

MELHORIAS DO MÉTODO DE AJUSTE VETORIAL PARA OBTENÇÃO DE  
MODELOS RACIONAIS MULTIPORTAS DE BAIXA ORDEM E  
REPRESENTAÇÃO EM PROGRAMAS DE TRANSITÓRIOS  
ELETROMAGNÉTICOS

Thomas Moreira Campello

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica, COPPE, da Universidade Federal  
do Rio de Janeiro, como parte dos  
requisitos necessários à obtenção do título  
de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Glauco Nery Taranto  
Sergio Luis Varricchio

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2018

MELHORIAS DO MÉTODO DE AJUSTE VETORIAL PARA OBTENÇÃO DE  
MODELOS RACIONAIS MULTIPORTAS DE BAIXA ORDEM E  
REPRESENTAÇÃO EM PROGRAMAS DE TRANSITÓRIOS  
ELETROMAGNÉTICOS

Thomas Moreira Campello

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

---

Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.

---

Dr. Sergio Luis Varricchio, D.Sc.

---

Prof. Sergio Gomes Junior, D.Sc.

---

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

---

Prof. Francisco Damasceno Freitas, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2018

Campello, Thomas Moreira

Melhorias do Método de Ajuste Vetorial para Obtenção de Modelos Racionais Multiportas de Baixa Ordem e Representação em Programas de Transitórios Eletromagnéticos / Thomas Moreira Campello.– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XXI, 174p.:il.,29,7 cm.

Orientadores: Glauco Nery Taranto

Sergio Luis Varricchio

Dissertação (Mestrado) - UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 134-138

1. Utilização Eficiente do Método de Ajuste Vetorial. 2. Modelos Racionais Multiportas de Ordem Reduzida. 3. Utilização de MODELS do ATP. 4. Transitórios Eletromagnéticos. 5. Equivalentes Dinâmicos de Redes Elétricas. I. Taranto, Glauco Nery *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*À minha mãe, Gislaine do Nascimento Moreira*

*“Science never solves a problem without creating ten more”*

*George Bernard Shaw*

*“The saddest aspect of life right now is that science gathers knowledge faster  
than society gathers wisdom.”*

*Isaac Asimov*

## **Agradecimentos**

Primeiramente agradeço à minha mãe, Gislaíne do Nascimento Moreira, que me deu todo o apoio possível e imaginável para a conclusão deste trabalho, aguentando todos os meus caprichos e teimosias nestes últimos anos e me dando forças tanto nos momentos bons quanto nos momentos não tão bons assim. Ainda, gostaria de fazer um agradecimento póstumo ao meu pai, Jelser José Ferreira Campello, que nos deixou logo no início desta jornada, mas que se estiver nos observando de algum lugar, sei que está torcendo por nós e nos enviando todas as forças possíveis, além do inegável suporte financeiro, educacional e emocional que me deu em vida.

Agradeço a minha grande amiga e parceira que conheci logo no início do meu mestrado e que me acompanha até hoje, agora como namorada, Thaís Valadares por todos os momentos de calma em meio ao caos do dia-a-dia, todos os conselhos assertivos e por ser essa referência de pessoa forte e batalhadora para mim todos os dias.

Agradeço a todos os grandes amigos que estão juntos comigo, nem sempre de forma física, mas como um laço que se pode levar para a vida toda, sobrevivendo até às discussões políticas, inclusive. Como me exigiria algumas páginas para citar todos, gostaria de citar, em especial, grandes amizades que fiz durante a graduação e que me acompanham até hoje: Milon Pereira, Vinicius Muniz, Paulo Pereira, Vinicius Bravo, Igor Fravoline, Walter Teixeira, Felipe Galleazzi, Arthur Massari, Guilherme Gueiros.

Agradeço aos colegas e amigos do CEPEL, em especial Cristiano de Oliveira Costa, Franklin Clement Véliz, Juan Rossi, Thiago Masseran, Pedro Lira, Thiago Rocha, Rodrigo Godim e ao Prof. Sergio Gomes Jr. por toda a contribuição técnica, conselhos e incentivos que me deram. Agradeço, principalmente, ao meu supervisor no CEPEL e orientador neste trabalho, Sergio Luis Varricchio por toda confiança depositada em mim, todo tempo que me cedeu e todo o conhecimento e experiência que foram compartilhados e que foram primordiais para que este trabalho, e os artigos originados dele, fossem concluídos. Agradeço, também, ao CEPEL por ter financiado minhas pesquisas na forma de bolsa de mestrado durante esses anos.

Agradeço aos professores do Programa de Engenharia Elétrica (PEE) do Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE) pela participação na minha formação, e, em especial, agradeço ao Prof. Glauco Nery Taranto, que aceitou o desafio de me orientar neste trabalho, por todo incentivo, pelas discussões e por todas as colaborações essenciais para a realização deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MELHORIAS DO MÉTODO DE AJUSTE VETORIAL PARA OBTENÇÃO DE  
MODELOS RACIONAIS MULTIPORTAS DE BAIXA ORDEM E  
REPRESENTAÇÃO EM PROGRAMAS DE TRANSITÓRIOS  
ELETROMAGNÉTICOS

Thomas Moreira Campello

Dezembro / 2018

Orientadores: Glauco Nery Taranto

Sergio Luis Varricchio

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho propõe duas melhorias para tornar o método de Ajuste Vetorial (*Vector Fitting*) mais eficiente e, também, um método para criação das partes passiva e ativa de equivalentes dinâmicos de redes elétricas a partir dos modelos racionais (MRs) construídos pelo Ajuste Vetorial. A primeira melhoria é um critério de parada com um bom custo-benefício entre o número de iterações e a precisão do MR obtido. A segunda é baseada no ajuste das funções de transferência com o particionamento da faixa de frequências de interesse e na redução da ordem do MR, permitindo a diminuição do consumo de tempo computacional e fornecendo uma maior flexibilidade na escolha da ordem final do MR com base no erro desejado. Ambas as melhorias foram testadas em sistemas MIMO de médio porte, obtendo reduções de tempo de até 99% quando comparadas com o Ajuste Vetorial clássico.

Por fim, a metodologia proposta para obtenção de equivalentes dinâmicos foi facilmente implementada no ATP, utilizando a linguagem MODELS disponibilizada neste programa. As comparações entre os resultados obtidos com os equivalentes e os modelos completos dos sistemas testes comprovaram sua alta precisão.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ENCHANCEMENT OF VECTOR FITTING METHOD FOR OBTAINING LOW  
ORDER MULTIPORT RATIONAL MODELS AND REPRESENTATION IN  
ELECTROMAGNETIC TRANSIENT PROGRAMS

Thomas Moreira Campello

December / 2018

Advisors: Glauco Nery Taranto

Sergio Luis Varricchio

Department: Electrical Engineering

This work proposes two enhancements to increase the Vector Fitting method computational efficiency and a method to build the passive and active parts of electrical network dynamic equivalents based on rational models obtained by Vector Fitting. The first enhancement is a stopping criterion with a good cost-effective between the number of iterations and the accuracy of the obtained rational model. The second one is based on the transfer functions fitting by frequency partitioning and model order reduction of the rational model, allowing a significant decrease in the computational burden and providing flexibility on the choice of the final rational model order based on the desired error. Both improvements were tested in medium-sized MIMO systems, achieving computational time reductions of up to 99% when compared to the classic Vector Fitting.

Finally, the proposed methodology for obtaining dynamic equivalents was easily implemented in the ATP, using the MODELS language available in this program. The comparisons between the results obtained with the equivalents and the complete test system models proved its high precision.



# ÍNDICE

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	INTRODUÇÃO.....	1
1.2	MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS.....	4
1.3	PUBLICAÇÕES ORIGINADAS DESTE TRABALHO.....	6
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	6
<b>2.</b>	<b>MÉTODO DE AJUSTE VETORIAL .....</b>	<b>8</b>
2.1	INTRODUÇÃO.....	8
2.2	MÉTODO DE AJUSTE VETORIAL.....	9
2.2.1	ESTÁGIO 1: IDENTIFICAÇÃO DOS POLOS.....	10
2.2.2	ESTÁGIO 2: DETERMINAÇÃO DOS RESÍDUOS .....	16
2.2.3	O AJUSTE VETORIAL APLICADO A SISTEMAS MIMO .....	16
2.2.4	TESTE PARA VALIDAÇÃO DO AJUSTE.....	19
2.2.5	MÉTODO DE INCREMENTO E DECREMENTO AUTOMÁTICO DE ORDEM .....	20
2.2.6	ESTIMATIVA DE POLOS INICIAIS.....	22
2.2.7	AJUSTE VETORIAL COM PARTICIONAMENTO DA FAIXA DE FREQUÊNCIAS DE INTERESSE.....	25
<b>3.</b>	<b>MELHORIAS PROPOSTAS PARA O MÉTODO DO AJUSTE VETORIAL.....</b>	<b>32</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	32
3.2	SISTEMAS TESTE .....	33
3.2.1	SISTEMA TESTE DE 34 BARRAS.....	34
3.2.2	SISTEMA IEEE 118 BARRAS .....	34
3.2.3	SISTEMA EQUIVALENTE SUL E SUDESTE.....	35
3.3	MELHORIAS PROPOSTAS PARA UTILIZAÇÃO EFICIENTE DO AJUSTE VETORIAL ..	37
3.3.1	CRITÉRIO DE PARADA PARA O VF.....	38
3.3.1.1	TESTES E CONCLUSÕES PARCIAIS .....	42
3.3.1.1.1	SISTEMA TESTE DE 34 BARRAS.....	42
3.3.1.1.2	SISTEMA IEEE 118 BARRAS .....	46
3.3.1.1.3	SISTEMA EQUIVALENTE SUL E SUDESTE.....	50
3.3.2	MÉTODO DE PARTIÇÃO DA FAIXA DE FREQUÊNCIAS E REDUÇÃO DE ORDEM.....	53
3.3.2.1	VFFP – ETAPA 1: PARTIÇÃO E RECÁLCULO DOS RESÍDUOS.....	55
3.3.2.2	VFFP – ETAPA 2: REDUÇÃO DE ORDEM DO MR.....	60
3.3.2.3	TESTES E CONCLUSÕES PARCIAIS .....	64
3.3.2.3.1	SISTEMA DE TRANSMISSÃO DE 5 BARRAS .....	65
3.3.2.3.2	SISTEMA TESTE DE 34 BARRAS.....	67
3.3.2.3.3	SISTEMA IEEE 118 BARRAS .....	76
3.3.2.3.4	SISTEMA EQUIVALENTE SUL E SUDESTE.....	80
3.4	TESTES FINAIS E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	83
<b>4.</b>	<b>EQUIVALENTES DE REDES .....</b>	<b>87</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	87
4.2	EQUIVALENTES DINÂMICOS DE REDES ELÉTRICAS .....	88

4.2.1	REPRESENTAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	88
4.2.2	SÍNTESE POR CIRCUITOS RLC.....	89
4.3	EQUIVALENTE DE REDE PROPOSTO .....	92
4.3.1	MODELAGEM MATEMÁTICA DE MODELOS RACIONAIS MULTIPORTAS NO DOMÍNIO DO TEMPO .....	92
4.3.2	REPRESENTAÇÃO DA PARTE PASSIVA DO EQUIVALENTE PROPOSTO ATRAVÉS DE MODELOS RACIONAIS.....	98
4.3.3	REPRESENTAÇÃO DA PARTE ATIVA DO EQUIVALENTE PROPOSTO NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	106
4.3.3.1	UTILIZANDO O TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO.....	106
4.3.3.2	UTILIZANDO O TEOREMA DE NORTON .....	112
4.4	TESTES E RESULTADOS .....	115
4.4.1	SISTEMA DE TESTE 34 BARRAS E SISTEMA INDUSTRIAL .....	116
4.4.2	SISTEMA IEEE 118 BARRAS E SISTEMA INDUSTRIAL.....	123
4.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	129
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>131</b>
5.1	CONCLUSÕES.....	131
5.2	TRABALHOS FUTUROS.....	132
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>134</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>139</b>
A.1	ALTERNATIVE TRANSIENTS PROGRAM (ATP).....	139
A.1.1	INTRODUÇÃO .....	139
A.1.2	MODELS .....	143
A.1.2.1.	COMPONENTE MODELS <i>TYPE 94</i> .....	144
A.1.2.2.	COMPARAÇÕES ENTRE AS MODELS <i>TYPE-94</i> .....	147
A.1.3	FUNÇÕES DA MODELS .....	156
A.1.4	CÓDIGO DA MODELS UTILIZADOS NOS EXEMPLOS DE A.1.2.2 .....	157
A.1.4.1.	TYPE-94 NORTON .....	157
A.1.4.2.	TYPE-94 THEVENIN .....	163
A.1.4.3.	TYPE-94 ITERATED .....	166
A.1.4.4.	CÓDIGO DE MATLAB PARA RODAR O ATP.....	169
A.2	DADOS DOS SISTEMAS UTILIZADOS.....	170
A.2.1	SISTEMA TESTE DE 34 BARRAS.....	170
A.2.1	SISTEMA TESTE DE 3 BARRAS .....	171
A.2.2	SISTEMA IEEE 118 BARRAS .....	171
A.2.3	SISTEMA INDUSTRIAL.....	172

## Lista de Figuras

Figura 1 – Janela de tempo para diversos fenômenos transitórios. Adaptado de [1].	2
Figura 2 – Etapas para inclusão de equivalentes de redes dinâmicos em programas de transitórios eletromagnéticos.	5
Figura 3 – Metodologia apresentada em [8] para utilização do VF com incremento e decremento automático da ordem do MR.	21
Figura 4 – Exemplo de divisão da curva com mais picos em trechos limitados por suas frequências de ocorrência.	23
Figura 5 – Comparação da posição dos polos quando linearmente espaçados e quando espaçados de acordo com os picos da função.	24
Figura 6 – Comparação de tempo de simulação e ordem final de ajuste do VF quando os polos são linearmente espaçados e quando espaçados de acordo com os picos da função.	25
Figura 7 – Ilustração do método da partição de frequências proposto em [33]. Fonte: [33]	27
Figura 8 – Sistema de Transmissão de 5 barras para validação do VFP. Fonte: [33]	27
Figura 9 – Curvas do módulo de $y_{11}$ e dos erros dos ajustes obtidos com e sem a utilização do BT para validação do algoritmo do VFP.	28
Figura 10 – Curvas do módulo de $y_{23,23}$ e dos erros de seus ajustes obtidos pelo VFP com 6 partições contendo 50 polos cada, com e sem a utilização do BT.	29
Figura 11 – Demonstração do ajuste da quinta partição pelo VFP.	29
Figura 12 – Curvas do módulo de $y_{23,23}$ e dos erros de seus ajustes obtidos pelo VFP com 15 partições contendo 20 polos cada, com e sem a utilização do BT.	30
Figura 13 – Curvas do módulo de $y_{23,23}$ e dos erros de seus ajustes obtidos pelo VF (sem particionamento da faixa de frequências de interesse), com e sem a utilização do BT.	31
Figura 14 – Sistema Teste de 34 Barras e 25 LTs de parâmetros distribuídos. Fonte: [40]	34
Figura 15 – Sistema IEEE 118 Barras com 177 LTs de parâmetros distribuídos. Fonte: [4]	35
Figura 16 – Sistema equivalente Sul e Sudeste de 107 barras e 104 LTs de parâmetros distribuídos. A área de estudos está em azul e a externa em preto, com destaque nas barras de fronteira, em vermelho.	36
Figura 17 – Área externa do sistema equivalente Sul e Sudeste, destacando-se as barras de fronteira 104, 120, 122, 123 e 1503. Todas as fontes do sistema estão anuladas, com exceção da fonte da barra 1503, a fim de calcular a FT $y_{1503,120}$ . As cargas do sistema não estão representadas.	37

Figura 18 – Magnitude dos erros da impedância de transferência entre as barras 21 e 23 do sistema teste mostrado no Subitem 3.2.1. A partir da iteração 4, os erros ficam praticamente estagnados. Fonte: [38] .....	39
Figura 19 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs do sistema equivalente Sul e Sudeste, mostrado no subitem 3.2.3, utilizando diversas ordens, durante 30 iterações do VF. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em horas. ....	39
Figura 20 – Interpretação geométrica do cálculo de $dl$ para o CP. ....	40
Figura 21 – Fluxograma do critério de parada proposto. ....	41
Figura 22 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema Teste de 34 barras durante 30 iterações do VF. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos. ....	43
Figura 23 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema Teste de 34 barras utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos. ....	43
Figura 24 – (a) Comparação entre o erro RMS do VF com e sem o CP. (b) Variação $\Delta dl$ durante as 30 iterações do VF. ....	45
Figura 25 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância do Sistema Teste de 34 barras durante 30 iterações do VF. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos. ....	45
Figura 26 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância do Sistema Teste de 34 barras utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos. ....	46
Figura 27 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema IEEE de 118 barras durante 30 iterações do VF. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos. ....	47
Figura 28 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema IEEE de 118 barras utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos. ....	48
Figura 29 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância $z_{30,30}$ , $z_{30,38}$ e $z_{38,38}$ do Sistema IEEE de 118 barras sem (a) e com (b) o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos. ....	49
Figura 30 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste durante 30 iterações do VF. São mostradas	

diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos. ....	51
Figura 31 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos. ....	51
Figura 32 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância do Sistema Equivalente Sul e Sudeste sem (a) e com (b) o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos. ....	53
Figura 33 – Fluxograma do método proposto de partição de frequência utilizando o VF (VFFP), onde $\sigma_{tol}$ é definido no subitem 3.3.2.2. ....	55
Figura 34 – Aproximações da FT $y_{210,210}$ e seus erros nas seis partições em que foi dividida a faixa de frequências de interesse. ....	58
Figura 35 – Comparação das curvas aproximadas da FT $y_{210,210}$ utilizando o método VFFP proposto, sem (a) e com (b) o recálculo dos resíduos. ....	58
Figura 36 – Módulo dos resíduos em função das frequências dos polos associados para a FT $y_{210,210}$ , antes (a) e após (b) a etapa de recálculo. ....	60
Figura 37 – Ajustes realizados pelo VFP e VFFP sem redução de ordem feita pelo BT. ....	66
Figura 38 – Ajustes realizados pelo VFP e VFFP com redução de ordem feita pelo BT. ....	66
Figura 39 – Curvas dos módulos das FTs $y_{21,21}$ , $y_{21,23}$ e $y_{23,23}$ e do traço da FT MIMO. ....	68
Figura 40 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de admitância. ....	69
Figura 41 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de admitância. ....	69
Figura 42 – Tempo computacional utilizado para se balancear o sistema MIMO e para fazer a redução do mesmo para diferentes quantidades de polos e números de picos por partição. ....	70
Figura 43 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de admitância do sistema teste de 34 barras para diferentes quantidades de polos. ....	70
Figura 44 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de admitância do sistema teste de 34 barras. ....	71
Figura 45 – Curvas do erro RMS antes e após o BT e curva formada pelos valores singulares de Hankel. ....	72
Figura 46 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs $y_{21,21}$ , $y_{21,23}$ e $y_{23,23}$ do sistema de testes de 34 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 159 polos. ....	72

Figura 47 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs $y_{21,21}$ , $y_{21,23}$ e $y_{23,23}$ do sistema de testes de 34 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 135 polos. ....	73
Figura 48 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs $y_{21,21}$ , $y_{21,23}$ e $y_{23,23}$ do sistema de testes de 34 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 93 polos. ....	73
Figura 49 – Curvas do módulo das FTs $z_{21,21}$ , $z_{21,23}$ e $z_{23,23}$ e do traço da FT MIMO. ....	74
Figura 50 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de impedância. ....	75
Figura 51 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de impedância. ....	75
Figura 52 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de impedância do sistema teste de 34 barras para diferentes quantidades de polos. ....	76
Figura 53 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de impedância do sistema teste de 34 barras. ....	76
Figura 54 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO para o sistema IEEE 118 barras, utilizando FTs de admitância. ....	77
Figura 55 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs $y_{30,30}$ , $y_{30,38}$ e $y_{38,38}$ do sistema IEEE 118 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 191 polos. ....	78
Figura 56 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs $y_{30,30}$ , $y_{30,38}$ e $y_{38,38}$ do sistema IEEE 118 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 246 polos. ....	78
Figura 57 – Tempo computacional utilizado para se balancear o sistema MIMO e para fazer a redução do mesmo para diferentes quantidades de polos e números de picos por partição, considerando o sistema IEEE 118 barras. ...	79
Figura 58 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de admitância do sistema IEEE 118 barras para diferentes quantidades de polos. ....	80
Figura 59 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO para o sistema equivalente Sul e Sudeste, utilizando FTs de admitância. ....	81
Figura 60 – Tempo computacional utilizado para se balancear o sistema MIMO e para fazer a redução do mesmo para diferentes quantidades de polos e números de picos por partição, considerando o sistema equivalente Sul e Sudeste. ....	81
Figura 61 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste para diferentes quantidades de polos finais. ....	82
Figura 62 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste. ....	83

Figura 63 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de impedância do sistema equivalente Sul e Sudeste. ....	83
Figura 64 – Ajuste da FT MIMO do sistema teste de 34 barras utilizando o VFFP com 10 picos por partição e o CP. ....	85
Figura 65 – Ajuste da FT MIMO do sistema IEEE 118 barras utilizando o VFFP com 10 picos por partição e o CP. ....	85
Figura 66 – Ajuste da admitância $y_{210,210}$ da FT MIMO do sistema equivalente Sul e Sudeste utilizando o VFFP com 10 picos por partição e o CP. ....	86
Figura 67 – Sistema reduzido obtido pela substituição da área externa por admitâncias equivalentes. Adaptado de: [21] .....	89
Figura 68 – Representação da área externa por síntese de rede elétrica. Adaptado de: [19].....	91
Figura 69 – Sistema externo inativo com aplicação de fontes de tensão e medição de corrente em todas as barras de fronteira. ....	101
Figura 70 – Representação física do MR de admitância para a barra de fronteira k. Fonte: [48] .....	104
Figura 71 – Representação do MR de admitância para um sistema com duas barras de fronteira. Fonte: [48].....	106
Figura 72 – Representação do Teorema da Superposição, mostrando que $i_1 = i_2 + i_3$ . Fonte: Adaptado de [50] .....	107
Figura 73 – Sistema Industrial (sistema de estudos) conectado ao sistema teste de transmissão (sistema externo) pelas barras 21 e 23, em azul, com o objetivo de analisar a tensão na barra 1110, em verde. Fonte: Adaptado de [40].....	109
Figura 74 – Obtenção da resposta de tensão na barra 1110 devida a um degrau de corrente de 100 p.u. na barra 126 utilizando o Teorema da Superposição..	109
Figura 75 – Obtenção da resposta de tensão na barra 1110, utilizando o Teorema da Superposição, devida a um degrau de corrente de 100 p.u. na barra 126, com uma fonte de tensão ideal na barra 1126 do sistema de estudos.....	111
Figura 76 – Sistema Externo com as barras de fronteira curto-circuitadas enquanto todas suas fontes estão ativas.....	112
Figura 77 – Sistema Externo com fontes de tensão com tensões nulas conectadas às barras de fronteira para modelagem de curtos-circuitos nessas barras.....	113
Figura 78 – Representação do equivalente de Norton aplicado à um sistema externo com duas barras de fronteira.....	115
Figura 79 – Resposta de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.....	116
Figura 80 – Ampliação do transitório de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos. ....	117

Figura 81 – Erros das respostas de tensão na barra 110 devidos à utilização dos equivalentes quando aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.....	117
Figura 82 – Resposta de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.....	118
Figura 83 – Ampliação do transitório de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos. ....	119
Figura 84 – Erros das respostas de tensão na barra 1110 devidos à utilização dos equivalentes quando aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.....	119
Figura 85 – Resposta de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto, considerando em regime permanente uma fonte de corrente harmônica de 300 Hz e 10 p.u. na barra 8 da área externa e aplicando uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.05 segundos. ....	122
Figura 86 – Resposta de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto, considerando em regime permanente uma fonte de corrente harmônica de 300 Hz e 10 p.u. na barra 8 da área externa e aplicando uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.05 segundos. ....	122
Figura 87 – Curvas de erro da tensão nas barras 110 e 1110 utilizando o equivalente proposto, ao ser considerado em regime permanente uma fonte de corrente harmônica de 300 Hz e 10 p.u. na barra 8 da área externa e aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.05 segundos.....	123
Figura 88 – Resposta de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos. ....	124
Figura 89 – Ampliação do transitório de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos....	124
Figura 90 – Curvas de erro da tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos. ....	125
Figura 91 – Ampliação do transitório de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos....	126
Figura 92 – Curvas de erro da tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos. ....	126
Figura 93 – Resposta de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese ao desligar a parte direita do sistema industrial.....	128



Figura 94 – Ampliação do transitório de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese ao desligar a parte direita do sistema industrial. ....	128
Figura 95 – Curvas de erro de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese ao desligar a parte direita do sistema industrial. ....	129
Figura 96 - Módulos de simulação e de suporte aos cálculos do ATP. Fonte: [57].....	141
Figura 97 – Fontes de tensão que permitem a utilização de TACS. Fonte: [57].....	142
Figura 98 – Funções de Transferências utilizadas pelo TACS. Fonte: [57].....	142
Figura 99 – Dispositivos que utilizam TACS. Fonte: [57].....	142
Figura 100 – Diferentes tipos de componentes MODELS type 94 e como eles se comunicam com o ATP. Fonte: [57] .....	145
Figura 101 – Sistema teste de 3 barras. ....	147
Figura 102 – Sistema teste de 3 barras com uma das cargas RLC substituída por MODELS. Circuito 1 utiliza o type94-Norton; o circuito 2 o Iterated; e o 3 utiliza o Thevenin. ....	148
Figura 103 – Comparação da curva de tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de corrente contínua sendo injetada na barra 1 aos 0.001 segundos. ....	148
Figura 104 – Curvas de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de corrente contínua sendo injetada na barra 1 aos 0.001 segundos. ....	149
Figura 105 – Comparação da curva de tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo inicializada com o sistema. ....	150
Figura 106 – Curvas de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo inicializada com o sistema. ....	150
Figura 107 – Comparação da curva de tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo incluída no sistema aos 0.002 segundos. ....	152
Figura 108 – Curvas de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo incluída no sistema aos 0.002 segundos. ....	153
Figura 109 – Comparação da curva de tensão e de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 e, aos 0.02 segundos, retirada da resistência conectada a barra 3. ....	154
Figura 110 – Sistema teste de 3 barras modificado para que a carga RLC conectada à barra 3 só entre no sistema em $t = 0$ . ....	155
Figura 111 – Comparação da curva de tensão e de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 e, no primeiro $\Delta t$ da simulação, conectada a carga RLC na barra 3. ....	155
Figura 112 – Indutor. ....	157

Figura 113 – Indutor sendo representado com uma condutância e uma fonte de corrente histórica. ....	158
Figura 114 – Capacitor. ....	159
Figura 115 – Capacitor sendo representado por uma condutância e uma fonte de corrente histórica. ....	160
Figura 116 – Resistor.....	160
Figura 117 – Carga RLC. ....	160
Figura 118 – Carga RLC sendo representada por uma condutância e uma fonte de corrente histórica. ....	161

## Lista de Tabelas

Tabela 1 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de admitância $y_{21,21}$ , $y_{21,23}$ e $y_{23,23}$ do Sistema Teste de 34 Barras.....	44
Tabela 2 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de impedância $z_{21,21}$ , $z_{21,23}$ e $z_{23,23}$ do Sistema Teste de 34 Barras.....	46
Tabela 3 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de admitância $y_{30,30}$ , $y_{30,38}$ e $y_{38,38}$ do Sistema IEEE 118 Barras.....	48
Tabela 4 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de impedância $z_{30,30}$ , $z_{30,38}$ e $z_{38,38}$ do Sistema IEEE 118 Barras.....	50
Tabela 5 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de admitância do Sistema Equivalente Sul e Sudeste. ....	52
Tabela 6 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de impedância do sistema equivalente Sul e Sudeste.....	53
Tabela 7 – Comparações de tempo ao ser utilizada a iteração completa ou parcial durante o recálculo dos resíduos ao final da etapa 1 do VFFP.....	56
Tabela 8 – Resumo das comparações VFP × VFFP.....	67
Tabela 9 – Resultados do VFFP com e sem o CP para os 3 sistemas testes utilizados neste capítulo. ....	84
Tabela 10 – Tempos de simulação no ATP do equivalente proposto, sistema completo e síntese para o Sistema Teste de 34 barras e com aplicação de fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos. ....	121
Tabela 11 – Tempos de simulação no ATP do equivalente proposto, sistema completo e síntese para o Sistema Teste IEEE 118 barras e com aplicação de fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos aos 0.05 segundos. ....	127
Tabela 12 – Tempos computacional, em segundos, de 10 simulações consecutivas feitas para cada um dos circuitos do sistema teste de 3 barras com uma fonte de corrente sendo injetada na barra 1 aos 0.001 segundos.....	149
Tabela 13 – Tempos computacional, em segundos, de 10 simulações consecutivas feitas para cada um dos circuitos do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo inicializada com o sistema.....	151

Tabela 14 – Dados de tensão, cargas série e shunt, LTs e transformadores para o sistema teste de 34 barras. ....	170
Tabela 15 – Dados de carga série, shunts e LTs para o sistema teste de 3 barras. ....	171
Tabela 16 – Parte 1 dos dados de tensões de operação, cargas séries e shunts, LTs e transformadores para o sistema do IEEE 118 barras. ....	171
Tabela 17 – Parte 2 dos dados de tensões de operação, cargas séries, shunts e LTs para o sistema do IEEE 118 barras. ....	172
Tabela 18 – Dados de tensões de operação, cargas séries, shunts e LTs para o sistema industrial. ....	173

## Lista de Abreviaturas

BT	Balanced Truncation ou truncamento da forma balanceada do sistema escrito na forma de espaço de estados .....
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica .....
CP	Critério de Parada .....
EDO	Equações Diferenciais Ordinárias .....
EDP	Equações Diferenciais Parciais .....
EMTP-ATP Version	EletroMagnetic Transients Program, Alternative Transients Program ou Programa Alternativo de Transitórios Eletromagnéticos, versão do Programa de Transitórios Eletromagnéticos .....
FT	Função de Transferência .....
LT	Linha de Transmissão .....
MOR	Modelo de Ordem Reduzida.....
MR	Modelos Racionais .....
RP	Regime Permanente .....
SEP	Sistema Elétrico de Potência .....
TACS	Transient Analysis of Control Systems ou Sistema de Controle para Análise de Transitórios .....
VF	<i>Vector Fitting</i> ou Método de Ajuste Vetorial .....
VFFP	Vector Fitting with Frequency Partitioning Method ou Ajuste Vetorial com Método de Partição de Frequência .....
VFP	Vector Fitting combined with frequency partitioning ou Método de Ajuste Vetorial com Particionamento da Faixa de Frequências.....

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 INTRODUÇÃO

Durante a operação normal, ou em Regime Permanente (RP), de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), este pode ser modelado de forma simplificada, desprezando a dinâmica da rede elétrica. Assim o sistema pode ser representado por fasores de corrente e tensão no domínio da frequência [1], resultando em um modelo matemático mais simples.

No entanto, o SEP está sujeito a diversos tipos de perturbações que causam modificações na topologia da rede ou na troca de energia entre seus equipamentos. Estas perturbações (ou eventos) podem causar variações bruscas de tensão ou corrente no sistema e o mesmo deve ser projetado para suportá-las. Assim, o principal objetivo das simulações de transitórios de sistemas de potência é a de tentar prever o efeito dos eventos no sistema para que se consiga projetá-lo e operá-lo da melhor forma possível [1].

Esses fenômenos transitórios podem ser divididos em duas classes, basicamente. A primeira é a de transitórios eletromecânicos, que são oscilações relacionadas com a dinâmica das máquinas síncronas e de seus controladores, ocasionados, normalmente, por faltas, eliminações de faltas, falhas de equipamentos ou mudanças bruscas de carga. A segunda classe é relativa aos transitórios eletromagnéticos que são oscilações relacionadas com a dinâmica de componentes da rede elétrica, como linhas de transmissão (LTs), transformadores e bancos de capacitores e de indutores. São geradas pelo próprio sistema, como em operações de manobra de equipamentos, ou por agentes externos, como descargas atmosféricas. Esses transitórios podem ser muito rápidos, na faixa de nanossegundos a microssegundos, como em operações de desligamento de subestações isoladas a gás, ou mais lentas, na faixa de milissegundos a segundos, como em casos de sobretensão de manobra em linhas de transmissão [2]. Na Figura 1 são mostrados valores típicos de janelas de tempo utilizados para estudos de alguns dos fenômenos transitórios.

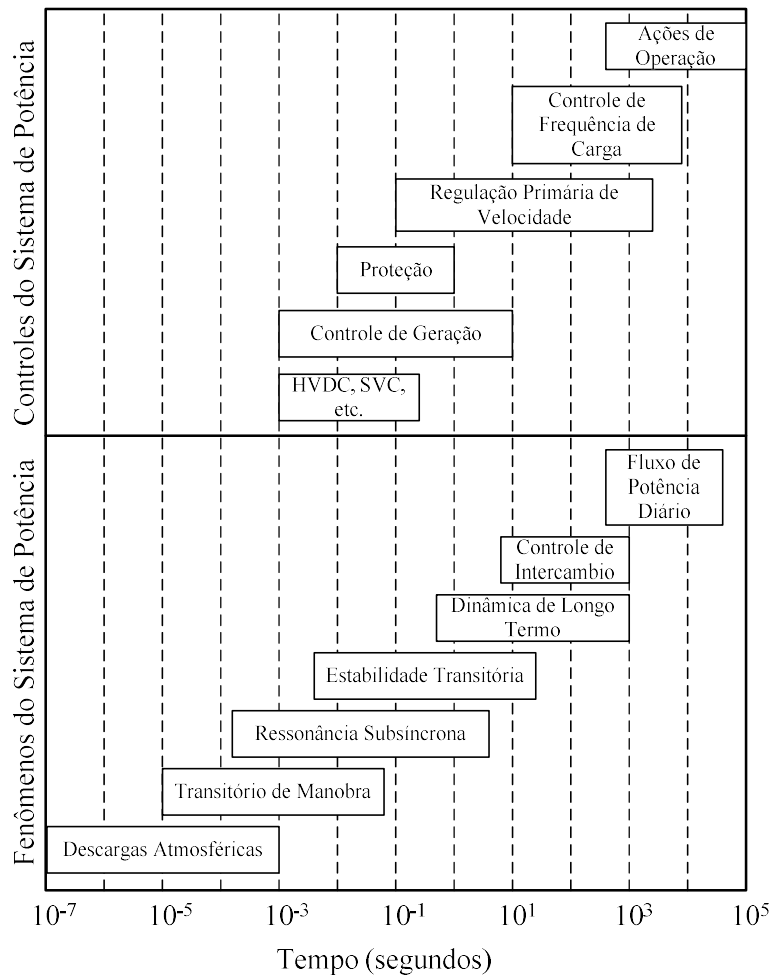


Figura 1 – Janela de tempo para diversos fenômenos transitórios. Adaptado de [1].

Para estudos de transitórios eletromagnéticos, diferentemente dos estudos do sistema em RP e de transitórios eletromecânicos, a dinâmica da rede também é considerada. Desse modo, se faz necessário que a rede seja modelada com o máximo rigor possível, onde, por exemplo, os parâmetros das LTs devem ser considerados distribuídos e variantes com a frequência [3], [4]. Devida à complexidade de um sistema de transmissão de grande porte, representar todos os seus equipamentos de forma detalhada torna-se uma tarefa inviável, tanto no que tange ao esforço empenhado pelo analista em preparar os dados de toda a rede com detalhes, quanto ao esforço computacional (tempo de processamento) despendido para se realizar os estudos. Por isso, a rede elétrica é, em geral, dividida em duas áreas específicas, a área de interesse (ou de estudos) e a área externa. A área de interesse é a parte do sistema onde se quer investigar o seu comportamento diante de determinadas perturbações, por isso é modelada com maior rigor. A área externa é composta pelo restante do sistema que

pode ser representada por um equivalente que, na prática, são normalmente utilizados os equivalentes estáticos, também chamados de equivalentes de curto-circuito.

Estes equivalentes são obtidos a partir dos valores de impedâncias nodais calculadas utilizando dados de curtos circuitos nas barras de fronteira e considerando apenas a frequência fundamental do sistema, o que faz com que as características de frequências diferentes da fundamental desta área sejam ignoradas [5]. Deve-se ressaltar que o procedimento para se determinar equivalentes estáticos precisos é produto da tentativa de ajustar a tensão em cada uma das barras da área de estudos e o fluxo de potência entre esta área e a externa para que sejam iguais tanto no programa de transitórios eletromagnéticos quanto nos programas de fluxo de potência, onde exemplos de programas utilizados são o ATP [6] e o ANAREDE [7], respectivamente. Neste procedimento, de forma geral, se mostra necessário que uma área maior do que a área de estudos seja modelada em detalhes no ATP para que se tenha uma boa precisão nos seus resultados obtidos [8], [9], o que faz com que seja uma tarefa árdua adaptar estes equivalentes para obter resultados satisfatórios.

Uma alternativa são os equivalentes dinâmicos que possuem fidelidade (qualidade) maior do que os de frequência fundamental, pois preservam as características da área externa para uma ampla faixa de frequências sendo, portanto, fundamentais para que este tipo de estudo seja realizado de forma aceitável. Existem diversas abordagens para a construção destes equivalentes, as quais podem ser divididas em métodos no domínio do tempo e no domínio da frequência [10]. Dentre os métodos para construção de equivalentes no domínio da frequência, os mais utilizados são os baseados em aproximar as respostas em frequência por modelos racionais (MRs) e depois aplicar as informações de frequência do sistema, presentes no MR, em simulações no domínio do tempo [11]. Estes MRs utilizam os polos dominantes e resíduos associados das funções de transferências (FTs), que podem ser calculados de forma exata [3], [4] ou aproximada [12], [13].

Dentre os métodos utilizados para a obtenção dos MRs, o mais utilizado mundialmente é o Método de Ajuste Vetorial ou, em inglês, *Vector Fitting* (VF) [13]. Proposto em 1999, se mostrou bastante rápido, preciso e robusto e, por isso, tem sido amplamente empregado em diferentes tipos de aplicação, além da construção de equivalentes de redes elétricas [8], como, por exemplo, modelagem de LTs e transformadores para cálculo de transitórios eletromagnéticos [14], [15], [16], [17] modelagem do sistema térmico de baterias de veículos elétricos [18], entre outros.



Existem diversos métodos para a representação de MRs no domínio do tempo em programas de transitórios eletromagnéticos, como o método de convolução recursiva [11], de síntese de circuitos elétricos equivalentes [19], [20], [21], e de representação através de circuitos companheiros (equivalentes de Norton) [5], [22], [23], [24]. Entretanto, para implementação de equivalentes de redes elétricas multiportas no ATP, as únicas metodologias amplamente conhecidas são as de sínteses de circuitos elétricos, pois os demais métodos lidam com cálculos matriciais que, na prática, são bastante complexos para serem feitos neste programa.

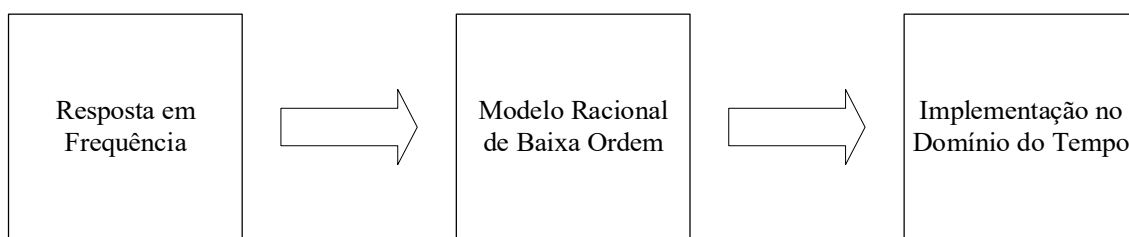
## **1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS**

Pesquisadores e engenheiros usualmente gastam mais tempo construindo equivalentes de redes estáticos, modelando uma área consideravelmente maior do que a área de interesse para os estudos [8], [10] com o máximo de detalhes e verificando a precisão das respostas deste novo sistema equivalente do que com a própria realização das simulações dos estudos, que acabam sendo uma parcela pequena do tempo total investido [25]. Este processo é necessário para se executar os estudos de forma confiável utilizando os equivalentes estáticos, que podem ser obtidos através dos programas ANAREDE [7] e ANAFAS [26] oferecidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL). Mas, mesmo assim, conforme o número de barras de fronteira (ou de conexão) entre a área de estudos e a área externa aumenta, a tarefa de obtenção dos equivalentes pode demorar vários dias ou mesmo semanas. Ainda, após a conclusão da criação do equivalente de rede, havendo alteração do conjunto de barras da área externa ou do caso base de fluxo de potência, por exemplo, esse procedimento tem que ser repetido [27].

Assim, observam-se três problemas que este trabalho busca solucionar. O primeiro é a falta de um programa computacional comercial que auxilie na obtenção de equivalentes de redes dinâmicos, considerando os fenômenos variantes com a frequência. Ainda, como foi constatado uma diminuição da eficiência computacional das metodologias conhecidas para obtenção de equivalentes de redes acompanhado de um aumento da dificuldade de implementação em programas de transitórios eletromagnéticos conforme se aumenta o porte do sistema, o segundo problema mapeado foi uma falta de metodologias que aumentem a eficiência dos processos de construção de equivalentes de redes. Por último, o terceiro problema mapeado foi a falta

de opções de metodologias de representação de MRs que possam ser implementados no ATP, que é o principal programa de estudos de transitórios eletromagnéticos no Brasil, por ser gratuito e ser exigido pelo ONS em estudos de transitórios eletromagnéticos para esta instituição.

Objetivando resolver estes problemas, os procedimentos para construção destes equivalentes foram divididos em três etapas mostradas na Figura 2. A primeira etapa, chamada de “Resposta em Frequência”, representa toda a parte de modelagem matemática das redes elétricas, definição das áreas de estudos e externa e os cálculos das respostas em frequência das áreas externas que deverão ser substituídas por equivalentes. Essa etapa pode ser tratada com o programa de análise de comportamento harmônico e análise modal fornecido pelo CEPEL, o HarmZs [28].



*Figura 2 – Etapas para inclusão de equivalentes de redes dinâmicas em programas de transitórios eletromagnéticos.*

Para a segunda etapa, a obtenção de modelos racionais de baixa ordem será feita com o VF. Porém, como será tratado a partir do Item 3.3 do Capítulo 2, existem poucas referências de utilização eficiente deste método e, para casos práticos, o tempo para sua convergência pode ser muito grande dependendo da quantidade de barras de fronteira. Com isso, são propostas duas melhorias que visam aumentar a eficiência computacional do VF. Entre as melhorias, a primeira é um critério de parada para interromper seu processo iterativo com um adequado custo-benefício entre o tempo de convergência do método e a precisão do MR obtido. A segunda é um método baseado no ajuste das funções de transferência por partições da faixa de frequências de interesse e na redução da ordem do modelo racional, tornando a aplicação do VF em sistemas multiportas de grande porte consideravelmente mais eficiente e flexível.

Concluindo com a implementação no domínio do tempo, última etapa, é proposto um método para criação das partes ativa e passiva de equivalentes dinâmicos de redes elétricas a partir dos modelos racionais obtidos pelo VF. Este é uma generalização do método apresentado em [5], que é restrito a áreas externas conectadas

por apenas uma barra (monoporta) e é pensado para ser implementado no ATP, sendo uma alternativa à síntese de circuitos equivalentes. Cabe salientar que embora tenha sido desenvolvido para ser implementado no ATP, o método também pode ser implementado em outros programas de transitórios eletromagnéticos que permitam a criação de componentes customizados pelo usuário.

### **1.3 PUBLICAÇÕES ORIGINADAS DESTE TRABALHO**

Artigos publicados originados por esta dissertação:

1 – T. M. Campello, S. L. Varricchio, C. D. O. Costa e G. N. Taranto, “Estratégia para o Uso Eficiente do Método de Ajuste Vetorial para a Obtenção de Modelos Reduzidos de Redes Elétricas” em *XXIV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Curitiba, 2017.

2 – T. M. Campello, S. L. Varricchio e G. N. Taranto, “Representation of Multiport Rational Models in the ATP - Lumped Networks Results” em *VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE)*, Niterói, 2018.

### **1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO**

Essa dissertação é estruturada em 5 capítulos e dois anexos. Como se observou, o Capítulo 1 apresentou uma breve contextualização e introdução dos temas que serão tratados, além de apresentar os artigos originados por este trabalho que já foram publicadas ou que estão em processo de submissão.

No Capítulo 2, faz-se uma introdução sobre o VF, com explicações sobre sua teoria, além de apresentar e analisar algumas metodologias encontradas na literatura que buscam torna-lo mais eficiente e que serão necessárias para contextualizar mais facilmente as melhorias propostas nesta dissertação.

No Capítulo 3, são propostas duas melhorias inéditas para aplicação eficiente do VF. Um critério de parada para interromper seu processo iterativo com um bom custo-benefício entre o tempo de convergência do método e a precisão do modelo racional obtido e, também, um método baseado no ajuste das FTs por partições da faixa de frequências de interesse e na redução da ordem do modelo racional.

No Capítulo 4, faz-se uma breve apresentação sobre equivalentes dinâmicos de redes elétricas. É apresentado o equivalente modal no domínio da frequência e a síntese de circuitos RLC, para a representação de MRs no domínio do tempo. Por fim, é

proposto um método de representação de MRs multiportas, alternativo à síntese. Este método é testado em sistemas monofásicos (apenas sequência positiva) sendo implementado no ATP através da MODELS.

No Capítulo 5, são expostas as principais conclusões obtidas durante este trabalho e são feitas sugestões de temas para trabalhos futuros.

Por fim, são incluídos dois Anexos onde, no Anexo A.1, o Programa de Transitórios Alternativos, versão do Programa de Transitórios Eletromagnéticos, ou comumente conhecido como ATP, é descrito e são feitas explicações sobre a MODELS, linguagem de programação própria deste programa utilizada para modelagem de sistemas de controle e de componentes de redes. Dada a sua importância para este trabalho, são exemplificadas as diferenças entre os três tipos de componentes *type 94* da MODELS. No Anexo A.2 são listados os dados dos sistemas utilizados para os testes realizados ao longo deste documento.

## 2. MÉTODO DE AJUSTE VETORIAL

### 2.1 INTRODUÇÃO

O VF é um método iterativo que pode ser aplicado para obter polos reais e/ou pares complexos conjugados aproximados e seus resíduos associados de forma que possam representar uma FT qualquer em uma faixa de frequências de interesse pré-determinada. Este método realoca o conjunto inicial de polos, fornecido pelo usuário, solucionando um sistema de equações lineares de forma a se encontrar um novo conjunto de polos e de resíduos associados que ajusta melhor a FT de interesse dentro da faixa de frequências fornecidas. Este processo é aplicado iterativamente até que uma tolerância desejada seja atingida. Este método força que os polos obtidos sejam todos estáveis, porém não garante a passividade do MR.

Para a utilização do VF são necessários alguns parâmetros de entrada fornecidos pelo usuário que são: valores previamente medidos ou calculados das FTs ( $H(j\omega)$ ) a serem ajustadas; faixa de frequências de interesse, peso para cada um dos pontos ( $j\omega, H$ ) amostrados, número de iterações e uma estimativa inicial dos polos. Enfatiza-se que estes parâmetros podem influenciar no tempo computacional de cada iteração do método e na precisão do MR obtido. Por exemplo, caso a ordem (ou número de polos iniciais) informada for muito pequena, a função aproximada tende a ter precisão indesejada, pois pode não conseguir encontrar polos que consigam representar adequadamente a função de interesse [29] ou, se for muito grande, poderá ter um custo computacional maior do que o necessário para a confecção dos estudos desejados [30]. Ainda, em relação ao conjunto inicial de polos, deve-se tomar cuidado, pois este deve ser estimado de forma a se evitar problemas de mal condicionamento do método [13].

Na literatura é possível encontrar alguns trabalhos onde são propostos métodos para melhorar a utilização do VF em diversos quesitos. Para melhorar a estimativa dos polos iniciais, por exemplo, em [29], procura-se utilizar os picos da função de interesse para determina-los. Em [31], busca-se utilizar o método de interpolação racional combinado com o VF para tal escolha. Porém nenhum deles é completamente automático, ou seja, ainda é necessário que o usuário informe a ordem do modelo, que

se mantém fixa por todo o processo, conseguindo ou não a precisão estipulada. Em [8], é proposto um método que utiliza os picos da função a ser aproximada para determinar a ordem do sistema e os polos iniciais e, caso o modelo não satisfaça a tolerância desejada após uma quantidade máxima de iterações, a ordem é aumentada em uma quantia previamente estipulada e o processo se repete até que seja obtida a tolerância desejada para a função aproximada. Além de melhorias para a estimativa dos polos iniciais, buscando um melhor desempenho computacional, em [30] e [32] são demonstradas formas de paralelizar o VF. Em [33], é criada uma estratégia para particionar a faixa de frequências de interesse. Em [34], é mostrada uma metodologia para extrair polos espúrios, que atrapalhariam a convergência do método. Embora não seja aplicado ao VF, em [22] é mostrado uma estratégia adaptativa para os pesos dos pontos amostrados, que variam durante as iterações conforme os erros de aproximação. Por fim, em [35], é proposto um método para identificação rápida da ordem do MR utilizando uma abordagem híbrida entre o VF e a Análise de Prony.

A seguir inicia-se uma descrição em detalhes do VF e algumas das metodologias para sua utilização eficiente, citadas anteriormente, para um melhor embasamento no assunto.

## 2.2 MÉTODO DE AJUSTE VETORIAL

O método do Ajuste Vetorial, ou *Vector Fitting*, apresentado em [13], consiste em se aproximar uma função  $H(s) \in \mathbb{C}$  por uma função racional  $\tilde{H}(s) \in \mathbb{C}$  em uma faixa de frequência finita de interesse, utilizando um conjunto de  $N_s$  pontos de ajuste  $(s_1, s_2, \dots, s_{N_s})$  dentro da faixa escolhida.

A função  $H(s)$  representa, normalmente, uma resposta em frequência de um sistema que tem seus valores previamente conhecidos, calculados ou medidos. De forma geral, busca-se uma função de transferência que represente essa função de forma aproximada com o menor erro possível.

Tal aproximação, de uma dada ordem  $N_o$ , pode ser obtida por uma razão de dois polinômios:

$$H(s) \cong \frac{P(s)}{Q(s)} \cong \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_Ms^M}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_{N_o}s^{N_o}} \quad (2.1)$$

Utilizando o método das frações parciais e considerando que a função tem apenas polos com multiplicidade simples, ou seja, polos não repetidos, é possível escrever (2.1) da seguinte forma genérica:

$$H(s) \cong \sum_{m=1}^{N_o} \frac{R_m}{s - \lambda_m} + d + s e \quad (2.2)$$

onde,  $R_m$  são os resíduos,  $\lambda_m$  os polos, sendo que ambos podem ser números reais ou complexos, tendo sempre seu par conjugado,  $d$  é um termo constante real,  $e$  é o coeficiente do termo proporcional a  $s$ , também real, e  $N_o$  é o número de polos da função aproximada ou a ordem de aproximação, sendo  $N_o < N_s$ .

Este método pode considerar, ou não, os termos  $d$  e  $e$  para fazer o ajuste, dependendo da escolha do usuário. Para a função ter estes termos diferentes de zero, ou não, depende apenas se é própria ( $N_o = M \Rightarrow d \neq 0$  e  $e = 0$ ), estritamente própria ( $N_o > M \Rightarrow d = 0$  e  $e = 0$ ), ou imprópria ( $N_o < M \Rightarrow d \neq 0$  e  $e \neq 0$ ). Dessa forma, se for conhecida esta propriedade da função, o método pode ser modificado para considerar devidamente esses termos.

O problema, então, passa a ser estimar  $R_m$ ,  $\lambda_m$ ,  $d$  e  $e$  para aproximar  $H(s)$  com o menor erro possível. Como essa equação é não linear, para ser resolvida Gustavsen e Semlyen propuseram em [13] que o problema fosse dividido em dois estágios que ocorrem sequencialmente, como um problema linear.

O primeiro estágio faz a identificação dos polos, a partir de um conjunto de polos iniciais. Já o segundo estágio determina os resíduos a partir dos polos identificados na etapa anterior.

### 2.2.1 ESTÁGIO 1: IDENTIFICAÇÃO DOS POLOS

O método é iniciado com a definição de um conjunto de polos iniciais  $\lambda_m, m = 1, 2, \dots, N_o$ , onde maiores detalhes sobre a forma de se estimar estes polos são apresentados no Subitem 2.2.6.

Com o conjunto de polos iniciais  $\bar{\lambda}_m$  especificado, define-se uma função escalonamento  $\sigma(s)$ , que possui a seguinte forma:

$$\sigma(s) = \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\bar{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} + 1 \quad (2.3)$$

A função  $\sigma(s)$  é definida de forma que, quando multiplicada por  $H(s)$ , resulte em:

$$(\sigma H)(s)_{Ajustado} \cong \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} + \tilde{d} + s \tilde{e} \quad (2.4)$$

onde  $\tilde{R}_m$ ,  $\tilde{d}$  e  $\tilde{e}$  são os termos referentes aos resíduos, ao termo constante e ao proporcional, respectivamente, da multiplicação de  $\sigma(s)$  por  $H(s)$ . Nota-se que os polos  $\bar{\lambda}_m$  de (2.4) e de (2.3) são iguais.

Agora, pode-se multiplicar (2.3) por  $H(s)$ , que é aproximadamente igual a (2.4), obtendo a seguinte relação:

$$\left( \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} + \tilde{d} + s \tilde{e} \right) \cong \left( \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\bar{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} + 1 \right) H(s) \quad (2.5)$$

ou seja,

$$(\sigma H)(s)_{Ajustado} \cong \sigma(s)H(s) \quad (2.6)$$

Ainda, (2.5) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\left( \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} + \tilde{d} + s \tilde{e} \right) \cong \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\bar{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} H(s) + H(s) \quad (2.7)$$

$$\left( \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} + \tilde{d} + s \tilde{e} \right) - \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\bar{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} H(s) \cong H(s) \quad (2.8)$$

Logo, (2.8) é um sistema de equações lineares que tem como incógnita as variáveis  $\tilde{R}_m$ ,  $\tilde{d}$ ,  $\tilde{e}$  e  $\bar{R}_m$ , podendo ser escrito como:



$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (2.9)$$

desse modo, para uma dada frequência  $s_k$ , tem-se

$$\mathbf{A}_k \mathbf{x} = b_k \quad (2.10)$$

sendo  $\mathbf{A}_k$  e  $b_k$  a linha da matriz  $\mathbf{A}$  e do vetor  $\mathbf{b}$  correspondentes à frequência  $s_k$ . Para polos reais, tem-se:

$$\mathbf{A}_k = \left[ \begin{array}{cccc} 1 & \cdots & 1 & \\ s_k - \bar{\lambda}_1 & & s_k - \bar{\lambda}_{N_0} & \\ & & & 1 \end{array} \quad s_k \quad \begin{array}{cc} -H(s_k) & \cdots & -H(s_k) \\ s_k - \bar{\lambda}_1 & & s_k - \bar{\lambda}_{N_0} \end{array} \right] \quad (2.11)$$

$$\mathbf{x} = [\tilde{R}_1 \quad \cdots \quad \tilde{R}_{N_0} \quad \tilde{d} \quad \tilde{e} \quad \bar{R}_1 \quad \cdots \quad \bar{R}_{N_0}]^T \quad (2.12)$$

$$b_k = H(s_k) \quad (2.13)$$

No caso de existirem polos complexos, uma modificação é introduzida no sistema para que seja assegurado que os resíduos sejam encontrados em pares conjugados perfeitos. Assume-se que a fração parcial de índice  $i$  e  $i + 1$  constituem um par conjugado, ou seja:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_i &= \bar{\lambda}'_i + j\bar{\lambda}''_i, & \bar{\lambda}_{i+1} &= \bar{\lambda}'_i - j\bar{\lambda}''_i \\ \bar{R}_i &= \bar{R}'_i + j\bar{R}''_i, & \bar{R}_{i+1} &= \bar{R}'_i - j\bar{R}''_i \\ \tilde{R}_i &= \tilde{R}'_i + j\tilde{R}''_i, & \tilde{R}_{i+1} &= \tilde{R}'_i - j\tilde{R}''_i \end{aligned} \quad (2.14)$$

então, os termos correspondentes aos polos complexos de  $\mathbf{A}_k$  são modificados para se apresentarem como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{k,i} &= \frac{1}{s_k - \bar{\lambda}_i} + \frac{1}{s_k - \bar{\lambda}_i^*} \\ \mathbf{A}_{k,i+1} &= \frac{j}{s_k - \bar{\lambda}_i} - \frac{j}{s_k - \bar{\lambda}_i^*} \end{aligned} \quad (2.15)$$

e

$$\mathbf{A}_{k,(i+N_o+2)} = -H(s_k)\mathbf{A}_{k,i} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{A}_{k,(i+1+N_o+2)} = -H(s_k)\mathbf{A}_{k,i+1}$$

Escrevendo (2.9) para toda a faixa de frequência requerida para o processo de aproximação, levando em consideração que só são usadas frequências positivas, é obtido um sistema de equações matricial linear sobredeterminado.

Para preservar a propriedade dos elementos complexos conjugados, o sistema matricial deve ser reformulado em termos de quantidades reais para a seguinte configuração:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}' \\ \mathbf{A}'' \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}' \\ \mathbf{b}'' \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

onde  $\mathbf{A}' = \Re(\mathbf{A})$ ,  $\mathbf{A}'' = \Im(\mathbf{A})$ ,  $\mathbf{b}' = \Re(\mathbf{b})$  e  $\mathbf{b}'' = \Im(\mathbf{b})$ , sendo  $\Re$  e  $\Im$  os operadores que fornecem as partes real e imaginária do argumento. As alterações definidas por (2.15) e (2.17) fazem com que os resíduos complexos encontrados no vetor  $\mathbf{x}$  sejam representados como, por exemplo:

$$x_i = \tilde{R}'_i, \quad x_{i+2(N_o+1)} = \tilde{R}''_i \quad (2.18)$$

O sistema final é apresentado em (2.17) e é resolvido, originalmente, como um problema de mínimos quadrados. Após determinar os coeficientes do vetor  $\mathbf{x}$ , é possível obter uma aproximação para  $H(s)$  a partir de (2.5). Partindo da reformulação de (2.4), tem-se:

$$\begin{aligned} (\sigma H)(s)_{Ajustado} &\cong \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} + \tilde{d} + s \tilde{e} \\ &= \frac{\tilde{e} \prod_{m=1}^{N_o+1} (s - \tilde{z}_m)}{\prod_{m=1}^{N_o} (s - \bar{\lambda}_m)} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Da mesma forma, a função  $\sigma(s)$  pode ser escrita como:

$$\sigma(s) = \frac{\prod_{m=1}^{N_o} (s - \bar{z}_m)}{\prod_{m=1}^{N_o} (s - \bar{\lambda}_m)} \quad (2.20)$$

Agora, aplicando (2.19) e (2.20) em (2.6), determina-se:

$$H(s) \cong \frac{(\sigma H)(s)_{Ajustado}}{\sigma(s)} = \frac{\tilde{e} \prod_{m=1}^{N_o+1} (s - \tilde{z}_m) \prod_{m=1}^{N_o} (s - \bar{\lambda}_m)}{\prod_{m=1}^{N_o} (s - \bar{\lambda}_m) \prod_{m=1}^{N_o} (s - \bar{z}_m)} \quad (2.21)$$

então,

$$H(s) \cong \frac{\tilde{e} \prod_{m=1}^{N_o+1} (s - \tilde{z}_m)}{\prod_{m=1}^{N_o} (s - \bar{z}_m)} \quad (2.22)$$

A Equação (2.22) mostra que os polos aproximados de  $H(s)$  correspondem aos zeros  $\bar{z}_m$  de  $\sigma(s)$ . Portanto, calculando esses valores é possível obter um bom conjunto de polos para a função a ser aproximada.

Os zeros de  $\sigma(s)$  são iguais aos autovalores  $\lambda_m$  da matriz  $\mathbf{F}$ , sendo

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{b}\bar{\mathbf{R}} \quad (2.23)$$

onde,  $\mathbf{A}$  é uma matriz diagonal com os polos iniciais  $\bar{\lambda}_m$ ,  $\mathbf{b}$  é um vetor coluna contendo apenas elementos unitários e  $\bar{\mathbf{R}}$  é um vetor que contém os resíduos de  $\sigma(s)$ .

No caso de existirem polos complexos, as correspondentes submatrizes de (2.23) são modificadas via transformação de similaridades [36], onde a seguinte configuração complexa

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \vdots & & & \\ \cdots & \bar{\lambda}'_i + j\bar{\lambda}''_i & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & \bar{\lambda}'_i - j\bar{\lambda}''_i & \cdots \\ \vdots & & & \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \vdots \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\bar{\mathbf{R}} = [\cdots \quad \bar{R}'_i + j\bar{R}''_i \quad \bar{R}'_i - j\bar{R}''_i \quad \cdots]$$

passa a ser escrita como a seguinte configuração real

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \vdots & & & \\ \cdots & \bar{\lambda}'_i & \bar{\lambda}''_i & \cdots \\ \cdots & -\bar{\lambda}''_i & \bar{\lambda}'_i & \cdots \\ \vdots & & & \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \vdots \\ 2 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$\bar{\mathbf{R}} = [\cdots \quad \bar{R}'_i \quad \bar{R}''_i \quad \cdots]$$

Assim,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

sendo  $\mathbf{A}_1$  e  $\mathbf{A}_2$  matrizes diagonal e bloco-diagonal, respectivamente, dadas por:

$$\mathbf{A}_1 = \text{diag}(\lambda_l), l = 1, N_R \quad (2.27)$$

$$\mathbf{A}_2 = \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \lambda'_m & \lambda''_m \\ -\lambda''_m & \lambda'_m \end{bmatrix} \right), m = N_R + 1, N_R + N_C \quad (2.28)$$

considerando  $N_R$  o número de polos reais e  $N_C$  o número de pares de polos complexos conjugados. Os vetores  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{c}$  são dados por:

$$\mathbf{b} = [\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2]^T \quad (2.29)$$

$$\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1 \mid \mathbf{c}_2]^T \quad (2.30)$$

onde:

$$\mathbf{b}_1 = [1 \ \dots \ 1]^T \quad (2.31)$$

$$\mathbf{b}_2 = [ [0 \ 2] \ \dots \ [0 \ 2] ]^T \quad (2.32)$$

$$\mathbf{c}_1 = [R_1 \ \dots \ R_{N_R}]^T \quad (2.33)$$

$$\mathbf{c}_2 = [R'_{N_R+1} \ R''_{N_R+1} \ \dots \ R'_{N_R+N_C} \ R''_{N_R+N_C}]^T \quad (2.34)$$

Dessa forma a matriz  $\mathbf{F}$  se mantém real e é assegurado que os autovalores complexos encontrados se apresentem em pares conjugados exatos.

Depois que os valores dos polos aproximados da função  $H(s)$  são calculados, é verificado se foi encontrado algum polo instável (parte real positiva). Caso haja, o problema é corrigido invertendo o sinal da parte real do polo.

## 2.2.2 ESTÁGIO 2: DETERMINAÇÃO DOS RESÍDUOS

A princípio, os resíduos poderiam ser calculados diretamente aplicando o novo conjunto de polos em (2.22), porém, dessa forma os resíduos ainda estariam baseados no conjunto de polos iniciais, gerando um erro maior na aproximação.

Uma maneira de minimizar o erro do ajuste da função é resolver o problema original exposto em (2.2), porém utilizando o novo conjunto de polos identificados na Etapa 1 em vez dos polos iniciais estimados, assim pode se estabelecer um problema linear sobredeterminado na forma  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  onde, para cada frequência  $s_k$ , tem-se:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 1 & s_k \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{x} = [R_1 \ \cdots \ R_{N_o} \ d \ e]^T \quad (2.36)$$

$$\mathbf{b}_k = H(s_k) \quad (2.37)$$

Deve ser lembrado que todas as modificações feitas anteriormente para casos de polos complexos também são feitas nessa etapa.

