



CÁLCULO DE PARÂMETROS EXTERNOS UNITÁRIOS DE SISTEMAS DE  
TRANSMISSÃO SUBTERRÂNEOS POR MEIO DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS

Anny de Almeida Silveira dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Rio de Janeiro

Abril de 2019

CÁLCULO DE PARÂMETROS EXTERNOS UNITÁRIOS DE SISTEMAS DE  
TRANSMISSÃO SUBTERRÂNEOS POR MEIO DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS

Anny de Almeida Silveira dos Santos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA.

Examinada por:

---

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

---

Eng. Carlos Kleber da Costa Arruda, D.Sc.

---

Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph.D.

---

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
ABRIL DE 2019

Santos, Anny de Almeida Silveira dos

Cálculo de Parâmetros Externos Unitários de Sistemas de Transmissão Subterrâneos por meio do Método dos Elementos Finitos/Anny de Almeida Silveira dos Santos. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XXV, 137 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 122 – 125.

1. Transitórios eletromagnéticos. 2. Cabos isolados.
3. Elementos finitos. I. Lima, Antonio Carlos Siqueira de. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*Dedicado a Ronald Eduardo,  
que me apoiou em cada etapa e  
me encorajou nos momentos  
difíceis.*



# Agradecimentos

A Deus por seu amor incondicional, pela graça da salvação, pelo privilégio de conhecê-lo e servi-lo e pela vida dos que têm caminhado ao meu lado.

Ao meu amado marido Ronald, por todo o auxílio, por fazer desta a sua jornada e por tornar meus dias mais leves.

À minha família e aos meus amigos pelo apoio, incentivo e compreensão.

Aos meus irmãos em Cristo, pelo encorajamento e por me ajudarem em oração.

Ao professor Antonio Carlos Siqueira de Lima pela orientação e ensino. Além de todo o conhecimento transmitido, agradeço por seu cuidado, paciência e dedicação.

Ao pesquisador Carlos Kleber da Costa Arruda pelos conselhos durante todo o curso e pela grande ajuda na definição do tema e obtenção dos resultados no programa computacional.

Aos meus colegas do Cepel pela convivência e pelo apoio.

Aos meus colegas da COPPE pelas experiências e lições compartilhadas e pelo auxílio mútuo.

Aos membros da banca pela avaliação do meu trabalho e suas valiosas contribuições.

Ao Cepel, pela bolsa.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## CÁLCULO DE PARÂMETROS EXTERNOS UNITÁRIOS DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO SUBTERRÂNEOS POR MEIO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Anny de Almeida Silveira dos Santos

Abril/2019

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta o cálculo de impedâncias e admitâncias unitárias externas por meio do Método dos Elementos Finitos com o objetivo de considerar a presença de dutos e túneis em sistemas de transmissão subterrâneos. Para verificar a adequação da metodologia foram considerados, inicialmente, sistemas de cabos subterrâneos diretamente enterrados no solo. Os resultados foram comparados àqueles obtidos pelo método analítico entre 10 Hz e 10 MHz.

Duas formulações diferentes foram empregadas para o cálculo da impedância. Para baixas frequências, utilizou-se a forma quase-estática, que negligencia atrasos provenientes da propagação de ondas. Para altas frequências, considerou-se a forma completa das equações de Maxwell, que inclui os efeitos de propagação. Para o cálculo da admitância, aplicou-se o método da carga superficial em toda a faixa de frequências. Os critérios de aplicabilidade dos modelos demandaram a definição de diferentes dimensões do domínio externo, adequados a cada formulação.

Foram analisados casos monofásicos e multifásicos. Em algumas das configurações, foram avaliados os parâmetros de propagação. Constatou-se que os dutos e túneis têm pouco efeito sobre as impedâncias, mas causam aumento da condutância nas altas frequências e que os dutos causam a redução do módulo da capacitância nas baixas frequências. Nos casos em que foram calculados a admitância característica e a função de propagação observou-se que os dutos afetam ambos os parâmetros em toda a faixa de frequência e que a presença do túnel tem efeito limitado mais notadamente nas altas frequências.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## CALCULATION OF EARTH-RETURN PARAMETERS OF UNDERGROUND TRANSMISSION SYSTEMS BY FINITE ELEMENT METHOD

Anny de Almeida Silveira dos Santos

April/2019

Advisor: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

This work proposes an application of the Finite Element Method (FEM) for the evaluation of ground return impedances and admittances per unit of length (pul) in underground cable system when ducts and tunnels are considered. To infer the adequacy of using FEM for that matter, initially, it is considered a conventional configuration, i.e., underground cables in direct contact with soil. The results of the per-unit length parameters are then compared with those obtained using analytical expressions and considering a frequency range from 10 Hz up to 10 MHz.

Two distinct formulations were considered when evaluating the pul impedance. For lower frequencies, a quasi-static form was used, i.e., neglecting electromagnetic wave propagation. For higher frequencies, the complete form of Maxwell's equations was considered, which includes propagation effects. An applicability criterion was then established which implies in different dimensions for the external domain depending on the formulation. For the pul admittance evaluation, superficial charge method was applied regardless of the frequency range.

Single-phase and multiphase cases were analyzed. For some configurations, propagation parameters, i.e., characteristic admittance and propagation function were evaluated. It was found that ducts and tunnels have little effect on impedances, but they cause an increase of shunt pul conductance at higher frequencies and that ducts decreases the shunt pul capacitance modulus at lower frequencies. For the propagation parameters, it was found that the tunnel effects are essentially limited to higher frequencies, while ducts have a more pronounced impact on both propagation parameters in all frequency range.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xx</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Histórico dos métodos de cálculo de parâmetros externos . . . . .	2
1.3 Objetivos . . . . .	5
1.4 Metodologia . . . . .	5
1.5 Estrutura e organização do trabalho . . . . .	5
<b>2 Formulações Analítica e Numérica</b>	<b>7</b>
2.1 Aproximação Quase-TEM . . . . .	7
2.2 Formulação do Método dos Elementos Finitos . . . . .	10
2.2.1 Formulação do MEF para o cálculo da impedância unitária de retorno pelo solo . . . . .	10
2.2.2 Formulação do MEF para o cálculo da admitância unitária de retorno pelo solo . . . . .	13
2.3 Caso teste . . . . .	15
<b>3 Influência de dutos e túneis e casos trifásicos</b>	<b>24</b>
3.1 Inclusão do duto . . . . .	24
3.2 Inclusão do túnel . . . . .	29
3.3 Casos trifásicos . . . . .	33
3.3.1 Sistema trifásico diretamente enterrado . . . . .	33
3.3.2 Sistema trifásico enterrado em dutos . . . . .	43
3.3.3 Sistema trifásico enterrado em dutos em túnel . . . . .	53

<b>4</b>	<b>Aplicação a casos com configurações reais</b>	<b>63</b>
4.1	Casos monofásicos . . . . .	64
4.1.1	Efeitos do duto e do túnel no caso monofásico . . . . .	64
4.2	Casos com quatro fases . . . . .	70
4.3	Casos trifásicos em configuração <i>flat</i> horizontal . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Resposta em frequência</b>	<b>102</b>
5.1	Parâmetros de propagação ( $Y_c$ e $H$ ) . . . . .	102
5.1.1	$Y_c$ e $H$ dos casos monofásicos . . . . .	103
5.1.2	$Y_c$ e $H$ dos casos com quatro fases . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>119</b>
6.1	Trabalhos Futuros . . . . .	120
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>122</b>
<b>A</b>	<b>Formulação Onda Completa</b>	<b>126</b>
A.1	Modelo de onda completa . . . . .	126
<b>B</b>	<b>Modelagem do problema no programa computacional <i>COMSOL Multiphysics</i></b>	<b>128</b>
B.1	Impedância de retorno do solo . . . . .	132
B.2	Admitância de retorno do solo . . . . .	133
<b>C</b>	<b>Influência dos parâmetros do reaterro no comportamento da admitância</b>	<b>134</b>

# Lista de Figuras

2.1	Distâncias relativas a dois cabos “i” e “j”. . . . .	9
2.2	Vista do condutor infinitamente longo sob a superfície do solo. . . . .	11
2.3	Condições de contorno aplicadas para o cálculo da impedância - isolação magnética em baixas frequências (B.F.) e superfície de con- dutor perfeito em altas frequências (A.F.). . . . .	13
2.4	Condições de contorno aplicadas para o cálculo da admitância. . . . .	14
2.5	Geometria do caso teste com detalhe do cabo. $R_{\text{dom}} = 8,5 \text{ m}$ . . . . .	15
2.6	Resistência externa por unidade de comprimento do caso monofásico diretamente enterrado (caso teste). . . . .	16
2.7	Indutância externa por unidade de comprimento do caso monofásico diretamente enterrado (caso teste). . . . .	19
2.8	Exemplo da oscilação dos resultados antes da ampliação do raio do domínio. . . . .	20
2.9	Malha do caso teste. . . . .	21
2.10	Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico direta- mente enterrado (caso teste). . . . .	22
2.11	Detalhe da oscilação na impedância por unidade de comprimento do caso monofásico diretamente enterrado (caso teste). . . . .	23
3.1	Geometria do caso monofásico enterrado em duto. $R_{\text{dom}} = 8,5 \text{ m}$ e $D_{\text{duto}} = 40 \text{ mm}$ . . . . .	25
3.2	Malha do caso monofásico enterrado em duto. . . . .	25
3.3	Impedância externa por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	26
3.4	Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enter- rado em duto, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	27
3.5	Geometria do caso monofásico enterrado em duto em túnel. $R_{\text{dom}} =$ $8,5 \text{ m}$ , $D_{\text{duto}} = 40 \text{ mm}$ e $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$ . . . . .	29
3.6	Malha do caso monofásico enterrado em duto em túnel. $D_{\text{duto}} =$ $40 \text{ mm}$ e $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$ . . . . .	30

3.7	Impedância externa por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto. . . . .	31
3.8	Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto. . . . .	32
3.9	Geometria do caso trifásico diretamente enterrado. $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$ . . .	33
3.10	Detalhe da malha do caso trifásico diretamente enterrado. $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$	34
3.11	Impedância externa das fases laterais ( $Z_{11} = Z_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	35
3.12	Impedância externa da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	36
3.13	Impedância mútua entre fases adjacentes ( $Z_{12} = Z_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	37
3.14	Impedância mútua entre fases mais afastadas ( $Z_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	38
3.15	Admitância própria das fases laterais ( $Y_{11} = Y_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	39
3.16	Admitância própria da fase central ( $Y_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	40
3.17	Admitância mútua entre fases adjacentes ( $Y_{12} = Y_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	41
3.18	Admitância mútua entre fases mais afastadas ( $Y_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM. . . . .	42
3.19	Geometria do caso trifásico enterrado em dutos. $D_{\text{duto}} = 40 \text{ mm}$ e $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$ . . . . .	43
3.20	Detalhe da malha do caso trifásico enterrado em dutos. $D_{\text{duto}} = 40 \text{ mm}$ e $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$ . . . . .	43
3.21	Impedância externa das fases laterais ( $Z_{11} = Z_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	44

