Parts Per Thousand*),  $T$  representa a temperatura do meio (em graus Celsius) e  $z$  a profundidade (em metros). A curva decrescente da Figura 2.3 está associada à representação da profundidade em que acontece a transmissão, neste caso aumenta para baixo.

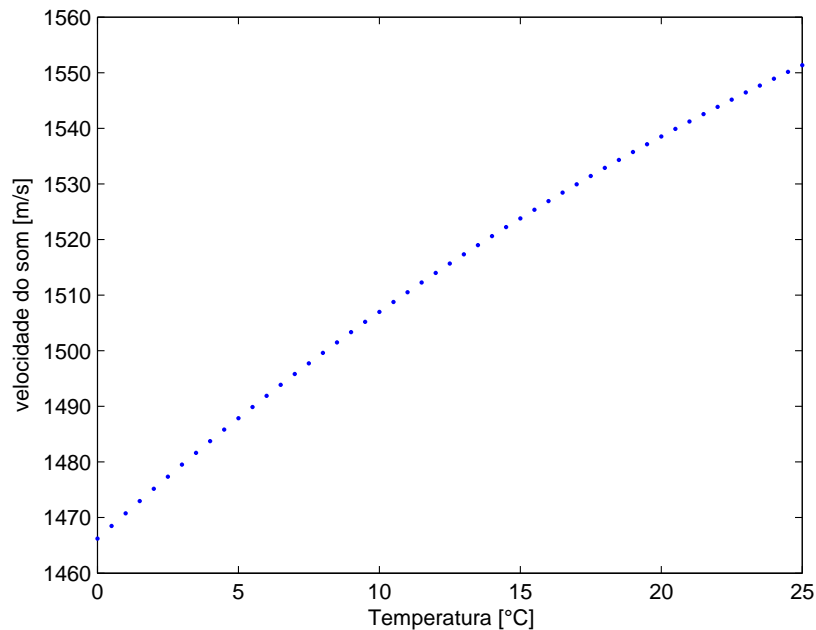


Figura 2.1: Variação da velocidade do som em função da temperatura para  $S = 35\text{ppt}$  e  $z = 1000\text{m}$ .

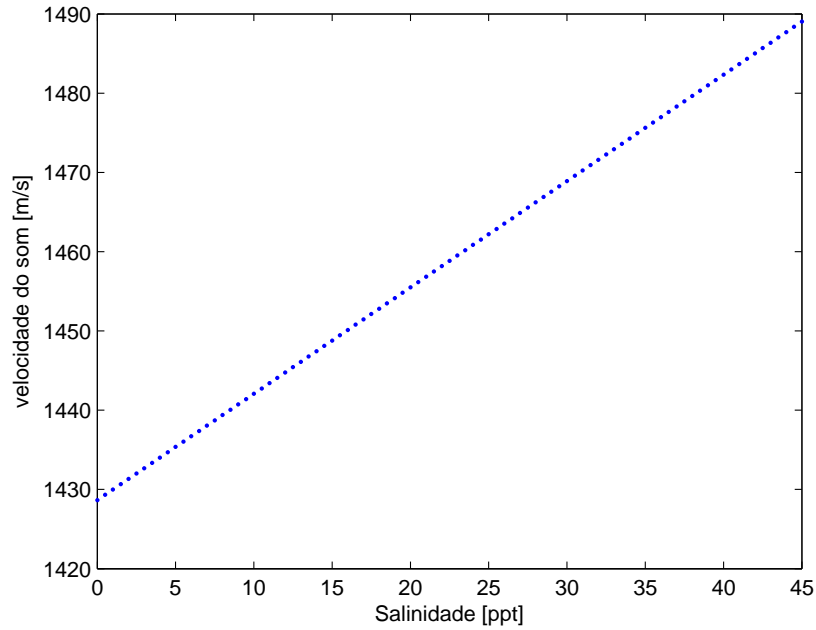


Figura 2.2: Variação da velocidade do som em função da salinidade para  $T = 4^{\circ}\text{C}$  e  $z = 1000\text{m}$ .

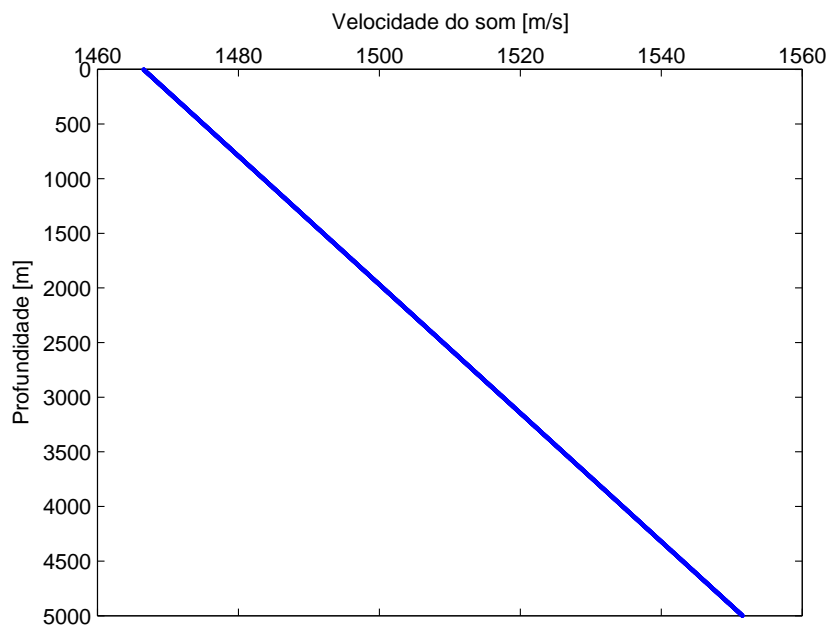


Figura 2.3: Variação da velocidade de propagação do som em função da profundidade para  $S = 35\text{ppt}$  e  $T = 4^{\circ}\text{C}$ .

## 2.2.2 Perdas na propagação

Durante a transmissão, a onda acústica percorre diferentes distâncias de acordo com o caminho que ela traça desde o transmissor até o receptor. Durante este percurso a onda sofre alterações que impactam diretamente na performance do sistema, tor-

nando estas características um fator decisivo no projeto de sistemas, limitando a distância máxima de operação. A figura 2.4 ilustra as perdas sofridas pelo sinal durante a transmissão, sendo que a espessura e tamanho da representação do sinal exemplificam as perdas.

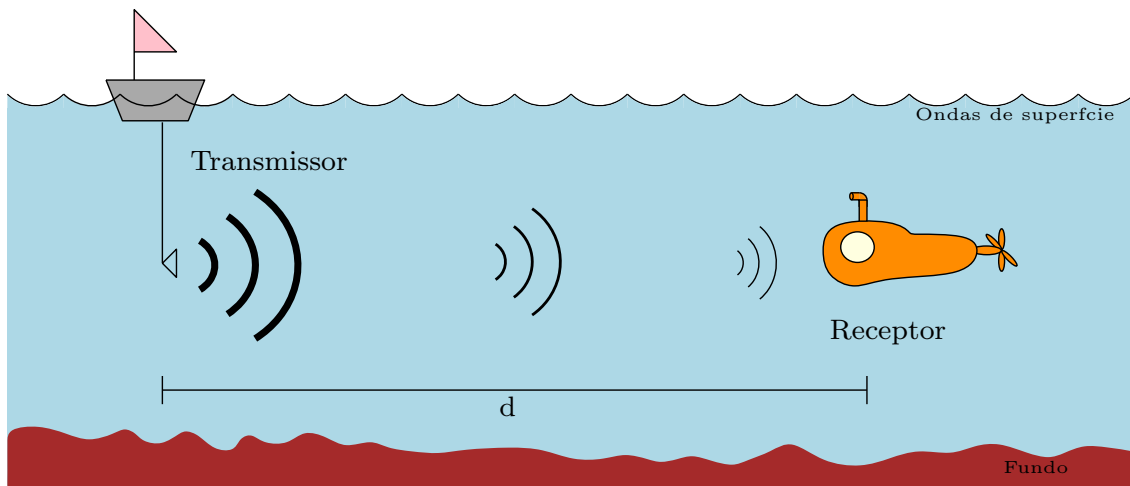


Figura 2.4: Atenuação do sinal durante a transmissão.

As perdas que ocorrem durante a propagação são uma medida da atenuação da potência do sinal desde o momento de sua transmissão até a sua recepção. Suas principais formas são: perda por espalhamento<sup>1</sup>, perda geométrica<sup>2</sup> e por absorção<sup>3</sup>.

A perda por espalhamento é observada devido à reflexão da onda em irregularidades do meio. O espalhamento de ondas acústicas subaquáticas está relacionado à não uniformidade da coluna de água e também à interação com a superfície e com o assoalho. Obstáculos presentes no percurso de propagação também são fontes de espalhamento e neste caso, para um dado comprimento de onda, o espalhamento será proporcional ao tamanho do obstáculo. O espalhamento pode ser modelado de diferentes formas de acordo com o tipo de obstáculo presente no meio. Usualmente observa-se o espalhamento na superfície e no assoalho do oceano. Na superfície ele acontece principalmente devido a presença de bolhas de ar formadas pelo movimento das ondas que se formam com o vento, já no assoalho o espalhamento está relacionado à rugosidade da superfície.

Um modelo de espalhamento do sinal na superfície pode ser observado em [8].

A perda geométrica está relacionada à expansão das frentes de onda que carregam uma quantidade finita de energia. Existem dois tipos de perdas geométricas:

<sup>1</sup>Do inglês, *scattering loss*.

<sup>2</sup>Do inglês, *geometric spreading loss*.

<sup>3</sup>Do inglês, *absorption loss*.

cilíndrica e esférica, ambas independentes da frequência do sinal transmitido. A perda em ondas esféricas é diretamente proporcional ao quadrado da distancia percorrida, enquanto que nas ondas cilíndricas a perda é proporcional à distância [8].

Sendo o ambiente subaquático um meio dissipativo, durante a propagação a energia da onda acústica transmitida pode ser convertida em outras formas de energia tal como calor, e assim pode ser absorvida pelo meio. Uma relação entre a atenuação da onda acústica e a frequência do sinal transmitido através do coeficiente de atenuação pode ser observada em [2, 6, 7]. Sabendo a frequência em que o sinal é transmitido, é possível estabelecer um coeficiente de absorção  $\alpha$  (em dB/km) de forma que a amplitude do sinal que chega até o receptor possa ser determinada.

A Figura 2.5 exemplifica a relação entre a frequência do sinal transmitido e o coeficiente de absorção. Nela é possível notar uma atenuação relativamente baixa, principalmente para baixas frequências de transmissão.

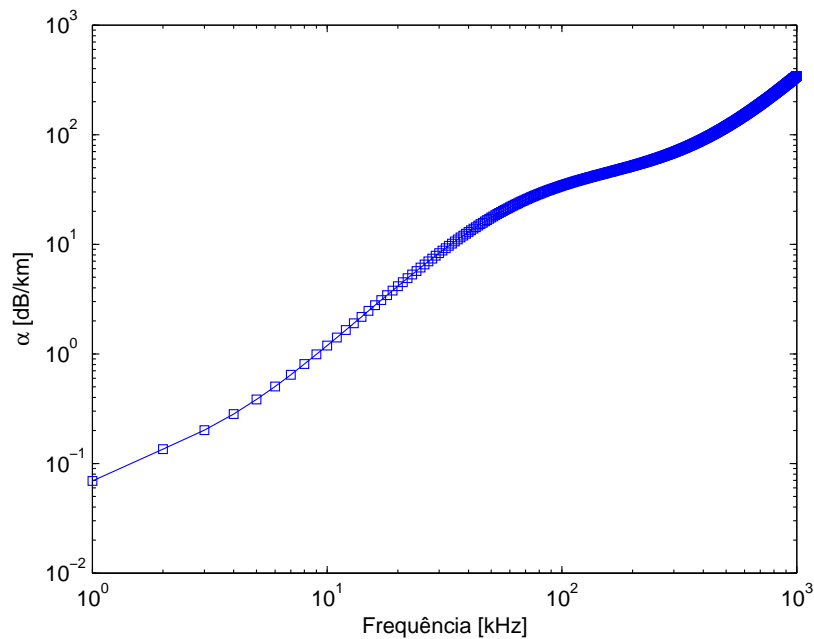


Figura 2.5: Coeficiente de absorção no ambiente subaquático em função da frequência do sinal transmitido para  $z = 1000\text{m}$ ,  $S = 35\text{ppt}$  e  $T = 4^\circ\text{C}$ .

A grande variação das características do oceano de acordo com a profundidade, e suas consequências para os sistemas de comunicação tornam comum a divisão dos estudos em dois tipos de transmissão subaquática de acordo com a profundidade em que ela acontece. É comum a classificação em *shallow water* e *deep water*. Apesar de a classificação existir, não se tem uma definição unânime na literatura em relação aos limites de profundidade. Uma classificação típica é descrita em [8]:

- *Shallow water*: a principal característica da propagação em águas rasas é a presença intensa de raios refletidos, o que significa uma maior interação com

o assoalho do oceano. Usualmente, experimentos realizados em *shallow water* não ultrapassam 200m.

- *Deep water*: a principal característica da propagação em águas profundas é uma menor interação com a superfície e com o assoalho do oceano, o que significa uma menor quantidade de cópias do sinal refletido, permitindo que o sinal transmitido atinja maiores distâncias. Usualmente experimentos realizados em *Deep water* ultrapassam 2000m.

É importante salientar a ausência de uma classificação universal para transmissões em profundidades entre 200m e 2000m.

### 2.2.3 Múltiplos percursos

As reflexões do sinal no assoalho, na superfície e também em obstáculos presentes no meio subaquático, assim como a variação da velocidade de propagação da onda acústica, causada pela refração, fazem com que diversas versões do mesmo sinal cheguem até o receptor em diferentes instantes de tempo.

A Figura 2.6 exemplifica uma transmissão acústica submarina com múltiplos percursos, nela os diferentes percursos são representados por raios que ligam o transmissor ao receptor, sendo ainda, a espessura das linhas uma representação das perdas sofridas durante a transmissão. Deve-se observar que as diferentes versões do sinal recebidas podem ter diferentes fases e diferentes amplitudes, o que faz com que a potência do sinal resultante da combinação destas diferentes versões possa variar.

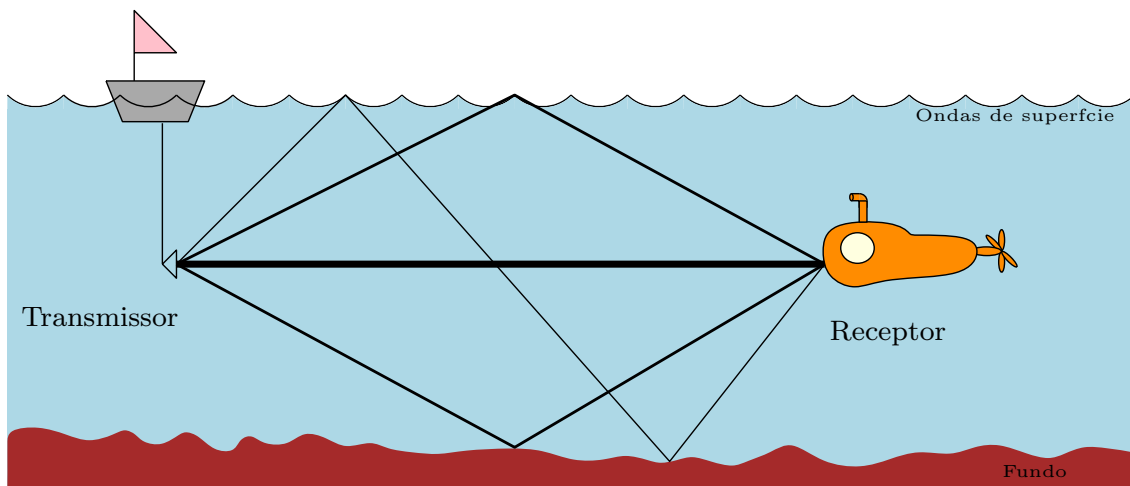


Figura 2.6: Transmissão acústica submarina com múltiplos percursos variantes no tempo.

É possível notar que um raio que traça um caminho mais longo do que outro tem sua intensidade atenuada e atinge o receptor após aquele cujo caminho percorrido



foi menor. Neste caso, a resposta do canal é dita de fase mínima. Porém, existem também casos em que o raio que primeiro atinge o receptor não é o de maior amplitude, isto porque ele sofreu maiores atenuações durante o percurso. Este fenômeno ocasiona em uma resposta ao impulso do canal de fase não mínima [9].

Na Figura 2.7 é possível observar a resposta ao impulso de fase não mínima de um canal acústico submarino com 15 diferentes percursos e seus referidos atrasos e ganhos.

As características de cada versão do sinal recebido, atraso e ganho, determinam o número finito de versões do sinal que serão considerados na recepção. Existe um número infinito de versões do sinal que atingem o receptor, entretanto, aqueles que sofreram muitas reflexões e perderam muita energia podem ser descartados, uma vez que a recuperação da informação que transportam não será possível.

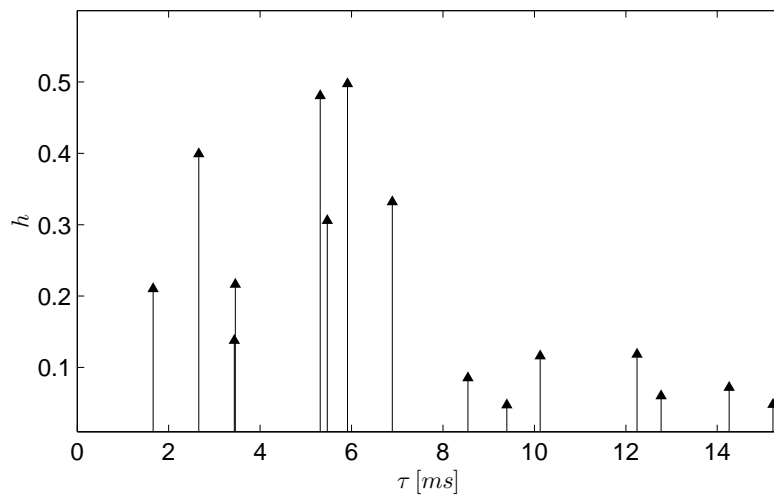


Figura 2.7: Resposta ao impulso de um canal com fase não mínima.

Os múltiplos percursos podem ainda sofrer variações ao longo do tempo, que podem estar associadas ao movimento do transmissor e do receptor ou a alterações nas características do meio.

## 2.2.4 Efeito doppler

A propagação de ondas acústicas subaquáticas está associada a sucessivas alterações da pressão hidrostática da água. Estas sucessões regulares de alterações podem ser descritas através de uma curva senoidal e caracterizam o sinal transmitido:

$$x(t) = A \sin(\omega t - \eta d'), \quad (2.1)$$

sendo  $\omega$  a frequência angular do sinal transmitido,  $d'$  a distância em linha reta percorrida pelo sinal desde o transmissor até o receptor, exemplificada na Figura

2.8, e  $\eta$  o número de onda angular definido por:  $\eta = \omega/c$ , onde  $c$  é a velocidade de propagação da onda acústica.

Se considerarmos o transmissor e o receptor estáticos, a frequência com que o sinal chega até o receptor estará relacionada à velocidade de propagação do som na água, para o caso em que o meio for considerado estacionário.

Neste caso, substituindo  $\eta$  por  $\omega/c$ , o sinal recebido pode ser reescrito como:

$$y(t) = A \operatorname{sen} \left( \omega t - \frac{\omega}{c} d' \right).$$

Sendo ainda,  $\frac{d'}{c}$  o atraso devido a propagação da onda através do meio, denotado por  $\tau$ , tem-se:

$$\begin{aligned} y(t) &= A \operatorname{sen} (\omega t - \omega \tau) \\ &= A \operatorname{sen} (\omega (t - \tau)). \end{aligned} \tag{2.2}$$

A movimentação relativa entre o transmissor e o receptor fazem com que a frequência do sinal recebido seja diferente da frequência do sinal transmitido. A Equação 2.3 modela este efeito causado na frequência do sinal, denominado efeito Doppler.

$$f = f_0(1 + a), \tag{2.3}$$

sendo  $f$  a frequência do sinal que chega até o transmissor,  $f_0$  a frequência do sinal transmitido e  $a$  o fator de escalamento Doppler, definido pela relação entre a velocidade de propagação do som na água e a velocidade relativa entre o transmissor e o receptor dada por [10]:

$$a = \frac{(v_t \cos \theta - v_r \cos \phi)}{c}, \tag{2.4}$$

onde  $v_t$  e  $v_r$  representam as velocidades de deslocamento do transmissor e do receptor respectivamente,  $c$  a velocidade de propagação do som na água,  $\theta$  o ângulo com o qual o sinal é transmitido e  $\phi$  o ângulo com que o sinal chega até o receptor.

É possível observar na Figura 2.8 os ângulos de transmissão e recepção do sinal. Assim como a velocidade de propagação do sinal, estes ângulos também sofrem alterações ao longo do tempo.

Considerando-se a movimentação relativa entre o transmissor e o receptor é possível modelar o sinal recebido como apresentado na Equação 2.5.

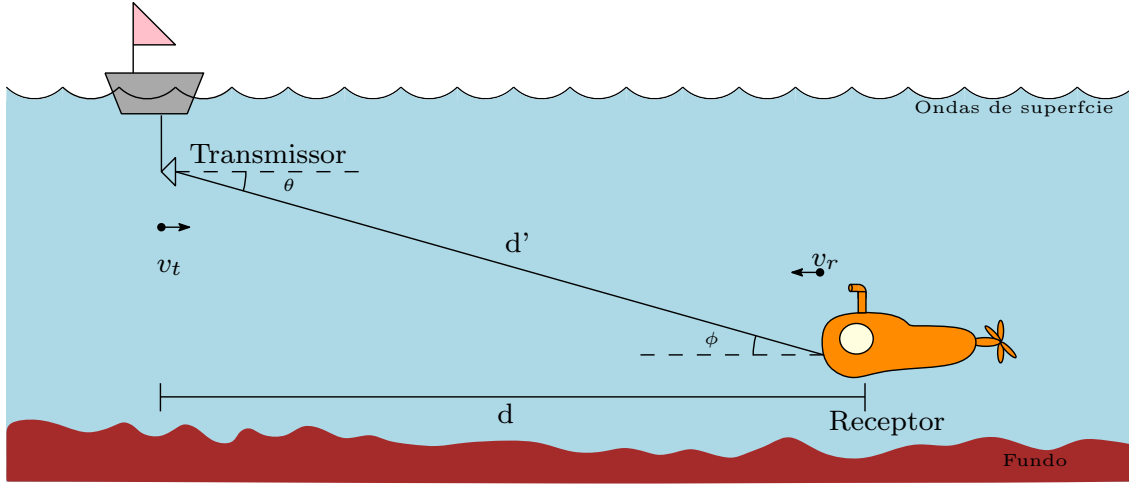


Figura 2.8: Movimento do transmissor e do receptor em relação ao meio e seus respectivos ângulos.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= A \text{sen}(\omega t - (a\omega)t - \eta d') \\
 &= A \text{sen}\left(\omega(1-a)t - \frac{\omega(1-a)}{c}d'\right) \\
 &= A \text{sen}(\omega(1-a)(t - \tau)).
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

As possíveis alterações no sinal transmitido causadas pelo efeito Doppler são ilustradas na Figura 2.9. No primeiro caso, o movimento relativo entre o transmissor e o receptor é de aproximação, de forma que o período da onda incidente é menor do que o período da onda transmitida, o que significa um aumento da frequência percebida pelo receptor.

No segundo caso, temos duas possibilidades: o transmissor e o receptor estão fixos, ou se movimentam segundo um mesmo vetor velocidade (mesmo módulo, direção e sentido), em ambas as situações, em movimento ou em repouso, a velocidade relativa resultante é nula, sendo assim, a frequência do sinal recebido não se altera assim como o período do sinal. No terceiro caso, o transmissor e o receptor se afastam, causando aumento do período do sinal transmitido, ou seja, diminuição da frequência.

É importante salientar que as alterações causadas no sinal transmitido estão relacionadas à velocidade de propagação da onda acústica no meio subaquático. Sendo as condições de não homogeneidade e instabilidade do meio responsáveis pela variação da velocidade de propagação do sinal acústico na água, é possível perceber que as condições do meio de propagação também são responsáveis pelo efeito Doppler causado no sinal.

Sendo a duração de cada símbolo esperada pelo receptor a mesma com que o

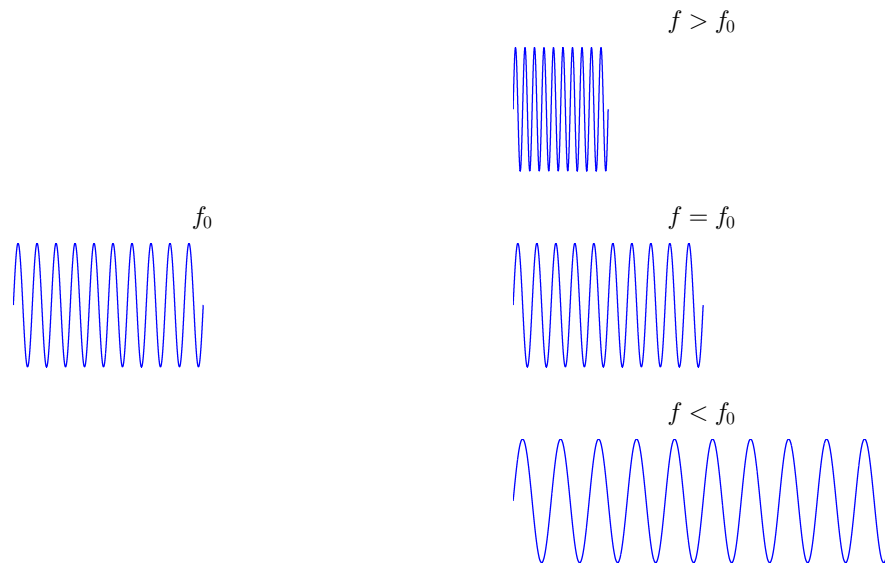


Figura 2.9: Ilustração da alteração do sinal causada pelo efeito Doppler.

sinal foi gerado no transmissor, uma das principais consequências da dilatação ou contração temporal causada no sinal durante a transmissão é a interferência entre símbolos percebida pelo receptor. Neste caso, a informação recebida durante o período de transmissão de um símbolo não pertence a um único símbolo.

Como resultado destas alterações, os sistemas práticos de comunicação que operam no ambiente subaquático devem ser projetados para estimar e corrigir estes efeitos. Esta correção visa não somente o ajuste de frequência e fase como também uma reamostragem para corrigir os efeitos da dilatação ou contração temporal, de forma a minimizar a interferência entre símbolos adjacentes.