## 2.2.3 O AJUSTE VETORIAL APLICADO A SISTEMAS MIMO

Neste item é comentada a aplicação do VF em sistemas MIMO, em que se tem um conjunto de  $N_{FT}$  funções de transferência distintas, que são aproximadas usando o mesmo conjunto de polos iniciais e função  $\sigma(s)$ , em vez de termos apenas uma função para aproximar, que caracteriza um sistema SISO.

Um sistema de FTs MIMO qualquer pode ser definido como:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

onde  $1 \leq i, j \leq n$  e os termos  $H_{ii}$  são chamados de FTs próprias e  $H_{ij}$  de FTs de transferência. Ainda,

$$N_{FT} = 0.5 n (n + 1) \quad (2.39)$$

A aproximação de  $\mathbf{H}(s)$  por um MR  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$  é dada por:

$$\mathbf{H}(s) \cong \tilde{\mathbf{H}}(s) = \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\mathbf{R}_m}{s - \lambda_m} + \mathbf{D} + s \mathbf{E} \quad (2.40)$$

onde  $\lambda_m$ ,  $\mathbf{R}_m$ ,  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{E}$  denotam um polo do MR, a matriz de resíduos associada e as matrizes de termos diretos e de coeficientes dos termos impróprios. Assim, cada elemento  $H_{ij}(s)$  de  $\mathbf{H}(s)$  é aproximado por:

$$H_{ij}(s) = \sum_{m=1}^{N_o} \frac{R_{m(ij)}}{s - \lambda_m} + d_{ij} + s e_{ij} \quad (2.41)$$

onde,  $R_{m(ij)}$ ,  $d_{ij}$  e  $e_{ij}$  são os elementos  $(i, j)$  das matrizes  $\mathbf{R}_m$ ,  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{E}$ , respectivamente.

Cabe salientar que  $\mathbf{H}$  representa uma matriz genérica de FTs de um sistema MIMO qualquer. Assim, caso se contextualize o problema a um sistema MIMO de FTs de admitância,  $\mathbf{H}$  pode passar a ser representado como  $\mathbf{Y}$ , ou  $\mathbf{Z}$  para sistema de FTs de impedância.

É feito um vetor com as  $N_{FT}$  FTs diferentes. Logo, para o caso de uma matriz  $\mathbf{H}$  simétrica, são selecionadas apenas as da diagonal superior ou inferior. Portanto, a equação (2.8) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \left( \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_{m(11)}}{s - \tilde{\lambda}_m} + \tilde{d}_{11} + s \tilde{e}_{11} \right) \\ \left( \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_{m(12)}}{s - \tilde{\lambda}_m} + \tilde{d}_{12} + s \tilde{e}_{12} \right) \\ \vdots \\ \left( \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\tilde{R}_{m(nn)}}{s - \tilde{\lambda}_m} + \tilde{d}_{nn} + s \tilde{e}_{nn} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(s) \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\bar{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} \\ H_{12}(s) \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\bar{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} \\ \vdots \\ H_{nn}(s) \sum_{m=1}^{N_o} \frac{\bar{R}_m}{s - \bar{\lambda}_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(s) \\ H_{12}(s) \\ \vdots \\ H_{nn}(s) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

assim, tem-se um sistema do tipo  $\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$  onde, considerando as  $N_s$  frequências de interesse, obtêm-se:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{11} \\ \boldsymbol{\theta}_{12} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{x} = [\boldsymbol{\rho}_{11} \quad \boldsymbol{\rho}_{12} \quad \cdots \quad \boldsymbol{\rho}_{nn} \quad \bar{R}_1 \quad \bar{R}_2 \quad \cdots \quad \bar{R}_{N_o}]^T \quad (2.44)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & -\text{diag}(\boldsymbol{\theta}_{11}) \boldsymbol{\Gamma} \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{\Gamma} & -\text{diag}(\boldsymbol{\theta}_{nn}) \boldsymbol{\Gamma} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

onde,

$$\boldsymbol{\rho}_{ij} = [\tilde{R}_{1(ij)} \quad \tilde{R}_{2(ij)} \quad \cdots \quad \tilde{R}_{N_o(ij)} \quad \tilde{d}_{ij} \quad \tilde{e}_{ij}]^T \quad (2.46)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_1 - \bar{\lambda}_1} & \frac{1}{s_1 - \bar{\lambda}_1} & \cdots & \frac{1}{s_1 - \bar{\lambda}_{N_o}} & 1 & s_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \\ \frac{1}{s_{N_s} - \bar{\lambda}_1} & \frac{1}{s_{N_s} - \bar{\lambda}_2} & \cdots & \frac{1}{s_{N_s} - \bar{\lambda}_{N_o}} & 1 & s_{N_s} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$\boldsymbol{\theta}_{ij} = \begin{bmatrix} H_{ij}(s_1) \\ H_{ij}(s_2) \\ \vdots \\ H_{ij}(s_{N_s}) \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Note a similaridade desse sistema linear com o anteriormente descrito para os sistemas SISO. Assim, as mesmas modificações feitas no caso SISO, para assegurar pares de polos complexos conjugados perfeitos, devem ser repetidas no caso MIMO.

Na prática, devido ao tamanho deste sistema de equações ser proibitivamente grande e como as variáveis de interesse para o VF são os resíduos apenas de  $\sigma(s)$ , em [37] é proposto a aplicação da decomposição QR em cada um dos elementos deste sistema. Aplicando-se a decomposição QR em cada um dos elementos, obtém-se:

$$[\boldsymbol{\Gamma} \quad -\text{diag}(\boldsymbol{\theta}_{ij}) \boldsymbol{\Gamma}] = \hat{\mathbf{Q}}_{ij} \hat{\mathbf{R}}_{ij} \quad (2.49)$$

onde,  $\hat{\mathbf{Q}}_{ij}$  e  $\hat{\mathbf{R}}_{ij}$  são matrizes provenientes da decomposição QR. Ainda,  $\hat{\mathbf{R}}_{ij}$  pode ser escrita na forma de 4 submatrizes:

$$\widehat{\mathbf{R}}_{ij} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{R}}_{ij}^{11} & \widehat{\mathbf{R}}_{ij}^{12} \\ \mathbf{0} & \widehat{\mathbf{R}}_{ij}^{22} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

A partir desta fatoração, pode-se calcular os resíduos de  $\sigma(s)$  fazendo:

$$\begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{R}}_{11}^{22} \\ \widehat{\mathbf{R}}_{12}^{22} \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{R}}_{nn}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{R}_1 \\ \overline{R}_2 \\ \vdots \\ \overline{R}_{N_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{Q}}_{11}^T \boldsymbol{\theta}_{11} \\ \widehat{\mathbf{Q}}_{12}^T \boldsymbol{\theta}_{12} \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{Q}}_{nn}^T \boldsymbol{\theta}_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Com isso, resolver (2.49) e (2.51) é significativamente menos custoso computacionalmente do que resolver o sistema original, reduzindo consideravelmente o esforço computacional do VF e seu tempo de convergência.

Após a solução do sistema sobredeterminado formado, determinam-se os zeros de  $\sigma(s)$ , encontrando apenas um conjunto de polos para todas as funções. Com esses novos polos, passa-se para o próximo estágio para calcular os resíduos de cada função, de forma semelhante ao explicado no Subitem 2.2.2.

## 2.2.4 TESTE PARA VALIDAÇÃO DO AJUSTE

Com o término da iteração e tendo obtido o MR, é importante verificar se houve uma boa aproximação ou se ainda seria recomendada novas iterações. Uma forma de fazer essa avaliação é quantificar os valores da curva identificada e analisar o erro médio quadrático (RMS) entre os pontos dados e os calculados. O erro RMS pode ser calculado da seguinte forma

$$\varepsilon_{RMS}^{(l)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^{N_s} |\varepsilon_{ij}^{(l)}(s_k)|^2}{N_{FT} N_s}} \quad (2.52)$$

sendo  $N_{FT}$  o número de FTs que foram ajustadas,  $N_s$  o número de amostras (número de valores de  $s_k$ ),  $l$  é a iteração atual do VF e

$$\varepsilon_{ij}^{(l)}(s_k) = H_{ij}(s_k) - \widetilde{H}_{ij}^{(l)}(s_k) \quad (2.53)$$

Assim, se o erro RMS for menor que uma tolerância aceitável, é considerado que foi feita uma boa aproximação. Se for maior, faz-se uma nova iteração.



Normalmente, o VF costuma ser bem rápido e preciso, chegando à bons resultados em poucas iterações. Porém, isso depende de diversos fatores como o conjunto de polos iniciais escolhidos, os pesos dados à função de interesse ou, até mesmo, o comportamento da função de interesse.

### **2.2.5 MÉTODO DE INCREMENTO E DECREMENTO AUTOMÁTICO DE ORDEM**

Em [8] é proposta uma metodologia que permite que o VF faça incrementos e decrementos na ordem do MR de forma automática. Na Figura 3 é apresentado um fluxograma com os algoritmos do incremento e decremento automático da ordem do MR. Para uma explicação mais didática o incremento e o decremento têm seus algoritmos expostos separadamente. Porém os dois podem ser utilizados juntos, quando o objetivo, por exemplo, é encontrar a menor ordem possível para se obter um erro abaixo de determinada tolerância.

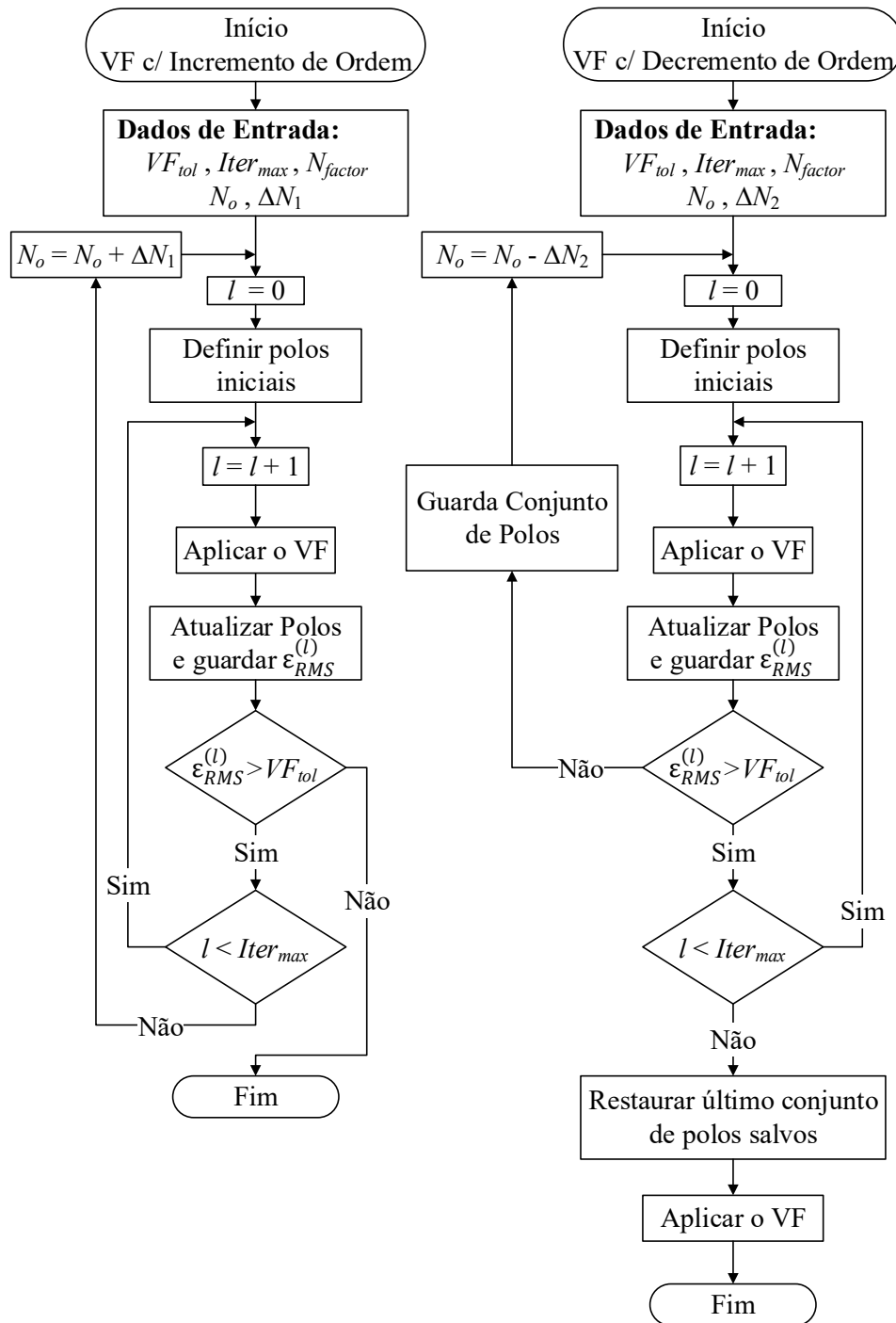


Figura 3 – Metodologia apresentada em [8] para utilização do VF com incremento e decremento automático da ordem do MR.

Para o incremento automático da ordem ( $N_o$ ), é fornecida pelo usuário uma tolerância máxima do erro da aproximação ( $VF_{tol}$ ), um valor de incremento fixo ( $\Delta N_1$ ), que será o passo de crescimento da ordem do MR, número máximo de iterações que o VF deve fazer ( $Iter_{max}$ ) e, por fim, um fator de correção ( $N_{factor}$ ) que, em geral, é usado como sendo igual a 2. Para o decremento automático, os dados que devem ser

fornecidos são os mesmos, com a única mudança do valor de incremento fixo, que passa a ser o valor de decremento fixo ( $\Delta N_2$ ).

Assim, caso o incremento seja utilizado, os polos iniciais são definidos e são feitas iterações do VF até que se obtenha um erro menor que  $VF_{tol}$  ou que o número de iterações seja igual à  $Iter_{max}$ . Caso o erro seja menor que  $VF_{tol}$ , considera-se que foi obtido o ajuste adequado, entretanto, caso o número de iterações ultrapasse  $Iter_{max}$ , é feito o incremento de  $\Delta N_1$  na ordem utilizada. Este processo se repete até que seja obtido o erro desejado da aproximação, finalizando as iterações.

Para o decremento automático da ordem, a sua primeira etapa é igual ao do incremento automático. Porém, caso o VF consiga um erro menor que a tolerância desejada, a ordem do MR é reduzida em  $\Delta N_2$ . A ordem continua sendo subtraída até que não seja possível mais obter um erro abaixo da tolerância e com menos iterações do que o limite máximo. Neste momento, o último conjunto de polos que conseguiu obter um bom ajuste sem atingir o limite de iterações é restabelecido, e o VF é aplicado novamente para obter o ajuste final.

Essa metodologia difere da forma usual de se usar o VF, onde um número fixo de iterações é dado e o ajuste final passa a ser o obtido após essas iterações, dando uma maior facilidade para o usuário obter um MR adequado. Além disso, possibilita que seja encontrada a menor ordem possível para a aproximação com uma determinada tolerância. Tal procedimento impõe passo de 1 polo para cada incremento e decremento. Porém isso consumiria muito esforço computacional, podendo ser inviável dependendo do tamanho do sistema.

## 2.2.6 ESTIMATIVA DE POLOS INICIAIS

A escolha dos polos iniciais e, por conseguinte, a ordem de aproximação do MR, é uma informação fundamental que deve ser dada de forma correta. Em [13] é recomendado que essa estimativa deva conter polos complexo conjugados, logo:

$$\bar{\lambda}_n = -\alpha + j\beta, \quad \bar{\lambda}_{n+1} = -\alpha - j\beta \quad (2.54)$$

sendo

$$\alpha = \beta/100 \quad (2.55)$$

Esta estimativa assegura que não ocorram problemas de mal condicionamento. Ainda, recomenda-se que os valores de  $\beta$  devem cobrir toda a faixa de frequência de interesse, sendo os pontos linear ou logaritmicamente espaçados.

Em [8] também é proposto que a primeira estimativa da ordem do MR seja igual ao número de picos vezes 2, considerando que todos os polos sejam complexos conjugadas, e multiplicada por um fator de segurança ( $N_{fator}$ ), como mostrado em (2.56). Neste trabalho  $N_{fator}$  também é considerado igual a 2. Note que este fator deve ser um número inteiro para corresponder ao número de polos adicionados ao modelo reduzido.

$$ordem_0 = 2 n_{picos} N_{fator} \quad (2.56)$$

Após a determinação da ordem inicial, o algoritmo rastreia, em todas as curvas de módulo das FTs de interesse, qual tem mais picos e em quais frequências eles ocorrem. Separa-se, então, a faixa de frequências de interesse em trechos limitados por estes picos, como é mostrado na Figura 4 [38].

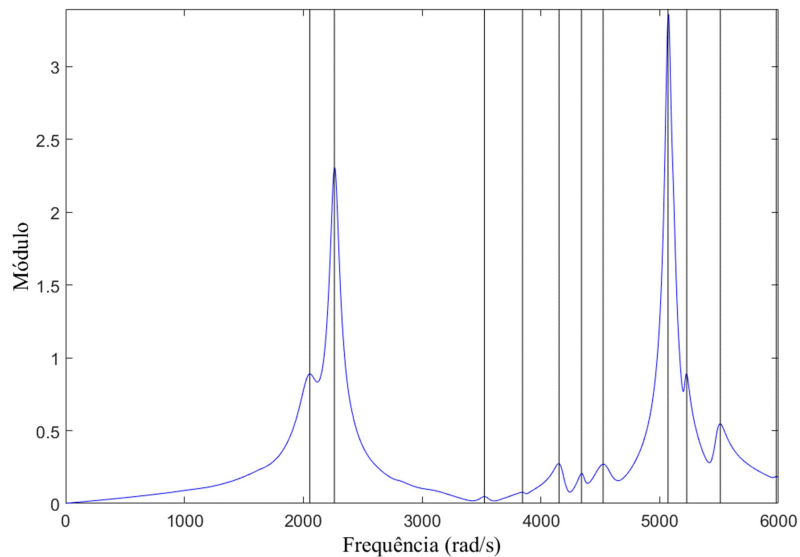


Figura 4 – Exemplo de divisão da curva com mais picos em trechos limitados por suas frequências de ocorrência.

Os polos são divididos em quantias iguais para cada trecho e tem os valores de suas partes imaginárias espaçada linearmente ao longo de seu trecho. Note que as partes imaginárias dos polos iniciais e finais de cada trecho coincidem com as frequências dos picos que os definem. A parte real de cada polo é escolhida como sendo 100 vezes

menor do que sua parte imaginária, conforme é sugerido em [13] e mostrado (2.54). Na Figura 5 é mostrada a posição de cada um dos polos complexos conjugados iniciais utilizando espaçamento linear e espaçados considerando o mapeamento dos picos da função.

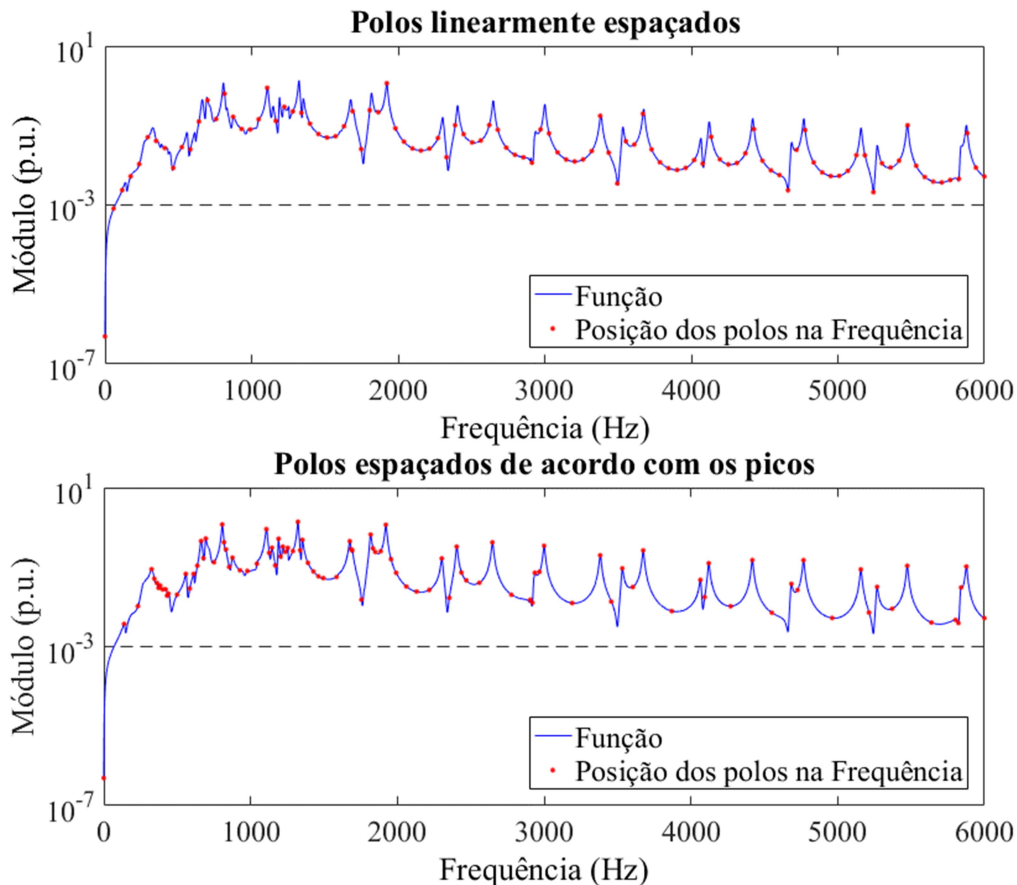


Figura 5 – Comparação da posição dos polos quando linearmente espaçados e quando espaçados de acordo com os picos da função.

Na Figura 6 é mostrada a comparação de tempo e ordem final dos ajustes utilizando os polos linearmente espaçados e espaçados de acordo com os picos, junto com o incremento de ordem automático, mostrado no Subitem 2.2.5, e variando a tolerância do VF de  $10^{-2}$  até  $10^{-11}$  para os ajustes das impedâncias próprias das barras 21 e 23 e de transferência entre elas do sistema teste mostrado no Subitem 3.2.1 ( $z_{21,21}$ ,  $z_{21,23}$  e  $z_{23,23}$ ). Os gráficos mostram que em questão de esforço computacional, a estimativa inicial considerando os picos nem sempre é mais rápida, variando entre 22% mais lento e 55% mais rápido do que se fossem utilizados polos linearmente espaçados, porém, em média, é aproximadamente 7% mais rápido. Ainda, observando as ordens

obtidas, é possível ver que com os polos espaçados considerando os picos se consegue erros menores com menos polos em relação aos polos espaçados linearmente, confirmando a ideia de que quanto melhor a estimativa inicial destes polos, mais eficiente o VF será.

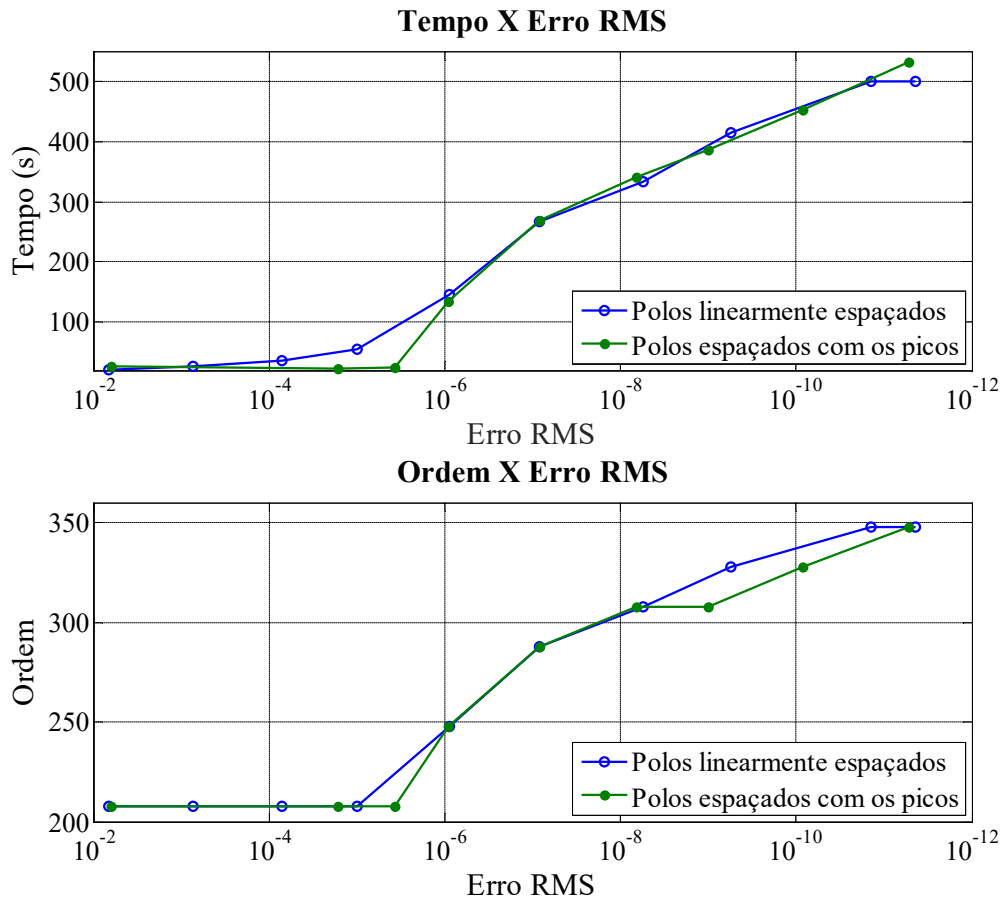


Figura 6 – Comparação de tempo de simulação e ordem final de ajuste do VF quando os polos são linearmente espaçados e quando espaçados de acordo com os picos da função.

## 2.2.7 AJUSTE VETORIAL COM PARTICIONAMENTO DA FAIXA DE FREQUÊNCIAS DE INTERESSE

Na literatura encontram-se poucas metodologias voltadas para utilização eficiente do VF. Especificamente, sobre metodologias de particionamento da faixa de frequência de interesse, a principal referência é mostrada em [33], onde é proposto o VF particionado (VFP). Por esta abordagem é gerado um MR com uma quantia relativamente alta de polos. Também é proposta a utilização de técnicas de redução da ordem do MR para cada partição, visando remover polos redundantes, para obter

equivalentes de redes precisos e com menor esforço computacional. Entretanto, como será mostrado adiante, essa metodologia não considera os polos que podem ser alocados fora das faixas de frequências pelo VF, fazendo com que o mesmo não seja robusto.

Para utilização deste método, inicialmente a faixa de frequências completa é dividida em  $N_{par}$  divisões. Essas divisões podem ser feitas espaçadas igualmente, usando o método de partição binária apresentado em [39], separando em partições com o mesmo número de picos ressonantes ou definidas pelo usuário de forma arbitrária. Assim, sendo  $\Omega$  a faixa de frequência completa, ela é dividida em  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{N_{part}}$ , sendo  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \dots \cup \Omega_{N_{part}}$ .

Desta forma, inicia-se a primeira etapa do método que utiliza o VF para fazer o ajuste da função para a primeira partição. Então, sendo a função de interesse original  $F(s)$ , faz-se o ajuste de  $F(\Omega_1)$ , considerando toda a subfaixa de frequência  $\Omega_1$ , e obtém-se  $\tilde{F}(\Omega_1) = \tilde{F}_1$ .

A seguir a função aproximada para a faixa  $\Omega_1$  é extrapolada para a seguinte faixa de frequência, obtendo-se então  $\tilde{F}_1(\Omega_2)$  e esse valor é subtraído da função original neste trecho, da seguinte forma:

$$E_2 = F(\Omega_2) - \tilde{F}_1(\Omega_2) \quad (2.57)$$

Note que, como é mostrada na Figura 7, a próxima função que deverá ser ajustada será  $E_2(\Omega_2)$ , obtendo-se  $\tilde{F}_2$ , sendo, então,  $F \approx \tilde{F}_1 + \tilde{F}_2$ . Estas duas etapas são repetidas até ser ajustada  $E_{N_{part}}$  e os ajustes são somados para que:

$$F \approx \tilde{F} = \tilde{F}_1 + \tilde{F}_2 + \dots + \tilde{F}_{N_{part}} \quad (2.58)$$

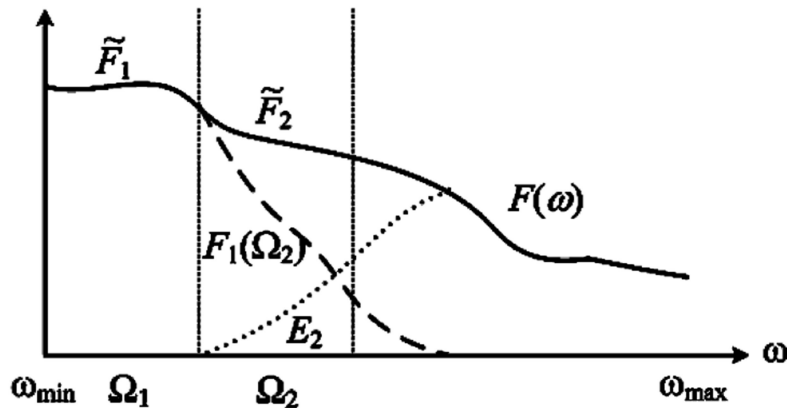


Figura 7 – Ilustração do método da partição de frequências proposto em [33]. Fonte: [33]

Em [33], sugere-se que a cada partição ajustada seja aplicada uma técnica de redução de ordem, sendo indicados os métodos de redução baseado na Decomposição em Valores Singulares (SVD) e no truncamento da forma balanceada do sistema escrito na forma de espaço de estados, ou *balanced truncation* (BT), que será detalhado no Subitem 3.3.2, junto com a explicação da metodologia de particionamento da faixa de frequências de interesse proposta neste trabalho.

Para os testes a seguir, o algoritmo do VFP foi fornecido pelo próprio autor de [33], porém teve as funções do VF atualizadas e adaptadas. Então, o primeiro passo para validar as modificações consistiu em reproduzir o sistema apresentado em [33] e comparar os resultados.

Este sistema de validação é mostrado na Figura 8, composto por 4 LTs, sendo 3 áreas e 1 subterrânea, 1 carga RL e uma fonte de tensão com impedância interna. Mais detalhes são fornecidos na referência. Foram feitas 8 iterações do VF para cada partição. O ajuste feito sem a redução de ordem pelo BT teve um erro de  $4.6 \times 10^{-4}$  e o erro com o BT foi de  $6.9 \times 10^{-4}$ . Em [33] são apresentados os erros do VFP e do VFP com BT sendo, respectivamente,  $4.39 \times 10^{-4}$  e  $5.41 \times 10^{-4}$ . O resultado evidencia a semelhança entre os códigos e, por fim, a ordem final da aproximação ficou de 89 polos do algoritmo atualizado contra 90 do código original. Na Figura 9 são mostradas as curvas de admitância vistas da barra 1 ( $y_{11}$ ) ajustadas nesta validação. Percebe-se que os ajustes na faixa de frequências que engloba do primeiro vale não são tão precisos, assim como é mostrado nos resultados de [33].

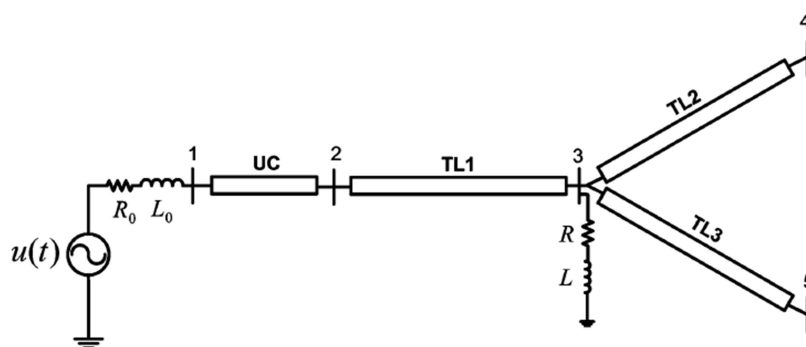


Figura 8 – Sistema de Transmissão de 5 barras para validação do VFP. Fonte: [33]



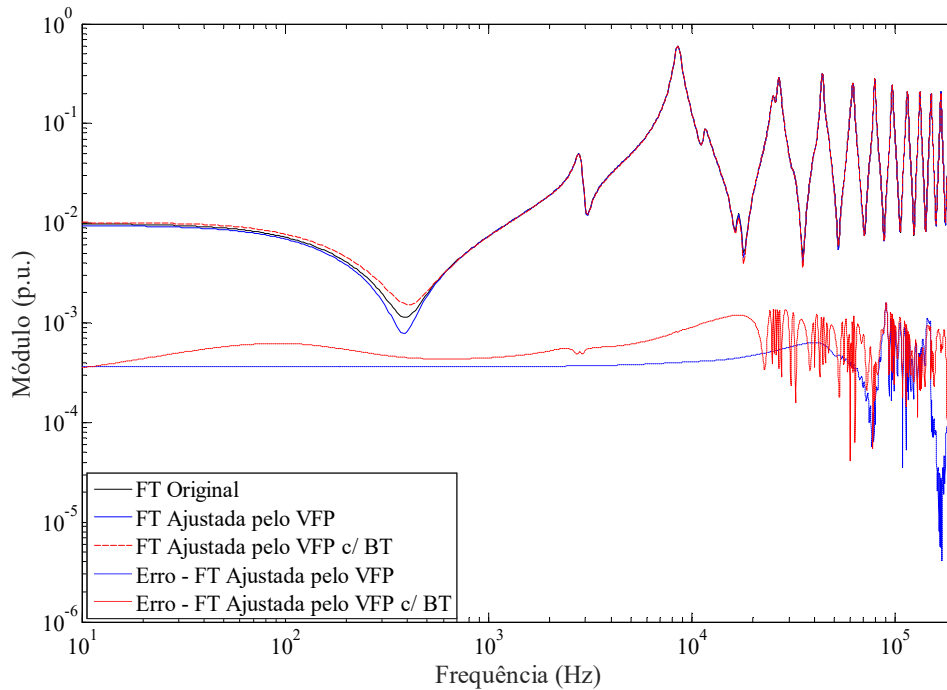


Figura 9 – Curvas do módulo de  $y_{11}$  e dos erros dos ajustes obtidos com e sem a utilização do BT para validação do algoritmo do VFP.

A seguir o VFP foi aplicado ao sistema teste de 34 barras, mostrado no Subitem 3.2.1, para fazer o ajuste da FT definida pela admitância própria da barra 23 ( $y_{23,23}$ ). Utilizou-se a faixa de frequências de interesse de 50 Hz até 8 kHz, dividida em 6 partições. Cada partição foi definida para que as 5 primeiras tivessem 9 picos ressonantes cada e a última contivesse os últimos 7 picos da função. Ainda, cada ajuste foi feito considerando o MR de cada partição tendo 50 polos espaçados linearmente, totalizando 300 polos para o ajuste completo sem o BT. Utilizou-se 30 iterações do VF por partição.

Na Figura 10 é mostrado o resultado do ajuste feito pelo VFP para este sistema. É possível observar que o método não é bem-sucedido neste caso, uma vez que até 6 kHz de frequência o erro do ajuste ficou alto, sendo maior o erro até 3 kHz. Os erros RMS dos ajustes de cada partição foram:  $2.824 \times 10^{-4}$ ,  $3.782 \times 10^{-4}$ ,  $3.019 \times 10^{-3}$ ,  $6.136 \times 10^{-2}$  e  $3.396 \times 10^{-2}$ , respectivamente, enquanto o erro do ajuste completo foi de 5.4.

Esse resultado pode ser explicado porque a teoria por trás do VFP considera que o ajuste feito pelo VF em uma determinada partição  $k$  tem um erro nulo, ou com valores muito baixos nas partições de frequências menores do que  $\Omega_k$ . Entretanto, isso não se mostra verdadeiro sempre, como pode ser visto nesse caso. Na Figura 11 é

possível observar que o ajuste feito na quinta partição ( $\Omega_5$ ), das 6 selecionadas, consegue obter uma boa precisão, porém interfere nas faixas de frequência das partições anteriores. O ajuste parcial feito até a quinta partição, mostrado pela curva dada pela soma de  $\tilde{F}_k$  com  $k$  variando de 1 a 5, deixa claro que os ajustes de cada partição  $\Omega_k$  podem ter interações com as partições de frequências anteriores, de  $\Omega_1$  até  $\Omega_{k-1}$ , que são prejudiciais para o ajuste final.

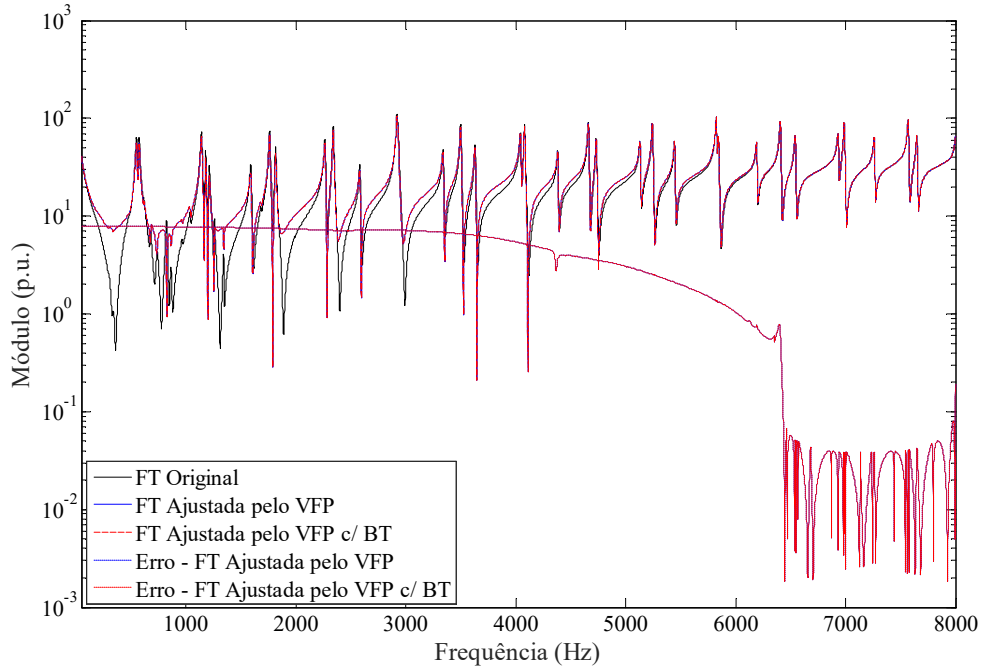


Figura 10 – Curvas do módulo de  $y_{23,23}$  e dos erros de seus ajustes obtidos pelo VFP com 6 partições contendo 50 polos cada, com e sem a utilização do BT.

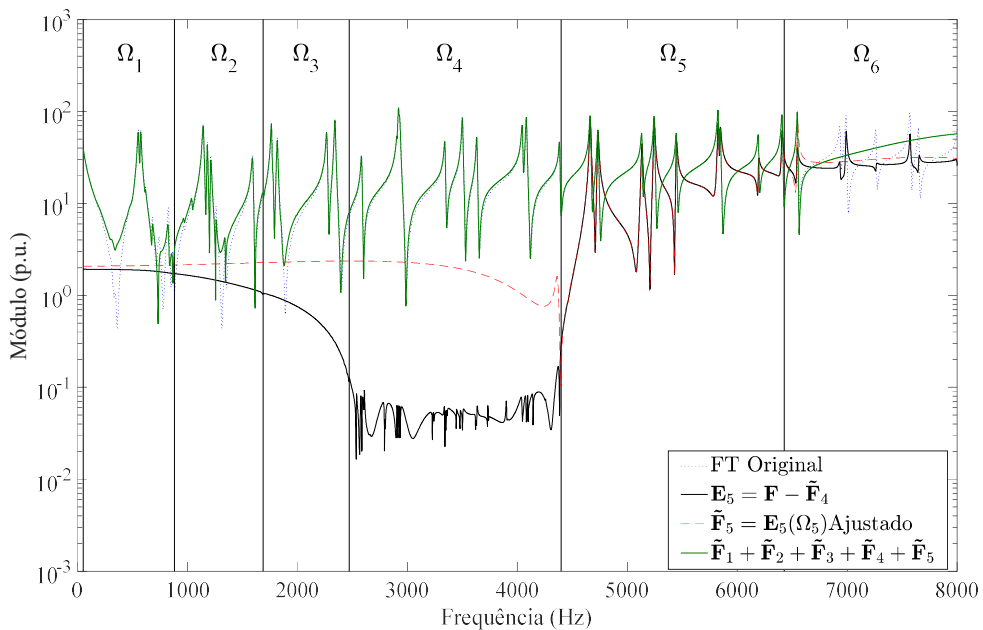


Figura 11 – Demonstração do ajuste da quinta partição pelo VFP.

É importante perceber, então, que esse erro se agrava conforme são feitas mais partições. Na Figura 12 é mostrado como fica o ajuste da mesma FT, porém com 15 partições, 20 polos cada, totalizando 300 polos para o ajuste completo. O erro RMS obtido foi de 9.529.

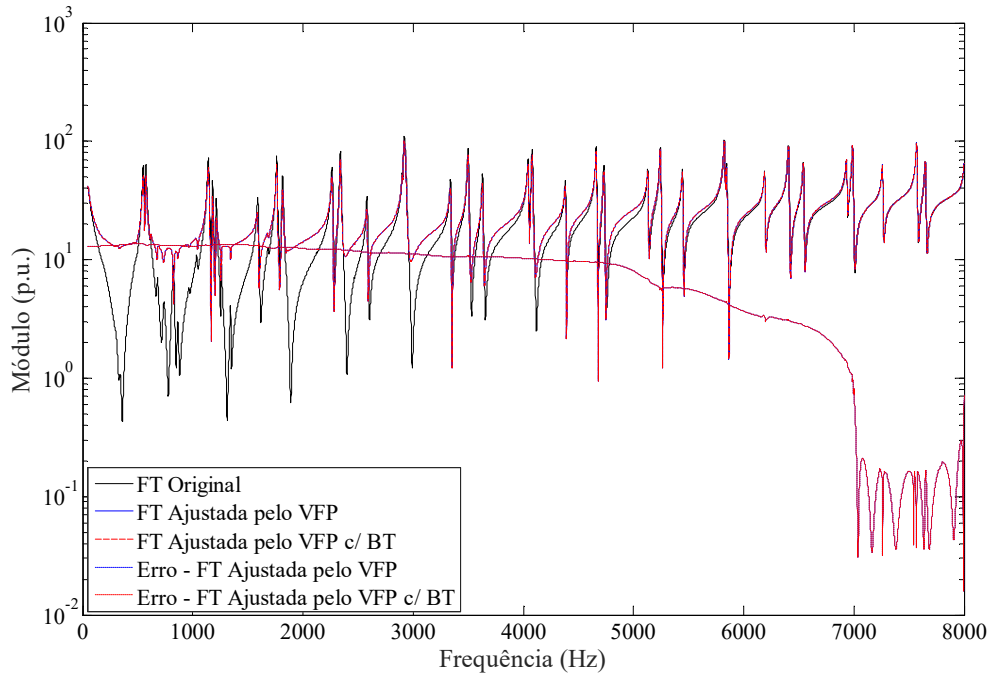


Figura 12 – Curvas do módulo de  $y_{23,23}$  e dos erros de seus ajustes obtidos pelo VFP com 15 partições contendo 20 polos cada, com e sem a utilização do BT.

Por fim, na Figura 13 é mostrado o ajusta da FT  $y_{23,23}$ , feito pelo VF, sem ter a faixa de frequência particionada, também utilizando 300 polos e 30 iterações, demonstrando ser possível obter um bom ajuste, apresentando um erro RMS de  $4.937 \times 10^{-4}$  sem a redução de ordem e, ao utilizar o BT para redução de ordem, obtém-se um erro de  $5.185 \times 10^{-4}$  com uma redução de 20 polos.

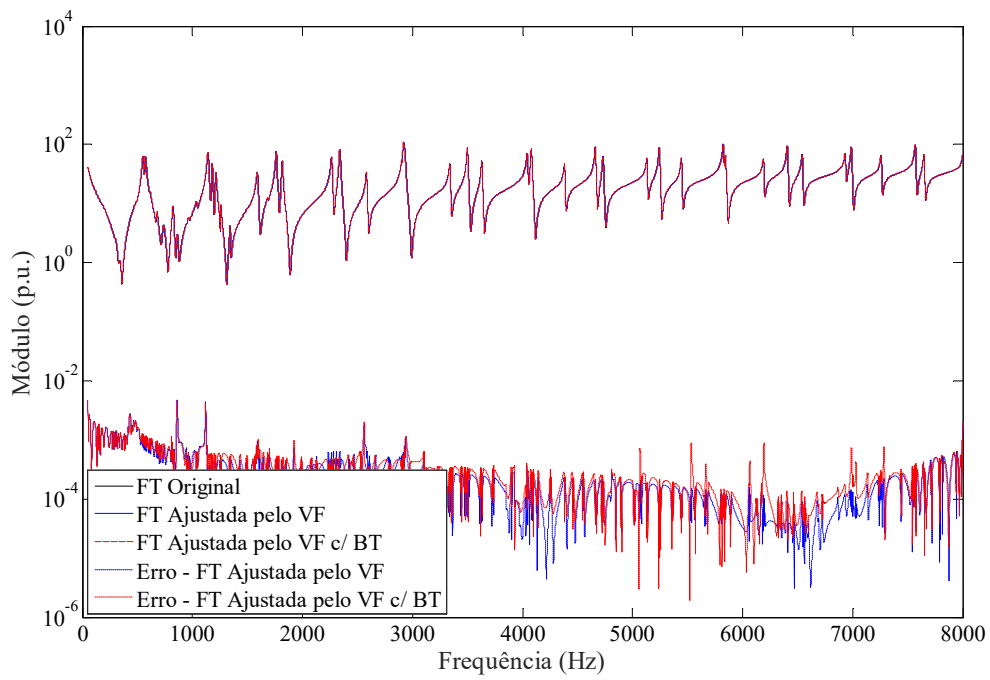


Figura 13 – Curvas do módulo de  $y_{23,23}$  e dos erros de seus ajustes obtidos pelo VF (sem particionamento da faixa de frequências de interesse), com e sem a utilização do BT.

# 3. MELHORIAS PROPOSTAS PARA O MÉTODO DO AJUSTE VETORIAL

## 3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são propostas duas melhorias para aprimorar o VF. A primeira melhoria é um critério de parada para interromper o processo iterativo do VF de forma automática, quando o mesmo já tiver obtido o melhor resultado possível com o conjunto de polos fornecido pelo usuário. Assim, busca-se um bom custo-benefício entre o tempo de convergência e a precisão do modelo racional obtido. Um número reduzido de trabalhos aborda o tema, ao mesmo tempo que são encontrados alguns trabalhos utilizando elevadas quantias fixas de iterações, gerando um custo computacional desnecessário, ou uma quantia pequena de iterações, não garantindo a melhor precisão do MR obtido.

A segunda é um método baseado no ajuste das funções de transferência por partições da faixa de frequências de interesse e na redução da ordem do modelo racional, que permite a escolha do modelo racional final obtido pelo método com base em seu erro RMS. Este método foi motivado devido à identificação de deficiências no método proposto em [33], que é comentado no Subitem 2.2.7. Cabe ressaltar que a técnica de partição da faixa de frequências foi abordada pela primeira vez em [22] que, diferentemente do VF, é baseado na razão de dois polinômios em  $s$ . A identificação dos coeficientes polinomiais pode ser formulada como sendo um problema linear de mínimos quadrados. Entretanto, as equações sobredeterminadas resultantes são intrinsecamente mal condicionadas quando são consideradas amplas faixas de frequências, cujos termos excedem a precisão aritmética da máquina. Para resolver este problema, [22] propôs a divisão da faixa de frequência de interesse em partições. Uma vez que a faixa de frequências em cada partição é limitada (cada partição deve conter alguns poucos picos do traço da magnitude da FT), os valores dos termos  $s^n$  podem ser devidamente tratados dentro da precisão aritmética da máquina. Portanto, este particionamento da faixa de frequências de interesse é necessário para evitar o mal

condicionamento e o número de partições não é uma escolha completamente livre. Na segunda melhoria proposta não existem limitações práticas para a escolha do número de partições e tem como objetivo principal diminuir o tempo computacional do VF. Por último, em [35] é apresentado um método para rápida determinação de um valor para a ordem dos MRs, baseado na utilização híbrida do VF e da análise de Prony. Porém, não está diretamente relacionada ao erro RMS. Além disso, só foi demonstrada sua aplicabilidade para casos de sistemas SISO. Nesta segunda melhoria proposta, a ordem final do MR ajustado pelo VF é escolhida de acordo com o erro RMS desejado, sendo aplicável a sistemas SISO e MIMO.

A eficiência computacional das melhorias propostas (tempo de CPU e precisão) é comprovada por meio da aplicação do VF na obtenção de MRs de redes elétricas que possuem LTs modeladas por parâmetros distribuídos. Os testes foram realizados utilizando um computador com Windows 10 Pro, Intel Core I7-3770 de 3,4 GHz, 12 Gb de memória RAM e Placa Gráfica GeForce GTX 770.

### **3.2 SISTEMAS TESTE**

Neste item são apresentados os 3 sistemas testes utilizados para verificar as duas melhorias propostas para o VF que serão descritas nos próximos itens deste capítulo. Em todos os sistemas, o VF é utilizado para fazer o ajuste de FTs MIMO de impedância ou de admitância para obter MRs onde, no Capítulo 4, serão utilizados para obtenção de equivalentes dinâmicos de redes elétricas. Os três sistemas têm suas linhas representadas por parâmetros distribuídos, calculados através de funções hiperbólicas, utilizados na modelagem da rede elétrica no domínio da frequência complexa  $s$ .

As FTs MIMO poderão ser de impedância, com injeções de corrente nas barras de fronteira como entradas e como saídas as tensões medidas nestas mesmas barras, ou de admitância, tendo como entradas as tensões aplicadas e como saídas as correntes incidentes nestas barras. A escolha entre FTs de impedância ou de admitância dependerá do objetivo de cada um dos testes.

### 3.2.1 SISTEMA TESTE DE 34 BARRAS

Este sistema teste [40], mostrado na Figura 14, é uma rede de transmissão que possui 34 barras, 25 LTs, 12 equipamentos em derivação (*shunt*) representados por indutores e capacitores, 16 transformadores, 16 cargas e 10 geradores.

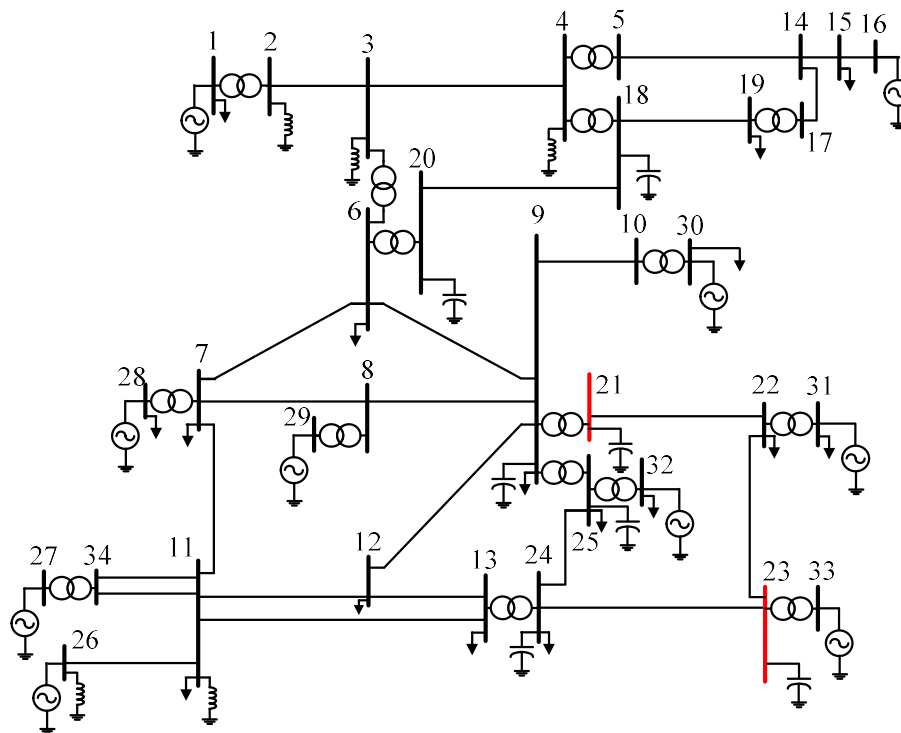


Figura 14 – Sistema Teste de 34 Barras e 25 LTs de parâmetros distribuídos. Fonte: [40]

As barras de fronteira utilizadas para compor as FTs MIMO são as de número 21 e 23, mostradas em vermelho na Figura 14. Os dados deste sistema são apresentados no Apêndice A.2.1.

### 3.2.2 SISTEMA IEEE 118 BARRAS

O sistema IEEE 118 barras [4], mostrado na Figura 15, representa uma parte do SEP americano, mais especificamente da região centro-oeste dos Estados Unidos. Este sistema possui 118 barras, 177 LTs, 14 equipamentos em derivação (*shunt*) representados por indutores e capacitores, 9 transformadores, 91 cargas e 54 geradores. A FT MIMO será definida a partir das barras 30 e 38, que representam as barras de conexão (fronteira) deste sistema.

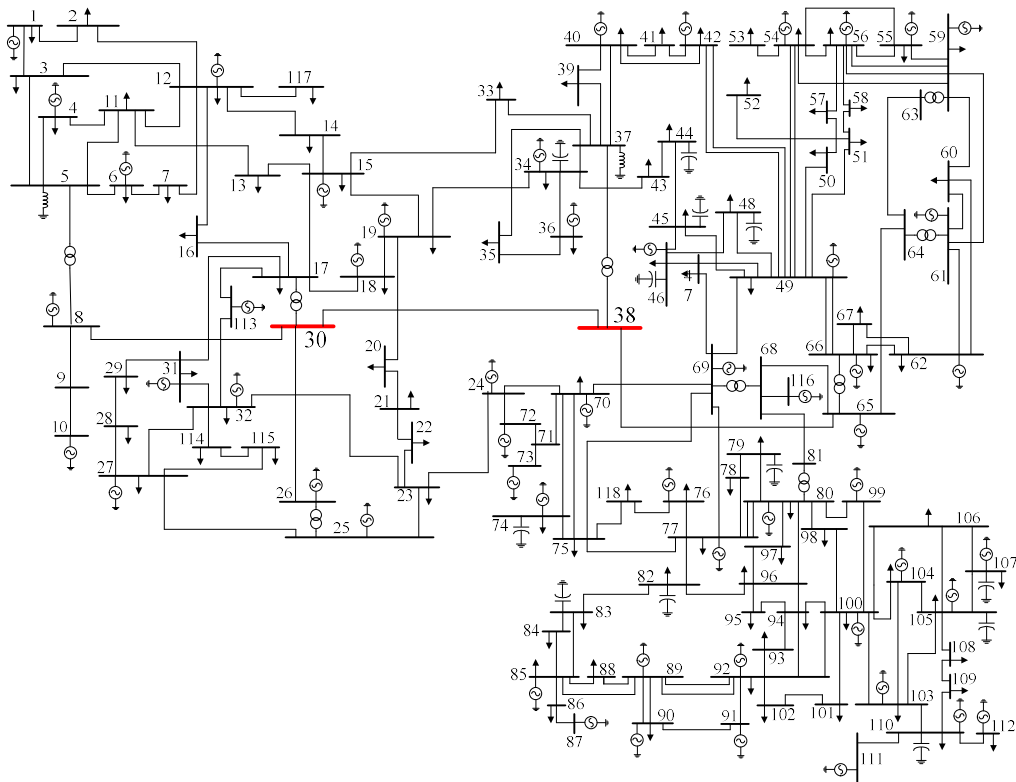


Figura 15 – Sistema IEEE 118 Barras com 177 LTs de parâmetros distribuídos. Fonte: [4]

Os dados deste sistema são apresentados no Apêndice A.2.2.

### 3.2.3 SISTEMA EQUIVALENTE SUL E SUDESTE

O sistema equivalente Sul e Sudeste, mostrado na Figura 16, representa uma parte do Sistema Integrado Nacional, mais especificamente as áreas Sul, Sudeste e do Mato Grosso. Este sistema possui 107 barras, 104 LTs, 10 equipamentos em derivação (*shunt*) representados por indutores e capacitores, 67 transformadores, 39 cargas e 24 geradores. Para a seleção da FT MIMO, o sistema foi dividido em duas áreas: a externa, em preto, que vai ser o sistema considerado nos testes para efeito de equivalente e a de estudos, em azul. As áreas são conectadas pelas 8 barras de fronteira, mostradas em vermelho e identificadas pelos números 104, 120, 122, 123, 210, 213, 535 e 1503, produzindo uma FT MIMO com 36 FTs escalares diferentes. Os dados deste sistema são fornecidos no site: <http://www.sistemas-teste.com.br/>.



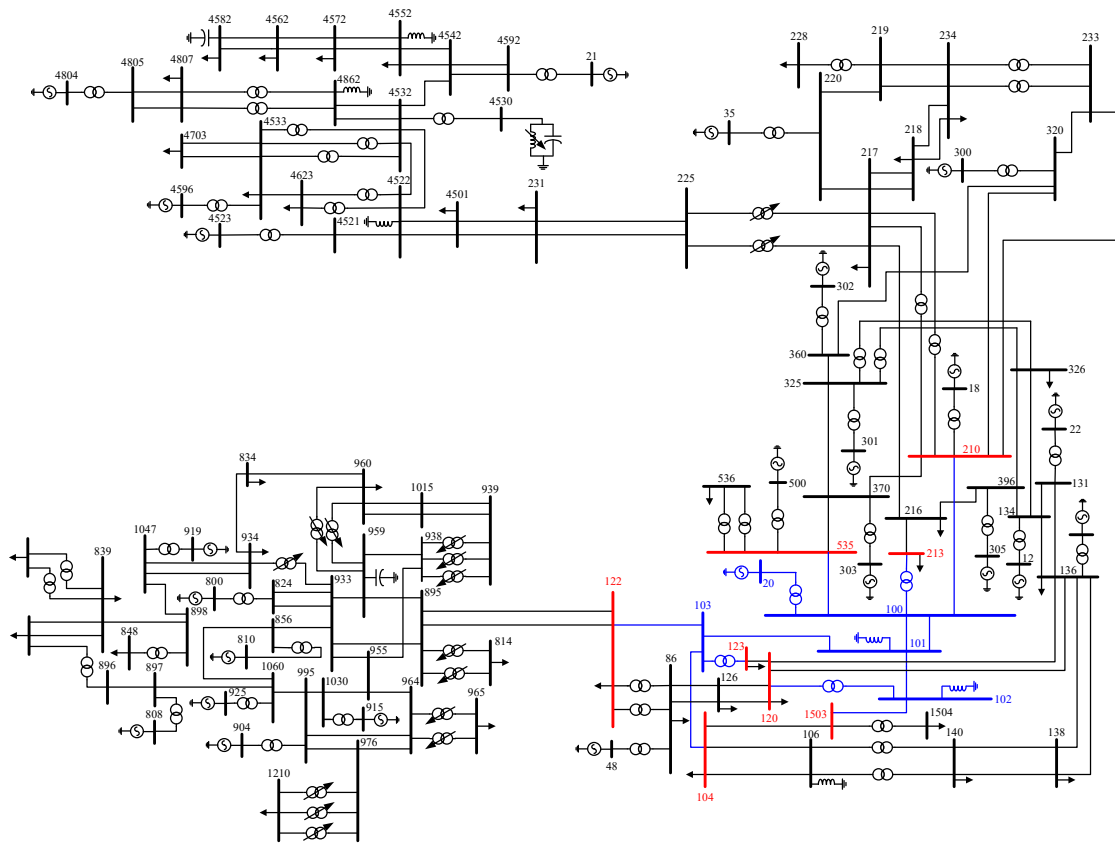


Figura 16 – Sistema equivalente Sul e Sudeste de 107 barras e 104 LTs de parâmetros distribuídos. A área de estudos está em azul e a externa em preto, com destaque nas barras de fronteira, em vermelho.

Neste sistema ocorre uma peculiaridade, onde 15 das 36 FTs de admitância são nulas, sendo elas parte do conjunto de FTs de transferência das barras 122, 123 e 1503. Para exemplificar o motivo, na Figura 17 é mostrada área externa do sistema Sul e Sudeste, utilizado para o cálculo da FT MIMO, com ênfase nas barras de fronteira 104, 120, 122, 123 e 1503. Ainda, nesta figura os geradores estão inativos, sendo representados por suas impedâncias internas e as cargas do sistema não estão sendo visualizadas. Observa-se que para obter a resposta em frequência de uma FT MIMO de admitâncias são colocadas, simultaneamente, fontes de tensões ideais em todos os terminais de interesse (barras de fronteira). Neste contexto, mostrando o procedimento para obtenção da FT  $y_{1503,120}$ , é mantida a fonte de tensão na barra 1503 ativa e anulada todas as demais, sendo representadas por curto-circuitos para a terra, e é medida a corrente na barra 120 (ver Capítulo 4). Note que toda a corrente proveniente da fonte de tensão ativa na barra 1503 é direcionada para a terra na barra 104, não chegando nenhuma corrente na barra 120, tornando esta FT nula. O mesmo ocorre para todas as FTs de transferência da barra 1503, com exceção da  $y_{1503,104}$ .

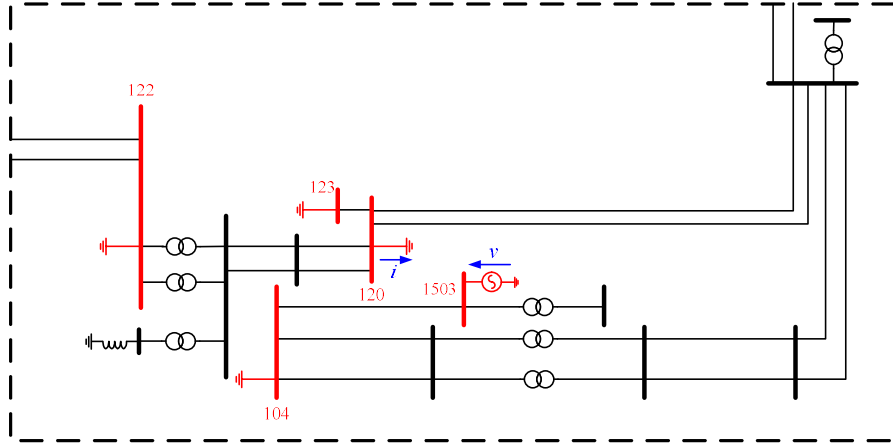


Figura 17 – Área externa do sistema equivalente Sul e Sudeste, destacando-se as barras de fronteira 104, 120, 122, 123 e 1503. Todas as fontes do sistema estão anuladas, com exceção da fonte da barra 1503, a fim de calcular a  $FT y_{1503,120}$ . As cargas do sistema não estão representadas.

### 3.3 MELHORIAS PROPOSTAS PARA UTILIZAÇÃO EFICIENTE DO AJUSTE VETORIAL

O VF, por mais que seja um método robusto e largamente utilizado para as mais diversas aplicações, possui alguns problemas que podem limitá-lo. Uma das deficiências é o elevado esforço computacional demandado para sistemas muito complexos, com alto número de entradas e saídas. Este aspecto pode impedir que seja bem-sucedido, ou viável, em muitas utilizações práticas [30]. Em [30] é analisado o número de operações de pontos flutuantes, ou *floating-point operations* (flops),  $Fl_{VF}$  exigido pelo VF e chegou-se a seguinte equação:

$$Fl_{VF}(N_{FT}, N_s, N_o, N_l) \simeq 16N_{TF}N_sN_o^2N_l \quad (3.1)$$

onde,  $N_{FT}$  é o número de FTs que serão aproximadas,  $N_s$  é o número de frequências amostradas,  $N_o$  é a ordem do MR (número de polos) e  $N_l$  é o número de iterações executadas pelo VF. Sendo os *flops* equivalentes ao tempo computacional requerido pelo VF, observa-se que o aumento desse tempo é diretamente proporcional ao número de frequências amostradas, ao número de iterações executadas e ao número de FTs de interesse, que depende do número de *input-output* do sistema. Ainda, (3.1) mostra que o tempo aumenta com o quadrado da ordem do modelo.