3.22	Impedância externa da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado . . . . .	45
3.23	Impedância mútua entre fases adjacentes ( $Z_{12} = Z_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	46
3.24	Impedância mútua entre fases mais afastadas ( $Z_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	47
3.25	Admitância própria das fases laterais ( $Y_{11} = Y_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	48
3.26	Admitância própria da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado . . . . .	49
3.27	Admitância mútua entre fases adjacentes ( $Y_{12} = Y_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	50
3.28	Admitância mútua entre fases mais afastadas ( $Y_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado. . . . .	51
3.29	Geometria do caso trifásico enterrado em dutos em túnel. $\ell_{\text{túnel}} = 380$ mm, $h_{\text{túnel}} = 180$ mm, $\ell_{\text{td}} = 50$ mm, $h_{\text{td}} = 22$ mm, $D_{\text{duto}} = 40$ mm e $r_{\text{ext}} = 12$ mm . . . . .	53
3.30	Malha do caso trifásico enterrado em dutos em túnel. $\ell_{\text{túnel}} = 380$ mm, $h_{\text{túnel}} = 180$ mm, $D_{\text{duto}} = 40$ mm e $r_{\text{ext}} = 12$ mm . . . . .	53
3.31	Impedância externa das fases laterais ( $Z_{11} = Z_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . . .	55
3.32	Impedância externa da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . . .	56
3.33	Impedância mútua entre fases adjacentes ( $Z_{12} = Z_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . . .	57



3.34	Impedância mútua entre fases mais afastadas ( $Z_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . . .	58
3.35	Admitância própria das fases laterais ( $Y_{11} = Y_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . . .	59
3.36	Admitância própria da fase central ( $Y_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . .	60
3.37	Admitância mútua entre fases adjacentes ( $Y_{12} = Y_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . . .	61
3.38	Admitância mútua entre fases mais afastadas ( $Y_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos. . . . .	62
4.1	Geometria do cabo baseado em [1]. $r_{\text{ext}} = 47,12$ mm . . . . .	63
4.2	Impedância externa por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado, com cabo baseado em [1], comparação com o modelo analítico. . . . .	65
4.3	Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado, com cabo baseado em [1], comparação com o modelo analítico. . .	66
4.4	Geometria do caso monofásico com cabo baseado em [1], cabo instalado em duto em túnel. $\ell_{\text{túnel}} = 0,63$ m, $h_{\text{túnel}} = 0,81$ m, $\ell_{\text{td}} = 315$ mm, $h_{\text{td}} = 146$ mm, $D_{\text{duto}} = 180$ mm e $r_{\text{ext}} = 47,12$ m . . .	67
4.5	Impedância externa por unidade de comprimento dos casos monofásicos, com cabo baseado em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	68
4.6	Admitância por unidade de comprimento dos casos monofásicos, com cabo baseado em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . .	69
4.7	Geometria dos casos com quatro fases, com cabos baseados em [1]. $\ell_{\text{túnel}} = 0,99$ m, $h_{\text{túnel}} = 0,81$ m, $\ell_{\text{td}} = 405$ mm, $h_{\text{td}} = 152$ mm, $D_{\text{duto}} = 180$ mm e $r_{\text{ext}} = 47,12$ mm . . . . .	71

4.8	Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . . . .	72
4.9	Impedância mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . . . .	73
4.10	Impedância mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . . . .	74
4.11	Impedância mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . . . .	75
4.12	Admitância própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . .	76
4.13	Admitância mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . . . .	77
4.14	Admitância mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . . . .	78
4.15	Admitância mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico. . . . .	79
4.16	Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	80
4.17	Impedância externa mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	81
4.18	Impedância externa mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	82
4.19	Impedância externa mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	83

4.20	Admitância própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	84
4.21	Admitância mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	85
4.22	Admitância mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	86
4.23	Admitância mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	87
4.24	Geometria dos casos trifásicos em configuração <i>flat</i> com cabos baseados em [1]. $\ell_{\text{túnel}} = 1,35$ m, $h_{\text{túnel}} = 0,81$ m, $\ell_{\text{td}} = 315$ mm, $h_{\text{td}} = 146$ mm, $D_{\text{duto}} = 180$ mm e $r_{\text{ext}} = 47,12$ m . . . . .	88
4.25	Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico. . . . .	90
4.26	Impedância externa mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico. . . . .	91
4.27	Impedância externa mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico. . . . .	92
4.28	Admitância própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico. . . . .	93
4.29	Admitância mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico. . . . .	94
4.30	Admitância mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico. . . . .	95

4.31	Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	96
4.32	Impedância externa mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	97
4.33	Impedância externa mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	98
4.34	Admitância própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	99
4.35	Admitância mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	100
4.36	Admitância mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração <i>flat</i> , com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	101
5.1	Características de propagação do caso monofásico diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros. . . . .	103
5.2	Características de propagação do caso monofásico (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	104
5.3	Elemento 11 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros. . . . .	106
5.4	Elemento 33 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros. . . . .	107

5.5	Elemento 12 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros. . . . .	108
5.6	Elemento 13 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros. . . . .	109
5.7	Elemento 14 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros. . . . .	110
5.8	Elemento 34 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros. . . . .	111
5.9	Elemento 11 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	112
5.10	Elemento 33 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	113
5.11	Elemento 12 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	114
5.12	Elemento 13 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	115
5.13	Elemento 14 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	116
5.14	Elemento 34 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel. . . . .	117
B.1	Geometria do caso teste com detalhe do cabo. Espessura do domínio virtual igual a 1 m; $R_{\text{dom}} = 8,5$ m . . . . .	129

B.2	Malha completa do caso teste. . . . .	131
B.3	Detalhe da malha do caso teste na região próxima ao cabo. . . . .	131
C.1	Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, considerando $\sigma_{\text{arg}} = 0,002$ S/m e $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 0,3, 3$ e $30$ ; comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto. . . . .	135
C.2	Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, considerando $\sigma_{\text{arg}} = 0,02$ S/m e $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 0,3, 3$ e $30$ ; comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto. . . . .	136
C.3	Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, considerando $\sigma_{\text{arg}} = 0,2$ S/m e $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 0,3, 3$ e $30$ ; comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto. . . . .	137

# Lista de Tabelas

2.1	Dados do caso teste . . . . .	15
2.2	Intervalos de frequências para ampliação do raio externo do domínio .	17
4.1	Dados do caso monofásico . . . . .	64
4.2	Coordenadas centrais dos cabos nos casos com quatro fases . . . . .	70
B.1	Dados da geometria do caso teste . . . . .	128
B.2	Dados dos materiais do caso teste . . . . .	129

# Lista de Símbolos

$D_{\text{duto}}$	diâmetro externo do duto [m], p. 24
$E_z$	campo elétrico axial médio na superfície do cabo [V/m], p. 11
$I$	corrente que percorre o condutor [A], p. 11
$I_0$	função de Bessel de primeira espécie de ordem 0, p. 127
$I_1$	função de Bessel de primeira espécie de ordem 1, p. 127
$K_0$	função de Bessel de segunda espécie de ordem 0, p. 8
$K_1$	função de Bessel de segunda espécie de ordem 1, p. 127
$Q_j$	densidade de carga do cabo “j” [C/m], p. 14
$R_{\text{dom}}$	raio externo do domínio [m], p. 17
$V_i$	tensão aplicada ao cabo “i” [V], p. 14
$Y_{ij}$	admitância unitária entre o cabos “i” e “j”, considerando o efeito da isolação externa [S/m], p. 14
<b>B</b>	densidade de fluxo magnético [T], p. 10
<b>D</b>	densidade de fluxo elétrico [C/m <sup>2</sup> ], p. 10
<b>E</b>	intensidade de campo elétrico [V/m], p. 10
$\Gamma_e$	fronteira do domínio “e”, p. 3
$\Gamma_{c_j}$	contorno da seção transversal do condutor mais externo do cabo “j”, p. 14
<b>H</b>	intensidade de campo magnético [A/m], p. 10
<b>J</b>	densidade de corrente elétrica [A/m], p. 10
<b>J<sub>e</sub></b>	densidade de corrente elétrica gerada externamente [A/m], p. 11



$\Omega_e$	domínio “e”, p. 3
$\alpha$	constante de atenuação [Np/m], p. 126
$\beta$	constante de fase [rad/m], p. 126
$\delta_{\text{solo}}$	profundidade de penetração no solo [m], p. 17
$\ell$	comprimento da linha [m], p. 103
$\ell_e$	comprimento elétrico, p. 12
$\ell_{\text{túnel}}$	comprimento do túnel [m], p. 29
$\ell_{\text{td}}$	distância horizontal entre o centro de uma fase lateral e a parede do túnel mais próxima [m], p. 53
$\gamma$	constante de propagação [ $\text{m}^{-1}$ ], p. 7
$\gamma_1$	constante de propagação do solo [ $\text{m}^{-1}$ ], p. 7
$\gamma_2$	constante de propagação do ar [ $\text{m}^{-1}$ ], p. 7
$\gamma_c$	constante de propagação do condutor [ $\text{m}^{-1}$ ], p. 127
$\nabla$	operador nabra, p. 11
$\lambda$	variável de integração, p. 8
$\lambda_{\text{solo}}$	comprimento de onda no solo [m], p. 18
<b>A</b>	potencial vetor do campo magnético [Wb/m], p. 11
<b>H</b>	matriz função propagação, p. 102
<b>I</b>	matriz identidade, p. 102
<b>S<sub>1</sub></b>	integral da aproximação Quase-TEM, p. 8
<b>S<sub>2</sub></b>	integral da aproximação Quase-TEM, p. 8
<b>Y<sub>c</sub></b>	matriz admitância característica [S], p. 102
<b>Y<sub>d</sub></b>	matriz de admitâncias das camadas isolantes [S/m], p. 8
<b>Y<sub>ext</sub></b>	matriz de admitâncias externas [S/m], p. 7
<b>Y</b>	matriz admitância do sistema [S/m], p. 102
<b>Z<sub>d</sub></b>	matriz de impedâncias das camadas isolantes [ $\Omega/\text{m}$ ], p. 8

$\mathbf{Z}_{\text{ext}}$	matriz de impedâncias externas [ $\Omega/\text{m}$ ], p. 7
$\mathbf{Z}_{\text{int}}$	matriz de impedâncias internas [ $\Omega/\text{m}$ ], p. 8
$\mathbf{Z}$	matriz impedância do sistema [ $\Omega.\text{m}$ ], p. 102
$\Lambda$	termo da aproximação Quase-TEM, p. 8
$\bar{\mathbf{S}}_1$	integral do modelo de onda completa, p. 126
$\bar{\mathbf{S}}_2$	integral do modelo de onda completa, p. 126
$\bar{\mathbf{S}}_3$	integral do modelo de onda completa, p. 126
$\bar{\mathbf{Y}}_{\text{ext}}$	matriz de admitâncias externas, modelo de onda completa [ $\text{S}/\text{m}$ ], p. 126
$\bar{\mathbf{Z}}_{\text{ext}}$	matriz de impedâncias externas, modelo de onda completa [ $\Omega/\text{m}$ ], p. 126
$\bar{\Lambda}$	termo do modelo de onda completa, p. 126
$\mathbf{v}$	velocidade do material condutor [ $\text{m}/\text{s}$ ], p. 11
$\mu$	permeabilidade magnética [ $\text{H}/\text{m}$ ], p. 12
$\mu_0$	permeabilidade magnética do ar, igual a $4\pi \times 10^{-7}$ [ $\text{H}/\text{m}$ ], p. 7
$\mu_1$	permeabilidade magnética do meio 1 [ $\text{H}/\text{m}$ ], p. 7
$\mu_2$	permeabilidade magnética do meio 2 [ $\text{H}/\text{m}$ ], p. 7
$\mu_c$	permeabilidade magnética do condutor [ $\text{H}/\text{m}$ ], p. 127
$\mu_{\text{solo}}$	permeabilidade magnética do solo [ $\text{H}/\text{m}$ ], p. 17
$\omega$	frequência angular [ $\text{rad}/\text{s}$ ], p. 7
$\bar{\gamma}$	constante de propagação [ $\text{m}^{-1}$ ], p. 126
$\phi$	potencial escalar elétrico [ $\text{V}$ ], p. 11
$\rho_c$	resistividade elétrica do condutor [ $\Omega.\text{m}$ ], p. 15
$\rho_{\text{solo}}$	resistividade elétrica do solo [ $\Omega.\text{m}$ ], p. 15
$\sigma$	condutividade elétrica [ $\text{S}/\text{m}$ ], p. 10
$\sigma_1$	condutividade elétrica do solo [ $\text{S}/\text{m}$ ], p. 7