### 2.3 Modelagem do canal acústico submarino com efeito doppler

Nesta seção, as características do canal são representadas segundo um modelo matemático, de forma a possibilitar simulações do ambiente real de transmissão.

Comumente são utilizadas três formas de modelagem do canal acústico submarino. São elas: um canal sem a presença do escalonamento Doppler e neste caso, o sinal sofre apenas o atraso inerente à transmissão; um canal com um fator de escalonamento Doppler comum a todos os múltiplos percursos; e um terceiro modelo, no qual o fator de escalonamento Doppler é específico para cada percurso.

### 2.3.1 Escalamento doppler específico para os múltiplos percursos

Seja um canal acústico submarino variante no tempo tal que sua resposta ao impulso possa ser representada por [11–13]:

$$h(t) = \sum_{p=1}^{N_p} A_p(t) \delta(t - \tau_p(t)), \quad (2.6)$$

onde  $N_p \in \mathbb{N}$  representa a quantidade de múltiplos percursos,  $A_p(t) \in \mathbb{R}$  o ganho do  $p$ -ésimo caminho variante no tempo, e  $\tau_p(t)$  o tempo que o sinal leva para atravessar o caminho  $p$  desde o transmissor até o receptor.  $\tau_p(t)$  pode ser considerado aleatório [10] devido a complexidade e aleatoriedade da geometria da superfície e do assoalho do oceano assim como a sua movimentação natural.

Para blocos de dados de comprimento  $T_{bloco}$  relativamente pequeno, as variações dos ganhos de cada um dos percursos é considerada lenta, ou seja, em curtas janelas de tempo as alterações causadas no sinal transmitido pela interação com o canal podem ser consideradas invariantes no tempo. Desta forma, é aceitável a simplificação:  $A_p(t) = A_p$ .

Seja ainda um sinal  $x(t)$  transmitido em banda passante, o sinal recebido pode ser modelado pela convolução discreta entre  $x(t)$  e o canal  $h(t)$  de seguinte forma:

$$y(t) = x(t) \star h(t). \quad (2.7)$$

Seja a representação da convolução através da integral dada por:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (2.8)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{N_p} A_p \delta(\tau - \tau_p(t)) x(t - \tau) d\tau \quad (2.9)$$

Aplicando-se a propriedade amostradora da função impulso temos:

$$y(t) = \sum_{p=1}^{N_p} A_p x(t - \tau_p(t)). \quad (2.10)$$

O efeito causado pelo canal em cada caminho,  $\tau_p(t)$ , pode ser modelado como um atraso,  $\tau_p$ , e uma variação na frequência do sinal transmitido denominado escalamento Doppler,  $a_p t$ . É possível representar este efeito utilizando uma aproximação polinomial de primeira ordem :

$$\tau_p(t) = \tau_p - a_p t. \quad (2.11)$$

A Figura 2.10 exemplifica um modelo de canal com escalamento Doppler específico para cada percurso. O efeito Doppler está representado pela velocidade relativa entre transmissor e receptor ( $v$ ), e  $\tau_c$  representa o tempo de coerência do canal, período em que a resposta do canal pode ser considerada invariante.

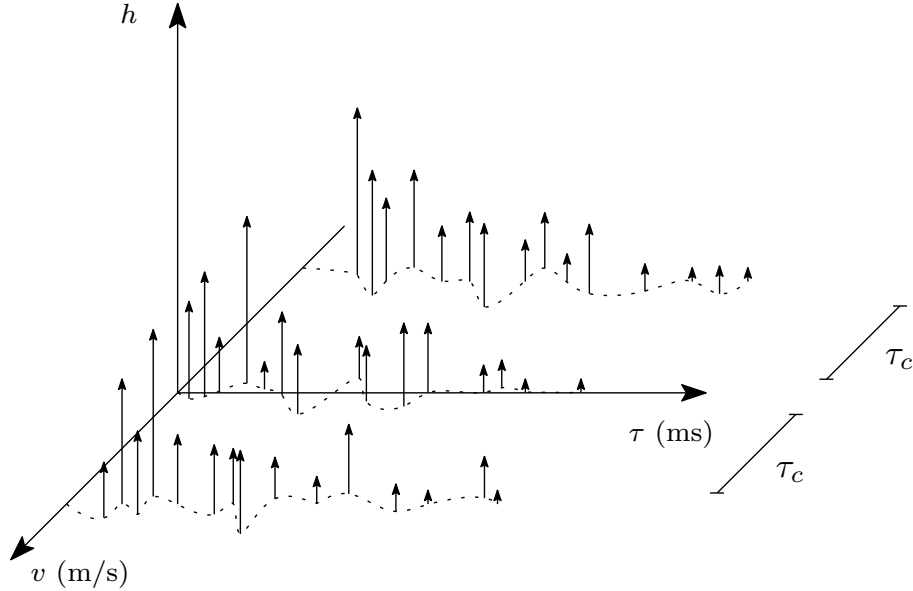


Figura 2.10: Variação temporal de um canal com escalamento Doppler comum aos múltiplos percursos

Sendo assim, é possível reescrever a equação 2.10 da seguinte forma:

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{p=1}^{N_p} A_p x(t - (\tau_p - a_p t)) \\ &= \sum_{p=1}^{N_p} A_p x((1 + a_p)t - \tau_p) \\ &= \sum_{p=1}^{N_p} A_p x\left(\left(1 + a_p\right)\left(t - \frac{\tau_p}{1 + a_p}\right)\right). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Observando novamente a propriedade amostradora da função impulso é possível reescrever a Equação 2.9 da seguinte forma:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{N_p} A_p \delta\left(\tau - \frac{\tau_p}{1 + a_p}\right) x\left((1 + a_p)(t - \tau)\right) d\tau. \quad (2.13)$$

Seja:  $\bar{h}(t)$  um canal com o novo atraso  $\frac{\tau_p}{1+a_p}$  definido por:

$$\bar{h}(t) = \sum_{p=1}^{N_p} A_p \delta \left( t - \frac{\tau_p}{1+a_p} \right), \quad (2.14)$$

o sinal recebido através de um canal com efeito *Doppler* pode ser modelado da seguinte forma:

$$y(t) = \bar{h}(t) \star x((1+a_p)t). \quad (2.15)$$

É possível notar uma simplificação na representação matemática do sinal transmitido por um canal com efeito Doppler, através de um novo canal, com o atraso redefinido, e um escalonamento temporal do sinal transmitido.

### 2.3.2 Escalonamento doppler comum aos múltiplos percursos

O canal variante no tempo com escalonamento Doppler comum aos múltiplos percursos é uma particularização do caso anterior, em que todos os diferentes caminhos alteram o sinal de um mesmo fator  $a$ , sendo  $a_p = a$  definido pela Equação 2.4.

A Figura 2.11 exemplifica o modelo de canal variante no tempo com escalonamento Doppler uniforme. Durante o tempo de coerência ( $\tau_c$ ) o canal não sofre alterações significativas, podendo, então ser considerado invariante. A variação do efeito Doppler está representada pela velocidade relativa entre o transmissor e o receptor ( $v$ ) em metros por segundo.

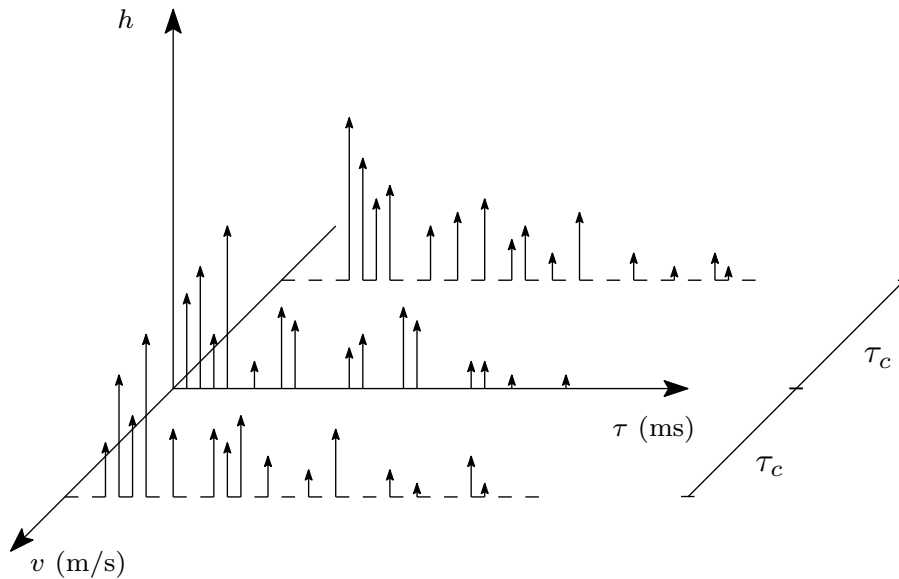


Figura 2.11: Variação temporal de um canal com escalonamento Doppler comum aos múltiplos percursos

Desta forma, é possível reescrever a Equação 2.13 da seguinte forma:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{N_p} A_p \delta\left(\tau - \frac{\tau_p}{1+a}\right) x((1+a)(t-\tau)) d\tau. \quad (2.16)$$

De forma similar ao caso do escalamento específico, é possível definir  $\bar{h}(t)$  como um canal com o atraso redefinido,  $\frac{\tau_p}{1+a}$ , dado por:

$$\bar{h}(t) = \sum_{p=1}^{N_p} A_p \delta\left(t - \frac{\tau_p}{1+a}\right). \quad (2.17)$$

Também é possível modelar o sinal recebido através de um canal com efeito Doppler da seguinte forma:

$$y(t) = \bar{h}(t) \star x((1+a)t). \quad (2.18)$$

Neste caso, um novo modelo de canal é definido, com o atraso dos percursos redefinido e o escalamento temporal do sinal transmitido passa a ser uniforme para todos os percursos.

A modelagem matemática apresentada anteriormente descreve a propagação do sinal ao longo do canal. Entretanto, uma modelagem discreta do canal se faz necessária para a avaliação da performance do sistema através de simulações computacionais. Para gerar um modelo discreto de canal a resposta ao impulso deve ser amostrada segundo uma taxa  $T_a$ . No modelo discreto  $\tau_p$  é transformado em  $n_p \in \mathbb{Z}$  tal que:

$$n_p = \left\lceil \frac{\tau_p}{T_a} \right\rceil, \quad \text{sendo } p \in \mathcal{P} = \{1, \dots, N_p\}. \quad (2.19)$$

Desta forma, a representação matemática da resposta ao impulso do canal pode ser facilmente implementada como um filtro FIR (do inglês, *Finite Impulse Response*) de comprimento  $n_p + 1$ . A escolha da taxa  $T_a$  é particularmente importante, dado que ela deve ser suficientemente pequena ao ponto de possibilitar a identificação dos atrasos de dois caminhos consecutivos.

Para simular os modelos de resposta ao impulso descritos nas Seções 2.3.2 e 2.3.1 foi empregado, de maneira adaptada, um *software* de simulação que representa bem o ambiente acústico submarino em águas rasas. Neste *software* é possível ajustar parâmetros de simulação como período de amostragem  $T_a$ , quantidade de múltiplos



percursos,  $N_p$  assim como um conjunto de velocidades relativas entre transmissor e receptor  $v$ . Para uma melhor compreensão da modelagem de canal utilizada, ver [2, 14].

# Capítulo 3

## Sistemas de comunicação com múltiplas portadoras

### 3.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é descrever o funcionamento dos sistemas SC-FDMA e OFDM observando suas semelhanças e diferenças, além destes a transmissão com modulação FSK também é analisada. Neste capítulo são abordados sistemas de transmissão do tipo SISO (do inglês, *Single-Input Single-Output*), no qual apenas um transdutor é utilizado na transmissão e um hidrofone na recepção. É importante salientar também que o sistema descrito será utilizado apenas por um usuário.

Na Figura 3.1 é apresentado um diagrama simplificado de um sistema SISO de transmissão.

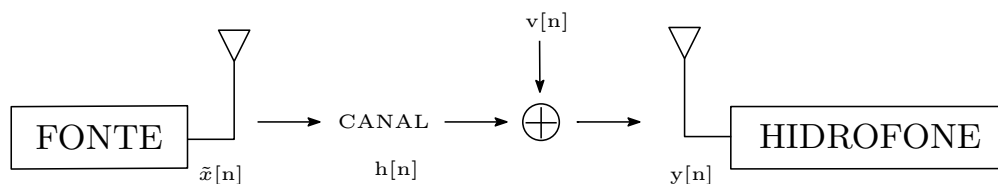


Figura 3.1: Diagrama simplificado de um sistema de comunicação subaquático SISO.

Inicialmente são descritos, na Seção 3.2, os sistemas que utilizam múltiplas portadoras em seu processo de transmissão que são analisados. Na Seção seguinte, 3.3, o sistema de transmissão SC-FDMA é descrito, são apresentadas características gerais assim como uma modelagem matemática. Na Seção 3.4 o sistema OFDM é descrito de forma geral e uma modelagem matemática do sistema também é apresentada. Já a transmissão com modulação FSK é descrita de forma geral na Seção 3.5 onde também é apresentado um modelo matemático para o sistema.

## 3.2 Sistemas multi-portadora

Os sistemas com múltiplas portadoras alocam a informação que será transmitida em diversas portadoras limitadas à banda de transmissão.

Nos sistemas OFDM, a banda disponível para a transmissão é dividida em múltiplas portadoras ortogonais entre si, denominadas subportadoras. O fluxo de dados contínuo é convertido em um fluxo paralelo definido por blocos cujo tamanho é determinado de acordo com a quantidade de subportadoras disponíveis. Cada símbolo do bloco é mapeado em uma das subportadoras [10]. A utilização de uma maior quantidade de subportadoras faz com que o *throughput* deste sistema seja mais elevado do que o observado no sistema FSK. Entretanto, este sistema é mais sensível aos efeitos do canal. A ocorrência de desvanecimento seletivo no domínio da frequência implica na perda dos símbolos alocados nas subportadoras afetadas; e o desvio de frequências, CFO (do inglês, *Carrier Frequency Offset*) ocasiona interferência entre símbolos de um mesmo bloco denominada ISI (do inglês, *Inter-Symbol Interference*).

Nos sistemas que utilizam a técnica SC-FDMA, a banda disponível para a transmissão também é dividida em subportadoras ortogonais e o fluxo contínuo de dados é convertido em blocos. Porém, antes do mapeamento dos símbolos nas subportadoras, a informação de cada bloco é recombinada de forma linear, processo realizado pela DFT (do inglês, *Discrete Fourier Transform*). Desta forma cada subportadora passa a transportar uma parcela da informação de todos os símbolos de um mesmo bloco [15–20]. Dessa forma, o sistema se torna mais resistente ao desvanecimento seletivo e ao CFO, fenômeno que acontece quando há perda de ortogonalidade entre as subportadoras.

Os sistemas descritos anteriormente, empregam um método de processamento em blocos para implementar a transmissão em paralelo. A interferência entre símbolos de blocos adjacentes é denominada IBI (do inglês, *Inter-Block Interference*). Esses fenômenos, IBI e ISI, dificultam a recuperação da mensagem transmitida, deteriorando a performance do sistema. Entretanto, estes sistemas possuem a grande vantagem da equalização, que pode ser realizada de forma eficiente e simples no domínio da frequência.

FSK é uma técnica de modulação digital que aloca cada símbolo em uma frequência diferente dentro da banda de transmissão [21, 22]. A possibilidade de trabalhar com maior espaçamento entre as portadoras faz com que este sistema seja mais robusto do que o SC-FDMA e OFDM, principalmente em relação a ISI. Contudo, para se obter um maior espaçamento entre as portadoras o *throughput* deste sistema passa a ser consideravelmente menor.

O banco de filtros é um arranjo de filtros utilizado para separar um sinal de

entrada em várias faixas de frequências, cada uma contendo uma parte da informação do sinal original, processo este denominado análise. É igualmente desejado que o projeto desse banco possibilite a reconstrução do sinal original a partir de seus componentes decompostos, com este intuito emprega-se na recepção outro banco de filtros, e este segundo processo é denominado síntese [23, 24].

Os filtros utilizados em sistemas de comunicação podem ser lineares ou não, fixos ou adaptativos, dependendo da aplicação, podendo ainda ser utilizados filtros com resposta ao impulso finita, FIR, ou ainda, resposta ao impulso infinita, IIR (do inglês, *Infinite Impulse Response*) [25]. Neste trabalho são empregados filtros FIR em virtude da sua realização simplificada, estabilidade e redução computacional do processamento dos sinais transmitidos.

Em comunicações, utilizam-se sistemas que podem ser vistos como duais dos bancos de filtros: os transeptores multicanais ou transmultiplexadores, TMUXs. Originalmente, o transmultiplexador era utilizado para converter dados multiplexados em frequência para dados multiplexados no tempo e vice-versa [26]. Na verdade o TMUX é um sistema onde o sinal de entrada, com energia em diferentes faixas de frequência, passa por um banco de filtros de síntese, e no receptor o sinal transmitido é recuperado por um banco de filtros de análise.

Os diferentes projetos de filtros visam fundamentalmente a reconstrução do sinal original. Diferentes técnicas de construção de transmultiplexadores com reconstrução perfeita podem ser encontradas em [27–30].

### 3.3 Sistema SC-FDMA de transmissão

Recentemente a opção por sistemas de transmissão SC-FDMA tem sido enfatizada devido à possibilidade de redução do PAPR (do inglês, *Peak-to-average Power Ratio*), a simplificação da equalização que pode ser feita no domínio da frequência, FDE (do inglês, *Frequency Domain Equalization*) [31–33], e também devido à sua menor sensibilidade ao CFO.

Neste tipo de sistema, com múltiplas portadoras, são selecionadas sub-portadoras dentro da banda disponível para a transmissão e a informação é distribuída entre elas como exemplificado na Figura 3.2, onde  $T_{symb}$  é o período de duração do símbolo SC-FDMA e  $T_g$  é o período de guarda entre blocos adjacentes.

Na modulação SC-FDMA a informação é processada em bloco contendo  $M$  símbolos, sendo esta a quantidade de subportadoras utilizadas. A informação destes  $M$  símbolos é recombina linearmente e em seguida alocada nas subportadoras, de forma que cada subportadora carrega uma parcela da informação de cada um dos símbolos de um mesmo bloco. É importante salientar que todos os blocos transmitidos têm a mesma duração.

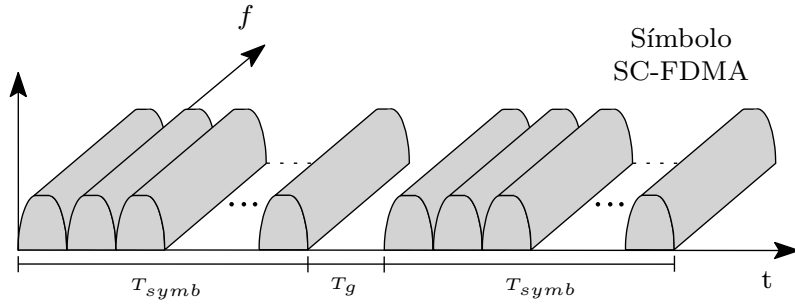


Figura 3.2: Símbolos alocados nas subportadoras

Sendo a natureza do canal dispersiva, parte da informação contida em um bloco pode se misturar com o bloco seguinte, causando o que comumente é denominado interferência entre blocos, IBI. Visando eliminar a interferência entre blocos adjacentes, um período de guarda é inserido entre eles. Este período de guarda pode ser realizado pela da inserção de um prefixo em cada bloco, sendo sua inserção, no transmissor, seguida da remoção, no receptor, capazes de cancelar o efeito da IBI.

Duas formas são comumente utilizadas para obtenção do prefixo, sendo elas: CP (do inglês, *Cyclic Prefix*) e ZP (do inglês, *Zero Padding*), ambas descritas a seguir.

### Prefixo Cíclico

A utilização do prefixo cíclico consiste em reproduzir os últimos símbolos de cada bloco no início de cada um deles como exemplificado na Figura 3.3, onde  $s_m \in \mathbb{C}$  é a informação contida na  $m$ -ésima subportadora.

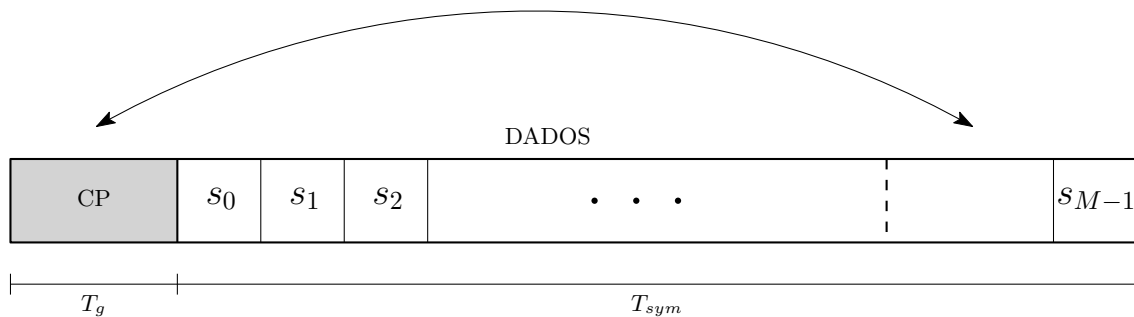


Figura 3.3: Bloco de sinal transmitido com prefixo cíclico.

O CP deve ter comprimento maior ou igual ao comprimento da resposta ao impulso do canal para que seja possível remover a interferência entre blocos na recepção. É importante salientar que a inserção no transmissor seguida da remoção no receptor de qualquer prefixo é capaz de remover a interferência entre blocos, desde que seu comprimento tenha o tamanho adequado.

Uma vez que a resposta ao impulso do canal tem comprimento menor ou igual ao bloco de sinal transmitido, a inserção do prefixo cíclico faz com que o canal

interprete o bloco de sinal como sendo periódico. Desta forma, a convolução linear pode ser obtida a partir da convolução circular.

### Zeros

Uma solução simples e eficiente para tornar o sistema mais robustos aos zeros do canal é a utilização do prefixo zero, ZP. O ZP é um prefixo composto de zeros que, assim como o CP, deve ter o comprimento maior ou igual a resposta ao impulso do canal, a Figura 3.4 exemplifica um bloco de sinal com prefixo zero.

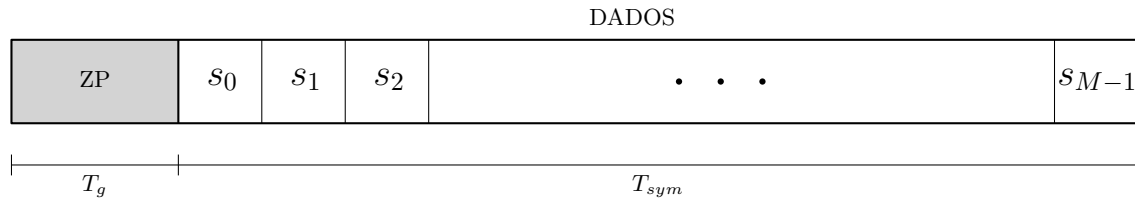


Figura 3.4: Bloco de sinal transmitido com prefixo zero.

Uma das suas vantagens é que por ser composto de zeros a potência necessária para a transmissão do sinal é menor. Por outro lado, o prefixo ZP não deixa a matriz de canal circulante, sendo necessário um projeto de equalizador mais elaborado do que no caso anterior.

Dada a análise anterior das formas de composição do período de guarda, para os estudos desenvolvidos neste trabalho optou-se pela utilização do prefixo cíclico.

### 3.3.1 Visão geral

As Figuras 3.5 e 3.6 apresentam o diagrama de blocos do transmissor e do receptor de um sistema SC-FDMA de transmissão, respectivamente. O modelo matemático desenvolvido está baseado nestes diagramas. É importante salientar que o processamento realizado no sinal, tanto no transmissor quanto no receptor, acontece em blocos cujo tamanho é definido pela banda disponível para a transmissão e também pelo espaçamento entre as subportadoras.

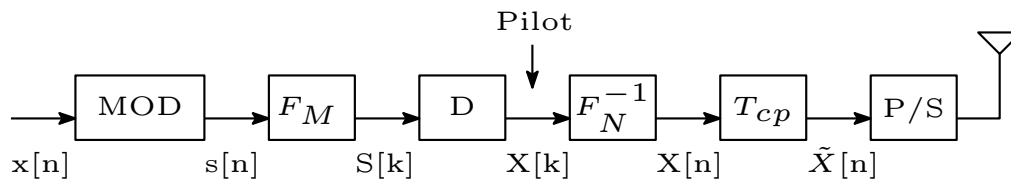


Figura 3.5: Diagrama de blocos de um transmissor do sistema SC-FDMA.

No transmissor, a mensagem binária é modulada segundo uma técnica digital (**MOD**), uma recombinação linear entre os símbolos de um mesmo bloco é realizada através de uma Transformada Discreta de Fourier ( $F_M$ ). Zeros são inseridos nas

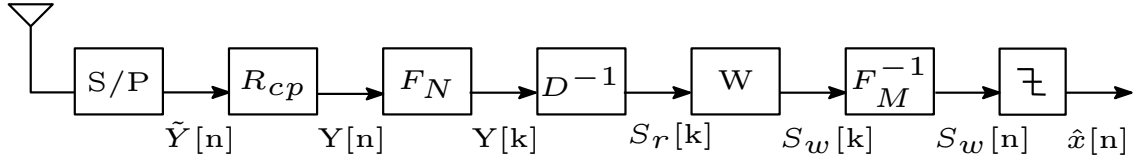


Figura 3.6: Diagrama de blocos de um receptor do sistema SC-FDMA.

posições relativas às subportadoras não utilizadas ( $\mathbf{D}$ ), este procedimento se faz necessário quando a banda disponível para a transmissão é compartilhada por mais de um usuário, ou quando tivermos apenas um usuário e este só utilizar parte das sub-portadoras. um sinal piloto é adicionado ao sinal para que a estimativa do canal possa ser realizada no receptor e em seguida uma Transformada Inversa de Fourier ( $\mathbf{F}_N^{-1}$ ) mapeia os símbolos nas subportadoras gerando os símbolos SC-FDMA. O prefixo cíclico é adicionado em cada bloco ( $\mathbf{T}_{CP}$ ) e em seguida o sinal é transmitido de forma serial ( $\mathbf{P/S}$ ).

No receptor, o prefixo cíclico do sinal é removido ( $\mathbf{R}_{CP}$ ), a Transformada Discreta de Fourier é aplicada ( $\mathbf{F}_N$ ) e os zeros das subportadoras não utilizadas são removidos ( $\mathbf{D}^{-1}$ ). O sinal é então equalizado ( $\mathbf{W}$ ) e a Transformada Inversa de Fourier é aplicada ( $\mathbf{F}_M^{-1}$ ). Os símbolos estimados passam então por um decisor.