Note que estes parâmetros são todos dados de entrada do método, o que exige que o usuário possua um bom conhecimento do problema e das FTs que estão sendo aproximadas para que o VF tenha um bom desempenho computacional, mesmo para

sistemas de baixa complexidade. Desse modo, também surge uma demanda para que o método seja automatizado [8], evitando possíveis equívocos, como a utilização de um conjunto inapropriado de polos iniciais, o que poderia comprometer a qualidade da aproximação [41] ou elevar o número  $N_i$  de iterações e, conseqüentemente, o número de operações.

Neste contexto, são propostas duas melhorias que, atuando nos parâmetros mostrados em (3.1), objetivam aumentar a eficiência computacional do VF. Estes aperfeiçoamentos reduzem o tempo de processamento enquanto mantêm a precisão desejada para o MR obtido. A primeira melhoria é um critério para interromper automaticamente o processo iterativo do VF quando o erro RMS do ajuste das FTs permanecer constante ou sem variação significativa. A segunda é baseada no ajuste das FTs por partições da faixa de frequências de interesse e na redução da ordem final do modelo racional obtido. Este método proposto se mostrou uma alternativa mais robusta ao método apresentado no Subitem 2.2.7 e, ainda, permite uma maior flexibilidade de escolha da ordem do MR final de acordo com a escolha da precisão desejada.

### **3.3.1 CRITÉRIO DE PARADA PARA O VF**

Durante as análises de resultados do incremento automático de ordem do VF mostrado no Subitem 2.2.5, observou-se que as curvas de erro RMS das FTs ajustadas, após algumas iterações, variavam muito pouco durante o restante do processo iterativo [38], conforme mostrado na Figura 18 e Figura 19. Este comportamento se deve ao fato, como citado anteriormente, de que o VF encontra rapidamente os polos que levam a um resultado muito próximo do ótimo para determinado conjunto de estimativas iniciais e, a partir de então, o passo de convergência do método se torna muito pequeno, tendendo a estagnação. Portanto, após a estagnação ou saturação da curva de erro RMS, não compensa fazer mais iterações.

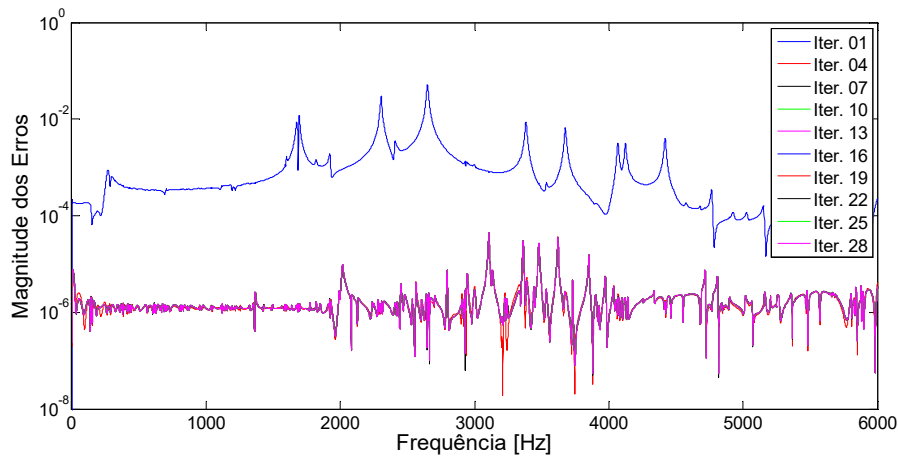


Figura 18 – Magnitude dos erros da impedância de transferência entre as barras 21 e 23 do sistema teste mostrado no Subitem 3.2.1. A partir da iteração 4, os erros ficam praticamente estagnados. Fonte: [38]

Na Figura 19 é mostrado o comportamento do erro RMS dos ajustes durante as iterações quando o VF é usado para fazer o ajuste da FT MIMO de admitâncias do sistema equivalente Sul e Sudeste mostrado no subitem 3.2.3. Ao todo, são tratadas 36 FTs e é considerada a faixa de frequência de interesse de 10 Hz até 8 kHz, com 7991 amostras de frequência, variando com passo de 1 Hz. Constata-se que após poucas iterações a curva do erro RMS por iteração se satura, não compensando mais que sejam feitas novas iterações. Nesta figura é mostrado também que o tempo de simulação e a precisão do VF aumentam conforme se aumenta a ordem dos MRs ajustados.

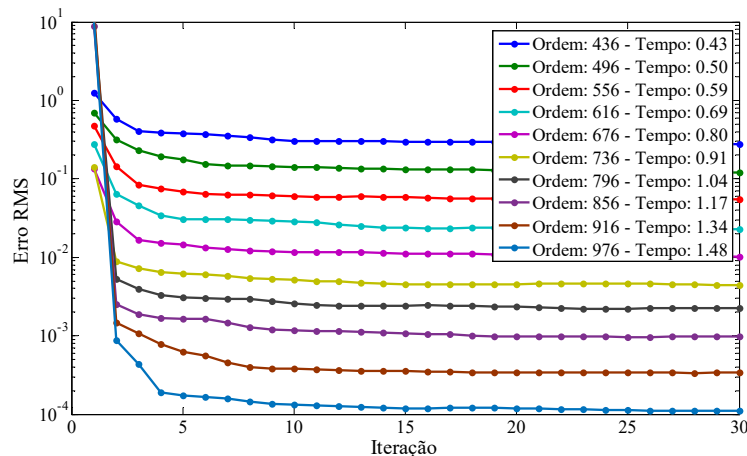


Figura 19 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs do sistema equivalente Sul e Sudeste, mostrado no subitem 3.2.3, utilizando diversas ordens, durante 30 iterações do VF. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em horas.

A partir desta observação, é sugerido um critério de parada (CP) para o processo iterativo do VF, onde são calculadas as distâncias logarítmicas  $d^{(l-1)}$  e  $d^{(l)}$  e avaliada a variação relativa percentual entre elas. Da Figura 20, tem-se:

$$d^{(l)} = \log(\varepsilon_{RMS}^{(l)}) \quad (3.2)$$

A variação relativa percentual é dada por:

$$\Delta d^{(l)} = \left| \frac{d^{(l)} - d^{(l-1)}}{d^{(l-1)}} \right| \times 100 \% \quad (3.3)$$

sendo  $l$  o número da iteração e  $\varepsilon_{RMS}^{(l)}$  o erro RMS, definido em (2.52), para a iteração  $l$ .

Caso  $\Delta d^{(l)}$  seja menor do que uma tolerância escolhida  $d_{tol}$  (neste trabalho foi utilizada  $d_{tol} = 1\%$ ) é iniciado uma contagem. Se este comportamento se repetir por três vezes seguidas ( $r_{max} = 3$ ), antes do número de iterações alcançar o seu limite máximo ( $l = Iter_{max}$ ), o processo iterativo do VF é interrompido, conforme mostrado no fluxograma da Figura 21. Os valores  $d_{tol} = 1\%$  e  $r_{ma} = 3$  foram determinados empiricamente por meio de experimentos numéricos.

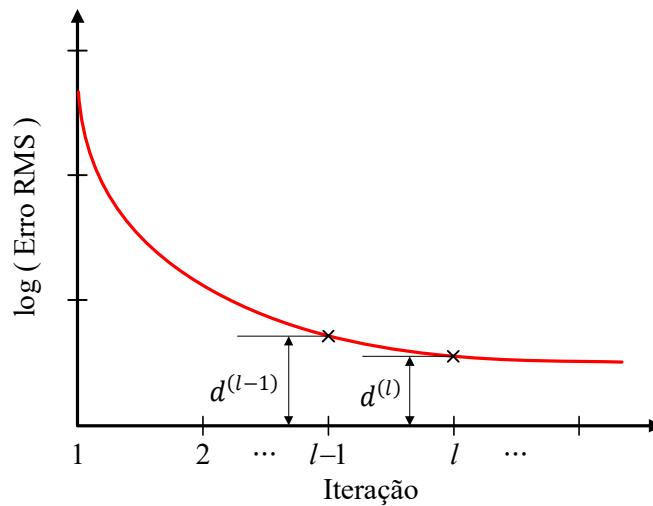


Figura 20 – Interpretação geométrica do cálculo de  $d^{(l)}$  para o CP.

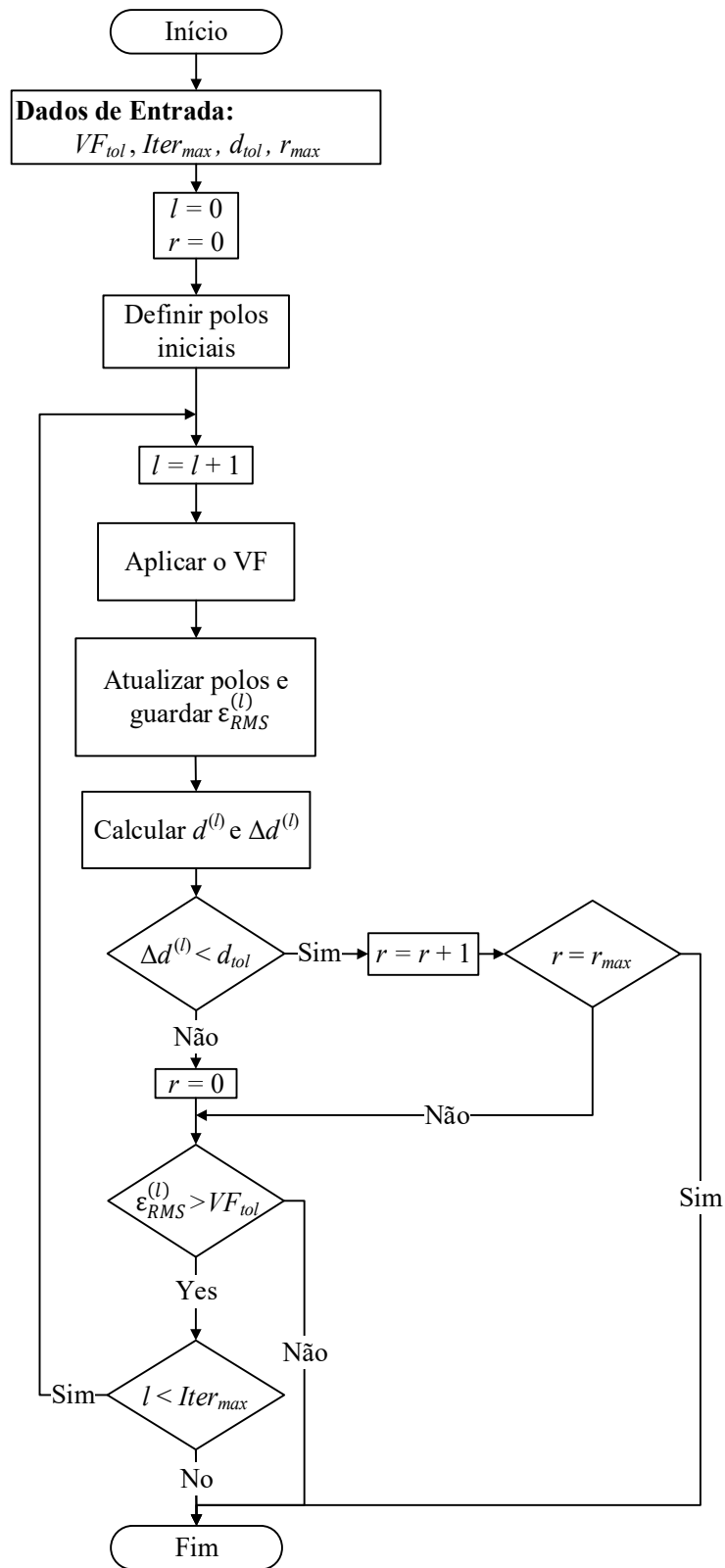


Figura 21 – Fluxograma do critério de parada proposto.

Cabe observar que este critério pode ser adaptado para ser utilizado junto com diversas outras metodologias de aplicação do VF como, por exemplo, com o incremento

automático de ordem mostrado no Subitem 2.2.5; com o VFP, mostrado no Subitem 2.2.7; ou no método de partição proposto nesse trabalho, tratado no Subitem 3.3.2.

### **3.3.1.1 TESTES E CONCLUSÕES PARCIAIS**

Para testar o CP proposto neste trabalho, é aplicado o método aos 3 sistemas testes apresentados no Item 3.2 e são feitas comparações da sua atuação utilizando o método de incremento automático de ordem, conforme descrito no Subitem 2.2.5, onde ele foi usado para gerar MRs de diferentes ordens até ser atingida uma determinada tolerância. São mostradas as curvas do erro RMS durante as iterações do VF para cada um desses sistemas, para diferentes ordens de ajuste, com e sem o CP. Para todos os testes são usados os polos linearmente espaçados na frequência para a estimativa de polos iniciais, a ordem inicial é definida por (2.56), com  $n_{fator} = 2$ , porém considerando a FT com mais picos, dentre as FTs ajustadas e são feitas 30 iterações do VF.

#### **3.3.1.1.1 Sistema Teste de 34 Barras**

O primeiro teste nesse sistema consiste em efetuar o ajuste das FTs de admitância  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  simultaneamente, considerando um sistema MIMO. O ajuste foi feito considerando a faixa de frequências de 50 Hz até 8 kHz para admitâncias e de 0 a 8 kHz para impedâncias, ambos com amostras obtidas de 1 em 1 Hz. A escolha de retirar os primeiros 50 Hz da faixa de frequências objetiva retirar o pico ressonante que tende a infinito em 0 Hz, característica comumente presente em FTs de admitância, e que dificulta o ajuste feito pelo VF.

Foi utilizado o método de incremento de ordem para obter um MR com precisão de  $10^{-10}$ , precisão essa obtida com uma ordem igual a 588 na terceira iteração, como pode ser visto na Figura 22. Neste exemplo é possível observar que a partir da ordem 448 o erro RMS fica estagnado a partir da quinta iteração. Isso se deve, provavelmente, pelo erro numérico intrínseco da simulação computacional que se torna significativo uma vez que a precisão requerida para o ajuste é muito baixa. Essa precisão não é um valor típico que se espera utilizar em casos reais. Porém tem o objetivo de estressar o máximo possível o VF e, assim, obter de forma clara a diferença entre os métodos comparados.

Na Figura 23 é visto o erro RMS dos ajustes da mesma FT MIMO, porém utilizando CP. É possível observar que o número de iterações feitas com o CP é

significativamente menor do que sem o CP. Na Tabela 1 são mostradas as diferenças de tempo, em minutos, e de quantidade de iterações feitas pelo VF com e sem o CP. Assim, vê-se que o CP consegue reduzir o tempo total das simulações em 66 %, aproximadamente, reduzindo o número de iterações feitas de 573 para 288. A redução de tempo por ordem do MR varia entre 5 e 83 %, aproximadamente.

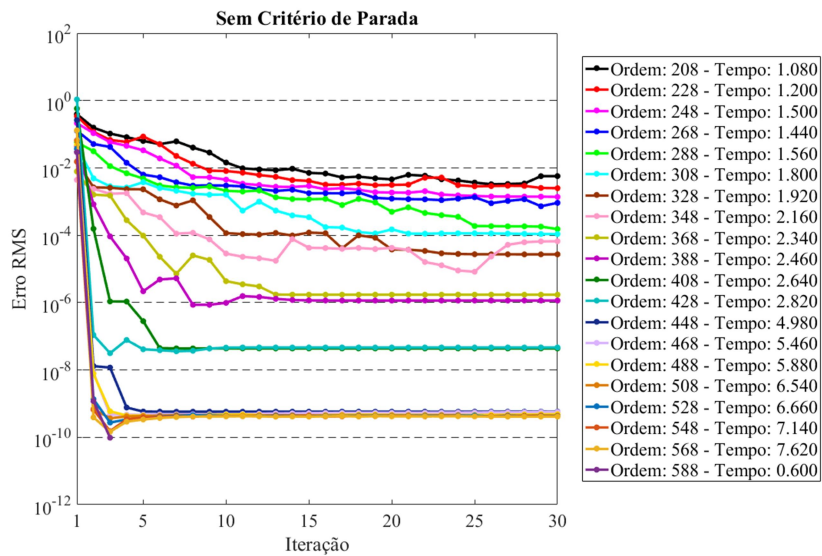


Figura 22 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema Teste de 34 barras durante 30 iterações do VF. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos.

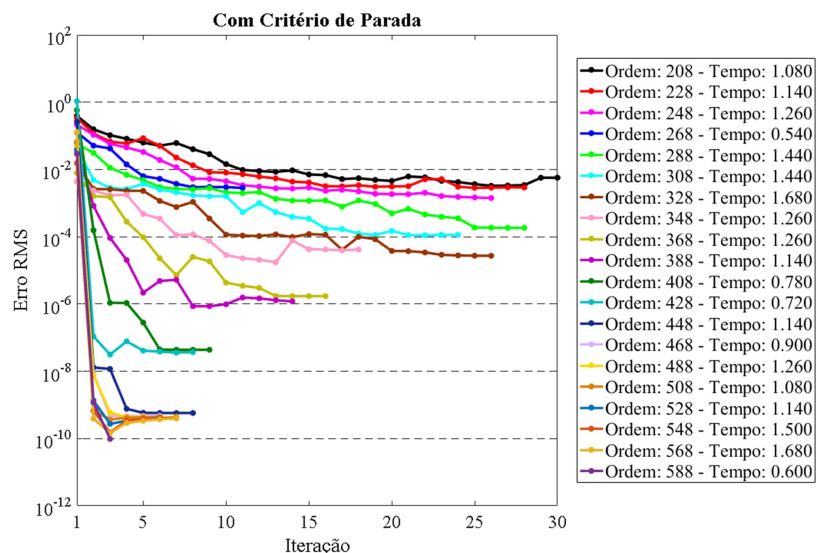


Figura 23 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema Teste de 34 barras utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos.



Tabela 1 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de admitância  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  do Sistema Teste de 34 Barras.

Ordem	Tempo (minutos)			Iterações		
	Sem CP	Com CP	Variação (%)	Sem CP	Com CP	Variação
208	1.080	1.080	0.000	30	30	0
228	1.200	1.140	5.000	30	28	-2
248	1.500	1.260	16.000	30	26	-4
268	1.440	0.540	62.500	30	11	-19
288	1.560	1.440	7.692	30	28	-2
308	1.800	1.440	20.000	30	24	-6
328	1.920	1.680	12.500	30	26	-4
348	2.160	1.260	41.667	30	18	-12
368	2.340	1.260	46.154	30	16	-14
388	2.460	1.140	53.659	30	14	-16
408	2.640	0.780	70.455	30	9	-21
428	2.820	0.720	74.468	30	8	-22
448	4.980	1.140	77.108	30	8	-22
468	5.460	0.900	83.516	30	6	-24
488	5.880	1.260	78.571	30	7	-23
508	6.540	1.080	83.486	30	6	-24
528	6.660	1.140	82.883	30	6	-24
548	7.140	1.500	78.992	30	7	-23
568	7.620	1.680	77.953	30	7	-23
588	0.600	0.600	0.000	3	3	0
Total	67.8000	23.0400	66.0177	573	288	-285

Para uma melhor análise da variável  $\Delta d^{(l)}$ , fundamental para o funcionamento do CP, foram selecionadas 3 curvas, das 20 mostradas nas figuras anteriores, para que seu comportamento fosse visualizado. Assim, na Figura 24 é possível ver a curva de erro RMS e de  $\Delta d^{(l)}$  por iteração, considerando 30 iterações. É mostrado que para a curva de ordem igual a 548, o CP identifica que não houve variação maior do que 1 % do erro RMS a partir da quinta iteração, interrompendo o VF na sétima (2 iterações depois). Para a curva de ordem 208, não se identificou uma estagnação da variação do erro RMS abaixo de 1 %, deixando o VF atuar até a trigésima iteração. Caso se tivesse utilizado uma tolerância de 5 % em vez de 1 %, o CP teria interrompido o VF na iteração de número 14, assim como teria interrompido a curva de ordem 388 na iteração 11. Entretanto, escolheu-se permanecer utilizando a tolerância de 1 % por ter se mostrado um valor mais conservador e adequado para identificação da estagnação do erro RMS do ajuste feito pelo VF.

Por último, este teste é repetido para as FTs de impedância  $z_{21,21}$ ,  $z_{21,23}$  e  $z_{23,23}$  deste mesmo sistema. Os resultados são mostrados na Figura 25, Figura 26 e

Tabela 2. Observa-se que para este caso o CP consegue reduzir o tempo total da simulação em 34%, aproximadamente, reduzindo o número de iterações feitas de 252 para 168 e a redução de tempo por ordem do MR varia entre 3 e 60 %, aproximadamente.

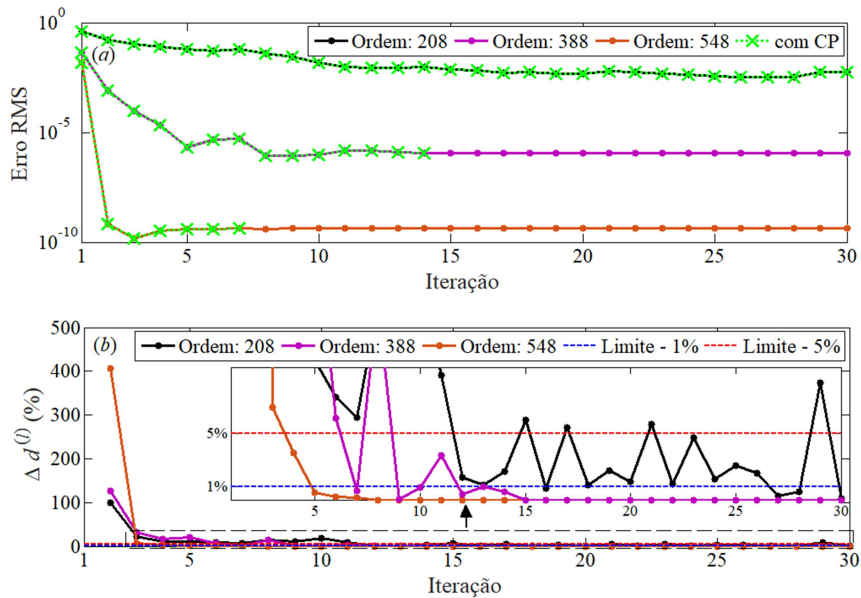


Figura 24 – (a) Comparação entre o erro RMS do VF com e sem o CP. (b) Variação  $\Delta d^{(l)}$  durante as 30 iterações do VF.

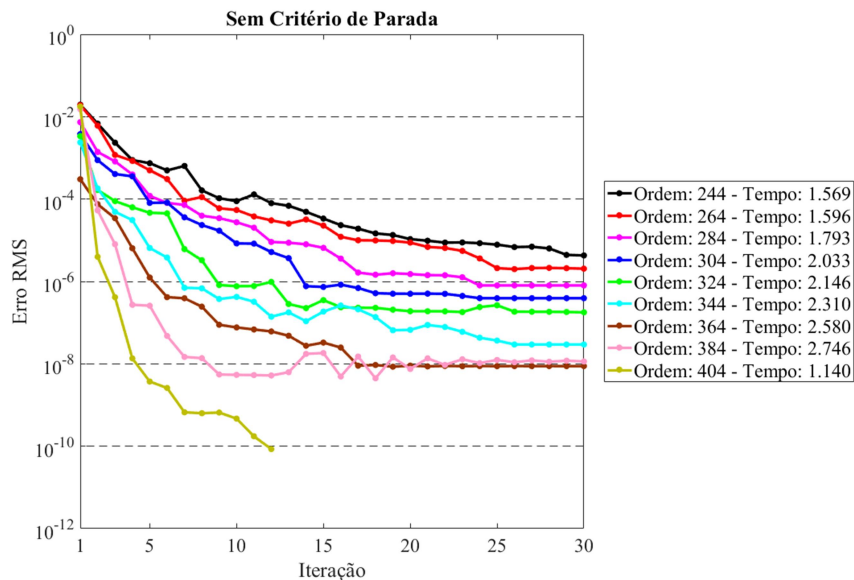


Figura 25 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância do Sistema Teste de 34 barras durante 30 iterações do VF. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos.

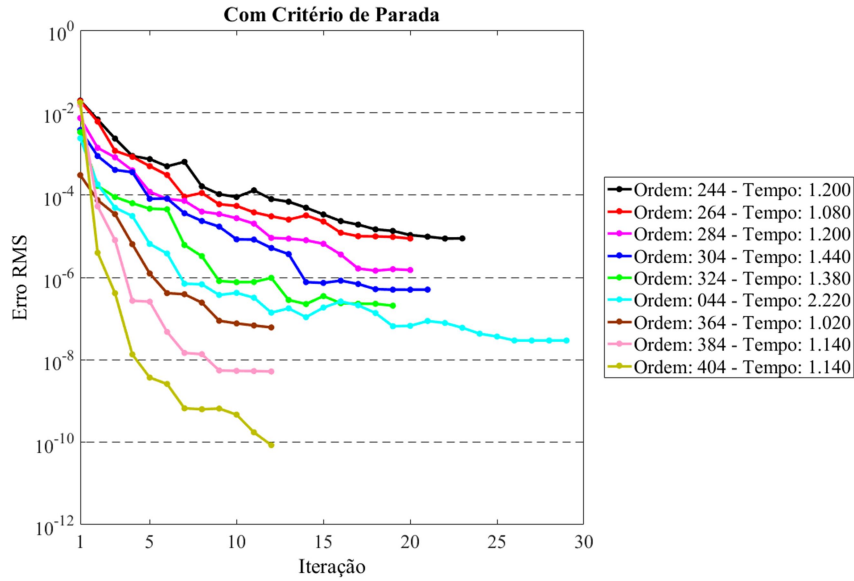


Figura 26 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância do Sistema Teste de 34 barras utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação. O tempo de simulação até a finalização da última iteração é mostrado em minutos.

Tabela 2 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de impedância  $z_{21,21}$ ,  $z_{21,23}$  e  $z_{23,23}$  do Sistema Teste de 34 Barras.

Ordem	Tempo (minutos)			Iterações		
	Sem CP	Com CP	Variação (%)	Sem CP	Com CP	Variação
244	1.569	1.200	23.537	30	23	-7
264	1.596	1.080	32.323	30	20	-10
284	1.793	1.200	33.091	30	20	-10
304	2.033	1.440	29.156	30	21	-9
324	2.146	1.380	35.691	30	19	-11
344	2.310	2.220	3.896	30	29	-1
364	2.580	1.020	60.463	30	12	-18
384	2.746	1.140	58.478	30	12	-18
404	1.140	1.140	0.000	12	12	0
<b>Total</b>	<b>17.9126</b>	<b>11.8200</b>	<b>34.0129</b>	<b>252</b>	<b>168</b>	<b>-84</b>

### 3.3.1.1.2 Sistema IEEE 118 Barras

Assim como nos testes para o Sistema Teste de 34 Barras, é feita a comparação dos resultados dos ajustes da FT MIMO composta por FTs próprias e mutuas de admitância referentes às barras 30 e 38. A faixa de frequência utilizada foi de 10 Hz até 15 kHz. Para o caso utilizando FTs de impedância foi feito de 0 a 15 kHz. Assim, foi utilizado o método de incremento de ordem para buscar um MR com precisão de  $10^{-10}$ .

Porém, como pode ser observado na Figura 27, a partir do quinto incremento de ordem (MRs com 268 polos ou mais) o erro RMS do ajuste fica estagnado dentro de uma faixa entre  $10^{-8}$  e  $10^{-10}$ , aproximadamente, não conseguindo atingir a precisão desejada menor que  $10^{-10}$ . Devido a isso, decidiu-se que o método de incremento automático iria ser interrompido após o final das 30 iterações do MR com ordem igual a 608. O mesmo fenômeno aconteceu no ajuste feito no caso anterior para as FTs de admitância. Novamente, essa precisão exigida não é um valor típico que se espera utilizar em casos práticos, mas objetiva estressar o VF e exemplificar de forma clara o impacto da utilização do CP.

Na Figura 28 são apresentadas curvas do ajuste das FTs utilizando o CP. É possível observar que o número de iterações feitas é significativamente menor do que sem o CP, embora ele não tenha conseguido atuar em alguns dos ajustes. Na Tabela 3 são mostradas as diferenças de tempo, em minutos, e de quantidade de iterações feitas pelo VF com e sem o CP. O CP consegue reduzir o tempo total da simulação em 33 %, aproximadamente, reduzindo o número de iterações feitas de 660 para 453. A redução de tempo por ordem do MR varia entre 0 e 80 %, aproximadamente.

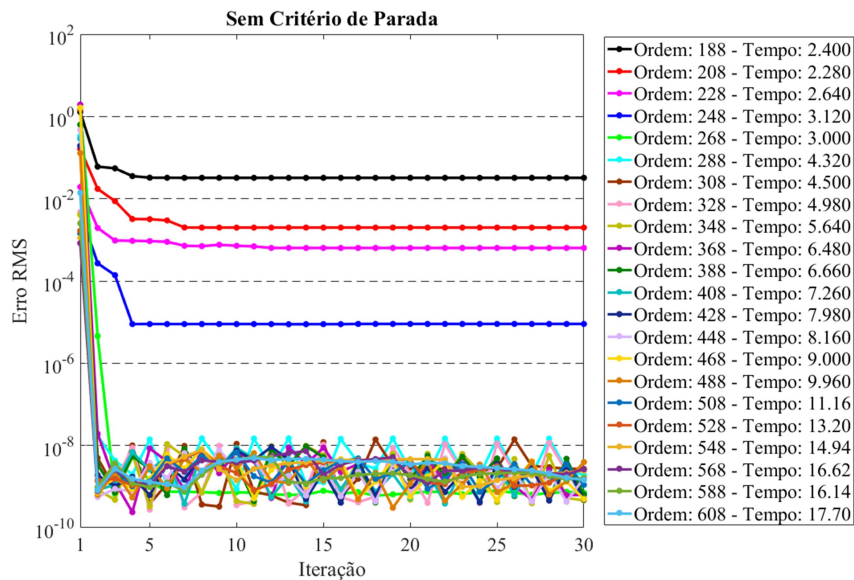


Figura 27 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema IEEE de 118 barras durante 30 iterações do VF. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos.

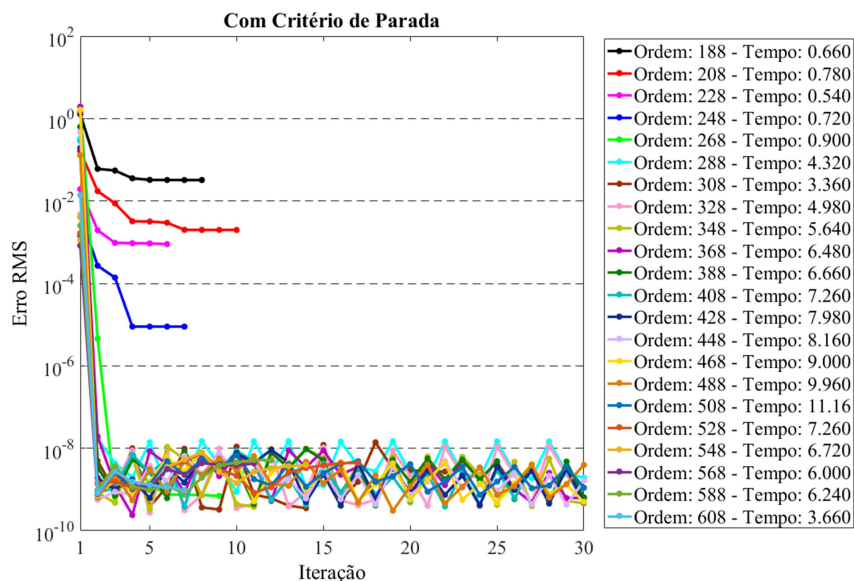


Figura 28 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do Sistema IEEE de 118 barras utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos.

Tabela 3 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de admitância  $y_{30,30}$ ,  $y_{30,38}$  e  $y_{38,38}$  do Sistema IEEE 118 Barras.

Ordem	Tempo (minutos)			Iterações		
	Sem CP	Com CP	Variação (%)	Sem CP	Com CP	Variação
188	2.400	0.660	72.500	30	8	-22
208	2.280	0.780	65.789	30	10	-20
228	2.640	0.540	79.545	30	6	-24
248	3.120	0.720	76.923	30	7	-23
268	3.000	0.900	70.000	30	9	-21
288	4.320	4.320	0.000	30	30	0
308	4.500	3.360	25.333	30	22	-8
328	4.980	4.980	0.000	30	30	0
348	5.640	5.640	0.000	30	30	0
368	6.480	6.480	0.000	30	30	0
388	6.660	6.660	0.000	30	30	0
408	7.260	7.260	0.000	30	30	0
428	7.980	7.980	0.000	30	30	0
448	8.160	8.160	0.000	30	30	0
468	9.000	9.000	0.000	30	30	0
488	9.960	9.960	0.000	30	30	0
508	11.160	11.160	0.000	30	30	0
528	13.200	7.260	45.000	30	17	-13
548	14.940	6.720	55.020	30	14	-16
568	16.620	6.000	63.899	30	11	-19
588	16.140	6.240	61.338	30	12	-18
608	17.700	3.660	79.322	30	7	-23
Total	178.1400	118.4400	33.5130	660	453	-207

Cabe ressaltar que o CP não consegue agir em 11 dos 22 MRs de diferentes ordens de ajuste devida a grande variação relativa dos erros RMS durante as iterações. Caso fosse utilizado um limite de 5% de tolerância para o CP, esse número diminuiria para apenas 7, o tempo de simulação cairia para 1.32 horas e o número total de iterações para 338. Entretanto, é visível que as curvas do erro RMS não estão estagnadas como deveriam estar para que o CP agisse. Conclui-se que, embora ocorra o relaxamento da tolerância de 1% para 5% e isto cause o aumento da eficiência computacional, corre-se o risco do método não conseguir identificar a estagnação da curva de erros adequadamente.

Para o teste utilizando as FT MIMO de impedância, a escolha da ordem inicial foi alterada, pois tendo a ordem definida por (2.56), como nos demais casos, o primeiro ajuste possuiria uma ordem de 364 e com 3 iterações conseguiria atingir um erro RMS de  $8.134 \times 10^{-12}$ . Por isso a ordem inicial foi adaptada para que fosse possível observar a atuação do CP. A ordem inicial, então, foi alterada para ser a mesma que a da FT MIMO de admitâncias (188). Na Figura 29 e na Tabela 4 estão apresentados os resultados deste teste com e sem o CP. Consegue-se reduzir o tempo total da simulação em 71%, aproximadamente, reduzindo o número de iterações feitas de 153 para 44. A redução de tempo por ordem do MR varia entre 64 e 80%, aproximadamente.

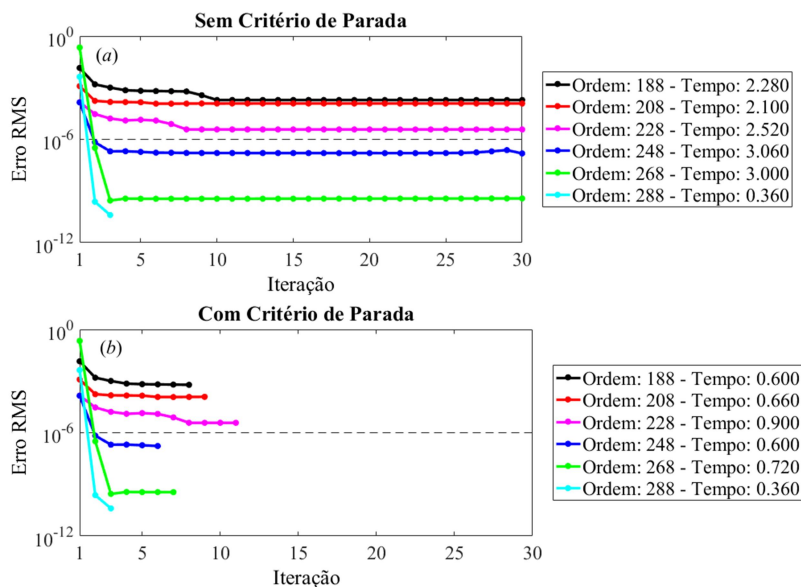


Figura 29 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância  $z_{30,30}$ ,  $z_{30,38}$  e  $z_{38,38}$  do Sistema IEEE de 118 barras sem (a) e com (b) o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos.

Tabela 4 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de impedância  $z_{30,30}$ ,  $z_{30,38}$  e  $z_{38,38}$  do Sistema IEEE 118 Barras.

Ordem	Tempo (minutos)			Iterações		
	Sem CP	Com CP	Variação (%)	Sem CP	Com CP	Variação
188	2.280	0.600	73.684	30	8	-22
208	2.100	0.660	68.571	30	9	-21
228	2.520	0.900	64.286	30	11	-19
248	3.060	0.600	80.392	30	6	-24
268	3.000	0.720	76.000	30	7	-23
288	0.360	0.360	0.000	3	3	0
Total	13.3200	3.8400	71.1712	153	44	-109

### 3.3.1.1.3 Sistema Equivalente Sul e Sudeste

Por fim, é feita a comparação dos resultados com e sem CP para a FT MIMO do sistema equivalente Sul e Sudeste composta por FTs próprias e mutuas de admitância referentes às barras de fronteira da área externa, que correspondem a 36 FTs escalares, 21 delas diferentes e 15 nulas, como mostrado no Subitem 3.2.3. A faixa de frequências utilizada foi de 10 Hz a 8 kHz com amostras coletadas com passo de 1 Hz. As FTs nulas não foram retiradas do ajuste, pois entende-se que elas fazem parte do problema e que não devem causar nenhum tipo de problema ao ser ajustadas junto com as demais.

Novamente, foi utilizado o método de incremento de ordem para buscar um MR com precisão de  $10^{-10}$ . Porém decidiu-se interrompe-lo após o final das 30 iterações do MR com ordem igual a 1276 devido ao grande tempo computacional demandado por cada iteração estava levando.

Na Figura 30, Figura 31 e na Tabela 5 são apresentados os resultados do ajuste sem e com CP. Neste exemplo, o CP conseguiu atuar em todas as ordens, reduzindo entre 56 e 76% o tempo computacional de cada ajuste.

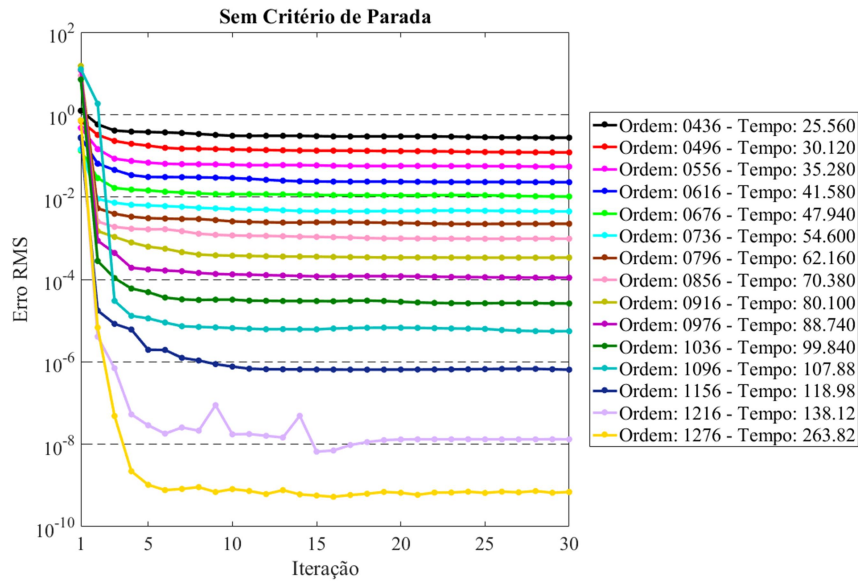


Figura 30 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste durante 30 iterações do VF. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos.

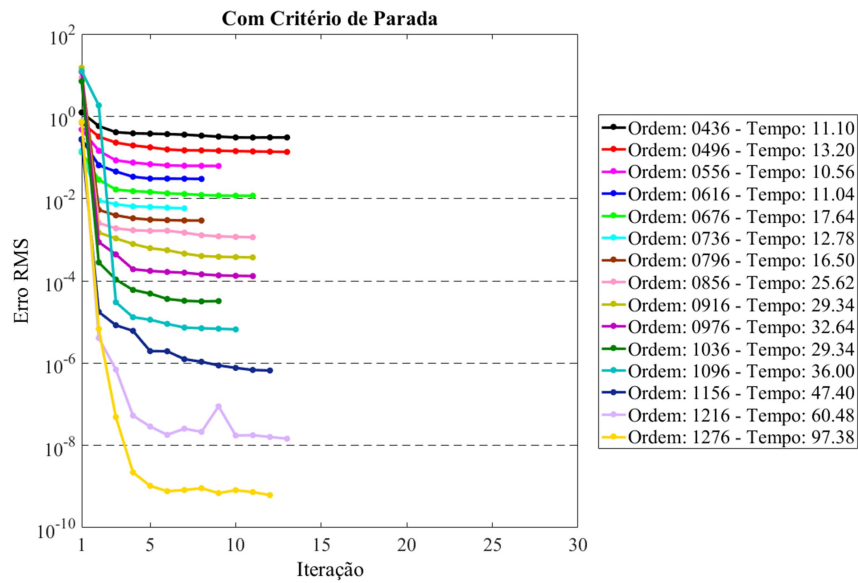


Figura 31 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste utilizando o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos.



Tabela 5 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de admitância do Sistema Equivalente Sul e Sudeste.

Ordem	Tempo (minutos)			Iterações		
	Sem CP	Com CP	Variação (%)	Sem CP	Com CP	Variação
436	25.560	11.100	56.573	30	13	-17
496	30.120	13.200	56.175	30	13	-17
556	35.280	10.560	70.068	30	9	-21
616	41.580	11.040	73.449	30	8	-22
676	47.940	17.640	63.204	30	11	-19
736	54.600	12.780	76.593	30	7	-23
796	62.160	16.500	73.456	30	8	-22
856	70.380	25.620	63.598	30	11	-19
916	80.100	29.340	63.371	30	11	-19
976	88.740	32.640	63.218	30	11	-19
1036	99.840	29.340	70.613	30	9	-21
1096	107.880	36.000	66.630	30	10	-20
1156	118.980	47.400	60.161	30	12	-18
1216	138.120	60.480	56.212	30	13	-17
1276	263.820	97.380	63.088	30	12	-18
Total	1265.1000	451.0200	64.3491	450	158	-292

Por fim, para o teste utilizando a FT MIMO de impedância, também foi utilizado o método de incremento automático de ordem, porém foi alterada a tolerância da precisão do MR de  $1 \times 10^{-10}$  para  $6.947 \times 10^{-10}$ , que é o último erro RMS obtido no teste com a FT de admitância para a ordem igual a 1276. Na Figura 32 e na Tabela 6 são exibidos os resultados deste teste com e sem o CP. Consegue-se reduzir o tempo total da simulação em 70 %, aproximadamente, reduzindo o número de iterações feitas de 305 para 88. A redução de tempo por ordem do MR varia entre 66 e 76 %, aproximadamente.

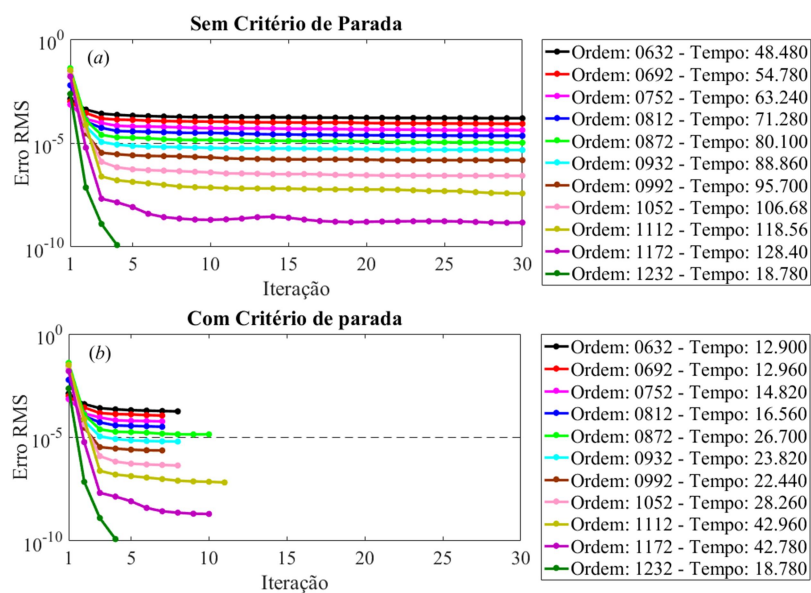


Figura 32 – Curva de Erro RMS do ajuste das FTs de impedância do Sistema Equivalente Sul e Sudeste sem (a) e com (b) o CP. São mostradas diversas curvas, obtidas com ordens diferentes, e seus tempos computacionais de simulação, em minutos.

Tabela 6 – Tempo computacional de simulação, em minutos, e quantidade de iterações para diferentes ordens de aproximação do VF para o ajuste das FTs de impedância do sistema equivalente Sul e Sudeste.

Ordem	Tempo (minutos)			Iterações		
	Sem CP	Com CP	Variação (%)	Sem CP	Com CP	Variação
632	48.480	12.900	73.391	30	8	-22
692	54.780	12.960	76.342	30	7	-23
752	63.240	14.820	76.565	30	7	-23
812	71.280	16.560	76.768	30	7	-23
872	80.100	26.700	66.667	30	10	-20
932	88.860	23.820	73.194	30	8	-22
992	95.700	22.440	76.552	30	7	-23
1052	106.680	28.260	73.510	30	8	-22
1112	118.560	42.960	63.765	30	11	-19
1172	128.400	42.780	66.682	30	10	-20
1232	18.780	18.780	0.000	5	5	0
<b>Total</b>	<b>874.8600</b>	<b>262.9800</b>	<b>69.9403</b>	<b>305</b>	<b>88</b>	<b>-217</b>

### 3.3.2 MÉTODO DE PARTIÇÃO DA FAIXA DE FREQUÊNCIAS E REDUÇÃO DE ORDEM

Para casos práticos de construção de equivalentes eletromagnéticos, o número de FTs pode facilmente ultrapassar a 100. Por exemplo, com apenas 14 barras de conexão são obtidas 105 diferentes FTs (impedância/admitância). Além disto, para estudos de transitórios eletromagnéticos, é necessário que a faixa de frequências de

interesse seja bastante ampla a fim de que o MR contemple uma elevada gama de efeitos dinâmicos típicos da rede elétrica. O número de polos necessários para que o VF obtenha uma boa aproximação, principalmente para respostas em frequência com muitos picos ressonantes, também aumenta conforme a faixa de frequências cresce. Dessa forma, o esforço computacional necessário cresce de maneira significativa, conforme mostrado em (3.1), podendo se tornar inviável computacionalmente.

Para contornar tal situação, foi desenvolvido um método de particionamento da faixa de frequências de interesse, dividindo-a em pequenas subfaixas, onde o VF consegue bons resultados com maior eficiência. Neste trabalho, este método será referido como Ajuste Vetorial com Método de Partição de Frequência, ou *Vector Fitting with Frequency Partitioning method* (VFFP). Na literatura foi encontrado apenas um método de particionamento utilizando o VF, apresentado em [33] e descrito no Subitem 2.2.7, que se mostrou pouco robusto, obtendo resultados muito imprecisos para alguns dos casos testados, como foi demonstrado. O recurso de partição da faixa de frequências também é utilizado para evitar problemas de mal condicionamento intrínsecos dos métodos de identificação de funções racionais que são propostos em [22] e [42] e, ainda que o VF não possua tais problemas, tanto o VFFP quanto o VFP, proposto em [33], apresentam processos semelhantes em seus algoritmos.

O VFFP é dividido em duas etapas, como pode ser visto nos fluxogramas mostrados na Figura 33. Na primeira etapa, a faixa de frequências de interesse ( $FF$ ) é dividida em um número de partições pré-definido pelo usuário, ( $N_{part}$  partições). Em cada uma é aplicado o VF para fazer o ajuste das FTs. Então, são guardados os polos identificados para cada partição e descartados os resíduos. Ao final da primeira etapa terão sido identificados todos os polos necessários para se obter o MR para a faixa completa de frequências. Este conjunto de polos é utilizado no VF para calcular os resíduos, considerando, agora, toda a faixa de frequências.

Deve-se observar que o procedimento de se ajustar independentemente as FTs em cada partição pode produzir um número excessivo de polos com resíduos de baixa magnitude e, portanto, pouco significativos para a composição do MR desejado. Este fato sugere a aplicação de um método de redução da ordem de modelos, que é o objetivo da segunda etapa.

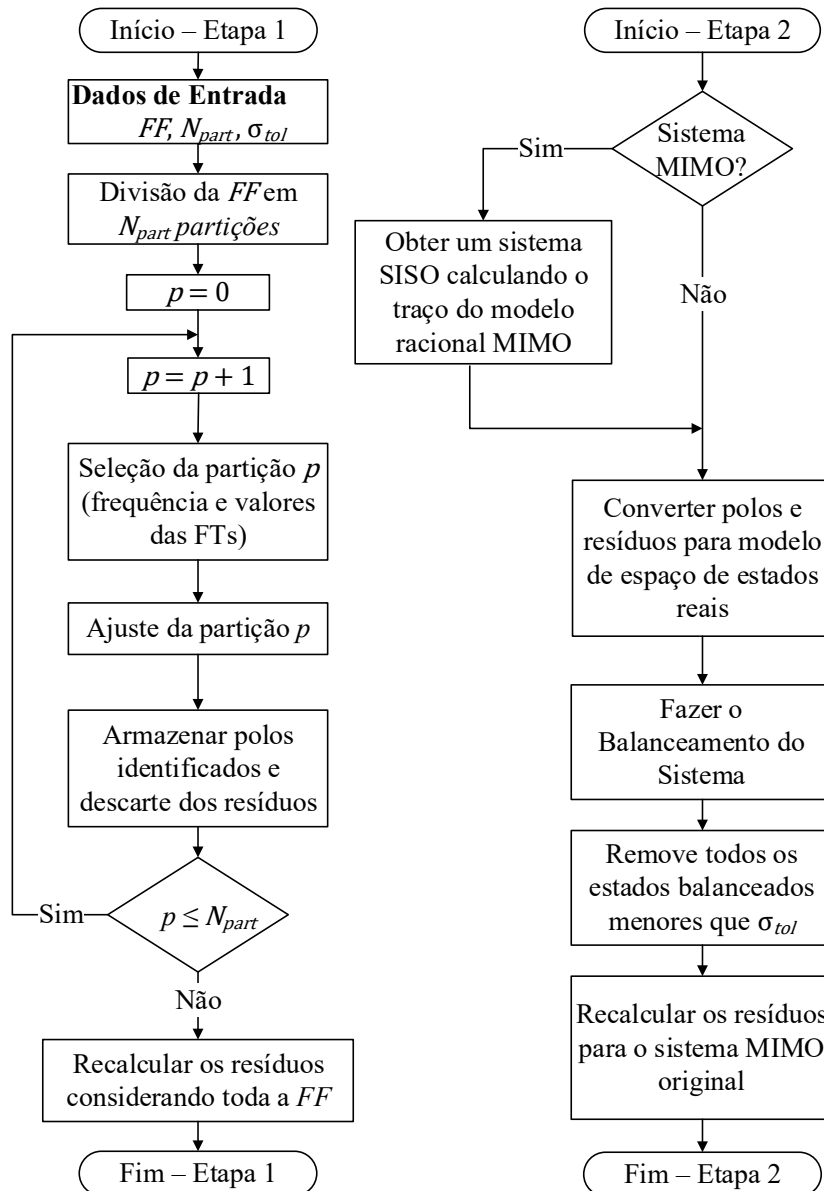


Figura 33 – Fluxograma do método proposto de partição de frequência utilizando o VF (VFFP), onde  $\sigma_{tol}$  é definido no subitem 3.3.2.2.

### 3.3.2.1 VFFP – ETAPA 1: PARTIÇÃO E RECÁLCULO DOS RESÍDUOS

Para determinar as partições onde as FTs  $H_{ij}$  serão ajustadas, inicialmente é gerada uma curva a partir do cálculo do traço de  $\mathbf{H}$ . Em seguida, é calculado o número de picos que esta nova curva possui. As partições são definidas de forma que cada segmento tenda a possuir o mesmo número de picos. Além disso, os valores que definem a subfaixa de frequências de cada partição são coincidentes com os vales da curva do traço.

Deve-se observar que o ajuste da FT  $H_{ij}$  deve ser feito considerando o MR (ver(2.41)) como próprio ( $d_{ij} \neq 0$  e  $e_{ij} = 0$ ). Isso se dá pelo fato de que, ao considerar o MR como estritamente próprio, existe uma tendência de que sejam identificados polos com frequências acima dos limites superiores das subfaixas das partições e, ao definir o termo  $d_{ij} \neq 0$ , a quantidade desses polos diminui. Em princípio, poder-se-ia também considerar o MR como impróprio ( $d_{ij} \neq 0$  e  $e_{ij} \neq 0$ ). No entanto, não se observou vantagens significativas nesta opção, além de trazer dificuldades no uso de funções específicas do Matlab, empregadas neste trabalho para a redução da ordem do MR.

O procedimento de recalculer todos os resíduos é fundamental para que se consiga utilizar o VFFP. Por isso a etapa 1 deve ser finalizada com este processo, visto que sem ele não é possível unir todos os ajustes parciais. Desta forma, é feita uma iteração do VF para que sejam recalculados os resíduos, dessa vez considerando toda faixa de frequências de interesse. Nesta iteração, existe a opção de recalculer apenas os resíduos ou, buscando um ajuste melhor, recalculer também os polos. É recomendado que apenas os resíduos sejam recalculados, devido ao elevado tempo computacional que esta iteração consumiria caso fosse pedido para, também, ajustar os polos. Na Tabela 7 pode ser visto, para uma melhor análise da diferença entre as duas opções, exemplos de erros RMS de ajustes considerando o recálculo dos polos e sem considera-lo e seus tempos de simulação para os sistemas teste deste capítulo. Para todos os casos, foram utilizados 5 picos por cada partição e o mesmo  $\sigma_{tol}$  durante a etapa 2. Foram utilizados 312, 320 e 2088 polos, respectivamente, divididos entre as 5 partições. A ordem para o sistema equivalente Sul e Sudeste foi extrapolada para 2088 neste teste para deixar clara a diferença de tempo quando é feito o recálculo dos polos.

*Tabela 7 – Comparações de tempo ao ser utilizada a iteração completa ou parcial durante o recálculo dos resíduos ao final da etapa 1 do VFFP.*

	Recalculo dos Polos?	Tempo de recalculo dos Resíduos (s)	Erro RMS - Final da Etapa 1 do VFFP	Erro RMS - Final do VFFP
Sistema Teste de 34 Barras	Não	1.257	0.00022097	0.00009281
	Sim	5.622	0.00002905	0.00005785
Sistema IEEE 118 Barras	Não	1.619	0.01411680	0.00000008
	Sim	6.989	0.00001885	0.00000546
Sistema Equiv. Sul e Sudeste	Não	60.464	0.00186379	0.00092880
	Sim	2179.282	0.00083161	0.00059213

Na Tabela 7 é possível analisar que o erro ao final da etapa 1 do VFFP é menor quando é feito o recálculo dos polos. Entretanto o tempo computacional também passa a ser consideravelmente maior. Além disto, é possível perceber que o erro final, obtido após a etapa 2 do VFFP, não possuem relações diretas com essa escolha, pois estes são dependentes, também, da escolha do menor valor do estado balanceado ( $\sigma_{tol}$ ). Todavia um menor erro obtido ao final da etapa 1 do VFFP permite uma maior flexibilidade de redução de ordem na etapa 2 do método, como será comentado adiante. Mas deve-se salientar que o incremento de tempo torna a opção de utilizar a iteração completa pouco eficiente.

Por fim, para demonstrar a relevância do recálculo dos resíduos, é possível observar na Figura 34 os excelentes ajustes da FT de admitância própria da barra 210 ( $y_{210,210}$ ) do sistema equivalente Sul e Sudeste (Subitem 3.2.3), nas 6 partições em que foi dividida a faixa de frequências de interesse (de 10 Hz à 8 kHz com amostras da FT coletadas de 1 em 1 Hz). Foram utilizados 160 polos para cada uma das 5 primeiras partições e 120 para a última, resultando em uma ordem de  $N_o = 920$ . Como os MRs obtidos para cada partição (MRs parciais) são dados por somatórios (ver (2.41)), isto sugere que se poderia obter um MR válido para toda faixa de frequências de interesse (MR total) simplesmente pela soma dos MRs parciais. No entanto, a resposta deste MR total difere bastante da curva a ser ajustada (curva original), como pode ser visto na Figura 35 (a).

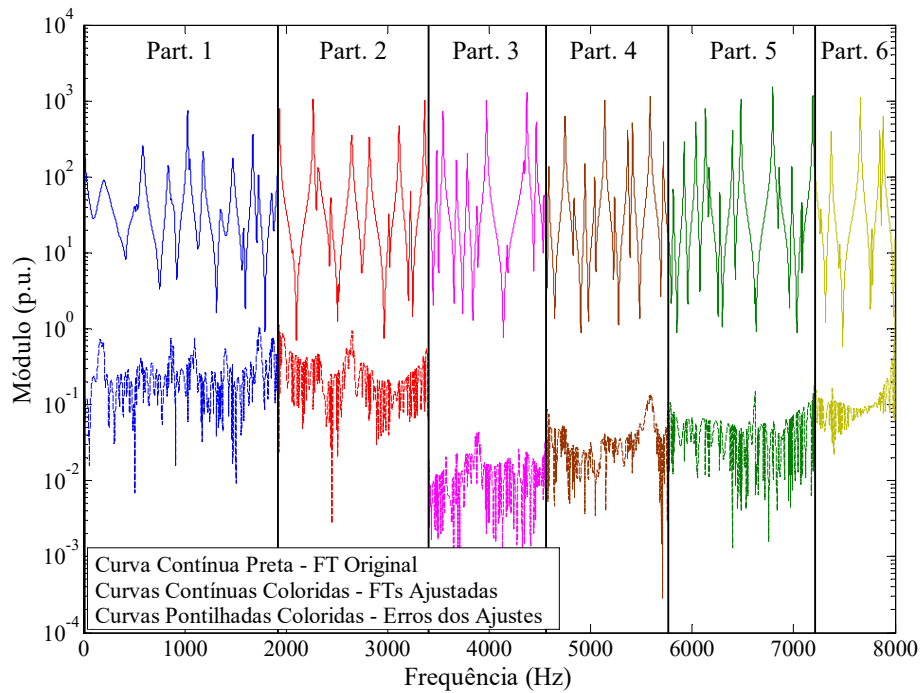


Figura 34 – Aproximações da FT  $y_{210,210}$  e seus erros nas seis partições em que foi dividida a faixa de frequências de interesse.

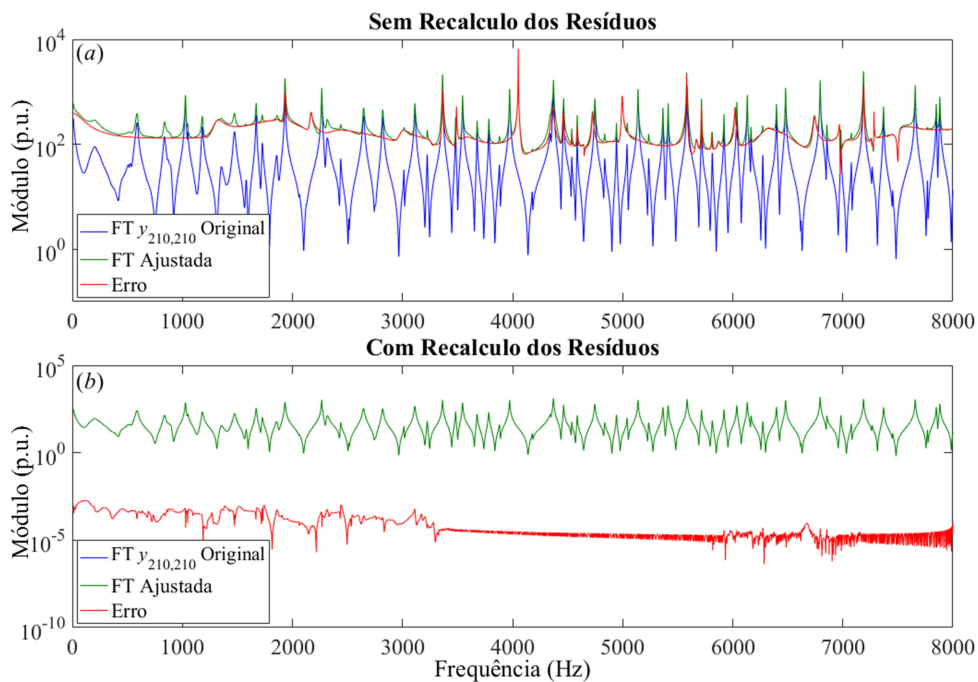


Figura 35 – Comparação das curvas aproximadas da FT  $y_{210,210}$  utilizando o método VFFP proposto, sem (a) e com (b) o recálculo dos resíduos.

Isto ocorre porque os MRs parciais apresentam bons ajustes apenas dentro das suas respectivas subfaixas de frequências. Fora delas, estes MRs podem apresentar quaisquer valores que, quando somados aos ajustes dos demais MRs parciais, vão deteriorar consideravelmente o ajuste do MR total conforme mostrado na Figura 35 (a).

Para que a simples soma dos MRs parciais pudesse produzir um MR total de alta fidelidade, seria necessário que, fora de suas subfaixas de frequências de ajuste, os MRs parciais apresentassem valores próximos de zero. Como foi visto, em [33] é proposto um método que tenta imprimir esta característica aos MRs parciais. No entanto o método se mostrou pouco robusto, justamente porque os ajustes apresentam valores relativamente altos fora das faixas de frequências dos MRs parciais.

É razoável supor que conjunto de polos identificados durante os ajustes dos MRs parciais seja uma boa solução para o MR total, uma vez que produzem as ressonâncias (série e paralela) nos valores corretos de frequência, conforme mostrado na Figura 35 (a). No entanto, as amplitudes do MR total estão completamente diferentes das amplitudes da FT a ser ajustada, indicando que os resíduos associados a estes polos necessitam ser recalculados pelo VFFP para a obtenção de um MR total de alta fidelidade, conforme mostrado na Figura 35 (b).

É interessante observar que a etapa de recálculo diminui o módulo dos resíduos de determinados polos. Isto facilita a redução da ordem do MR total durante a etapa 2, como mostrado na Figura 36. Note-se que os módulos dos resíduos do MR total da FT  $y_{210,210}$  são traçadas em função da frequência dos polos associados, antes e após a realização do processo de recálculo dos resíduos. Na Figura 36 (a) é possível observar que durante o ajuste dos MRs parciais foram encontrados polos fora de suas subfaixas de frequências (polos circundados), possuindo resíduos com alta magnitude. Como dito anteriormente, esses resíduos só são válidos para os ajustes individuais de cada partição, portanto eles precisam ser recalculados para que seja possível fazer o ajuste correto para faixa de frequências completa. Na Figura 36 (b), após o recálculo dos resíduos, é possível constatar que a maior parte dos polos identificados fora de suas subfaixas de frequência, com exceção dos polos identificados fora da faixa completa de frequências de interesse (de 10 Hz a 8 kHz), tem a magnitude de seus resíduos significativamente reduzida. O gráfico da Figura 36 (a) possui 92 polos complexo conjugados fora de suas subfaixas de frequências, onde 81 deles estão dentro das subfaixas de frequências de outras partições, e 300 polos com resíduos de magnitudes inferiores a 1. No gráfico da Figura 36 (b) são 326 polos com os resíduos de magnitudes inferiores a 1. Para a FT  $y_{210,210}$ , as médias das magnitudes dos resíduos são de 111585.44 e 4051.37 para antes e após o recálculo, respectivamente. Considerando todas as FTs, o valor médio das magnitudes dos resíduos diminui de 7514.46 para 481 após o recálculo. Para uma melhor visualização dos gráficos da Figura 36, não foram mostrados os pontos na



frequência de 50.1 kHz, correspondente a um polo associado a um resíduo de magnitude igual a  $9.597 \times 10^7$ , antes da etapa de recálculo, e de  $3.375 \times 10^6$  após esta etapa.