$\sigma_c$	condutividade elétrica do condutor [S/m], p. 127
$\sigma_{\text{arg}}$	condutividade elétrica da argamassa [S/m], p. 29
$\sigma_{\text{bent}}$	condutividade elétrica da bentonita [S/m], p. 24
$\sigma_{\text{duto}}$	condutividade elétrica do material do duto (polietileno de alta densidade) [S/m], p. 24
$\varepsilon$	permissividade elétrica [F/m], p. 12
$\varepsilon_0$	permissividade elétrica do ar [F/m], p. 7
$\varepsilon_1$	permissividade elétrica do solo [F/m], p. 7
$\varepsilon_c$	permissividade elétrica do condutor [F/m], p. 127
$\varepsilon_d$	permissividade elétrica do isolante [F/m], p. 127
$\varepsilon_{\text{solo}}$	permissividade elétrica do solo [F/m], p. 24
$\varepsilon_{r_{\text{arg}}}$	permissividade elétrica relativa da argamassa, p. 29
$\varepsilon_{r_{\text{bent}}}$	permissividade elétrica relativa da bentonita, p. 24
$\varepsilon_{r_{\text{duto}}}$	permissividade elétrica relativa do material do duto (polietileno de alta densidade), p. 24
$\varepsilon_{r_{\text{isol}}}$	permissividade elétrica relativa da isolação, p. 15
$\varepsilon_{r_{\text{solo}}}$	permissividade elétrica relativa do solo, p. 15
$d\ell$	elemento de integração com direção normal à superfície do cabo, p. 14
$f$	frequência [Hz], p. 14
$f_1$	frequência inicial de emprego do modelo numérico de altas frequências [Hz], p. 16
$f_2$	frequência limite de emprego do modelo numérico de baixas frequências [Hz], p. 16
$h$	distância do centro do cabo à superfície do solo [m], p. 7
$h_i$	distância do centro do cabo $i$ à superfície do solo [m], p. 7
$h_j$	distância do centro do cabo $j$ à superfície do solo [m], p. 7

$h_{\text{túnel}}$	altura do túnel [m], p. 53
$h_{\text{td}}$	distância vertical entre a extremidade inferior do túnel o centro das fases [m], p. 53
$r$	raio externo do cabo [m], p. 7
$r_0$	raio do condutor [m], p. 127
$r_1$	raio externo, ao redor da isolação [m], p. 127
$r_c$	raio do condutor [m], p. 15
$r_{\text{ext}}$	raio externo do cabo [m], p. 15
$x_{12}$	distância entre os centros dos cabos 1 e 2 [m], p. 43
$x_{ij}$	distância horizontal entre os centros dos cabos $i$ e $j$ [m], p. 7

# Lista de Abreviaturas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica, p. 63
EMTP	<i>Electromagnetic Transient Program</i> , p. 4
HEM	<i>Hybrid Electromagnetic Model</i> , p. 3
LTS	Linha de Transmissão Subterrânea, p. 1
MoM	Método dos momentos, p. 3
PEEC	<i>Partial Element Equivalent Circuit</i> , p. 3
PVC	Problema de Valores de Contorno, p. 3
SBSE	Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, p. 3
TEM	Transversal Eletromagnético, p. 2
analít.	índice utilizado para resultados calculados pelo método analítico, p. 16
num. AF	índice utilizado para especificar resultado calculado pelo método numérico de altas frequências, p. 16
num. BF	índice utilizado para especificar resultado calculado pelo método numérico de baixas frequências, p. 16
num.	índice utilizado para resultados calculados pelo método numérico, p. 18

# Capítulo 1

## Introdução

Esta dissertação apresenta o cálculo de impedâncias e admitâncias de sistemas de transmissão subterrâneos por meio do método dos elementos finitos, que foi aplicado pelo programa computacional *COMSOL Multiphysics*. Neste capítulo são abordados a motivação, objetivo, histórico sobre o tema e a organização do trabalho.

### 1.1 Motivação

O crescente aumento da demanda energética nos centros urbanos exige atenção especial à qualidade do fornecimento de energia. Dentre as medidas adotadas para atender esta necessidade, destaca-se a implantação de sistemas subterrâneos de transmissão a cabos isolados em substituição às redes aéreas.

As linhas de transmissão subterrâneas (LTS) utilizam menor espaço físico quando comparadas às linhas aéreas. No Brasil, há o exemplo da linha de transmissão subterrânea Brasília Sul - Brasília Geral (230 kV), em que a solução encontrada para efetuar a interligação de duas subestações em uma área urbana consolidada, com alto custo fundiário, muitas linhas e espaço físico esgotado, foi a construção de uma LTS compartilhando a faixa de passagem de uma linha aérea [1] [2].

Em regiões urbanas como esta é comum encontrar linhas de transmissão nas proximidades de tubulações metálicas, pontes, ferrovias, circuitos de telecomunicações e outros circuitos. Portanto, preocupa-se com possíveis danos a estes elementos e às pessoas, devido à interferência eletromagnética [3].

A interferência eletromagnética é uma das motivações mais comuns para a investigação da influência do caminho de retorno pelo solo na impedância por unidade de comprimento, visto que as características de transmissão do circuito dependem deste parâmetro [4] [5]. Mas, por outro lado, este efeito é negligenciado no cálculo da admitância pela abordagem tradicional, o que afeta significativamente a representatividade do modelo, principalmente em altas frequências [6] [7].

O projeto adequado de um sistema de potência depende da exatidão dos modelos das linhas de transmissão, e os parâmetros incluídos em tais modelos são as impedâncias longitudinais e admitâncias transversais por unidade de comprimento [8] [9]. Predominantemente, os sistemas operam em regime senoidal, mas podem sofrer oscilações transitórias devido a chaveamentos, curtos-circuitos, manobras e outros fenômenos [10] [11]. Assim, torna-se evidente a importância de se considerar a variação dos parâmetros com a frequência e de se calcular com exatidão a impedância e a admitância de retorno pelo solo para que os modelos traduzam satisfatoriamente o comportamento dos sistemas de transmissão.

Devido à forte dependência desses parâmetros com a frequência, a caracterização da influência dos meios externos aos condutores sobre as características de propagação das ondas de tensão e corrente mostra-se desafiadora [11].

## 1.2 Histórico dos métodos de cálculo de parâmetros externos

Em trabalhos independentes na década de 1920, Carson e Pollaczek desenvolveram expressões baseadas em propagação Quase-TEM (transversal eletromagnética), envolvendo integrais infinitas de difícil solução, que calculam a impedância de retorno pelo solo considerando o condutor filamentar [5] [12]. As dificuldades relacionadas à solução destas integrais motivaram pesquisadores a desenvolver expressões aproximadas para o cálculo.

Wedepohl e Wilcox [13] solucionaram, em 1973, a integral de Pollaczek por meio de séries infinitas. Em 1996, Saad, Gaba e Giroux apresentaram uma expressão baseada na teoria da imagem complexa [14]. Expressões fechadas foram desenvolvidas, em 2012, por Lima e Portela [8], para calcular a impedância de retorno pelo solo em linhas aéreas e subterrâneas; as expressões foram obtidas por meio de técnicas de transformação integral e expansão assintótica, respectivamente.

Outra abordagem para o cálculo de parâmetros unitários externos se baseia na formulação de onda completa do campo eletromagnético, que leva em consideração o efeito do caminho de retorno pelo solo no cálculo da admitância por unidade de comprimento. Contudo, esta formulação apresenta a inconveniente necessidade de solucionar integrais infinitas (integrais de Sommerfeld) com uma constante de propagação desconhecida em seu integrando [15] [11]. A aproximação Quase-TEM facilita o cálculo por assumir um valor predefinido para a constante de propagação na avaliação das integrais infinitas e é aplicável até o limite de alguns mega-hertz.

Os modelos matemáticos representam os fenômenos físicos de forma tão simplificada quanto necessário para possibilitar a solução analítica das equações. Uma

alternativa às fórmulas analíticas é o emprego de métodos numéricos, que têm a vantagem de possibilitar a consideração de irregularidades geométricas dos cabos e do meio externo e os efeitos de proximidade. Entre os métodos numéricos aplicados ao cálculo de parâmetros de sistemas de cabos, estão aqueles baseados em subdivisão de condutores [16], diferenças finitas, método dos momentos (MoM) [17], elementos de contorno e elementos finitos [18] [19].

O MoM consiste num método de solução aproximada da equação integral necessária para a obtenção do campo eletromagnético em cenário onde há uma larga faixa de frequências envolvidas. Há na literatura algumas abordagens que empregam o MoM para a obtenção de parâmetros de circuitos, i.e., impedâncias longitudinais e transversais. Dentre essas, podemos citar o *Hybrid Electromagnetic Model* (HEM) e método *Partial Element Equivalent Circuit* (PEEC). Em ambos há segmentação de condutores, de maneira que as correntes longitudinais são consideradas constantes e as distribuições de corrente transversal são representadas por um sistema de equações lineares [20]. Embora não diretamente relacionado a este trabalho, durante o período de pesquisa foi produzido e apresentado no Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE) 2018 [21] um trabalho no qual foi aplicado o método dos momentos. O trabalho apresentou o efeito da modelagem do solo e da segmentação do condutor sobre a densidade de corrente elétrica em cada elemento e sobre a distribuição de potencial e de campo elétrico no solo.

O método dos elementos finitos (MEF) é uma técnica numérica para obtenção de soluções aproximadas de problemas de valores de contorno (PVCs) provenientes da modelagem matemática de sistemas físicos que são, em geral, traduzidos por equações diferenciais [18]. O MEF foi proposto na década de 1940 e, na década seguinte, passou a ser aplicado para projeto de aeronaves. Depois, foi amplamente utilizado em mecânica estrutural, e logo teve sua aplicabilidade reconhecida em diversas áreas como mecânica dos fluidos, vibração, transferência de calor e eletromagnetismo [22] [18].

Os PVCs resolvidos por MEF são, geralmente, estruturas físicas sujeitas a determinadas entradas ou cargas. Os problemas são definidos juntamente com condições na fronteira  $\Gamma_e$  que circunda o domínio  $\Omega_e$  da geometria. O MEF se utiliza da discretização do domínio, a divisão do domínio em subdomínios (ou elementos), e fornece solução por funções aproximadas definidas para cada um destes elementos.