### 3.3.2 Modelagem matemática

Seja  $\mathbf{x}[n]$  um bloco de mensagem contendo  $t$  bits:

$$\mathbf{x}[n] = \begin{bmatrix} x_1(n) & x_2(n) & x_3(n) & \cdots & x_i(n) \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Antes da transmissão os bits são mapeados em símbolos de uma constelação complexa segundo uma modulação digital<sup>1</sup>:

$$\mathbf{s}[n] = \begin{bmatrix} s_1(n) & s_2(n) & s_3(n) & \dots & s_{MK}(n) \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

A mensagem codificada é então disposta em uma quantidade  $K$  de blocos, sendo que cada um contém  $M$  símbolos de forma a compor uma matriz de dimensões ( $M \times K$ )

$$\mathbf{S}[n] = \begin{bmatrix} s_1(n) & s_{M+1}(n) & \cdots & s_{M(K-1)+1}(n) \\ s_2(n) & s_{M+2}(n) & \cdots & s_{M(K-1)+2}(n) \\ s_3(n) & s_{M+3}(n) & \cdots & s_{M(K-1)+3}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M(n) & s_{2M}(n) & \cdots & s_{MK}(n) \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

<sup>1</sup>Para o caso da modulação 4-QAM cada símbolo tem 2 bits, logo  $MK = i/2$ ,

O sinal que será alocado nas subportadoras é obtido através de uma combinação linear dos  $M$  símbolos de um mesmo bloco, de forma que cada símbolo transformado carrega uma parcela de informação dos demais símbolos. Esta combinação é realizada através de uma Transformada Discreta de Fourier <sup>2</sup> (DFT) representada por  $\mathbf{F}_M$ , sendo  $\mathbf{F}_M \in \mathbb{C}^{M \times M}$  a matriz unitária de Fourier. A representação no domínio da frequência  $\mathbf{S}[k]$  dos símbolos transmitidos,  $\mathbf{S}[k] = \mathbf{F}_M \mathbf{S}[n]$ , é dada por:

$$\mathbf{S}[k] = \begin{bmatrix} s_1(k) & s_{M+1}(k) & \cdots & s_{M(K-1)+1}(k) \\ s_2(k) & s_{M+2}(k) & \cdots & s_{M(K-1)+2}(k) \\ s_3(k) & s_{M+3}(k) & \cdots & s_{M(K-1)+3}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M(k) & s_{2M}(k) & \cdots & s_{MK}(k) \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

O sistema SC-FDMA divide a banda disponível para a transmissão em múltiplas subportadoras paralelas mantendo a ortogonalidade entre elas. Seja  $T_{symp} \in \mathbb{R}_+$  o período de cada símbolo SC-FDMA, e  $N$  (par) o número total de subportadoras, na banda base as frequências das subportadoras são dadas por:

$$f_n = \frac{n}{T_{symp}}, n \in [N/2, \dots, N/2 - 1]. \quad (3.5)$$

Em seguida o sistema mapeia cada uma das  $M$  saídas da DFT em uma das  $N$  subportadoras ortogonais. O conjunto de subportadoras utilizadas é adjacente, sendo ainda este conjunto centralizado na banda passante. A Figura 3.7 apresenta um esquema simplificado que exemplifica o processo de alocação do sinal transmitido no conjunto de subportadoras utilizadas.

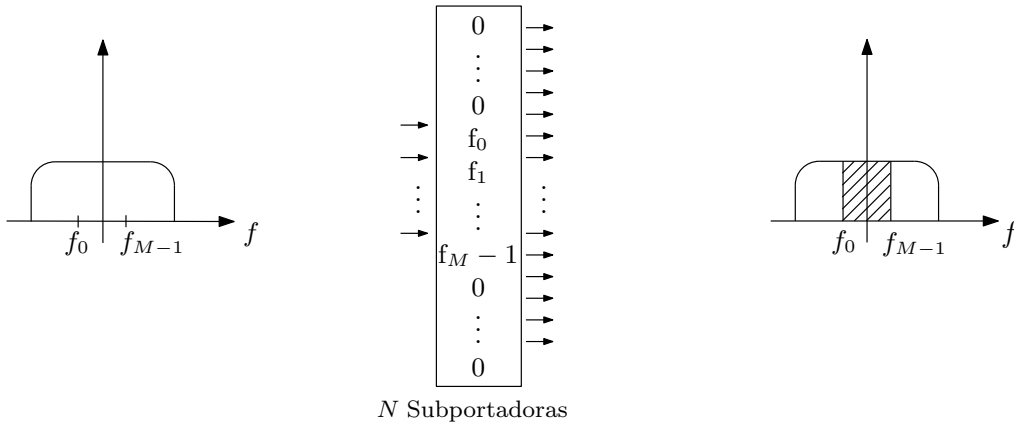


Figura 3.7: Mapeamento do sinal transmitido nas subportadoras ainda em banda base.

As subportadoras que serão utilizadas podem ser mapeadas de forma matricial através de uma matriz  $\mathbf{D}$ . O mapeamento utilizado neste trabalho é especificado

<sup>2</sup>Matriz unitária de Fourier:  $\mathbf{F}_{k,l} = \frac{1}{\sqrt{M}} e^{-j\frac{2\pi}{M}kl}$ ,  $K \in [0, M-1]$  e  $l \in [0, M-1]$



pela definição da matriz  $\mathbf{D}$  especificada na Equação 3.6. Desta forma zeros são adicionados a mensagem nas posições referentes às subportadoras que não serão utilizadas.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\left(\frac{N-M}{2} \times M\right)} \\ \mathbf{I}_M \\ \mathbf{0}_{\left(\frac{N-M}{2} \times M\right)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times M} \quad (3.6)$$

O sinal mapeado pode ser representado por:  $\mathbf{X}[k] = \mathbf{D}\mathbf{S}[k]$  sendo que cada bloco de sinal passa a ter comprimento  $N$  e a matriz de sinal  $\mathbf{X}[k] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ , sendo  $N > M$ . Neste caso é exemplificada uma situação em que não são utilizadas todas as portadoras disponíveis.

$$\mathbf{X}[k] = \mathbf{D}\mathbf{S}[k] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ s_1(k) & s_{M+1}(k) & s_{2M+1}(k) & \cdots & s_{(K-1)M+1}(k) \\ s_2(k) & s_{M+2}(k) & s_{2M+2}(k) & \cdots & s_{(K-1)M+2}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M(k) & s_{2M}(k) & s_{3M}(k) & \cdots & s_{KM}(k) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Para o caso de um usuário utilizando todas as portadoras na banda disponível,  $N = M$ , a matriz  $\mathbf{D}$  será substituída pela identidade  $\mathbf{I}_{N \times N}$ .

Em seguida uma Transformada Inversa de Fourier, IDFT (do Inglês, *Inverse Discrete Fourier Transform*) com  $N$  pontos aloca a mensagem nas subportadoras transformando suas amplitudes em um sinal complexo no domínio do tempo, formando assim os símbolos SC-FDMA.

Seja  $\mathbf{F}_N^{-1}$  a matriz inversa da transformada de Fourier,  $\mathbf{X}[n] = \mathbf{F}_N^{-1}\mathbf{X}[k]$  é uma matriz que representa o sinal inversamente transformado.

$$\mathbf{X}[n] = \begin{bmatrix} x_1(n) & x_{N+1}(n) & \cdots & x_{(K-1)N+1}(n) \\ x_2(n) & x_{N+2}(n) & \cdots & x_{(K-1)N+2}(n) \\ x_3(n) & x_{N+3}(n) & \cdots & x_{(K-1)N+3}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N(n) & x_{2N}(n) & \cdots & x_{KN}(n) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

O transmissor realiza ainda uma outra operação de processamento antes da trans-

missão do sinal, a inserção do prefixo cíclico. Neste processo um conjunto contendo as últimas  $L$  amostras de cada bloco de sinal são replicadas no início do respectivo bloco. Desta forma, após a inserção do prefixo cíclico, tem-se cada bloco com  $N + L$  símbolos

$$\tilde{\mathbf{X}}[n] = \begin{bmatrix} x_{N-L+1}(n) & x_{2N-L+1}(n) & \cdots & x_{KN-L+1}(n) \\ x_{N-L+2}(n) & x_{2N-L+2}(n) & \cdots & x_{KN-L+2}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N(n) & x_{2N}(n) & \cdots & x_{(K-1)N}(n) \\ x_1(n) & x_{N+1}(n) & \cdots & x_{(K-1)N+1}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N(n) & x_{2N}(n) & \cdots & x_{KN}(n) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

É possível modelar de forma matricial a inserção do prefixo cíclico

$$\tilde{\mathbf{X}}[n] = \mathbf{T}_{CP} \mathbf{X}[n] \quad (3.10)$$

Sendo  $\mathbf{T}_{CP} \in \mathbb{R}^{(N+L) \times N}$  a matriz responsável pela inserção do prefixo definida como:

$$\mathbf{T}_{CP} = \begin{bmatrix} 0_{L \times (N-L)} & \mathbf{I}_L \\ \mathbf{I}_N & \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

O prefixo cíclico proporciona um tempo de guarda entre a transmissão de blocos consecutivos. Além disso, se o comprimento do prefixo for suficientemente grande (maior ou igual ao comprimento da memória do canal,  $L_c - 1$ ) o efeito da interferência entre os blocos transmitidos (IBI) será anulado.

Antes de ser transmitido, o sinal é novamente convertido para o formato serial.

A mensagem é então transmitida através de um canal de comprimento  $L_c$ , sendo sua resposta ao impulso definida como:

$$\mathbf{h}[n] = \left[ h_1(n) \quad h_2(n) \quad h_3(n) \quad \cdots \quad h_{L_c}(n) \right]^T \in \mathbb{R}^{L_c}. \quad (3.12)$$

Para o desenvolvimento deste trabalho o canal foi considerado invariante durante o tempo de transmissão da mensagem, sendo ainda ruidoso, com ruído adicional branco gaussiano.

É possível perceber que, durante o processo de convolução, os primeiros  $L_c$  símbolos de cada bloco sofrem interferência dos símbolos do bloco anterior. Desta forma, é possível representar o canal no formato matricial como uma porção responsável pela interferência entre blocos - IBI,  $\mathbf{H}_{IBI} \in \mathbb{C}^{(N+L_c) \times (N+L_c)}$ , sendo esta matriz Toeplitz triangular superior; e uma outra porção, responsável pela inter-

ferência entre símbolos - ISI (do inglês,  $\mathbf{H}_{ISI} \in \mathbb{C}^{(N+L_c) \times (N+L_c)}$ , sendo esta outra matriz Toeplitz triangular inferior, definidas como:

$$\mathbf{H}_{IBI} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & h_{L_c}(n) & \cdots & \cdots & h_1(n) \\ 0 & \cdots & \cdots & h_{L_c}(n) & \cdots & h_2(n) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & h_{L_c}(n) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{H}_{ISI} = \begin{bmatrix} h_0(n) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1(n) & h_0(n) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{L_c}(n) & h_{L_c-1}(n) & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & h_{L_c}(n) & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & h_{L_c}(n) & \cdots & h_0(n) \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Seja o canal representado pela soma das matrizes responsáveis pelas interferências entre símbolos e entre blocos  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{ISI} + \mathbf{H}_{IBI}$  o sinal recebido já no formato paralelo pode ser modelado pela equação:

$$\tilde{\mathbf{Y}}[n] = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}[n] + \mathbf{V}[n], \quad (3.15)$$

onde  $\mathbf{V}[n]$  representa o ruído branco gaussiano.

A conversão do sinal recebido para o formato paralelo permite que no receptor, assim como no transmissor, o processamento do sinal aconteça em blocos. Em seguida o prefixo cíclico de cada bloco é removido. A remoção pode ser mapeada de forma matricial através da equação:

$$\mathbf{Y}[n] = \mathbf{R}_{CP}\tilde{\mathbf{Y}}[n] \quad (3.16)$$

$$= \mathbf{R}_{CP}\mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n] \quad (3.17)$$

$$= \mathbf{R}_{CP}\mathbf{H}\mathbf{T}_{CP}\mathbf{X}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n]. \quad (3.18)$$

Sendo  $\mathbf{R}_{CP} \in \mathbb{R}^{N \times (N+L)}$  a matriz que anula o efeito das  $L$  primeiras linhas de  $\mathbf{H}_{IBI}$ ,  $\mathbf{H}_{ISI}$  e  $\mathbf{V}[n]$ :

$$\mathbf{R}_{CP} = \begin{bmatrix} 0_{N \times L} & \mathbf{I}_N \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

É possível observar que, desde que o comprimento do prefixo cíclico seja maior ou igual ao comprimento da memória do canal ( $L_c - 1$ ), sua remoção faz com que a interferência entre os blocos adjacentes seja anulada, restando apenas a interferência entre símbolos.

Alem disto, a inserção e remoção do prefixo faz com que a matriz de convolução equivalente do canal seja circulante:

$$\mathbf{C} = \mathbf{R}_{CP}\mathbf{H}_{ISI}\mathbf{T}_{CP} \quad (3.20)$$

Sendo  $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  tal que:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} h_0(n) & 0 & \cdots & h_{L_c}(n) & \cdots & h_2(n) & h_1(n) \\ h_1(n) & h_0(n) & \cdots & 0 & h_{L_c}(n) & \cdots & h_2(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & \vdots \\ h_{L_c}(n) & h_{L_c-1}(n) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ 0 & h_{L_c}(n) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{L_c}(n) & \cdots & \cdots & \cdots & h_0(n) \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Sendo assim, a Equação (3.18) pode ser reescrita da forma:

$$\mathbf{Y}[n] = \mathbf{C}\mathbf{X}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n], \quad (3.22)$$

Após a remoção do prefixo cíclico os símbolos recebidos são convertidos para o domínio da frequência através de uma transformada de Fourier. Seja  $\mathbf{F}_N \in \mathbb{C}^{N \times N}$  a matriz unitária de Fourier, a transformada é aplicada independentemente em cada um dos blocos, sendo  $\mathbf{Y}[k] \in \mathbb{C}^{N \times K}$  a representação do sinal recebido no domínio transformado.

$$\mathbf{Y}[k] = \mathbf{F}_N\mathbf{Y}[n] \quad (3.23)$$

$$= \mathbf{F}_N\mathbf{C}\mathbf{X}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n] \quad (3.24)$$

$$= \mathbf{F}_N\mathbf{C}\mathbf{F}_N^{-1}\mathbf{X}[k] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n]. \quad (3.25)$$

Sendo a matriz  $\mathbf{C}$  circulante, a transformação para o domínio da frequência no receptor associada à sua inversa aplicada no transmissor  $\mathbf{F}_N\mathbf{C}\mathbf{F}_N^{-1}$  resulta em uma matriz equivalente de canal diagonal [34] definida por:

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{F}_N\mathbf{C}\mathbf{F}_N^{-1} \in \mathbb{C}^{N \times N}, \quad (3.26)$$

composta pela resposta ao impulso do canal no domínio transformado.

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1(k) & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2(k) & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3(k) & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \lambda_N(k) \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

O processamento do sinal realizado no transmissor e no receptor resulta na eliminação da interferência entre blocos e em uma matriz de canal equivalente diagonal, de forma que a equalização se torna simplificada.

Substituindo a Equação (3.26) na Equação (3.25) obtém-se:

$$\mathbf{Y}[k] = \mathbf{\Lambda}\mathbf{X}[k] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n] \quad (3.28)$$

Após a retirada das subportadoras o mapeamento realizado na mensagem antes da transmissão através da matriz  $\mathbf{D}$  é desfeito pela matriz  $\mathbf{D}^{-1}$ .

$$\mathbf{S}_r[k] = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{Y}[k] \in \mathbb{C}^{M \times K} \quad (3.29)$$

Seja  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  uma matriz composta pelos coeficientes do equalizador no domínio da frequência, definida detalhadamente mais a frente, os símbolos recebidos são equalizados de forma a compensar os efeitos do canal.

$$\mathbf{S}_w[k] = \mathbf{W}\mathbf{S}_r[k]. \quad (3.30)$$

Após a equalização o sinal é novamente trazido para o domínio do tempo através de uma transformada inversa de Fourier aplicada independentemente em cada bloco de mensagem. Sendo  $\mathbf{F}_M^{-1} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  a matriz da transformada inversa contendo  $M$  pontos o sinal resultante pode ser expresso da seguinte forma:

$$\mathbf{S}_w[n] = \mathbf{F}_M^{-1}\mathbf{S}_w[k]. \quad (3.31)$$

Já no domínio do tempo, o mapeamento da mensagem em símbolos de uma constelação complexa é desfeito através de um decisor, e os símbolos da mensagem transmitida são estimados.

### 3.4 Sistema OFDM de transmissão

Sistemas que utilizam múltiplas portadoras e empregam a modulação OFDM vem sendo bastante estudados para transmissões no ambiente subaquático como alternativa ao método de monoportadora. Seus principais atrativos são o aumento na

taxa de transmissão e a simplificação dos algoritmos utilizados para estimativa de canal e detecção de dados. Além disto a equalização pode ser realizada no domínio da frequência, FDE, eliminado assim a necessidade de filtros equalizadores longos no domínio do tempo para combater a possível interferência entre os símbolos.

Na modulação OFDM a banda disponível para a transmissão é dividida em sub-bandas ou subportadoras, sendo elas adjacentes e espaçadas, e cada símbolo é alocado em uma subportadora como exemplificado na Figura 3.8.

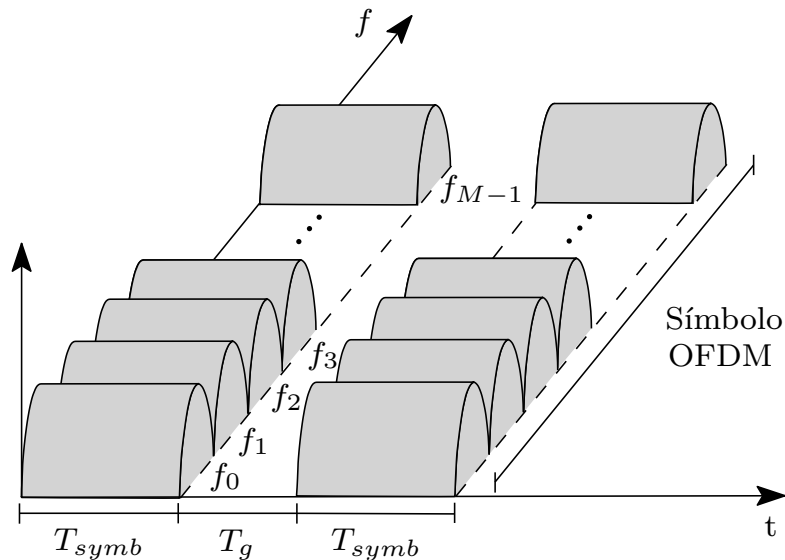


Figura 3.8: Símbolos alocados nas subportadoras

Neste caso a banda é subdividida em  $M$  subportadoras, ou seja, um bloco contendo  $M$  símbolos alocados nas subportadoras compõe o símbolo OFDM, cuja transmissão ocorre em  $T_{symb}$  ms.

Devido à natureza dispersiva do canal, é esperado que haja interferência entre os símbolos ISI transmitidos de forma serial, entretanto, desde que o sistema seja projetado de forma adequada, subportadoras ortogonais entre si, a ISI pode ser completamente eliminada na recepção.

Para eliminar a interferência entre blocos adjacentes um período de guarda  $T_g$  é inserido entre blocos consecutivos. Este período de guarda pode ser obtido de duas formas diferentes: um deles é adicionando zeros no final de cada bloco OFDM, e o outro é inserindo um prefixo cíclico no início de cada bloco OFDM, ambos detalhados na Seção 3.3.

### 3.4.1 Visão geral

As Figuras 3.9 e 3.10 apresentam os diagramas de blocos do transmissor e do receptor de um sistema OFDM de transmissão, respectivamente. O modelo matemático desenvolvido está baseado nestes diagramas. Assim como no caso do sistema SC-

FDMA, também é importante salientar que o processamento realizado no sinal, tanto no transmissor quanto no receptor acontece em blocos cujo tamanho é definido pela banda disponível para a transmissão.

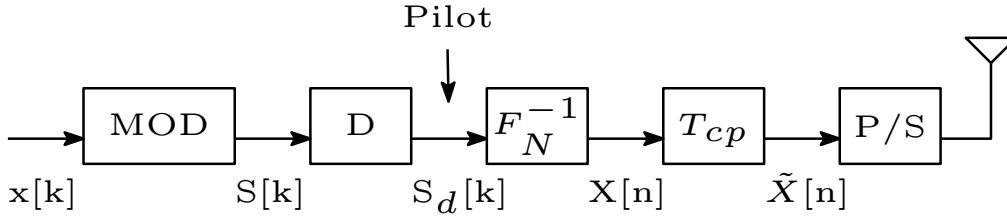


Figura 3.9: Diagrama de blocos de um transmissor do sistema OFDM.

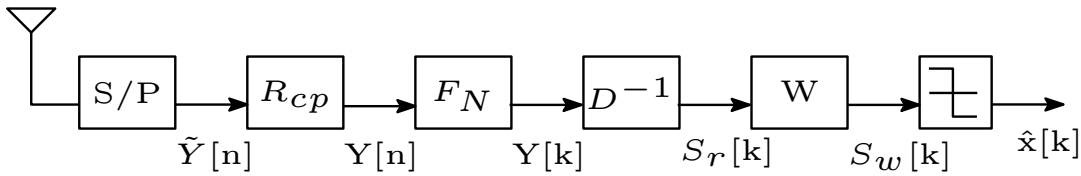


Figura 3.10: Diagrama de blocos de um receptor do sistema OFDM.

No transmissor, a mensagem binária é modulada segundo uma técnica digital (**MOD**). Zeros são inseridos nas posições da mensagem correspondentes às subportadoras que não serão utilizadas (**D**) e, em seguida, uma Transformada Inversa de Fourier ( $F_N^{-1}$ ) é utilizada para mapear a mensagem nas subportadoras e assim gerar os símbolos OFDM. Um bloco de símbolos piloto é adicionado ao sinal para que a estimativa do canal possa ser realizada no receptor. O prefixo cíclico é adicionado em cada bloco ( $T_{CP}$ ) e em seguida o sinal é transmitido de forma serial (**P/S**).

No receptor, o sinal é disposto em blocos (**S/P**), o prefixo cíclico é removido ( $R_{CP}$ ), a Transformada Discreta de Fourier é aplicada ( $F_N$ ) e os zeros correspondentes as subportadoras não utilizadas são removidos ( $D^{-1}$ ). O sinal é então equalizado (**W**). Os símbolos estimados passam então por um decisor.

### 3.4.2 Modelagem matemática

Seja  $\mathbf{x}[n]$  um bloco de uma mensagem binária contendo  $t$  bits:

$$\mathbf{x}[n] = \begin{bmatrix} x_1(n) & x_2(n) & x_3(n) & \cdots & x_t(n) \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Antes de serem transmitidos os bits são mapeados em símbolos de uma constelação complexa segundo uma modulação digital:

$$\mathbf{s}[k] = \begin{bmatrix} s_1(k) & s_2(k) & s_3(k) & \dots & s_{MK}(k) \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

A mensagem codificada é então disposta em uma quantidade  $K$  de blocos, sendo que cada um contem  $M$  símbolos de forma a compor uma matriz de dimensões  $(M \times K)$ :

$$\mathbf{S}[k] = \begin{bmatrix} s_1(k) & s_{M+1}(k) & \cdots & s_{M(K-1)+1}(k) \\ s_2(k) & s_{M+2}(k) & \cdots & s_{M(K-1)+2}(k) \\ s_3(k) & s_{M+3}(k) & \cdots & s_{M(K-1)+3}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M(k) & s_{2M}(k) & \cdots & s_{MK}(k) \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

O sistema OFDM, assim como o SC-FDMA, também divide a banda disponível para a transmissão em múltiplas subportadoras paralelas, mantendo a ortogonalidade entre elas, e então mapeia cada uma das  $M$  saídas do modulador digital em uma das  $N$  subportadoras ortogonais disponíveis.

O conjunto de subportadoras utilizado também é adjacente, (como observado na Figura 3.7) e centralizado na banda.

Zeros são adicionados a mensagem nas posições referentes às subportadoras que não serão utilizadas através da matriz  $\mathbf{D}$ , definida na Equação 3.6.

O sinal mapeado pode ser representado por  $\mathbf{S}_d[n] = \mathbf{D}\mathbf{S}[k]$  sendo que cada bloco de sinal passa a ter comprimento  $N$  e a matriz de sinal  $\mathbf{S}_d[k] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ ,  $N > M$ .

Em seguida uma Transformada Inversa de Fourier (IDFT) com  $N$  pontos aloca a mensagem nas subportadoras transformando suas amplitudes em um sinal complexo no domínio do tempo, gerando assim os símbolos OFDM.

Seja  $\mathbf{F}_N^{-1}$  a matriz inversa da transformada de Fourier,  $\mathbf{X}[n] = \mathbf{F}_N^{-1}\mathbf{S}_d[k]$  é uma matriz que representa o sinal transformado.

O transmissor realiza ainda uma outra operação de processamento antes da transmissão do sinal, a inserção do prefixo cíclico, este processo pode ser modelado de forma matricial como:

$$\tilde{\mathbf{X}}[n] = \mathbf{T}_{CP}\mathbf{X}[n], \quad (3.35)$$

sendo  $\mathbf{T}_{CP} \in \mathbb{R}^{(N+L) \times N}$  a matriz responsável pela inserção do prefixo definida pela Equação 3.11.

Antes de ser transmitido o sinal é novamente convertido para o formato serial.

A mensagem é então transmitida através de um canal ruidoso e invariante no tempo, cuja resposta ao impulso de comprimento  $L_c$  é definida pela Equação 3.12.

Seja o canal representado pela soma das matrizes responsáveis pelas interferências entre símbolos e entre blocos  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{ISI} + \mathbf{H}_{IBI}$  o sinal recebido pode ser modelado pela equação:



$$\tilde{\mathbf{Y}}[n] = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}[n] + \mathbf{V}[n], \quad (3.36)$$

onde  $\mathbf{V}[n]$  representa o ruído branco gaussiano.

Logo após a recepção o sinal é convertido novamente para o formato paralelo para que o processamento no receptor também seja realizado em blocos. Em seguida o prefixo cíclico de cada bloco é removido. A remoção pode ser mapeada de forma matricial através da equação:

$$\mathbf{Y}[n] = \mathbf{R}_{CP}\tilde{\mathbf{Y}}[n] \quad (3.37)$$

$$= \mathbf{R}_{CP}\mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n] \quad (3.38)$$

$$= \mathbf{R}_{CP}\mathbf{H}\mathbf{T}_{CP}\mathbf{X}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n], \quad (3.39)$$

sendo  $\mathbf{R}_{CP} \in \mathbb{R}^{N \times (N+L)}$  a matriz que remove os primeiros  $L$  símbolos de cada bloco, definida pela Equação 3.19.