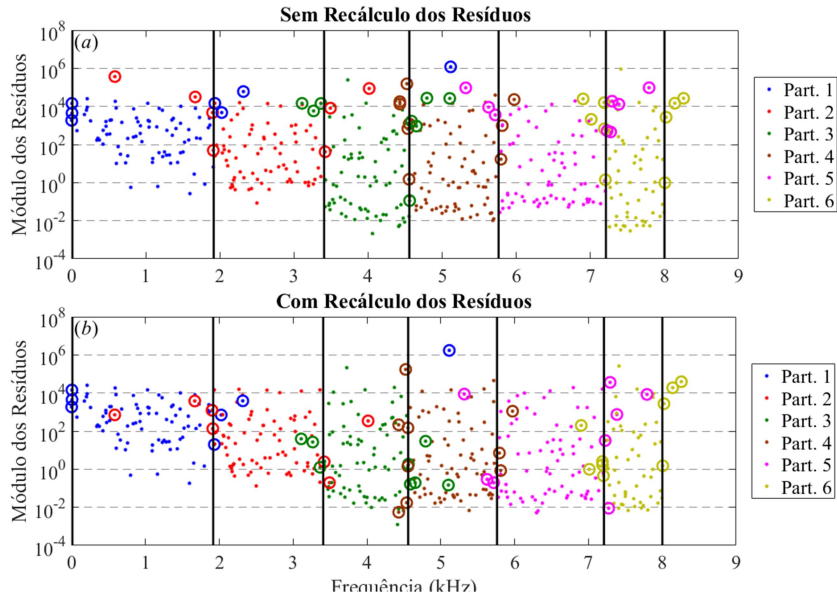


Figura 36 – Módulo dos resíduos em função das frequências dos polos associados para a FT  $y_{210,210}$ , antes (a) e após (b) a etapa de recálculo.

### 3.3.2.2 VFFP – ETAPA 2: REDUÇÃO DE ORDEM DO MR

Para a redução de ordem do MR é usada a técnica do truncamento da forma balanceada do sistema escrito na forma de espaço de estados, ou *balanced truncation* (BT), previamente citada no Subitem 2.2.7. Uma das principais vantagens deste método é preservar no modelo de ordem reduzida (MOR) a estabilidade do sistema original [43].

Outras importantes características do método são a possibilidade de se eliminar os estados que correspondem aos valores singulares de Hankel menores do que uma tolerância  $\sigma_{tol}$  (ver Figura 33) e a existência de limites para o erro do MOR associados a  $\sigma_{tol}$ . Estas características permitem uma escolha adaptativa da dimensão do MOR [43] em função da precisão desejada.

Considere os vetores de entradas  $\mathbf{u}(s)$  e de saídas  $\mathbf{y}(s)$  do sistema relacionados por  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$ , definida em (2.40):

$$\mathbf{y}(s) = \tilde{\mathbf{H}}(s) \mathbf{u}(s) \quad (3.4)$$

No domínio do espaço de estados [23], (3.4) pode ser convertida em:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}^T \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (3.5)$$

onde o sobrescrito  $T$  denota transposição de vetor ou matriz,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(nN_o \times nN_o)}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{(nN_o \times n)}$ ,  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$ ,  $\mathbf{u}(t)$  e  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^{nN_o}$ .

A dimensão do sistema de equações de espaço de estados dadas por (3.5) pode tornar o BT muito custoso computacionalmente [43]. Um sistema SISO equivalente pode ser obtido a partir da realização no espaço de estados do traço de  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$ , dado por:

$$\tilde{h}(s) = \text{tr}(\tilde{\mathbf{H}}(s)) = \sum_{l=1}^{N_o} \frac{\text{tr}(\mathbf{R}_l)}{s - \lambda_l} + \text{tr}(\mathbf{D}) \quad (3.6)$$

Neste caso, a matriz  $\mathbf{A}$  relacionada à realização de  $\tilde{h}(s)$  possui as dimensões  $N_o \times N_o$  e as matrizes  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{D}$  se degeneram em vetores de dimensão  $N_o$  e em um escalar, respectivamente, tornando a aplicação do BT muito mais eficiente e independente do número de barras de fronteira  $n$ .

Considera-se que os polos que são encontrados pelo BT utilizando  $\tilde{h}(s)$  são praticamente os mesmos utilizando  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$ , pois é esperado que  $\tilde{h}(s)$  possua informação similar à  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$  sobre a dominância dos polos [22]. Desta forma, a segunda etapa do método VFFP começa com o cálculo de  $\tilde{h}(s)$ , conforme mostrado na Figura 33.

Em seguida, é aplicado o BT à realização no espaço de estados de  $\tilde{h}(s)$ . Este método se inicia encontrando a forma balanceada do sistema, que tem como objetivo final determinar quais os estados que são simultaneamente menos controláveis e menos observáveis, para que possam ser eliminados e, desta forma, diminuir a ordem do modelo.

As equações de Lyapunov são dadas por:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{B}^T &= 0 \\ \mathbf{A}^T\mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{A} + \mathbf{C}\mathbf{C}^T &= 0\end{aligned}\quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{Q}$  são os grammianos de controlabilidade e de observabilidade, respectivamente. Também pode-se definir a raiz quadrada dos autovalores da matriz  $\mathbf{PQ}$ , que são conhecidos como valores singulares de Hankel ( $\sigma_i$ ), como:

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{PQ})} \quad (3.8)$$

Os gramianos de controlabilidade e de observabilidade são usados para definir os índices de controlabilidade e observabilidade, respectivamente. Considerando a matriz  $\mathbf{PQ}$ , existe uma matriz de transformação de coordenadas que faz  $\mathbf{P} = \mathbf{Q} = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ . A representação do sistema correspondente a estas coordenadas se denomina realização balanceada, ou é dito que está na forma balanceada [44]. Assim, nesta forma balanceada, os valores singulares de Hankel representam um índice que possibilita analisar simultaneamente o grau de controlabilidade e observabilidade das variáveis de estado de um sistema. Devido a isso, o modelo reduzido pode ser obtido eliminando, das matrizes do sistema balanceado, as linhas e colunas associadas aos  $\sigma_i$  abaixo de um valor mínimo, retirando os estados que são pouco representativos na resposta do sistema.

O primeiro passo para se obter a matriz transformação ( $\mathbf{T}$ ), que torna o sistema balanceado, é computar os fatores de Cholesky de  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{Q}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{L}_P \mathbf{L}_P^T \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{L}_Q \mathbf{L}_Q^T \end{aligned} \quad (3.9)$$

O segundo passo é computar a decomposição em valores singulares de  $\mathbf{L}_P^T \mathbf{L}_Q$ :

$$\mathbf{L}_P^T \mathbf{L}_Q = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (3.10)$$

onde  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}$  são matrizes ortogonais e  $\mathbf{\Sigma}$  é uma matriz diagonal contendo os valores singulares de Hankel, em forma decrescente [43], [44]:

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}[\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_{N_o}] \quad (3.11)$$

onde  $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_{N_o}$ .

O terceiro e último passo consiste em calcular a matriz:

$$\mathbf{T} = \mathbf{L}_P \mathbf{U} \mathbf{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

e construir o sistema de equações de estado balanceado:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_b(t) &= \mathbf{A}_b \mathbf{x}_b(t) + \mathbf{B}_b \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_b^T \mathbf{x}_b(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (3.13)$$

onde

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_b &= \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T} \\ \mathbf{B}_b &= \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B} \\ \mathbf{C}_b^T &= \mathbf{C}^T \mathbf{T}\end{aligned}\quad (3.14)$$

Os valores singulares de Hankel caracterizam a importância das variáveis de estado em (3.13). Os estados correspondentes aos menores valores singulares de Hankel são difíceis de serem controlados e observados ao mesmo tempo. Tais estados estão menos envolvidos na transferência de energia entre os vetores de entradas e saídas e, por consequência, podem ser truncados sem alterar as propriedades do sistema significativamente. Portanto, um sistema reduzido pode ser obtido eliminando-se as linhas e colunas das matrizes  $\mathbf{A}_b$ ,  $\mathbf{B}_b$  e  $\mathbf{C}_b^T$  associadas aos valores de  $\sigma_l$  menores do que uma tolerância  $\sigma_{tol}$ , conforme mostrada na Figura 33.

Uma vez obtido o sistema reduzido balanceado, a partir de  $\tilde{h}(s)$ , existirá, então, um conjunto reduzido de polos que representa o comportamento de  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$  (e consequentemente de  $\mathbf{H}(s)$ ) dentro da faixa total de frequências de interesse [22]. Assim, finalizando o VFFP, os resíduos e os termos  $d$  e  $e$  são recalculados utilizando este conjunto reduzido de polos e valores de  $\mathbf{H}(s)$  amostrados dentro da faixa completa de frequências de interesse, obtendo-se, assim, o MR reduzido  $\tilde{\mathbf{H}}_r(s)$ .

O erro de  $\tilde{\mathbf{H}}_r(s)$  em relação à  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$  possui norma infinita, dentro da faixa completa de frequências de interesse, dada por:

$$\|\varepsilon_r(\tilde{\mathbf{H}}_r, \tilde{\mathbf{H}})\|_\infty = \max(|\tilde{\mathbf{H}}(s) - \tilde{\mathbf{H}}_r(s)|) \quad (3.15)$$

Esta norma é limitada por [43], [45]:

$$\sigma_{l+1} \leq \|\varepsilon_r(\tilde{\mathbf{H}}_r, \tilde{\mathbf{H}})\|_\infty \leq 2(\sigma_{l+1} + \dots + \sigma_n) \quad (3.16)$$

onde  $\sigma_{l+1}, \dots, \sigma_n < \sigma_{tol}$ . Pode-se demonstrar que o erro RMS de  $\tilde{\mathbf{H}}_r(s)$  em relação à  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$ , calculado utilizando expressão análoga à (2.52), atende a:

$$\varepsilon_{RMS}(\tilde{\mathbf{H}}_r, \mathbf{H}) \leq \|\varepsilon_r(\tilde{\mathbf{H}}_r, \mathbf{H})\|_{\infty} \quad (3.17)$$

Considerando  $\mathbf{H}(s)$  e  $\tilde{\mathbf{H}}(s)$  muito próximos, pode-se escrever que o erro RMS de  $\tilde{\mathbf{H}}_r(s)$  em relação à  $\mathbf{H}(s)$  também satisfaz (3.17), assim:

$$\varepsilon_{RMS}(\tilde{\mathbf{H}}_r, \mathbf{H}) \leq \|\varepsilon_r(\tilde{\mathbf{H}}_r, \mathbf{H})\|_{\infty} \quad (3.18)$$

As expressões (3.16) e (3.18) sugerem que os valores singulares de Hankel podem ser utilizados como uma estimativa inicial para a ordem do MR reduzido  $\tilde{\mathbf{H}}_r(s)$  em função do erro RMS desejado.

É importante ressaltar que este método fornece um controle do erro do MR final em função da sua ordem que o VF convencional não possui. Visto que outros modelos reduzidos podem ser obtidos com baixo custo computacional, caso o usuário não fique satisfeito com resultados de uma primeira redução de ordem, em consequência de não ser necessário repetir os cálculos do balanceamento do sistema ou dos valores singulares de Hankel, reduzindo drasticamente o custo computacional de reduções de ordem posteriores.

### 3.3.2.3 TESTES E CONCLUSÕES PARCIAIS

Para testar o método de partição proposto, primeiramente o VFFP é testado no sistema de transmissão de 5 barras, mostrado na Figura 8, que foi utilizado para validação do método de partição apresentado em 2.2.7, o VFP. Neste teste o VFFP e o VFP são comparados.

Em seguida, é aplicado nos três sistemas apresentados no Item 3.2, onde o primeiro é o sistema teste de 34 barras, o segundo é o sistema IEEE 118 barras e, por fim, o sistema equivalente Sul e Sudeste. As faixas de frequências utilizadas são de 50 a 8 kHz para o sistema teste de 34 barras para ajustes de admitâncias e de 0 a 8 kHz para ajustes de impedâncias; para o sistema IEEE 118 barras foi utilizado 10 a 15 kHz para os ajustes de admitâncias e 0 a 15 kHz para os ajustes de impedâncias; por fim, para o sistema equivalente Sul e Sudeste, de 0 a 8 kHz para ajustes de impedâncias e de 10 a 8 kHz para ajustes de admitâncias. Ainda, as FTs ajustadas foram calculadas com passo de 1 em 1 Hz para todos os casos.

Nestes testes, é utilizado apenas o VFFP sem nenhuma influência do CP ou do incremento automático. São usadas 30 iterações para cada partição e, para os dois

primeiros sistemas, o número de partições é variado para que se possa analisar o comportamento do método para diferentes quantidades de partições. Também é feito a variação de  $\sigma_{tol}$  para que o BT remova todos os polos ajustados num intervalo de 5 em 5 polos.

As partições foram definidas de maneira que todas tivessem a mesma quantidade de picos da curva do traço de  $\mathbf{H}$ . Porém, durante a divisão do número de picos pelo número de partições, caso essa razão resultasse em um número não inteiro, a última partição ficaria com menos. A variação do número de partições foi feita de forma que o ponto de partida fosse um pico por partição até cada partição ter metade dos picos da curva do traço de  $\mathbf{H}$ .

Por fim, para uma melhor análise do erro dos ajustes, foi calculado o valor RMS da FT MIMO ( $vFT_{RMS}$ ), de forma semelhante ao cálculo do erro RMS, para que os erros RMS obtidos pelo VFFP fossem referenciados a  $vFT_{RMS}$ , normalizando-os. O valor RMS da FT MIMO,  $vFT_{RMS}$ , é definido como:

$$vFT_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^{N_s} |H_{ij}(s_k)|^2}{N_{FT} N_s}} \quad (3.19)$$

### 3.3.2.3.1 Sistema de Transmissão de 5 Barras

Para este teste em específico, o VFFP e o VFP são utilizados para fazer o ajuste da FT de admitância própria da Barra 1 ( $y_{11}$ ) deste sistema. Os dados de entrada destes métodos são semelhantes ao do teste feito para validação do VFP e em [33], que são: 120 polos iniciais; faixa de frequências de interesse de 10 Hz até 200 kHz, com 200 amostras linearmente espaçadas e são feitas as partições nas frequências 1 kHz, 20 kHz, 50 kHz, 90 kHz e 150 kHz. Totaliza-se, então, 6 partições com 20 polos cada. Diferentemente do que foi feito em [33], deixa-se fazer 30 iterações do VF para cada partição.

Na Figura 37 é possível observar os ajustes realizados pelo VFP e VFFP sem considerar a redução de ordem feita pelo BT, enquanto na Figura 38 é apresentado o resultado considerando a redução de ordem pelo BT de todos os estados relacionados com valores singulares de Hankel abaixo de  $5 \times 10^{-4}$ .

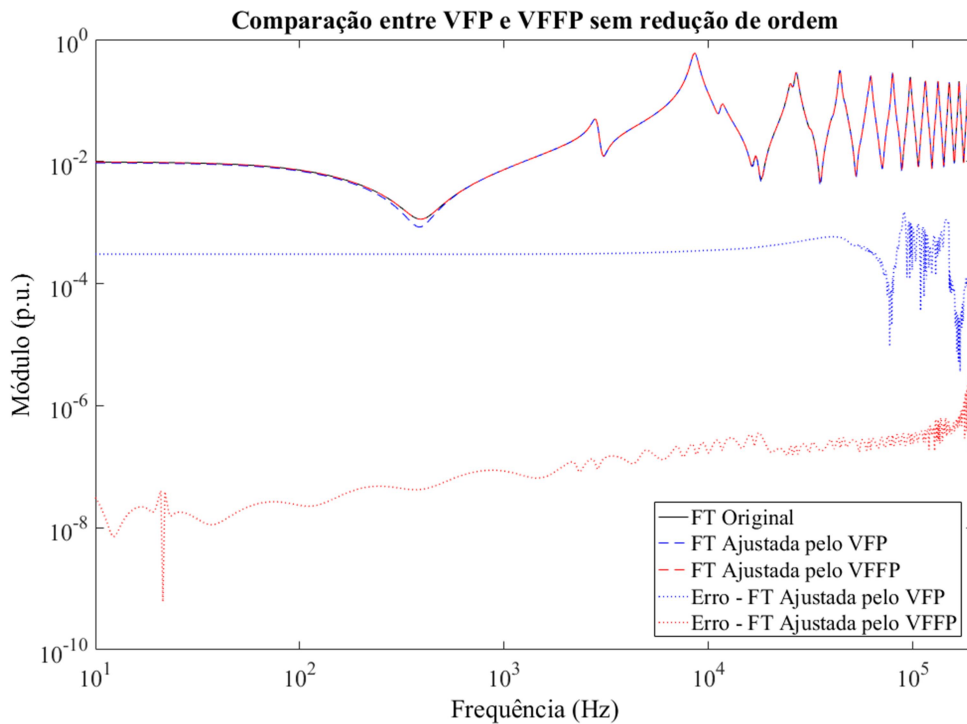


Figura 37 – Ajustes realizados pelo VFP e VFFP sem redução de ordem feita pelo BT.

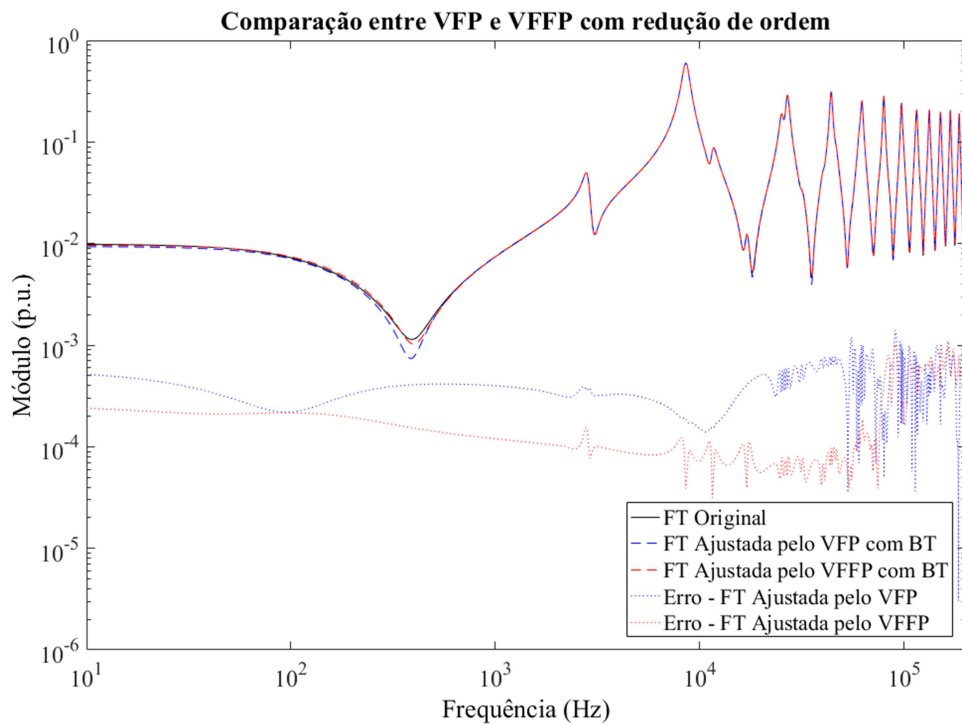


Figura 38 – Ajustes realizados pelo VFP e VFFP com redução de ordem feita pelo BT.

Neste caso, o VFFP consegue um ajuste mais preciso do que o VFP, ressaltando que a curva ajustada pelo VFFP sem a redução de ordem é visualmente coincidente com a FT original inclusive no primeiro vale mostrado, diferentemente do

VFP. Quando é considerado os dois métodos com a redução de ordem, a precisão dos resultados diminui, como é esperado, mas o ajuste feito pelo VFFP ainda consegue ser o mais preciso. Na Tabela 8 são apresentados os valores dos erros RMS de cada um dos métodos com e sem a redução de ordem feita pelo BT e as ordens inicial e finais, concluindo-se então que, neste caso, o VFFP consegue ser mais preciso do que o VFP e conseguindo uma ordem final menor.

Tabela 8 – Resumo das comparações VFP  $\times$  VFFP.

	VFP	VFFP
Erro RMS sem BT	4.23E-04	9.96E-07
Erro RMS com BT	5.29E-04	3.95E-04
Ordem Inicial	120	120
Ordem Final	90	67

### 3.3.2.3.2 Sistema Teste de 34 Barras

O primeiro teste do VFFP nesse sistema é o ajuste das FTs de admitância  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  simultaneamente, considerando um sistema MIMO. O ajuste foi feito considerando a faixa de frequência de 50 Hz até 8 kHz com amostras obtidas de 1 em 1 Hz. A ordem do ajuste foi definida a partir do o traço das FTs MIMO (soma das FTs próprias  $y_{21,21}$  e  $y_{23,23}$ ) e por (2.56), com  $n_{factor} = 2$ . O traço possui 57 picos, resultando em uma ordem para MRs de 228. Considerando os 57 picos, a quantidade de partições variou de 57 partições (1 pico por partição) até 2 partições (a primeira com 29 picos e a segunda com 27). Na Figura 39 são mostrados os módulos das FTs ajustadas deste sistema e o traço delas (traço de  $\mathbf{Y}$ ).



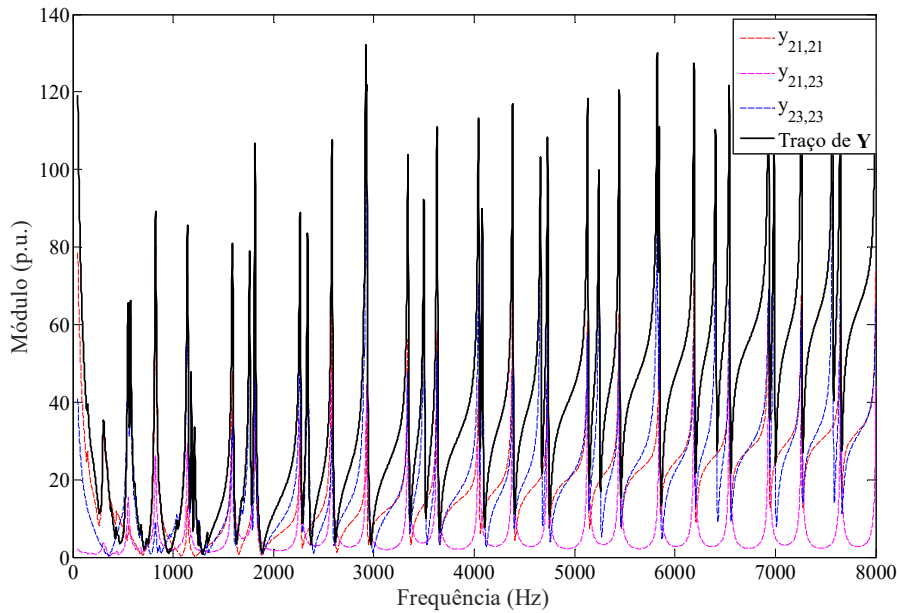


Figura 39 – Curvas dos módulos das FTs  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  e do traço da FT MIMO.

Na Figura 40 é mostrada a curva de erro RMS do MR completo, após o final da Etapa 1 do VFFP, e curvas de erros com até 81 polos removidos deste MR pelo número de picos por partição. Na Figura 41 são mostradas as curvas de erros RMS dos MRs reduzidos com até 116 polos removidos, também pelo número de picos por partição. Ambas as figuras têm suas curvas normalizadas em relação ao valor RMS  $vFT_{RMS}$ , calculado por (3.19), e em %. Nestes gráficos, pode-se observar que existe uma tendência de que o erro RMS do ajuste final seja menor ao utilizar mais picos por partição (menos partições da faixa completa de frequência de interesse). Também é possível ver que, como foi comentado anteriormente, existem casos em que são obtidos erros menores após o BT do que ao final da Etapa 1. Isso se deve ao fato de que mesmo após o BT é feito um último ajuste pelo VF, o que pode fazer com que o resultado fique melhor, mas esse efeito é reduzido conforme a quantidade de polos retirados pelo BT aumenta.

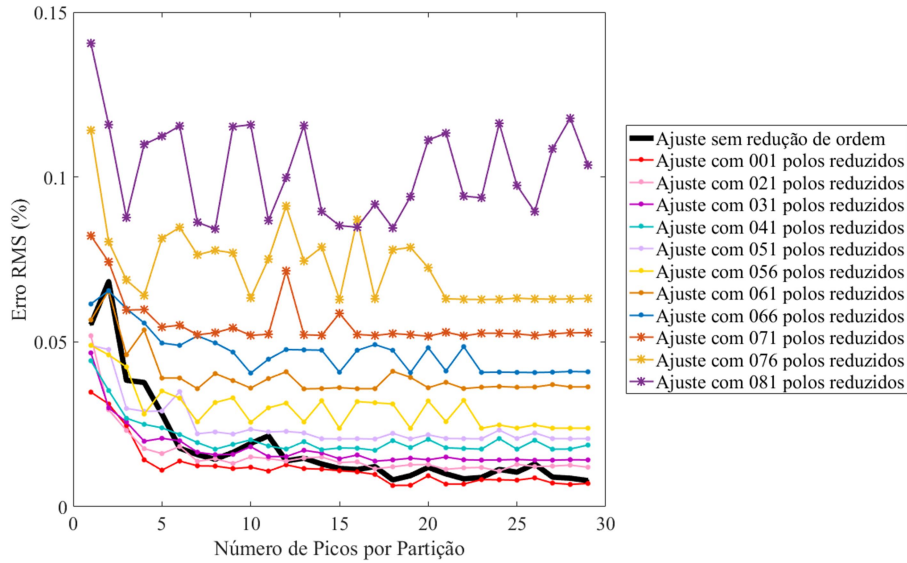


Figura 40 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de admitância.

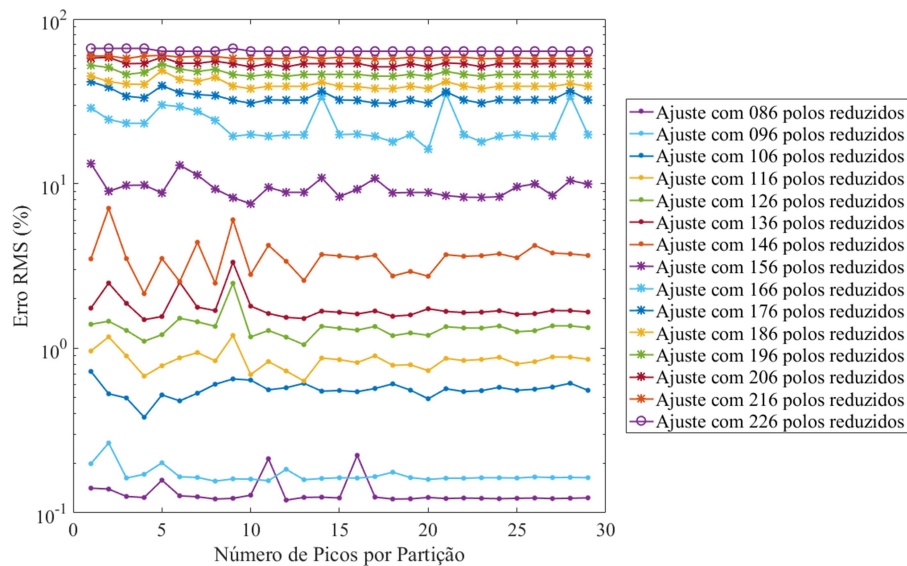


Figura 41 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de admitância.

Uma das grandes vantagens em se separar a redução de ordem (Etapa 2 do VFFP) do ajuste por partições (Etapa 1) é que se ganha a possibilidade de utilizar a redução de ordem como uma ferramenta para se escolher a ordem final do MR obtido pelo VFFP em função do erro RMS desejado de forma rápida (baixo custo computacional para obter diversos MRs com ordens diferentes) e simples. Na Figura 42 é mostrado o tempo necessário para se balancear o sistema e, de forma separada, reduzir o sistema para a ordem escolhida e fazer o recálculo dos resíduos, como é mostrado no

fluxograma da Figura 33. É possível observar que quanto mais polos é eliminado pelo BT, menor é o tempo para se refazer os cálculos dos resíduos para o sistema MIMO. Na Figura 43 é mostrado o tempo total do VFFP. Considerando o VF utilizando uma ordem igual a 228, mesma ordem utilizada pelo VFFP neste teste, leva-se 68.4 segundos para convergência. Assim, nesta comparação, o VFFP obteve uma redução de tempo entre 43.1 e 86.9 %, dependendo das quantidades de polos eliminados pelo BT e de picos por partição.

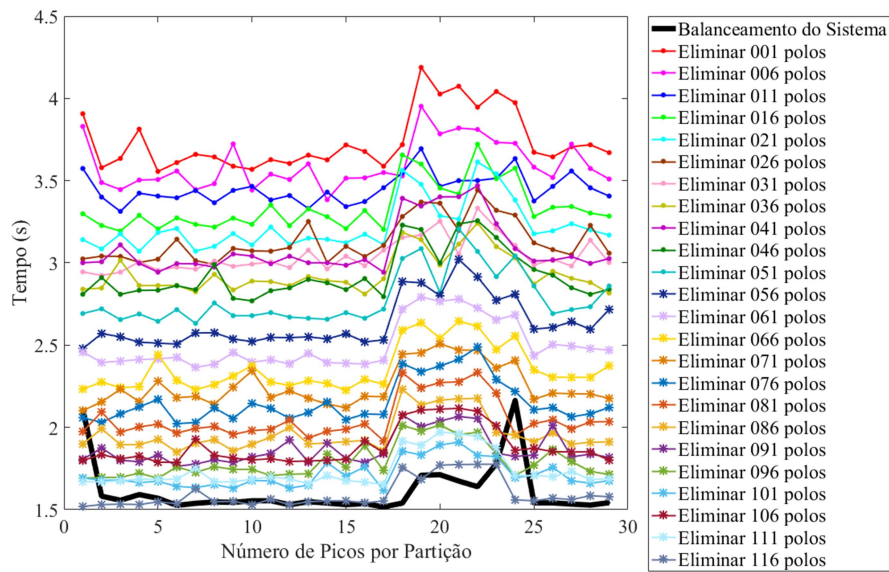


Figura 42 – Tempo computacional utilizado para se balancear o sistema MIMO e para fazer a redução do mesmo para diferentes quantidades de polos e números de picos por partição.

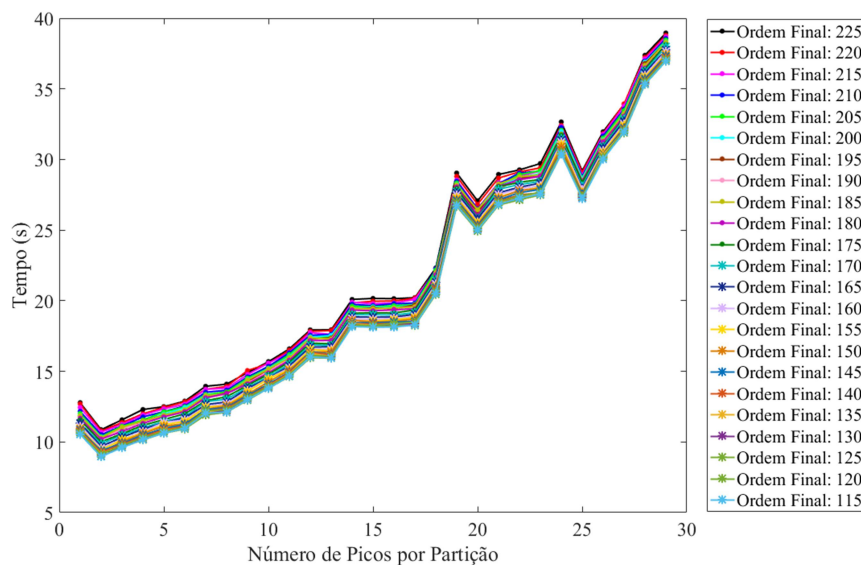


Figura 43 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de admitância do sistema teste de 34 barras para diferentes quantidades de polos.

Para tentar obter um número ótimo de picos por partição, considerando o tempo computacional consumido pelo VFFP e o erro RMS relativo do ajuste feito ao final da Etapa 1 do método, foram traçadas, na Figura 44, as curvas destas grandezas em função do número de picos por partição. Assim, mostra-se que um valor ótimo para esse caso seria entre 11 e 12 picos por partição.

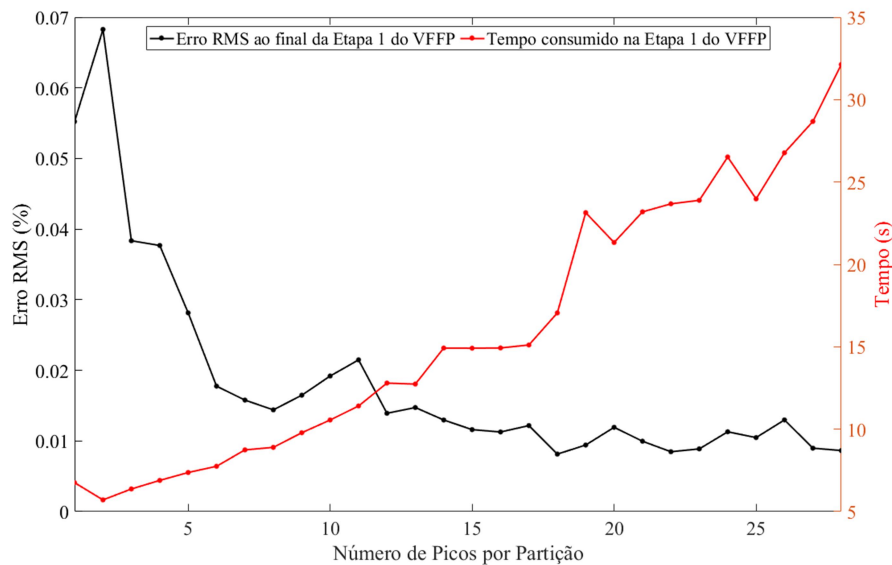


Figura 44 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de admitância do sistema teste de 34 barras.

Na Figura 45 é mostrada a curva de erro RMS relativo ao valor RMS da FT MIMO deste sistema ao final da Etapa 1 (antes do BT) e ao final do VFFP, além da curva formada pelos valores singulares de Hankel, também relativos ao valor RMS da FT MIMO. Como foi comentado, é razoável considerar os valores singulares de Hankel como limites superiores para o erro RMS final do VFFP. Na Figura 46, Figura 47 e Figura 48 são mostradas as curvas finais dos ajustes das FTs  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  com o MR obtido com a redução de 69, 93 e 135 polos, respectivamente, utilizando 10 picos por partições. Os ajustes foram obtidos a partir da redução de ordem eliminando todos os estados correspondentes aos  $\sigma_i$  normalizados pelo valor RMS da FT MIMO menores que 0,5, 1 e 10 %. Foram obtidos erros RMS próximo de 0,046, 0,135 e 1,54 %, respectivamente, muito menores do que os estimados pelos valores singulares.

O ajuste da Figura 48 possui um erro maior em frequências menores. Deve-se ressaltar que este comportamento é semelhante ao do método VFP, mostrado no Subitem 2.2.7. No entanto, no VFFP, este comportamento se deve ao fato de se ter

retirado polos com resíduos significativos nas baixas frequências, enquanto no VFP se dá por uma característica intrínseca do VF, como já explicado no Subitem 2.2.7.

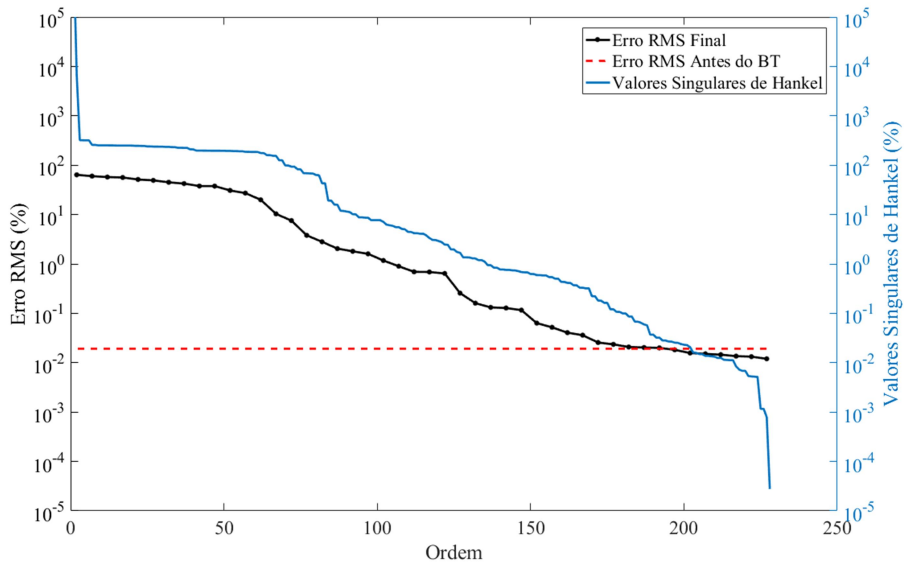


Figura 45 – Curvas do erro RMS antes e após o BT e curva formada pelos valores singulares de Hankel.

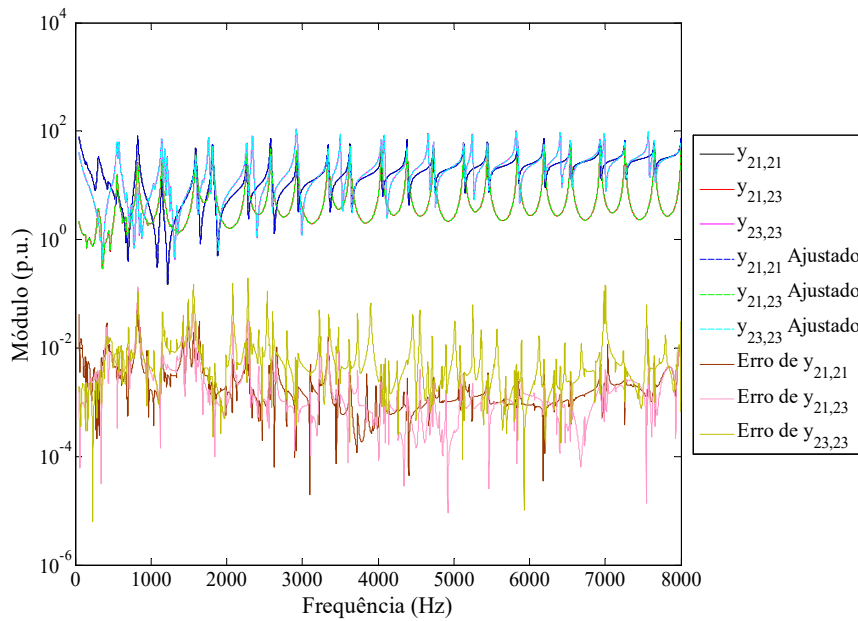


Figura 46 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  do sistema de testes de 34 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 159 polos.

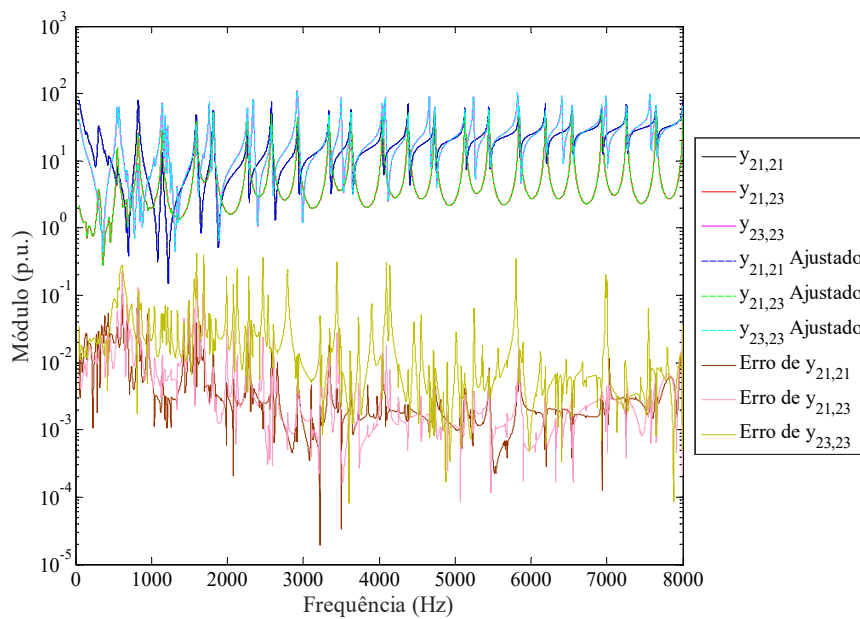


Figura 47 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  do sistema de testes de 34 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 135 polos.

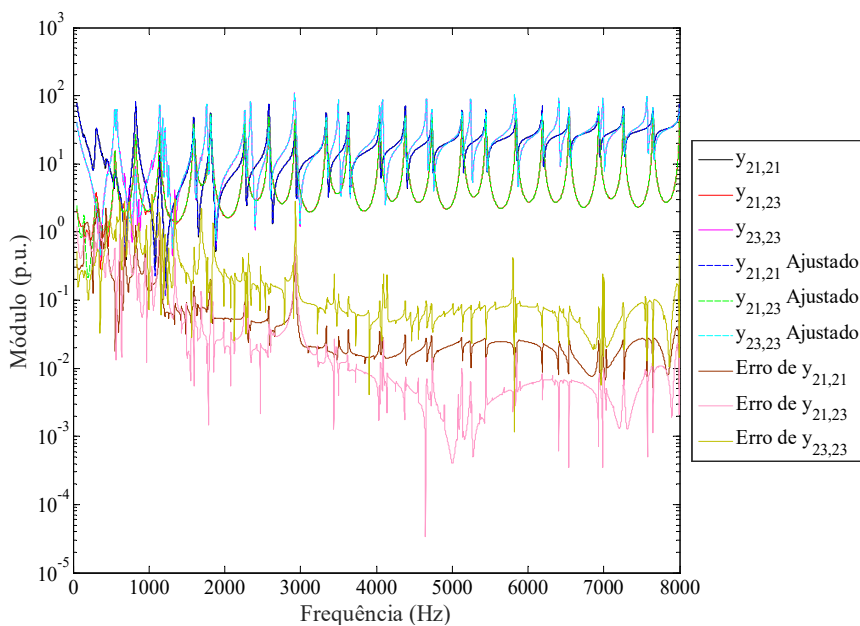


Figura 48 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs  $y_{21,21}$ ,  $y_{21,23}$  e  $y_{23,23}$  do sistema de testes de 34 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 93 polos.

Por fim, são repetidas algumas das análises feitas para as FTs impedância. Na Figura 49 são mostrados os módulos das FTs ajustadas deste sistema e o traço delas (traço de  $\mathbf{Z}$ ). Nestas curvas é possível perceber a importância em se normalizar os erros dos ajustes por (3.19), pois as curvas de admitância e de impedância possuem valores com diferenças bem significativas. Assim, a análise de um valor de erro RMS absoluto

pode resultar em conclusões errôneas. Para se comprovar essa diferença significativa de valores entre as FTs de admitância e impedância, observa-se os valores RMS de cada uma, onde a de admitância possui um  $vFT_{RMS} = 21.04$ , enquanto a de impedância possui um  $vFT_{RMS} = 0.2283$ .

O traço do sistema MIMO formado pelas FTs de impedância possui 59 picos na faixa de frequências utilizada, portanto é fixada uma ordem de 236 para o VFFP.

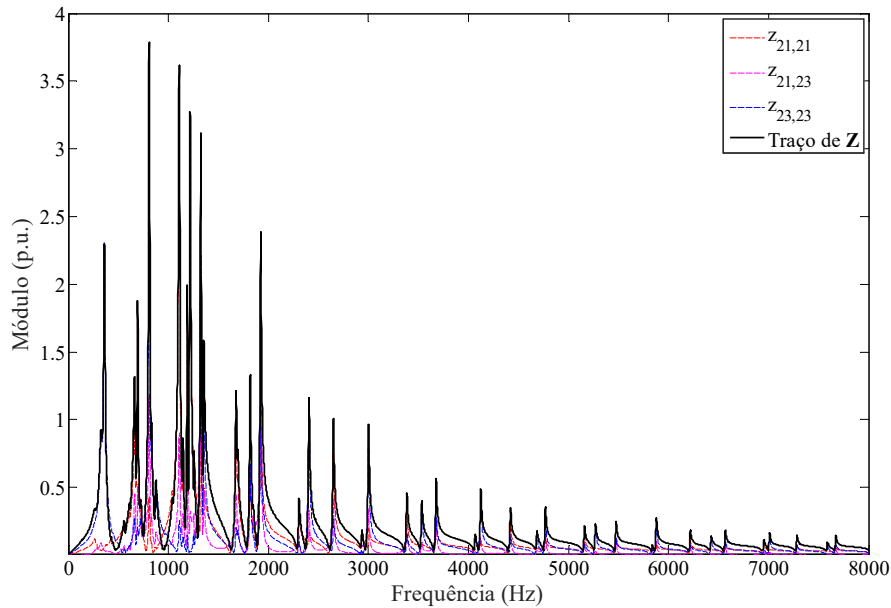


Figura 49 – Curvas do módulo das FTs  $z_{21,21}$ ,  $z_{21,23}$  e  $z_{23,23}$  e do traço da FT MIMO.

Na Figura 50 e na Figura 51 é possível observar o mesmo padrão visto para as FTs de admitância, onde conforme se aumenta o número de picos por partição os erros RMS dos ajustes diminuem.

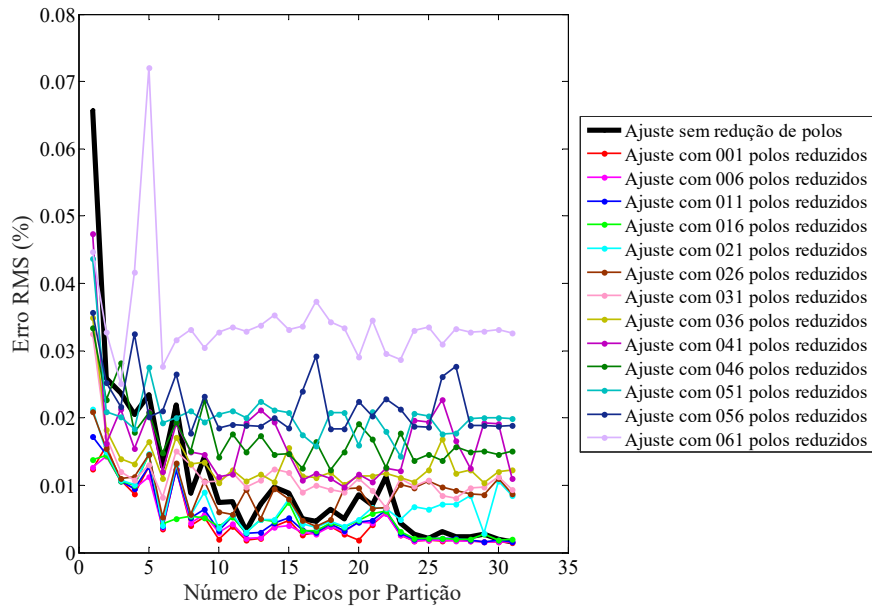


Figura 50 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de impedância.

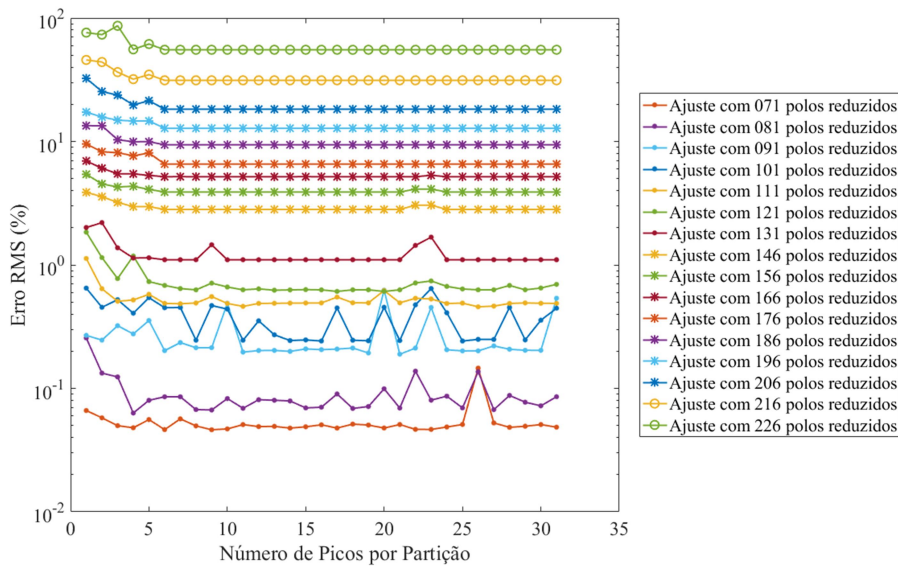


Figura 51 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO do sistema teste de 34 barras, utilizando FTs de impedância.

A Figura 52 mostra o tempo computacional consumido pelo VFFP para fazer o ajuste das FTs de impedância para diferentes valores de ordem do MR, mostrando uma redução de tempo, em consideração ao VF puro, de 53.9 até 89.6%. Por fim, a Figura 53 mostra as curvas de erro RMS e de tempo consumido pela Etapa 1 do VFFP, mostrando que um valor com um bom custo-benefício entre erro e tempo de simulação é de 8 ou 9 picos por partição.



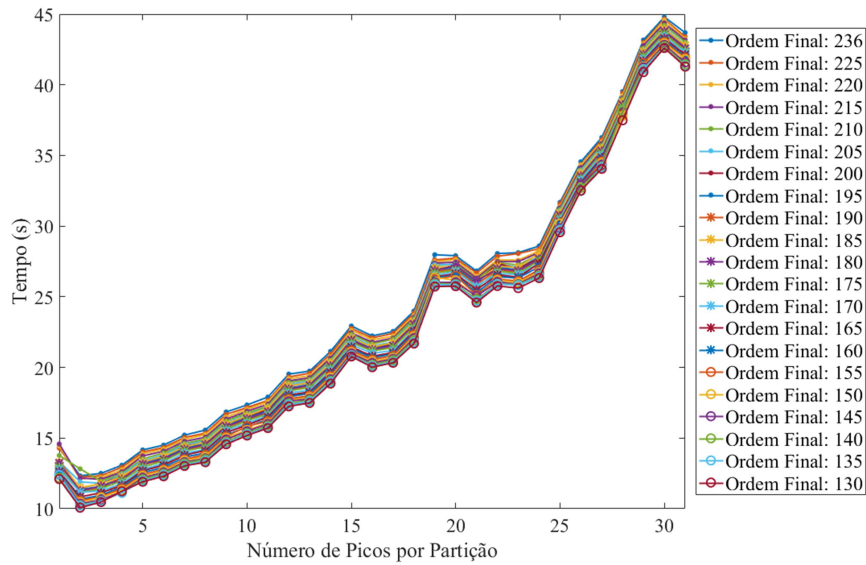


Figura 52 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de impedância do sistema teste de 34 barras para diferentes quantidades de polos.

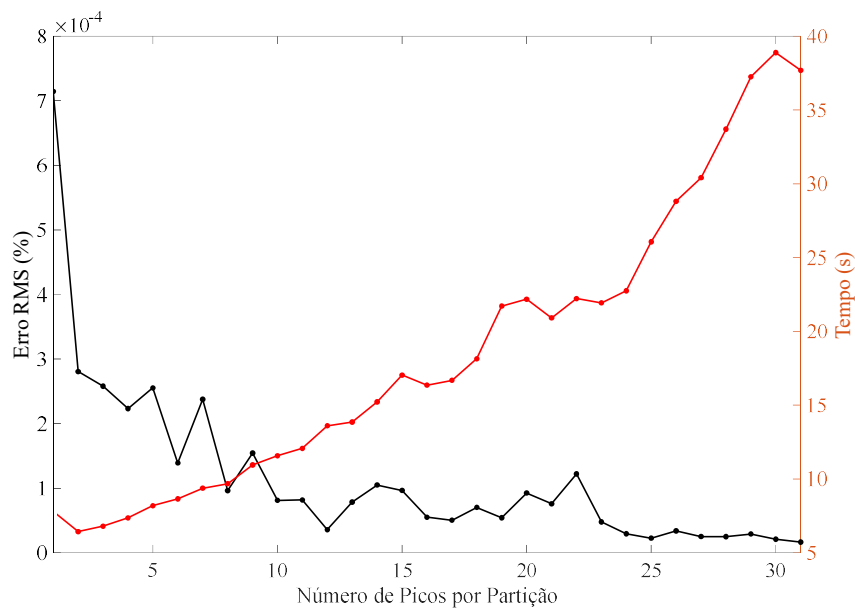


Figura 53 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de impedância do sistema teste de 34 barras.

### 3.3.2.3.3 Sistema IEEE 118 Barras

Para este sistema é feito o ajuste das FTs de admitância  $y_{30,30}$ ,  $y_{30,38}$  e  $y_{38,38}$  simultaneamente, considerando um sistema MIMO. Considera-se a faixa de frequência de 10 Hz até 15 kHz com amostras obtidas de 1 em 1 Hz. A ordem do ajuste foi fixada em 292 polos. A curva do traço do sistema MIMO possui 73 picos, a quantidade de

partições foi sendo variada de 1 pico por partição até 37 picos por partição, que formam 2 partições, a primeira com 37 picos e a segunda com 36.

Na Figura 54 é mostrado o erro RMS relativo, em %, pelo número de picos por partição para o ajuste sem redução de ordem (resultado obtido após a Etapa 1) e para diversas reduções de ordem dadas pelo BT, na Etapa 2. Ainda, na Figura 55 é mostrado o ajuste das FTs de admitância para quando são reduzidos 101 polos do MR obtido após a Etapa 1 e na Figura 56 com uma redução de 46 polos. Em ambos os casos foram utilizadas apenas 2 partições, com 37 picos por partição.

Assim como para o sistema teste de 34 barras, observa-se que o erro RMS dos ajustes tem a tendência de diminuir conforme se aumentam o número de picos por partição, embora também exista a tendência de que os erros permaneçam constantes quando se reduz muito a quantidade de polos utilizando o BT.

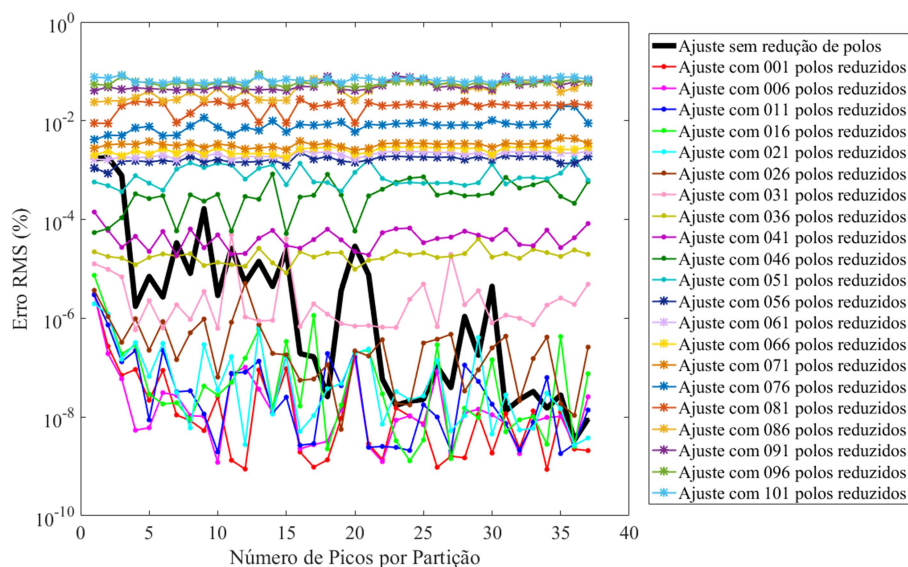


Figura 54 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO para o sistema IEEE 118 barras, utilizando FTs de admitância.

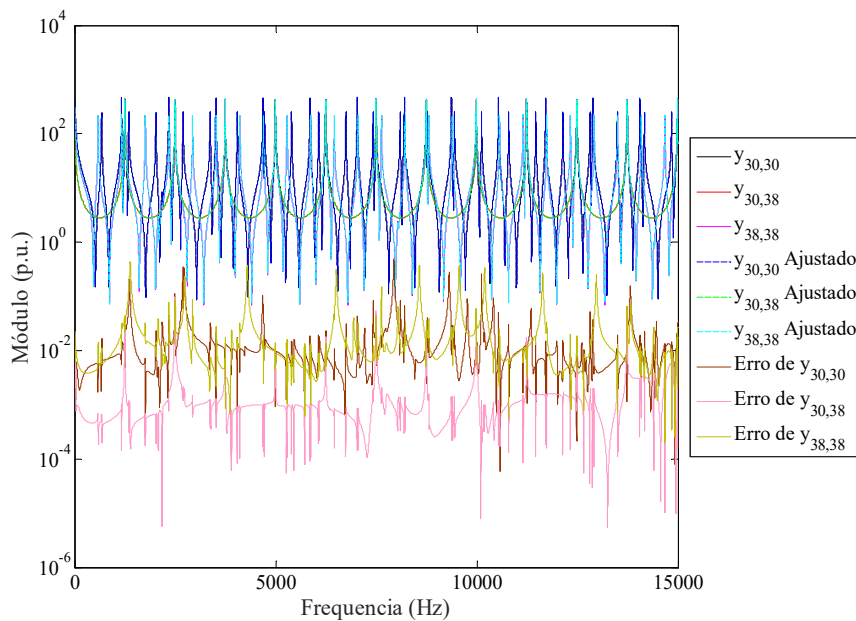


Figura 55 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs  $y_{30,30}$ ,  $y_{30,38}$  e  $y_{38,38}$  do sistema IEEE 118 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 191 polos.

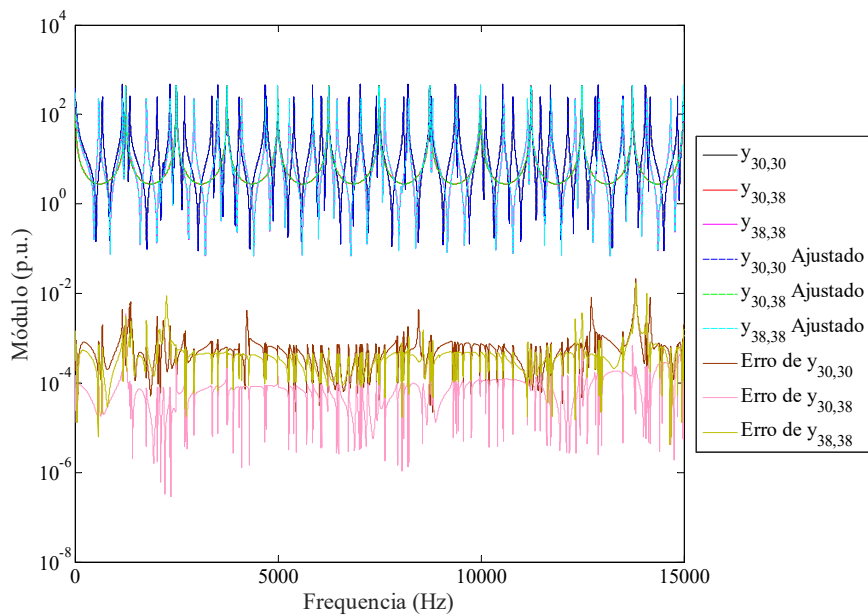


Figura 56 – Módulo, em p.u., dos ajustes das FTs  $y_{30,30}$ ,  $y_{30,38}$  e  $y_{38,38}$  do sistema IEEE 118 barras considerando um MR produzido pelo VFFP com 246 polos.

Na Figura 57 é mostrado o tempo computacional consumido pelo VFFP para balancear o sistema e fazer a eliminação de diversas quantidades de polos. Novamente é possível observar que a separação do VFFP em duas etapas, facilita na escolha da ordem do MR, pois é relativamente rápido e simples gerar MRs com ordens diferentes. É possível observar um aumento natural do tempo consumido se comparado à Figura 42

uma vez que a ordem do sistema e o número de amostras aumentaram, como é mostrado em (3.1).

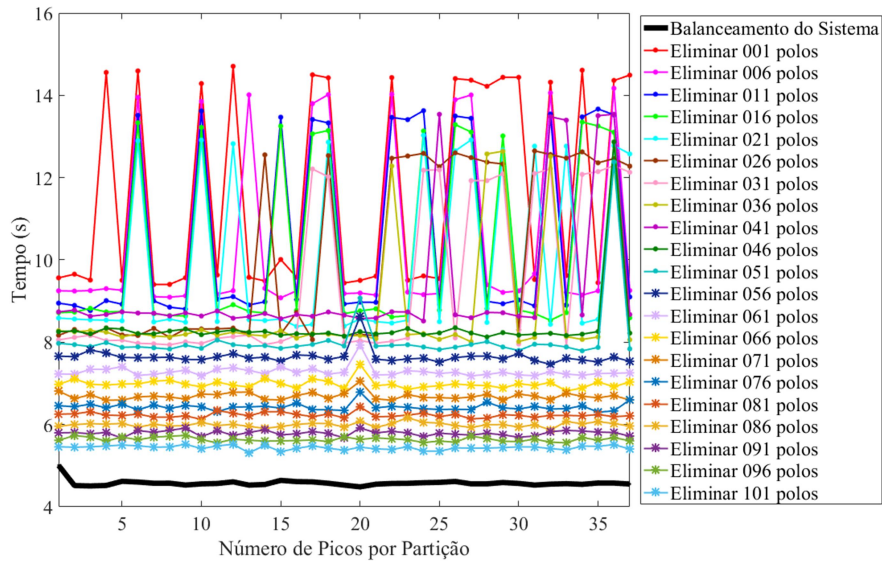


Figura 57 – Tempo computacional utilizado para se balancear o sistema MIMO e para fazer a redução do mesmo para diferentes quantidades de polos e números de picos por partição, considerando o sistema IEEE 118 barras.

Na Figura 58 é mostrado o tempo total consumido pelo VFFP para diferentes valores finais de ordens. Comparado com o VF puro, existe uma redução de tempo computacional entre 61.52 e 93.07 %. Novamente, existe um aumento deste tempo em comparação com o sistema teste anterior, porém esse aumento é natural, uma vez que se aumentou a ordem total do sistema (de 228 para 292) e do número de amostras da faixa completa de frequências.