A modelagem baseada no MEF permite a representação e análise do problema, incluindo considerações não englobadas pela formulação analítica [9], o que é relevante para sistemas de transmissão subterrâneos, que são construídos com geometrias mais complexas do que as consideradas pelas fórmulas analíticas. Além disso, a maioria dos métodos analíticos considera o solo homogêneo, enquanto os programas computacionais baseados em MEF permitem a inclusão das irregularidades do solo



na geometria do problema.

Podem ser mencionados alguns trabalhos que aplicaram a modelagem bidimensional do MEF para avaliar parâmetros elétricos de linhas de transmissão. Os fundamentos do método foram abordados por Lucas [23] que também propôs formatos de elementos e desenvolveu uma formulação para o cálculo da indutância. No fim da década de 1980, Cristina [24] aplicou o método para o cálculo de parâmetros em cabos com múltiplos condutores, considerando efeitos de proximidade e pelicular no cálculo da impedância e o campo eletrostático no cálculo da capacitância. Yin [9] [19] solucionou sistemas de equações pela técnica de Galerkin para o cálculo de impedâncias série e capacitâncias paralelas de cabos subterrâneos, por meio de métodos desenvolvidos e apresentados em seu trabalho. Yin também discute a formação de malhas e apresenta uma técnica de redução da região de solução aplicada a casos cujos resultados são comparados à solução analítica do método de Pollaczek em 60 Hz, 6 kHz e 600 kHz.

Em 2011, Habib [25] calculou parâmetros de cabos subterrâneos para operação em alta frequência e aplicou os resultados a um programa do tipo *Electromagnetic Transient Program* (EMTP) para a obtenção de respostas temporais. Em 2015, Souza [26], utilizou um programa do mesmo tipo como referência para os parâmetros unitários calculados por meio do MEF até 600 kHz com auxílio do programa computacional *Finite Element Method Magnetism* (FEMM) e comparou seus resultados, em casos específicos, com os resultados de [19]

Em 2016, Hafner desenvolveu uma modelagem numérica bidimensional em elementos finitos para o cálculo de parâmetros unitários de cabos tripolares, cujos resultados foram comparados com resultados analíticos e valores fornecidos pelo fabricante e validados por meio de medições [27] [28].

Destaca-se, assim, que a abordagem do MEF é aplicável ao cálculo de impedâncias e admitâncias de sistemas de transmissão subterrâneos com configurações arbitrárias. Há, entretanto, limitações quanto a exatidão dos resultados, devido, por exemplo, à forma da discretização do domínio e à própria acurácia da formulação aplicada [29].

Idealmente, resultados experimentais poderiam ser usados para averiguar e refinar a precisão do método numérico empregado. Em face das dificuldades da realização de ensaios experimentais em sistemas reais de transmissão subterrâneos, buscou-se comparar os resultados numéricos com configurações nas quais a resposta analítica é conhecida, a fim de testar a adequação da formulação pelo MEF.

## 1.3 Objetivos

O principal objetivo desta dissertação é implementar uma metodologia adequada ao cálculo de impedâncias e admitâncias unitárias de retorno pelo solo por meio do Método dos Elementos Finitos, que permita incluir características físicas no modelo além das consideradas em métodos analíticos.

Além disso, este trabalho se propõe a apresentar, por meio dos resultados obtidos pelo MEF, o efeito de dutos e túneis sobre os parâmetros externos unitários de sistemas de transmissão subterrâneos e sobre a admitância característica e a função propagação.

## 1.4 Metodologia

A partir do método Quase-TEM foram obtidos resultados de impedância e admitância de retorno pelo solo. A admitância de retorno pelo solo foi associada à admitância da camada isolante, para o cálculo da admitância total pelo método analítico. Estes resultados foram calculados com auxílio do programa computacional *Mathematica*<sup>1</sup> e foram utilizados como base de comparação, como uma referência para o método numérico.

Assim, por meio do programa computacional *COMSOL Multiphysics*<sup>2</sup>, foram implementadas as formulações do MEF e as configurações necessárias à obtenção de resultados comparáveis aos do método analítico.

Os resultados foram obtidos primeiramente para um caso monofásico isolado enterrado diretamente, de forma que houvesse comparação direta com o modelo analítico. Posteriormente, foram analisados novos casos que possibilitaram a verificação das influências de dutos e túneis e o cálculo de parâmetros de sistemas multifásicos.

Finalmente, foram calculadas a função propagação e a admitância característica, a partir dos parâmetros obtidos pelo MEF.

## 1.5 Estrutura e organização do trabalho

O texto é estruturado em seis capítulos. Este primeiro é uma introdução. Os demais são organizados como segue:

- **Capítulo 2:** Apresenta os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros externos unitários de linhas subterrâneas. Neste capítulo, são descritas a formulação Quase-TEM e as formulações aplicadas por meio do MEF

---

<sup>1</sup>Wolfram Mathematica 11.3, licença “*Mathematica for sites*” da UFRJ

<sup>2</sup>COMSOL Multiphysics 5.4, licença do Cepel

para impedância e admitância e é realizado um teste em caso monofásico, cujos resultados são obtidos por ambos os métodos para comparação.

- **Capítulo 3:** Um caso monofásico enterrado em duto é gerado a partir do caso teste. Sendo a presença do duto a única diferença entre os casos, sua influência torna-se explícita nos resultados no domínio da frequência. Conforme a mesma ideia, é avaliado o efeito do túnel. A mesma sequência de testes (sistema diretamente enterrado, cabos instalados em dutos e cabos instalados em dutos dentro de um túnel ) é realizada para o sistema trifásico em configuração *flat* horizontal, com o mesmo cabo dos casos monofásicos anteriores.
- **Capítulo 4:** Este capítulo mostra a aplicação da mesma sequência de testes a casos representativos de configurações reais, com cabo baseado em [1]. Os resultados são obtidos para casos monofásicos, casos com quatro fases e casos trifásicos em configuração *flat* horizontal.
- **Capítulo 5:** Mostra a aplicação direta dos parâmetros unitários obtidos no capítulo anterior para os casos monofásicos e com quatro fases, a partir dos quais são calculados os parâmetros de propagação.
- **Capítulo 6:** Apresenta as principais conclusões deste trabalho e sugestões de continuidade.

Além disto, três apêndices complementam o trabalho com informações e detalhes adicionais.

- **Apêndice A:** Apresenta as considerações e as expressões da formulação onda completa.
- **Apêndice B:** Descreve os detalhes de modelagem e implementação das formulações no programa computacional *COMSOL Multiphysics*.
- **Apêndice C:** Mostra a influência dos parâmetros do reaterro no comportamento da admitância em testes realizados para o caso monofásico, considerando diferentes valores de condutividade elétrica e permissividade elétrica relativa.

# Capítulo 2

## Formulações Analítica e Numérica

Este capítulo trata das formulações aplicadas neste trabalho para o cálculo dos parâmetros externos unitários de linhas subterrâneas: a formulação analítica, aproximação Quase-TEM, baseada na formulação de onda completa e a formulação aplicada por meio do Método dos Elementos Finitos.

É apresentado um caso teste que exemplifica a aplicação e possibilita a comparação entre os resultados de ambos os métodos.

### 2.1 Aproximação Quase-TEM

O cálculo dos parâmetros unitários externos pela formulação de onda completa (Apêndice A) é dificultado por sua dependência em relação à constante de propagação desconhecida  $\gamma$ . A aproximação Quase-TEM evita este inconveniente por meio do ajuste de um valor para  $\gamma$  na avaliação das integrais infinitas, dentro de um limite de validade de frequência quando as permeabilidades magnéticas dos meios 1 e 2 ( $\mu_1$  e  $\mu_2$ ) são iguais a  $\mu_0$ , a permeabilidade do ar [11].

Os resultados obtidos numericamente neste trabalho são comparados ao modelo válido até alguns mega-hertz, limite em que a constante de propagação  $\gamma$  pode ser negligenciada [11].

Os parâmetros unitários  $\mathbf{Z}_{\text{ext}}$  e  $\mathbf{Y}_{\text{ext}}$  são escalares, no caso de sistemas monofásicos, ou matrizes quadradas de ordem igual ao número  $k$  de fases, para sistemas multifásicos.

As impedâncias e admitâncias externas próprias e mútuas são dependentes da frequência angular  $\omega$ , da constante de propagação do solo  $\gamma_1 = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1)}$ , da constante de propagação do ar  $\gamma_2 = j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ , da condutividade do solo  $\sigma_1$ , da permissividade elétrica do solo  $\varepsilon_1$  e das características geométricas do sistema, como o raio externo  $r$ , a distância horizontal entre os centros de dois cabos  $x_{ij}$  e as profundidades  $h_i$  e  $h_j$  dos cabos  $i$  e  $j$  em relação à superfície do solo.

As expressões que calculam  $\mathbf{Z}_{\text{ext}}$  e  $\mathbf{Y}_{\text{ext}}$  por aproximação Quase-TEM são (2.1) e (2.2).

$$\mathbf{Z}_{\text{ext}} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi}[\mathbf{\Lambda} + \mathbf{S}_2] \quad (2.1)$$

$$\mathbf{Y}_{\text{ext}} = 2\pi(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1)[\mathbf{\Lambda} + \mathbf{S}_1]^{-1} \quad (2.2)$$

em que  $\mathbf{\Lambda}$ ,  $\mathbf{S}_1$  e  $\mathbf{S}_2$  são matrizes quadradas de ordem  $k$ , cujos elementos são calculados, respectivamente por (2.3), (2.4) e (2.5),

$$\begin{cases} \Lambda_{ij} = K_0(r\gamma_1) - K_0(d\gamma_1) & , \quad i = j \\ \Lambda_{ij} = K_0(d_{ij}\gamma_1) - K_0(D_{ij}\gamma_1) & , \quad i \neq j \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} S_{1_{ij}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u_2 [\exp(-2hu_1) - \exp(-hu_1)]}{u_1 (n^2u_1 + u_2)} \exp(-jr\lambda) d\lambda, & i = j \\ S_{1_{ij}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u_2 [\exp(-(h_i + h_j)u_1) - \exp((h_i + h_j)u_1/2)]}{u_1 (n^2u_1 + u_2)} \exp(-jx_{ij}\lambda) d\lambda, & i \neq j \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\begin{cases} S_{2_{ij}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-2hu_1)}{u_1 + u_2} \exp(-jr\lambda) d\lambda & , \quad i = j \\ S_{2_{ij}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-(h_i + h_j)u_1)}{u_1 + u_2} \exp(-jx_{ij}\lambda) d\lambda & , \quad i \neq j \end{cases} \quad (2.5)$$

sendo  $d = \sqrt{(2h)^2 + r^2}$ ,  $d_{ij} = \sqrt{(h_i - h_j)^2 + x_{ij}^2}$ ,  $D_{ij} = \sqrt{(h_i + h_j)^2 + x_{ij}^2}$ ,  $u_1 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2}$ ,  $u_2 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2}$ ,  $n = \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)^2$  (Vide Figura 2.1).

O cálculo da constante de propagação é realizado por (2.6).

$$\gamma = \sqrt{(\mathbf{Z}_{\text{int}} + \mathbf{Z}_{\text{d}} + \mathbf{Z}_{\text{ext}}) \cdot (\mathbf{Y}_{\text{d}}^{-1} + \mathbf{Y}_{\text{ext}}^{-1})^{-1}} \quad (2.6)$$

em que  $\mathbf{Z}_{\text{int}}$  é a matriz de impedâncias internas,  $\mathbf{Z}_{\text{d}}$  a de impedâncias das camadas isolantes e  $\mathbf{Y}_{\text{d}}$  a matriz de admitâncias das camadas isolantes, cujos elementos são calculados conforme (A.10), (A.11) e (A.12), respectivamente.