Assim como no caso da transmissão SC-FDMA, é possível observar que, desde que o comprimento do prefixo cíclico seja maior ou igual ao comprimento da memória do canal ( $L_c - 1$ ), sua remoção faz com que a interferência entre os blocos adjacentes seja anulada, restando apenas a interferência entre símbolos. A matriz de convolução equivalente de canal se torna circulante, sendo  $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  tal que:

$$\mathbf{C} = \mathbf{R}_{CP}\mathbf{H}_{ISI}\mathbf{T}_{CP}. \quad (3.40)$$

Sendo assim, a Equação (3.39) pode ser reescrita da forma:

$$\mathbf{Y}[n] = \mathbf{C}\mathbf{X}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n]. \quad (3.41)$$

Após a remoção do prefixo cíclico, os símbolos recebidos são convertidos para o domínio da frequência através de DFT. Seja  $\mathbf{F}_N \in \mathbb{C}^{N \times N}$  a matriz unitária correspondente à DFT, a transformada é aplicada independentemente em cada um dos blocos, sendo  $\mathbf{Y}[k]$  a representação do sinal no domínio transformado  $\in \mathbb{C}^{N \times K}$ .

$$\mathbf{Y}[k] = \mathbf{F}_N\mathbf{Y}[n] \quad (3.42)$$

$$= \mathbf{F}_N\mathbf{C}\mathbf{X}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n] \quad (3.43)$$

$$= \mathbf{F}_N\mathbf{C}\mathbf{F}_N^{-1}\mathbf{S}_d[k] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{V}[n]. \quad (3.44)$$

Novamente, sendo a matriz  $\mathbf{C}$  circulante, a transformação para o domínio da frequência no receptor associada à sua inversa aplicada no transmissor  $\mathbf{F}_N\mathbf{C}\mathbf{F}_N^{-1}$

resulta em uma matriz equivalente de canal diagonal [34] definida por:

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{F}_N \mathbf{C} \mathbf{F}_N^{-1} \in \mathbb{C}^{N \times N}, \quad (3.45)$$

composta pela sequência que forma a matriz  $\mathbf{C}$  no domínio transformado.

Substituindo a equação (3.45) na equação (3.44) obtém-se:

$$\mathbf{Y} [k] = \mathbf{\Lambda} \mathbf{S}_d [k] + \mathbf{R}_{CP} \mathbf{V} [k]. \quad (3.46)$$

Após a retirada das subportadoras, o mapeamento realizado na mensagem antes de ser transmitida através da matriz  $\mathbf{D}$  é desfeito pela matriz  $\mathbf{D}^{-1}$ .

$$\mathbf{S}_r [k] = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{Y} [k] \in \mathbb{C}^{M \times K}. \quad (3.47)$$

Seja  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  uma matriz composta pelos coeficientes do equalizador no domínio da frequência, definida detalhadamente mais a frente, os símbolos recebidos são equalizados de forma a compensar os efeitos do canal.

$$\mathbf{S}_w [k] = \mathbf{W} \mathbf{S}_r [k]. \quad (3.48)$$

Após a equalização, o sinal recebido passa por um decisor que estima os símbolos que foram transmitidos.

### 3.5 Sistema FSK de transmissão

FSK é uma modulação digital em frequência, segundo a qual a informação digital é transmitida através de alterações discretas na frequência da portadora. Uma das possibilidades de utilização da modulação FSK emprega 4 portadoras, cada uma transporta a informação de um símbolo como exemplificado na Figura 3.11. Neste exemplo cada 2 bits compõe um símbolo, sendo portanto necessárias 4 portadoras para sua transmissão. É possível observar a conversão deste símbolo para o formato decimal, sendo cada um modulado de acordo com a frequência específica da portadora designada para este símbolo.

Neste exemplo, cada símbolo, composto por 2 bits, tem a mesma duração 25.6 ms e é transmitido em uma portadora específica, sendo elas igualmente espaçadas de acordo com a banda disponível para a transmissão.

Apesar da baixa sensibilidade aos erros de portadora associados ao maior espaçamento entre elas, a transmissão utilizado este tipo de modulação tem a desvantagem da baixa taxa de transmissão, uma vez que cada portadora mapeia apenas um símbolo.

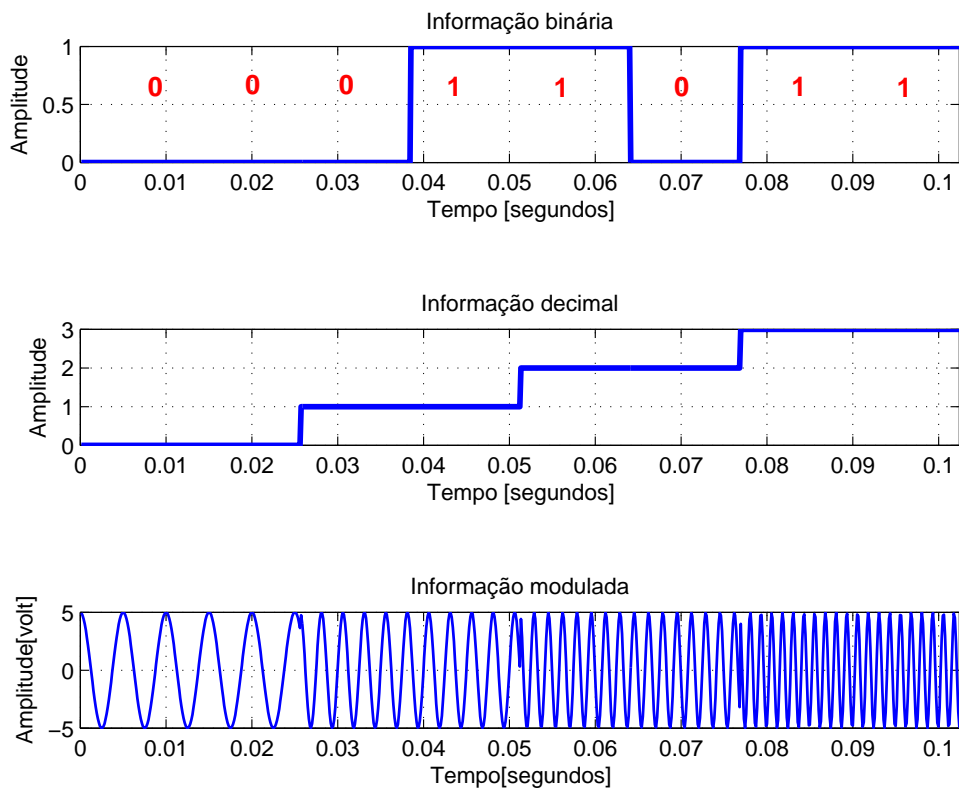


Figura 3.11: Exemplo de modulação FSK com 4 portadoras.

No receptor a distribuição da energia em torno da banda de transmissão é avaliada, e de acordo com o posicionamento do pico de energia o símbolo transmitido é estimado.

### 3.5.1 Visão geral

As Figuras 3.12 e 3.13 apresentam os diagramas de blocos do transmissor e do receptor de um sistema FSK de transmissão, respectivamente. O modelo matemático desenvolvido está baseado nestes diagramas. Assim como no caso do sistema SC-FDMA e OFDM, também é importante salientar que o processamento realizado no sinal, no receptor, acontece em blocos cujo tamanho é definido pela banda disponível para a transmissão, e pelo espaçamento entre as portadoras utilizadas.

No transmissor, a mensagem é modulada segundo uma técnica digital FSK, nesta técnica cada símbolo é mapeado em uma das portadoras. Em seguida, a mensagem é convertida para o formato paralelo (**S/P**) compondo blocos. O primeiro bloco da mensagem transmitida contém símbolos piloto, este bloco é adicionado ao sinal para que a estimativa do canal possa ser realizada no receptor. Em seguida, o tempo de

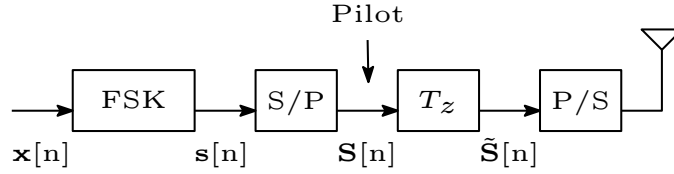


Figura 3.12: Diagrama de blocos de um transmissor do sistema FSK.

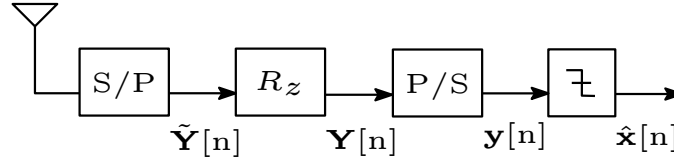


Figura 3.13: Diagrama de blocos de um receptor do sistema FSK.

guarda é adicionado entre blocos consecutivos através da inserção de zeros no início de cada bloco ( $T_z$ ). O sinal é então transmitido de forma serial ( $P/S$ ).

No receptor, o sinal é novamente disposto em blocos ( $S/P$ ) e o tempo de guarda é removido ( $R_z$ ). Os símbolos, já no formato serial ( $P/S$ ), são estimados.

### 3.5.2 Modelagem matemática

Seja  $\mathbf{x}[n]$  um bloco de uma mensagem binária contendo  $i$  bits:

$$\mathbf{x}[n] = \begin{bmatrix} x_1(n) & x_2(n) & x_3(n) & \cdots & x_i(n) \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Antes de serem transmitidos os bits são mapeados em símbolos de uma constelação complexa segundo uma modulação digital <sup>1</sup>:

$$\mathbf{s}[n] = \begin{bmatrix} s_1(n) & s_2(n) & s_3(n) & \dots & s_{MK}(n) \end{bmatrix}. \quad (3.50)$$

Sendo o sinal da portadora dado por:

$$x_c(t) = A \cos(2\pi f_c t), \quad (3.51)$$

o sinal modulado pode ser escrito da seguinte forma:

$$x_M(t) = A \cos(2\pi(f_c + f_d)t), \quad \text{para } 0 < t < T_{\text{symp}}, \quad (3.52)$$

sendo  $f_d$  o desvio de frequência. Para o caso de  $M = 4$ , para o símbolo 00,  $f_d = -2\Delta f$ , para o símbolo 01,  $f_d = -\Delta f$ , para 11,  $f_d = \Delta f$ , e para 10,  $f_d = 2\Delta f$ .

A mensagem codificada é então disposta em uma quantidade  $K$  de blocos, sendo que cada um contem  $M$  símbolos, cada símbolo alocado em uma das  $M$  portadoras,

<sup>1</sup>Para o caso em que a modulação FSK utilizar 4 portadoras os símbolos mapeados são formados por 2 bits, logo  $MK = i/2$

de forma a compor uma matriz de dimensões  $(M \times K)$ :

$$\mathbf{S}[n] = \begin{bmatrix} s_1(n) & s_{M+1}(n) & \cdots & s_{M(K-1)+1}(n) \\ s_2(n) & s_{M+2}(n) & \cdots & s_{M(K-1)+2}(n) \\ s_3(n) & s_{M+3}(n) & \cdots & s_{M(K-1)+3}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_M(n) & s_{2M}(n) & \cdots & s_{MK}(n) \end{bmatrix}. \quad (3.53)$$

Em seguida o prefixo após a conversão para o formato serial o sinal é transmitido.

Na recepção o sinal, no formato paralelo, tem o prefixo removido e é novamente convertido para o formato serial. No receptor os símbolos transmitidos são estimados. A estimativa dos símbolos é realizada através da energia do símbolo transmitido. O posicionamento, no domínio da frequência, onde ocorre o pico da energia do sinal recebido indica qual o símbolo transmitido.

# Capítulo 4

## Equalização

### 4.1 Introdução

Conforme descrito no Capítulo 2 a transmissão de um sinal acústico no ambiente subaquático está sujeita a uma série de intempéries relacionadas às condições do meio dispersivo. Esta característica implica em um modelo de canal altamente seletivo na frequência, o que impõe desafios na elaboração do projeto do receptor. A forma usual de combater a seletividade do canal é utilização de um processo de filtragem do sinal recebido capaz de aprimorar as componentes das frequências que foram mais fortemente atenuadas. Esta filtragem é realizada pelo equalizador.

A equalização é um processo de filtragem do sinal recebido cujo objetivo é inverter os efeitos causados pelo canal no sinal transmitido. Em comunicações digitais a proposta do equalizador é reduzir a interferência entre símbolos (ISI). Existem diferentes formas de implementação de equalizadores, uma das técnicas mais comuns usadas para combater esta interferência é a equalização linear. O equalizador ZF (do inglês, *Zero Forcing*) é um exemplo de equalizador linear. Trata-se de um filtro que reproduz, aproximadamente, o inverso da resposta do canal. Alguns tipos de equalizadores necessitam de uma estimativa do canal, a qual pode ser feita no domínio do tempo ou da frequência.

Foi observado que, nos sistemas SC-FDMA e OFDM descritos anteriormente, devido ao processamento realizado no transmissor e no receptor (inserção seguida da remoção do prefixo e aplicação da DFT seguida pela IDFT), a equalização realizada no domínio da frequência, FDE, torna-se bem simples, contando com a multiplicação apenas por um fator. Este processo é identificado pela composição da matriz do equalizador, com formato diagonal.

Neste capítulo são apresentadas diferentes formas de estimar o canal na Seção 4.2. Dois possíveis projetos de equalizadores lineares sendo eles: MMSE (do inglês, *Minimum Mean Square Error*) e ZF são apresentados na Seção 4.3.

## 4.2 Estimativa do canal

A deterioração do sinal recebido muitas vezes impossibilita a recuperação da informação transmitida. Desta forma, para recuperar a informação é necessário compensar os efeitos do canal, sendo o processo de equalização utilizado para tanto. O projeto de equalizador ZF utiliza uma estimativa do canal para compensar seus efeitos, enquanto o equalizador MMSE compensa os efeitos do canal sem estimá-lo. Devido principalmente às constantes alterações do meio, não é possível o pleno conhecimento do canal, de forma que o usual é a utilização de sua estimativa. O canal pode ser estimado de diferentes maneiras, a seguir são apresentadas duas delas.

### 4.2.1 Estimativa do canal no domínio do tempo

Seja  $\mathbf{s}_p[n]$  uma sequência conhecida de símbolos complexos oriundos de uma constelação conhecida com distribuição uniforme obtidos de forma aleatória. Esta sequência de símbolos, denominados pilotos, é o primeiro bloco de sinal que será transmitido, sendo os demais blocos de dados. Esta sequência será utilizada no receptor para obter uma estimativa do canal e possibilitar a elaboração de um equalizador capaz de compensar os efeitos causados pelo canal na mensagem transmitida.

Para que a estimativa do canal seja realizada no domínio do tempo uma sequência de  $N$  símbolos  $\mathbf{s}_p[n] \in \mathbb{C}^N$  compõe um bloco de sinal piloto que é adicionado ao sinal que será transmitido antes da inserção do prefixo cíclico. Desta forma, antes de ser transmitido o piloto também é acrescido de um prefixo cíclico de comprimento  $L = L_c$ , modelado pela matriz  $\mathbf{T}_{CP}$  definida pela Equação 3.11. Este prefixo permite a eliminação da interferência entre o bloco de sinal piloto e os blocos de dados:

$$\tilde{\mathbf{s}}_p[n] = \mathbf{T}_{CP}\mathbf{s}_p[n]. \quad (4.1)$$

Os símbolos pilotos são obtidos de forma aleatória, sendo assim a sequência piloto é descorrelacionada. A Figura 4.1 exemplifica a função de autocorrelação de um bloco de sinal piloto com  $N = 256$  símbolos.

A sequência de sinal piloto  $\tilde{\mathbf{y}}_p[n]$  que chega no receptor é uma versão do sinal transmitido  $\tilde{\mathbf{s}}_p[n]$  alterado pela ação do canal. Esta alteração pode ser modelada como uma convolução discreta entre o sinal transmitido  $\tilde{\mathbf{s}}_p[n]$  e a resposta ao impulso do canal  $\mathbf{h}[n]$  definida na Equação (3.12) acrescida de um ruído:

$$\tilde{\mathbf{y}}_p[n] = \tilde{\mathbf{s}}_p[n] \star \mathbf{h}[n] + \mathbf{v}[n]. \quad (4.2)$$

A convolução discreta por sua vez pode ser representada de forma matricial através da equação:

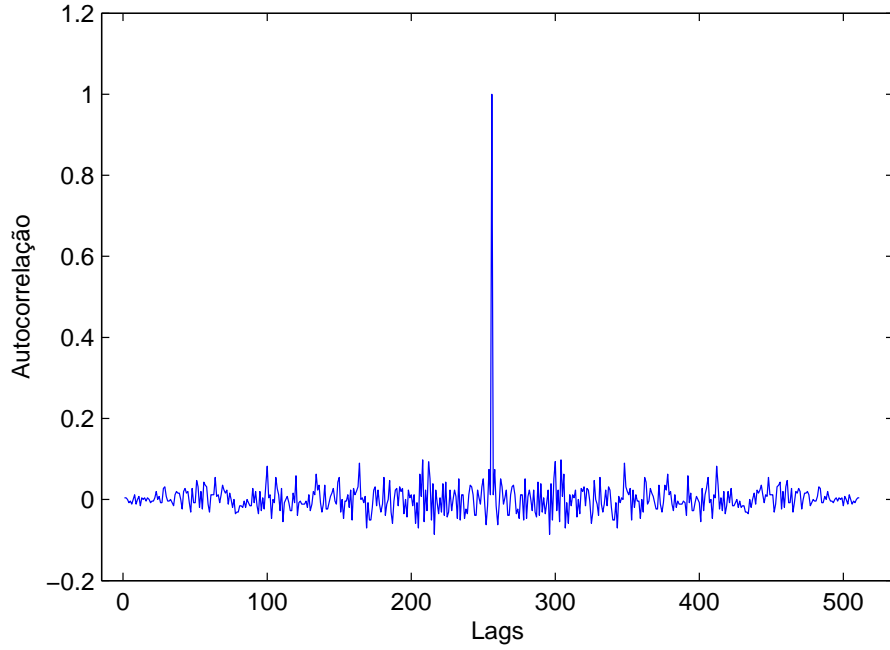


Figura 4.1: Função de autocorrelação de uma sequência de sinal piloto contendo 256 símbolos.

$$\tilde{\mathbf{y}}_p[n] = \mathbf{S}_p[n]\mathbf{h}[n] + \mathbf{v}[n] \quad (4.3)$$

sendo  $\mathbf{v}[n]$  o ruído adicionado e  $\mathbf{S}_p[n] \in \mathbb{C}^{(N+L) \times L_c}$  a matriz de convolução de  $\tilde{\mathbf{s}}_p[n]$  definida por:

$$\mathbf{S}_p[n] = \begin{bmatrix} \tilde{s}_{p_1}(n) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{s}_{p_2}(n) & \tilde{s}_{p_1}(n) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tilde{s}_{p_L}(n) & \tilde{s}_{p_{(L-1)}}(n) & \cdots & \cdots & \tilde{s}_{p_1}(n) \\ \tilde{s}_{p_{(L+1)}}(n) & \tilde{s}_{p_L}(n) & \tilde{s}_{p_{(L-1)}}(n) & \cdots & \tilde{s}_{p_2}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tilde{s}_{p_{(N+L)}}(n) & \tilde{s}_{p_{(N+L-1)}}(n) & \cdots & \cdots & \tilde{s}_{p_{(N+1)}}(n) \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Com a remoção do prefixo cíclico, representada pela matriz  $\mathbf{R}_{CP}$  definida na Equação (3.19), os primeiros  $L$  símbolos do sinal recebido são descartados

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_p[n] &= \mathbf{R}_{CP}\tilde{\mathbf{y}}_p[n] \\ &= \mathbf{R}_{CP}\mathbf{S}_p[n]\mathbf{h}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{v}[n]. \end{aligned} \quad (4.5)$$



Seja  $\mathbf{S}'_p[n] = \mathbf{R}_{CP}\mathbf{S}_p[n]$ , a matriz de convolução de  $\tilde{\mathbf{s}}_p[n]$  já com o prefixo cíclico removido,  $\mathbf{y}_p[n] \in \mathbb{C}^N$  pode ainda ser representado como:

$$\mathbf{y}_p[n] = \mathbf{S}'_p[n]\mathbf{h}[n] + \mathbf{R}_{CP}\mathbf{v}[n], \quad (4.6)$$

sendo:

$$\mathbf{S}'_p[n] = \begin{bmatrix} \tilde{s}_{p(L+1)}(n) & \tilde{s}_{pL}(n) & \cdots & \cdots & \tilde{s}_{p1}(n) \\ \tilde{s}_{p(L+2)}(n) & \tilde{s}_{p(L+1)}(n) & \tilde{s}_{p(L-1)}(n) & \cdots & \tilde{s}_{p2}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \tilde{s}_{p(N+L)}(n) & \tilde{x}s_{p(N+L-1)}(n) & \cdots & \cdots & \tilde{s}_{p(N+1)}(n) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times L_c}. \quad (4.7)$$

Desta forma é possível obter a resposta do canal ao impulso através do método LS (do inglês, *Least Squares*) de forma que:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_p[n] &= \mathbf{S}'_p[n]\mathbf{h}[n] + \mathbf{v}[n] \\ \mathbf{S}'_p[n]\mathbf{h}[n] &= \mathbf{y}_p[n] - \mathbf{v}[n] \\ \mathbf{S}'_p{}^H[n]\mathbf{S}'_p[n]\mathbf{h}[n] &= \mathbf{S}'_p{}^H[n](\mathbf{y}_p[n] - \mathbf{v}[n]) \\ \mathbf{h}[n] &= \left(\mathbf{S}'_p{}^H[n]\mathbf{S}'_p[n]\right)^{-1} \mathbf{S}'_p{}^H[n](\mathbf{y}_p[n] - \mathbf{v}[n]). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Observa-se a partir da Equação 4.8 que para a obtenção da matriz de canal seria necessário o conhecimento do ruído adicionado. Não sendo possível a eliminação do ruído na recepção, o que obtemos neste processo passa a ser uma estimativa  $\hat{\mathbf{h}}[n] \in \mathbb{R}^{L_c}$  da resposta do canal ao impulso definida como:

$$\hat{\mathbf{h}}[n] = \left(\mathbf{S}'_p{}^H[n]\mathbf{S}'_p[n]\right)^{-1} \mathbf{S}'_p{}^H[n]\mathbf{y}_p[n]. \quad (4.9)$$

## 4.2.2 Estimativa do canal no domínio da frequência

Para que a estimativa da resposta ao impulso do canal seja realizada no domínio da frequência uma sequência de  $N$  símbolos pilotos  $\bar{\mathbf{x}}_p \in \mathbb{C}^N$  oriundos de uma constelação QAM, obtidos de forma aleatória, compõe o primeiro bloco de sinal e é adicionada ao sinal que será transmitido antes do mapeamento nas subportadoras. Em seguida o mapeamento é realizado através da IDFT ( $\mathbf{F}_N^{-1}$ ).

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{F}_N^{-1}\bar{\mathbf{x}}_p. \quad (4.10)$$

Após o mapeamento nas subportadoras um prefixo cíclico de comprimento  $L$ ,

sendo  $L$  maior ou igual ao comprimento da resposta ao impulso do canal ( $L_c$ ), é inserido no sinal piloto. Sendo  $\mathbf{T}_{CP}$  a matriz que insere o prefixo cíclico definida na equação 3.11 tem-se:

$$\tilde{\mathbf{x}}_p = \mathbf{T}_{CP}\mathbf{x}_p. \quad (4.11)$$

O sinal piloto modificado pelo canal  $\tilde{\mathbf{y}}_p[n]$  pode ser modelado através de uma convolução discreta entre o sinal transmitido  $\tilde{\mathbf{x}}_p$ , e a resposta ao impulso do canal  $\mathbf{h}[n]$  definida na Equação (3.12) adicionada de um ruído branco gaussiano:

$$\tilde{\mathbf{y}}_p[n] = \tilde{\mathbf{x}}_p \star \mathbf{h}[n] + \mathbf{v}[n]. \quad (4.12)$$

Após a recepção os primeiros  $L$  símbolos do sinal piloto referentes ao prefixo cíclico são removidos, Esta remoção é modelada pela matriz  $\mathbf{R}_{CP}$ , definida pela Equação 3.19. Em seguida a transformada de Fourier é aplicada ao sinal, sendo  $\mathbf{F}_N$  a matriz unitária da transformada de Fourier com  $N$  pontos definidas anteriormente, desta forma os símbolos da sequência de sinal piloto recebidos  $\mathbf{y}_p[n]$  são levados para o domínio da frequência:

$$\mathbf{y}_p[n] = \mathbf{R}_{CP}\tilde{\mathbf{y}}_p[n] \quad (4.13)$$

$$\mathbf{y}_p[k] = \mathbf{F}_N\mathbf{R}_{CP}\tilde{\mathbf{y}}_p[n]. \quad (4.14)$$

No domínio da frequência, a convolução entre a sequência de sinal piloto e a resposta ao impulso do canal pode ser modelada como uma multiplicação simples entre a transformada da sequência de sinal piloto transmitido (com  $N$  pontos) e a transformada da resposta ao impulso do canal.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_p[k] &= \mathbf{F}_N(\mathbf{R}_{CP}(\tilde{\mathbf{x}}_p \star \mathbf{h}[n]) + \mathbf{v}[n]) \\ &= \mathbf{F}_N\mathbf{R}_{CP}\tilde{\mathbf{x}}_p \cdot \mathbf{F}_N\mathbf{h}[n] + \mathbf{v}[k]. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Seja  $\mathbf{X}_p[k] \in \mathbb{C}^{N \times N}$  uma matriz diagonal composta pelos elementos de  $\mathbf{x}_p$  no domínio transformado:

$$\mathbf{X}_p[k] = \begin{bmatrix} x_{p1}(k) & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & x_{p2}(k) & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x_{p3}(k) & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & x_{pN}(k) \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

é possível descrever de forma matricial a convolução no domínio da frequência entre o sinal transmitido  $\mathbf{x}_p$  e a resposta ao impulso do canal  $\mathbf{h}(n)$ .

$$\mathbf{y}_p[k] = \mathbf{X}_p[k] \cdot \mathbf{h}[k] + \mathbf{v}[k]. \quad (4.17)$$

Através de uma inversa simples é possível obter a resposta ao impulso do canal no domínio da frequência:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_p[k] &= \mathbf{X}_p[k] \cdot \mathbf{h}[k] + \mathbf{v}[k] \\ \mathbf{y}_p[k] - \mathbf{v}[k] &= \mathbf{X}_p[k] \cdot \mathbf{h}[k] \\ \mathbf{X}_p^{-1}[k] \cdot (\mathbf{y}_p[k] - \mathbf{v}[k]) &= \mathbf{X}_p^{-1}[k] \mathbf{X}_p[k] \cdot \mathbf{h}[k] \\ \mathbf{h}[k] &= \mathbf{X}_p^{-1}[k] \cdot (\mathbf{y}_p[k] - \mathbf{v}[k]). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Assim como no caso da estimativa de canal no domínio do tempo, para obter a transformada da resposta ao impulso do canal no domínio da frequência seria necessário ter o conhecimento do ruído adicionado. Uma vez que não se tem esta informação, a resposta em frequência obtida é uma aproximação da resposta em frequência do canal  $\mathbf{h}[k] \in \mathbb{C}^N$  tal que:

$$\hat{\mathbf{h}}[k] = \mathbf{X}_p^{-1}[k] \cdot \mathbf{y}_p[k]. \quad (4.19)$$

## 4.3 Equalizadores

### 4.3.1 MMSE

Para minimizar os efeitos da interferência entre símbolos e os efeitos do ruído aditivo os coeficientes do equalizador podem ser obtidos utilizando a técnica MMSE.