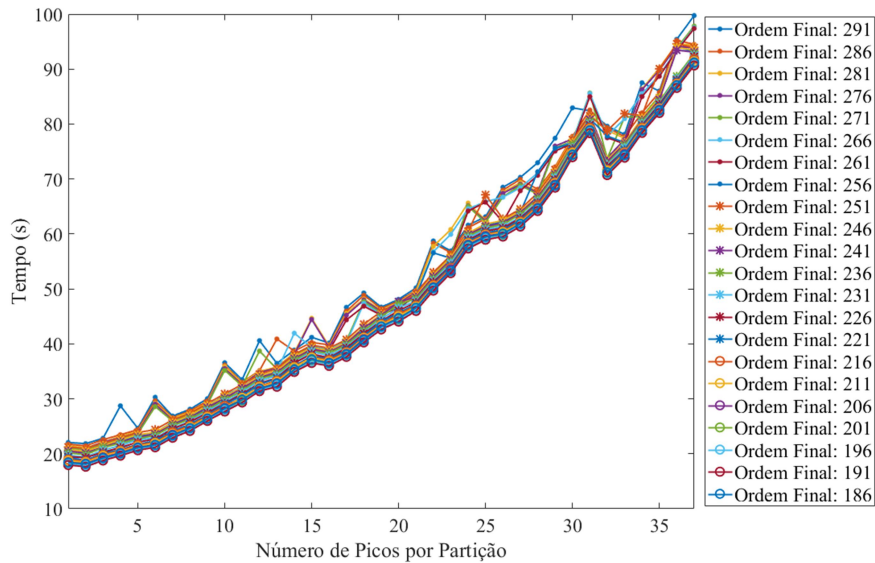


Figura 58 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de admitância do sistema IEEE 118 barras para diferentes quantidades de polos.

As mesmas análises e conclusões feitas para as FTs de admitância são feitas para as FTs de impedância, por isso não serão mostradas aqui.

### 3.3.2.3.4 Sistema Equivalente Sul e Sudeste

Por fim, é testado o VFFP para a FT MIMO do sistema equivalente Sul e Sudeste composta por FTs próprias e mutuas de admitâncias referentes às barras de fronteira da área externa conforme descrito no Subitem 3.2.3, que correspondem a 36 FTs escalares diferentes. A faixa de frequências utilizada foi de 10 Hz a 8 kHz com amostras coletadas de 1 em 1 Hz.

Na Figura 59 é mostrado o erro RMS relativo, em %, pelo número de picos por partição para o ajuste sem redução de ordem (resultado obtido após a Etapa 1) e para diversas reduções de ordem dadas pelo BT, na Etapa 2. Na Figura 60 é observado o tempo computacional, em segundos, que é consumido pelo balanceamento do sistema e pela eliminação de diversos valores de polos em função do número de picos por partição. Na Figura 61 é mostrado o tempo total do VFFP.

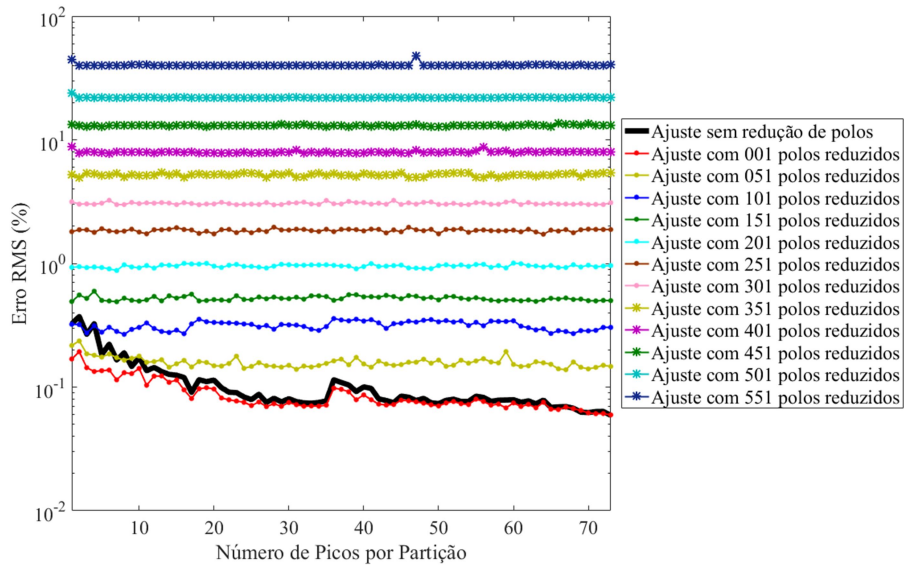


Figura 59 – Curvas de erros RMS, em %, relativos ao valor RMS da FT MIMO para o sistema equivalente Sul e Sudeste, utilizando FTs de admitância.

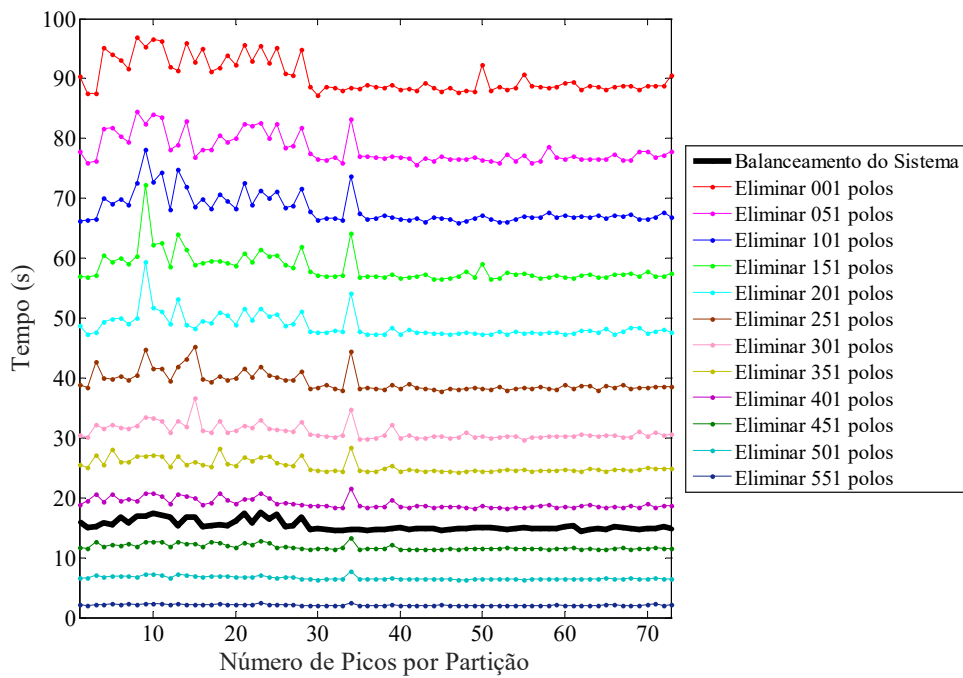


Figura 60 – Tempo computacional utilizado para se balancear o sistema MIMO e para fazer a redução do mesmo para diferentes quantidades de polos e números de picos por partição, considerando o sistema equivalente Sul e Sudeste.

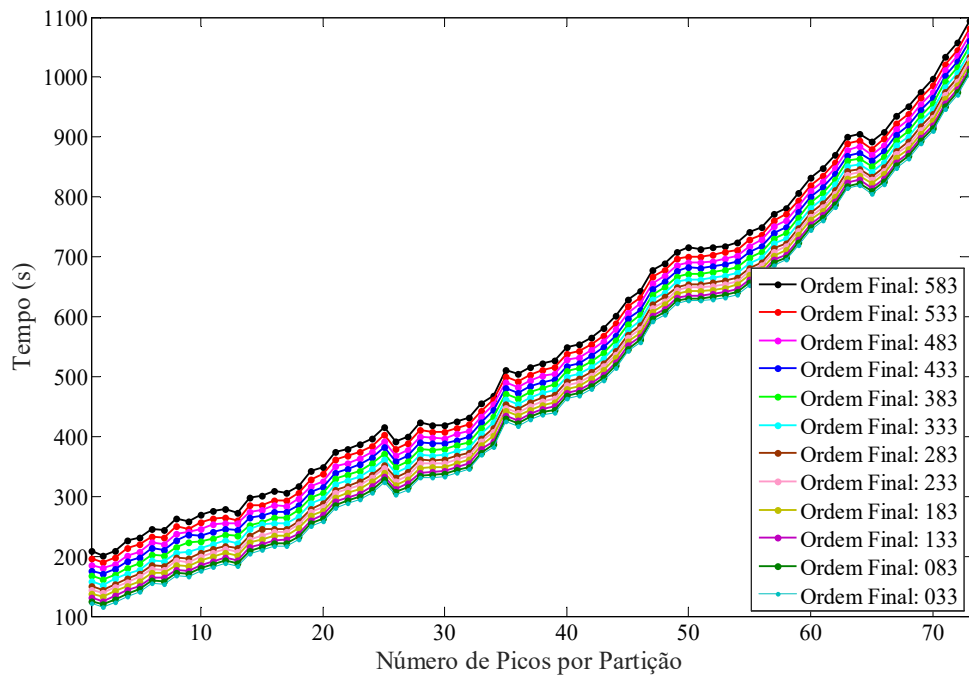


Figura 61 – Tempo computacional consumido pelo VFFP aplicado às FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste para diferentes quantidades de polos finais.

Por fim, na Figura 62 e Figura 63 são mostradas as curvas de erro RMS e de tempo computacional consumido pelo VFFP durante a Etapa 1. Observa-se que para este caso, um valor com bom custo-benefício entre erro e tempo de simulação é de 20 ou 21 picos por partição para a FT MIMO de admitância e de 7 ou 8 picos por partição para impedância. Assim, conclui-se que um valor médio razoável para ser utilizado para a quantidade de picos por partição, considerando os 3 sistemas testados, tanto para admitância quanto para impedância, é de 10 picos por partição.

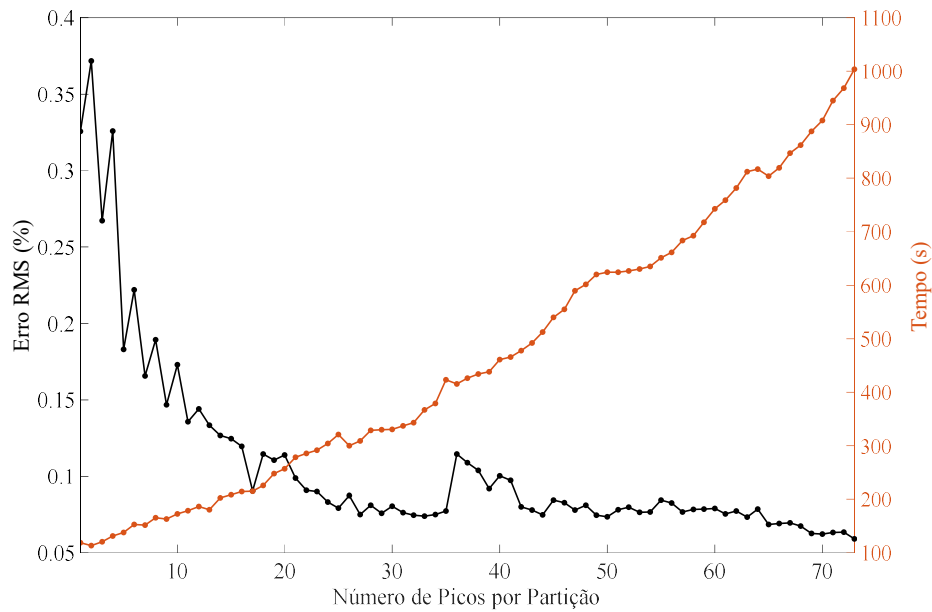


Figura 62 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de admitância do sistema equivalente Sul e Sudeste.

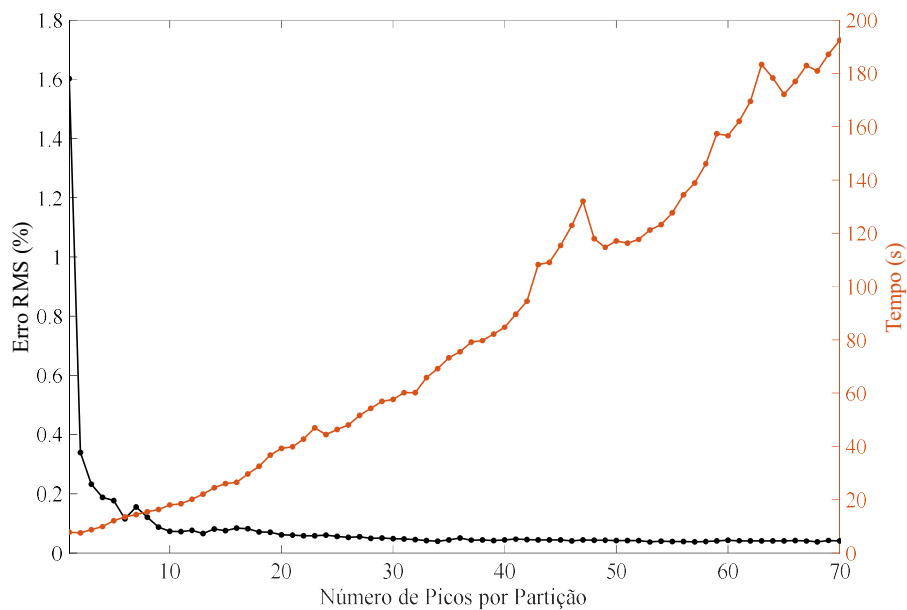


Figura 63 – Erro RMS relativo e tempo computacional consumido ao final da Etapa 1 do VFFP, quando aplicado às FTs de impedância do sistema equivalente Sul e Sudeste.

### 3.4 TESTES FINAIS E CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste item os métodos propostos são utilizados em conjunto para observar os possíveis ganhos de tempo computacional na construção de MRs de alta fidelidade para as FTs MIMO dos sistemas testes. Na Tabela 9 é possível observar os resultados do método de particionamento VFFP com e sem o CP para os três sistemas de testes



apresentados neste capítulo. O VFFP foi configurado com 10 picos por partição, utilizada uma tolerância de ajuste para cada partição de  $10^{-5}$  e o valor de  $\sigma_{tol}$  utilizado foi de 0.5% em relação ao valor RMS das FTs MIMO para todos os casos. Por fim, as ordens iniciais escolhidas foram iguais a 568, 608 e 1297 para os sistemas testes de 34 barras, IEEE 118 barras e equivalente Sul e Sudeste, respectivamente. Os tempos computacionais consumidos pelos métodos VFFP e VF clássico são comparados e apresentados nesta tabela, bem como as ordens finais dos MRs obtidos pelo VFFP.

*Tabela 9 – Resultados do VFFP com e sem o CP para os 3 sistemas testes utilizados neste capítulo.*

	Sistema Teste de 34 Barras		Sistema IEEE 118 Barras		Sistema Equiv. Sul e Sudeste	
	Part.	Part. + CP	Part.	Part. + CP	Part.	Part. + CP
Erro RMS (%)	0.085	0.075	0.070	0.068	0.377	0.416
Tempo (min)	0.517	0.292	0.824	0.401	3.751	1.554
Ordem Inicial	568	568	608	608	1297	1297
Ordem Final	169	169	195	195	530	530
Tempo do VF (min)	7.620	7.620	17.700	17.700	263.820	263.820
Var. de tempo (%)	93.216	96.168	95.345	97.736	98.578	99.411

Na Tabela 9 observa-se que o tempo computacional variou para menos, entre 93.2 e 99.4%, em comparação com o VF clássico, mostrando a eficiência das melhorias propostas para as aplicações feitas. Na Figura 64, Figura 65 e Figura 66 são mostrados os ajustes para cada um dos sistemas com ambas as melhorias propostas, mostrando boa qualidade mesmo considerando a quantidade de polos retirados. Além disso, evidencia-se que todos os MRs obtidos pelo VFFP não eram passivos, porém conseguiu-se torná-los passivos através do algoritmo oferecido em [46].

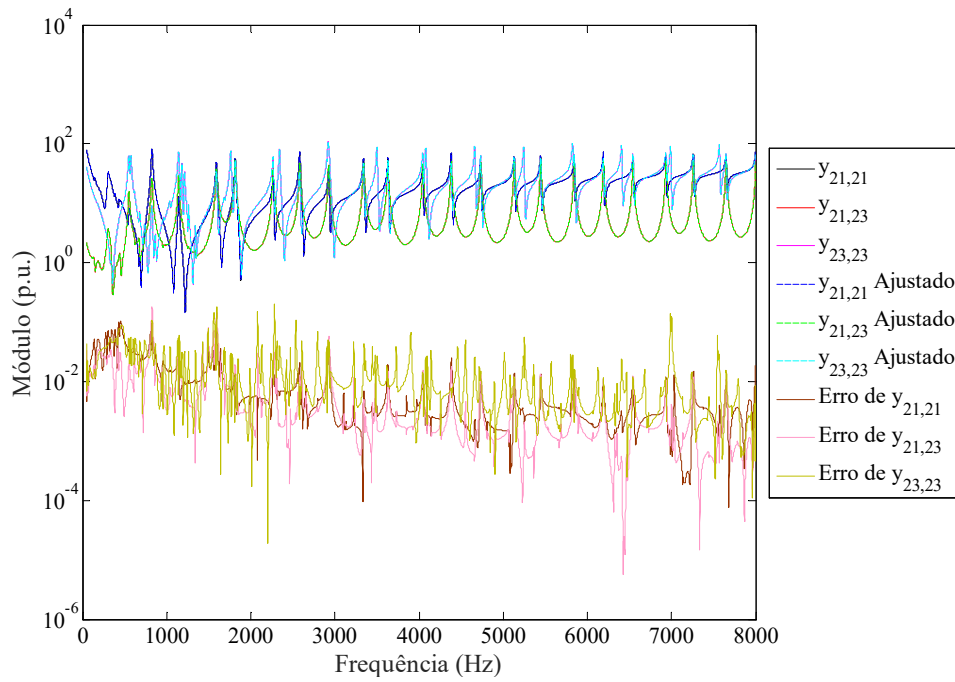


Figura 64 – Ajuste da FT MIMO do sistema teste de 34 barras utilizando o VFFP com 10 picos por partição e o CP.

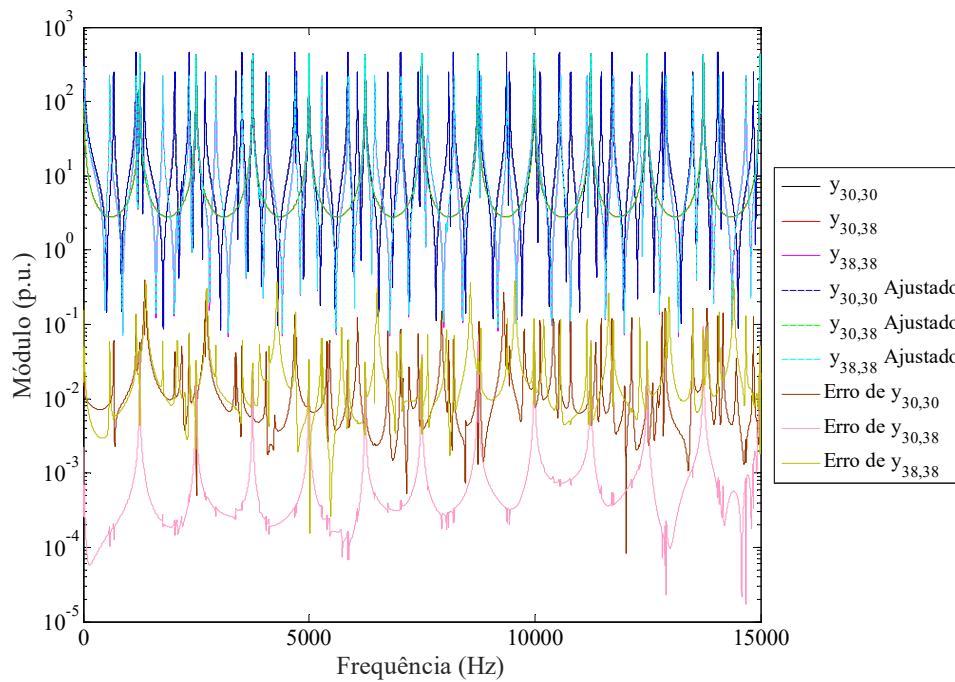


Figura 65 – Ajuste da FT MIMO do sistema IEEE 118 barras utilizando o VFFP com 10 picos por partição e o CP.

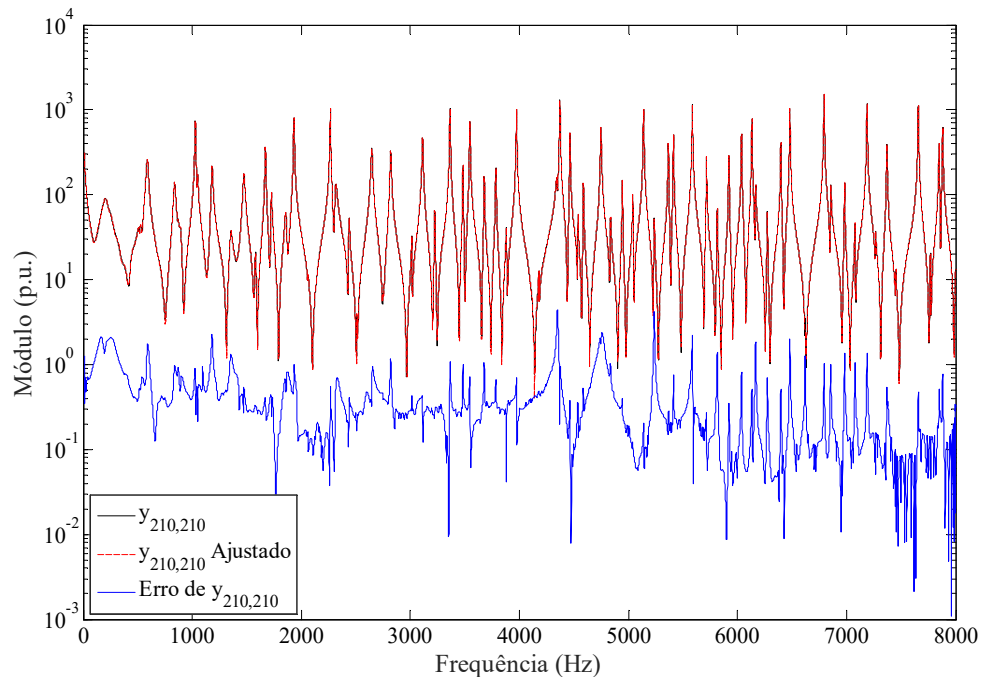


Figura 66 – Ajuste da admitância  $y_{210,210}$  da FT MIMO do sistema equivalente Sul e Sudeste utilizando o VFFP com 10 picos por partição e o CP.

Com isso, os ganhos computacionais das duas melhorias propostas para o VF neste capítulo ficam evidenciados, principalmente quando atuam juntas. Assim, obtém-se uma forma mais eficiente computacionalmente (baixo tempo de simulação com boa precisão dos resultados) para que sejam obtidos MRs de casos práticos, onde são consideradas FTs MIMO com elevado número de elementos (elevado número de barras de fronteira) e larga faixa de frequências de interesse.

Uma vez calculados os MRs de admitância de uma determinada área externa, é possível construir seu equivalente. No capítulo seguinte é mostrado como este equivalente pode ser representado no domínio da frequência; como é feita a sua síntese por circuitos RLC; e uma metodologia alternativa à síntese, também proposta neste trabalho, para representação da área externa no domínio do tempo. Todas estas representações partem dos MRs obtidos utilizando as metodologias descritas neste capítulo.

## 4. EQUIVALENTES DE REDES

### 4.1 INTRODUÇÃO

A complexidade e o tamanho dos sistemas de potência modernos fazem com que seja necessária a utilização de equivalentes para que a realização de determinados estudos seja viável. Porém, é preciso identificar o fenômeno dinâmico ou o transitório que se quer estudar para, então, decidir o tipo de equivalente a ser utilizado [47]. Os equivalentes dinâmicos podem ser divididos basicamente em [47]: equivalentes de alta frequência para estudos de transitórios eletromagnéticos, onde a dinâmica da rede elétrica é modelada detalhadamente, enquanto as máquinas são modeladas simplesmente por fontes de tensão atrás de reatâncias; equivalentes de baixa frequência para estudos de transitórios eletromecânicos onde, neste caso, a ênfase é dada a dinâmica das máquinas síncronas e de seus controladores, sendo a rede elétrica representada fasorialmente; equivalentes de ampla faixa de frequências, muito utilizados para estudos de oscilações subsíncronas e para simulações em tempo real, onde tanto a dinâmica da rede quanto a das máquinas e de seus controladores são modeladas em detalhes.

Como foi definido anteriormente, este trabalho está lidando apenas com equivalentes dinâmicos de alta frequência, utilizados em estudos de transitórios eletromagnéticos. Assim, estes estudos requerem que a área onde se deseja estudar (área de interesse ou de estudos) seja modelada com o máximo de informação possível, enquanto as demais partes (área externa) podem ser reduzidas a equivalentes. A precisão da simulação é dependente de quão bem o equivalente de rede representa a área externa. Assim, é importante a utilização de equivalentes dinâmicos (alta fidelidade), em vez de equivalentes estáticos (baixa fidelidade), onde apenas a frequência fundamental é considerada e, para suprir a perda da qualidade da representação da área externa em outras frequências, é necessário que a área modelada em detalhes seja muito maior do que a área de interesse [48].

Neste capítulo será feita uma breve abordagem sobre o cálculo de equivalentes dinâmicos de redes no domínio da frequência e como é feita sua síntese por circuitos RLC no domínio do tempo, que até o momento era o único método disponível

implementável no ATP. Ao final, apresenta-se o embasamento matemático do método proposto para obtenção de equivalentes de redes dinâmicos facilmente implementáveis em programas de transitórios eletromagnéticos, bem como sua aplicação nos sistemas testes de 34 barras (Subitem 3.2.1) e IEEE 118 barras (Subitem 3.2.2). Os resultados obtidos são comparados com os do equivalente estático e da síntese de circuitos.

## 4.2 EQUIVALENTES DINÂMICOS DE REDES ELÉTRICAS

### 4.2.1 REPRESENTAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Para um melhor entendimento, reescreve-se a seguir (2.38) e (2.41), representando a FT MIMO  $\mathbf{H}$  e cada um de seus elementos:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$H_{ij}(s) = \sum_{m=1}^{N_o} \frac{R_{m(ij)}}{s - \lambda_m} + d_{ij} + se_{ij} \quad (4.2)$$

Considerando então um MR de impedância, com aplicações de corrente nas barras de fronteira e medição de tensão nas mesmas barras, da área externa, obtém-se:

$$\mathbf{Z}_{eq}(s) = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

ou, para MR de admitância,

$$\mathbf{Y}_{eq}(s) = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

sendo que:

$$\mathbf{Y}_{eq}(s) = \mathbf{Z}_{eq}(s)^{-1} \quad (4.5)$$

e que os elementos destas matrizes representam impedâncias ou admitâncias nodais próprias das barras de fronteira da área externa e de transferência entre elas. Assim, para inclusão da área externa do MR à rede interna, basta que os elementos de  $\mathbf{Y}_{eq}$  sejam somados aos elementos da matriz de admitância nodal da rede interna  $\mathbf{Y}$  nas posições referentes às barras de fronteira.

#### 4.2.2 SÍNTESE POR CIRCUITOS RLC

Em [19] é mostrado como representar MRs de admitância como elementos passivos da rede elétrica (resistência, indutância e capacitância), além de apresentar uma rotina em MATLAB para que esse esforço seja feito automaticamente e exportando o circuito RLC equivalente da área externa para o ATP.

Inicialmente, a partir dos elementos de  $\mathbf{Y}_{eq}$ , se obtêm as admitâncias primitivas equivalentes ( $Y_{ij}$ ) a serem conectadas às barras de fronteira da área de estudos, como mostrado na Figura 67.

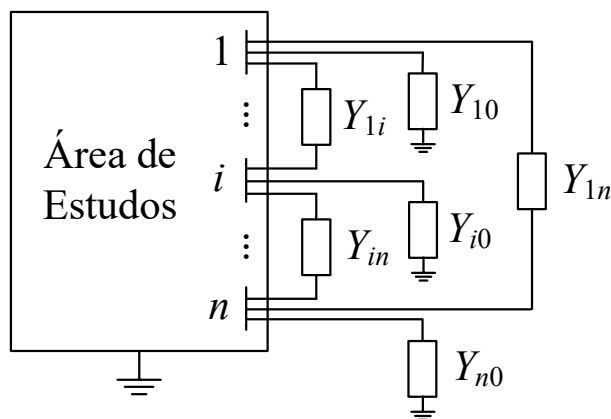


Figura 67 – Sistema reduzido obtido pela substituição da área externa por admitâncias equivalentes.

Adaptado de: [21]

De acordo com a Figura 67, os elementos da diagonal principal  $y_{ii}$  e os demais elementos fora da diagonal principal  $y_{ij}$ , podem ser dados por [19] [21]:

$$y_{ii} = Y_{i0} + Y_{i1} + \dots + Y_{im} \quad (4.6)$$

e

$$y_{ij} = -Y_{ij} \quad (4.7)$$

sendo  $Y_{ij} = Y_{ji}$ . De (4.6) e (4.7), obtém-se:

$$Y_{i0} = y_{i1} + \dots + y_{ii} + \dots + y_{im} \quad (4.8)$$

e

$$Y_{ij} = -y_{ij} \quad (4.9)$$

Note que cada elemento da  $y_{ij}$  da matriz de admitâncias nodais  $\mathbf{Y}_{eq}$  pode ser expresso pelo seu MR, dado por (4.2), onde  $y_{ij} = H_{ij}$ . Como todos os elementos  $y_{ij}$  possuem o mesmo conjunto de polos, cada admitância primitiva  $Y$ , dada por (4.8) ou (4.9), também poderá ser facilmente expressa por um MR:

$$Y = \sum_l \frac{\bar{R}_l}{s - \lambda_l} + \sum_m \left( \frac{\bar{R}_m}{s - \lambda_m} + \frac{\bar{R}_m^*}{s - \lambda_m^*} \right) + \bar{e}s + \bar{d} \quad (4.10)$$

onde o subscrito  $l$  pertence ao conjunto de índices dos  $n_R$  polos dominantes reais  $\lambda_l$  e de seus resíduos associados  $\bar{R}_l$ . O subscrito  $m$  pertence ao conjunto dos índices dos  $n_C$  pares de polos dominantes complexos conjugados  $\lambda_m, \lambda_m^*$  e de seus resíduos associados  $\bar{R}_m, \bar{R}_m^*$ . Os símbolos  $\bar{e}$  e  $\bar{d}$  denotam números reais.

Assim, a partir do momento em que já foram obtidos os MRs, os polos e resíduos obtidos são convertidos para ramos RL, para cada polo real, e RLC, para cada polo complexo, como é mostrado na Figura 68.

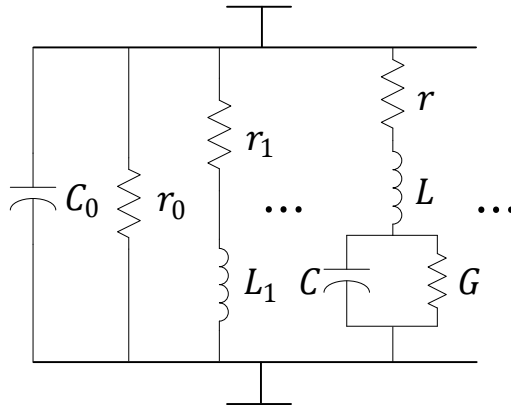


Figura 68 – Representação da área externa por síntese de rede elétrica. Adaptado de: [19]

Comparando (4.10) com a admitância equivalente do circuito da Figura 68, obtém-se:

$$C_0 = \bar{\epsilon} \quad (4.11)$$

$$r_0 = \frac{1}{\bar{d}} \quad (4.12)$$

$$r_1 = -\frac{\lambda_l}{\bar{R}_l} \quad (4.13)$$

$$L_1 = \frac{1}{\bar{R}_l} \quad (4.14)$$

$$L = \frac{1}{2\bar{R}'_m} \quad (4.15)$$

$$r = (-2\lambda'_m + 2(\bar{R}'_m\lambda'_m + \bar{R}''_m\lambda''_m) L) L \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{C} = (\lambda'^2_m + \lambda''^2_m + 2(\bar{R}'_m\lambda'_m + \bar{R}''_m\lambda''_m) r) L \quad (4.17)$$

$$G = -2(\bar{R}'_m\lambda'_m + \bar{R}''_m\lambda''_m) CL \quad (4.18)$$

sendo



$$\begin{aligned}\bar{R}_m &= \bar{R}'_m + j\bar{R}''_m \\ \lambda_m &= \lambda'_m + j\lambda''_m\end{aligned}\tag{4.19}$$

Este método, até então, era o único dos métodos que são divulgados amplamente que permite a representação de MRs multiportas no ATP, porém possui problemas. Em [49] é feita uma crítica a este método, expondo que ao incluir os elementos sintetizados no ATP, devido às limitações de dígitos de precisão do programa, existe um erro causado pela diferença dos valores dos polos e resíduos calculados pelo VF e os valores truncados dos elementos do circuito. Esse erro se mostra mais evidente em vales mais acentuados das curvas de admitância no domínio da frequência e, em geral, são mais agravados devido a polos complexo conjugados.

### 4.3 EQUIVALENTE DE REDE PROPOSTO

Em [5] é apresentado um método simples e eficiente para representar MRs no ATP utilizando a linguagem MODELS. Porém, o método apresentado é restrito a sistemas cujas áreas externas e de interesse são conectadas por apenas uma barra de fronteira, ou seja, equivalente monoporta (FTs SISO). Além disso, o artigo está restrito a parte passiva do equivalente da área externa.

Assim, a seguir é demonstrada uma generalização deste método de representação de MRs no domínio do tempo, podendo ser aplicado para equivalentes multiportas, ou seja, quando as áreas externas e de interesse estão conectadas por diversas barras de fronteira (FTs MIMO). Ademais, neste trabalho também será tratada a representação da parte ativa da área externa.

Em seguida, no Item 4.4, este método é testado utilizando os sistemas testes apresentados no Item 3.2 como áreas externas e seus resultados são comparados com os do sistema completo, também modelado no ATP, com resultados dos equivalentes estáticos convencionais e com resultados obtidos da síntese RLC da área externa.

#### 4.3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DE MODELOS RACIONAIS MULTIPORTAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Os MRs multiportas no domínio do tempo, utilizando os polos e resíduos associados, são matematicamente modelados partindo da relação entre o vetor de

entradas  $\mathbf{u}(s) \in \mathbb{C}^n$  e o vetor de saídas  $\mathbf{y}(s) \in \mathbb{C}^n$ , que é definida pela matriz de FTs  $\mathbf{H}(s) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , sendo  $n$  o número de barras de fronteira do sistema, assim:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{u}(s) \quad (4.20)$$

Utilizando notação matricial, (4.20) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

onde os termos  $H_{kj}$  podem ser definidos como:

$$H_{kj} = \left. \frac{y_k}{u_j} \right|_{\substack{u_j=0 \\ j \neq k}} \quad (4.22)$$

No caso de equivalentes de redes elétricas, a matriz  $\mathbf{H}(s)$  deve ser quadrada, a exemplo da matriz de admitâncias nodais, e deve ser calculada considerando todas as fontes ativas da área externa anuladas, ou seja, fontes de corrente abertas e fontes de tensão curto-circuitadas.

De acordo com (4.21), cada elemento de  $\mathbf{y}(s)$  pode ser escrito como:

$$y_k(s) = \sum_{j=1}^n H_{kj}(s)u_j(s) \quad (4.23)$$

onde  $1 \leq (k, j) \leq n$  representam o par linha e coluna que o elemento ocupa. Note que  $k$  se relaciona diretamente com a saída e  $j$  com a entrada dada no sistema.

Os elementos da matriz  $\mathbf{H}(s)$  podem ser descritos na forma de frações parciais da seguinte forma:

$$H_{kj} = \sum_l \frac{R_{l(kj)}}{s - \lambda_l} + \sum_m \left( \frac{R_{m(kj)}}{s - \lambda_m} + \frac{R_{m^*(kj)}}{s - \lambda_m^*} \right) + e_{kj}s + d_{kj} \quad (4.24)$$

sendo elementos próprios quando  $k = j$  e de transferência quando  $k \neq j$ . O subscrito  $l$  pertence ao conjunto de índices dos  $n_R$  polos dominantes reais  $\lambda_l$  e de seus resíduos associados  $R_{l(kj)}$ , o subscrito  $m$  pertence ao conjunto dos índices dos  $n_C$  pares de polos dominantes complexos conjugados  $\lambda_m, \lambda_m^*$  e de seus resíduos associados  $R_{m(kj)}$ ,

$R_{m(k)}^*$ . Os símbolos  $e$  e  $d$  denotam números reais. Substituindo (4.24) em (4.23), obtém-se:

$$y_k = \sum_{j=1}^n \left[ \sum_l \frac{R_{l(kj)}}{s - \lambda_l} u_j + \sum_m \left( \frac{R_{m(kj)}}{s - \lambda_m} + \frac{R_{m(kj)}^*}{s - \lambda_m^*} \right) u_j + (e_{kj}s + d_{kj})u_j \right] \quad (4.25)$$

Assim, como em [5], os estados do sistema podem ser definidos por:

$$x_{l(kj)}(s) = \frac{R_{l(kj)}}{s - \lambda_l} u_j(s) \quad (4.26)$$

e

$$x_{m(kj)}(s) = \left( \frac{R_{m(kj)}}{s - \lambda_m} + \frac{R_{m(kj)}^*}{s - \lambda_m^*} \right) u_j(s) \quad (4.27)$$

sendo  $x_{l(kj)}$  e  $x_{m(kj)}$  estados que correspondem a polos e resíduos associados reais e complexos conjugados, respectivamente, considerando a entrada  $j$  e a saída  $k$ . Para esse sistema, tem-se  $n^2 \times n_R$  estados correspondentes aos polos reais e  $n^2 \times n_C$  correspondentes aos polos complexo conjugados. Existem, ainda,  $n \times n$  contribuições devidas aos termos  $e_{kj}$  e  $d_{kj}$ , dadas por:

$$z_{kj}(s) = (e_{kj}s + d_{kj})u_j(s) \quad (4.28)$$

Substituindo (4.26), (4.27) e (4.28) em (4.25), obtém-se:

$$y_k(s) = \sum_{j=1}^n \left[ \sum_l x_{l(kj)}(s) + \sum_m x_{m(kj)}(s) + z_{kj}(s) \right] \quad (4.29)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace em (4.26), obtém-se:

$$\dot{x}_{l(kj)}(t) - \lambda_l x_{l(kj)}(t) = R_{l(kj)} u_j(t) \quad (4.30)$$

Integrando (4.30) de  $t$  até  $t + \Delta t$  pelo método trapezoidal, resulta:

$$\begin{aligned}
x_{l(kj)}(t + \Delta t) - x_{l(kj)}(t) - \frac{\lambda_l \Delta t}{2} [x_{l(kj)}(t + \Delta t) + x_{l(kj)}(t)] \\
= \frac{R_{l(kj)} \Delta t}{2} [u_j(t + \Delta t) + u_j(t)]
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Atribuindo os sobrescritos 0 e 1 aos instantes de tempo  $t$  e  $t + \Delta t$ , respectivamente, (4.31) pode ser escrita mais simplificadamente como:

$$x_{l(kj)}^{(1)} - x_{l(kj)}^{(0)} - \frac{\lambda_l \Delta t}{2} [x_{l(kj)}^{(1)} + x_{l(kj)}^{(0)}] = \frac{R_{l(kj)} \Delta t}{2} [u_j^{(1)} + u_j^{(0)}] \tag{4.32}$$

Resolvendo (4.32) para  $x_{l(kj)}^{(1)}$ , obtém-se:

$$x_{l(kj)}^{(1)} = \left( \frac{\xi + \lambda_l}{\xi - \lambda_l} \right) x_{l(kj)}^{(0)} + \left( \frac{R_{l(kj)}}{\xi - \lambda_l} \right) (u_j^{(1)} + u_j^{(0)}) \tag{4.33}$$

sendo

$$\xi = \frac{2}{\Delta t} \tag{4.34}$$

Seja:

$$A_l = \frac{\xi + \lambda_l}{\xi - \lambda_l} \tag{4.35}$$

e

$$B_{l(kj)} = \frac{R_{l(kj)}}{\xi - \lambda_l} \tag{4.36}$$

substituindo (4.35) e (4.36) em (4.33), obtém-se:

$$x_{l(kj)}^{(1)} = B_{l(kj)} u_j^{(1)} + A_l x_{l(kj)}^{(0)} + B_{l(kj)} u_j^{(0)} \tag{4.37}$$

O estado  $x_{m(kj)}$  pode ser escrito como:

$$x_{m(kj)}(s) = \bar{x}_{m(kj)}(s) + \bar{\bar{x}}_{m(kj)}(s) \tag{4.38}$$

onde

$$\bar{x}_{m(kj)}(s) = \frac{R_{m(kj)}}{s - \lambda_m} u_j(s) \quad (4.39)$$

$$\bar{\bar{x}}_{m(kj)}(s) = \frac{R_{m(kj)}^*}{s - \lambda_m^*} u_j(s) \quad (4.40)$$

Em [5] é mostrado que:

$$x_{m(kj)}(t) = 2 \Re\{\bar{x}_{m(kj)}(t)\} \quad (4.41)$$

onde,  $\Re$  denota a parte real.

Portanto,  $x_{m(kj)}(t)$  pode ser obtido a partir de  $\bar{x}_{m(kj)}(t)$ . Aplicando a transformada inversa de Laplace à (4.39) e integrando este resultado de  $t$  até  $t + \Delta t$ , utilizando o método trapezoidal, de forma análoga à (4.33), obtém-se:

$$\bar{x}_{m(kj)}^{(1)} = \left( \frac{\xi + \lambda_m}{\xi - \lambda_m} \right) \bar{x}_{m(kj)}^{(0)} + \left( \frac{R_{m(kj)}}{\xi - \lambda_m} \right) (u_j^{(1)} + u_j^{(0)}) \quad (4.42)$$

Decompondo  $\bar{x}_{m(kj)}$  nas suas componentes reais e imaginárias, obtém-se:

$$\bar{x}_{m(kj)} = \bar{x}_{\text{Re}m(kj)} + j \bar{x}_{\text{Im}m(kj)} \quad (4.43)$$

A Substituição de (4.43) em (4.42), permite que a última seja separada em suas partes real e imaginária, resultando em:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\text{Re}m(kj)} + j \bar{x}_{\text{Im}m(kj)} &= u_j^{(1)} \left( \frac{R_{\text{Re}m(kj)} \xi - R_{\text{Re}m(kj)} \sigma_m - R_{\text{Im}m(kj)} \omega_m}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} + \right. \\ &\quad \left. + j \frac{R_{\text{Re}m(kj)} \omega_m + R_{\text{Im}m(kj)} \xi - R_{\text{Im}m(kj)} \sigma_m}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \right) \\ &\quad + \bar{x}_{\text{Re}m(kj)}^{(0)} \left( \frac{\xi^2 - \sigma_m^2 - \omega_m^2 + j 2 \xi \omega_m}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \right) \\ &\quad + \bar{x}_{\text{Im}m(kj)}^{(0)} \left( \frac{-2 \xi \omega_m + j(\xi^2 - \sigma_m^2 - \omega_m^2)}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \right) \\ &\quad + u_j^{(0)} \left( \frac{R_{\text{Re}m(kj)} \xi - R_{\text{Re}m(kj)} \sigma_m - R_{\text{Im}m(kj)} \omega_m}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} + \right. \\ &\quad \left. + j \frac{R_{\text{Re}m(kj)} \omega_m + R_{\text{Im}m(kj)} \xi - R_{\text{Im}m(kj)} \sigma_m}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \right) \end{aligned} \quad (4.44)$$

que, simplificando, obtém-se:

$$\bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(1)} = E_{m(kj)} u_j^{(1)} + C_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(0)} - D_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kj)}^{(0)} + E_{m(kj)} u_j^{(0)} \quad (4.45)$$

$$\bar{x}_{\text{Im}_m(kj)}^{(1)} = F_{m(kj)} u_j^{(1)} + D_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(0)} + C_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kj)}^{(0)} + F_{m(kj)} u_j^{(0)} \quad (4.46)$$

onde

$$C_m = \frac{\xi^2 - (\sigma_m^2 + \omega_m^2)}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \quad (4.47)$$

$$D_m = \frac{2 \xi \omega_m}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \quad (4.48)$$

$$E_{m(kj)} = \frac{R_{\text{Re}_m(kj)} (\xi - \sigma_m) - R_{\text{Im}_m(kj)} \omega_m}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \quad (4.49)$$

$$F_{m(kj)} = \frac{R_{\text{Re}_m(kj)} \omega_m + R_{\text{Im}_m(kj)} (\xi - \sigma_m)}{(\xi - \sigma_m)^2 + \omega_m^2} \quad (4.50)$$

sendo  $\sigma_m$  e  $\omega_m$  as partes real e imaginária, respectivamente, do polo complexo  $\lambda_m$ . De acordo com (4.41) e (4.45), obtém-se:

$$x_{m(kj)}^{(1)} = 2 \bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(1)} = 2 \left( E_{m(kj)} u_j^{(1)} + C_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(0)} - D_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kj)}^{(0)} + E_{m(kj)} u_j^{(0)} \right) \quad (4.51)$$

Por fim, a contribuição dos termos  $d$  e  $e$  pode ser obtida de forma análoga, aplicando a transformada inversa de Laplace à (4.28) e, em seguida, o método trapezoidal, obtendo-se:

$$z_{kj}^{(1)} = (d_{kj} + \xi e_{kj}) u_j^{(1)} + (d_{kj} - \xi e_{kj}) u_j^{(0)} - z_{kj}^{(0)} \quad (4.52)$$

De (4.29), tem-se:

$$y_k^{(1)} = \sum_{j=1}^n \left[ \sum_l x_{l(kj)}^{(1)} + \sum_m x_{m(kj)}^{(1)} + z_{kj}^{(1)} \right] \quad (4.53)$$

Dessa forma, substituindo (4.37), (4.51) e (4.52) em (4.53), obtém-se:

$$\begin{aligned}
y_k^{(1)} = & \sum_{j=1}^n \left[ \left( \sum_l B_{l(kj)} + 2 \sum_m E_{m(kj)} + d_{kj} \right) u_j^{(1)} + \right. \\
& + \left( \sum_l B_{l(kj)} + 2 \sum_m E_{m(kj)} + d_{kj} \right) u_j^{(0)} \\
& + \xi e_{kj} u_j^{(1)} - \xi e_{kj} u_j^{(0)} + \sum_l A_l x_{l(kj)}^{(0)} \\
& \left. + 2 \sum_m \left( C_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(0)} - D_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kj)}^{(0)} \right) - z_{kj}^{(0)} \right]
\end{aligned} \tag{4.54}$$

Definindo

$$\Psi_{kj} = \sum_l B_{l(kj)} + 2 \sum_m E_{m(kj)} + d_{kj} \tag{4.55}$$

e substituindo em (4.54), separando os termos próprios dos demais, resulta em:

$$\begin{aligned}
y_k^{(1)} = & (\Psi_{kk} + \xi e_{kk}) u_k^{(1)} + \left[ (\Psi_{kk} - \xi e_{kk}) u_k^{(0)} + \sum_l A_l x_{l(kk)}^{(0)} \right. \\
& + 2 \sum_m \left( C_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kk)}^{(0)} - D_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kk)}^{(0)} \right) - z_{kk}^{(0)} \left. \right] \\
& + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (\Psi_{kj} + \xi e_{kj}) u_j^{(1)} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \left[ (\Psi_{kj} - \xi e_{kj}) u_j^{(0)} + \sum_l A_l x_{l(kj)}^{(0)} \right. \\
& \left. + 2 \sum_m \left( C_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(0)} - D_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kj)}^{(0)} \right) - z_{kj}^{(0)} \right]
\end{aligned} \tag{4.56}$$

Dessa forma, mostrou-se a possibilidade de se determinar a saída de um sistema de  $n$  portas no domínio do tempo a partir de seus polos, resíduos associados e do vetor de entradas também no tempo.

### 4.3.2 REPRESENTAÇÃO DA PARTE PASSIVA DO EQUIVALENTE PROPOSTO ATRAVÉS DE MODELOS RACIONAIS

Para representar a parte passiva do equivalente de rede dinâmico proposto de uma determinada área externa a partir de MRs deve-se, primeiro, considerá-lo inativo,

ou seja, com todas suas fontes internas de tensão e corrente anuladas (fontes de tensão curto-circuitadas e fontes de corrente em circuito aberto) [50] e, então, conectar fontes ideais de tensão ou corrente nas barras de fronteira para traçar as respostas em frequência da admitância ou impedância, respectivamente, vista destas barras e, assim, calcular os MRs das curvas encontradas. Em [5] é mostrado ser possível, quando se tem apenas uma barra de fronteira, representar MRs de admitância e de impedância no ATP utilizando componentes *type-94 Norton*. Porém, isso não é verdadeiro quando se têm mais de uma barra de fronteira (sistemas multiportas), uma vez que a linguagem MODELS do ATP não permite realizar operações matriciais (como a inversão de matrizes), necessárias para a representação de MRs de impedância. Devido a isto, é considerado apenas MRs de admitância nos desenvolvimentos matemáticos demonstrados a seguir.

Definido quais serão as entradas e saídas das barras de fronteira do sistema externo, para MRs de admitância são entradas de tensão ( $u_j = v_j$ ) e saídas de corrente ( $y_k = i_k$ ), deve-se, então, calcular ou medir a matriz de FTs mostrada em (4.21). Quando esta matriz é calculada, a área externa deve ser modelada considerando todos seus parâmetros variantes na frequência. Devido a isto é utilizada a modelagem do sistema no domínio de  $s$ , ou modelagem  $\mathbf{Y}(s)$  [4], dada a facilidade em descrever os sistemas com parâmetros dependentes da frequência e por suas matrizes serem mais compactas e simples de serem entendidas.

A formulação da modelagem em  $\mathbf{Y}(s)$  é:

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}(s)\mathbf{x}(s) &= \mathbf{B}\mathbf{u}(s) \\ \mathbf{y}(s) &= \mathbf{C}^T\mathbf{x}(s) + \mathbf{D}\mathbf{u}(s)\end{aligned}\tag{4.57}$$

Na prática, a área externa contém diversos geradores que podem ser modelados por fontes de tensão. Uma fonte de tensão com impedância interna  $z_{f_l} = R_{f_l} + sL_{f_l}$  é modelada na matriz admitância nodal  $\mathbf{Y}(s)$  pela aplicação das leis de corrente e tensão de Kirchhoff para a barra  $l$  do sistema onde a fonte está conectada [51]:

$$\sum_{j=1}^{n_b} y_{lj} v_j - i_{f_l} = 0\tag{4.58}$$



$$v_l + z_{f_l} i_{f_l} = v_{f_l} \quad (4.59)$$

onde  $v_{f_l}$  e  $i_{f_l}$  são a tensão interna e a corrente da fonte de tensão, respectivamente,  $n_b$  é o número de barras do sistema e  $y_{lj}$  é o elemento  $(l, j)$  da matriz de admitância nodal  $\mathbf{Y}(s)$ . Aplicando (4.58) e (4.59) a um sistema genérico, com uma fonte de tensão conectada à barra  $l$  e escrevendo na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(s) & \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{matrix} & z_{f_l}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_l \\ \vdots \\ v_{n_b} \\ i_{f_l}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_l \\ \vdots \\ i_{n_b} \\ v_{f_l}(s) \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

onde a matriz de admitância nodal  $\mathbf{Y}(s)$ , para redes elétricas compostas apenas por elementos passivos e fontes de correntes, é montada de forma semelhante à matriz de admitâncias nodais na frequência fundamental, porém com seus elementos, em geral, sendo funções não lineares de  $s$ . Note que (4.57) degenera em (4.60) quando as matrizes  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são iguais a matriz identidade e a matriz  $\mathbf{D}$  é nula. Assim os elementos  $i_l$ , com  $1 \leq l \leq n_b$ , serão diferentes de 0 caso haja fontes de correntes ligada a alguma barra  $l$ . A Equação (4.60) pode ser escrita de forma generalizada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(s) & -\mathbf{K}^T \\ \hline \mathbf{K} & \mathbf{Z}_f(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(s) \\ \mathbf{i}_f(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}(s) \\ \mathbf{v}_f(s) \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

sendo a matriz  $\mathbf{Z}_f$  diagonal, de dimensão  $n_f \times n_f$ , com as informações de impedância interna de cada uma das fontes,  $\mathbf{v}_f$  é o vetor com os valores de tensão interna das fontes e  $\mathbf{K}$  uma matriz de dimensão  $n_f \times n_b$ , onde  $n_f$  é o número de fontes de tensão conectados ao sistema. A matriz  $\mathbf{K}$  é composta por elementos iguais a 0, 1 e -1. Cada linha desta matriz indica a posição em que cada fonte de tensão está conectada. Assim, cada linha de  $\mathbf{K}$  terá um elemento igual a 1 na posição correspondente à barra em que a fonte está injetando corrente; se a fonte não estiver conectada à terra, terá um elemento igual a -1 na posição da outra barra que fonte está conectada e os demais elementos serão iguais a zero. O vetor  $\mathbf{i}_f$  é composto pelas correntes internas das fontes de tensão e possui a mesma dimensão que  $\mathbf{v}_f$ .

Como dito anteriormente, para caracterizar a relação dinâmica entre as tensões nodais de entrada e as correntes de saída nas  $n$  barras de fronteira, é necessário à conexão simultânea de fontes ideais de tensão nestas barras e a medição de suas correntes internas enquanto todas as demais fontes do sistema são anuladas, tornando o sistema externo inativo, como mostrado na Figura 69.

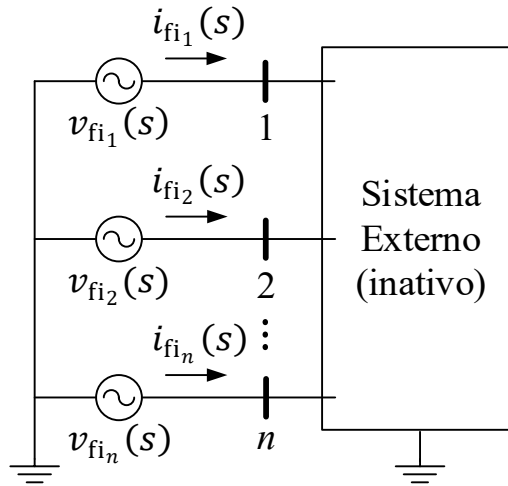


Figura 69 – Sistema externo inativo com aplicação de fontes de tensão e medição de corrente em todas as barras de fronteira.

Estas fontes ideais de tensão conectadas às barras de fronteira são adicionadas à modelagem do sistema externo mostrado em (4.61) usando o mesmo procedimento utilizado para a modelagem dos geradores, aumentando o sistema de equações para:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(s) & -\mathbf{K}^T & -\mathbf{K}_{fi}^T \\ \mathbf{K} & \mathbf{Z}_f(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{fi} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(s) \\ \mathbf{i}_f(s) \\ \mathbf{i}_{fi}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}(s) \\ \mathbf{v}_f(s) \\ \mathbf{v}_{fi}(s) \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

onde a matriz  $\mathbf{K}_{fi}$  tem a dimensão  $n \times n_b$  e é construída da mesma maneira que a matriz  $\mathbf{K}$ , onde cada linha indica a posição em que cada uma fontes ideais de tensão está conectada. Logo cada linha tem um elemento igual a 1 na posição relativa a uma das barras de fronteira e o restante dos elementos iguais a 0; os vetores  $\mathbf{v}_{fi}$  e  $\mathbf{i}_{fi}$  são os vetores compostos das tensões e correntes internas das fontes ideais de tensão, respectivamente. Para anular as fontes do sistema externo modelado devem ser zerados os vetores  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{v}_f$ , como é mostrado em (4.63).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(s) & -\mathbf{K}^T & -\mathbf{K}_{fi}^T \\ \mathbf{K} & \mathbf{Z}_f(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{fi} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(s) \\ \mathbf{i}_f(s) \\ \mathbf{i}_{fi}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_{fi}(s) \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

De (4.63) pode-se obter:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(s)\mathbf{v}(s) - \mathbf{K}^T\mathbf{i}_f(s) - \mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) &= \mathbf{0} \quad \therefore \\ \mathbf{v}(s) &= \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{i}_f(s) + \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}\mathbf{v}(s) + \mathbf{Z}_f(s)\mathbf{i}_f(s) &= \mathbf{0} \quad \therefore \\ \mathbf{i}_f(s) &= -\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K}\mathbf{v}(s) \end{aligned} \quad (4.65)$$

e, por fim,

$$\mathbf{K}_{fi}\mathbf{v}(s) = \mathbf{v}_{fi}(s) \quad (4.66)$$

Substituindo (4.65) em (4.64), produz-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(s) &= -\mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K}\mathbf{v}(s) + \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) \quad \therefore \\ (\mathbf{I} + \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K})\mathbf{v}(s) &= \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) \quad \therefore \\ \mathbf{v}(s) &= (\mathbf{I} + \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K})^{-1}\mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) \end{aligned} \quad (4.67)$$

sendo  $\mathbf{I}$  uma matriz identidade de ordem  $n_b$ . Enfim, substituindo (4.67) em (4.66) obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{fi}(\mathbf{I} + \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K})^{-1}\mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) &= \mathbf{v}_{fi}(s) \quad \therefore \\ \mathbf{i}_{fi}(s) &= [\mathbf{K}_{fi}(\mathbf{I} + \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K})^{-1}\mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T]^{-1}\mathbf{v}_{fi}(s) \end{aligned} \quad (4.68)$$

Com isso, a seguinte matriz representa a matriz de admitâncias do sistema vistas das barras de fronteira, ou matriz de admitância de Norton, necessária para traçar as respostas em frequência necessárias para se obter o MR.

$$\mathbf{Y}_N = \begin{bmatrix} y_{N11} & y_{N12} & \cdots & y_{N1n} \\ y_{N21} & y_{N22} & \cdots & y_{N2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{Nn1} & y_{Nn2} & \cdots & y_{Nnn} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}_{fi}(\mathbf{I} + \mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K})^{-1}\mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T]^{-1} \quad (4.69)$$

Cabe ressaltar que, na prática, (4.69) não é usada para se obter as respostas em frequência. Em vez de considerar todas as fontes de tensão conectadas nas barras de fronteira simultaneamente ativas, considera-se um fonte de tensão conectada a uma barra de fronteira  $k$  ativa por vez. Dessa forma, para cada frequência  $j\omega$ , todos os valores de cada coluna  $k$  de  $\mathbf{Y}_N$  são obtidos resolvendo o sistema linear (4.63). Assim, escrevendo matricialmente, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y} & -\mathbf{K}^T & -\mathbf{K}_{fi}^T \\ \mathbf{K} & \mathbf{Z}_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{fi} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{e}_k \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

onde  $\mathbf{e}_k$  é um vetor elementar dado por:

$$\mathbf{e}_k = \begin{matrix} 1 & \cdots & k & \cdots & n \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ [0 & \cdots & 1 & \cdots & 0] \end{matrix} \quad (4.71)$$

sendo  $k$  o índice relacionado à posição da barra de fronteira  $k$ , que possui a fonte de tensão ativa.

Resolvendo o sistema linear dado por (4.70), obtém-se a coluna  $k$  da matriz  $\mathbf{Y}_N$ :

$$\mathbf{Y}_N(:, k) = \mathbf{C}^T \mathbf{X} \quad (4.72)$$

onde  $\mathbf{Y}_N(:, k)$  representa todas as linhas da coluna  $k$  de  $\mathbf{Y}_N$  e

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_b} \\ \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

sendo  $\mathbf{0}_{n_b}$  e  $\mathbf{I}_n$  matrizes nula e identidade de ordens  $n_b$  e  $n$ , respectivamente.

Simplificando a notação, tem-se:

$$\mathbf{Y}_N(:, k) = \frac{\mathbf{i}_{fi}}{\mathbf{v}_{fi}(k)} \left| \begin{array}{l} \mathbf{i} = \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_f = \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_{fi}(l) = 0, \quad l \neq k \\ \mathbf{v}_{fi}(k) = 1 \end{array} \right. \quad (4.74)$$

sendo  $1 \leq l \leq n$  e  $l \neq k$ . Assim,  $\mathbf{v}_{fi}(l)$  representa todas as barras de fronteira que estão com suas fontes ideais de tensão anuladas.

Novamente, deve ser notado que a matriz  $\mathbf{Y}_N$  representa a matriz  $\mathbf{H}$  apresentada em (4.21) aplicada a um modelo de sistema elétrico de potência. Logo, os elementos de  $\mathbf{Y}_N$  podem ser descritos em formas de frações parciais, como mostrado em (4.24), enquanto os MRs podem ser determinados utilizando o VF para as respostas em frequência de cada  $y_{Nkj}(s)$ . A partir dos MRs no domínio da frequência é possível modelá-los no domínio do tempo, como foi demonstrado no Subitem 4.3.1. Com isso, utilizando os MRs de admitância, onde as entradas são tensões ( $u_j = v_j$ ) aplicadas nas barras de fronteira da rede externa, a saída genérica de (4.56) passa a representar a resposta de corrente da parte passiva da área externa ( $y_k = i_k$ ).

Fisicamente, consegue-se relacionar diretamente o MR modelado no domínio do tempo a um conjunto de equivalentes de Norton e fontes de correntes dependentes de tensões, onde os termos próprios ( $k = j$ ) de (4.56) são os equivalentes de Norton ligados a terra, enquanto os termos de transferência ( $k \neq j$ ) representam as fontes de corrente dependentes das tensões das demais barras, como é mostrado na Figura 70.

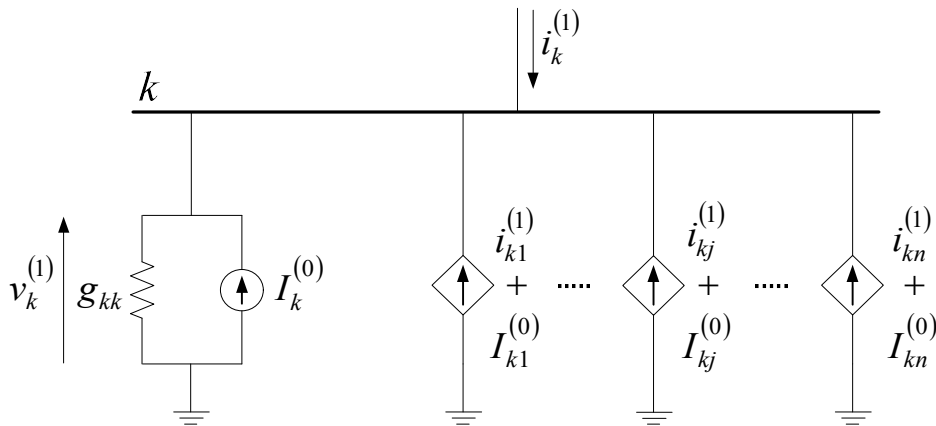


Figura 70 – Representação física do MR de admitância para a barra de fronteira  $k$ . Fonte: [48]

Aplicando a lei de correntes de Kirchhoff à barra  $k$ , obtém-se:

$$i_k^{(1)} = g_{kk}v_k^{(1)} - I_k^{(0)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (i_{kj}^{(1)} + I_{kj}^{(0)}) \quad (4.75)$$

Para que (4.75) seja equivalente à (4.56), deve-se ter:

$$g_{kk} = \Psi_{kk} + \xi e_{kk} \quad (4.76)$$

$$g_{kj} = \Psi_{kj} + \xi e_{kj} \quad (4.77)$$

$$I_k^{(0)} = - \left[ (\Psi_{kk} - \xi e_{kk}) v_k^{(0)} + \sum_l A_l x_{l(kk)}^{(0)} + 2 \sum_m \left( C_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kk)}^{(0)} - D_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kk)}^{(0)} \right) - z_{kk}^{(0)} \right] \quad (4.78)$$

$$i_{kj}^{(1)} = -g_{kj} v_j^{(1)} \quad (4.79)$$

$$I_{kj}^{(0)} = - \left[ (\Psi_{kj} - \xi e_{kj}) v_j^{(0)} + \sum_l A_l x_{l(kj)}^{(0)} + 2 \sum_m \left( C_m \bar{x}_{\text{Re}_m(kj)}^{(0)} - D_m \bar{x}_{\text{Im}_m(kj)}^{(0)} \right) - z_{kj}^{(0)} \right] \quad (4.80)$$

Para um melhor entendimento da interpretação física de (4.56), considere um sistema onde a área externa e de estudos são conectadas por duas barras de fronteira (barras 1 e 2). Neste caso, o equivalente dinâmico do sistema externo (MR de admitância) é composto por dois equivalentes de Norton conectados em cada uma destas barras, conforme mostrado na Figura 71. Além destes equivalentes, deve ser conectada à barra 1 uma fonte de corrente  $(i_{12}^{(1)} + I_{12}^{(0)})$  dependente da tensão na barra 2 e vice-versa, ou seja, deve ser conectada à barra 2 uma fonte de corrente  $(i_{21}^{(1)} + I_{21}^{(0)})$  dependente da tensão na barra 1.