Neste trabalho, são comparados resultados de impedância unitária externa e de admitância total, calculada analiticamente por (2.7).

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_{\text{d}}^{-1} + \mathbf{Y}_{\text{ext}}^{-1})^{-1} \quad (2.7)$$

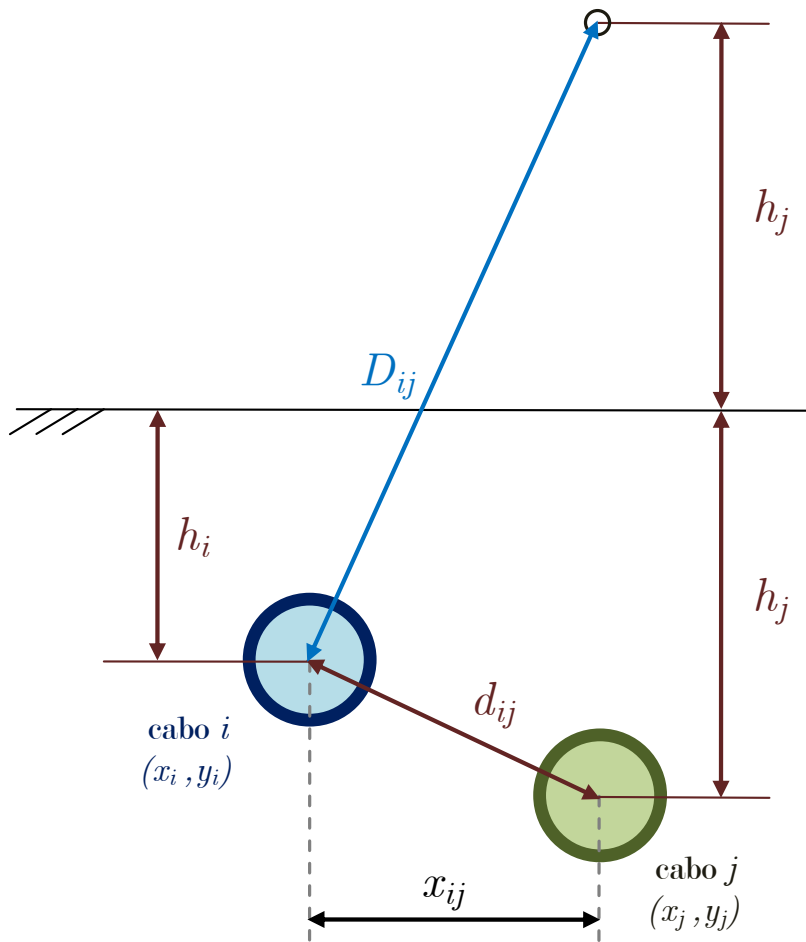


Figura 2.1: Distâncias relativas a dois cabos “i” e “j”.

## 2.2 Formulação do Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos é um método numérico que soluciona problemas de valores de contorno de forma aproximada, a partir da discretização do domínio em uma malha de subdomínios, também chamados de elementos.

Estes problemas de valores de contorno são problemas físicos, traduzidos matematicamente por equações diferenciais. Para se obter uma solução, são atribuídas condições relacionadas à geometria do problema e os materiais que a compõem, seu estado inicial, seus valores de contorno, entre outros [22].

O resultado obtido reflete cada consideração aplicada ao modelo matemático. Não é necessário, nem possível, considerar todas as reais propriedades do problema físico, portanto deve-se conhecer as necessidades do modelo e incluir os parâmetros relevantes ao resultado a ser calculado.

Um modelo matemático adequado resulta em respostas mais exatas. Por ser um método numérico, a solução é representada em um domínio discreto e o resultado obtido torna-se mais exato à medida que as dimensões dos elementos finitos forem menores e a qualidade da discretização for melhor. Malhas mais refinadas apresentam elementos menores e, conseqüentemente, maior número de nós e maior número de incógnitas do sistema de equações.

Os elementos bidimensionais que compõem o domínio são geralmente retangulares ou triangulares, sendo os triangulares os mais utilizados, por possibilitarem a subdivisão de regiões irregulares. Em algumas aplicações são utilizados elementos triangulares de segunda ordem ou de ordens superiores, por serem mais exatos que elementos de primeira ordem [18].

Este trabalho utiliza uma plataforma de simulação dividida em módulos, o *COM-SOL Multiphysics*, para a modelagem bidimensional do problema, sendo os resultados impedâncias e admitâncias por unidade de comprimento. As formulações específicas são apresentadas nas seções a seguir e utilizam as relações constitutivas em (2.8).

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \end{cases} \quad (2.8)$$

### 2.2.1 Formulação do MEF para o cálculo da impedância unitária de retorno pelo solo

A impedância de retorno do solo por unidade de comprimento é definida como a razão entre a intensidade do campo elétrico axial médio na superfície da isolação

e a corrente que percorre o condutor, como representa (2.9),

$$Z_{\text{ext}} = -\frac{E_z}{I} \quad (2.9)$$

em que  $E_z$  é o campo elétrico axial médio na superfície externa do cabo e  $I$  é a corrente que percorre o condutor [5] [12].

O Método de Pollaczek para o cálculo da impedância de retorno do solo considera que o cabo é infinito e paralelo à interface solo-ar (Figura 2.2) [12] [13].

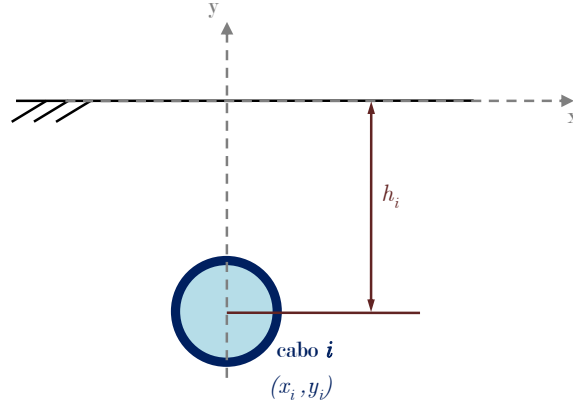


Figura 2.2: Vista do condutor infinitamente longo sob a superfície do solo.

Este método foi aplicado por meio do MEF, abordando o problema físico com dependência da frequência a fim de obter impedâncias no domínio da frequência como descrevem as equações de Maxwell (2.10), observadas as relações constitutivas (2.8) para materiais lineares e a densidade de corrente.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \sigma \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{J}_e \\ \nabla \times \mathbf{E} = j\omega \mathbf{B} \\ \mathbf{E} = -\nabla \phi - j\omega \mathbf{A} \\ \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{array} \right. \quad (2.10)$$

em que  $\mathbf{J}_e$  é a densidade de corrente elétrica gerada externamente e  $\mathbf{v}$  é a velocidade do material condutor. Esta velocidade é nula nos casos estudados, já que os condutores não estão em movimento.

A impedância unitária é calculada a partir da aplicação de uma corrente  $I = 1$  A à superfície externa do condutor mais externo em direção longitudinal  $z$  com sentido para fora do plano, sendo esta a mesma direção para o potencial vetor. A densidade de corrente ( $\mathbf{J}$ ) e o campo elétrico ( $\mathbf{E}$ ) também compartilham esta mesma direção,



e a componente  $E_z$ , não nula, é utilizada para determinar a impedância.

A impedância unitária entre os cabos  $i$  e  $j$  de um sistema com  $k$  fases é calculada pela aplicação da corrente apenas no cabo  $i$ , tomando-se a média axial de  $E_z$  ao longo da superfície externa de  $j$ , inclusive quando  $i = j$ .

A escolha da formulação adequada é dependente da grandeza adimensional  $\ell_e$  denominada “comprimento elétrico”, a razão entre a maior distância entre dois pontos da estrutura e o comprimento de onda dos campos eletromagnéticos. Para  $\ell_e \leq 0,1$ , pode-se desconsiderar atrasos provenientes da propagação de ondas, utilizando-se a formulação quase-estática. Quando os atrasos da propagação tornam-se relevantes, ou seja, quando  $\ell_e \geq 0,01$ , deve-se considerar a forma completa das equações de Maxwell. Na faixa  $0,01 < \ell_e < 0,1$  ambas podem ser utilizadas [30].

Neste trabalho, denomina-se “baixas frequências” a faixa de frequências na qual a formulação quase-estática é válida e “altas frequências” a faixa de frequências em que os atrasos da propagação são relevantes, observando-se que estas duas faixas se sobrepõem em uma faixa intermediária.

A equação utilizada para as altas frequências, é proveniente das equações de Maxwell, em conjunto com as relações constitutivas (2.8),

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

que são combinadas em (2.12).

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{H} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) = \gamma^2 \mathbf{H} \\ \nabla^2 \mathbf{E} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = \gamma^2 \mathbf{E} \end{cases} \quad (2.12)$$

As condições de contorno são aplicadas conforme indica a Figura 2.3. A condição empregada em baixas frequências é a isolamento magnética ( $\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0$ ), que anula as componentes tangenciais do potencial vetor magnético. Já em altas frequências, aplica-se às fronteiras externas do domínio a condição de condutor elétrico perfeito ( $\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0$ ), que atribui valor zero às componentes tangenciais do campo elétrico.

Nos casos de interesse deste trabalho, seria necessário representar uma região bastante ampla para garantir a exatidão dos resultados. Na formulação de baixas frequências, utilizam-se ferramentas para simular domínios abertos, sem a necessidade de representar regiões muito amplas. Já em altas frequências, é apropriado aumentar os domínios virtuais no plano complexo, a fim de que as “ondas de saída” sejam absorvidas [31].

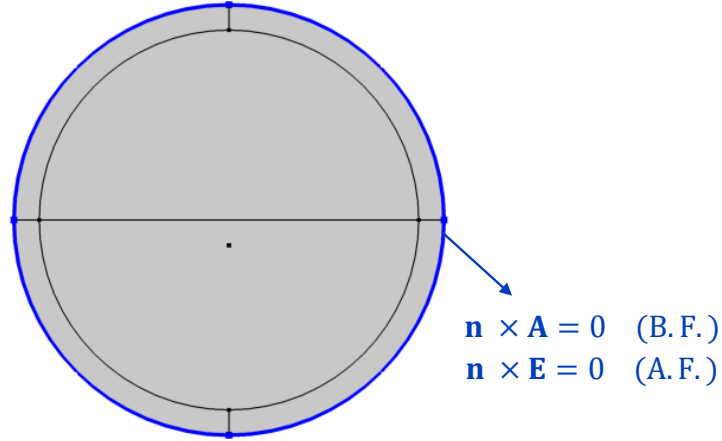


Figura 2.3: Condições de contorno aplicadas para o cálculo da impedância - isolamento magnética em baixas frequências (B.F.) e superfície de condutor perfeito em altas frequências (A.F.).