No projeto de equalização MMSE queremos minimizar o valor esperado do erro médio quadrático [35, 36] definido por:

$$\varepsilon = E \{ \|\mathbf{x}[n] - \hat{\mathbf{x}}[n]\|_2^2 \} \quad (4.20)$$

Sendo  $\mathbf{x}[n]$  o sinal transmitido e  $\hat{\mathbf{x}}[n]$  o sinal estimado no receptor, é possível definir o erro médio quadrático:

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= E \{ \|\mathbf{x}[n] - \hat{\mathbf{x}}[n]\|_2^2 \} \\
&= E \{ (\mathbf{x}[n] - \hat{\mathbf{x}}[n])^H (\mathbf{x}[n] - \hat{\mathbf{x}}[n]) \} \\
&= \mathbf{x}^2[n] - 2 \cdot E \{ \mathbf{x}[n] \cdot \hat{\mathbf{x}}^H[n] \} + E \{ \hat{\mathbf{x}}^H[n] \cdot \hat{\mathbf{x}}[n] \} \\
&= \mathbf{x}^2[n] - 2E \{ \mathbf{x}[n] \cdot \mathbf{W}^H \mathbf{y}^H[n] \} + 2E \{ \mathbf{W}^H \mathbf{y}^H[n] \cdot \mathbf{y}[n] \mathbf{W} \}. \quad (4.21)
\end{aligned}$$

A solução linear ótima é tal que:

$$\mathbf{W} = \arg \min_{\mathbf{W}} \{ \varepsilon \}. \quad (4.22)$$

Para encontrar o ponto de mínimo desta função, vamos igualar sua derivada a zero. Resolvendo  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{W}^H} = 0$  :

$$-2E \{ \mathbf{x}[n] \cdot \mathbf{y}^H[n] \} + 2E \{ \mathbf{y}^H[n] \cdot \mathbf{y}[n] \} \mathbf{W} = 0. \quad (4.23)$$

Seja  $\mathbf{R}_{xy} = E \{ \mathbf{x}[n] \mathbf{y}^H[n] \}$  a matriz de correlação entre  $\mathbf{x}[n]$  e  $\mathbf{y}[n]$ , e  $\mathbf{R}_{yy} = E \{ \mathbf{y}[n] \mathbf{y}^H[n] \}$  a matriz de autocorrelação de  $\mathbf{y}[n]$  tem-se:

$$\begin{aligned}
-2\mathbf{R}_{xy} + 2\mathbf{R}_{yy}\mathbf{W} &= 0, \\
\mathbf{W} &= \mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{R}_{xy}. \quad (4.24)
\end{aligned}$$

Seja ainda:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{yy} &= E \{ \mathbf{y}[n] \mathbf{y}^H[n] \} \\
&= E \{ \hat{\mathbf{H}} \mathbf{x}[n] \mathbf{x}^H[n] \hat{\mathbf{H}}^H + \mathbf{v}(n) \mathbf{v}^T(n) \} \\
&= \hat{\mathbf{H}} E \{ \mathbf{x}[n] \mathbf{x}^H[n] \} \hat{\mathbf{H}}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \\
&= \hat{\mathbf{H}} \mathbf{R}_{xx} \hat{\mathbf{H}}^T + \sigma_n^2 \mathbf{I}, \quad (4.25)
\end{aligned}$$

e  $\mathbf{R}_{xy} = \hat{\mathbf{H}} \mathbf{R}_{xx}$ , é possível definir a matriz de coeficientes do equalizador como:

$$\mathbf{W} = \left( \hat{\mathbf{H}} \mathbf{R}_{xx} \hat{\mathbf{H}}^T + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \hat{\mathbf{H}} \mathbf{R}_{xx} \quad (4.26)$$

Como os símbolos que compõe o bloco do sinal piloto foram gerados de forma aleatória eles são descorrelacionados entre si. Sendo assim, a matriz de correlação

$\mathbf{R}_{xx}$  pode ser definida como:

$$\mathbf{R}_{xx} = \sigma_x^2 \mathbf{I}. \quad (4.27)$$

Substituindo a Equação 4.27 na Equação 4.26 temos [35, 36]:

$$\mathbf{W} = \left( \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^T + \frac{1}{\text{SNR}} \mathbf{I} \right)^{-1} \hat{\mathbf{H}}. \quad (4.28)$$

Na Equação 4.28  $\hat{\mathbf{H}}$  é a matriz de canal estimado no domínio da frequência que, conforme visto anteriormente é diagonal. Então, o processo de equalização FDE envolve somente produtos entre termos escalares (um único coeficiente para cada símbolo do bloco).

Nota-se ainda que, para uma SNR (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio*) relativamente elevada, o equalizador MMSE tem comportamento semelhante ao equalizador ZF.

### 4.3.2 ZF

A forma mais intuitiva de equalizar o sinal é inverter todas as distorções causadas pelo canal, este tipo de equalizador é comumente conhecido como *Zero Forcing*. No método ZF a equalização também é linear, a estimativa do canal é utilizada para projetar o equalizador. Neste caso aplica-se a inversa da resposta em frequência do canal sem que haja preocupação com os efeitos do ruído.

Esta nomenclatura está associada ao fato de ser possível reduzir a zero a interferência entre símbolos na ausência de ruído. Esta característica é bastante útil em ocasiões em que a interferência entre símbolos é predominante em relação aos efeitos do ruído.

Seja  $\hat{\mathbf{h}}(k)$  um vetor contendo os elementos de um canal estimados no domínio da frequência. O equalizador ZF pode ser descrito de forma simplificada como a inversa de uma matriz diagonal composta pelos elementos de  $\hat{\mathbf{h}}(k)$  [35]:

$$\mathbf{W} = \text{diag}\{\hat{\mathbf{h}}(k)\}^{-1} \quad (4.29)$$

$$= \left( \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^T \right)^{-1} \hat{\mathbf{H}}. \quad (4.30)$$

Durante a transmissão algumas frequências podem ter uma atenuação bastante significativa em relação as demais. Neste caso, para compensar os efeitos do canal o ganho do equalizador deve ser elevado, e como consequência, a potência do ruído também é amplificada, prejudicando a relação entre a potência do sinal e do ruído.

Outro ponto relevante são os zeros do canal, quando o sinal é completamente atenuado em uma determinada frequência não é possível a reversão dos efeitos do

canal naquela frequência específica.

# Capítulo 5

## Transmultiplexadores

### 5.1 Introdução

O constante desenvolvimento das técnicas de processamento de sinais aplicado às telecomunicações tem favorecido o estudo e implementação de novos sistemas que atendem à crescente demanda por taxas de transmissão cada vez maiores. Imerso neste contexto também se encontra a comunicação no meio subaquático sendo, assim como em outros meios, os recursos de processamento um forte aliado no desenvolvimento dos sistemas de comunicação. Ainda sob esta perspectiva, as operações típicas de filtragem digital possuem fundamental importância para processar sinais de um ou de vários usuários que compartilham um mesmo meio, de forma a possibilitar a recuperação da informação de forma confiável no receptor.

Diferentes tipos de filtros podem ser empregados em sistemas de comunicação, sendo eles fixos ou adaptativos, lineares ou não, ou com resposta ao impulso de duração finita ou infinita. Sendo ainda os filtros de resposta finita (FIR) os que têm menor custo de implementação, são estes os mais populares em meios de comunicação. Entretanto, uma forma de aperfeiçoar o processamento dos sinais é a utilização de sistemas que operem em múltiplas taxas, o qual internamente se comporta como um sistema variante no tempo, devido à presença de operações de elevação e redução da taxa de amostragem.

Sob esta perspectiva, sistemas que utilizam banco de filtros têm sido difundidos em várias áreas de conhecimento [25, 37]. A conexão entre banco de filtros e transmultiplexadores, ou TMUX, foi inicialmente discutida por Vetterli [38], sendo possível observar sua utilização em sistemas de comunicação [26, 29, 39, 40].

Na prática, os projetos de transmultiplexadores mais comuns empregam filtros de comprimentos curtos comparados ao fator de alteração da taxa de amostragem [41], sendo uma de suas principais características a obtenção de uma excelente separação de frequência, propriedade inerente de um bom *design* de filtros [28].

Seja um transmultiplexador projetado para operar em um ambiente livre de interferência entre símbolos, caso este TMUX seja utilizado em canais com múltiplos percursos é possível que seja apresentada uma severa degradação de sua performance, dada a introdução de ISI [42].

Em aplicações práticas os transmultiplexadores em bloco e sem memória são os mais comuns. Neste projeto o ZP é uma das formas de redundância mais eficientes para combater a IBI. Além disso, a redundância baseada em ZP requer menor potência de transmissão, uma vez que não carrega informação.

Neste capítulo é feita uma análise da aplicação de transmultiplexadores em transmissões em canais acústicos submarinos. Na Seção 5.2 é feita uma breve descrição dos bancos de filtros e suas principais características. Na Seção 5.3 são apresentados os transmultiplexadores baseados em banco de filtros assim como sua representação no domínio do tempo e da frequência. Já na Seção 5.4 é descrito o modelo de projeto dos filtros empregados no receptor para a obtenção da solução ZF.

## 5.2 Banco de filtros

O banco de filtros é um sistema que utiliza diversos filtros para separar um sinal de entrada em diversas componentes, cada uma contendo a informação em uma faixa de frequências do sinal original, processo este denominado análise. Uma vez realizado este processo, a possibilidade de recuperar o sinal original também é desejada, para isto, um outro projeto de bancos deve ser capaz de rearranjar as componentes do sinal decompostas. Este segundo processo é denominado síntese [25].

Um diagrama de blocos simplificado de banco de filtros de análise e síntese é apresentado na Figura 5.1, sendo que o conjunto  $\{g_r(q)\}_{r \in \mathcal{R}}$ , onde  $r \in \mathcal{R} = \{0, 1, \dots, R-1\}$ , representa os filtros de análise, e  $\{f_r(q)\}_{r \in \mathcal{R}}$  representa os filtros de síntese.

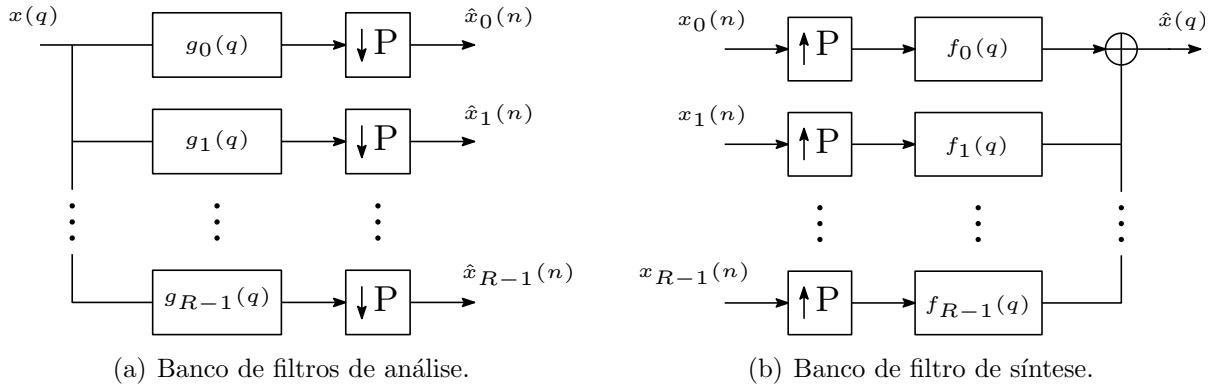


Figura 5.1: Representação de bancos de filtros de análise e síntese no domínio do tempo.



No processo de análise um banco de filtros digital com  $R$  sub-bandas de mesma largura,  $\frac{\pi}{R}$ , divide o sinal original, comum a todos os filtros, em  $R$  sinais. Cada um contendo uma parcela de informação do sinal original em diferentes faixas de frequência, já no processo de síntese, as  $R$  componentes são combinadas de forma a recuperar o sinal original.

É possível observar que o recurso da alteração da taxa do sinal original é empregada em bancos de filtros, para isto são utilizados operadores de interpolação e decimação, descritos de forma mais detalhada a seguir.

### 5.2.1 Interpoladores e decimadores

Essencialmente, um sistema que opera com múltiplas taxas utiliza dois importantes blocos: o decimador e o interpolador. O processo de interpolação é caracterizado pelo aumento da taxa de um dado sinal, enquanto que o processo de decimação se caracteriza pela redução da taxa do sinal. Na Figura 5.2 os processos de interpolação e decimação são representados em diagramas de blocos, assim como a relação entre suas entradas e saídas.

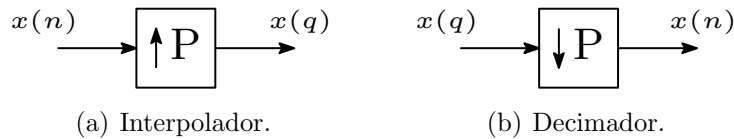


Figura 5.2: Representação em blocos dos processos de interpolação e decimação.

O aumento da taxa de um sinal de um fator  $P \in \mathbb{Z}$ , realizado pelo interpolador, consiste na introdução de  $P - 1$  zeros entre cada duas amostras consecutivas do sinal original, processo conhecido como *upsampling*. Seja um sinal  $\mathbf{x}(n) \in \mathbb{C}$ , sendo  $n \in \mathbb{Z}$ , é possível modelar de forma matemática o processo de interpolação da seguinte forma:

$$\mathbf{x}(q) = \begin{cases} \mathbf{x}(n), & \text{se } q/P \text{ inteiro,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.1)$$

De forma análoga, a decimação de um sinal por um fator  $P \in \mathbb{Z}$ , realizada pelo decimador, consiste no descarte de  $P - 1$  amostras a cada conjunto de  $P$  amostras, de forma que o sinal passa a ter uma taxa  $P$  vezes menor, processo conhecido como *downsampling*.

$$\hat{\mathbf{x}}(n) = \mathbf{x}(Pq). \quad (5.2)$$

É possível observar o comportamento de um sinal interpolado e decimado a uma taxa  $P = 2$ , no domínio da frequência nas Figuras 5.3 e 5.4 respectivamente, sendo

suas expressões matemáticas definidas como:

$$\mathbf{x}_q(z) = \frac{1}{R} \sum_{i=0}^{R-1} \mathbf{x}(z^{1/R} W_R^i), \quad W_R = e^{-j2\pi/R}, \quad (5.3)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(z) = \mathbf{x}(z^R). \quad (5.4)$$

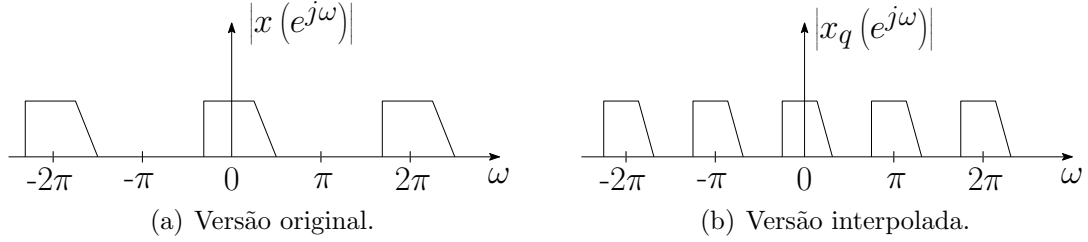


Figura 5.3: Representação do sinal interpolado de um fator  $P = 2$  no domínio da frequência.

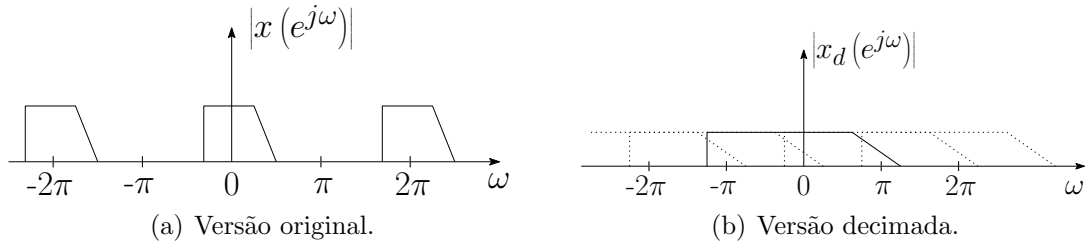


Figura 5.4: Representação do sinal decimado de um fator  $P = 2$  no domínio da frequência.

Durante o processo de interpolação são criadas cópias comprimidas do espectro do sinal original, não havendo portanto perda de informação. Já no processo de decimação, haverá perda de informação para o caso em que  $\mathbf{x}_r(n)$  não estiver limitado em  $\pi/R$ .

Considerando os filtros utilizados no projeto ideais, desde que sua largura de banda seja  $R$  vezes menor que a banda original e o projeto dos filtros utilizados na recepção seja adequado, é possível decimar cada um dos  $R$  sinais a uma taxa  $P \leq R$  sem que haja perda da informação original [24]. Caso a taxa de decimação seja maior que a quantidade de sub-bandas ( $P > R$ ), existe a perda de parte da informação transmitida, gerando um efeito conhecido como *aliasing*, de forma que a recuperação da informação original será comprometida. No caso em que  $P = R$  o banco de filtros é denominado como criticamente decimado ou minimamente interpolado, dado que este é o maior fator de decimação tal que a informação ainda seja preservada. Por outro lado, se  $P < R$  o banco de filtros é dito não criticamente decimado [25, 37].

Após a interpolação ou decimação do sinal a utilização de filtros digitais se faz necessária. Com a interpolação é possível obter uma versão suave do sinal desde que ele seja processado por um filtro que elimine as imagens espectrais que surgem nas frequências  $\pm \frac{2\pi}{R}i$ , sendo  $i \in \mathcal{R} = \{0, 1, \dots, R - 1\}$  devido a inserção de zeros. Analogamente, na recepção é necessária a eliminação das sobreposições de espectro, causadas pelo processo de decimação. Com esta finalidade são empregados filtros digitais antes do processo de decimação, de forma a limitar o sinal em frequência e eliminar a presença de *aliasing*.

## 5.2.2 Erros de reconstrução

Quando um sistema de banco de filtros é capaz de recuperar completamente o sinal original ele é dito de reconstrução perfeita. Quando o sistema não consegue reconstruir o sinal perfeitamente são três as significativas fontes de erros: *aliasing*, distorção de fase e de amplitude.

Visando solucionar estes problemas um projeto de filtros com reconstrução quase perfeita pode ser elaborado de forma a minimizar os erros observados na reconstrução e possibilitar a obtenção de uma versão aproximada do sinal original.

### *Aliasing*

No processo de construção de filtros reais são observadas uma faixa de passagem, uma faixa de rejeição, onde o sinal filtrado é fortemente atenuado e uma faixa de transição, entre a faixa de passagem e a de rejeição.

Quando se utiliza banco de filtros é desejado que o sinal seja suficientemente atenuado na faixa de rejeição, de forma a limitar a banda das componentes filtradas e evitar o efeito do *aliasing*. Caso as respostas dos filtros se sobreponham na faixa de passagem, após o processo de decimação será observado *aliasing* no sinal decimado independente de atenuação na faixa de rejeição.

Uma possível solução seria aumentar o espaçamento entre as respostas dos filtros, entretanto, as componentes do sinal na região de transição seriam fortemente atenuadas, e a utilização de amplificadores implica em amplificar também ruídos, o que prejudicaria a recuperação do sinal. Outra possibilidade é a redução da faixa de transição, porém, seriam necessários filtros com uma grande quantidade de coeficientes. Sendo assim, usualmente o *aliasing* se faz presente, e o projeto dos filtros de recepção é desenvolvido de maneira a cancelar seus efeitos no sinal recuperado [37].

As operações de interpolação e decimação são lineares, porém, variantes ao deslocamento [37], de forma que o banco de filtros além de apresentar *aliasing*, também é linear e variante ao deslocamento. Entretanto, um projeto adequado de filtros, que seja capaz de cancelar o efeito de *aliasing*, também faz com que o sistema como

um todo seja invariante ao deslocamento.

### Distorção de amplitude e fase

É possível observar a distorção de amplitude em sistemas que utilizam filtros cuja resposta em módulo não é completamente uniforme. Neste caso são observadas variações dos ganhos ao longo da banda de passagem, o que causa distorções na amplitude do sinal filtrado.

Por outro lado, a distorção de fase pode ser observada em sistemas que utilizam filtros cujas respostas em fase não são uniformes. Sendo assim, o sinal filtrado estará sujeito a diferentes atrasos de fase ao longo da banda de passagem. Como consequência, o formato da onda do sinal filtrado será diferente daquele de entrada.

## 5.3 Transmultiplexadores baseados em bancos de filtros

Uma estrutura bastante comum baseada em banco de filtros é o transmultiplexador (TMUX), que originalmente era utilizado na conversão de dados multiplexados na frequência para dados multiplexados no tempo e vice-versa. [26, 39]. O transmultiplexador é um sistema em que o sinal de entrada é injetado em um banco de filtros de síntese e a saída é obtida através de um banco de filtros de análise.

Seja um modelo de TMUX [26, 37, 39, 40] descrito na Figura 5.5, que modela um sistema de comunicação com múltiplas entradas e múltiplas saídas, MIMO (do inglês, *multiple-input multiple-output*)<sup>1</sup>. As entradas do sistema  $\mathbf{s}_r(n) \in \mathbb{C}$  são sequências de símbolos de uma mensagem mapeados em uma determinada constelação, QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), PAM (*Phase Amplitude Modulation*), ou PSK (*Phase shift Keying*) por exemplo, que serão transmitidos no  $r$ -ésimo canal.

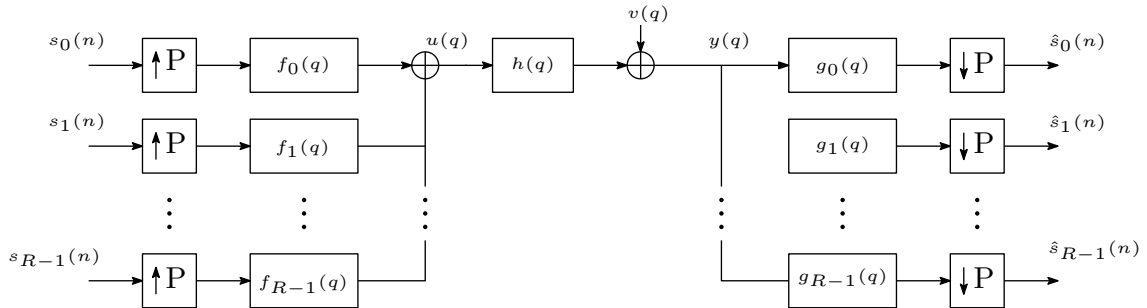


Figura 5.5: Diagrama simplificado de um transmultiplexador no domínio do tempo.

<sup>1</sup>Apesar da denominação MIMO relacionado as suas múltiplas entradas e saídas, o sistema analisado opera com apenas uma antena transmissora e uma receptora, sendo ainda a mensagem transmitida pertencente a apenas um usuário.

A saída correspondente ao  $r$ -ésimo canal, dada por  $\hat{\mathbf{s}}_r(n) \in \mathbb{C}$ , é uma estimativa do  $r$ -ésimo sinal transmitido. É desejado que  $\hat{\mathbf{s}}_r(n)$  seja o mais próximo possível de  $\mathbf{s}_r(n - \delta)$ , sendo  $\delta \in \mathbb{N}$  o atraso inerente à transmissão.

A utilização do TMUX para representar um sistema de comunicação requer alguns critérios particulares durante o projeto do conjunto de filtros causais  $\{\mathbf{f}_r(q)\}_{r \in \mathcal{R}}$ , denominados *pulse shaping* [39], utilizados na transmissão, e também durante o projeto dos filtros causais  $\{\mathbf{g}_r(q)\}_{r \in \mathcal{R}}$  utilizados na recepção. Estes conjuntos de filtros operam em uma taxa  $P$  vezes maior do que a taxa do sinal original  $\mathbf{s}_r(n)$ . Neste caso  $n$  representa o sinal com a taxa original e  $q \in \mathbb{N}$  representa o sinal com a taxa modificada. Além disso os filtros utilizados são considerados fixos, ou seja, invariantes no tempo.

O conjunto de filtros empregados no transmissor e no receptor tem o intuito de permitir o processamento do sinal de entrada  $\mathbf{s}(n)$  individualmente em cada sub-banda  $r$ , de maneira a minimizar os efeitos das distorções causadas pelo canal.

O modelo de canal utilizado é representado por um filtro FIR  $\mathbf{h}(q) \in \mathbb{C}$  cuja resposta ao impulso tem comprimento  $L_c$ , sendo ainda um ruído branco  $\mathbf{v}(q)$  adicionado ao mesmo.

### 5.3.1 Representação temporal

Seja uma mensagem binária  $\mathbf{x}(n)$  contendo  $i$  bits:

$$\mathbf{x}[n] = \begin{bmatrix} x_1(n) & x_2(n) & x_3(n) & \cdots & x_i(n) \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Antes de serem transmitidos os bits são mapeados em símbolos de uma constelação complexa  $\mathcal{C} \subset \mathbb{C}$  segundo uma modulação digital <sup>1</sup>:

$$\mathbf{s}[n] = \begin{bmatrix} s_1(n) & s_2(n) & s_3(n) & \dots & s_{RK}(n) \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Após a modulação os símbolos são dispostos em  $R$  blocos, cada um contendo  $K$  símbolos. Cada um dos  $R$  blocos representa uma sub-sequência  $\mathbf{s}_r(n)$  que será transmitida em um dos  $R$  sub-canais do TMUX, i.e.,  $\mathbf{s}_1[n] = [s_1(n) s_2(n) \dots s_K(n)]$ .