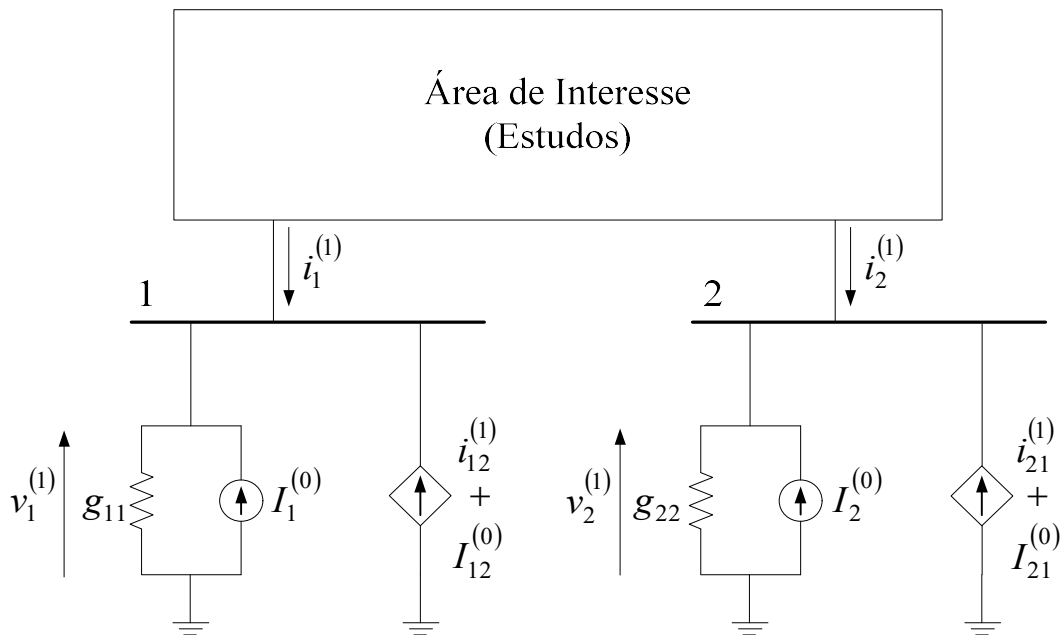


Figura 71 – Representação do MR de admitância para um sistema com duas barras de fronteira. Fonte: [48]

### 4.3.3 REPRESENTAÇÃO DA PARTE ATIVA DO EQUIVALENTE PROPOSTO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Como se pode observar, (4.75) representa a corrente resultante da interação entre a área de estudos e a parte passiva do equivalente de rede, relacionada a variações de tensão das barras de fronteira. Assim, para obter uma resposta completa do sistema, necessita que a resposta da parte ativa da área externa seja calculada e somada à resposta da parte passiva, se esta possuir geradores ou qualquer outro componente ativo que possa contribuir para transferência de potência entre a área externa e a de estudos.

Neste item serão abordadas duas formas distintas de se calcular a resposta da parte ativa do sistema externo, a primeira utilizando o Teorema da Superposição, que é uma maneira mais simples, porém que possui restrições de utilização. A segunda forma é aplicando o Teorema de Norton [52] para se obter a parte ativa do equivalente dinâmico de rede, que é uma forma mais complexa, no entanto mais geral e robusta.

#### 4.3.3.1 UTILIZANDO O TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

O Teorema da Superposição afirma que a corrente que passa por um elemento de um sistema elétrico qualquer, ou a tensão aplicada a ele, é igual à soma algébrica da corrente, ou tensão, produzida independentemente por cada fonte ativa ligada à rede,

enquanto as demais estão anuladas [53]. Portanto, diferentemente do Teorema de Norton, que vai ser mostrado no Subitem 4.3.3.2, com o Teorema da Superposição pode-se calcular a tensão que a área de estudos teria considerando apenas as fontes da área externa ativas (parcela 1) e, em seguida, somar esta tensão com o resultado obtido do estudo na área de interesse considerando todas as fontes da área externa inativas (parcela 2), como se pode observar na Figura 72. O cálculo da parcela 1 pode ser feito utilizando, por exemplo, os programas fornecidos pelo CEPEL, como o ANAREDE [7] e/ou o ANAFAS, enquanto que a parcela 2 é obtida das simulações na área de estudos considerando a área externa inativa, utilizando o equivalente mostrado no Subitem 4.3.2. A seguir são feitos dois exemplos para demonstrar o processo de estudos utilizando o Teorema da Superposição e são apontadas as desvantagens desse método.

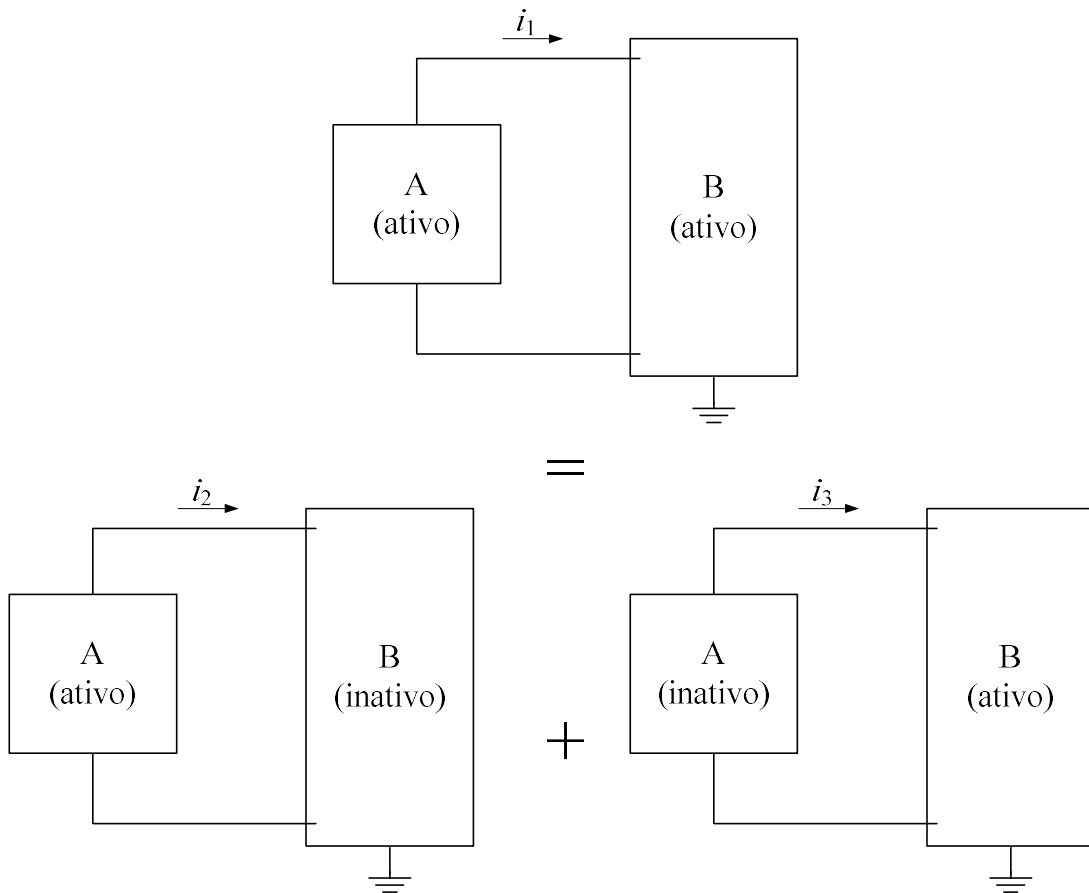


Figura 72 – Representação do Teorema da Superposição, mostrando que  $i_1 = i_2 + i_3$ . Fonte: Adaptado de [50]

O primeiro exemplo é mostrado na Figura 73, onde se quer analisar a resposta completa de tensão da barra 1110 do Sistema Industrial quando conectado ao Sistema



Teste de 34 barras, que representa o sistema externo, e é aplicado um degrau de corrente de 100 p.u. na barra 126 aos 0.02 segundos. Assim, para obter a resposta completa, deve-se fazer duas simulações: a primeira as fontes de tensão do sistema externo são anuladas, deixando-o inativo; na segunda simulação as fontes do sistema industrial que são anuladas e, então, as duas respostas são somadas para se obter a resposta completa.

Este Sistema Industrial é composto de 37 barras, 7 bancos de capacitores, 34 cargas e dois transformadores, como pode ser visto na Figura 73, e ele se conecta à área externa por dois transformadores. Os dados deste sistema são apresentados no Anexo A.2.3.

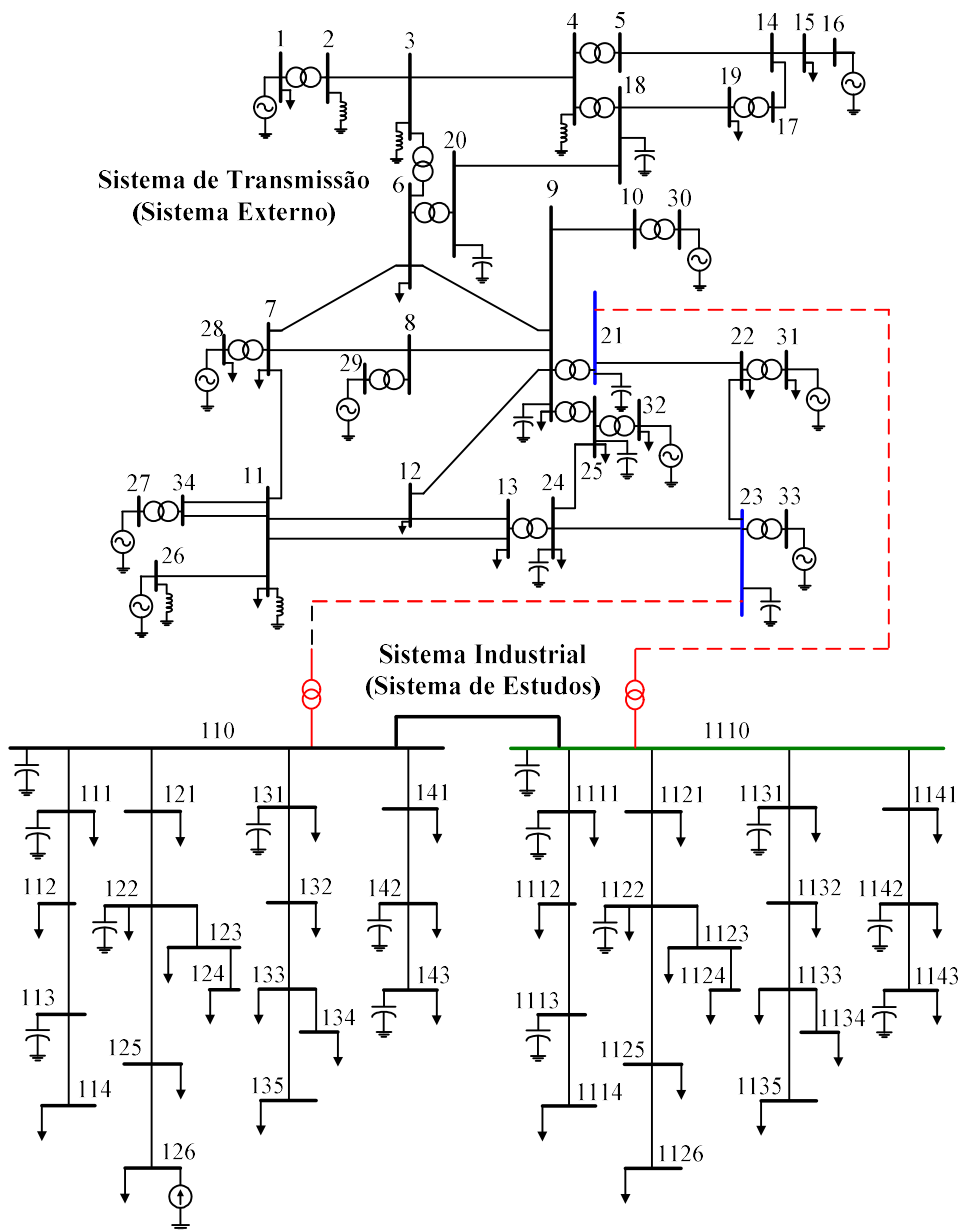


Figura 73 – Sistema Industrial (sistema de estudos) conectado ao sistema teste de transmissão (sistema externo) pelas barras 21 e 23, em azul, com o objetivo de analisar a tensão na barra 1110, em verde.

Fonte: Adaptado de [40]

Deve-se compreender que na primeira simulação, ao se anular as fontes de tensão do sistema externo, este pode ser substituído pela parte passiva do equivalente de rede proposto, mostrado no Subitem 4.3.1. Não obstante, na segunda simulação observa-se que ao anular as fontes do sistema industrial, a fonte de corrente anulada não influencia o restante do sistema por estar em circuito aberto.

Na Figura 74 são mostradas as duas respostas necessárias para calcular a resposta completa da tensão na barra 1110 e a comparação entre a resposta de tensão do sistema completo e do sistema reduzido. É possível observar que as duas curvas são visualmente coincidentes, demonstrando a precisão da resposta do sistema reduzido.

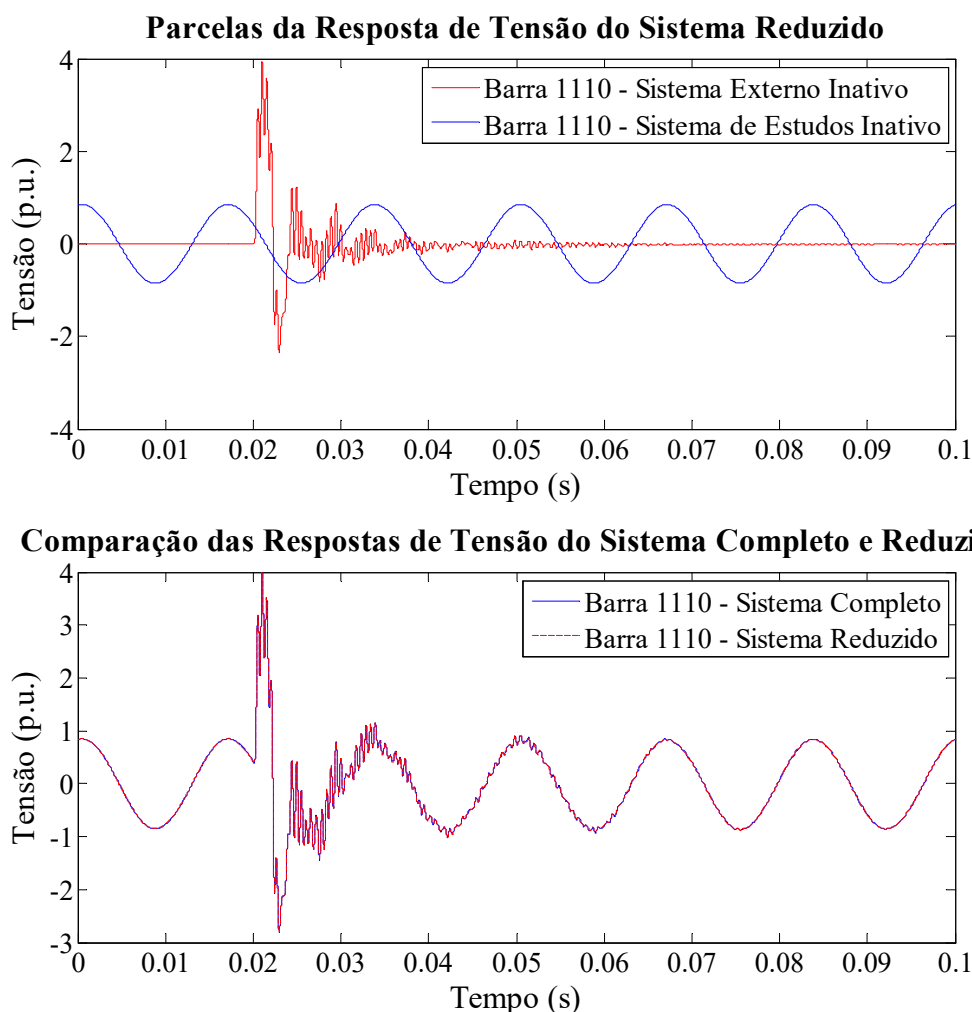


Figura 74 – Obtenção da resposta de tensão na barra 1110 devida a um degrau de corrente de 100 p.u. na barra 126 utilizando o Teorema da Superposição.

Para este caso, foi possível a divisão da resposta completa em duas respostas parciais e, ainda, a resposta que considera o sistema de estudos inativo foi obtida com as informações calculadas por um programa de fluxo de potência, como, por exemplo, o Anarede, fornecido pelo CEPEL, não necessitando que o sistema completo fosse todo modelado no ATP, apenas o sistema de estudos. Entretanto, note que essa solução só está correta quando a área de interesse não possui fontes ativas de tensão e o evento que está sendo simulado na área interna é representado por uma fonte de corrente, pois esta, quando anulada fica em circuito aberto, não modificando a topologia da rede e possibilitando que os dados de tensão sejam obtidos diretamente pelo fluxo de potência do sistema completo.

Na hipótese do sistema de estudos possuir fontes de tensão, é necessário que todas estas fontes sejam curto circuitadas ao se obter a resposta em que se considera apenas o sistema externo ativo, inclusive fontes de tensão que possam representar eventos na área de estudos. Para exemplificar este segundo caso, é adicionado uma fonte de tensão ideal, simulando uma geração de  $1\angle 0^\circ$  p.u. à 60 Hz, na barra 1126.

Na Figura 75 são mostradas as duas curvas necessárias para obter a resposta completa da tensão na barra 1110 e a comparação com a resposta do sistema completo modelado no ATP. Cabe salientar que a resposta obtida considerando o sistema externo inativo possui um transitório inicial que é devido à inicialização do bloco MODELS (esse transitório inicial é explicado no Anexo A.1.2), usado para representar a parte passiva do equivalente de rede da área externa. Enquanto a resposta que considera o sistema de estudos inativo foi obtida anulando as fontes de tensão e corrente deste circuito. Ao anular a fonte de tensão ideal desta área, diferentemente de anular a fonte de corrente, a barra onde estava esta fonte, barra 1126, fica curto-circuitada, uma vez que esta fonte de tensão é ideal. Modificando, então, a topologia do sistema. Com isso, para que o Teorema da Superposição seja válido, é necessário considerar este curto-circuito na área de interesse quando for calculada a resposta que considera a área externa ativa. Os resultados desejados considerando o curto na barra 1126 podem ser obtidos utilizando programas de fluxo de potência que permitam aplicações de faltas. Como o ANAREDE não permite este tipo de aplicação é necessário utilizar o programa ANAFAS, fornecido pelo CEPEL, para complementar a resposta vinda do ANAREDE, aplicando um curto circuito após obter um ponto de operação do sistema completo sem o curto nesta barra. Caso esta fonte não fosse ideal, esta simulação poderia ter sido feita utilizando apenas o ANAREDE.

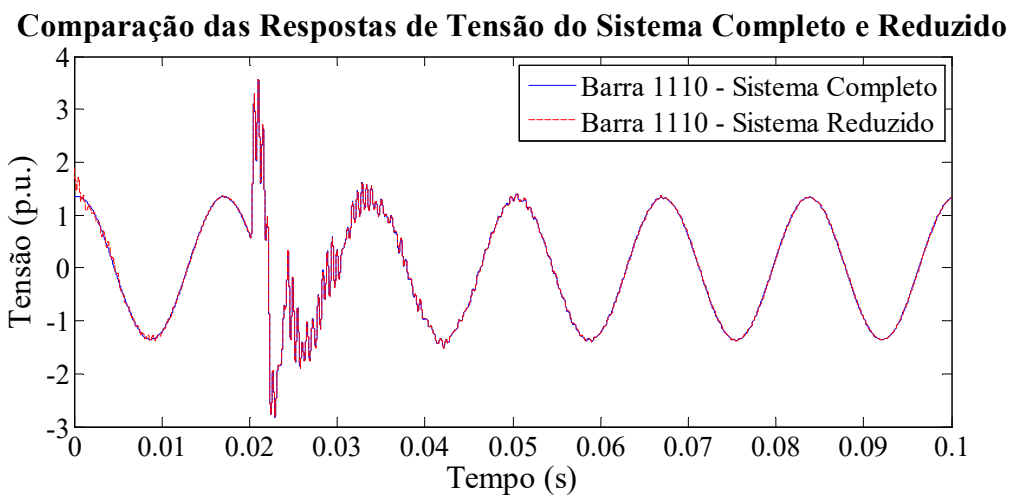
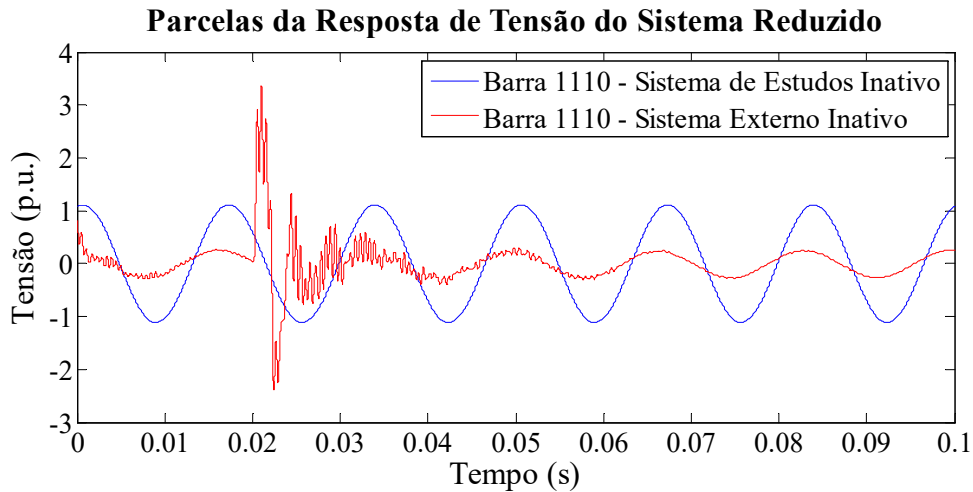


Figura 75 – Obtenção da resposta de tensão na barra 1110, utilizando o Teorema da Superposição, devida a um degrau de corrente de 100 p.u. na barra 126, com uma fonte de tensão ideal na barra 1126 do sistema de estudos.

Portanto, observa-se que utilizar o Teorema da Superposição para se obter a resposta completa é simples, pois não envolve contas complexas, apenas a utilização de programas comerciais amplamente difundidos, onde os sistemas completos são facilmente modelados para a frequência fundamental. Todavia, essa metodologia não é generalizada e possui diversas dificuldades quando o caso estudado passa ser mais complexo como, por exemplo, para o caso de fontes de tensão entrando no sistema em um determinado tempo diferente de zero, modificando a topologia do sistema, ou, ainda, a introdução de fontes harmônicas na área externa. Para superar essas dificuldades, é proposta no item a seguir a utilização do Teorema de Norton multiportas para obter a parte ativa do equivalente de rede, que consegue ser mais geral e robusto.

### 4.3.3.2 UTILIZANDO O TEOREMA DE NORTON

O Teorema de Norton afirma que o valor da fonte de corrente equivalente é dada pela corrente de curto-circuito nos terminais do sistema que se quer substituir [53], assim, para a obtenção da parte ativa do equivalente do sistema externo, é necessário que se calcule as correntes de curto-circuito nas  $n$  barras de fronteira, como é mostrado na Figura 76.

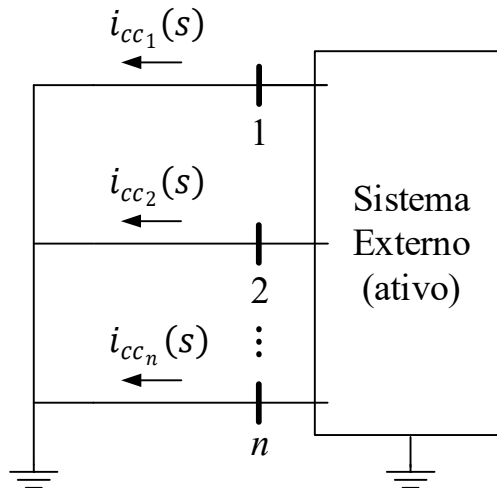


Figura 76 – Sistema Externo com as barras de fronteira curto-circuitadas enquanto todas suas fontes estão ativas.

Estes curtos-circuitos nas barras de fronteira podem ser modelados como fontes de tensões ideais ( $z_{fi} = 0$ ) com valores nulos de tensão ( $v_{fi} = 0$ ) conectados a cada barra de fronteira, como mostrado na Figura 77.

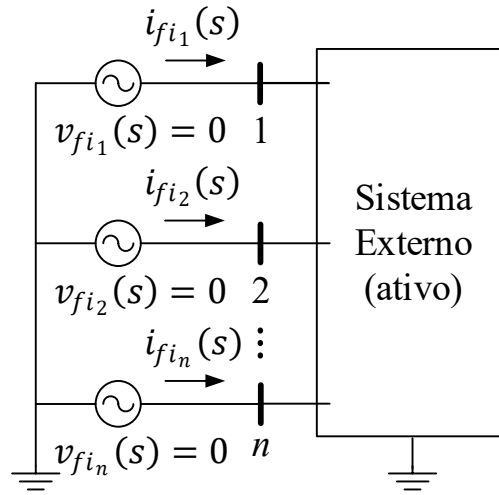


Figura 77 – Sistema Externo com fontes de tensão com tensões nulas conectadas às barras de fronteira para modelagem de curtos-circuitos nessas barras.

Deve ser notado que a corrente de curto-circuito  $i_{cci}$  é igual ao negativo da corrente  $i_{fi_i}$  fornecida pelas fontes de tensão conectadas nas barras de fronteira.

Retornando à modelagem do sistema externo, mostrado em (4.62) e reescrito abaixo para uma melhor visualização, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(s) & -\mathbf{K}^T & -\mathbf{K}_{fi}^T \\ \mathbf{K} & \mathbf{Z}_f(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{fi} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(s) \\ \mathbf{i}_f(s) \\ \mathbf{i}_{fi}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}(s) \\ \mathbf{v}_f(s) \\ \mathbf{v}_{fi}(s) \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

a vista disso, para considerar as fontes ideais de tensão nulas é feito  $\mathbf{v}_{is}(s) = \mathbf{0}$  em (4.81), obtendo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(s) & -\mathbf{K}^T & -\mathbf{K}_{fi}^T \\ \mathbf{K} & \mathbf{Z}_f(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{fi} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(s) \\ \mathbf{i}_f(s) \\ \mathbf{i}_{fi}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}(s) \\ \mathbf{v}_f(s) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

De (4.82) tem-se:

$$\mathbf{Y}(s)\mathbf{v}(s) - \mathbf{K}^T\mathbf{i}_f(s) - \mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) = \mathbf{i}(s) \quad (4.83)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{v}(s) + \mathbf{Z}_f(s)\mathbf{i}_f(s) = \mathbf{v}_f(s) \quad \therefore$$

$$\mathbf{i}_f(s) = \mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{v}_f(s) - \mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K}\mathbf{v}(s) \quad (4.84)$$

e, por fim,

$$\mathbf{K}_{fi}\mathbf{v}(s) = \mathbf{0} \quad (4.85)$$

Substituindo (4.84) em (4.83), produz-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(s)\mathbf{v}(s) - \mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{v}_f(s) + \mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K}\mathbf{v}(s) - \mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) &= \mathbf{i}(s) \therefore \\ (\mathbf{Y}(s) + \mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K})\mathbf{v}(s) - \mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{v}_f(s) - \mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) &= \mathbf{i}(s) \therefore \\ \mathbf{v}(s) - \Phi^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{v}_f(s) - \Phi^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) &= \Phi^{-1}(s)\mathbf{i}(s) \end{aligned} \quad (4.86)$$

onde

$$\Phi(s) = (\mathbf{Y}(s) + \mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{K}) \quad (4.87)$$

Multiplicando (4.86) por  $\mathbf{K}_{fi}$  e considerando (4.85), obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{fi}\mathbf{v}(s) - \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{v}_f(s) \\ - \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) &= \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{i}(s) \therefore \\ \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T\mathbf{i}_{fi}(s) &= -\mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{i}(s) - \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{v}_f(s) \therefore \\ \mathbf{i}_{fi}(s) &= -(\mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{K}_{fi}^T)^{-1} \left( \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{i}(s) + \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}(s)\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}(s)\mathbf{v}_f(s) \right) \end{aligned} \quad (4.88)$$

Devido à convenção de sinais, como foi observado anteriormente, as correntes de curto-circuito nas barras de fronteira  $\mathbf{i}_{cc}$  são iguais ao negativo das correntes das fontes de tensão ideais, assim:

$$\mathbf{i}_{cc} = -\mathbf{i}_{fi} = (\mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}\mathbf{K}_{fi}^T)^{-1} (\mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}\mathbf{i} + \mathbf{K}_{fi}\Phi^{-1}\mathbf{K}^T\mathbf{Z}_f^{-1}\mathbf{v}_f) \quad (4.89)$$

Novamente, cabe ressaltar que, na prática, o vetor  $\mathbf{i}_{cc}$  é obtido resolvendo o sistema linear (4.82) para a frequência  $j\omega$  de operação das fontes de tensão, ao invés de se utilizar (4.89).

Simplificando a notação, tem-se:

$$\mathbf{i}_{cc} = -\mathbf{i}_{fi}|_{\mathbf{v}_{fi}=0} \quad (4.90)$$

Calculada as correntes de curto-circuito, a parte ativa é então representada fisicamente como uma fonte de corrente em paralela com a parte passiva do sistema externo. Na Figura 78 é mostrado como o equivalente proposto completo deve ficar para o caso da parte ativa dele ser calculado pelo Teorema de Norton aplicado ao exemplo de duas barras de fronteira apresentado no Subitem 4.3.1.

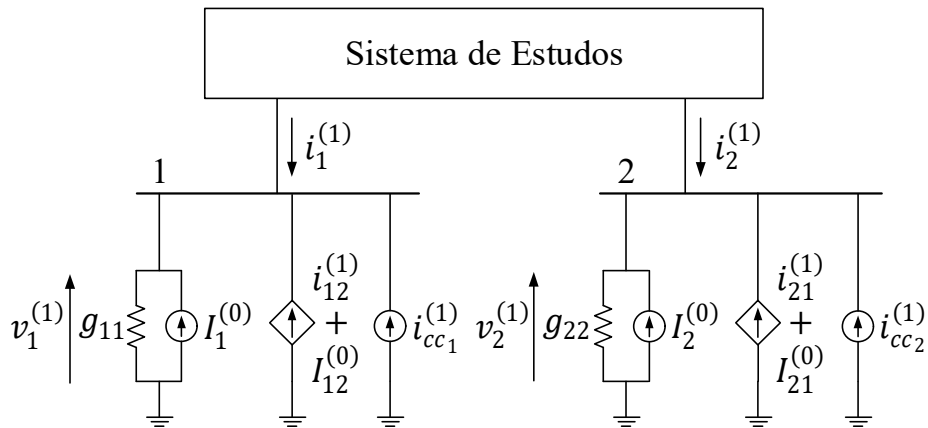


Figura 78 – Representação do equivalente de Norton aplicado a um sistema externo com duas barras de fronteira.

Por fim, é importante ressaltar que este equivalente proposto pode ser utilizado para frequências diferentes da frequência fundamental da rede. Assim, caso a área externa possua fontes harmônicas de ordem  $h$  que se queira incluir nos estudos feitos na área de interesse, basta resolver (4.82) ou (4.89) para  $\mathbf{i}_{cc}$  considerando  $s = jh\omega$ .

#### 4.4 TESTES E RESULTADOS

O primeiro sistema utilizado para testar este método é o mostrado na Figura 73, onde o sistema de transmissão é a área externa e será substituído pelo equivalente de rede. Dois casos foram escolhidos: o primeiro é o mesmo feito no exemplo do Subitem 4.3.3.1, onde é aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. de amplitude na barra 126 da área de estudos aos 0.05 segundos. Os resultados são comparados com o obtido com o equivalente estático gerado pelo ANAFAS e com a síntese de circuitos. Para o segundo caso foi incluída na barra 8 da área externa um a fonte de corrente harmônica de 10 p.u. de amplitude na frequência de 300 Hz para ser observada a flexibilidade e a precisão da representação em diversas frequências da área externa da parte ativa do equivalente proposto.

O método proposto também foi testado no sistema IEEE 118 barras, onde também foram testados dois casos: o primeiro é a aplicação da fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 aos 0.1 segundos e o segundo caso é a retirada, através da abertura de linhas, de todas as barras do lado direito do sistema industrial (da barra 1110 até 1143) aos 0.1 segundos.



#### 4.4.1 SISTEMA DE TESTE 34 BARRAS E SISTEMA INDUSTRIAL

Para o primeiro caso é incluída a fonte de corrente contínua de 100 p.u. de amplitude aos 0.1 segundos na barra 126 do Sistema industrial, repetindo o teste feito no Subitem 4.3.3.1, onde a precisão da representação da parte passiva do equivalente já tinha sido comprovada, porém utilizando a representação da parte ativa através do Teorema de Norton, como foi proposto. As análises de precisão dos equivalentes testados são feitas nas barras 110 e 1110, pois são as barras de conexão com a área externa, entendendo-se que caso a resposta se mostre precisa nestas barras, o mesmo comportamento se dará nas demais.

A Figura 79 mostra a resposta de tensão na barra 110 ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua aos 0.1 segundos para o equivalente proposto, o estático obtido pelo ANAFAS e pela síntese de circuitos. A Figura 80 faz uma ampliação no transitório, mostrando em detalhes como cada um dos equivalentes se comporta com a perturbação no sistema e na Figura 81 é mostrado o erro de cada um dos equivalentes.

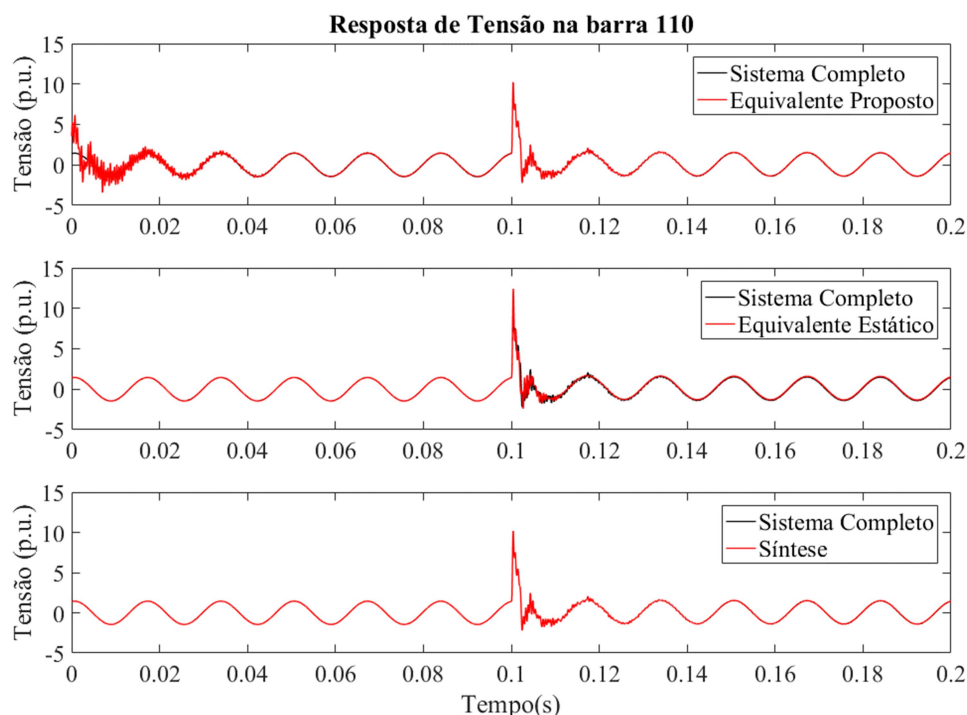


Figura 79 – Resposta de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.

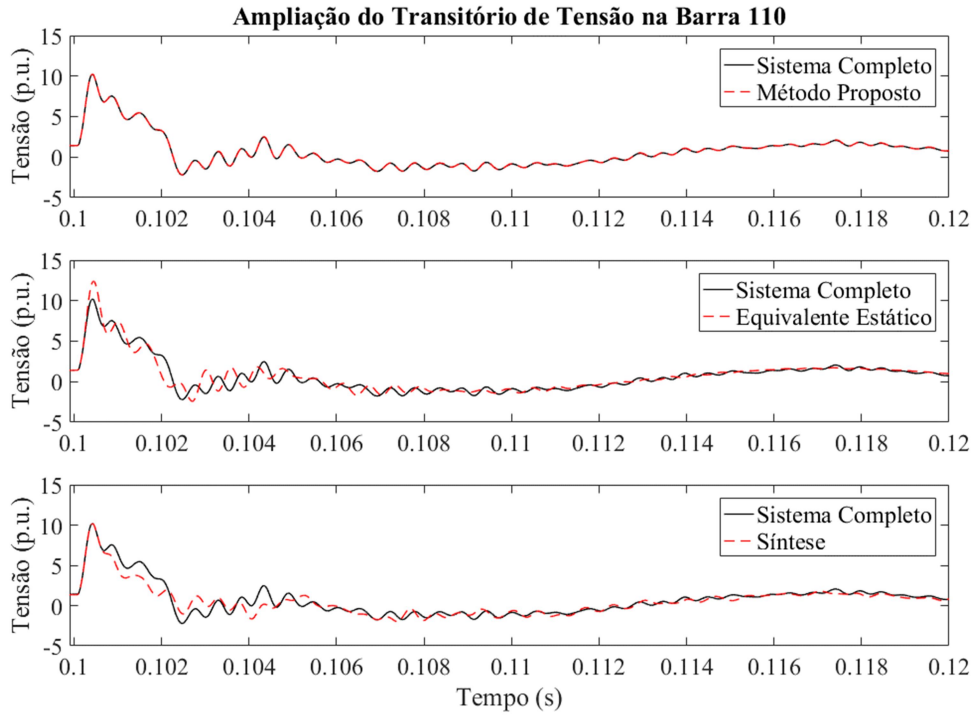


Figura 80 – Ampliação do transitório de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.

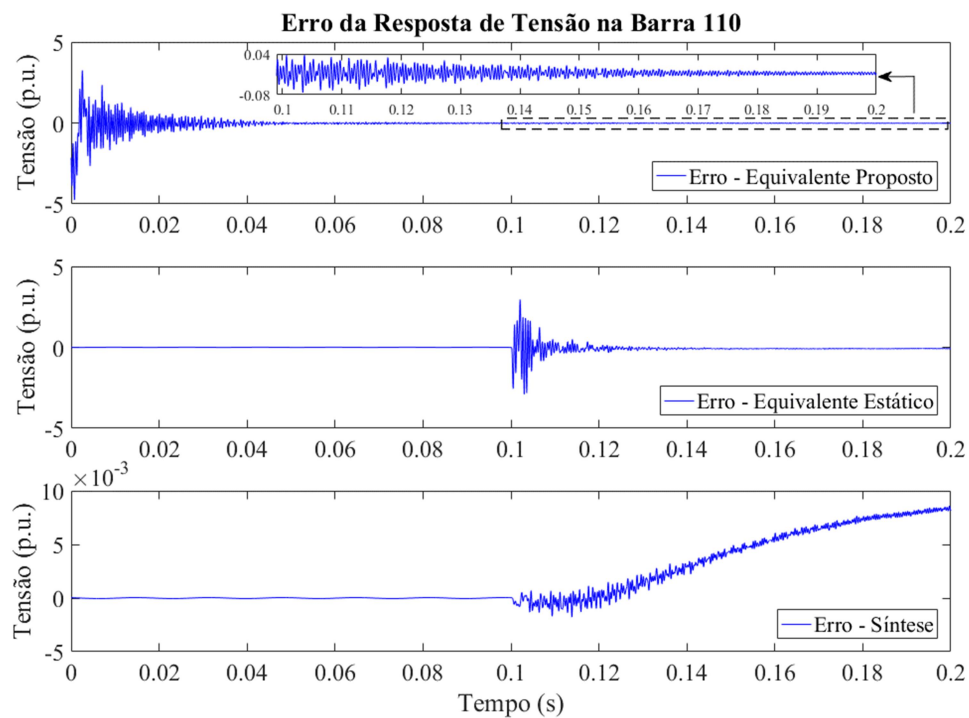


Figura 81 – Erros das respostas de tensão na barra 110 devidos à utilização dos equivalentes quando aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.

Esta mesma análise pode ser feita para a barra 1110 e os resultados são mostrados na Figura 82, Figura 83 e Figura 84.

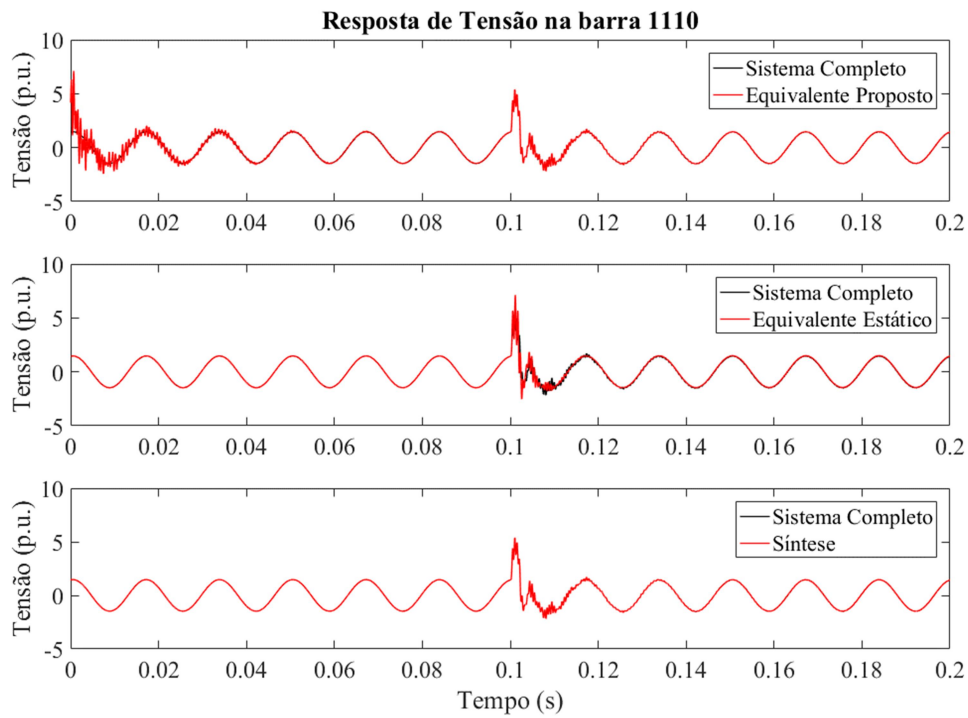


Figura 82 – Resposta de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.

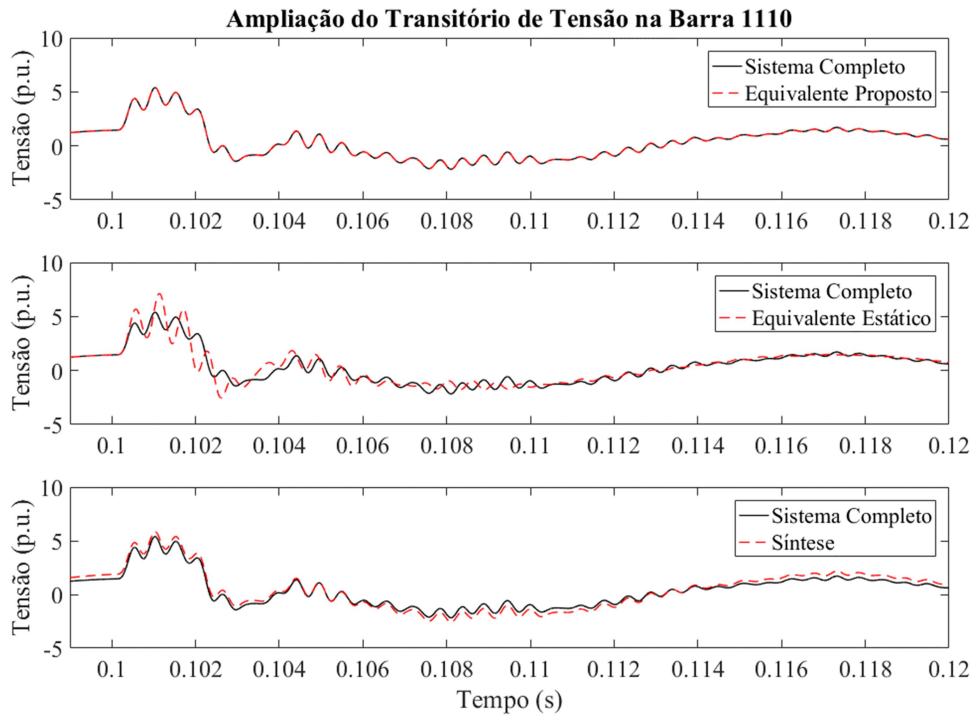


Figura 83 – Ampliação do transitório de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto, o estático e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.

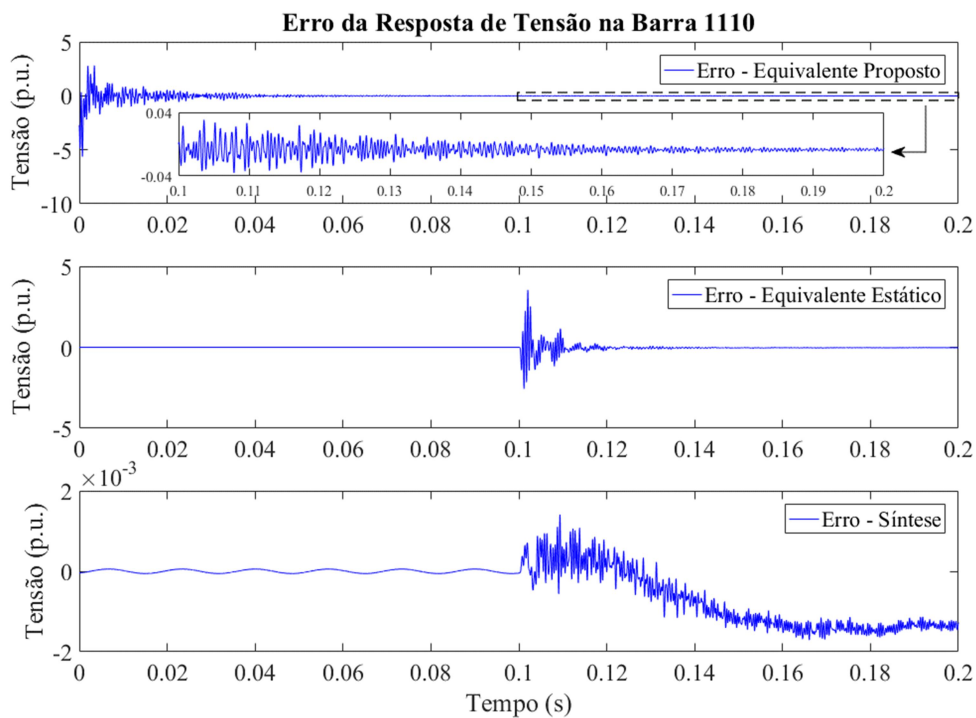


Figura 84 – Erros das respostas de tensão na barra 1110 devidos à utilização dos equivalentes quando aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.

O equivalente proposto e a síntese de circuitos se mostraram muito precisos neste caso durante a aplicação da fonte de corrente contínua. O equivalente estático mostrou picos maiores do que os do sistema completo, levando à conclusão de que se fosse utilizado em estudos poderia fazer com que o engenheiro tomasse escolhas mais conservadoras do que seriam necessárias. Cabe ressaltar o transitório inicial que ocorre no equivalente proposto em decorrência à inicialização da MODELS, o que faz com que os estudos de determinadas perturbações precisem começar apenas alguns segundos após o início da simulação, como já tinha sido anunciado no Subitem A.1.2.1.

Ainda, vale a pena ressaltar que nos três equivalentes a parte ativa estava sendo representada pelo método proposto neste trabalho, uma vez que o equivalente estático e a síntese só representem, num primeiro momento, a parte passiva da área externa. Assim, vemos que a metodologia matemática apresentada representa bem a parte ativa do equivalente.

Analisando o tempo de simulação entre o equivalente proposto, sistema completo e a síntese, foram feitas 10 simulações, medindo seu tempo via função do Matlab e calculado um tempo médio, como é mostrado na Tabela 10. Pode-se ver que o tempo de simulação do método proposto é muito superior aos demais. Isso pode ser explicado porque a MODELS, utilizada para representação da parte passiva, é uma linguagem interpretada do ATP e que, por isso, tem pouca eficiência computacional enquanto a inclusão da síntese se faz utilizando funções já compiladas no programa, tendo, portanto, uma eficiência computacional muito superior. É possível que novas funções sejam compiladas no ATP, porém não será um tema tratado neste trabalho. Ainda, esta grande diferença de tempo pode não acontecer em programas que fazem a compilação de códigos produzidos pelos usuários automaticamente, como o PSCAD, por exemplo.

*Tabela 10 – Tempos de simulação no ATP do equivalente proposto, sistema completo e síntese para o Sistema Teste de 34 barras e com aplicação de fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.1 segundos.*

Simulação	Tempo (s)		
	Sistema Completo	Síntese	Método Proposto
1	3.7560	5.3843	163.4453
2	3.7554	5.1660	157.5489
3	3.6543	5.4966	156.9870
4	3.3234	5.5042	157.7466
5	3.5357	5.4877	160.6101
6	3.3116	5.7204	157.6392
7	3.5325	5.7136	156.2978
8	3.9668	5.5163	156.2367
9	3.4214	5.7193	156.1191
10	3.3275	5.5007	156.5537
Media	3.5585	5.5209	157.9184

Para o segundo caso simulado neste sistema, foi aplicada uma fonte de corrente harmônica de 300 Hz na barra 8 do sistema de transmissão, além da aplicação da fonte de corrente contínua aos 0.05 segundos. Este teste serve para demonstrar que a metodologia proposta serve para representação da parte ativa dos sistemas de potência em qualquer frequência que se queria observar. Na Figura 85, Figura 86 e Figura 87 são mostradas as respostas de tensão nas barras 110 e 1110, as ampliações nos transitórios gerados e as curvas de erro de cada resposta, respectivamente.

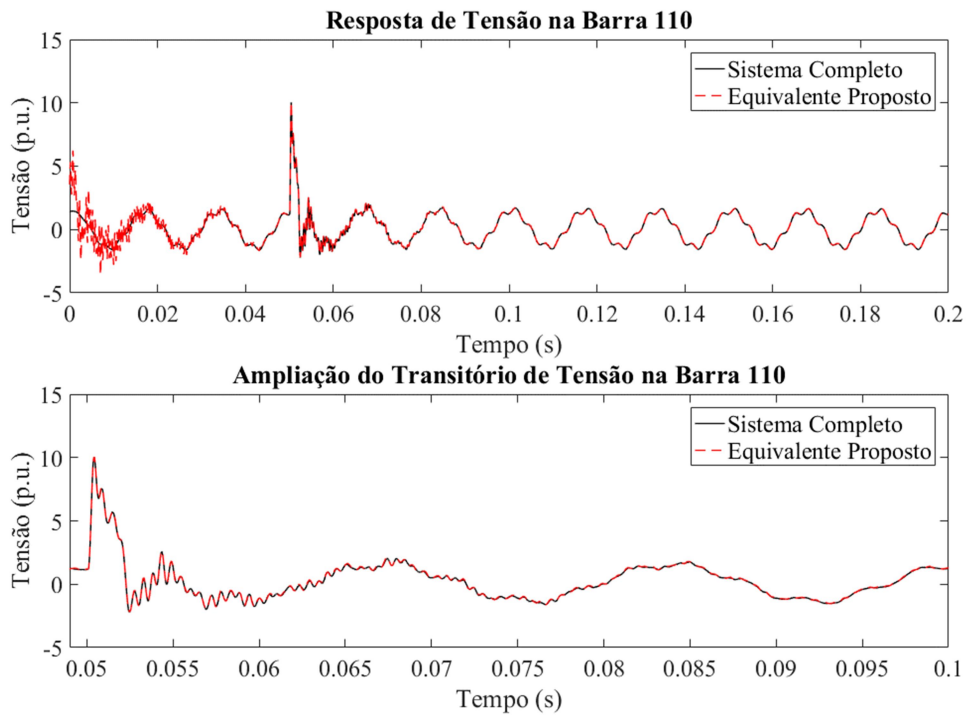


Figura 85 – Resposta de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto, considerando em regime permanente uma fonte de corrente harmônica de 300 Hz e 10 p.u. na barra 8 da área externa e aplicando uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.05 segundos.

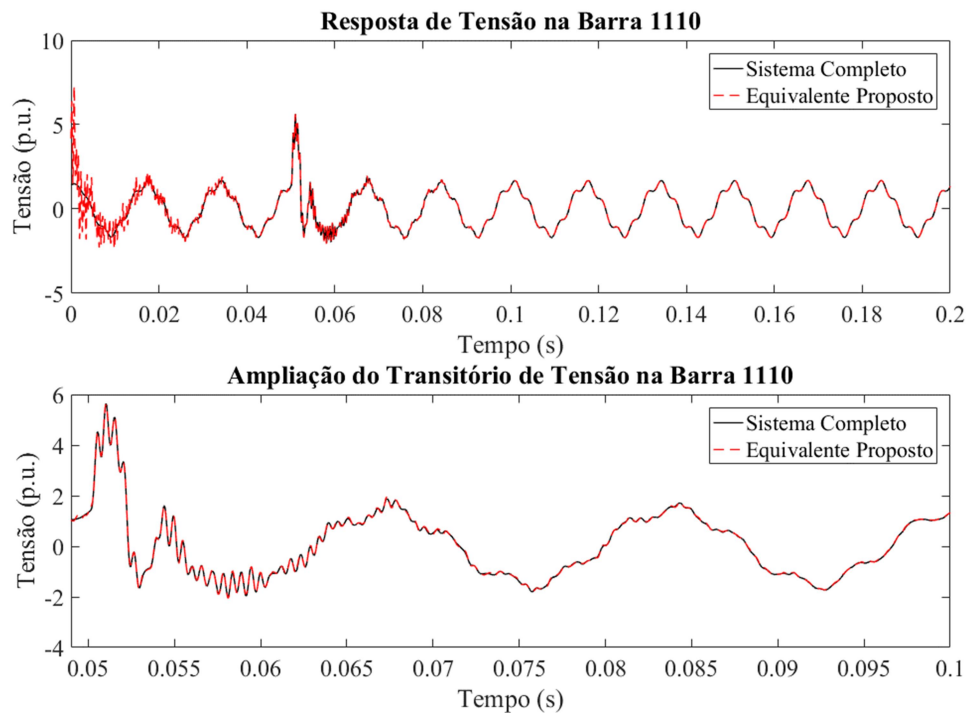


Figura 86 – Resposta de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto, considerando em regime permanente uma fonte de corrente harmônica de 300 Hz e 10 p.u. na barra 8 da área externa e aplicando uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.05 segundos.

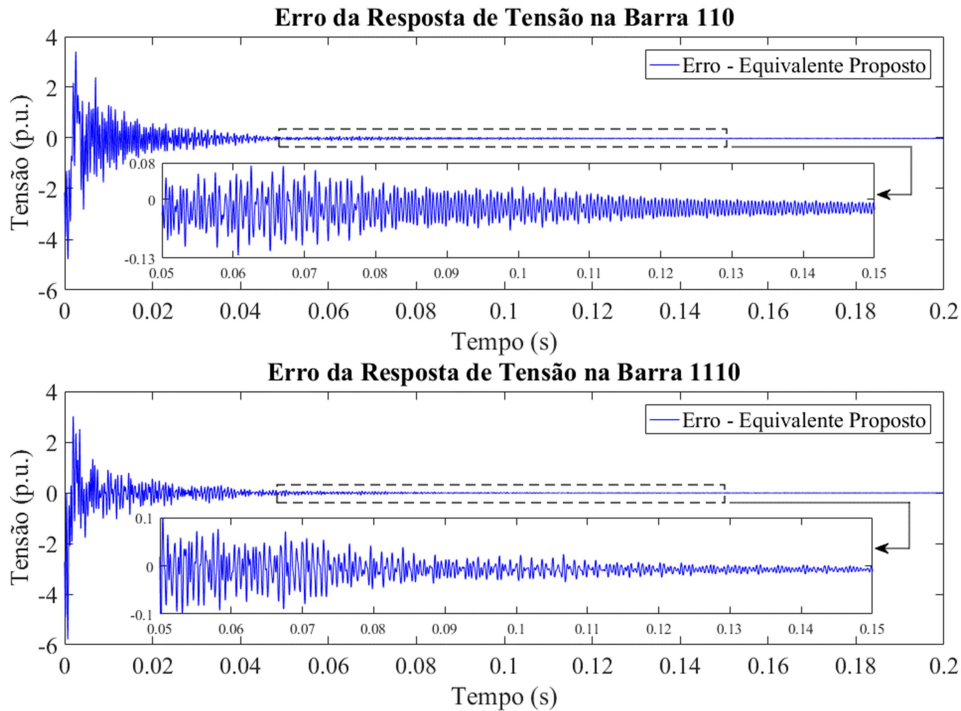


Figura 87 – Curvas de erro da tensão nas barras 110 e 1110 utilizando o equivalente proposto, ao ser considerado em regime permanente uma fonte de corrente harmônica de 300 Hz e 10 p.u. na barra 8 da área externa e aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos em 0.05 segundos.

É possível observar que a precisão do equivalente proposto é muito alta nos 2 casos testados para este sistema.

#### 4.4.2 SISTEMA IEEE 118 BARRAS E SISTEMA INDUSTRIAL

Para o primeiro caso é incluída a fonte de corrente contínua de 100 p.u. de amplitude aos 0.05 segundos na barra 126 do Sistema industrial, mostrado na Figura 73, que está conectado ao sistema do IEEE de 118 barras, mostrado no Subitem 3.2.2, pelas barras 30 e 38. Para esse teste foi utilizado um MR de admitância com 288 polos, forçando uma maior precisão do ajuste feito pelo VF e, também, uma maior quantidade de cálculos feitos pela MODELS na implementação do equivalente proposto.

A Figura 88 mostra a resposta de tensão na barra 110 ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua aos 0.05 segundos para o equivalente proposto e para a síntese. A Figura 89 faz uma ampliação no transitório, mostrando em detalhes como cada um dos equivalentes se comporta com a perturbação no sistema e na Figura 90 é mostrado o erro de cada um dos equivalentes.



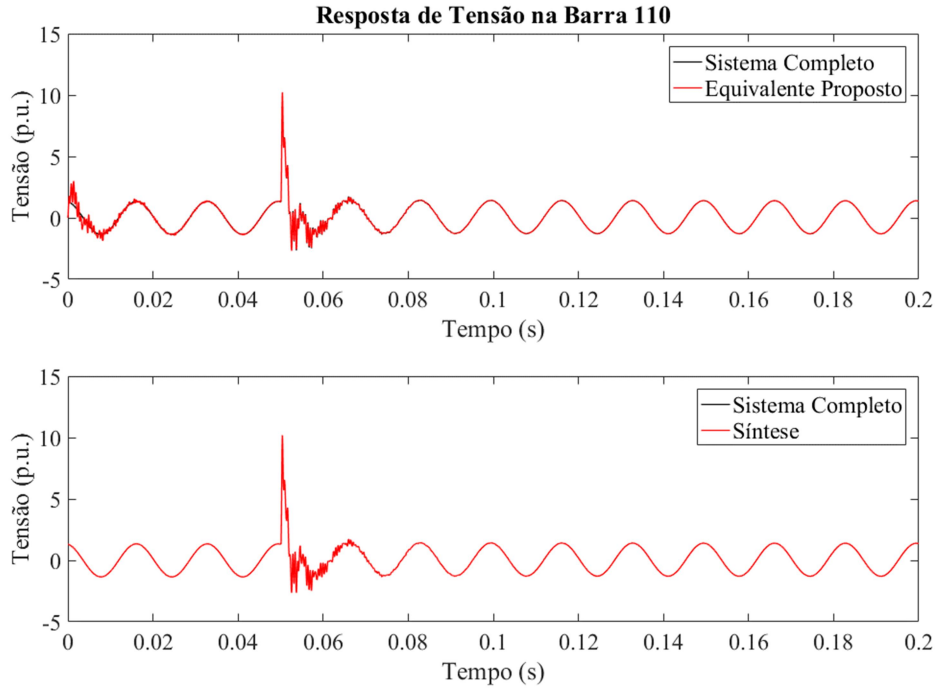


Figura 88 – Resposta de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos.

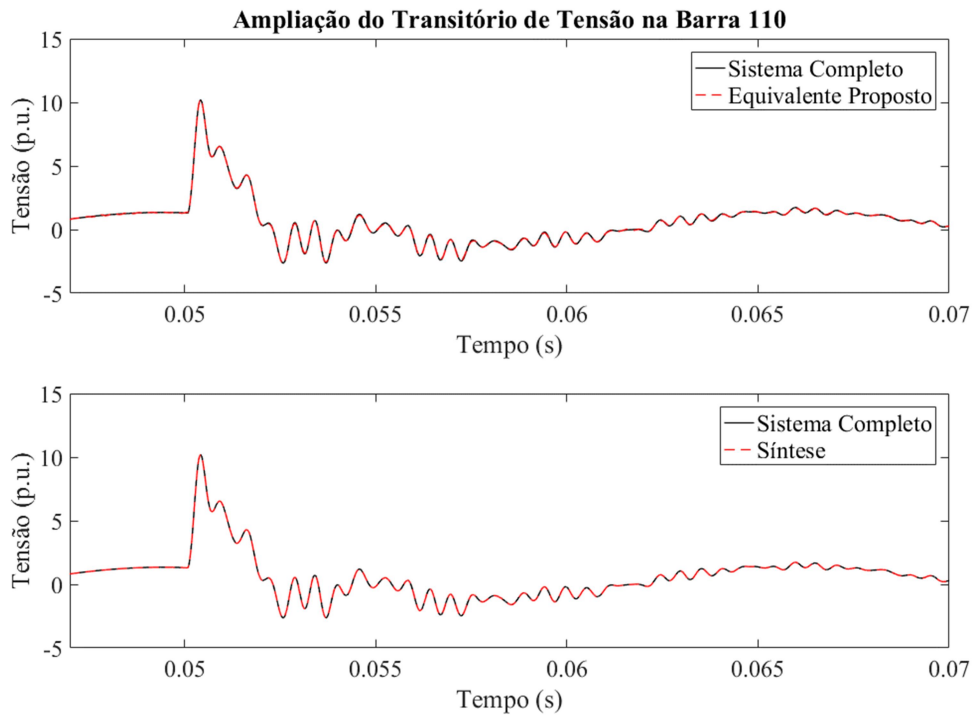


Figura 89 – Ampliação do transitório de tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos.