## 2.2.2 Formulação do MEF para o cálculo da admitância unitária de retorno pelo solo

Para o cálculo da admitância, utiliza-se o método da carga superficial, uma formulação em potencial escalar elétrico que calcula a distribuição do campo elétrico nos dielétricos, negligenciando efeitos indutivos e considerando efeitos capacitivos. Esta formulação é caracterizada, no domínio da frequência, pelas equações (2.13), considerando (2.8) [30],

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\mathbf{J} + j\omega\mathbf{D}) = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0 \\ \mathbf{E} = -\nabla\phi \end{cases} \quad (2.13)$$

e é aplicada à camada isolante mais externa do cabo e às regiões exteriores, como dutos, túneis, solo, ar, etc.

Como condições de contorno, aplica-se uma tensão de 1 V à camada condutora mais externa do cabo, considerando como referência de potencial a parte inferior da superfície mais externa do domínio, como indica a Figura 2.4 (a) para o caso teste apresentado na seção 2.3. Além disso, a condição de isolamento elétrica ( $\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$ ) é atribuída ao limite do domínio que representa o ar, como mostra a Figura 2.4 (b). Esta condição implica que nenhuma corrente elétrica flui para o interior da fronteira.

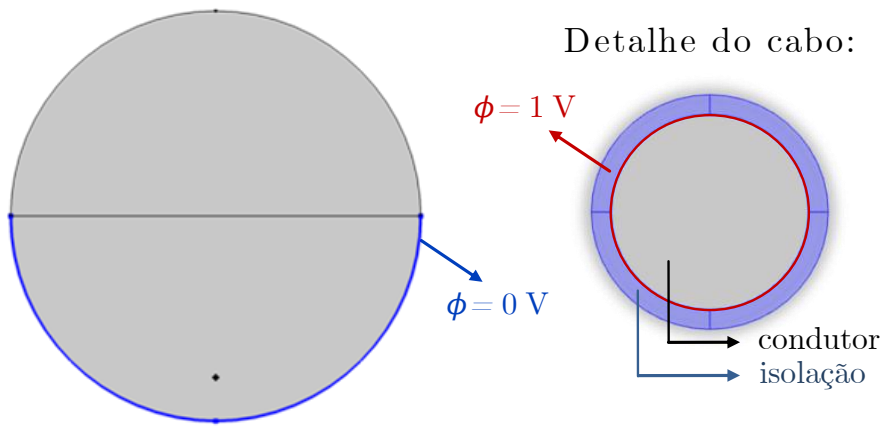
A partir destas considerações, calcula-se a distribuição de campo elétrico em todo o domínio. Esta, por sua vez, é utilizada para o cálculo das admitâncias unitárias que incluem o efeito da isolamento externa, conforme (2.14)

$$Y_{ij} = -\frac{1}{2\pi f} \frac{Q_j}{V_i}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, k \quad (2.14)$$

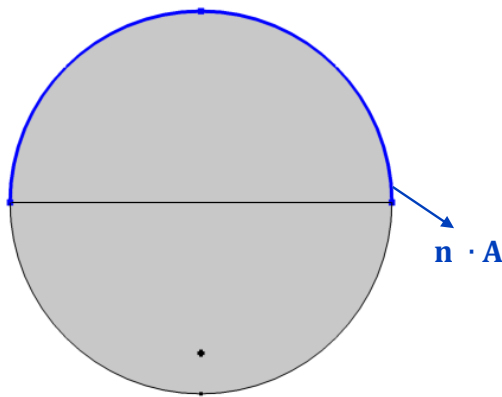
que calcula admitâncias mútuas entre os cabos  $i$  e  $j$  ou próprias ( $i = j$ ), sendo  $V_i$  a tensão aplicada ao cabo  $i$  e  $Q_j$  a densidade de carga, dada por (2.15)

$$Q_j = \int_{\Gamma_{c_j}} \mathbf{D} \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad (2.15)$$

em que  $\Gamma_{c_j}$  é o contorno da seção transversal do condutor mais externo do cabo  $j$  e  $d\boldsymbol{\ell}$  é um elemento de integração com direção normal à  $\Gamma_{c_j}$  [19].



(a) Potencial elétrico



(b) Isolação elétrica

Figura 2.4: Condições de contorno aplicadas para o cálculo da admitância.

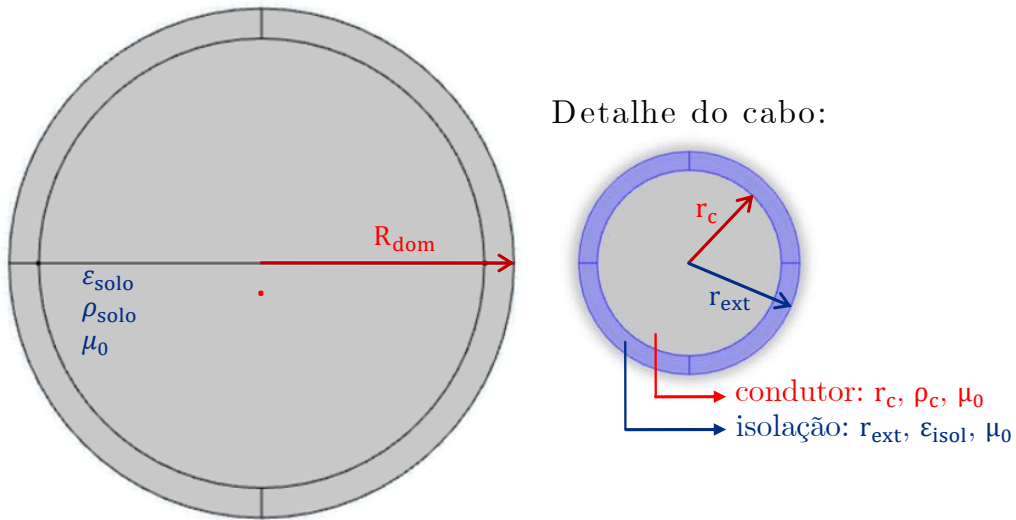


Figura 2.5: Geometria do caso teste com detalhe do cabo.  $R_{\text{dom}} = 8,5 \text{ m}$

Tabela 2.1: Dados do caso teste

Raio do condutor	$r_c = 10 \text{ mm}$
Raio externo	$r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$
Profundidade do cabo	$h = 1 \text{ m}$
Resistividade do condutor	$\rho_c = 1,539 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$
Permissividade relativa da isolação	$\epsilon_{r_{\text{isol}}} = 3$
Permissividade relativa do solo	$\epsilon_{r_{\text{solo}}} = 10$
Resistividade do solo	$\rho_{\text{solo}} = 1000 \Omega \cdot \text{m}$

Para o cálculo da admitância há, também, uma condição para o comprimento do domínio, já que a formulação é aplicável quando a profundidade de penetração e o comprimento de onda são maiores que as dimensões da geometria sob estudo [30]. Portanto, não é utilizada a ampliação virtual do comprimento do domínio e busca-se reduzir suficientemente o raio externo para que as condições de aplicabilidade sejam atendidas, mas considerando a profundidade de instalação do cabo.

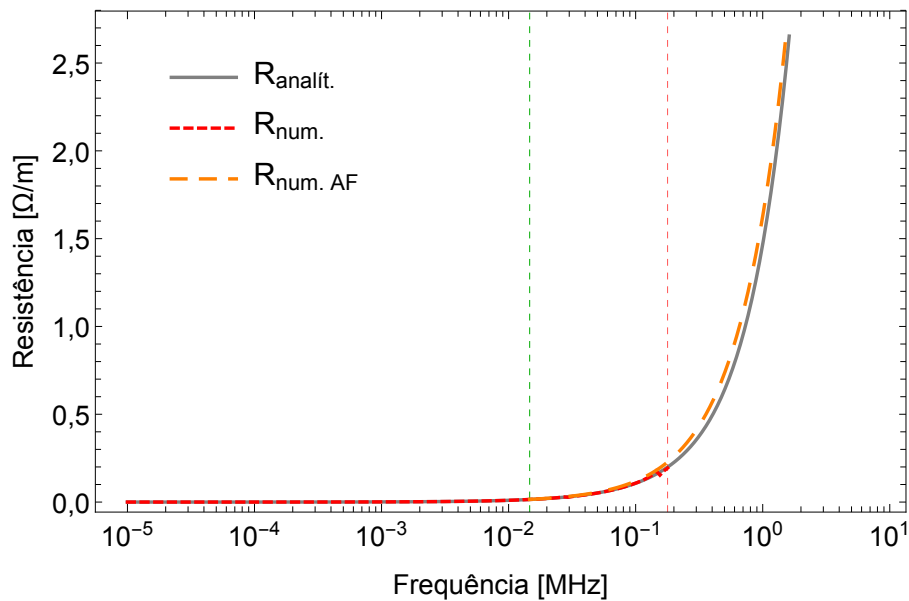
## 2.3 Caso teste

Com a finalidade de exemplificar a aplicação dos métodos apresentados, foi utilizado o caso monofásico baseado em [32], mostrado na Figura 2.5.

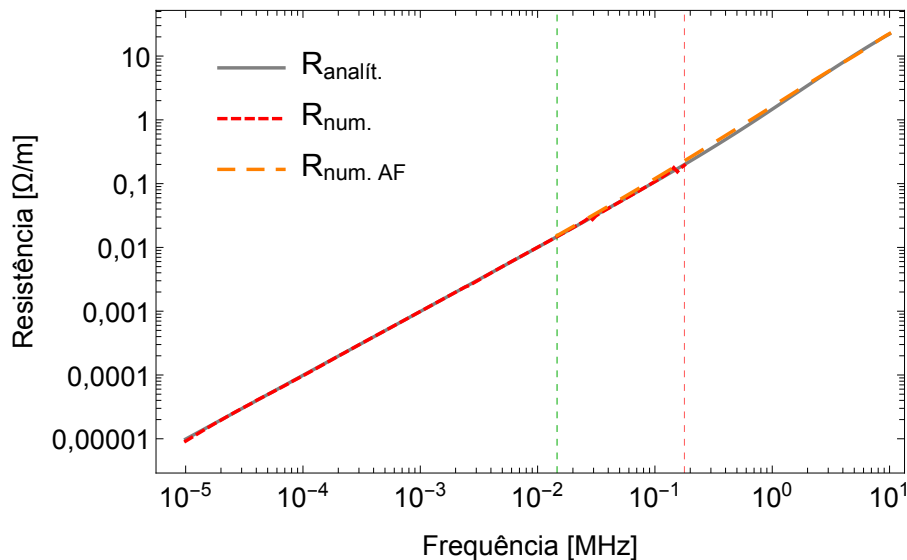
O caso consiste em um cabo *single core* enterrado em solo homogêneo, modelado de forma convencional, com parâmetros constantes. Os dados são apresentados na Tabela 2.1 [32].

Os resultados foram calculados para 200 pontos de frequência, logaritmicamente espaçados entre 10 Hz e 10 MHz. As Figuras 2.6, 2.7 mostram os resultados obtidos para impedância.

Em cada gráfico, a linha vertical tracejada vermelha indica a frequência limite para o modelo numérico de baixas frequências (num. BF), igual a  $f_2 = 0,178$  MHz e a linha verde indica a frequência inicial para a qual o modelo numérico de altas frequências (num. AF) passa a ser empregado ( $f_1 = 0,014$  MHz).



(a) Escala vertical linear



(b) Escala vertical logarítmica

Figura 2.6: Resistência externa por unidade de comprimento do caso monofásico diretamente enterrado (caso teste).