O interpolador é alimentado pelo sinal  $\mathbf{s}_r(n)$ , onde sua taxa é alterada de um fator  $P$  segundo a Equação 5.1. Sendo sua saída definida por:

$$\mathbf{s}_r(q) = \begin{cases} \mathbf{s}_r(n), & \text{se } q/P \text{ inteiro,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.7)$$

Já com a taxa alterada o sinal é filtrado pelos filtros de síntese, cuja saída é dada por:

---

<sup>1</sup>Para o caso em que a modulação utilizada for 4-QAM os símbolos mapeados são formados por 2 bits, logo  $RK = i/2$

$$\mathbf{u}_r(q) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}_r(j) \mathbf{f}_r(q-j). \quad (5.8)$$

É importante salientar que o processo de filtragem não altera a taxa do sinal, sendo assim, o sinal de entrada  $\mathbf{s}_r(q)$  e o sinal de saída  $\mathbf{u}_r(q)$  estão em uma mesma taxa  $q$ .

Observando a Equação 5.7 nota-se que  $\mathbf{s}_r(q)$  é diferente de zero apenas para  $j/P$  inteiro. Sendo assim, é possível simplificar a Equação 5.8 de forma que:

$$\mathbf{u}_r(q) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}_r(i) \mathbf{f}_r(q-iP), \quad (5.9)$$

onde  $j = iP$  é o mapeamento utilizado para identificar as componentes não nulas de  $\mathbf{s}_r(q)$ .

O sinal transmitido é composto pela saída do banco de filtros de síntese, definida pela soma dos  $R$  sinais filtrados dada por:

$$\mathbf{u}(q) = \sum_{r=0}^{R-1} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}_r(i) \mathbf{f}_r(q-iP), \quad (5.10)$$

onde  $\mathbf{f}_r(q)$  é o  $r$ -ésimo filtro formatador de pulso do transmissor e  $\mathbf{s}_r(q)$  é o sinal transmitido pelo  $r$ -ésimo sub-canal. Sendo a banda passante de cada filtro uma fração da banda disponível para a transmissão, e sendo ainda diferentes entre si, de forma que cada um dos sinais filtrados estará alocado em diferentes sub-bandas, o sinal  $\mathbf{u}(q)$  pode ser caracterizado como um sinal multiplexado em frequência.

No sistema analisado o canal é modelado como um filtro FIR  $\mathbf{h}(q)$  sendo ainda contaminado pelo ruído aditivo, de forma que o sinal recebido pode ser modelado da seguinte maneira:

$$\mathbf{y}(q) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(l) \mathbf{u}(q-l) + \mathbf{v}(q). \quad (5.11)$$

O sinal que chega até o receptor  $\mathbf{y}(q)$  é processado pelo receptor de forma a estimar os sinais transmitidos passa pelos filtros de recepção  $\mathbf{g}_r(q)$  e é novamente decomposto em sub-bandas:

$$\mathbf{d}_r(q) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_r(j) \mathbf{y}(q-j), \quad (5.12)$$

onde  $\mathbf{d}_r(q)$  é o sinal filtrado na entrada do decimador.

É importante salientar que, assim como no caso dos filtros do transmissor, os filtros do receptor não alteram a taxa de amostragem do sinal filtrado, estando

portanto, ambos os sinais, de entrada e de saída, a uma mesma taxa  $q$ .

Sendo o sinal filtrado decimado a uma taxa  $P$ , em que  $\hat{\mathbf{s}}_r(n) = \mathbf{d}_r(nP)$ , é possível obter a expressão do  $r$ -ésimo sinal estimado a partir do sinal recebido  $\mathbf{y}(q)$  de forma que:

$$\hat{\mathbf{s}}_r(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_r(j) \mathbf{y}(nP - j). \quad (5.13)$$

Assim, combinando as Equações 5.10, 5.11 e 5.13, é possível escrever a relação entre os sinais de entrada  $\mathbf{s}_r(n)$  e suas respectivas estimativas  $\hat{\mathbf{s}}_r(n)$  da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{s}}_r(n) = \sum_{(i,l,j,r) \in \mathbb{Z}^3 \times \mathcal{R}} \mathbf{g}_r(j) \mathbf{h}(l) \mathbf{s}_r(i) \mathbf{f}_r(nP - l - j - iP) + \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{g}_r(j) \mathbf{v}(nP - j). \quad (5.14)$$

A análise das equações anteriores não é trivial, para tanto é comum a utilização de ferramentas alternativas de análise tais como expressar o sistema no domínio do tempo porém em forma matricial [43], ou ainda, uma representação no domínio da transformada  $\mathcal{Z}$  através das componentes polifásicas [25, 28, 39, 44], conforme descrito a seguir .

### 5.3.2 Representação polifásica

Dada uma taxa de interpolação  $P$ , é conveniente representar os filtros de análise e síntese utilizando sua decomposição polifásica de ordem  $P$ . As componentes da decomposição da transformada  $\mathcal{Z}$ ,  $F_r(z)$ , de cada um dos  $r$  filtros do transmissor  $\mathbf{f}_r(q)$  é dada por [25, 39, 40]:

$$\begin{aligned} F_r(z) &= \sum_{q \in \mathbb{Z}} \mathbf{f}_r(q) z^{-q} \\ &= \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{f}_r(jP) z^{-jP} + \dots + z^{-(P-1)} \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{f}_r(jP + (P-1)) z^{-jP} \\ &= \sum_{i \in \mathcal{P}} z^{-i} \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{f}_r(jP + i) z^{-jP} \\ &= \sum_{i \in \mathcal{P}} z^{-i} F_{i,r}(z^P), \end{aligned} \quad (5.15)$$

em que:

$$F_{i,r}(z^P) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{f}_r(jP + i) z^{-jP}. \quad (5.16)$$

Na recepção, os filtros de análise também podem ser representados no domínio  $\mathcal{Z}$ , em que  $G_r(z)$  é a transformada  $\mathcal{Z}$  de  $\mathbf{g}_r(q)$ , sendo ainda suas componentes polifásicas dadas por [25, 39, 40]:

$$\begin{aligned} G_r(z) &= \sum_{q \in \mathbb{Z}} \mathbf{g}_r(q) z^{-q} \\ &= \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{g}_r(jP) z^{-jP} + \dots + z^{(P-1)} \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{g}_r(jP - (P-1)) z^{-jP} \\ &= \sum_{i \in \mathcal{P}} z^i \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{g}_r(jP - i) z^{-jP} \\ &= \sum_{i \in \mathcal{P}} z^i G_{r,i}(z^P), \end{aligned} \quad (5.17)$$

em que:

$$G_{r,i}(z^P) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \mathbf{g}_r(jP - i) z^{-jP}. \quad (5.18)$$

É possível ainda reescrever os sistemas descritos pelas Equações 5.15 e 5.17 no formato matricial [44]:

$$\begin{bmatrix} F_0(z) & \dots & F_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & \dots & z^{-(P-1)} \end{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} F_{0,0}(z^P) & \dots & F_{0,M-1}(z^P) \\ F_{1,0}(z^P) & \dots & F_{1,M-1}(z^P) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{P-1,0}(z^P) & \dots & F_{P-1,M-1}(z^P) \end{bmatrix}}^{\mathbf{F}(z^P)}, \quad (5.19)$$

$$\begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \\ \vdots \\ G_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} G_{0,0}(z^P) & \dots & G_{0,P-1}(z^P) \\ G_{1,0}(z^P) & \dots & G_{1,P-1}(z^P) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{M-1,0}(z^P) & \dots & G_{M-1,P-1}(z^P) \end{bmatrix}}^{\mathbf{G}(z^P)} \begin{bmatrix} 1 \\ z^1 \\ \vdots \\ z^{(P-1)} \end{bmatrix}. \quad (5.20)$$

A Figura 5.6 apresenta um diagrama de blocos da representação polifásica do



TMUX no domínio da frequência, sendo  $\mathbf{F}(z^P)$  e  $\mathbf{G}(z^P)$  a representação matricial das componentes dos filtros  $\mathbf{f}_r(q)$  e  $\mathbf{g}_r(q)$  respectivamente.

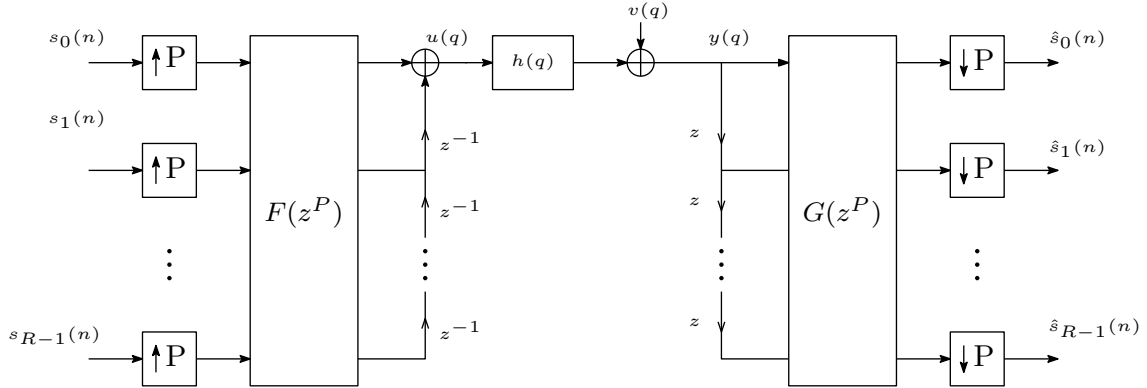


Figura 5.6: Representação polifásica de um transmultiplexador no domínio da frequência.

É possível ainda uma manipulação de forma específica que pode facilitar de maneira significativa as operações realizadas durante o processamento. Os blocos de interpolação e decimação em sistemas que operam com múltiplas taxas podem ser comutados com a operação de filtragem. A comutação da alteração da taxa de amostragem juntamente com a filtragem é particularmente interessante e relacionada através das identidades nobres [25, 37].

Uma descrição das identidades nobres através de diagrama é apresentada na Figura 5.7.

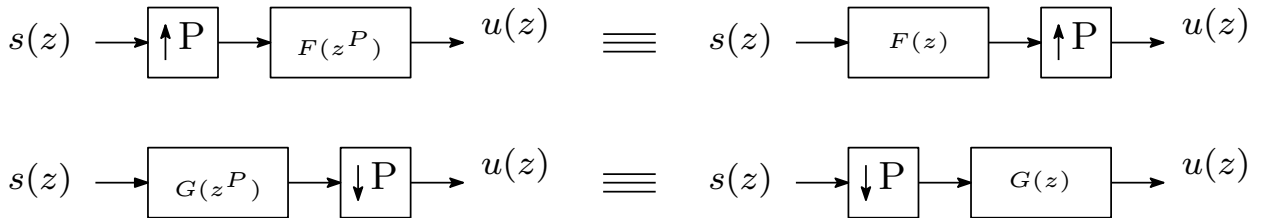


Figura 5.7: Identidades nobres.

A primeira identidade significa que interpolar um dado sinal por uma taxa  $P$  para então filtrar por um filtro que esteja em uma taxa mais alta é equivalente a filtrar o sinal em uma taxa mais baixa e depois aumentar a taxa de um fator  $P$ . Esta possibilidade está associada ao fato de um filtro  $\mathbf{F}_r(z^P)$  ter sua resposta ao impulso igual a resposta ao impulso de  $\mathbf{F}_r(z)$ , porém com  $(P-1)$  zeros inseridos entre amostras adjacentes. É possível ainda a representação matemática desta identidade como [25]:

$$\mathcal{I}_P\{\mathbf{s}(z)\}\mathbf{F}(z^P) = \mathcal{I}_P\{\mathbf{s}(z)\mathbf{F}(z)\}. \quad (5.21)$$

onde  $\mathcal{I}_P$  é o operador interpolação por uma taxa  $P$ .

A segunda identidade significa que filtrar um sinal em uma taxa mais alta e depois decimar de um fator  $P$  é equivalente a decimar de um fator  $P$  e em seguida filtrar por um filtro em uma taxa mais baixa, sendo a representação matemática da operação dada por [25]:

$$\mathcal{D}_P\{\mathbf{s}(z^P)\mathbf{G}(z^P)\} = \mathcal{D}_P\{\mathbf{s}(z^P)\}\mathbf{G}(z). \quad (5.22)$$

onde  $\mathcal{D}_P$  é o operador de decimação por um fator  $P$ .

Utilizando as identidades nobres é possível reorganizar a estrutura do TMUX apresentado na Figura 5.6 conforme apresentado na Figura 5.8.

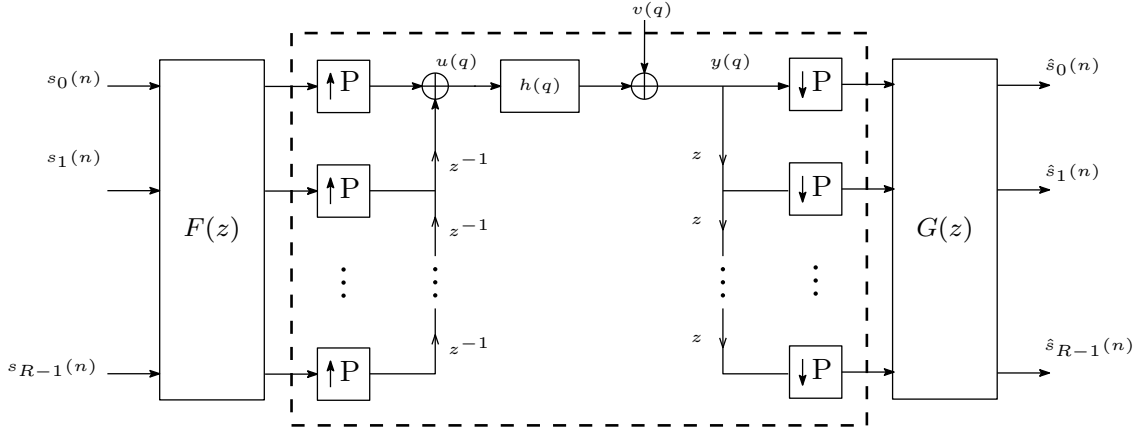


Figura 5.8: TMUX no domínio da frequência com decomposição polifásica rearranjada segundo a aplicação das identidades nobres.

É possível ainda incorporar ao modelo de canal as linhas de atraso, os interpoladores, as linhas de adiantamento e os decimadores, conforme a área destacada na Figura 5.8. Desta forma, a matriz de canal  $\mathbf{H}(z)$ , que agora engloba estes procedimentos, passa a ser pseudocirculante de dimensão  $P \times P$ , definida por [37, 43, 44]:

$$\mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} H_0(z) & z^{-1}H_{P-1}(z) & z^{-1}H_{P-2}(z) & \dots & z^{-1}H_1(z) \\ H_1(z) & H_0(z) & z^{-1}H_{P-1}(z) & \dots & z^{-1}H_2(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{P-1}(z) & H_{P-2}(z) & H_{P-3}(z) & \dots & H_0(z) \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

sendo a expressão das componentes da decomposição polifásica da matriz de canal dada por:

$$H_p(z) = \sum_{i \in \mathcal{P}} z^{-i} H_i(z^P) \quad \text{em que} \quad H_i(z^P) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} h(jP + i) z^{-jP}. \quad (5.24)$$

Desta forma, é possível redesenhar o transmultiplexador da Figura 5.8 utilizando

a representação polifásica da matriz equivalente de canal  $\mathbf{H}(z)$ , como apresentado na Figura 5.9.

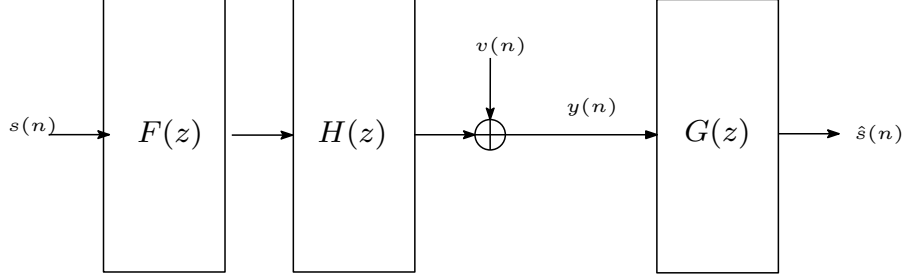


Figura 5.9: TMUX no domínio da frequência com decomposição polifásica completa.

Sendo  $P \geq L$ , cada um dos elementos da matriz de canal,  $H_i(z)$ , sendo  $i \in \mathcal{P}$ , pode ser representado como um filtro simples, de apenas um coeficiente. Neste caso é possível definir  $H_i(z)$  como:

$$H_i(z) = \begin{cases} h(i), & \text{se } i \leq L \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.25)$$

Observada esta característica, é possível representar a matriz de canal pseudocirculante como uma matriz FIR de primeira ordem [44]:

$$\mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} h(0) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h(1) & h(0) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h(L) & h(L-1) & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & h(L) & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & h(L) & \cdots & h(0) \end{bmatrix} + z^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & h(L) & \cdots & \cdots & h(1) \\ 0 & \cdots & \cdots & h(L) & \cdots & h(2) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & h(L) \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

Observando a Figura 5.9, é possível ainda a representação da matriz de transferência do transmultiplexador,  $\mathbf{T}(z)$ , como:

$$\mathbf{T}(z) = \mathbf{G}(z) \mathbf{H}(z) \mathbf{F}(z). \quad (5.27)$$

Sendo a matriz de canal pseudocirculante o *aliasing* será cancelado e a função de transferência  $\mathbf{T}(z)$  passa a ser uma distorção invariante ao deslocamento, ou seja, apenas um atraso:  $\mathbf{T}(z) = z^{-d} \mathbf{I}_R$ , em que  $d \in \mathbb{N}$ .

## 5.4 Solução ZF

Transmultiplexadores que empregam a solução ZF estão sujeitos a algumas restrições impostas para sua existência. Estas restrições estão relacionadas a resposta ao impulso do canal e aos seus zeros cômruos (do Inglês, *congruous zeros*) [41, 43, 44]. Sejam os zeros cômruos de uma função de transferência  $\mathbf{H}(z)$  definidos como o conjunto de zeros distintos  $\{z_0, z_1, \dots, z_{\mu-1}\} \in \mathbb{C}$  desta função que respeitam a seguinte propriedade:  $z_i^P = z_j^P, \forall i, j \in \{0, 1, \dots, \mu-1\}$ . É possível notar que  $\mu$  é uma função de  $P$  [43, 44]. O modelo de canal empregado deve respeitar a restrição  $\mu(P) \leq L$ , sendo  $\mu(P)$  a cardinalidade do maior conjunto de zeros cômruos em relação a  $P$ , e deve ser menor ou igual a redundância utilizada  $L$  [44].

Sendo assim, desde que o projeto do TMUX exista, ou seja, se  $\mu(P) \leq L \in \mathbb{N}$ , uma vez conhecido  $\mathbf{H}$  e projetado  $\mathbf{F}$ , então a solução ZF será da forma:

$$\mathbf{G} = (\mathbf{H}\mathbf{F})^{-1} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{H}^{-1}. \quad (5.28)$$

No projeto do TMUX empregado neste trabalho são consideradas algumas assertivas assim como em [45]:

- O canal é modelado como um filtro FIR de comprimento  $L_c$ , sendo  $h(0), h(1), \dots, h(L_c - 1) \neq 0$ ;
- O comprimento do bloco é maior ou igual ao número de amostras de entrada, ou seja,  $P \geq R$ ;
- $\{\mathbf{f}_r(q)\}_{r \in \mathcal{R}}$  são filtros causais FIR de comprimento  $TP$ , e  $\{\mathbf{g}_r(q)\}_{r \in \mathcal{R}}$  são filtros causais de comprimento  $QP$ .

A primeira assertiva implica em uma matriz de canal com elementos não nulos apenas em  $\{\mathbf{H}_0, \dots, \mathbf{H}_B\}$ , sendo  $B = \lceil \frac{L_c}{P} \rceil$  [29, 43]. A terceira assertiva implica que os elementos da matriz  $\mathbf{F}$  são nulos exceto no intervalo  $i = 0, \dots, T-1$ , e que os elementos da matriz  $\mathbf{G}$  são nulos exceto no intervalo  $j = 0, \dots, Q-1$ .

Em um projeto de TMUX, é conveniente a eliminação da interferência IBI. Uma das formas de se projetar o transmissor e o receptor de forma a eliminar a IBI é denominado ZJ, (do Inglês, *zero-jamming*) [39]. Neste processo é inserido um bloco de zeros, de comprimento  $L$  denominado redundância, no início de cada bloco de  $P$  sucessivas amostras transmitidas. A quantidade de redundância utilizada deve respeitar a desigualdade  $2L \geq L_c$  [44]. Sendo consideradas a inserção da redundância e elevação da taxa, e  $\bar{\mathbf{x}}(n)$  o sinal transmitido, é possível representar o sinal que chega até o receptor da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{y}}(n) = \mathcal{H}\mathcal{F}\bar{\mathbf{s}}(n), \quad (5.29)$$

sendo  $\mathcal{H}$  a matriz de canal de ordem  $QP \times (Q+B)P$  definida como [43, 45]:

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_B & \dots & \mathbf{H}_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_B & \dots & \mathbf{H}_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{H}_B & \dots & \mathbf{H}_0 \end{bmatrix}, \quad (5.30)$$

e  $\mathcal{F}$  a matriz de ordem  $(Q+B)P \times (L+Q+T-1)R$  dos filtros do transmissor definida por [43, 45]:

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{T-1}(n-B+1) & \dots & \mathbf{F}_0(n-Q-B+1) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{F}_{T-1}(n) & \dots & \mathbf{F}_0(n) \end{bmatrix}. \quad (5.31)$$

Desta forma é possível descrever a relação entre os símbolos transmitidos e os estimados como:

$$\hat{\mathbf{s}}(n) = \mathcal{G}\mathcal{H}\mathcal{F}\bar{\mathbf{s}}(n), \quad (5.32)$$

onde  $\mathcal{G}$  é a matriz do receptor de ordem  $R \times QP$ .

Neste caso é possível obter a equalização ZF quando [43, 45]:

$$\mathcal{G}\mathcal{H}\mathcal{F} = [\mathbf{0}_{R \times (Q+B+T-1)R} \quad \mathbf{I}_R]. \quad (5.33)$$

Ainda em [43] é provado que para utilizar a solução ZF necessário que o comprimento dos filtros no receptor atenda a seguinte relação:

$$Q \geq \left\lceil \frac{L_c + (T-1)R}{P-R} - B + 1 \right\rceil. \quad (5.34)$$

# Capítulo 6

## Simulações e análise dos resultados

### 6.1 Introdução

Este capítulo tem o objetivo de exibir e discutir os resultados obtidos com a realização dos testes conduzidos para testar os sistemas descritos neste trabalho. Para a obtenção destes resultados foram realizadas simulações computacionais com o *software* MATLAB<sup>®</sup>. Na Seção 6.2 são apresentados diferentes métodos para se obter uma estimativa do canal; Na Seção 6.3 são avaliadas as performances de diferentes tipos de equalizadores, ZF e MMSE; Na Seção 6.4 o desempenho dos sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK é comparado ao do transmultiplexador (TMUX) em diferentes situações, sendo a abordagem adotada a de não correção do Efeito Doppler em todos os sistemas.

### 6.2 Estimativa de canal

Dada a necessidade de se obter uma estimativa do canal por onde o sinal é transmitido, com a finalidade de desenvolver um equalizador capaz de compensar os efeitos deste canal no sinal, são estudadas diferentes formas de se obter esta estimativa. Com esta finalidade foi avaliada a distorção, através da distância euclidiana, entre a resposta ao impulso do canal e sua estimativa no domínio do tempo  $\|\mathbf{h}(n) - \hat{\mathbf{h}}(n)\|^2$ , e também entre a resposta do canal ao impulso no domínio da frequência e sua estimativa  $\|\mathbf{h}(k) - \hat{\mathbf{h}}(k)\|^2$ .

Para exemplificar estas estimativas, em cada caso foi simulada uma transmissão utilizando um bloco de sinal piloto com  $N = 256$  símbolos provenientes de uma constelação 4 QAM com distribuição uniforme, obtidos de maneira pseudo aleatória. A resposta ao impulso do canal utilizado tem comprimento  $L_c = 15$  coeficientes invariantes no tempo e normalizados. O prefixo cíclico também tem comprimento  $L = 15$ .

Na Figura 6.1(a) é apresentada a distorção entre a resposta ao impulso do canal e sua estimativa no domínio do tempo,  $\|\mathbf{h}(n) - \hat{\mathbf{h}}(n)\|^2$ . Nela é possível observar que, com o aumento da relação entre a potência do sinal e a potência do ruído, SNR, a distorção diminui. Conforme explicitado na Equação 4.18 este fato ocorre devido a diminuição da potência relativa do ruído. Uma vez que não é possível eliminar o ruído do sinal recebido, quanto menor sua potência, menor será seu efeito.

Já na Figura 6.1(b) observa-se a distorção entre a transformada da resposta ao impulso do canal e sua estimativa no domínio da frequência,  $\|\mathbf{h}(k) - \hat{\mathbf{h}}(k)\|^2$ .

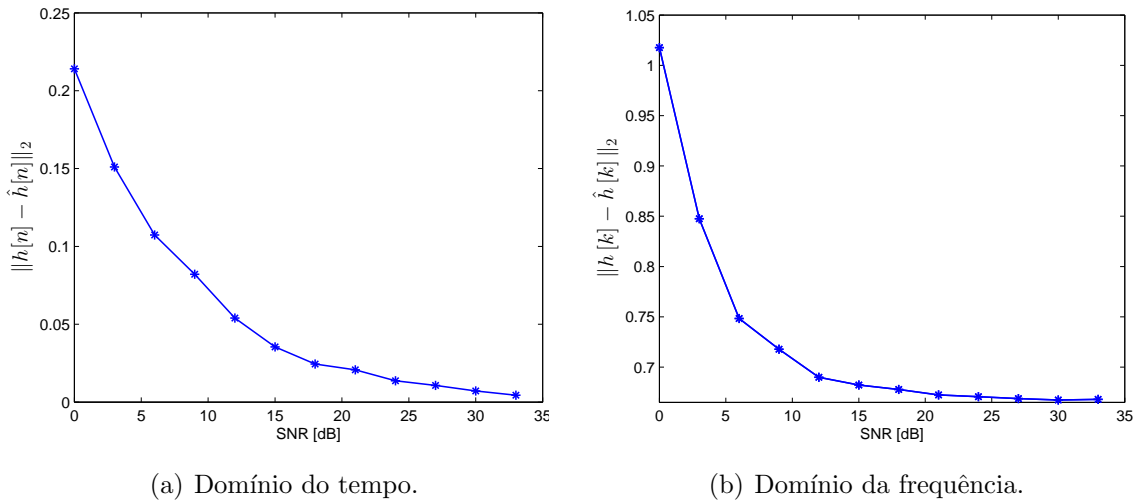


Figura 6.1: Distorção entre a resposta ao impulso do canal e sua estimativa, e entre a resposta em frequência do canal e sua estimativa.

Uma vez verificada maior simplicidade na implementação do equalizador no domínio da frequência, conforme especificado no Capítulo 3, no desenvolvimento deste trabalho foram empregados apenas equalizadores no domínio da frequência, FDE.