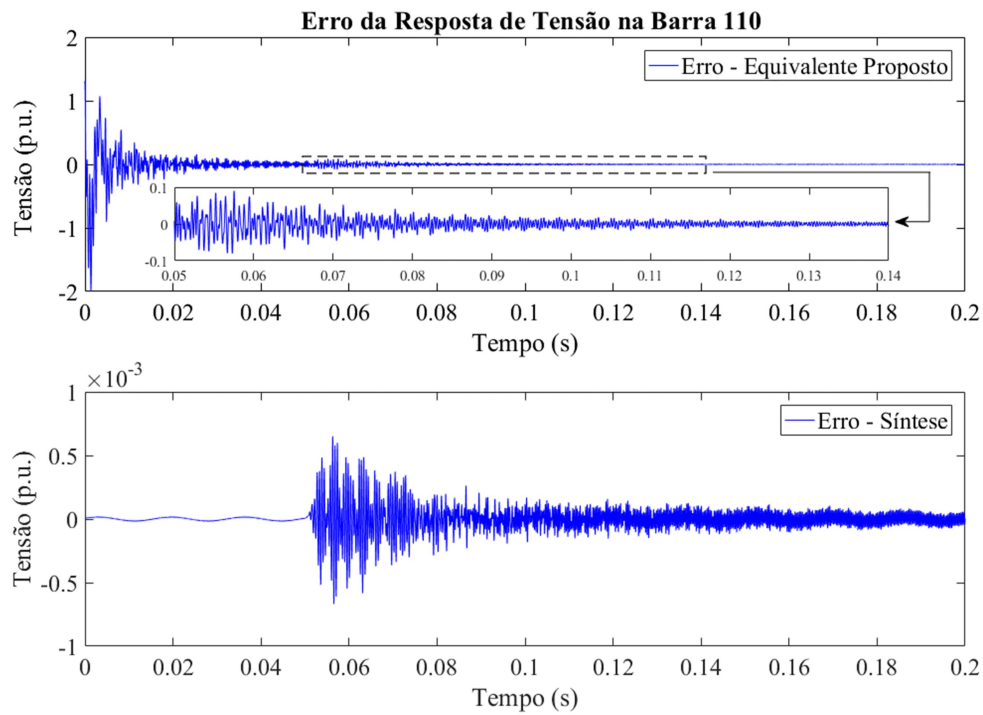


Figura 90 – Curvas de erro da tensão na barra 110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos.

A seguir, na Figura 91 e Figura 92 são mostrados os transitórios de tensão na barra 1110 causados pela injeção de corrente utilizando o equivalente proposto e a síntese e as curvas de erro de cada equivalente.

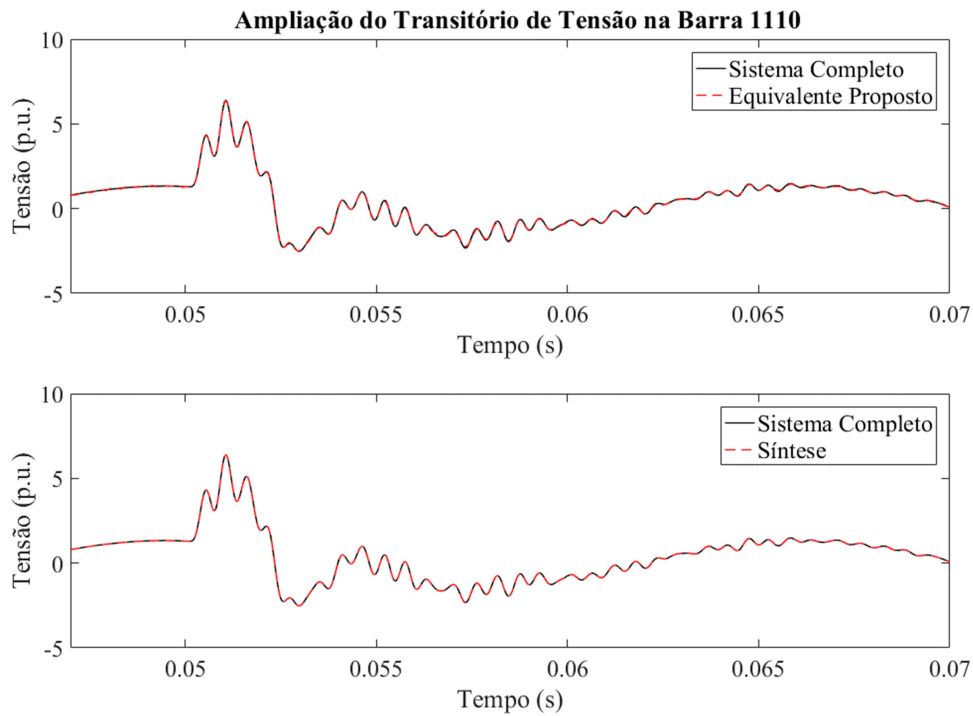


Figura 91 – Ampliação do transitório de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos.

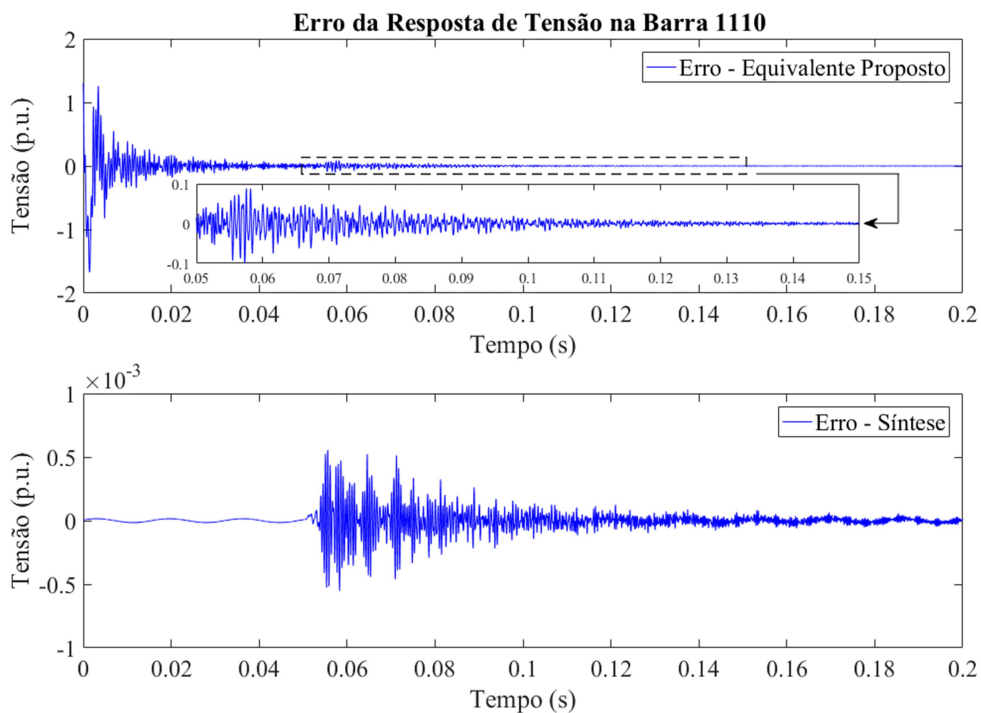


Figura 92 – Curvas de erro da tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese, ao ser aplicada uma fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 da área de estudos em 0.05 segundos.

Neste caso também pode ser observado uma boa precisão tanto do equivalente proposto quanto da síntese. Conforme informado, o MR possuía um número superior de

ordem, igual a 228, para que, assim, fosse mais preciso. Porém, o erro da resposta no tempo ainda permanece com um erro superior ao da síntese, embora seja visualmente coincidente com a curva do sistema original. Logo, pode-se supor que o transitório causado pela inicialização da MODELS pode ter uma influência significativa neste erro, como já era esperado. No Subitem A.1.2.2 do Anexo é feita uma comparação mostrando que quando a inicialização da MODELS é feita adequadamente o erro de sua resposta cai significativamente, porém ressalta-se que esta comparação foi feita para um caso muito mais simples de ser realizada. Na Tabela 11 é possível observar o tempo de simulação do sistema completo modelado no ATP, da síntese e do equivalente proposto. Observa-se novamente que o tempo consumido pelo equivalente proposto é significativamente maior do que a síntese, porém deve-se ressaltar que o aumento em relação ao apresentado na Tabela 10 está no fato de que a ordem do MR foi propositalmente maior para se observar como o método proposto atuaria.

*Tabela 11 – Tempos de simulação no ATP do equivalente proposto, sistema completo e síntese para o Sistema Teste IEEE 118 barras e com aplicação de fonte de corrente contínua de 100 p.u. na barra 126 do sistema de estudos aos 0.05 segundos.*

Simulação	Tempo (s)		
	Sistema Completo	Síntese	Método Proposto
1	5.0758	18.9658	529.2678
2	4.8300	18.4559	525.6159
3	5.2197	18.3236	529.3271
4	5.2361	18.9386	525.4693
5	5.5564	19.1135	546.9448
6	5.4263	18.5361	526.9297
7	5.0759	17.9881	524.9515
8	5.1262	18.8993	527.9082
9	5.2980	18.9960	521.0119
10	5.2015	18.6505	509.5341
Media	5.2046	18.6867	526.6960

Para o segundo teste, toda a parte direita do sistema industrial foi desligada, abrindo a linha que conecta a barras 110 a 1110 e o transformador que conecta a barra 38 do sistema IEEE 118 barras à barra 1110 no sistema industrial. Na Figura 93, Figura 94 e Figura 95 podem ser observadas os comportamentos da tensão na barra 1110 durante o evento aplicado neste teste e as curvas de erro dos dois equivalentes utilizados na comparação.

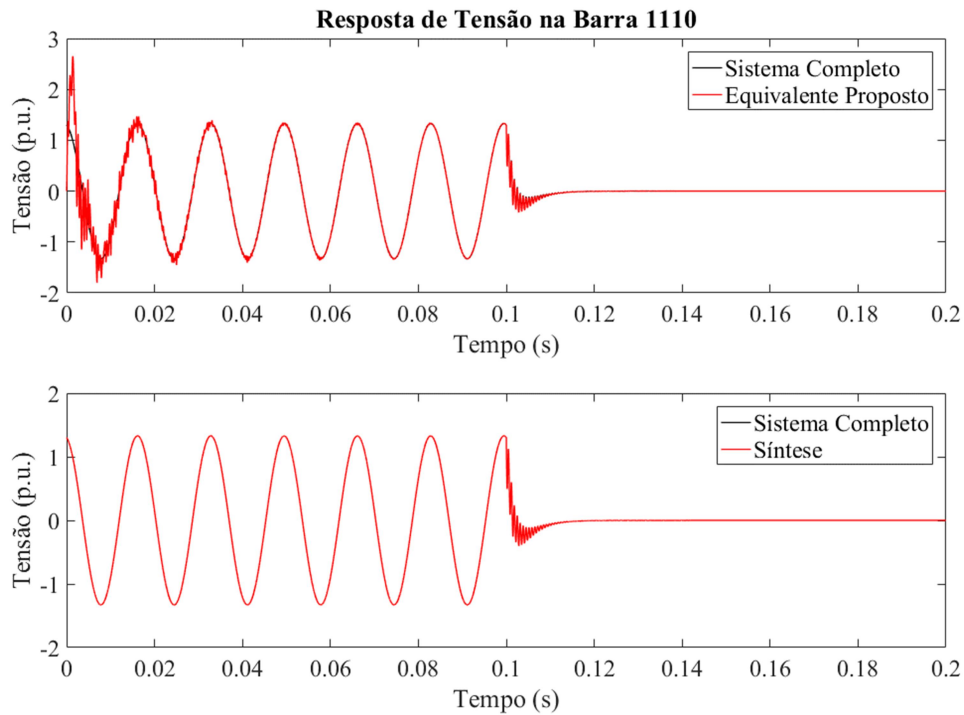


Figura 93 – Resposta de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese ao desligar a parte direita do sistema industrial.

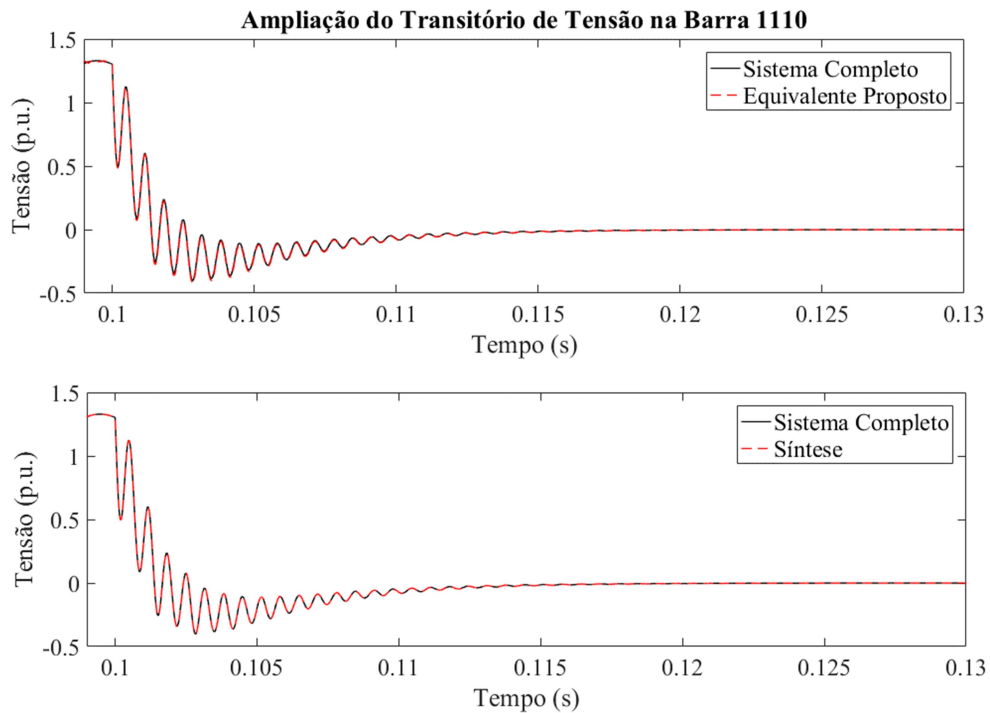


Figura 94 – Ampliação do transitório de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese ao desligar a parte direita do sistema industrial.

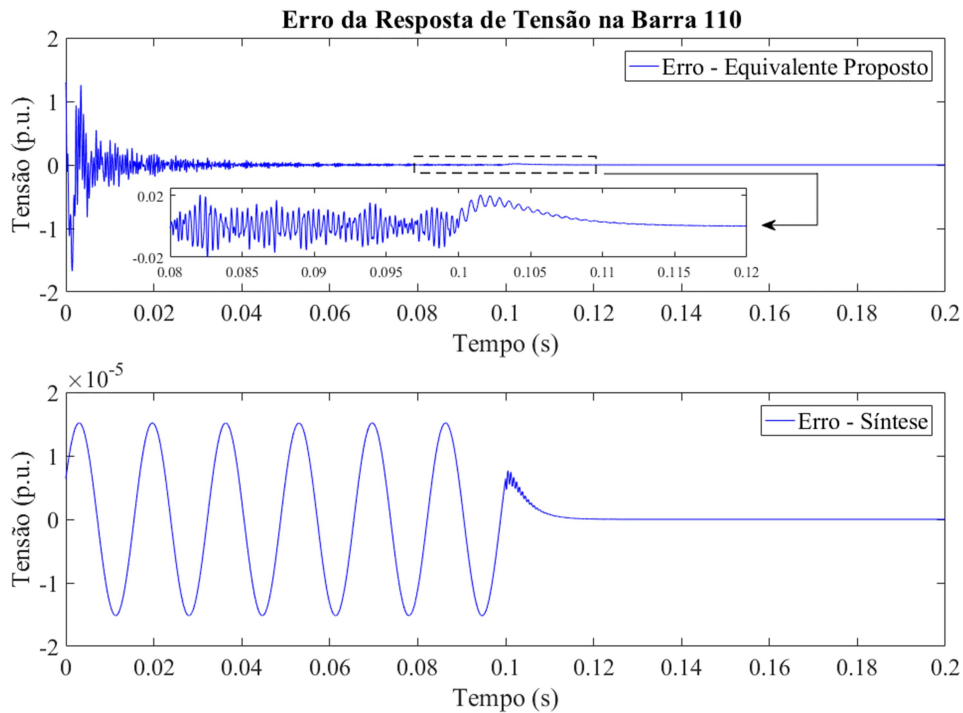


Figura 95 – Curvas de erro de tensão na barra 1110 utilizando o equivalente proposto e a síntese ao desligar a parte direita do sistema industrial.

#### 4.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nos testes realizados foi comprovada a precisão do equivalente proposto neste trabalho, superior à do equivalente estático. Tanto no primeiro quanto no segundo sistemas testados foram obtidas boas precisões da síntese e do equivalente proposto. Ainda, o número de polos do MR do segundo caso foi propositalmente maior do que o do primeiro para analisar o consumo de tempo e a influência da precisão do MR no erro da resposta do equivalente proposto. O resultado evidenciou que a inicialização da MODELS tem uma grande influência no resultado da simulação, embora em todos os casos as simulações do sistema completo e do equivalente proposto foram visualmente coincidentes. Além disso, observou-se um aumento significativo do número de cálculos feitos pela MODELS, o que fez com que o modelo proposto aumentasse consideravelmente o tempo de simulação.

O tempo computacional se mostrou a maior desvantagem deste método devido a ele ser implementado via MODELS, que é uma linguagem interpretada pelo ATP e pelo fato de que sua implementação, por ser baseada no método trapezoidal de integração numérica, possui diversos somatórios para serem calculados a cada  $\Delta t$ , o que faz com que o tempo de simulação aumente conforme a ordem do MR e a

quantidade de barras de fronteira aumentam. Entretanto, como será tratado na seção de trabalhos futuros (Item 5.2), existem diversas sugestões que podem ser estudadas para tentar contornar o problema do tempo computacional consumido pela MODELS, porém cabe-se ressaltar que esse problema pode não ocorrer em outros programas de transitórios eletromagnéticos, como o PSCAD, que faz a compilação automática dos códigos feitos pelo usuário.

O ATP também possui limitações nas quantidades de barras que um sistema pode ter e de linhas codificadas na MODELS. Assim, em um primeiro momento, existe esta desvantagem inerente ao programa. Porém o ATP permite que esses limites sejam expandidos, contornando estes obstáculos através de suas recompilações.

Assim, evidencia-se que o equivalente proposto apresentou precisões muito altas nos dois sistemas testados, ao contrário do equivalente estático, que é o equivalente mais utilizado na prática. Logo, para a utilização deste equivalente pouco preciso, necessitaria que fosse investido um tempo maior para a modelagem de mais barras no ATP para que uma precisão satisfatória fosse obtida, ocorrendo num consumo extra de tempo de preparo de dados e de modelagem do sistema [27]. Nesse sentido, o método proposto também se mostrou simples de ser construído e implementado em programas de transitórios eletromagnéticos, uma vez que se tenha um conhecimento mínimo sobre o programa utilizado e da ferramenta de criação de componentes elétricos pelo usuário, compensando seu custo computacional maior.

Por fim, o equivalente proposto para a parte ativa da área externa se mostrou muito preciso, inclusive ao ser utilizado em conjunto com o equivalente estático, que considera apenas a frequência fundamental, e com a síntese de circuitos equivalentes. Sendo então uma contribuição significativa para estudos de transitórios.

# 5. CONCLUSÕES

## 5.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram propostas duas melhorias para tornar mais eficiente o uso do VF e um método de representação, tanto da parte passiva quanto da ativa, de sistemas elétricos no domínio do tempo a partir dos MRs obtidos, com o objetivo de fornecer métodos que permitam maior rapidez, precisão e flexibilidade para a obtenção de equivalentes de redes dinâmicos e que estes sejam possível de serem implementados de forma fácil em programas de transitórios eletromagnéticos.

As melhorias propostas para o VF mostraram uma redução de tempo computacional significativa, onde a primeira, o CP, apresentou uma redução média entre 33 e 71 % de tempo computacional, obtendo picos de 83 % e casos em que não conseguiu nenhuma redução de tempo para os parâmetros utilizados nos testes. Embora tenha sido demonstrada que esta melhoria possui determinados parâmetros que, ao serem modificados, deixaria a convergência do VF mais veloz, embora estas modificações sejam menos conservadoras. A segunda melhoria, o VFFP, obteve uma redução de tempo de CPU entre 43 e 95 %, dependendo do número de partições que foram utilizadas. Adicionalmente foi demonstrada a flexibilidade de escolha da ordem do modelo reduzido em função do erro RMS desejado. Quando as duas melhorias foram utilizadas juntas, obteve-se uma redução de até 99 % do tempo consumido. Observou-se que o VFFP possui um comportamento que tende a diminuir o tempo computacional consumido durante a convergência do método conforme o número de partições aumenta, porém isso traz uma menor precisão para o resultado final. O critério de parada proposto se mostrou assertivo ao identificar o comportamento de saturação do erro RMS do VF conforme iterações são realizadas, informando quando seria um bom momento para a parada do processo de convergência do método.

Por fim, foi proposto um método para construção das partes passiva e ativa de equivalentes dinâmicos multiportas de redes elétricas. A parte passiva é feita a partir da representação de MRs de admitância da área externa, vistas das barras de fronteira, e a parte ativa a partir do cálculo da corrente de curto-circuito, também nas barras de



fronteira. Esse método é sugerido como uma alternativa ao método da síntese de circuitos elétricos equivalentes e aos equivalentes estáticos, amplamente utilizados nos estudos de transitórios eletromagnéticos. Tanto a parte passiva quanto a ativa deste método se mostraram muito precisas e de fácil implementação no ATP, onde até então não havia nenhum método além da síntese para representação de MRs no domínio do tempo. A parte passiva deste método, incluída no programa através da MODELS, se mostrou precisa, porém, a forma que foi implementada consome bastante tempo computacional em comparação com os demais métodos, sendo este o único ponto fraco desta metodologia, embora esse ponto fraco possa ser intrínseco à essa implementação realizada no ATP e não do método em si. Entre os trabalhos futuros (ver Subitem 5.2), são propostas algumas possíveis soluções a serem pesquisadas para que a MODELS consiga atuar de forma mais eficiente. A parte ativa da representação se mostrou, também, muito precisa e permite não só representar o comportamento ativo da área externa na frequência fundamental do sistema como em qualquer outra frequência que se queira estudar. Além disto, esta representação pode ser utilizada com outros métodos de representação da parte passiva, como foi mostrado neste trabalho, sendo utilizada em conjunto com a síntese e o equivalente estático, mostrando sua eficiência e flexibilidade.

## **5.2 TRABALHOS FUTUROS**

Como trabalho futuro, destaca-se a necessidade de aperfeiçoar a forma de implementação da parte passiva do equivalente de rede proposto. Como foi comentado, a MODELS é uma linguagem interpretada pelo ATP, o que diminui sua eficiência computacional. O ATP permite que novas funções, programadas em Fortran ou C, sejam adicionadas ao programa para serem compiladas, aumentando a velocidade de atuação do programa. Ainda, deve-se estudar formas alternativas de se inicializar a MODELS para tentar diminuir o transitório inicial detectados nos testes realizados.

O desenvolvimento matemático apresentado nos Subitens 4.3.1 e 4.3.1, para representação da parte passiva por MRs no domínio do tempo, foi baseado no método de integração trapezoidal, que contribui para que as equações das correntes históricas possuam diversos somatórios (ver (4.78) e (4.80)) para serem calculados a cada passo de integração, aumentando o tempo computacional, principalmente para MRs com muitos polos. Assim, propõe-se, como trabalho futuro, estudar a substituição do método de integração trapezoidal por expressões analíticas, baseada no cálculo de resíduos

modificados [54], [55] considerando a entrada constituída por uma série de pulsos retangulares, objetivando uma melhoria de tempo computacional. Propõe-se, também, a generalização deste equivalente para sistemas trifásicos, onde até o momento só foi utilizado equivalentes da sequência positiva dos sistemas testados.

Sobre o método de partição proposto, o VFFP, que obteve uma redução significativa do tempo de convergência, é sugerido como trabalho futuro a utilização de processamento paralelo para o ajuste simultâneo de diversas partições, diminuindo ainda mais o tempo dos ajustes, e um estudo mais detalhado sobre a influência do número de partições na passividade do MR obtido. Nos testes realizados, foi observado que fazer o ajuste de MRs de impedância possuía vantagens, conseguindo uma maior precisão e com menos tempo computacional e ordem do modelo. Assim, é sugerida, como trabalho futuro, a proposição de uma metodologia de utilização destes MRs de impedância para construção de equivalentes dinâmicos multiportas [56].

Durante o tempo de pesquisa e desenvolvimento desta dissertação, trabalhou-se em métodos de estimativas automáticas da ordem do VF e de um passo variante para o método de incremento de ordem automático (Subitem 2.2.5), retirando da responsabilidade do usuário a escolha desses valores e contribuindo para uma convergência do método mais rápida. Porém foi julgado pelo autor não ter obtido resultados tão bons para serem apresentados neste trabalho, necessitando de um tempo de estudo maior para seu desenvolvimento em trabalhos futuros. Pontos não estudados até então para aumentar a eficiência do VF seriam a utilização de pesos adaptativos para o VF, e uma forma de mapeamento ótimo das amostras das funções, reduzindo os pontos de ajustes, porém sem perda de informações importantes da curva da resposta em frequência.

Por último, destaca-se como trabalho futuro a implementação de todos os métodos tratados aqui no HarmZs [28], programa fornecido pelo CEPTEL para estudos de comportamento harmônico e análise modal de redes elétricas, para que possa atuar, também, em estudos de transitórios eletromagnéticos.

## REFERÊNCIAS

- [1] N. Watson e J. Arrillaga, *Power Systems Elettromagnetic Transients Simulation*, London: The Institution of Engineering and Technology, 2007.
- [2] A. de Araujo e W. Neves, *Cálculo de Transitórios Elettromagnéticos em Sistemas de Energia*, Belo Horizonte: Editora UFMG, 2005.
- [3] S. L. Varricchio, F. D. Freitas, N. Martins e F. C. Véliz, "Computation of Dominant Poles and Residue Matrices for Multivariable Transfer Functions of Infinite Power System Models," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, n. 3, pp. 1131 - 1142, Maio 2015.
- [4] S. L. Varricchio, "Modelagem e Análise de Redes Elétricas e Métodos de Redução da Ordem de Modelos Dinâmicos de Baixa e Alta Frequência," Tese de Doutorado pela Universidade de Brasília (UnB), Brasília, 2015.
- [5] S. L. Varricchio, "Representação de Modelos Racionais no Programa ATP," em *XXIV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Curitiba, 2017.
- [6] CAUE- Comite Argentino de Usuarios do EMTP-ATP, Rule Book - Alternative Transient Program, 2002.
- [7] CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, "Programa de Análise de Rede Versão 10.2.3 - Manual do Usuário," CEPEL, Rio de Janeiro.
- [8] C. O. Costa, "Equivalentes de Redes Utilizando Vizinhanças Elétricas com Possíveis Aplicações em Estudos de Harmônicos e Transitórios Elettromagnéticos," Dissertação de Mestrado pela COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2013.
- [9] C. d. O. Costa, F. C. Véliz, S. L. Varricchio, S. G. Jr e G. Taranto, "Análises de Resposta em Frequência e de Vizinhanças Elétricas para Determinação de Modelos Reduzidos de Redes para Estudos de Transitórios Elettromagnéticos," em *XIII Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica (SEPOPE)*, Foz do Iguaçu, 2014.
- [10] T. R. V. Costa e F. D. Freitas, "Equivalente Obtido de Sistemas de Potência Contendo Componentes com Parâmetros Distribuídos," em *XX Congresso Brasileiro de Automática*, Belo Horizonte, 2014.
- [11] A. Semlyen e A. Dabuleanu, "Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines With Ground Return Using Recursive Convolutions," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 94, n. 2, pp. 561-571, 1975.
- [12] S. Grivet-Talocia e B. Gustavsen, "Black-Box Macromodeling and its EMC Applications," *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*, vol. 5, n. 3, pp. 71 - 78, 2016.
- [13] B. Gustavsen e A. Semlyen, "Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol.

14, n. 3, pp. 1052 - 1061, Julho 1999.

- [14] B. Gustavsen e A. Semlyen, "Simulation of Transmission Line Transients using Vector Fitting and Modal Decomposition," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 13, n. 2, pp. 605-613, Abril 1998.
- [15] L. C. Zanetta Jr., C. E. M. Pereira, R. M. Soares e A. A. C. Arruda, "Desenvolvimento de Ferramenta Computacional para Estudos Transitórios de Alta-Frequência em Transformadores," em *II Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica (CITENEL)*, Salvador, 2003.
- [16] D. L. Alvarez, J. A. Rosero e E. E. Mombello, "Circuit Model of Transformers Windings Using Vector Fitting, for Frequency Response Analysis (FRA)," em *Workshop on Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA)*, Bogota, 2013.
- [17] B. Gustavsen, "Application of Vector Fitting to High Frequency Transformer Modeling," em *International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, New Orleans, 2003.
- [18] X. Hu, L. Chaudhari, S. Lin, S. Stanton, S. Asgari e w. lian, "A State Space Thermal Model for HEV/EV Battery Using Vector Fitting," em *IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)*, Dearborn, MI, USA, 2012.
- [19] B. Gustavsen, "Computer Code for Rational Approximation of Frequency Dependent Admittance Matrices," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 17, n. 4, pp. 1093-1098, 2002.
- [20] A. S. Morched, J. H. Ottevangers e L. Marti, "Multi-port Frequency Dependent Network Equivalents for the EMTP," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, n. 3, pp. 1402-1412, 1993.
- [21] S. L. Varricchio, F. C. Véliz, F. D. Freitas e N. Martins, "Síntese de Equivalentes Dinâmicos de Redes Elétricas Multi-Conectadas," em *XII Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica (SEPOPE)*, Rio de Janeiro, 2012.
- [22] T. Noda, "Identification of a Multiphase Network Equivalent for Electromagnetic Transient Calculations Using Partitioned Frequency Response," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, n. 2, pp. 1134 - 1142, 2005.
- [23] B. Gustavsen e H. M. Jeewantha De Silva, "Inclusion of Rational Models in an Electromagnetic Transients Program: Y- Parameters, Z-Parameters, S-Parameters, Transfer Functions," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, n. 2, pp. 1164-1174, April 2013.
- [24] B. Gustavsen e O. Mo, "Interfacing Convolution Based Linear Models to an Electromagnetic Transients Program," em *International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Lyon, 2007.
- [25] Editado por Juan A. Martinez-Velasco, *Power System Transients: Parameter Determination*, New York: CRC Press, 2010.

- [26] CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, “Programa de Análise de Faltas (ANAFAS) Versão 7.1.0 - Manual do Usuário,” CEPEL, Rio de Janeiro, 2017.
- [27] L. C. Zanetta Jr., C. E. M. Pereira e A. A. C. Arruda, “Equivalentes de Redes Elétricas para Cálculos de Transitórios Eletromagnéticos,” 2004.
- [28] CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, “Manual de Utilização do Programa HarmZs - Versão 3.0,” CEPEL, Rio de Janeiro, 2016.
- [29] I. R. Pordanjani e W. Xu, “Improvement of Vector Fitting by Using a New Method for Selection of Starting Poles,” *Electric Power Systems Research*, vol. 107, n. 1, pp. 206-212, 2014.
- [30] A. Chinae e S. Grivet-Taloci, “On the Parallelization of Vector Fitting Algorithms,” *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, vol. 1, n. 11, pp. 1761 - 1773, November 2011.
- [31] Y. S. Mekonnen, J. Schutt-Aine, J. Tan, C. Kumar e D. Milosevic, “Combining Rational Interpolation with the Vector Fitting Method,” em *IEEE 14th Topical Meeting on Electrical Performance of Electronic Packaging*, Austin, TX, USA, USA, 2005.
- [32] A. Chinae e S. Grivet-Talocia, “A Parallel Vector Fitting implementation for fast macromodeling of highly complex interconnects,” em *IEEE 19th Conf. Electr. Perform. Electron. Packag. Syst.*, Austin, 2010.
- [33] A. Ramirez, “Vector Fitting-Based Calculation of Frequency-Dependent Network Equivalents by Frequency Partitioning and Model-Order Reduction,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 24, n. 1, pp. 410 - 415, 2009.
- [34] S. Grivet-Talocia, “Improving the Convergence of Vector Fitting for Equivalent Circuit Extraction From Noisy Frequency Responses,” *IEEE Transactions on Electromagnetic compatibility*, vol. 48, n. 1, pp. 104 - 120, 2006.
- [35] Y. Hu, W. Wu and B. Zhang, "A Fast Method to Identify the Order of Frequency-Dependent Network Equivalents," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 54-62, 2016.
- [36] E.-P. Li, E.-X. Liu, L.-W. Li e Mook-SengLeong, “A Coupled Efficient and Systematic Full-Wave Time-Domain Macromodeling and Circuit Simulation Method for Signal Integrity Analysis of High-Speed Interconnects,” *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, vol. 27, n. 1, pp. 213 - 223, Fevereiro 2004.
- [37] D. Deschrijver, M. Mrozowski, T. Dhaene e D. De Zutter, “Macromodeling of Multiport Systems Using a Fast Implementation of the Vector Fitting Method,” *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 18, n. 6, pp. 383-385, 2008.
- [38] T. M. Campello, S. L. Varricchio, C. D. O. Corsta e G. N. Taranto, “Estratégia para o Uso Eficiente do Método de Ajuste Vetorial para a Obtenção de Modelos Reduzidos de Redes Elétricas,” em *XXIV Seminário*

*Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Curitiba, 2017.

- [39] T. Noda, "A Binary Frequency-Region Partitioning Algorithm for the Identification of a Multiphase Network Equivalent for EMT Studies," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, n. 2, pp. 1257-1258, 2007.
- [40] F. C. Véliz, "Equivalentes Dinâmicos de Redes Elétricas de Grande Porte Utilizando Análise Modal," Dissertação de Mestrado pela COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.
- [41] E. O. Kontis, T. A. Papadopoulos, A. I. Chrysochos e G. K. Papagiannis, "Measurement-Based Dynamic Load Modeling Using the Vector Fitting Technique," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, n. 1, pp. 338-351, 2018.
- [42] L. M. Silveira, I. M. Elfadel, J. K. White, M. Chilukuri e K. S. Kundert, "Efficient Frequency-Domain Modeling and Circuit Simulation of Transmission Lines," *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology - Part B*, vol. 17, n. 4, pp. 505 - 513, 1994.
- [43] W. H. A. Schilders, H. A. v. d. Vorst e J. Rommes, *Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications*, Springer, 2008.
- [44] D. E. I. Rojas, "Métodos de Redução de Ordem Aplicados a Sistemas de Potência," Dissertação de Mestrado pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, 1994.
- [45] K. Zhou, J. C. Doyle and K. Glover, *Robust and Optimal Control*, New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [46] B. Gustavsen, "Vector Fitting Web Page," SINTEF, [Online]. Available: <https://www.sintef.no/projectweb/vectfit/>. [Acesso em Outubro 2018].
- [47] U. D. Annakkage, N. K. C. Nair, Y. Liang, A. M. Gole, V. Dinavahi, B. Gustavsen, T. Noda, H. Ghasemi, A. Monti, M. Matar, R. Iravani e J. A. Martinez, "Dynamic System Equivalents: A Survey of Available Techniques," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, n. 1, pp. 411-420, 2012.
- [48] T. M. Campello, S. L. Varricchio e G. N. Taranto, "Representation of Multiport Rational Models in the ATP - Lumped Networks Results," em *VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE)*, Niterói, 2018.
- [49] A. C. S. Lima, B. Gustavsen e A. B. Fernandes, "Inaccuracies in Network Realization of Rational Models Due to Finite Precision of RLC Branches," em *International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Lyon, 2007.
- [50] C. M. Close, *The Analysis of Linear Circuits*, Hardcourt Brace Jovanovich, Inc, 1966.
- [51] S. L. Varricchio, S. Gomes Jr e R. D. Rangel, "Three Winding Transformer s Domain Model for Modal Analysis of Electrical Networks," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 33, n. 3, pp. 571-582,

2011.

- [52] F. C. Véliz, S. L. Varricchio e S. G. Jr, “Equivalentes Dinâmicos para Estudos de Harmônicos Usando Análise Modal,” em *X Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica (SEPOPE)*, Florianópolis, 2006.
- [53] R. L. Boylestad, *Introductory Circuit Analysis*, 11ª Edição ed., Nova Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007.
- [54] S. Gomes Jr., N. Martins, S. L. Varricchio e C. Portela, “Modal Analysis of Electromagnetic Transients in AC Networks Having Long Transmission Lines,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, n. 4, pp. 2623-2630, 2005.
- [55] S. Gomes Jr., S. L. Varricchio, N. Martins e C. Portela, “Results on Modal Analysis to Speed-up Electromagnetic Transient Simulations,” em *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, São Francisco, 2005.
- [56] N. Martins, P. C. Pellanda e J. Rommes, “Computation of Transfer Functions Dominant Zeros With Applications to Oscillation Damping Control of Large Power Systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, n. 4, pp. 1657-1664, 2007.
- [57] Editado por Akihiro Ametani, *Numerical Analysis of Power System Transients and Dynamics*, London: The Institution of Engineering and Technology, 2015.
- [58] L. Dubé, I. Bonfanti, M. T. C. d. Barros e V. Vanderstockt, “Using the Simulation Language "MODELS" With EMTP,” em *11th Power Systems Computation Conference*, Avignon, 1993.
- [59] L. Kraulich, “Análise Estocástica de Transitórios em Subestações Utilizando o Método de Monte Carlo Integrado ao ATP,” Dissertação de Mestrado pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, 2016.
- [60] L. Dubé, “MODELS Technical Note,” *Encontrado em: <http://ps.eei.eng.osaka-u.ac.jp/jaug/>*.
- [61] S. L. Varricchio, N. Martins e L. T. G. Lima, “A Newton–Raphson Method Based on Eigenvalue Sensitivities to Improve Harmonic Voltage Performance,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, n. 1, pp. 334-342, 2003.
- [62] “Matlab Documentation,” Mathworks, Inc., [Online]. Available: [https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/dos.html?searchHighlight=dos&s\\_tid=doc\\_srchtile](https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/dos.html?searchHighlight=dos&s_tid=doc_srchtile). [Acesso em 2018].

# ANEXOS

## A.1 ALTERNATIVE TRANSIENTS PROGRAM (ATP)

### A.1.1 INTRODUÇÃO

O Programa de Transitórios Alternativos, versão do Programa de Transitórios Eletromagnéticos, ou *ElectroMagnetic Transients Program, Alternative Transients Program Version* (EMTP-ATP) conhecido amplamente apenas como ATP, é um programa não-comercial de simulação de transitórios eletromagnéticos particulares em sistemas elétricos de potência, baseado no programa de desenvolvimento aberto EMTP [57], ou seja, é usado para resolver equações algébricas e equações diferenciais ordinárias (EDO) e/ou parciais (EDP) que são associadas aos diversos modelos de componentes de redes elétricas que o programa possui que, de acordo com [6], são eles:

- Resistências, indutâncias e capacitâncias concentradas;
- Modelos polifásicos de LTs PI-equivalente, onde os valores de R, L e C são fornecidos como matrizes quadradas, permitindo representar LTs com parâmetros linearmente acoplados ou desacoplados;
- Modelos polifásicos de LTs com parâmetros distribuídos, onde constantes de propagação de ondas são representados e permitindo, ainda, a representação de parâmetros dependentes da frequência;
- Resistores e indutores não-lineares e resistores variáveis no tempo;
- Modelos de transformadores ideais, com saturação no núcleo, entre outros;
- Chaves controladas pelo tempo, controladas por tensão e chaves com controle estatístico. Entre estas chaves, estão inclusos: diodos, triacs e tiristores;
- Fontes de tensão e corrente, que podem ser do tipo rampa, degrau, cossenoidal, surto ou, ainda, especificadas pelo usuário via



especificação ponto a ponto em função do tempo, em função pré-definida pelo usuário ou através de controle via TACS ou MODELS (módulos que serão definidos a seguir);

- Máquinas elétricas rotatórias, onde a mais convencional é a máquina síncrona trifásica. Entretanto, máquinas de indução ou de corrente contínua podem ser representadas. Ainda, é possível representar reguladores de tensão e velocidade através de controle via TACS ou MODELS.

O ATP utiliza a integração implícita trapezoidal para descrever as equações diferenciais pertencentes ao sistema simulado, transformando-as em equações reais e algébricas que são resolvidas simultaneamente em cada tempo de integração ( $\Delta t$ ). Essas equações são colocadas na formulação de admitâncias nodais, com as tensões do próximo  $\Delta t$  como variáveis [6]. São utilizados algoritmos de esparsidade das matrizes do sistema, o que faz com que a solução, em geral, seja bastante rápida. Porém, esse método de solução possui ressalvas em situações de mudanças de topologia do circuito, especialmente, quando correntes indutivas são chaveadas [57].

Como é possível observar na Figura 96, o ATP possui o módulo de simulação no domínio do tempo como sendo seu módulo principal, porém que atua em conjunto com outros módulos auxiliares, que disponibilizam rotinas para modelagens de cabos e LTs áreas e subterrâneas; para modelagem parâmetros dependentes da frequência; para modelagem precisa de transformadores; determinação de parâmetros de modelos a partir de dados de projeto ou de ensaios; entre outros.

Além disso, o ATP possui algoritmos para cálculo de fluxo de potência, para definir automaticamente as condições iniciais de regime permanente para as equações diferenciais de vários dos componentes que o programa possui, embora permita que o usuário faça essa definição [6]. Através da utilização deste algoritmo, é possível realizar análises no domínio da frequência ou análises harmônicas [57].

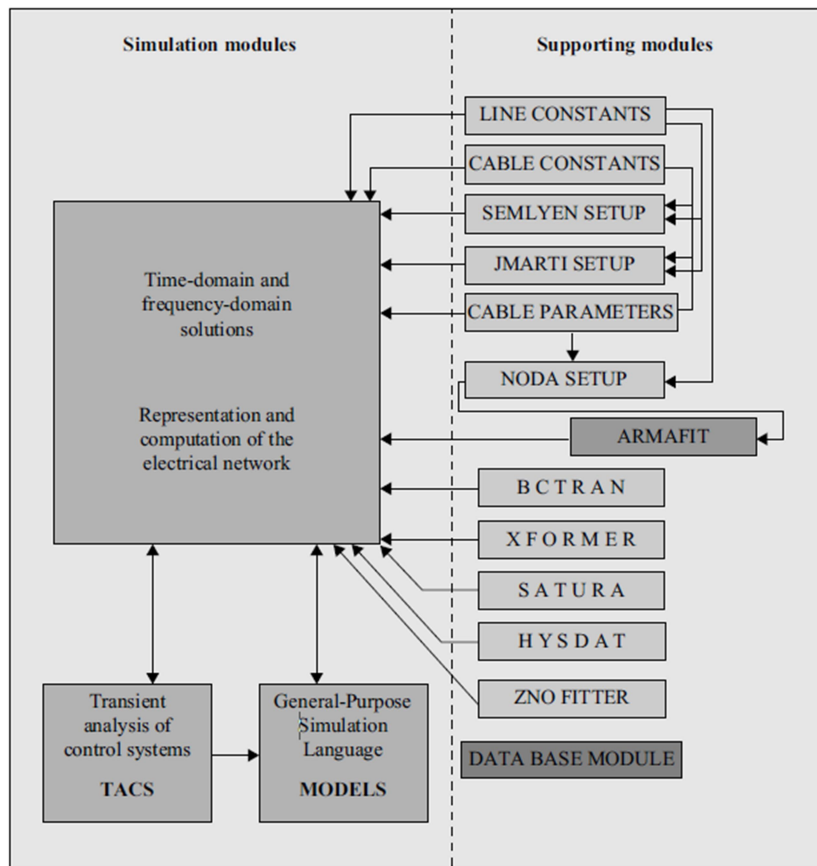


Figura 96 - Módulos de simulação e de suporte aos cálculos do ATP. Fonte: [57]

Na Figura 96 é possível observar dois módulos de simulação que podem atuar em conjunto com o módulo principal de simulação do ATP, que são o TACS, Sistema de Controle para Análise de Transitórios ou, em inglês, *Transient Analysis of Control Systems*, e a MODELS. No TACS, qualquer sistema de controle pode ser construído através de diagramas de blocos, enquanto a MODELS é uma linguagem de simulação criada para permitir que o usuário represente modelos próprios de componentes elétricas e sistemas variantes no tempo dentro do ATP.

O TACS foi desenvolvido originariamente para simulação de controles de conversores de sistemas de transmissão em corrente contínua de alta tensão. Porém, também são muito utilizadas para simulações de: sistemas de excitação de máquinas síncrona; equipamentos de eletrônica de potência; arcos elétricos e sistemas de proteção. Eles recebem dados elétricos, como tensão ou corrente em um determinado nó do sistema, ou outro sinal de controle, dos componentes elétricos que permitem a sua utilização conjunta com o TACS e fazem o processamento separadamente do circuito elétrico em cada  $\Delta t$ , o que acaba resultando em um atraso de resposta [57]. Na Figura

97, Figura 98 e Figura 99 são mostrados elementos que permitem a utilização dos TACS interconectados com o restante dos componentes elétricos.

Source	Icon	Source	Icon
<b>Circuit variable</b> Node voltage, Switch current, Machine variable, Switch status		<b>MODELS variable</b> MODELS output	
<b>DC step – 11</b>		<b>AC cosine – 14</b>	
<b>Pulse train – 23</b>		<b>Ramp sawtooth – 24</b>	

Figura 97 – Fontes de tensão que permitem a utilização de TACS. Fonte: [57]

Transfer function	Icon	Transfer function	Icon
<b>General</b> Order 0–9, Input 1–5, Fixed and named Limits		<b>Order 1</b> Order 0–1, Input 1, Dynamic icon Fixed and named Limits	
<b>Integral</b>		<b>Derivative</b>	
<b>Low pass</b>		<b>High pass</b>	

Figura 98 – Funções de Transferências utilizadas pelo TACS. Fonte: [57]

Device	Icon	Device	Icon
<b>Frequency sensor – 50</b>		<b>Simple derivative – 59</b>	
<b>Relay switch – 51</b>		<b>Input IF – 60</b>	
<b>Level triggered switch – 52</b>		<b>Signal selector – 61</b>	
<b>Transport delay – 53</b>		<b>Sample &amp; track – 62</b>	
<b>Pulse delay – 54</b>		<b>Inst min/max – 63</b>	
<b>Digitizer – 55</b>		<b>Min/max track – 64</b>	
<b>User def nonlin – 56</b>		<b>Accumulator and counter – 65</b>	
<b>Multiple open/close switch – 57</b>		<b>Rms meter – 66</b>	
<b>Controlled integrator – 58</b>			

Figura 99 – Dispositivos que utilizam TACS. Fonte: [57]

A MODELS é uma linguagem de programação interpretada e de livre formatação que foi construída com base na linguagem Pascal, estruturada para possuir

sintaxe e funções específicas para aplicação na representação de sistemas dinâmicos que operam no domínio do tempo contínuo. Em relação ao TACS, a MODELS não limita o usuário a componentes pré-definidos, mostrados nas figuras anteriores. Permite, ainda, não só a representação de sistemas de controle como a modelagem de componentes elétricos através das MODELS *type 94*, com a programação de novas funções, algoritmos e processos [58]. A MODELS será discutida em detalhes no Item A.1.2, uma vez que este trabalho tem como proposta utiliza-lo para incluir equivalentes dinâmicos no ATP.

Por fim, o ATP possui programas de pré-processamento gráfico, onde os mais conhecidos são: o ATPDraw, que foi o primeiro programa de pré-processamento do ATP, gratuito e o mais utilizado entre eles; e o ATPDesigner. O ATPDraw, criado inicialmente para fins educacionais, conta com uma biblioteca própria especializada para sistemas elétricos de potência, contando modelos de cargas, filtros, reles de proteção, entre outros. Para a visualização de gráficos e pós-processamento dos resultados, o ATPDraw incorpora outros programas como o PlotXY. O ATPDesigner é comercializado desde 2007, mas possuindo uma versão gratuita com limitações em relação às funções e ao número de elementos em tela. Sendo a principal diferença entre os dois, a forma de visualização dos componentes dos circuitos elétricos e da visualização de gráficos e pós-processamento [59].

Programas de pré-processadores de dados foram criados visando contornar dificuldades de utilização do ATP devido ao seu formato rígido preestabelecido de definição de dados, que tornava impeditivo uma ampla utilização devida à necessidade de conhecimento deste formato. Este tipo de programa gera automaticamente o arquivo padrão estruturado de entrada de dados e permite facilmente a sua simulação pelo ATP, através de um circuito montado de forma facilitada e visual [59].

### **A.1.2 MODELS**

Como foi dito anteriormente, a MODELS permite a descrição de um sistema de controle definido pelo usuário e/ou seu próprio componente elétrico através de uma linguagem própria baseada em Pascal. Essa linguagem possui suporte a uso de funções condicionais ou laços lógicos amplamente conhecidos como *if*, *while* e *for*, e possibilita a criação de variáveis, vetores, equações diferenciais, FT, integrais, polinômios e

funções externas. Uma das principais vantagens de se implementar essa linguagem é de separar a descrição dos modelos de componentes elétricas e sistemas de controle do código fonte do ATP, além de promover um ambiente simples e padronizado e que tem acesso a diversos parâmetros do sistema elétrico e dos componentes, como tensão, corrente, sinais de controle ou variáveis internas de simulação, como o tempo [58].

Com isso, modelos complexos podem ser descritos com operações que podem ser alteradas dinamicamente, durante o tempo de simulação. Ainda, é permitido que limitados conjuntos de equações lineares possam ser resolvidas de forma matricial, usando o método de eliminação Gaussiana. Existe a possibilidade, também, de se especificar algoritmos e equações para serem resolvidas por processos iterativos, resolvidos por grupos de equações não lineares.

Portanto, a MODELS fornece ao usuário a possibilidade de desenvolver modelos de componentes elétricos e algoritmos de controle complexos que não seriam possíveis de serem descritos utilizando o TACS. Ademais, permite que o usuário tenha acesso as condições iniciais dos componentes descritos e, também, a possibilidade de alterá-los.

O funcionamento das MODELS é dividida em duas etapas. A primeira é a inicialização de parâmetros, que é executada apenas em  $t = 0$  e valores históricos e condições iniciais podem ser definidas. A segunda etapa é onde fica definido toda a forma de operação de componente que se quer representar pelo MODEL. Essa etapa é repetida a cada  $\Delta t$  e os valores de cada variável e parâmetros de saída e históricos são atualizados, considerando os parâmetros de entrada lidos.

Por fim, cabe ressaltar que a MODELS permite que funções e programas externos sejam conectados ao ATP e à operação da própria MODELS, sem que seja necessário modificações complexas no código fonte do programa.

A seguir é explicado cada uma das MODELS *type 94*, tipo de MODELS que permite a representação de componentes elétricos não lineares, incluídos no ATP. Todas as informações dadas a seguir são baseadas em experiências próprias do autor deste trabalho e com base nas seguintes referências: [57] [6] [58] [60]. No Apêndice A.1.3 é comentado mais sobre as funções incluídas na MODELS.

#### **A.1.2.1. Componente MODELS *Type 94***

A MODELS *type 94* permite que o usuário simule componentes elétricos monofásicos ou polifásicos que são conectados diretamente ao circuito, tendo sua solução feita em junto com a solução do próprio circuito, diferente da MODELS padrão que interage com o circuito apenas como um controle.

Toda a descrição da operação e modelo do componente representado pela MODELS *type 94* é feita na mesma interface MODELS padrão, podendo inclusive utilizar as mesmas funções. Entretanto, esse modelo de componente deve se adequar em um dos quatro tipos de estruturas que são previamente definidas de variáveis de entrada e saída. Essas estruturas são do tipo: *Thevenin*; *Norton*; *Norton-Transmission* e *Iterated*, como é possível ver na Figura 100, e em cada um dos casos a conexão com o circuito é definida em termos elétricos, em função da corrente e da tensão dos pontos de conexão.

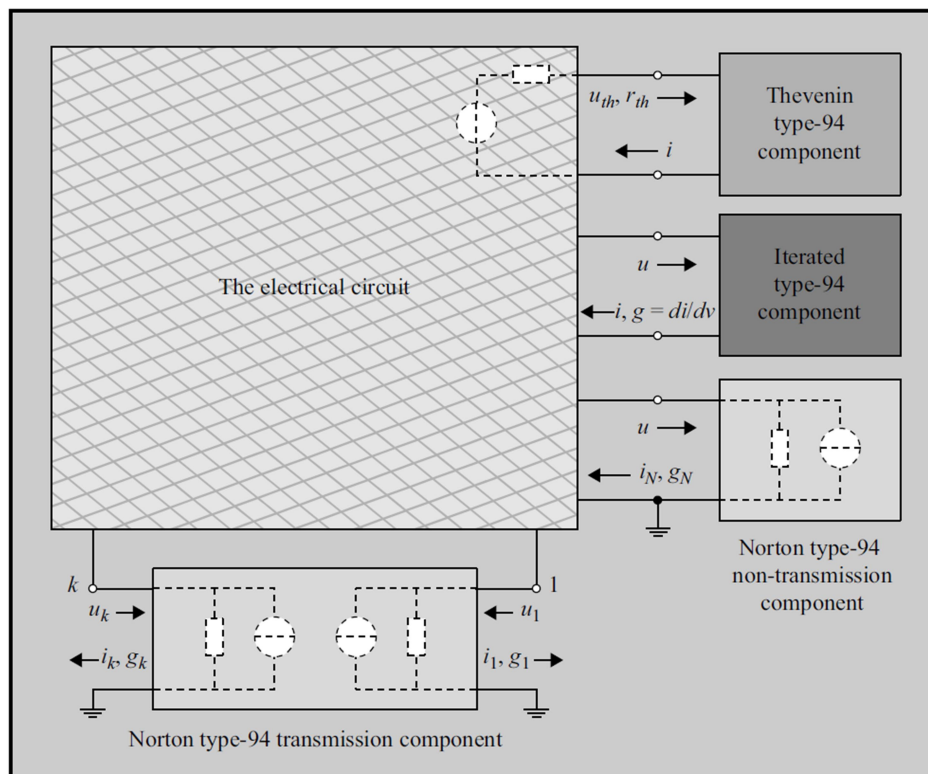


Figura 100 – Diferentes tipos de componentes MODELS type 94 e como eles se comunicam com o ATP.

Fonte: [57]

O *type-94 Thevenin* observa o restante do circuito linear como um equivalente de Thevenin, dando ao usuário os valores da tensão e da resistência de Thevenin como dados de entrada do componente, e a cada iteração deve fornecer para o circuito a corrente de saída do componente.

O *type-94 Iterated* também observa o restante do circuito linear como um equivalente de Thevenin, porém como saída do modelo ele fornece para o programa a corrente de saída do componente e a sua impedância instantânea ( $di/dv$ ). Para esse componente, esses valores fornecidos para o programa são utilizados durante as iterações do método de Newton utilizado no ATP para resolver o sistema a cada  $\Delta t$ .

Ambos estes tipos de MODELS fornecem uma solução sincronizadas com o restante do circuito. Porém para o *type-94 Thevenin*, a MODELS que resolve as equações do circuito de Thevenin, enquanto para o *type-94 Iterated* essa solução é feita pelo próprio ATP junto com o restante do circuito. Ademais, o *type-94 Thevenin* só permite que seja conectada 1 MODELS por circuito, enquanto o *type-94 Iterated* e o *type-94 Norton/Norton-Transmission* permitem múltiplos conectados simultaneamente.

Por último, o *type-94 Norton* e o *Norton-Transmission* é visto pelo sistema como equivalentes de Norton, assim, a cada  $\Delta t$  ele recebe a tensão nodal de uma ou duas barras, variando para o caso do *type-94 Norton* ou *Norton-Transmission*, e fornece para o sistema um valor de admitância conectada à terra (admitância notal) e da fonte de corrente histórica. Esses dois valores podem variar durante todo o tempo de simulação e ambos são usados na solução do circuito, feito pelo ATP, no próximo passo de integração. De modo que, sempre que a admitância é modificada, faz com que haja um atraso na resposta de componentes modelados de um  $\Delta t$ . Entretanto, esse tipo de MODELS é facilmente sincronizado com o restante do circuito utilizando o método trapezoidal de integração para fazer a descrição do componente, principalmente quando são componentes passivos.

Toda vez que o valor da admitância nodal é alterado o ATP precisa retriangularizar a matriz de admitância do circuito, o que faz com que seja incluído o atraso de  $\Delta t$  e, por conseguinte, inclui um transitório na resposta no tempo, embora este transitório não costume se significante. Tendo isso em vista, esse MODELS é mais eficiente quando se tem valores de admitância constantes no tempo. Ademais, o *type-94 Norton* não possui acréscimos de tempo de execução com a modificação do valor da fonte de corrente histórica.

Em questão de tempo computacional, o *type-94 Norton* costuma ser mais que os dois outros tipos de MODELS, uma vez que não precisa que o ATP calcule o equivalente de Thevenin do circuito para cada  $\Delta t$  da simulação e por que não requer nenhum processo iterativo adicional, como é no caso do *type-94 Iterated*. Entretanto, como será visto no Subitem A.1.2.2, a confecção do equivalente do Thevenin pode

consumir um tempo computacional pouco significativo, permitindo que o *type-94 Thevenin* seja mais rápido.

Concluindo, considerando a representação de componente elétricos, o *type-94 Norton* oferece ao usuário uma maior flexibilidade por permitir um acesso direto à matriz de admitância da solução do ATP. Não obstante, como essa admitância é nodal permite que se atribua uma funcionalidade a mais para o *type-94 Norton-Transmission*: isolar os dois circuitos em subredes. Cada um dos lados deste MODELS possui sua própria admitância conectada a terra e sua própria fonte de corrente histórica. Esse tipo de interpretação não é possível nos demais tipos de MODELS.

### A.1.2.2. Comparações entre as MODELS *type-94*

Neste subitem serão comparados os três tipos de MODELS (o *type-94 Norton-Transmission* não será testado por ter o mesmo funcionamento que o *type-94 Norton*) comentados utilizando um sistema pequeno de 3 barras mostrado na Figura 101 e apresentado em [61]. Os dados deste sistema são fornecidos no Apêndice A.2.1. O mesmo possui 2 cargas RLC e uma RL, onde a carga RLC conectada a barra 3 será substituída pelas MODELS e terão suas respostas no tempo comparadas.

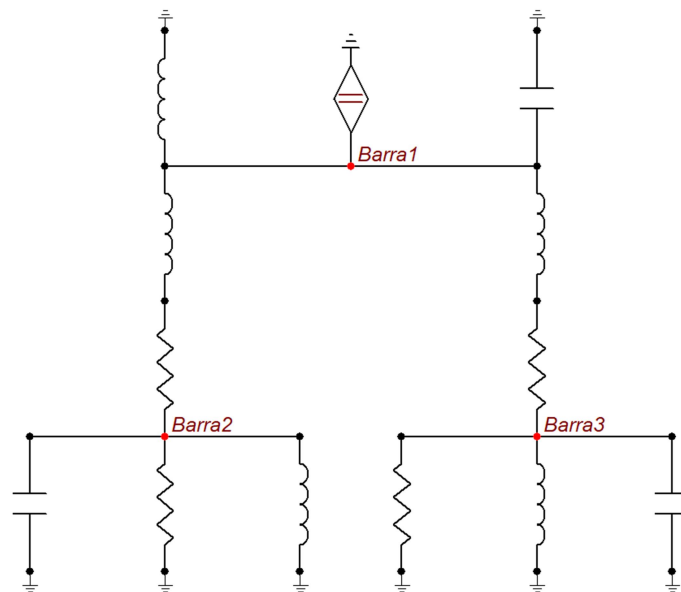


Figura 101 – Sistema teste de 3 barras.



O primeiro teste foi utilizando a fonte de corrente contínua do sistema original sendo aplicada aos 0.001 segundos e as curvas de tensão utilizando o sistema modelado de forma completa e substituindo a carga RLC conectada na barra 3 pelas MODELS *type94 Norton*, *Iterated* e *Thevenin*, como são mostrados na Figura 102.

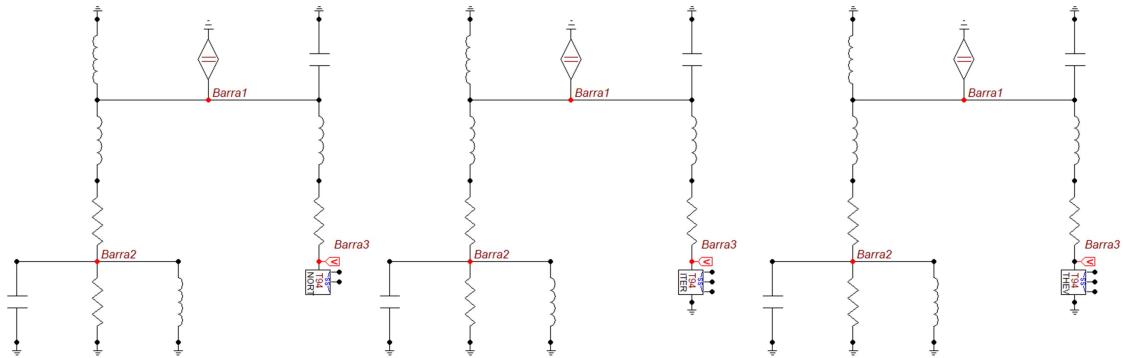


Figura 102 – Sistema teste de 3 barras com uma das cargas RLC substituída por MODELS. Circuito 1 utiliza o *type94-Norton*; o circuito 2 o *Iterated*; e o 3 utiliza o *Thevenin*.

Na Figura 103 são mostradas as curvas de tensão da barra 3 para os 4 circuitos (Completo, com *Norton*, com *Thevenin* e com *Iterated*) e é possível observar que as curvas estão visualmente sobrepostas. Na Figura 104 é feita uma comparação das curvas de erro de cada circuito que utiliza a MODELS e é observado que não possui erro de resposta entre nenhuma das curvas.

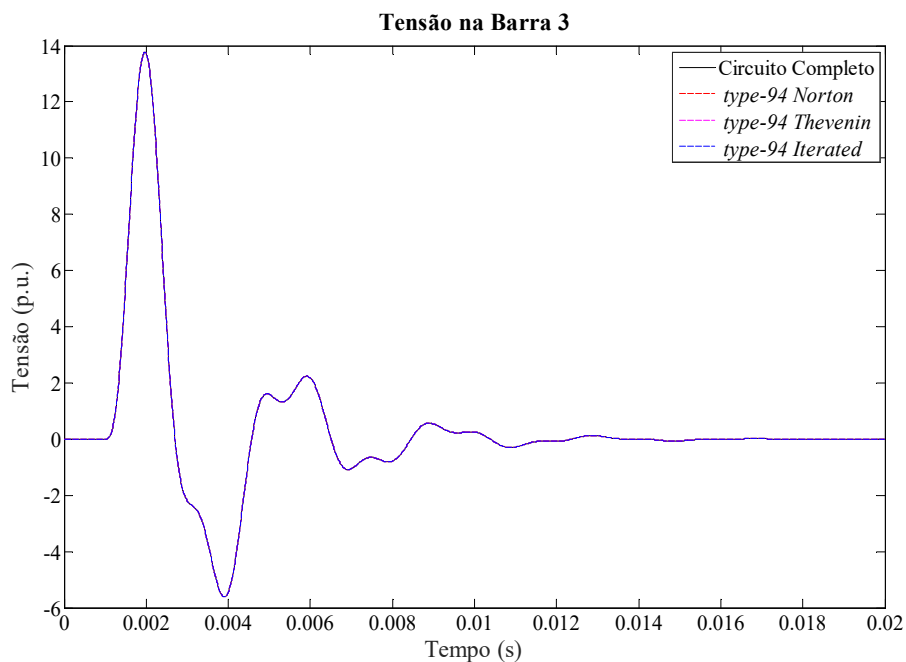


Figura 103 – Comparação da curva de tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de corrente contínua sendo injetada na barra 1 aos 0.001 segundos.