Foi utilizado o raio do domínio igual a 8,5 m, sendo uma camada de 1 m virtualmente ampliada para 1000 km, a fim de tornar as dimensões da geometria virtu-

almente maiores que a profundidade de penetração, calculada por (2.16)

$$\delta_{\text{solo}} = \sqrt{\frac{2\rho_{\text{solo}}}{\omega\mu_{\text{solo}}}} \quad (2.16)$$

em que  $\mu_{\text{solo}}$  é a permeabilidade magnética do solo e  $\omega$ , a frequência angular, igual a  $2\pi f$ . A profundidade de penetração indica a atenuação do campo e a região que contém sua parcela mais significativa. Assim, para melhor exatidão, os cálculos devem considerar regiões mais amplas do que esta.

Menores frequências relacionam-se à maiores profundidades de penetração. Logo, foi considerada  $\delta_{\text{solo}}$  para  $f = 10$  Hz, ou seja, 5,03 km, e escolheu-se manter o domínio virtual igual a 1000 km para todas as frequências.

Esta ampliação virtual do domínio é possível por meio de uma ferramenta específica do programa computacional utilizado. A geometria foi efetivamente representada com um raio externo igual a 8,5 m, o que conduziu a uma exatidão satisfatória.

Entretanto, observou-se uma oscilação dos resultados nas frequências mais baixas (entre 10 e 2400 Hz), como mostra a Figura 2.8. Este erro foi solucionado pela ampliação do raio do domínio ( $R_{\text{dom}}$ ), e conseqüente aumento do comprimento elétrico, nestas frequências.

Para evitar a construção de uma nova malha a cada frequência, a faixa entre 10 Hz e 2409,4 Hz foi dividida em sete intervalos. Para cada um deles, atribuiu-se um valor de  $R_{\text{dom}}$  como mostra a Tabela 2.2, que também apresenta o comprimento elétrico de cada intervalo. Antes da ampliação do raio do domínio,  $\ell_e$  era de  $8,6 \times 10^{-6}$  para  $f = 10$  Hz e de  $1,8 \times 10^{-3}$  para  $f = 2409,4$  Hz.

Tabela 2.2: Intervalos de frequências para ampliação do raio externo do domínio

<b>Intervalo (Hz)</b>	<b><math>R_{\text{dom}}</math> (m)</b>	<b>Comprimento elétrico</b>
$10 < f < 18,680$	76 m	$7,7 \times 10^{-5} < \ell_e < 1,4 \times 10^{-4}$
$20,022 < f < 37,400$	66 m	$1,3 \times 10^{-4} < \ell_e < 2,4 \times 10^{-4}$
$40,088 < f < 74,881$	56 m	$2,2 \times 10^{-4} < \ell_e < 4,0 \times 10^{-4}$
$80,264 < f < 212,15$	46 m	$2,2 \times 10^{-4} < \ell_e < 9,2 \times 10^{-4}$
$227,40 < f < 601,03$	46 m	$8,7 \times 10^{-4} < \ell_e < 2,3 \times 10^{-3}$
$644,24 < f < 1203,4$	36 m	$2,1 \times 10^{-3} < \ell_e < 3,9 \times 10^{-3}$
$1289,9 < f < 2409,4$	31 m	$3,6 \times 10^{-3} < \ell_e < 6,6 \times 10^{-3}$

A malha gerada pelo programa computacional é apresentada na Figura 2.9. Para o domínio de raio externo igual a 8,5 m, foi utilizada uma malha com 26.056 elementos de domínio e 808 elementos de fronteira.

A mesma configuração da malha foi mantida para cálculo da admitância mas, esta, com menor número de elementos, devido à menor dimensão do domínio.

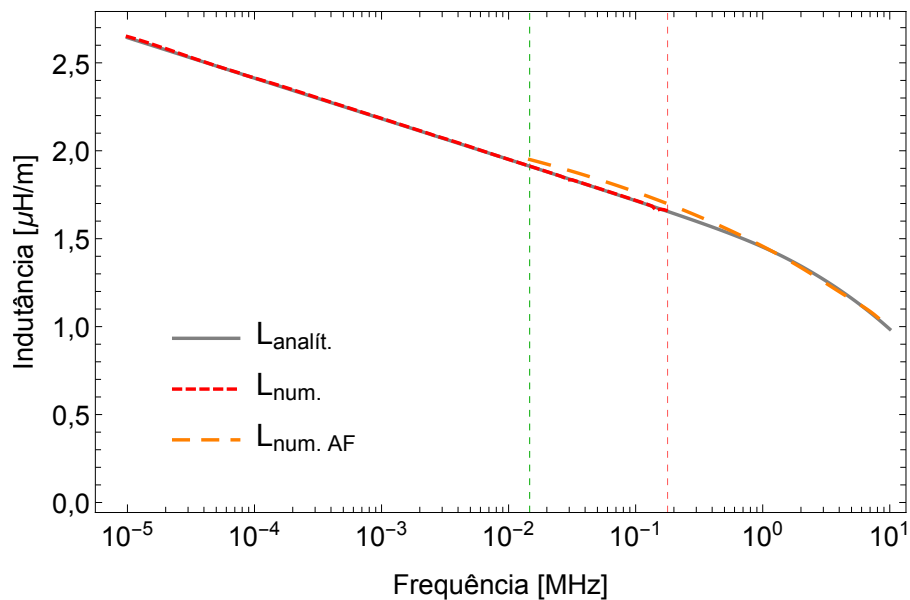
O comprimento do domínio deve ser bem menor que a profundidade de penetração ( $\delta_{\text{solo}}$ ) e o comprimento de onda ( $\lambda_{\text{solo}} = 2\pi/\text{Im}(\gamma)$ ), ambos são inversamente proporcionais a frequência e, portanto, seus valores mais críticos relacionam-se às frequências mais altas.

Para  $f = 10$  MHz,  $\delta_{\text{solo}} = 5,03$  m e  $\lambda_{\text{solo}} = 9,04$  m. Então, o diâmetro do domínio deve ser inferior a 5,03 m, mas deve considerar a profundidade do cabo ( $h = 1$  m). Após alguns testes, foi utilizado  $R_{\text{dom}} = 1,27$  m. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 2.10.

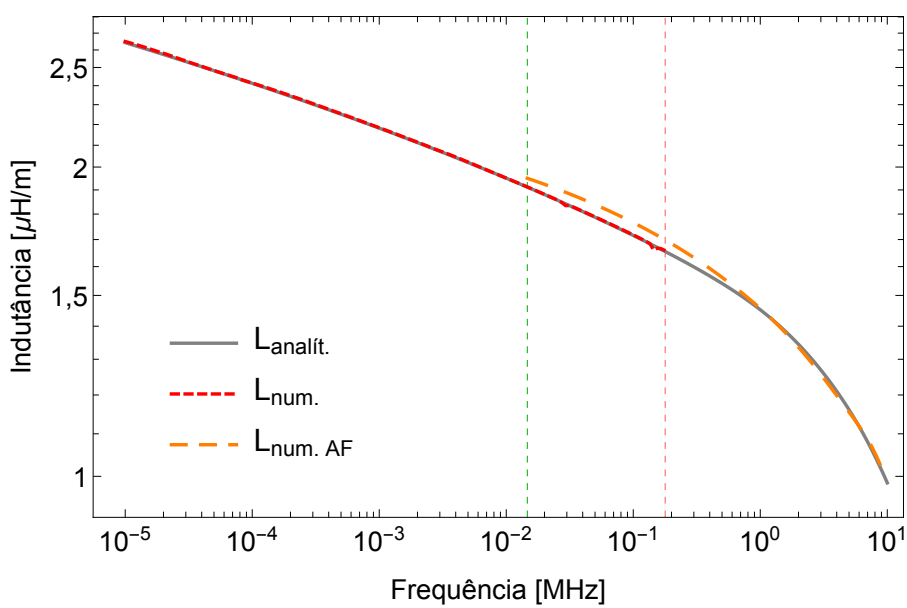
A metodologia apresentada resultou em impedâncias e admitâncias bastante próximas ao modelo analítico.

Nos resultados do caso teste, é possível observar pequenas oscilações entre  $f_1$  e  $f_2$ , mais especificamente em 0,02933 MHz e 0,15522 MHz (em detalhe na Figura 2.11). Por esta razão optou-se por realizar a transição entre os modelos de impedância na frequência inicial do modelo de altas frequências,  $f_1 = 0,014$  MHz.

Em relação à admitância, nota-se um afastamento entre o resultado numérico e analítico a partir de  $f = 1,5344$  MHz, em especial na capacitância. As frequências mais altas se relacionam à menores profundidades de penetração e comprimento de onda, que são os parâmetros utilizados para determinar o comprimento do domínio estudado. Esta diferença nas frequências mais altas da faixa pode, então, ser atribuída ao fato de o domínio ter sua dimensão externa próxima à profundidade de penetração.



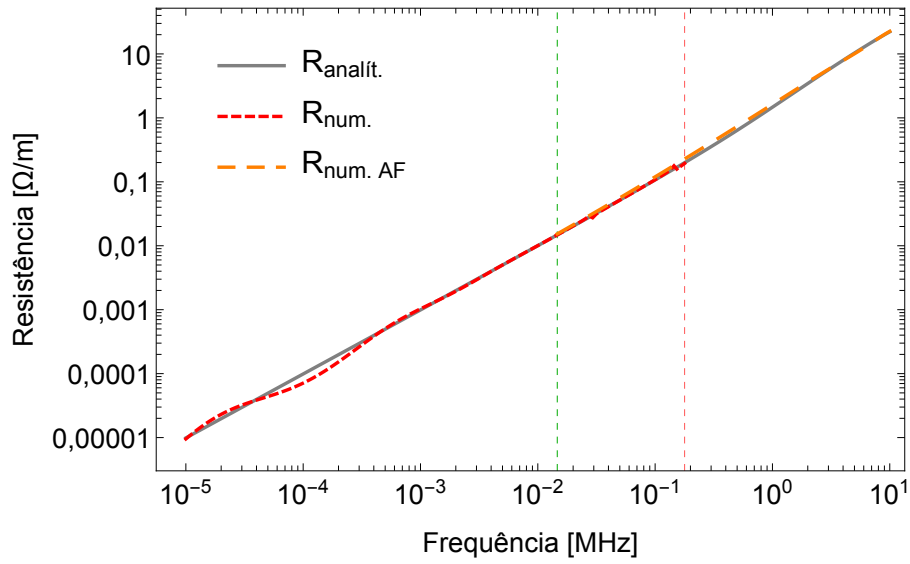
(a) Escala vertical linear



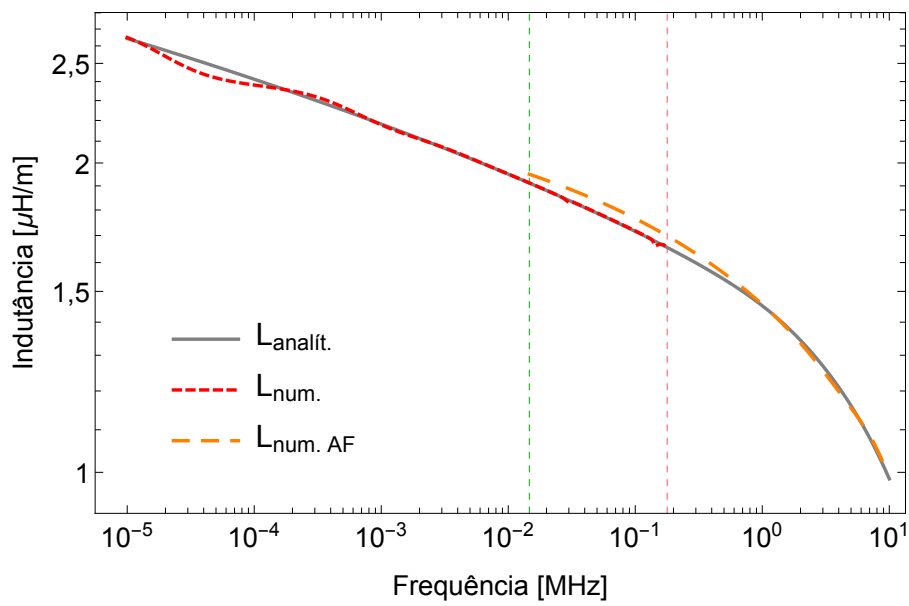
(b) Escala vertical logarítmica

Figura 2.7: Indutância externa por unidade de comprimento do caso monofásico diretamente enterrado (caso teste).