### 6.3 Equalizadores ZF e MMSE

Para avaliar o comportamento dos equalizadores ZF e MMSE, foram comparadas as curvas de erro de bit, BER (do Inglês, *bit error rate*), de sistemas de transmissão SC-FDMA e OFDM que empregam os respectivos equalizadores. As condições definidas para a realização das simulações são típicas de um cenário de comunicação acústica submarina em águas rasas conforme especificado em [2].

Para avaliar cada uma das técnicas empregadas, SC-FDMA e OFDM, foram feitas 1000 realizações segundo a técnica de Monte Carlo. Em cada realização o sinal foi transmitido em um mesmo canal FIR, com  $N_p = 15$  percursos diferentes, considerados invariantes no tempo durante a transmissão, estando ainda o ruído

aditivo presente. A mensagem transmitida, obtida de forma pseudo aleatória, foi diferente para cada realização.

A técnica de modulação digital 4 QAM foi empregada para mapear os símbolos, e a mensagem transmitida foi dividida em 100 blocos contendo 32 símbolos cada de forma que cada bloco carrega a informação de 64 bits.

A largura da banda disponível para a transmissão foi de 5 kHz (5-10 kHz). Foram utilizadas  $N = 64$  subportadoras (tamanho da IFFT) ortogonais entre si. Das  $N$  subportadoras disponíveis,  $M = 32$  são utilizadas para a transmissão dos dados, sendo a informação alocada na parte central da banda. Os equalizadores foram projetados conforme a descrição no Seção 4.3 utilizando o critério ZF e MMSE.

Um exemplo de um bloco de símbolos transmitidos em um sistema SC-FDMA mapeados nas subportadoras pode ser observado na Figura 6.2. Neste tipo de sistema, após o mapeamento, a amplitude das subportadoras carrega a informação dos símbolos da mensagem.

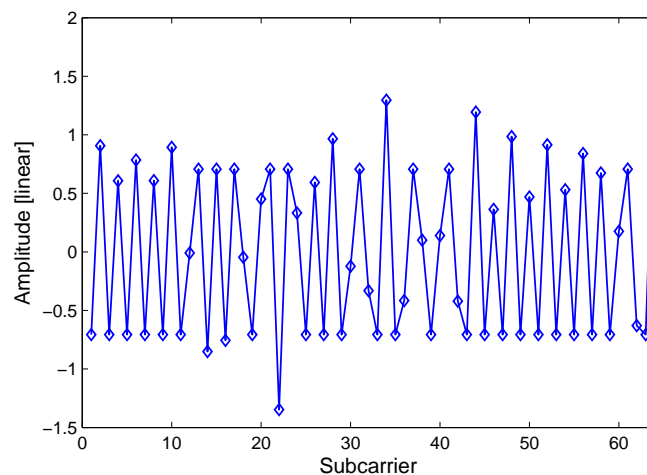


Figura 6.2: Bloco de sinal SC-FDMA transmitido mapeado nas subportadoras.

O sinal transmitido tem suas amplitudes alteradas como consequência da interação com o canal conforme observado na Figura 6.3. Estas alterações observadas ratificam a necessidade de um sistema capaz de compensar os efeitos do canal.

No receptor, o processamento realizado no transmissor é desfeito, o sinal é equalizado e os símbolos estimados como o projeto descrito no Capítulo 3. A estimativa dos símbolos foi comparada aos àqueles transmitidos, este processo foi avaliado para diferentes valores de SNR e assim a curva de BER foi traçada.



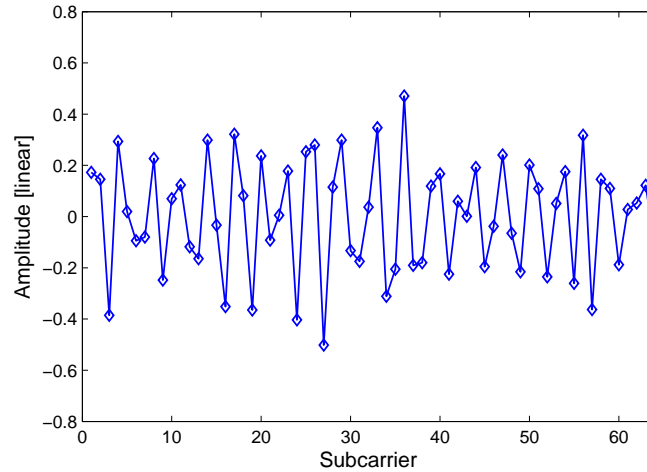


Figura 6.3: Bloco de sinal SC-FDMA recebido mapeado nas subportadoras.

A curva de erro de bit, BER, pode ser observada na Figura 6.4. Nela foram avaliados sistemas do tipo SC-FDMA e OFDM, ambos empregando os equalizadores ZF e MMSE.

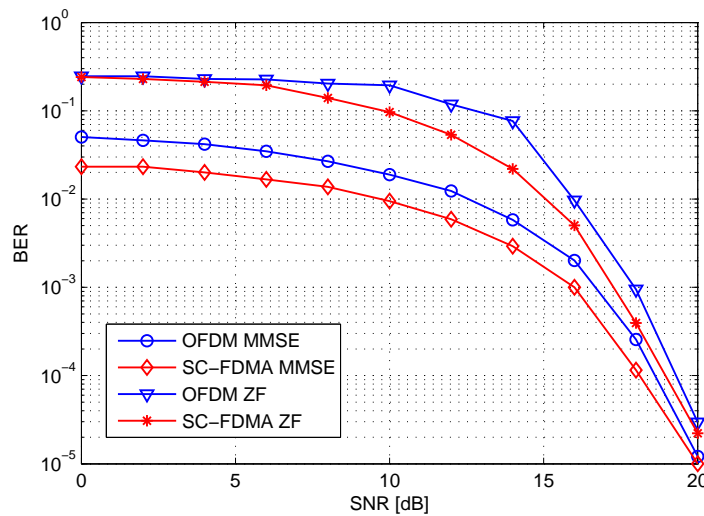


Figura 6.4: Desempenho dos equalizadores ZF e MMSE.

Analisando a BER destes sistemas, quando os dois tipos de equalizadores são empregados, é possível identificar um comportamento significativamente distinto para valores modestos de SNR, sendo o MMSE aquele com menor taxa de erro. Em ambos os sistemas, a medida em que a SNR se torna mais expressiva o comportamento da BER se torna mais semelhante. Este fenômeno, observado em ambos os sistemas avaliados, se deve ao fato de uma maior SNR tornar o processo de equalização ZF bastante semelhante ao MMSE, como pode ser inferido pela descrição no Capítulo 4. Além disso, o desempenho do sistema SC-FDMA demonstrou menor taxa de erro do que o OFDM para uma mesma SNR e mesmo equalizador.

Constatado o melhor desempenho do equalizador MMSE, este foi o método de equalização empregado nas simulações que seguem.

## 6.4 Desempenho dos sistemas

Nesta seção são apresentados resultados de simulações computacionais para diferentes sistemas de transmissão operando em diferentes cenários com o objetivo de estudar o comportamento dos sistemas de transmissão SC-FDMA, OFDM, FSK e TMUX. Nestes cenários são empregados canais com as seguintes características:

- Cenário 1: Canal com  $N_p = 15$  percursos;
- Cenário 2: Canal com efeito Doppler ( $a = 3$  m/s, 5 m/s) e  $N_p = 15$  percursos. O fator de escalamento foi considerado comum aos múltiplos percursos como explicitado no Capítulo 2.

Sendo ainda, em ambos os casos o canal considerado invariante durante a transmissão da mensagem.

A banda utilizada para a transmissão em todos os sistemas foi a mesma: 5 kHz com frequência central 7,5 kHz. Nos sistemas SC-FDMA e OFDM são utilizadas  $N_{SC} = 32$  subportadoras para compor o símbolo, sendo a mensagem obtida de forma pseudo aleatória e modulada segundo uma técnica 4 QAM. No sistema FSK foram utilizadas  $N_c = 16, 8, 4$  e 2 portadoras. Para manter este sistema o mais simples possível ele não conta com a utilização de um equalizador, desta forma a recepção pode ser realizada de forma incoerente. Em todas as simulações foi empregada ainda a técnica de Monte Carlo, segundo a qual foram feitas 1000 realizações, sendo que em cada uma a mensagem enviada foi composta por 100 blocos, e ainda, o canal utilizado distinto para cada realização.

O transmultiplexador desenvolvido foi baseado no projeto descrito no Capítulo 5, com solução ZF. Neste projeto a banda disponível para a transmissão foi dividida em 16 sub-canais, sendo para isto projetados  $R = 16$  filtros transmissores. Os filtros do transmissor são do tipo janela de Hamming, cada um com  $T = 16$  coeficientes. obtidos da seguinte forma:

$$\omega_0(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi i}{T}\right), \quad 0 \leq i \leq T. \quad (6.1)$$

Inicialmente foi desenvolvido um filtro matriz, passa baixa, cujo deslocamento da resposta em frequência permitiu a construção do banco de síntese. Em seguida, os demais filtros foram obtidos com o deslocamento deste filtro conforme especificado:

$$\omega_r(n) = \omega_0 e^{j\left(\frac{2\pi f}{R}\right)r}. \quad (6.2)$$

Estes filtros são responsáveis pela delimitação das sub-bandas, mantendo a informação de cada sub-sequência na sub-banda correspondente.

Na recepção os filtros de análise são responsáveis por reverter os efeitos dos filtros do transmissor associados aos efeitos do canal, e desta forma possibilitar a recuperação da mensagem. Os filtros do receptor foram projetados obedecendo a desigualdade apresentada na Equação 5.34. Foram utilizados  $Q = 20$  coeficientes no projeto. O fator de interpolação/decimação utilizado foi  $P = 30$ .

Assim como nos demais sistemas, foi empregada a técnica de Monte Carlo, sendo efetuadas 1000 realizações cada uma delas com mensagem e canal distintos.

### Sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK

- Cenário 1

Foram comparados os desempenhos dos sistemas SC-FDMA e OFDM, ambos utilizam o equalizador do tipo MMSE, com o desempenho do sistema FSK, todos operando no cenário 1. Na Figura 6.5 é possível observar a variação da BER em função da SNR dos sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK com 16 portadoras. Nesta configuração os sistemas operam com uma mesma taxa. Apesar do maior espaçamento entre as subportadoras no FSK, com o aumento da SNR, a utilização do equalizador MMSE torna a BER do sistemas SC-FDMA e OFDM menor do que aquela observada no FSK.

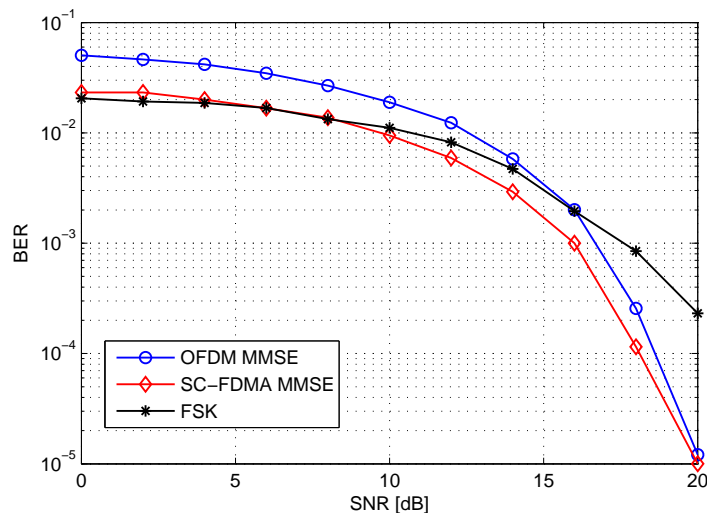


Figura 6.5: Sistemas SC-FDMA e OFDM com equalizador MMSE e FSK operando em um canal com múltiplos percursos.

- Cenário 2

Na Figura 6.6 desempenho dos sistemas SC-FDMA e OFDM são comparados, sendo a transmissão realizada em um canal com a presença de efeito Doppler e múltiplos percursos. O fator de escalamento Doppler, igual para todos os múltiplos percursos considerados, está associado à velocidade relativa entre o receptor e o transmissor, avaliada para  $a = 3$  m/s e  $a = 5$  m/s.

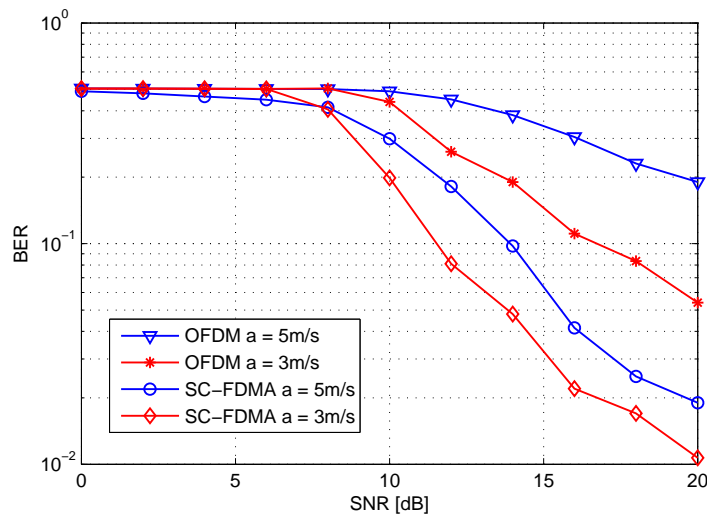


Figura 6.6: Sistemas SC-FDMA e OFDM operando em um canal com Doppler e múltiplos percursos.

É visível a significativa deterioração da BER destes sistemas na presença do efeito Doppler, sendo que o SC-FDMA sofre menos com este efeito do que o OFDM. É possível verificar também que nenhum destes sistemas atinge a taxa de erro de  $10^{-3}$ , sendo para tanto necessário a correção deste efeito. É importante salientar que para esta análise não foi empregado qualquer método de estimação ou correção do efeito Doppler, uma vez que o foco é a análise da deterioração da performance dos sistemas na presença deste efeito.

Dada a dilatação temporal sofrida pelo sinal durante a transmissão, no receptor o sinal recebido tem comprimento maior do que o esperado. Desta forma, antes de ser processado o sinal é truncado de acordo com o tamanho dos blocos da mensagem transmitida. Sendo assim, o resultado obtido indica claramente a necessidade de tratamento deste efeito para que a recuperação da mensagem possa ser realizada.

## Sistema TMUX

- Cenário 1

Na Figura 6.7 o desempenho do TMUX aplicado em um sistema de comunicação acústico submarino com um canal com múltiplos percursos é comparado ao do sistema FSK através da curva de BER em função da variação da SNR. Neste processo o projeto do TMUX é implementado conforme descrito no Capítulo 5, com a solução ZF.

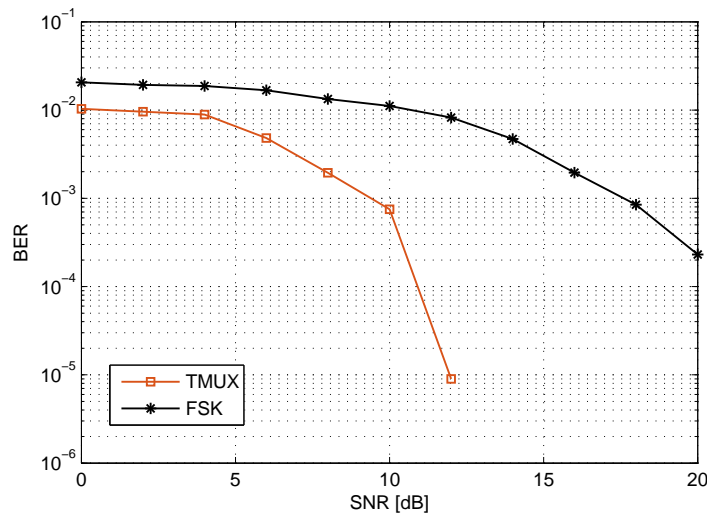


Figura 6.7: Sistemas TMUX e FSK operando em um canal com múltiplos percursos.

O TMUX se mostrou bastante eficiente para este tipo de aplicação, sendo a taxa de erro obtida significativamente menor quando comparada ao FSK. Neste contexto o *throughput* dos sistemas avaliados foi o mesmo. Este resultado comprova aquele esperado, uma vez que o projeto do transmultiplexador (TMUX) implementa uma melhor delimitação entre as sub-bandas, dada a quantidade de coeficientes utilizada no projeto dos filtros.

Uma comparação entre o desempenho obtido com a utilização do transmultiplexador com solução ZF e os os sistemas SC-FDMA e OFDM, ambos utilizando o equalizador do tipo MMSE pode ser observada na Figura 6.8. Assim como nos casos anteriores, o *throughput* dos sistemas foi o mesmo.

O TMUX se mostrou, mais uma vez, mais eficiente do que os demais sistemas, uma vez que a taxa de erro alcançada para uma mesma SNR é significativamente menor. Este resultado indica a possibilidade de se obter uma BER igual a dos demais sistemas, porém com uma taxa mais elevada de transmissão.

- Cenário 2

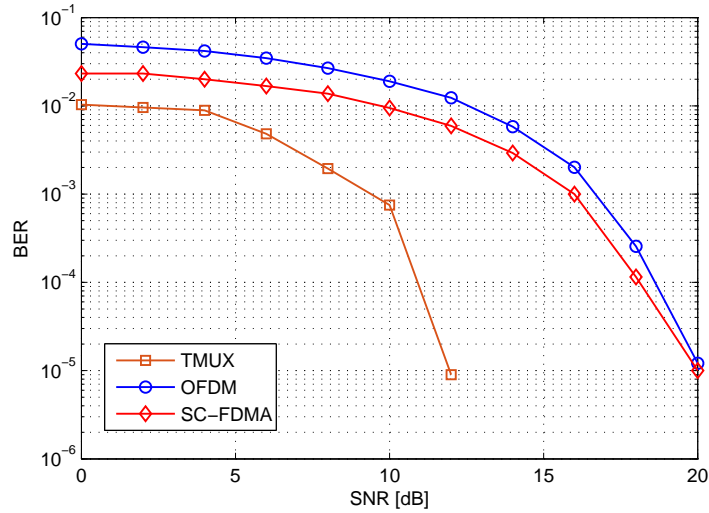


Figura 6.8: Sistemas TMUX, SC-FDMA e OFDM operando em um canal com múltiplos percursos.

Na Figura 6.9 a deterioração da performance do TMUX, quando há efeito Doppler, pode ser avaliada. A análise é efetuada conta com duas situações, uma em que a velocidade relativa entre o transmissor e o receptor é de 3 m/s com um mesmo escalamento em todos os múltiplos percursos, e outra em que a velocidade relativa é de 5 m/s e o escalamento também é igual em todos os múltiplos percursos.

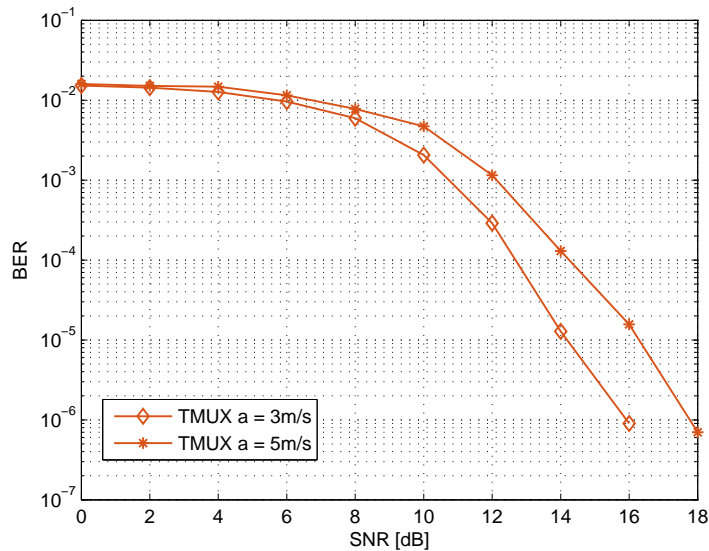


Figura 6.9: Sistema TMUX operando em um canal com Doppler e múltiplos percursos.

Assim como nos demais sistemas, as simulações mostram uma deterioração do desempenho do TMUX na presença do efeito Doppler. Apesar disto, comparativamente seu desempenho mostrou-se mais eficiente do que o FSK quando ambos operam com uma mesma taxa, por exemplo, como verificado na Figura 6.10. Em

ambos os casos, quando a velocidade relativa é de 3 m/s ou 5 m/s, a BER observada para o TMUX é expressivamente menor.

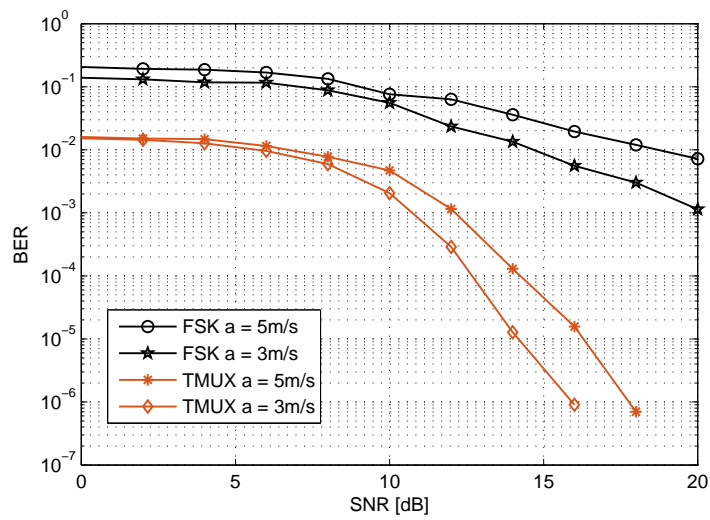


Figura 6.10: Sistemas TMUX e FSK em um canal com Doppler e múltiplos percursos.

### 6.4.1 Delimitações dos sistemas

Em uma análise mais apurada dos dados obtidos das simulações é possível delimitar as condições de melhor operação de cada sistema.

Observando a Figura 6.11, para uma transmissão na ausência de efeito Doppler, e estando os sistemas operando em uma mesma taxa, é possível comparar o desempenho dos sistemas. Sendo definido o limite máximo de BER aceitável, como por exemplo  $10^{-3}$ , o sistema SC-FDMA atinge este limite para uma SNR mínima de aproximadamente 16 dB. Já o sistema OFDM requer uma relação sinal ruído um pouco mais elevada para atingir este mesmo limite: aproximadamente 17 dB, e o FSK necessita de uma SNR mínima ainda maior, 18 dB.

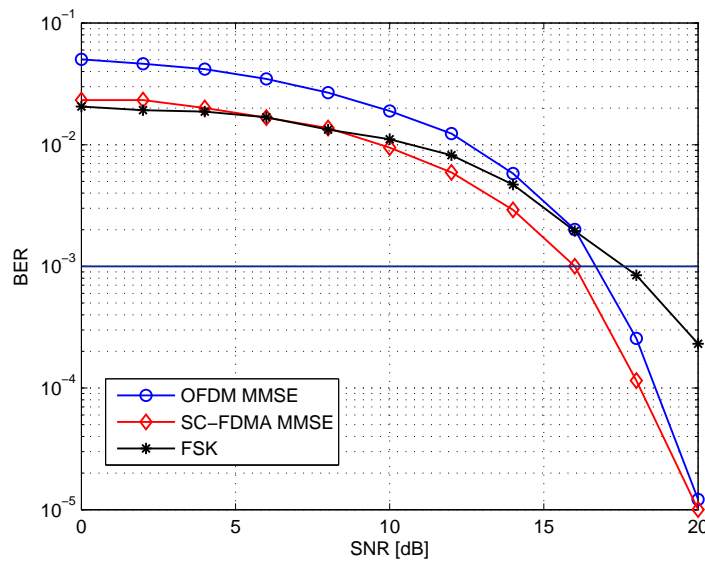


Figura 6.11: Sistemas SC-FDMA e OFDM com equalizador MMSE e FSK com BER limitada.

A relação entre a atenuação da onda acústica que se propaga no meio subaquático e a frequência do sinal transmitido, definida pelo coeficiente de atenuação, foi apresentada na Seção 2.2.2. Segundo esta definição para uma frequência de transmissão de 7,5 kHz, frequência central da banda em que ocorrem as transmissões, a atenuação do sinal recebido observada é de aproximadamente 0,6 dB a cada 1km acrescido no alcance do sistema.

Na Figura 6.12 é apresentada uma curva que relaciona a degradação da SNR, avaliada pela atenuação do sinal, e a variação do alcance da transmissão realizada em 7,5 kHz.

Sendo um limiar de BER aceitável pela aplicação preestabelecido, como por exemplo  $10^{-3}$ , observando a Figura 6.11, é possível perceber que a SNR necessária para atingir este limite no sistema FSK 16 é de aproximadamente 18 dB, enquanto que no sistema SC-FDMA a SNR necessária é de 16 dB. Sendo assim, considerando



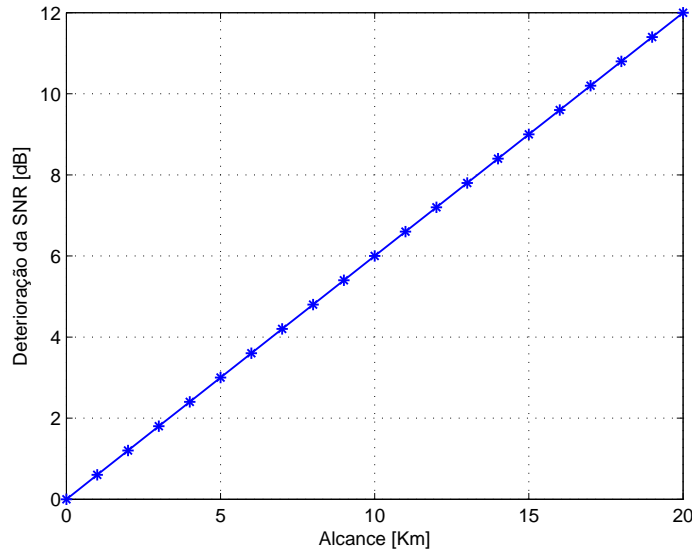


Figura 6.12: Variação da SNR do sinal recebido em função da variação do alcance da transmissão acústica no ambiente subaquático.

a transmissão em um ambiente cuja SNR é de 18 dB, e um limiar de BER de  $10^{-3}$ , é possível obter um alcance cerca de 3 km maior com o sistema SC-FDMA do que com o sistema FSK 16

Observando novamente a Figura 6.11, é razoável o entendimento de que entre 0 – 10 dB o desempenho dos sistemas FSK e SC-FDMA é bastante semelhante, sendo a opção pelo FSK relacionada a simplicidade de sua implementação. E para SNR maior do que 10 dB o mais indicado é a utilização do SC-FDMA. Esta análise encontra-se melhor resumida na Tabela 6.1:

Tabela 6.1: Delimitações comparativas de SNR entre SC-FDMA, OFDM e FSK.