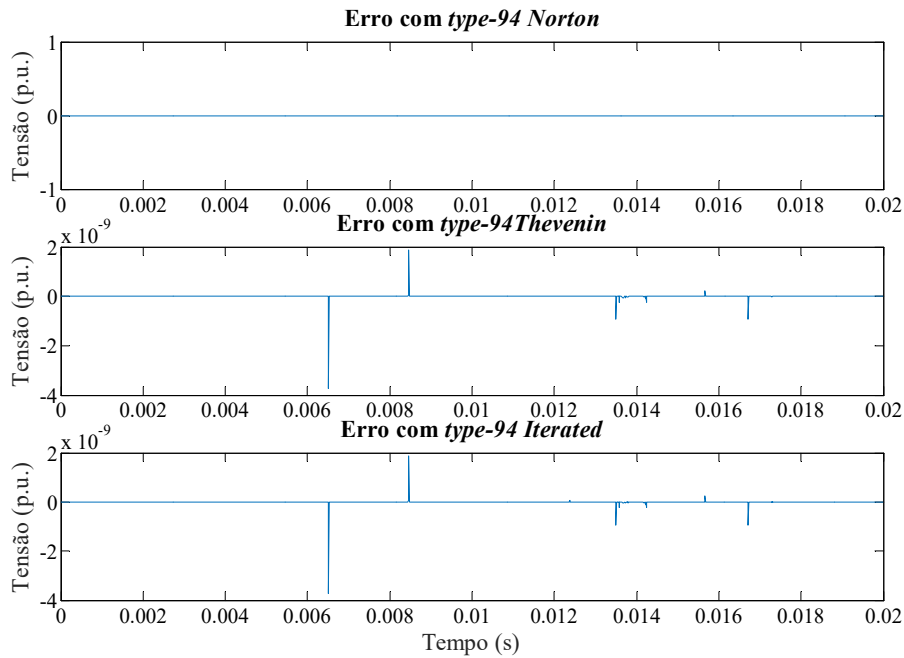


Figura 104 – Curvas de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de corrente contínua sendo injetada na barra 1 aos 0.001 segundos.

Por fim, na Tabela 12 é mostrado o tempo de simulação de cada circuito proposto nestes testes durante 10 simulações feitas consecutivamente e uma média de tempo. Observa-se que o *Norton* se mostrou mais rápido, como já era esperado. O tempo foi medido utilizando o MatLab [62] e o código feito também é mostrado no Apêndice A.1.4

Tabela 12 – Tempos computacional, em segundos, de 10 simulações consecutivas feitas para cada um dos circuitos do sistema teste de 3 barras com uma fonte de corrente sendo injetada na barra 1 aos 0.001 segundos.

Simulação	Tempo (s)			
	Sistema Completo	Norton	Thevenin	Iterated
1	1.1176	1.3361	1.3383	1.3236
2	1.2189	1.3278	1.3311	1.4405
3	1.2171	1.3275	1.4356	1.3388
4	1.2181	1.3290	1.3275	1.4381
5	1.2204	1.3311	1.3274	1.3289
6	1.2175	1.3269	1.3287	1.3298
7	1.2194	1.3275	1.3277	1.4376
8	1.2191	1.3314	1.3448	1.3248
9	1.2174	1.3389	1.3260	1.4380
10	1.2201	1.3277	1.3301	1.4410
Media	1.2085	1.3304	1.3417	1.3841

Para um segundo teste a fonte de corrente contínua foi substituída por uma fonte de tensão alternada que é utilizada desde o início da simulação. Na Figura 105 e na Figura 106 são mostradas as curvas de tensão e de erro das simulações feitas com os diversos tipos de MODELS.

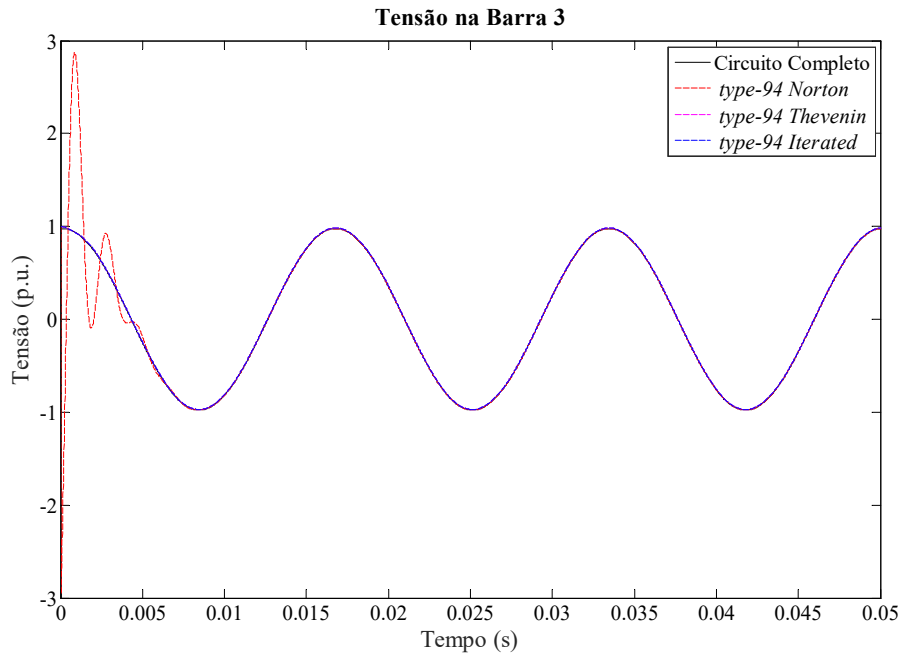


Figura 105 – Comparação da curva de tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo inicializada com o sistema.

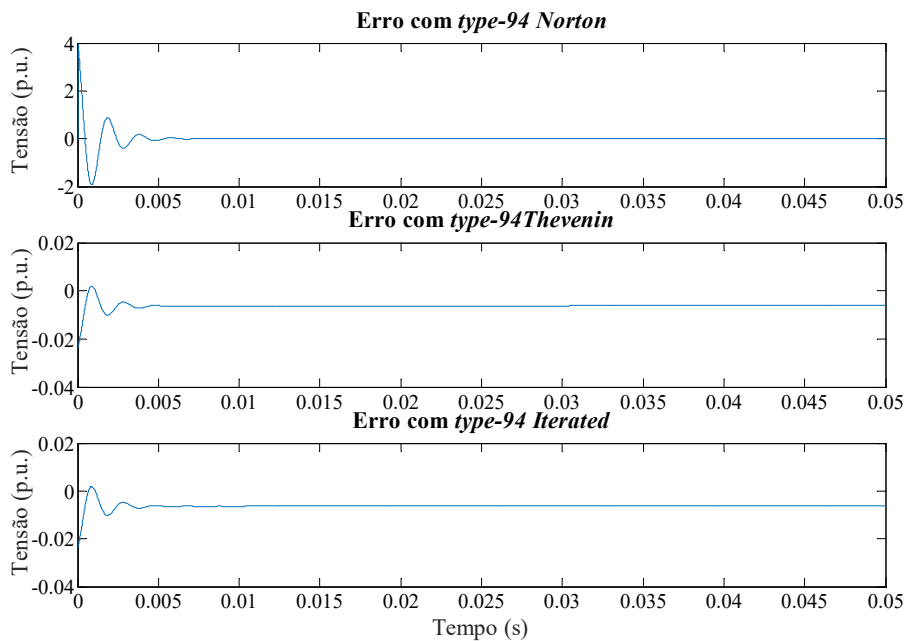


Figura 106 – Curvas de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo inicializada com o sistema.

Para este caso é possível observar que em todas as MODELS existe um erro no início da simulação. Isso se deve ao fato de que, como comentado anteriormente, o ATP só considera os componentes lineares do circuito para fazer a inicialização do sistema. Assim, todas as barras são inicializadas considerando que não existe nenhuma carga na barra 3 e em  $t = 0$  as MODELS são conectadas ao sistema. Para o *type-94 Norton*, o erro se mostra maior porque ao ser conectado ao sistema ele faz a retriangularização. Neste caso, ocorre a inclusão de um  $\Delta t$  de atraso em sua resposta. Isto, na prática, funciona como se tivesse ocorrido um chaveamento, devido a conexão da carga neste instante. Ou seja, acaba sendo uma situação diferente da dos demais tipos de MODELS.

Ainda, na Tabela 13 é mostrado o tempo de simulação de cada circuito proposto nestes testes durante 10 simulações feitas e a média de tempo. Para este caso, observa-se que o *type-94 Thevenin* foi, em média, mais rápido que as demais MODELS. Isso se deve ao fato de que o circuito não é muito grande, então o custo computacional para montar o equivalente de Thevenin não foi tão significativo.

*Tabela 13 – Tempos computacional, em segundos, de 10 simulações consecutivas feitas para cada um dos circuitos do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo inicializada com o sistema.*

Simulação	Tempo (s)			
	Sistema Completo	Norton	Thevenin	Iterated
1	1.3287	1.5561	1.4390	1.5439
2	1.3251	1.5465	1.4372	1.5463
3	1.3285	1.5466	1.4374	1.5477
4	1.3291	1.5483	1.4391	1.5590
5	1.3431	1.4348	1.4524	1.5507
6	1.3419	1.5516	1.4423	1.6535
7	1.4441	1.4488	1.4497	1.5459
8	1.4461	1.4357	1.4380	1.6624
9	1.3295	1.5477	1.4521	1.5642
10	1.4418	1.4383	1.4363	1.5571
Media	1.3658	1.5054	1.4423	1.5731

Para confirmar que o erro apresentado na Figura 106 é algo intrínseco à forma em que as MODELS são consideradas pelo ATP, é proposta uma nova série de simulações, onde: na primeira a fonte de tensão alternada é ligada apenas em 0.002 segundos; na segunda, o *type-94 Norton* é programado para retirar a resistência da carga RLC em  $t = 0.02$  para que seja observado o efeito da re-triangularização da matriz de

admitância do sistema e inclusão do atraso na resposta no tempo. Por último é feita uma modificação no código do *type-94 Norton* para que sua corrente inicial seja igual a 0 e a carga RLC do sistema completo seja chaveada, conectando-a em  $t = 0$ .

A Figura 107 e a Figura 108 mostram as curvas de tensão e de erro das simulações feitas para com os diversos tipos de MODELS considerando, desta vez, que a fonte de tensão só é adicionada ao circuito aos 0.002 segundos. Assim o sistema todo é inicializado com uma tensão nula. Por conseguinte, evitando o erro de inicialização do ATP por não considerar as MODELS durante a inicialização. Na Figura 107 é visto que todas as curvas são visualmente coincidentes, enquanto na Figura 108 é visto que não existe erro entre nenhum das MODELS e o sistema completo.

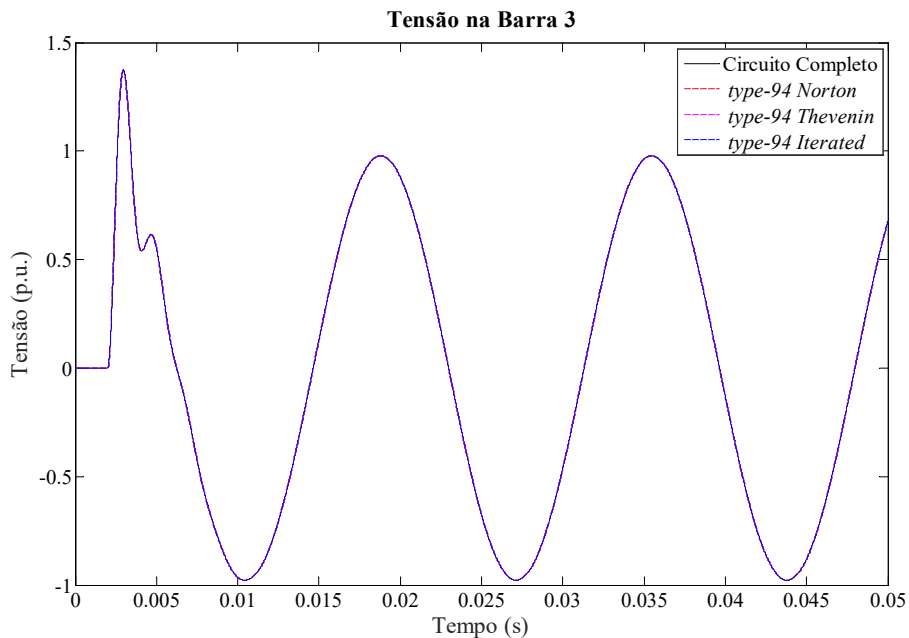


Figura 107 – Comparação da curva de tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo incluída no sistema aos 0.002 segundos.

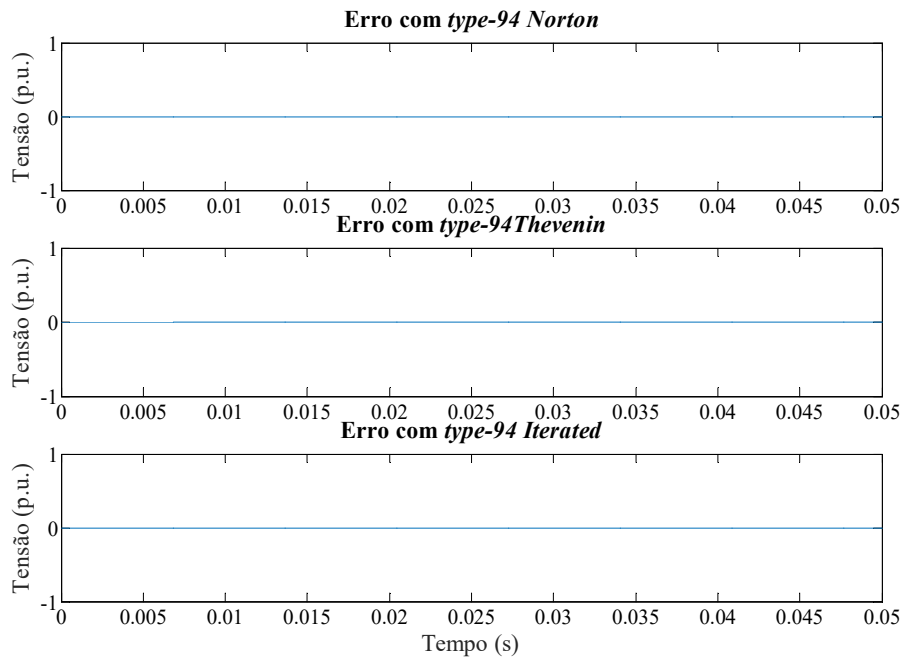


Figura 108 – Curvas de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 sendo incluída no sistema aos 0.002 segundos.

A seguir é feita a simulação em que a resistência da carga RLC conectada à barra 3 é desconectada aos 0.02 segundos. Na Figura 109 são mostradas as curvas de resposta no tempo do circuito completo do *type-94 Norton* e o seu erro. Neste exemplo, a MODELS faz a re-triangularização da matriz de admitâncias do circuito em dois instantes,  $t = 0$  e  $t = 0.02$ , incluindo um atraso de  $\Delta t$  em cada um desses momentos. É possível observar que as curvas de tensão na barra 3 são visualmente coincidentes após a extinção do transitório inicial da resposta no tempo do circuito com a MODELS de *Norton*. Na curva de erro, é possível observar o transitório inicial em  $t = 0$ , como na simulação anterior, e também visto um transitório em  $t = 0.02$ . Porém, este com uma amplitude não significativo, que se não fosse aplicado uma ampliação na curva neste ponto não teria sido possível de ser vista. Assim, como foi dito anteriormente, uma vez que a MODELS está sincronizado com o restante do sistema, possíveis modificações na admitância deste componente não causariam distorções significativas na resposta do tempo, ao contrário do que ocorre em  $t = 0$ , quando ainda não há sincronia com o restante do sistema.

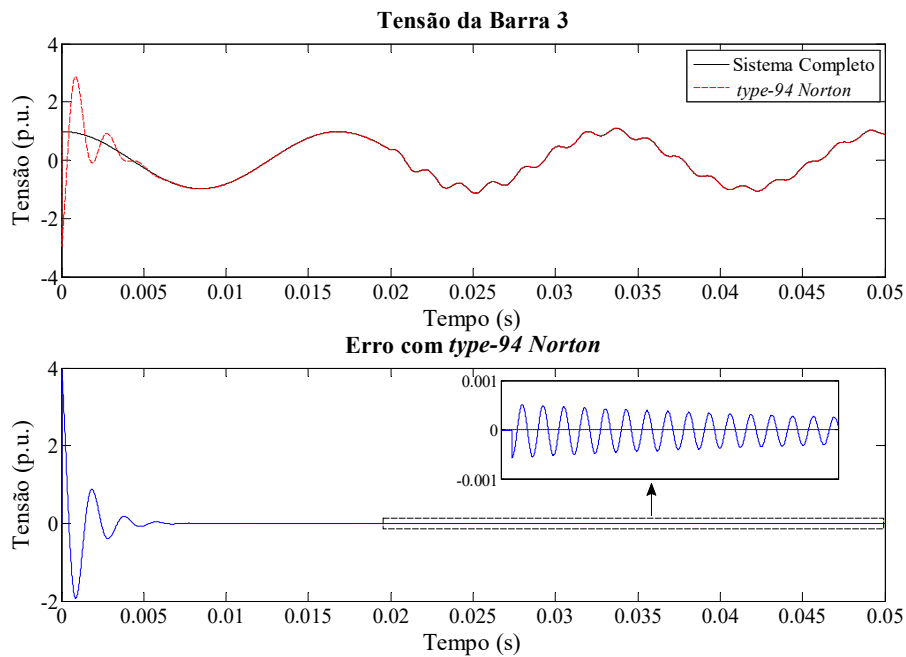


Figura 109 – Comparação da curva de tensão e de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 e, aos 0.02 segundos, retirada da resistência conectada a barra 3.

No último teste, a carga RLC do sistema completo é conectada à uma chave que se fecha em  $t = 0$ , fazendo com que esta carga não seja inicializada com o restante do sistema. Para uma comparação mais correta, o código do *type-94 Norton* é modificado para que a corrente injetada na primeira iteração em que ele está conectado no sistema seja nula, para que se faça com que, em ambos os casos, as condições iniciais dos componentes da carga sejam zero. Na Figura 110 é possível observar a alteração feita no sistema completo.

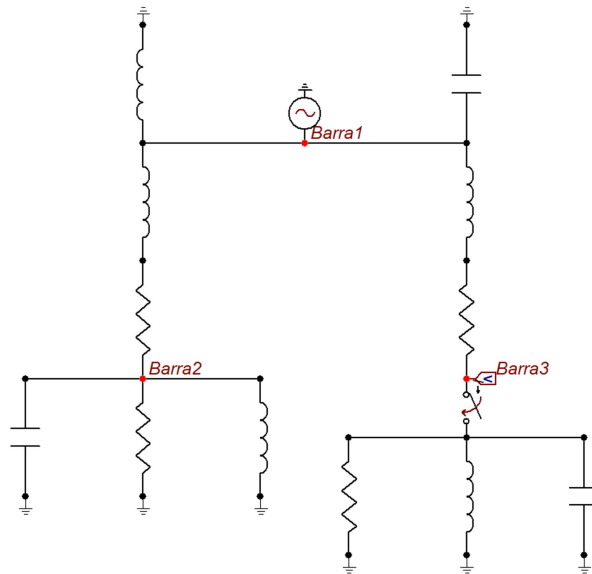


Figura 110 – Sistema teste de 3 barras modificado para que a carga RLC conectada à barra 3 só entre no sistema em  $t = 0$ .

Na Figura 111 é possível observar a resposta no tempo do circuito completo e do circuito utilizando o *type-94 Norton* e a curva de erro destas duas curvas. É possível ver neste exemplo que a entrada da MODELS no sistema funciona da mesma forma que se o componente não-linear que ele representa fosse chaveado no instante  $t = 0$ .

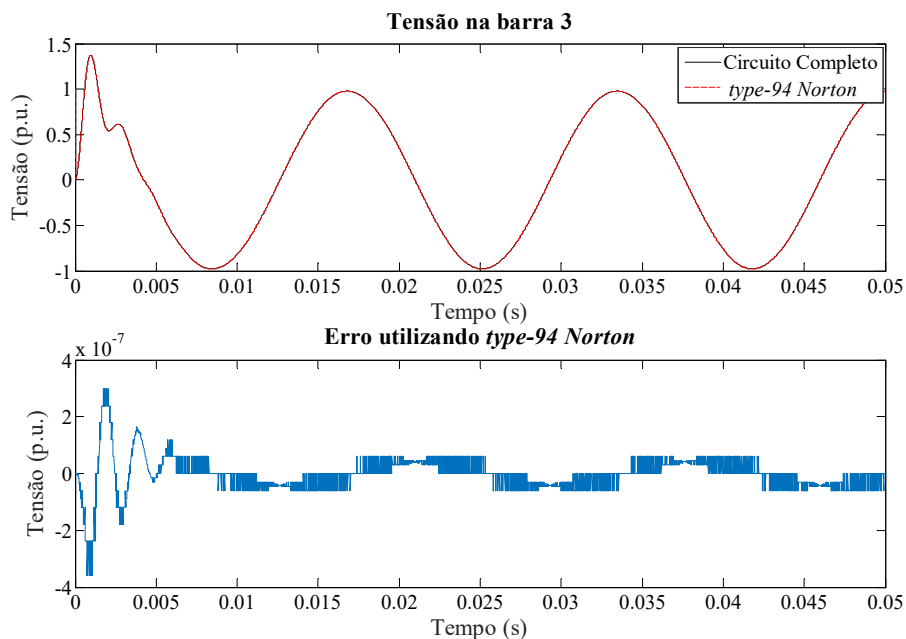


Figura 111 – Comparação da curva de tensão e de erro da tensão na barra 3 do sistema teste de 3 barras com uma fonte de tensão alternada na barra 1 e, no primeiro  $\Delta t$  da simulação, conectada a carga RLC na barra 3.



Neste trabalho não é discutido formas de se inicializar corretamente o sistema ao se utilizar MODELS. Entretanto, ao se analisar os testes realizados, pode-se pressupor que para reduzir o transitório inicial que ocorre ao conectar a MODELS ao sistema, deve-se atentar à inicialização não só do circuito modelado no ATP quanto à inicialização feita pelo código do componente que se quer representar para que não haja grandes diferenças entre eles. Quanto maior esta diferença, mais significativa será o transitório apresentado.

### **A.1.3 FUNÇÕES DA MODELS**

A estrutura da linguagem MODELS exige que o código do algoritmo seja preparado através do uso de algumas palavras chaves. Sendo que a sequência apresentada nas instruções, também é um requisito fundamental para o processamento das informações. De acordo com Gabor Furst (1988), tem-se uma breve descrição dos principais termos utilizados na linhagem MODELS:

**MODEL-ENDMODEL:** entre esses dois termos será escrito o código em linguagem MODELS, sendo que MODEL indica o início do algoritmo e ENDMODEL o seu final;

**USE-ENDUSE:** estes termos realizam a tarefa de ligação entre MODEL do ATP-EMTP e o MODEL que contém o algoritmo criado pelo usuário. A partir da identificação dada pelo usuário, o MODEL será referenciado. Esta é atribuída ao MODEL na sua execução em “USE...AS...”, dentro do comando EXEC-ENDEXEC;

**COMMENT-ENDCOMMENT:** entre tais declarações é permitido incluir comentários, a outra maneira seria incluí-los entre duplos traços (--);

**DATA:** são os dados de entrada especificados pelo usuário;

**INPUT:** permite que o usuário inclua uma grandeza externa que será repassada ao código a cada passo de integração;

**OUTPUT:** disponibiliza o valor de uma variável do algoritmo para o circuito;

**CONST:** indica a utilização de parâmetros constantes presentes no algoritmo;

**VAR:** são todas variáveis utilizadas no código, porém não devem constar as variáveis incluídas em INPUT, DARA e CONST;

**TIMESTEP:** estabelece o passo de integração no qual a MODELS irá executar seus cálculos, pois o passo de integração do código pode ser diferente do passo

executado no ATP-EMTP. Esta declaração não é obrigatória, e quando não for informada, o passo de execução do algoritmo será o mesmo do ATP-EMTP;

DELAY CELLS: tamanho da memória que será utilizada para armazenar algumas variáveis;

FUNCTIONS: permite a criação de funções no algoritmo;

HISTORY: compreende no histórico das variáveis. Importante para informar o valor das variáveis antes de começar a execução da simulação. Esta declaração é utilizada entre as instruções EXEC e ENDEXEC;

INIT-ENDINIT: permite que condições iniciais das variáveis possam ser inicializadas, além de ser possível informar o histórico das variáveis;

EXE-ENDEXEC: entre estas duas declarações, serão realizados os cálculos do algoritmo que dependem do tempo de simulação. Elas determinam o início e término da execução do algoritmo, respectivamente;

#### **A.1.4 CÓDIGO DA MODELS UTILIZADOS NOS EXEMPLOS DE A.1.2.2**

##### **A.1.4.1. Type-94 Norton**

Para a modelagem da carga RLC para os testes realizados no Subitem A.1.2.2 com o *type-94 Norton*, primeiro foi feita a descrição de cada componente separadamente utilizando o teorema de Norton. Começando pela representação do indutor, mostrado na Figura 112, temos que a tensão neste componente pode ser dada por (5.1).

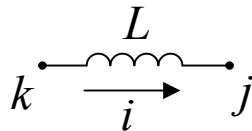


Figura 112 – Indutor.

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (5.1)$$

assim, reordenando esta equação, integrando-a e aplicando o método trapezoidal, obtém-se:

$$i^{(1)} - i^{(0)} = \frac{\Delta t}{2L} (v^{(1)} + v^{(0)}) \quad (5.2)$$

sendo os sobrescritos 0 e 1 aos instantes de tempo  $t$  e  $t + \Delta t$ . Esta eq. pode ser reescrita como:

$$i^{(1)} = \frac{\Delta t}{2L} v^{(1)} + \frac{\Delta t}{2L} v^{(0)} + i^{(0)} \quad (5.3)$$

Por fim, temos que a corrente em  $t + \Delta t$  se dá por:

$$i^{(1)} = g_L v^{(1)} + i_{his,L}^{(0)} \quad (5.4)$$

onde

$$g_L = \frac{\Delta t}{2L} \quad (5.5)$$

e

$$i_{his,L}^{(0)} = g_L v^{(0)} + i^{(0)} \quad (5.6)$$

Assim, o indutor mostrado na Figura 112 por ser representado por uma condutância  $g_L$  e uma fonte de corrente histórica  $i_{hi,L}^{(0)}$ , mostrada na Figura 113.

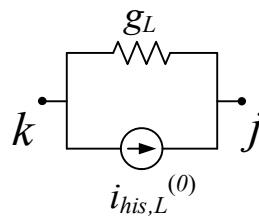


Figura 113 – Indutor sendo representado com uma condutância e uma fonte de corrente histórica.

Agora, fazendo o mesmo para um capacitor, mostrado na Figura 114, define-se sua corrente como é mostrado em (5.7).

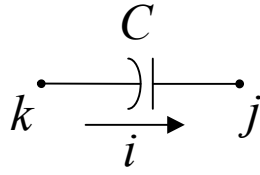


Figura 114 – Capacitor.

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (5.7)$$

Analogamente ao que foi feito para o indutor, reordena esta equação, a integra e aplica o método trapezoidal e, então, obtém-se:

$$v^{(1)} - v^{(0)} = \frac{\Delta t}{2L} (i^{(1)} + i^{(0)}) \quad (5.8)$$

que pode ser reescrita como:

$$i^{(1)} = \frac{2L}{\Delta t} v^{(1)} - \frac{2L}{\Delta t} v^{(0)} - i^{(0)} \quad (5.9)$$

Com isso, a corrente em  $t + \Delta t$  pode ser definida como:

$$i^{(1)} = g_C v^{(1)} + i_{his,C}^{(0)} \quad (5.10)$$

sendo

$$g_C = \frac{2L}{\Delta t} \quad (5.11)$$

e

$$i_{his,C}^{(0)} = -g_C v^{(0)} - i^{(0)} \quad (5.12)$$

Com isso, o capacitor mostrado Figura 114 também pode ser representado como uma condutância e uma fonte de corrente histórica, como é mostrado na Figura 115.

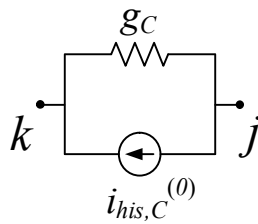


Figura 115 – Capacitor sendo representado por uma condutância e uma fonte de corrente histórica.

O resistor, mostrado Figura 116, é representado apenas pela condutância, como pode ser observado em (5.14).

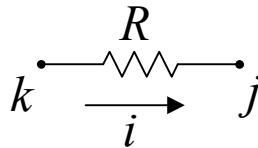


Figura 116 – Resistor.

$$v = Ri \quad (5.13)$$

$$i^{(1)} = \frac{1}{R}v^{(1)} \quad (5.14)$$

sendo

$$g_R = \frac{1}{R} \quad (5.15)$$

Por fim, para representar uma carga RLC em paralelo, como mostrado na Figura 117, pode-se colocar em paralelo todos os 3 circuitos obtidos até este momento, mostrados na Figura 113, Figura 115 e Figura 116.

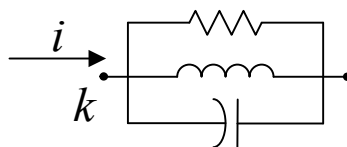


Figura 117 – Carga RLC.

Com isso, para se obter o circuito companheiro que representa toda a carga RLC, basta somar as 3 condutâncias e as 2 fontes de correntes históricas, assim:

$$g = g_L + g_C + g_R \quad (5.16)$$

$$i_{his}^{(0)} = i_{his_L}^{(0)} + i_{his_C}^{(0)} \quad (5.17)$$

obtendo um circuito que é mostrado na Figura 118.

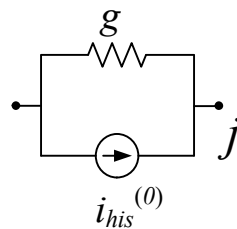


Figura 118 – Carga RLC sendo representada por uma condutância e uma fonte de corrente histórica.

Na MODELS *type-94 Norton*, então, este equacionamento pode ser transcrito para sua linguagem interpretada, ficando da seguinte forma:

**MODEL CarPNo -- NB! 6 character name limit**

-- Start header. Do not modify the type-94 header.

comment-----

| First, declarations required for any type 94 Norton non-TR model |

| - these data and input values are provided to the model by ATP |

| - these output values are used by ATP |

| - these names can be changed, except 'n', but not their order |

-----endcomment

DATA n -- number of phases

ng {dflt: n\*(n+1)/2} -- number of conductances on each side

INPUT v[1..n] -- voltage(t) at each left node

v0[1..n] -- voltage(t=0) at each left node

i0[1..n] -- current(t=0) into each left node

VAR i[1..n] -- current(t) into each left node (for plotting)

is[1..n] -- Norton source(t+ timestep) at each left node

g[1..ng] -- conductance(t+ timestep) at each left node

-- sequence is 1-gr, 1-2, 1-3..1-n,2-gr,2-3..2-n,...n-gr  
*flag* -- set to 1 whenever conductance value is modified

OUTPUT *i*[1..n],*is*[1..n],*g*[1..ng],*flag*

comment-----

| Next, declarations of user-defined data for this particular model |  
 | - their value is defined at the time of using the type-94 component |

-----endcomment

-- End header.

DATA L1

R1

C1

comment-----

| Next, declarations provate to this model |

-----endcomment

VAR *st*

*gr*, *gl*, *gc*

*ir*, *il*, *ic*

*isl*, *isc*

INIT

*st* := 2/*timestep*

IF L1 = 0 THEN

*gl* := 0

ELSE

*gl* := 1/(L1\**st*)

ENDIF

IF R1 = 0 THEN

*gr* := 0

ELSE

*gr* := 1/R1

ENDIF

*gc* := C1\**st*

*g* := *gr* + *gl* + *gc*

ENDINIT

EXEC

if *t*=0 then

*flag*:=1

*isc* := *i0* + *gc*\**v0*

```

isl :=-i0 - gl*v0
i := i0
is :=-i0 - g*v0
--is := 0 -- is é igual a 0 quando se quer dizer que a carga começa das condições iniciais nulas
--i := 0 -- i é igual a 0 quando se quer dizer que a carga começa das condições iniciais nulas
elsif t=99 then -- código inserido para simular um chaveamento da resistência
flag:=1
gr := 0
g := gr + gl + gc
il := gl*v - isl
isl :=-il - gl*v
ic := gc*v - isc
isc := ic + gc*v
ir := gr*v
i := ic + ir + il
is := isc + isl
else
flag:=0
il := gl*v - isl
isl :=-il - gl*v
ic := gc*v - isc
isc :=+ic + gc*v
ir := gr*v
i := ic + ir + il
is :=+isc + isl
endif
ENDEXEC
ENDMODEL

```

#### A.1.4.2. Type-94 Thevenin

O código a seguir pode ser utilizado para poder representar o circuito RLC utilizado no exemplo do Anexo A.1.2.2. Porém, também, pode ser utilizado para variações da carga RLC como, por exemplo, circuitos RL, LC, RC, R, L e C.

```

MODEL CarPT1
comment -----
| First, declarations required for any type-94 iterated model |

```



```

| (the values of these data and input are loaded automatically by ATP) |
| (the values of these outputs are used automatically by ATP)          |
| (DO NOT MODIFY THE SEQUENCING OF THE DATA, INPUT, AND VAR IN THIS GROUP) |
| (the names may be modified, except 'n')                             |
| (when built for n=1, the array notation is not required)           |
----- endcomment
DATA n          -- number of node pairs
      n2 {dflt: n*n} -- number of matrix elements

INPUT vth      -- Thev. voltage across terminals 1-2
      rth      -- Thev. resistance
      gth      -- inverse of rth
      v0       -- steady-state voltage across terminals 1-2
      i0       -- steady-state current into terminal 1

VAR v          -- calculated voltage across terminals 1-2
      i        -- calculated current into terminal 1

OUTPUT i
comment -----
| Next, declarations of user-defined data for this particular model   |
| (values which must be defined when using this model as a type-94 component) |
----- endcomment
DATA L1  -- [H] reference value of inductance L
      R1  -- [Ohm] Valor da Resistencia
      C1  -- [F] Valor da Capacitancia
comment -----
| Next, declarations private to the operation of this model         |
----- endcomment
VAR st  -- used for converting Laplace s to time domain
      NS, NP, NZ, DP, DZ

INIT
st := 2/timestep -- trapezoidal rule conversion from Laplace
IF R1 = 0 THEN
  IF L1 = 0 THEN
    NS := 0
    NP := C1
    NZ := 0
    DP := 0

```

```

    DZ := 1
ELSIF C1 = 0 THEN
    NS := 0
    NP := 0
    NZ := 1
    DP := L1
    DZ := 0
ELSE
    NS := L1*C1
    NP := 0
    NZ := 1
    DP := L1
    DZ := 0
ENDIF
ELSIF L1 = 0 THEN
    IF C1 = 0 THEN
        NS := 0
        NP := 0
        NZ := 1
        DP := 0
        DZ := R1
    ELSE
        NS := 0
        NP := C1*R1
        NZ := 1
        DP := 0
        DZ := R1
    ENDIF
ELSIF C1 = 0 THEN
    NS := 0
    NP := L1
    NZ := R1
    DP := R1*L1
    DZ := 0
ELSE
    NS := R1*L1*C1
    NP := L1
    NZ := R1
    DP := R1*L1
    DZ := 0

```

```

ENDIF
-- the following initializations are needed for the Laplace function
histdef(v) := v0
histdef(i) := i0
ENDINIT

EXEC -- L is constant in this example
COMBINE as grupo1
  LAPLACE(i/v) := (NS|s2 + NP|s + NZ|)/(DP|s + DZ|)
  v := sum(vth| -rth|i)      -- sum(a0| +a1|x1)
  -- v := vth - rth|i
ENDCOMBINE
ENDEXEC
ENDMODEL

```

### A.1.4.3. Type-94 Iterated

O desenvolvimento matemático desta MODELS é semelhante ao do *type-94 Thevenin*. Assim, este código também é adaptado para poder representar variações da carga RLC, ou seja, RL, LC , RC, R, L e C.

```

MODEL CarPIt
comment -----
| First, declarations required for any type-94 iterated model      |
| (the values of these data and input are loaded automatically by ATP) |
| (the values of these outputs are used automatically by ATP)      |
| (DO NOT MODIFY THE SEQUENCING OF THE DATA, INPUT, AND VAR IN THIS GROUP) |
| (the names may be modified, except 'n')                          |
| (when built for n=1, the array notation is not required)        |
----- endcomment

DATA n      -- number of node pairs
      n2 {dflt: n*n} -- number of matrix elements

INPUT v     -- guessed voltage across terminals 1-2
      v0    -- steady-state voltage across terminals 1-2
      i0    -- steady-state current into terminal 1

VAR i      -- calculated current into terminal 1

```

*didv* -- calculated conductance 1-2

OUTPUT *i*, *didv*

comment -----

| Next, declarations of user-defined data for this particular model |

| (values which must be defined when using this model as a type-94 component) |

----- endcomment

DATA *L1* -- [H] reference value of inductance *L*

*R1* -- [Ohm] Valor da Resistencia

*C1* -- [F] Valor da Capacitancia

comment -----

| Next, declarations private to the operation of this model |

----- endcomment

VAR *st* -- used for converting Laplace *s* to time domain

*NS*, *NP*, *NZ*, *DP*, *DZ*

INIT

*st* := 2/timestep -- trapezoidal rule conversion from Laplace

IF *R1* = 0 THEN

IF *L1* = 0 THEN

*NS* := 0

*NP* := *C1*

*NZ* := 0

*DP* := 0

*DZ* := 1

*didv* := *C1*\**st*

ELSIF *C1* = 0 THEN

*NS* := 0

*NP* := 0

*NZ* := 1

*DP* := *L1*

*DZ* := 0

*didv* := 1/(*st*\**L1*)

ELSE

*NS* := *L1*\**C1*

*NP* := 0

*NZ* := 1

*DP* := *L1*

*DZ* := 0

*didv* := *C1*\**st* + 1/(*st*\**L1*)

```

ENDIF
ELSIF L1 = 0 THEN
  IF C1 = 0 THEN
    NS := 0
    NP := 0
    NZ := 1
    DP := 0
    DZ := R1
    didv := 1/R1
  ELSE
    NS := 0
    NP := C1*R1
    NZ := 1
    DP := 0
    DZ := R1
    didv := C1*st + 1/R1
  ENDIF
ELSIF C1 = 0 THEN
  NS := 0
  NP := L1
  NZ := R1
  DP := R1*L1
  DZ := 0
  didv := 1/R1 + 1/(st*L1)
ELSE
  NS := R1*L1*C1
  NP := L1
  NZ := R1
  DP := R1*L1
  DZ := 0
  didv := C1*st + 1/R1 + 1/(st*L1)
ENDIF
didv := C1*st + 1/R1 + 1/(st*L1)
-- the following initializations are needed for the Laplace function
histdef(v) := v0
histdef(i) := i0
ENDINIT

EXEC -- L is constant in this example
LAPLACE(i/v) := (NS|s2 + NP|s + NZ)/(DP|s + DZ)

```

ENDEXEC  
ENDMODEL

#### A.1.4.4. Código de MATLAB para Rodar o ATP

Nesse código o arquivo [.atp] é rodado 10 vezes e guardado o tempo de cada simulação. É necessário que o código do Matlab esteja na mesma pasta que o ATP foi instalado.

```
rep = 10
for i = 1:rep
    tic
    % [status,cmdout] = dos('C:\ATPDraw\tpbig.exe BOTH C:\ATPDraw\Trans+Ind_1Pi.atp
    C:\ATPDraw\Trans+Ind_1Pi.lis -R','-echo'); -- código exemplo
    [status,cmdout] = dos(<caminho do arquivo>\Industrial_LinhaDistri.atp ... <caminho que será salvo
    o .lis>\Industrial_LinhaDistri.lis -R','-echo');
    timeSim(i) = toc;
end%
```

## A.2 DADOS DOS SISTEMAS UTILIZADOS

Nos subitens a seguir serão apresentadas tabelas que contém as informações dos componentes elétricos das redes utilizadas neste trabalho. Estas tabelas apresentam dados de tensão de operação ( $V_{OP}$ ), em p.u ou em kV, carga, equipamentos *shunt*, linhas de transmissão e transformadores. Caso este dado seja apresentado em kV, também é informada a tensão nominal do sistema ( $V_N$ ). As cargas são modeladas sendo resistências conectadas à um indutor ou capacitor. Para os indutores, a conexão é em série e para capacitores, em paralelo. Os parâmetros das LTs fornecidos são os valores das resistências, indutâncias e capacitores totais de cada linha. Os parâmetros dos transformadores são a resistência e a reatância em porcentagem da impedância base, que é calculada considerando 100 MVA de base de potência e as tensões nominais da barra. A frequência de todos os sistemas é 60 Hz.

### A.2.1 SISTEMA TESTE DE 34 BARRAS

Tabela 14 – Dados de tensão, cargas série e shunt, LTs e transformadores para o sistema teste de 34 barras.

Barras	Tensão (kV)		Carga			Shunt		Linhas de Transmissão			Transformadores						
	$V_N$	$V_{OP}$	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (mH)	$C$ ( $\mu$ F)	$L$ (mH)	$C$ ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (mH)	$C$ ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	$R$ (%)	$X$ (%)	Tap
1	20	20.36	26.071	-	-	-	-	2	3	1.4372	55.237	11.789	2	1	0.0013	0.4975	0.9752
2	750	743.8	-	-	-	1507.1	-	3	4	2.556	79.916	13.912	5	4	-	0.324	1.097
3	750	761.1	-	-	-	2260.7	-	5	14	1.0325	34.484	0.6791	6	3	0.0005	0.3717	1.006
4	750	733.3	-	-	-	1507.1	-	6	7	3.85	128.65	2.5143	7	28	0.0273	1.612	1.024
5	500	536.4	-	-	-	-	-	8	7	1.4	46.221	0.9098	8	29	-	1.4	1.024
6	500	517.2	89129	-	-	-	-	8	9	1.3	43.37	0.8541	9	25	2.2507	13.642	1
7	500	514.3	853.14	-	1.6649	-	-	9	6	3.975	133.42	2.6077	10	30	-	1.0883	1.048
8	500	511.6	-	-	-	-	-	9	12	4.05	135.81	2.6544	17	19	-	0.72	1.023
9	500	513.3	108.92	199.92	-	-	10.886	10	9	0.125	4.1447	0.325	18	4	-	0.3	1.064
10	500	513.7	-	-	-	-	-	11	7	4.3	143.9	2.8134	20	6	-	0.899	0.9704
11	500	509.7	89538	-	-	2210.5	-	12	11	2.55	84.087	1.6471	21	9	0.031	1.207	1.038
12	500	512.2	876.08	503.78	-	-	-	12	13	5.625	201.13	4.0474	22	31	0.0167	1.1333	1.025
13	500	490	55826	-	0.0088	-	-	13	11	7.05	255.44	5.2383	23	33	0.1	4.614	1.025
14	500	536.2	-	-	-	-	-	14	15	0.355	11.671	0.2298	24	13	0.0087	0.3296	1.05
15	500	538.8	40.972	42.42	-	-	-	14	17	0.5575	18.568	0.1535	25	32	0.051	1.531	1.05
16	500	545.5	-	-	-	-	-	15	16	0.0875	2.9178	0.0574	34	27	-	4.362	1
17	500	533.3	-	-	-	-	-	18	19	0.2416	6.3145	0.6739					
18	345	360.4	-	-	-	-	-	18	20	16.068	183.12	5.9058					
19	345	353.8	42.277	34.89	-	-	-	21	22	8.0461	110.35	2.7184					
20	345	353.3	-	-	-	-	0.8914	23	22	12.196	166.63	4.1305					
21	230	242	-	-	-	-	1.2536	23	24	12.617	171.15	4.3096					
22	230	242.7	130.47	85.4	-	-	-	25	24	23.059	315.71	2.5562					
23	230	237.2	-	-	-	-	1.2536	26	11	8.2125	289.7	5.1861					
24	230	234.9	28.91	15.245	-	-	6.8195	34	11	-	3.3157	0.0301					
25	230	239.1	97.478	28.566	-	-	6.4534	34	11	-	3.3157	0.0301					
26	500	521.5	-	-	-	6631.5	-										
27	20	20	-	-	-	-	-										
28	20	19.64	226.5	-	-	-	-										
29	20	19.58	-	-	-	-	-										
30	20	19.78	66.302	-	-	-	-										
31	20	20.74	267.17	-	-	-	-										
32	20	19.92	10.11	13.408	-	-	-										
33	20	20	-	-	-	-	-										
34	500	509.6	-	-	-	-	-										

## A.2.1 SISTEMA TESTE DE 3 BARRAS

Tabela 15 – Dados de carga série, shunts e LTs para o sistema teste de 3 barras.

Barras	Carga			Shunt		Linhas de Transmissão				
	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu$ F)	L (mH)	C ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu$ F)
1	-	-	-	8	23.9	1	2	0.46	9.7	-
2	80	-	-	424	8	1	3	0.55	11.9	-
3	80	-	-	424	8					

## A.2.2 SISTEMA IEEE 118 BARRAS

Tabela 16 – Parte 1 dos dados de tensões de operação, cargas séries e shunts, LTs e transformadores para o sistema do IEEE 118 barras.

Barras	$V_{Op}$ (p.u.)	Carga			Shunt		Linhas de Transmissão					Transformadores				
		R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu$ F)	L (mH)	C ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	R (%)	X (%)	Tap
1	0.955	1.3968	1.9615	-	-	-	1	2	0.0303	0.2650	67.376	8	5	-	0.0267	0.9850
2	0.971	3.9235	4.6833	-	-	-	1	3	0.0129	0.1125	28.701	26	25	-	0.0382	0.9600
3	0.968	2.253	1.5324	-	-	-	4	5	0.0018	0.0212	5.570	30	17	-	0.0388	0.9600
4	0.998	2.8621	3.0368	-	-	-	3	5	0.0241	0.2865	75.333	38	37	-	0.0375	0.9350
5	1.002	-	-	-	6.6315	-	5	6	0.0119	0.1432	37.826	63	59	-	0.0386	0.9600
6	0.990	1.5987	1.7941	-	-	-	6	7	0.0046	0.0552	14.589	64	61	-	0.0268	0.9850
7	0.989	5.095	1.4226	-	-	-	8	9	0.0024	0.0809	3082.30	65	66	-	0.0370	0.9350
8	1.015	4.1766	1.8465	-	-	-	9	10	0.0026	0.0854	3262.68	68	69	-	0.0370	0.9350
9	1.043	-	-	-	-	-	4	11	0.0209	0.1825	46.367	81	80	-	0.0370	0.9350
10	1.050	-	-	-	-	-	5	11	0.0203	0.1809	46.102					
11	0.985	1.2512	1.0905	-	-	-	11	12	0.0060	0.0520	13.316					
12	0.990	1.995	1.1259	-	-	-	2	12	0.0187	0.1634	41.699					
13	0.968	2.2577	2.8182	-	-	-	3	12	0.0484	0.4244	107.695					
14	0.984	6.8753	1.3027	-	-	-	7	12	0.0086	0.0902	23.184					
15	0.970	0.9409	0.8319	-	-	-	11	13	0.0223	0.1939	49.762					
16	0.984	3.3382	3.542	-	-	-	12	14	0.0215	0.1875	48.171					
17	0.995	8.3794	6.0619	-	-	-	13	15	0.0744	0.6483	166.264					
18	0.973	1.1944	1.7953	-	-	-	14	15	0.0595	0.5173	133.160					
19	0.963	1.5748	2.3207	-	-	-	12	16	0.0212	0.2212	56.765					
20	0.958	4.9584	2.1921	-	-	-	15	17	0.0132	0.1159	117.775					
21	0.958	4.9461	7.4971	-	-	-	16	17	0.0454	0.4777	123.610					
22	0.970	7.5201	9.9739	-	-	-	17	18	0.0123	0.1340	34.431					
23	1.000	12.062	13.712	-	-	-	18	19	0.0112	0.1308	30.292					
24	0.992	-	-	-	-	-	19	20	0.0252	0.3104	79.047					
25	1.050	-	-	-	-	-	15	19	0.0120	0.1045	26.791					
26	1.015	-	-	-	-	-	20	21	0.0183	0.2252	57.296					
27	0.968	1.4477	0.8052	-	-	-	21	22	0.0209	0.2573	65.254					
28	0.962	4.6504	5.0794	-	-	-	22	23	0.0342	0.4218	107.164					
29	0.963	3.7613	1.6629	-	-	-	23	24	0.0135	0.1305	132.099					
30	0.986	-	-	-	-	2.6526	23	25	0.0156	0.2122	229.183					
31	0.967	1.5597	2.5978	-	-	-	25	27	0.0318	0.4324	467.916					
32	0.964	1.3673	1.4139	-	-	-	27	28	0.0191	0.2268	57.296					
33	0.972	3.5594	3.6946	-	-	-	28	29	0.0237	0.2501	63.131					
34	0.986	1.3798	1.6129	-	-	371.36	8	30	0.0043	0.1337	1363.43					
35	0.981	2.7127	1.9624	-	-	-	26	30	0.0080	0.2281	2408.54					
36	0.980	2.3818	3.4647	-	-	-	17	31	0.0474	0.4146	105.838					
37	0.992	-	-	-	10.61	-	29	31	0.0108	0.0878	22.016					
38	0.962	-	-	-	-	2.6526	23	32	0.0317	0.3058	311.148					
39	0.970	2.9918	3.2331	-	-	-	31	32	0.0298	0.2613	66.580					
40	0.970	2.0256	6.1791	-	-	-	27	32	0.0229	0.2003	51.089					
41	0.967	2.3544	1.6879	-	-	-	15	33	0.0380	0.3300	84.723					
42	0.985	1.8914	3.1187	-	-	-	19	34	0.0752	0.6552	167.643					
43	0.979	4.6213	4.7671	-	-	-	35	36	0.0022	0.0271	7.109					
44	0.985	4.8517	6.4347	-	-	265.26	35	37	0.0110	0.1318	34.961					
45	0.987	1.5669	1.7252	-	-	265.26	33	37	0.0415	0.3767	97.085					
46	1.005	3.1992	3.0307	-	-	265.26	34	36	0.0087	0.0711	15.067					
47	1.017	3.0424	-	-	-	-	34	37	0.0026	0.0249	26.101					
48	1.021	3.9988	5.834	-	-	397.89	37	39	0.0321	0.2812	71.620					
49	1.025	1.0793	0.9872	-	-	-	37	40	0.0593	0.4456	111.408					
50	1.001	5.5858	3.4863	-	-	-	30	38	0.0046	0.1432	1119.39					
51	0.967	4.5021	5.6199	-	-	-	39	40	0.0184	0.1605	41.168					
52	0.957	4.7218	3.4791	-	-	-	40	41	0.0145	0.1292	32.415					
53	0.946	3.1665	4.0171	-	-	-	40	42	0.0555	0.4854	123.610					
54	0.955	0.7472	0.5613	-	-	-	41	42	0.0410	0.3581	91.249					
55	0.952	1.2822	1.1877	-	-	-	43	44	0.0608	0.6509	160.959					
56	0.954	1.0359	0.5888	-	-	-	34	43	0.0413	0.4459	112.098					
57	0.971	7.3885	4.8996	-	-	-	44	45	0.0224	0.2390	59.418					
58	0.959	7.2138	4.7838	-	-	-	45	46	0.0400	0.3597	88.066					
59	0.985	0.3003	0.3249	-	-	-	46	47	0.0380	0.3369	83.822					
60	0.993	1.2627	0.1288	-	-	-	46	48	0.0601	0.5013	125.202					



Tabela 17 – Parte 2 dos dados de tensões de operação, cargas séries, shunts e LTs para o sistema do IEEE 118 barras.

Barras	$V_{op}$ (p.u.)	Carga			Shunt		Linhas de Transmissão			Linhas de Transmissão						
		R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu$ F)	L (mH)	C ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	R ( $\Omega$ )	L (mH)	C ( $\mu$ F)
61	0.995	-	-	-	-	-	47	49	0.0191	0.1658	42.547	77	82	0.0298	0.2263	216.822
62	0.998	1.2521	0.6039	-	-	-	42	49	0.0715	0.8568	228.122	82	83	0.0112	0.0972	100.692
63	0.969	-	-	-	-	-	42	49	0.0715	0.8568	228.122	83	84	0.0625	0.3501	68.437
64	0.984	-	-	-	-	-	45	49	0.0684	0.4934	117.775	83	85	0.0430	0.3926	92.310
65	1.005	-	-	-	-	-	48	49	0.0179	0.1340	33.369	84	85	0.0302	0.1700	32.733
66	1.050	2.3305	2.8531	-	-	-	49	50	0.0267	0.1995	49.709	85	86	0.0350	0.3263	73.211
67	1.020	3.495	2.3177	-	-	-	49	51	0.0486	0.3634	90.718	86	87	0.0283	0.5501	118.040
68	1.003	-	-	-	-	-	51	52	0.0203	0.1560	37.030	85	88	0.0200	0.2706	73.211
69	1.035	-	-	-	-	-	52	53	0.0405	0.4337	107.642	85	89	0.0239	0.4589	124.671
70	0.984	1.3437	1.0801	-	-	-	53	54	0.0263	0.3236	82.230	88	89	0.0139	0.1889	51.301
71	0.987	-	-	-	-	-	49	54	0.0730	0.7666	195.761	89	90	0.0518	0.4987	140.056
72	0.980	-	-	-	-	-	49	54	0.0869	0.7719	193.639	89	90	0.0238	0.2645	281.174
73	0.991	-	-	-	-	-	54	55	0.0169	0.1875	53.582	90	91	0.0254	0.2218	56.765
74	0.958	1.1659	1.2279	-	-	318.31	54	56	0.0028	0.0253	19.417	89	92	0.0099	0.1340	145.362
75	0.967	1.8875	1.1718	-	-	-	55	56	0.0049	0.0401	9.921	89	92	0.0393	0.4194	109.817
76	0.943	1.0214	1.4344	-	-	-	56	57	0.0343	0.2562	64.192	91	92	0.0387	0.3374	86.686
77	1.006	1.3703	1.6685	-	-	-	50	57	0.0474	0.3554	88.066	92	93	0.0258	0.2249	57.826
78	1.003	1.2504	1.2146	-	-	-	56	58	0.0343	0.2562	64.192	92	94	0.0481	0.4191	107.695
79	1.009	1.5608	3.3971	-	-	530.52	51	58	0.0255	0.1907	47.428	93	94	0.0223	0.1942	49.762
80	1.040	0.8	0.4244	-	-	-	54	59	0.0503	0.6082	158.624	94	95	0.0132	0.1151	29.444
81	0.997	-	-	-	-	-	56	59	0.0825	0.6658	150.932	80	96	0.0356	0.4828	131.038
82	0.989	1.4485	1.9211	-	-	530.52	56	59	0.0803	0.6340	142.178	82	96	0.0162	0.1406	144.300
83	0.985	3.8775	5.1427	-	-	265.26	55	59	0.0474	0.5724	149.765	94	96	0.0269	0.2305	61.009
84	0.980	6.2114	10.485	-	-	-	59	60	0.0317	0.3846	99.737	80	97	0.0183	0.2478	67.376
85	0.985	2.907	4.8195	-	-	-	59	61	0.0328	0.3979	102.920	80	98	0.0238	0.2865	75.864
86	0.987	3.7791	4.7735	-	-	-	60	61	0.0026	0.0358	38.622	80	99	0.0454	0.5464	144.831
87	1.015	-	-	-	-	-	60	62	0.0123	0.1488	38.940	92	100	0.0648	0.7825	125.202
88	0.987	1.9469	1.0759	-	-	-	61	62	0.0082	0.0997	25.995	94	100	0.0178	0.1538	160.216
89	1.005	-	-	-	-	-	63	64	0.0017	0.0531	572.958	95	96	0.0171	0.1451	39.099
90	0.985	-	-	-	-	-	38	65	0.0090	0.2615	2774.60	96	97	0.0173	0.2348	63.662
91	0.980	-	-	-	-	-	64	65	0.0027	0.0801	1007.98	98	100	0.0397	0.4748	126.263
92	0.993	1.4819	0.6048	-	-	-	49	66	0.0180	0.2438	65.784	99	100	0.0180	0.2157	57.296
93	0.987	6.0616	9.3794	-	-	-	49	66	0.0180	0.2438	65.784	100	101	0.0277	0.3348	87.005
94	0.991	2.5477	3.6042	-	-	-	62	66	0.0482	0.5783	153.319	92	102	0.0123	0.1483	38.834
95	0.981	1.4836	2.9047	-	-	-	62	67	0.0258	0.3104	82.230	101	102	0.0246	0.2971	77.986
96	0.993	2.2441	2.3498	-	-	-	66	67	0.0224	0.2692	71.142	100	103	0.0160	0.1393	142.178
97	1.011	5.0147	7.9811	-	-	-	65	68	0.0014	0.0424	1692.35	100	104	0.0451	0.5411	143.505
98	1.024	2.9195	1.8221	-	-	-	47	69	0.0844	0.7369	188.121	103	104	0.0466	0.4202	107.960
99	1.010	-	-	-	-	-	49	69	0.0985	0.8594	219.634	103	105	0.0535	0.4310	108.225
100	1.017	2.2604	2.9169	-	-	-	69	70	0.0300	0.3369	323.615	100	106	0.0605	0.6074	164.460
101	0.993	3.0582	5.531	-	-	-	24	70	0.0022	1.0915	270.510	104	105	0.0099	0.1003	26.154
102	0.992	14.46	23.013	-	-	-	70	71	0.0088	0.0942	23.290	105	106	0.0140	0.1451	38.038
103	1.001	2.9358	5.4174	-	-	-	24	72	0.0488	0.5199	129.446	105	107	0.0530	0.4854	125.202
104	0.971	1.7317	3.0219	-	-	-	71	72	0.0446	0.4775	117.881	105	108	0.0261	0.1865	48.914
105	0.965	1.7635	3.9233	-	-	530.52	71	73	0.0087	0.1204	31.247	106	107	0.0530	0.4854	125.202
106	0.961	1.8871	1.8625	-	-	-	70	74	0.0401	0.3509	89.339	108	109	0.0105	0.0764	20.160
107	0.952	2.7345	3.1087	-	-	159.15	70	75	0.0428	0.3740	95.493	103	110	0.0391	0.4809	122.284
108	0.966	37.343	49.527	-	-	-	69	75	0.0405	0.3236	328.920	109	110	0.0278	0.2021	53.582
109	0.967	10.248	10.194	-	-	-	74	75	0.0123	0.1077	27.428	110	111	0.0220	0.2003	53.052
110	0.973	1.5251	3.1119	-	-	159.15	76	77	0.0444	0.3926	97.615	110	112	0.0247	0.1698	164.460
111	0.980	-	-	-	-	-	69	77	0.0309	0.2679	275.338	17	113	0.0091	0.0798	20.372
112	0.975	2.9932	4.1286	-	-	-	75	77	0.0601	0.5303	132.046	32	113	0.0615	0.5385	137.404
113	0.993	-	-	-	-	-	77	78	0.0038	0.0329	33.529	32	114	0.0135	0.1623	43.184
114	0.961	10.114	10.061	-	-	-	78	79	0.0055	0.0647	17.189	27	115	0.0164	0.1966	52.309
115	0.961	3.8082	3.2141	-	-	-	77	80	0.0170	0.1287	125.202	114	115	0.0023	0.0276	7.321
116	1.005	-	-	-	-	-	77	80	0.0294	0.2785	60.479	68	116	0.0003	0.0107	435.024
117	0.974	4.0876	4.3371	-	-	-	79	80	0.0156	0.1867	49.603	12	117	0.0329	0.3714	94.962
118	0.949	2.2639	2.7296	-	-	-	68	81	0.0018	0.0536	2143.29	75	118	0.0145	0.1276	31.778
												76	118	0.0164	0.1443	35.969

### A.2.3 SISTEMA INDUSTRIAL

Este sistema foi utilizado como área de estudos nos testes feitos neste trabalho, assim as barras  $x$  e  $y$  nos dados dos transformadores representam as 2 barras de fronteira que podem variar dependendo da área externa e que são conectadas à este sistema através dos transformadores. O sistema industrial foi conectado ao sistema teste de 34

barras, onde  $x = 23$  e  $y = 21$ , e ao sistema do IEEE de 118 barras, onde  $x = 30$  e  $y = 38$ . Este sistema não possui fontes de tensão.

Tabela 18 – Dados de tensões de operação, cargas séries, shunts e LTs para o sistema industrial.

Barras	$V_{Op}$ (kV)	Carga			Shunt $C$ ( $\mu$ F)	Linhas de Transmissão				Transformadores				
		$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (mH)	$C$ ( $\mu$ F)		Barra de	Barra para	$R$ ( $\Omega$ )	$L$ (mH)	$C$ ( $\mu$ F)	Barra de	Barra para	$R$ (%)	$X$ (%)
110	141.4	-	-	2.9988	110	111	2.5706	17.475	0.1382	$x$	110	-	0.015	1
111	140.32	1015	5616.3	1.8483	111	112	0.2666	1.812	0.0143	$y$	1110	-	0.015	1
112	140.23	786.56	4829.7	-	112	113	0.5902	4.013	0.0317					
113	140.24	-	-	2.0475	113	114	0.438	2.9774	0.0236					
114	140.12	1034.5	7335.5	-	110	121	2.1516	14.627	0.1157					
121	138.62	889.58	8220.9	-	121	122	0.3999	2.7183	0.0215					
122	138.22	1528.3	10135	2.2857	122	123	0.2666	1.812	0.0143					
123	138.07	1223.6	4816.1	-	122	125	0.7044	4.7894	0.0379					
124	138.01	1514.1	6691.9	-	123	124	0.2666	1.812	0.0143					
125	137.8	1326.9	5736.6	-	125	126	1.0853	7.3783	0.0584					
126	137.44	828.45	5505.9	-	110	131	2.1897	14.886	0.1178					
131	138.02	1752.6	7703.1	2.1227	131	132	0.4759	3.236	0.0256					
132	137.25	1256.8	4727.7	-	132	133	0.5902	4.013	0.0317					
133	136.48	742.15	3069.1	-	133	134	1.1996	8.1553	0.0645					
134	135.8	614.08	2599.1	-	133	135	0.533	3.6245	0.0287					
135	136.35	1273.4	6322.4	-	110	141	2.418	16.44	0.1301					
141	140.57	1097.8	5241.4	-	141	142	0.6092	4.1423	0.0328					
142	140.55	1381.4	5458.2	2.0754	142	143	0.7997	5.4365	0.043					
143	140.51	1283.7	5074.8	1.8483	1110	1111	2.5706	17.475	0.1382					
1110	143.59	-	-	2.9988	1111	1112	0.2666	1.812	0.0143					
1111	142.58	1047.9	5798.1	1.8483	1112	1113	0.5902	4.013	0.0317					
1112	142.49	812.1	4986.5	-	1113	1114	0.438	2.9774	0.0236					
1113	142.5	-	-	2.0475	1110	1121	2.1516	14.627	0.1157					
1114	142.39	1068.2	7574.6	-	1121	1122	0.3999	2.7183	0.0215					
1121	140.88	918.85	8491.3	-	1122	1123	0.2666	1.812	0.0143					
1122	140.49	1578.9	10471	2.2857	1122	1125	0.7044	4.7894	0.0379					
1123	140.35	1264.3	4976.1	-	1123	1124	0.2666	1.812	0.0143					
1124	140.29	1564.4	6914.4	-	1125	1126	1.0853	7.3783	0.0584					
1125	140.08	1371.2	5927.9	-	1110	1131	2.1897	14.886	0.1178					
1126	139.72	856.24	5690.6	-	1131	1132	0.4759	3.236	0.0256					
1131	140.29	1810.7	7958.8	2.1227	1132	1133	0.5902	4.013	0.0317					
1132	139.54	1299	4886.4	-	1133	1134	1.1996	8.1553	0.0645					
1133	138.78	767.35	3173.3	-	1133	1135	0.533	3.6245	0.0287					
1134	138.11	635.14	2688.3	-	1110	1141	2.418	16.44	0.1301					
1135	138.65	1316.7	6537.5	-	1141	1142	0.6092	4.1423	0.0328					
1141	142.82	1133.1	5410.4	-	1142	1143	0.7997	5.4365	0.043					
1142	142.81	1426.1	5635	2.0754										
1143	142.78	1325.5	5239.8	1.8483										