Sistema	SNR [dB]			
	0-5	5-10	10-15	15-20
FSK/SC-FDMA	FSK/SC-FDMA	SC-FDMA	SC-FDMA	

No caso anterior foram tratados sistemas que operam com uma mesma taxa de transmissão na ausência do efeito Doppler. Entretanto, desde que a aplicação permita operar em uma taxa menor, o desempenho do sistema FSK, também na ausência do efeito Doppler, apresenta uma considerável redução de BER dado o aumento da separação entre as portadoras e o aumento no período de transmissão de cada símbolo. Na Figura 6.13 são comparados os desempenhos dos sistemas FSK com 2, 4, 8 e 16 portadoras e o TMUX, sendo que este opera na mesma taxa que o FSK com 16 portadoras. Para que a comparação fosse possível, a análise é realizada em relação à energia de bit e do ruído ( $E_b/N_0$ ), que aumenta juntamente com a redução da quantidade de portadoras utilizadas. Nela é possível identificar a

redução progressiva da BER a medida em que a quantidade de portadoras do FSK diminui.

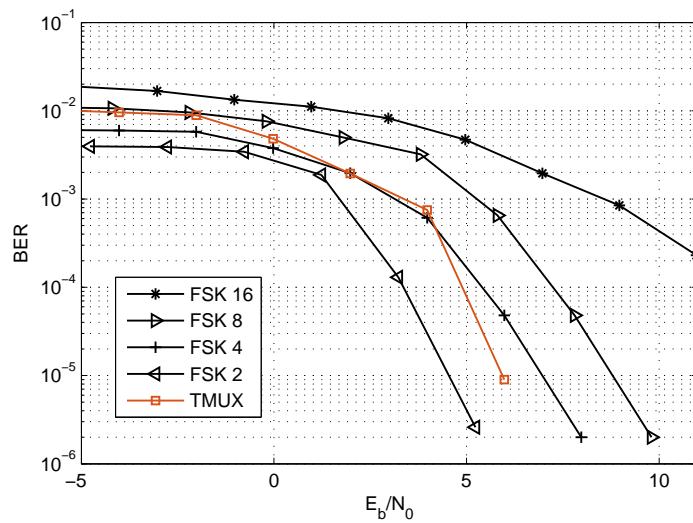


Figura 6.13: Sistemas TMUX e FSK com diferentes taxas e BER limitada.

Foi identificado um melhor desempenho do TMUX quando comparado ao FSK com 16 e 8 portadoras, principalmente quando a SNR está acima de 6 dB. Entretanto, com a progressiva redução da taxa de operação do sistema FSK, esse passa a ter melhor desempenho do que o TMUX. A relação entre o sistema mais indicado nas condições anteriores e a taxa destes sistemas é sintetizada na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Delimitações comparativas de taxa entre FSK e TMUX.

	Portadoras do FSK			
	2	4	8	16
Sistema	FSK	FSK/TMUX	TMUX	TMUX

Para o FSK operando com 4 portadoras é possível ainda uma comparação ao TMUX relacionada à SNR. Neste caso, para uma  $E_b/N_0$  de até 4 dB o desempenho do FSK é bastante semelhante ao do TMUX, ocasionando em uma sutil diferença na taxa de erro, e para  $E_b/N_0$  maior do que 8 dB o TMUX se torna a melhor opção.

Fixando ainda uma taxa de erro máxima aceitável para a aplicação, aqui exemplificada como  $10^{-3}$ , é possível delimitar a relação sinal ruído mínima para que cada sistema atinja este limiar de erro. Estando ambos os sistemas operando em uma mesma taxa, a razão mínima necessária para que o FSK atinja a respectiva taxa de erro é de 9 dB, já o TMUX necessita de pouco menos de 4 dB.

Estando o limite de erro fixado, e ambos os sistemas operando em um ambiente cuja razão  $E_b/N_0$  é de 9 dB, e observando o gráfico da Figura 6.12, é possível identificar o aumento do alcance do TMUX em aproximadamente 11 km.

Assim como no caso anterior, a comparação do SC-FDMA e OFDM com o FSK 2, 4, 8 e 16 também é realizada. Foi constatado que, quanto menor a taxa de operação do sistema FSK, melhor será seu desempenho em relação aos demais, como pode ser confirmado pelo resultado das simulações apresentado na Figura 6.14.

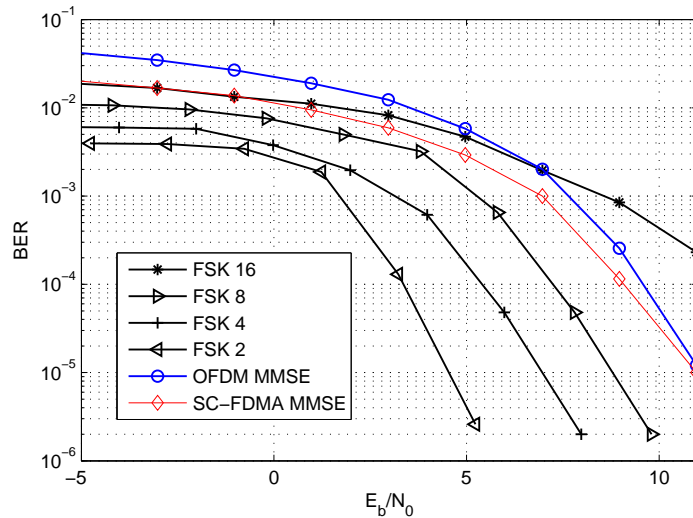


Figura 6.14: Sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK com diferentes taxas e BER limitada.

É possível perceber ainda que, na ausência do efeito Doppler, a redução na taxa do sistemas FSK, através da diminuição da quantidade de portadoras utilizadas, faz com que este sistema apresente melhor desempenho do que o SC-FDMA ou o OFDM.

O desempenho dos sistemas FSK também é deteriorado na presença do efeito Doppler, mesmo com sua taxa reduzida. Na Figura 6.15 é possível observar a deterioração dos sistemas FSK, para várias taxas na presença de Doppler, e comparar seus desempenhos com o transmultiplexador. É possível constatar ainda que apenas no caso em que o FSK opera com 2 portadoras, menor taxa possível, seu desempenho se torna melhor do que aquele obtido com o TMUX.

A Tabela 6.3 associa a redução da taxa do FSK com seu desempenho comparado ao TMUX. Nela é possível identificar qual o sistema mais adequado, em termos de BER, para diferentes taxas do FSK com as características descritas anteriormente.

Tabela 6.3: Delimitações comparativas da taxa de transmissão dos sistemas FSK e TMUX na presença de Doppler.

	Portadoras do FSK			
	2	4	8	16
Sistema	FSK	TMUX	TMUX	TMUX

Traçando ainda um limite de aceitável de taxa de erro, como por exemplo  $10^{-3}$ , e estando os sistemas TMUX e SC-FDMA operando em uma mesma taxa é possível

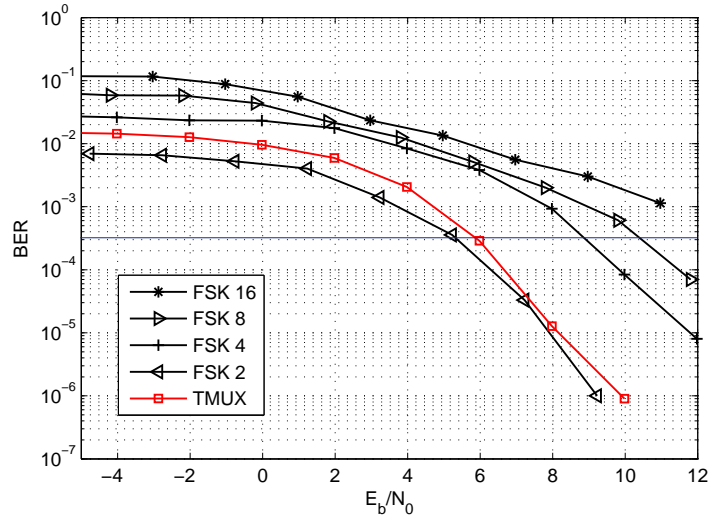


Figura 6.15: Sistemas TMUX e FSK com diferentes taxas Doppler 3m/s.

identificar a relação  $E_b/N_0$  mínima para que esta taxa de erro seja alcançada. No caso do FSK com 16 portadoras são necessários mais de 12 dB enquanto o TMUX requer uma relação de 6 dB para alcançar a mesma taxa.

### 6.4.2 Análise da equalização no FSK

Uma abordagem mais abrangente do sistema FSK foi utilizada para compara seu desempenho aos demais sistemas analisados. Com esta finalidade foi inserido o processo de equalização no receptor.

O equalizador do sistema FSK é desenvolvido segundo o método MMSE. Para isto foi utilizado um bloco de sinal piloto  $s_c$ .

No receptor, antes de de serem estimados os símbolos são equalizados no domínio da frequência FDE.

O efeito da equalização no sistema FSK pode ser observado na Figura 6.16. Os resultados obtidos não demonstram melhorias significativas em seu desempenho. A maior duração do símbolo FSK garante uma menor interferência entre eles, de forma que os efeitos da equalização deixam de ser evidentes.

Foi avaliado também os efeitos da equalização em sistemas com a taxa de transmissão reduzida (FSK 8, 4 e 2). Para esta análise foi avaliada a BER em função da  $E_b/N_0$ . No FSK 2, a presença do equalizador é menos significativa, sendo ainda, para elevada  $E_b/N_0$  a melhoria do desempenho praticamente imperceptível.

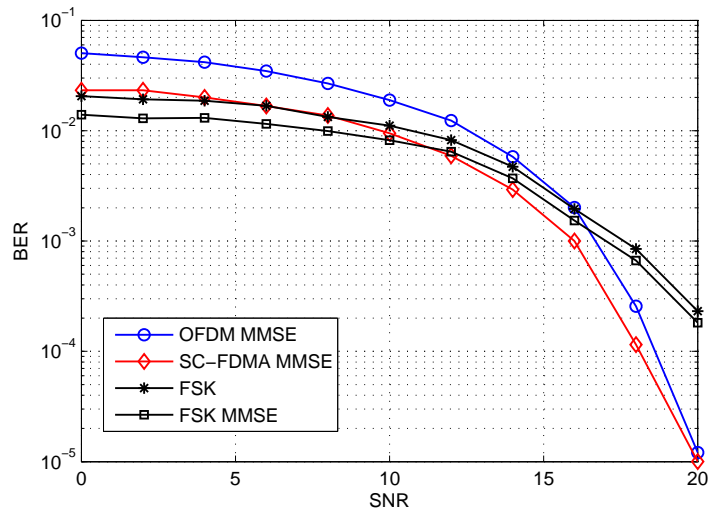


Figura 6.16: Sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK com equalizador MMSE operando em um canal com múltiplos percursos.

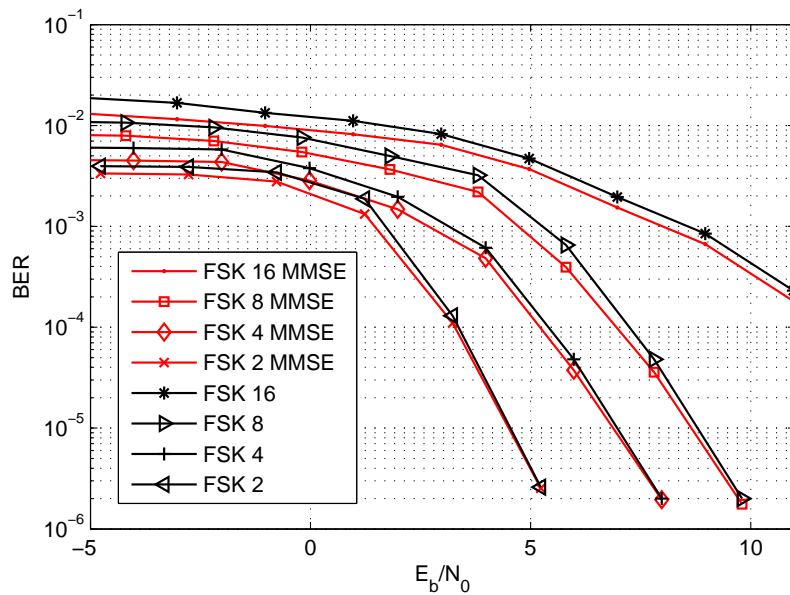


Figura 6.17: Sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK com equalizador MMSE operando em um canal com múltiplos percursos.

# Capítulo 7

## Conclusões e trabalhos futuros

Neste trabalho foram analisados alguns sistemas de comunicação que operam com múltiplas portadoras no ambiente subaquático na presença do efeito Doppler, visando aqueles que operam com maiores taxas e melhor desempenho. Sob esta perspectiva foram avaliados os desempenhos dos sistemas SC-FDMA, OFDM e FSK, sendo a figura de mérito utilizada para tanto a taxa de erro de bit. Ainda neste contexto, procedeu-se à análise da modelagem deste sistema através do transmultiplexador, sendo seu desempenho comparado ao dos demais sistemas avaliados.

Foi mostrado, no Capítulo 3 o projeto dos sistemas SC-FDMA e OFDM. Em ambos os casos foi evidenciada a necessidade de utilização de um período de guarda de comprimento maior ou igual à ordem do canal, realizado pelo prefixo cíclico, cuja inserção seguida da remoção faz com que a matriz de canal equivalente seja circulante. Sendo ainda explorada a propriedade de que toda matriz circulante quadrada pode ser diagonalizada por um par de matrizes de DFT e IDFT, foi identificada a simplicidade da implementação prática destes sistemas.

Foi verificada também a influência direta entre o tipo de equalizador empregado e o desempenho dos sistemas. Os resultados das simulações corroboram aqueles apresentados na teoria, quanto maior a SNR maior a similaridade entre o desempenho dos sistemas com equalizadores MMSE e ZF.

Além disso, os resultados obtidos através das simulações apontam um melhor desempenho do sistema SC-FDMA em detrimento ao OFDM. A BER mais expressiva do OFDM está relacionada ao fato de a informação estar espalhada no domínio do tempo e concentrada na frequência. Em contrapartida, no SC-FDMA antes do mapeamento nas subportadoras, a informação é combinada linearmente através da aplicação da DFT, de forma que passa a ser espalhada na frequência, o que ocasiona em um melhor desempenho.

O projeto do sistema FSK, cuja característica chave é uma maior separação entre as portadoras, também foi discutido. Entretanto, para comparar estes sistemas a taxa em que operam foi unificada, de forma que o espaçamento entre as portadoras

do FSK foi reduzido. A análise proposta indica um melhor desempenho do FSK em detrimento ao SC-FDMA e OFDM, isto para o caso em que a SNR é menos expressiva. Contudo, com o aumento da SNR proporciona uma acentuada melhoria no SC-FDMA e OFDM de forma que seus resultados passam a ser mais interessantes do que aqueles alcançados com o FSK.

Também foi apresentado, no Capítulo 5, uma proposta de modelagem da comunicação acústica submarina através do transmultiplexador ou TMUX. Foi dada ênfase à classe de TMUX fixo com solução ZF. No transmissor, foram empregados filtros de comprimento fixo, sendo o comprimento dos filtros do receptor também fixo e dependente daquele do transmissor. O comprimento dos filtros utilizados também influencia no desempenho do sistema, quanto maior melhor será sua seletividade, reduzindo a interferência entre as sub-bandas e conseqüentemente a BER. Por outro lado, filtros longos implicam em um aumento da complexidade computacional. Tais características resultam em um maior grau de liberdade durante o projeto do transmultiplexador.

Sendo ainda o conhecimento do canal uma informação necessária para o projeto dos filtros do receptor, e diante da impossibilidade de obtenção desta informação, a abordagem adotada durante o projeto do TMUX baseia-se em uma estimativa, realizada conforme apresentado no Capítulo 4. Além disso, no escopo deste trabalho o canal é considerado constante durante a transmissão da mensagem.

Observando o resultado das simulações, é possível identificar uma considerável deterioração da taxa de erro nos sistemas SC-FDMA, OFDM e também FSK na presença do efeito Doppler, o que comprova uma maior sensibilidade destes efeitos nestes sistemas. O transmultiplexador, no entanto, mostrou-se uma ferramenta bastante eficiente no processo de comunicação subaquática, visto que permite uma maior eficiência em relação aos demais métodos avaliados, sobretudo maior robustez na presença do efeito Doppler.

Os resultados indicam que a utilização do TMUX pode alcançar taxas de transmissão maiores do que os sistemas baseados em SC-FDMA, OFDM, e até mesmo FSK mantendo uma mesma taxa de erro, especialmente quando o canal apresenta efeito Doppler.

## 7.1 Trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, uma extensão deste trabalho seria aprofundar o estudo de otimização da estrutura do transmissor que permita uma simplificação no projeto do receptor utilizados no transmultiplexador. Com este intuito podem ser analisados:

- Transmultiplexadores variantes no tempo com redundância reduzida; Transmultiplexadores variantes no tempo com apenas um elemento de redundância, independente da ordem do canal;
- Transmultiplexadores baseados em solução MMSE com redundância mínima variantes no tempo;

Tais projetos devem contemplar também:

- Sistemas diversidade espaço-temporal realizadas com múltiplas antenas transmissoras e receptoras (MIMO)



# Referências Bibliográficas

- [1] BURDIC, W. S. *Underwater acoustic system analysis*. 2 ed. New York, Prentice Hall, 1991.
- [2] ZHOU, S., WANG, Z. *OFDM for Underwater Acoustic Communicationn*. 1 ed. UK, Wiley and Sons, 2014.
- [3] M.-PATIL, T. B., SARAN, A. K., SAWANT, S. R., et al. “Simulation Study of Acoustic Wave Propagation in Ocean”, *International Journal of Computer Applications*, v. 12, n. 8, pp. 40–44, 2010.
- [4] JACKSON, D. R., RICHARDSON, M. D. *High-Frequency Seafloor Acoustics*. 1 ed. New York, Springer Science and Business Media, 2007.
- [5] URICK, R. J. *Principles of Underwater Sound*. 2 ed. New York, McGraw Hill, 2013.
- [6] MEDWIN, H. *Sounds in the Sea - From Ocean Acoustics to Acoustical Oceanography*. 1 ed. New York, Cambridge University Press, 2005.
- [7] HODGES, R. P. *Underwater Acoustics - Analysis, design and performance of sonar*. 1 ed. New York, John wiley and Sons, 2010.
- [8] JENSEN, F., KUPERMAN, W. A., PORTER, M. B., et al. *Computational Oceans Acoustics*. 2 ed. New York, Springer Publishers, 2011.
- [9] STOJANOVIC, M., PREISIG, J. “Underwater acoustic communication channels: Propagation models and statistical characterization”, *IEEE Communications Magazine*, v. 47, n. 1, pp. 84–89, 2009.
- [10] KIM, B.-C., LU, I.-T. “Parameter study of OFDM underwater communications system”. In: *Oceans 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition*, v. 2, pp. 1251–1255. IEEE, 2000.
- [11] KADDOURI, S., BEAUJEAN, P.-P. J., BOUVET, P.-J., et al. “Least square and trended doppler estimation in fading channel for high-frequency un-

- derwater acoustic communications”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 39, n. 1, pp. 179–188, 2014.
- [12] ABDELKAREEM, A. E., SHARIF, B. S., TSIMENIDIS, C. C., et al. “Low-complexity Doppler compensation for OFDM-based underwater acoustic communication systems”. In: *Proc. OCEANS’11 IEEE-Spain*, pp. 1–6. IEEE, 2011.
- [13] KIBANGOU, A. Y., ROS, L., SICLET, C. “Doppler estimation and data detection for underwater acoustic zf-ofdm receiver”. In: *Proc. Wireless Communication Systems (ISWCS’10) 7th International Symposium on*, pp. 591–595. IEEE, 2010.
- [14] CHAVES, R. D. S. *Equalização em Sistemas Subaquáticos de Comunicação Acústica*. Graduation project, POLI/UFRJ, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10018505.pdf>.
- [15] MYUNG, H. G. “Introduction to single carrier FDMA”. In: *Proc. Signal Processing Conference, 2007 15th European*, pp. 2144–2148. EURASIP, 2007.
- [16] AL-KAMALI, F. S., DESSOUKY, M. I., SALLAM, B. M., et al. “Regularized MIMO equalization for SC-FDMA systems”, *Circuits, Systems, and Signal Processing*, v. 31, n. 4, pp. 1423–1441, 2012.
- [17] AL-KAMALI, F. S., DESSOUKY, M. I., SALLAM, B. M., et al. “Joint low-complexity equalization and carrier frequency offsets compensation scheme for MIMO SC-FDMA systems”, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 11, n. 3, pp. 869–873, 2012.
- [18] ZHANG, C., WANG, Z., YANG, Z., et al. “Frequency domain decision feedback equalization for uplink SC-FDMA”, *IEEE transactions on broadcasting*, v. 56, n. 2, pp. 253–257, 2010.
- [19] PATEL, A., GUPTA, R., SHUKLA, M. “Paper Performance Analysis of OFDM-IDMA and SC-FDMA-IDMA Scheme in Underwater Communication”, *Global Journal of Enterprise Information System*, v. 7, n. 2, pp. 11–17, 2015.
- [20] HANTA, B. “Sc-fdma and lte uplink physical layer design”. In: *Seminar LTE: Der Mobilfunk der Zukunft, University of Erlangen-Nuremberg, LMK*, 2009.

- [21] COURMONTAGNE, P., FAGES, G., BEAUJEAN, P.-P. “A chirp FSK improvement for communications in shallow water using bandwidth overlapping”. In: *Proc. OCEANS 2008*, pp. 1–7. IEEE, 2008.
- [22] VAN WALREE, P., BUEN, H., OTNES, R. “A performance comparison between DSSS, M-FSK, and frequency-division multiplexing in underwater acoustic channels”. In: *Proc. Underwater Communications and Networking (UComms)*, 2014.
- [23] IHALAINEN, T., ALHAVA, J., VIHOLAINEN, A., et al. “On the performance of filter bank based multicarrier systems in xDSL and WLAN applications”. In: *Proc. Communications, 2000. ICC 2000. 2000 IEEE International Conference on*, v. 2, pp. 1120–1124. IEEE, 2000.
- [24] TZANNES, M. A., TZANNES, M. C., PROAKIS, J., et al. “DMT systems, DWMT systems and digital filter banks”. In: *Communications, SUPER-COMM/ICC'94, Conference Record, 'Serving Humanity Through Communications'. IEEE International Conference on*, pp. 311–315. IEEE, 1994.
- [25] DINIZ, P. S. R., DA SILVA, E. A. B., NETTO, S. L. *Digital Signal Processing: Systems Analysis and Design*. 2 ed. Cambridge, Cambridge University Press, 2010.
- [26] VAIDYANATHAN, P. P. “Filter banks in digital communications”, *IEEE Circuits and Systems Magazine*, v. 1, n. 2, pp. 4–25, 2001.
- [27] MARTIN-MARTIN, P., CRUZ-ROLDAN, F., SARAMAKI, T. “Optimized transmultiplexers for multirate systems”. In: *2005 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 1106–1109. IEEE, 2005.
- [28] PHOONG, S.-M., CHANG, Y., CHEN, C.-Y. “DFT-modulated filterbank transceivers for multipath fading channels”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 53, n. 1, pp. 182–192, 2005.
- [29] SCAGLIONE, A., GIANNAKIS, G. B., BARBAROSSA, S. “Redundant filterbank precoders and equalizers. I. Unification and optimal designs”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 7, pp. 1988–2006, 1999.
- [30] SCAGLIONE, A., GIANNAKIS, G. B., BARBAROSSA, S. “Redundant filterbank precoders and equalizers. I. Unification and optimal designs”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 7, pp. 1988–2006, 1999.

- [31] LIN, Z., XIAO, P., VUCETIC, B., et al. “Analysis of receiver algorithms for LTE SC-FDMA based uplink MIMO systems”, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 9, n. 1, pp. 60–65, 2010.
- [32] AL-KAMALI, F., DESSOUKY, M., SALLAM, B., et al. “Transceiver scheme for SC-FDMA implementing the wavelet transform and the PAPR reduction methods”, *IET Commun*, v. 4, n. 1, pp. 69–79, 2010.
- [33] MYUNG, H. G., LIM, J., GOODMAN, D. J. “Single carrier FDMA for uplink wireless transmission”, *IEEE Vehicular Technology Magazine*, v. 1, n. 3, pp. 30–38, 2006.
- [34] GRAY, R. M. *Toeplitz and circulant matrices: A review*. now publishers inc, 2006.
- [35] KUMAR, N. S., KUMAR, K. R. S. “Performance analysis and comparison of mxn zero forcing and MMSE equalizer based receiver for mimo wireless channel”, *Sonklanakarín Journal of Science and Technology*, v. 33, n. 3, pp. 335–340, 2011.
- [36] GUO, Y., LEVY, B. C. “Robust MSE equalizer design for MIMO communication systems in the presence of model uncertainties”, *IEEE transactions on signal processing*, v. 54, n. 5, pp. 1840–1852, 2006.
- [37] VAIDYANATHAN, P. P. *Multirate systems and filter banks*. Pearson Education India, 1993.
- [38] VETTERLI, M. “Perfect transmultiplexers”. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP’86.*, v. 11, pp. 2567–2570. IEEE, 1986.
- [39] VAIDYANATHAN, P. P., VRCELJ, B. “Transmultiplexers as precoders in modern digital communication: a tutorial review.” In: *ISCAS (5)*, pp. 405–412. Citeseer, 2004.
- [40] AKANSU, A. N., DUHAMEL, P., LIN, X., et al. “Orthogonal transmultiplexers in communication: A review”, *IEEE Transactions on signal processing*, v. 46, n. 4, pp. 979–995, 1998.
- [41] MARTINS, W. A. *Transceptores em bloco com redundância reduzida*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.

- [42] RIZOS, A., PROAKIS, J., NGUYEN, T. “Comparison of DFT and cosine modulated filter banks in multicarrier modulation”. In: *Global Telecommunications Conference, 1994. GLOBECOM'94. Communications: The Global Bridge., IEEE*, v. 2, pp. 687–691. IEEE, 1994.
- [43] RIBEIRO, C. B., DE CAMPOS, M. L. R., DINIZ, P. S. R. “Time-varying FIR transmultiplexers with minimum redundancy”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 57, n. 3, pp. 1113–1127, 2009.
- [44] LIN, Y.-P., PHOONG, S.-M. “Minimum redundancy for ISI free FIR filter-bank transceivers”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 50, n. 4, pp. 842–853, 2002.
- [45] RIBEIRO, C. B., DE CAMPOS, M. L. R., DINIZ, P. S. R. “FIR equalizers with minimum redundancy”. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'02), IEEE International Conference on*, v. 3, pp. III–2673. IEEE, 2002.