(a) Resistência



(b) Indutância

Figura 2.8: Exemplo da oscilação dos resultados antes da ampliação do raio do domínio.

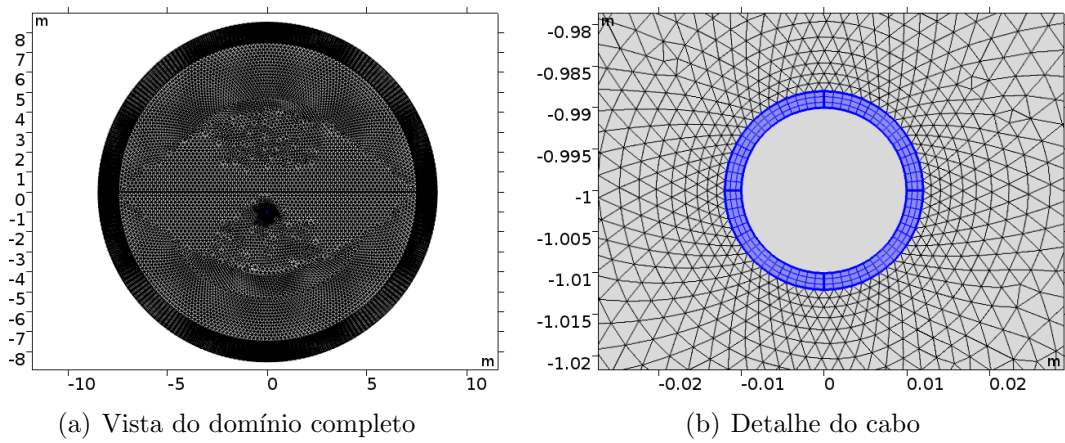
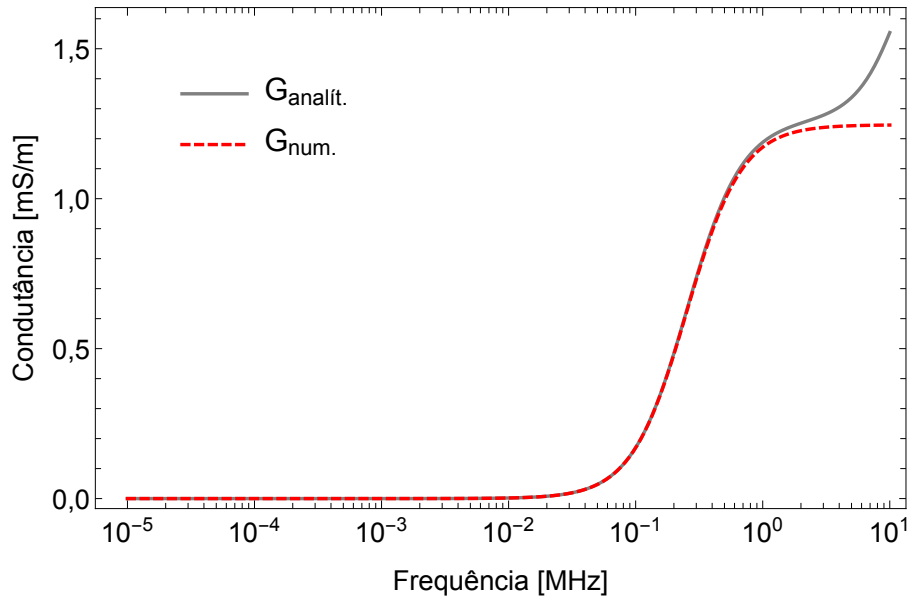
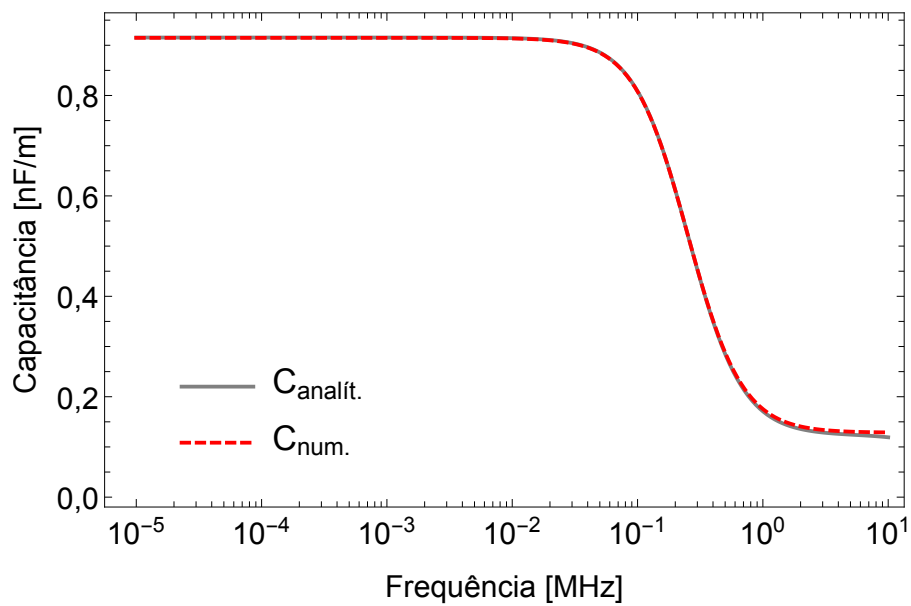


Figura 2.9: Malha do caso teste.

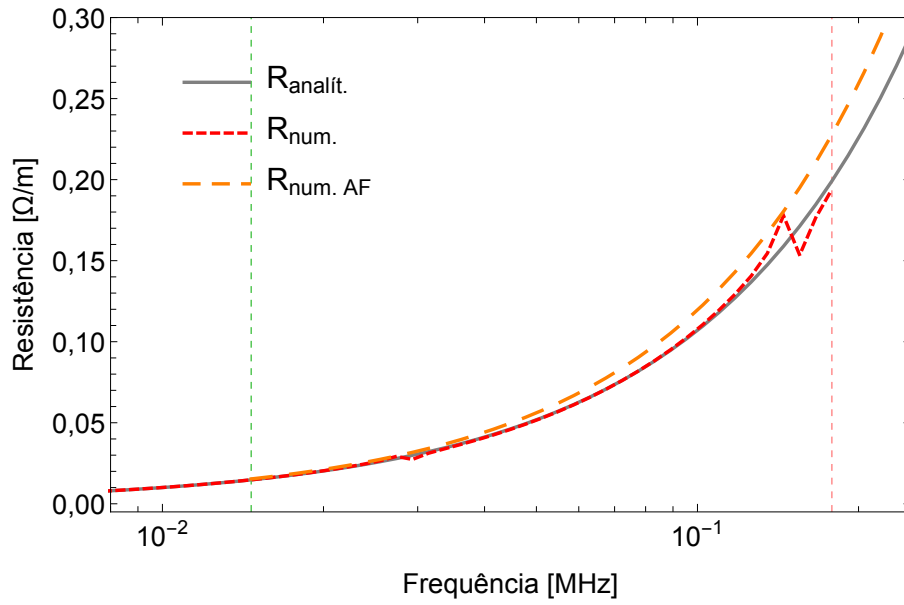


(a) Condutância

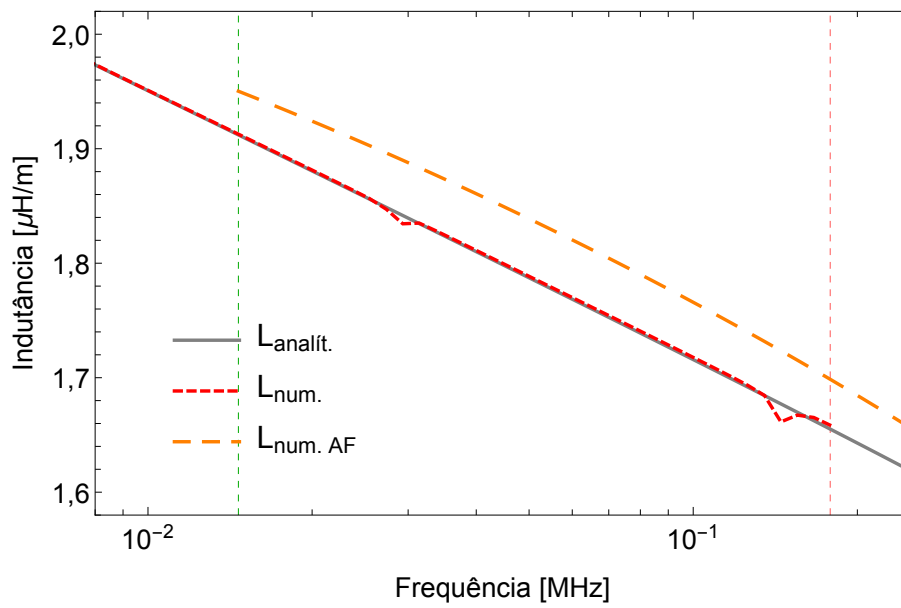


(b) Capacitância

Figura 2.10: Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico diretamente enterrado (caso teste).



(a) Detalhe da resistência



(b) Detalhe da indutância

Figura 2.11: Detalhe da oscilação na impedância por unidade de comprimento do caso monofásico diretamente enterrado (caso teste).

# Capítulo 3

## Influência de dutos e túneis e casos trifásicos

A Seção 2.3 apresentou um caso teste, cujos resultados foram verificados pela comparação com o modelo analítico. A partir deste, novos casos foram implementados, considerando a presença de dutos, túnel e outras fases.

Como não há formulação analítica que considere a presença de dutos e túneis, estes casos visam a verificação da influência desses elementos em sistemas monofásicos e trifásicos.

### 3.1 Inclusão do duto

Considerou-se o cabo *single core* da Seção 2.3 ( $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$ ) instalado no interior de um duto, de diâmetro externo  $D_{\text{duto}} = 40 \text{ mm}$  e espessura igual a  $2,3 \text{ mm}$ , como mostra a Figura 3.1.

O duto é feito de polietileno de alta densidade, que tem condutividade elétrica  $\sigma_{\text{duto}} = 10^{-13} \text{ S/m}$  e permissividade dielétrica relativa  $\varepsilon_{r_{\text{duto}}} = 2,3$ . No interior do duto, o espaço livre é preenchido com bentonita, sendo  $\sigma_{\text{bent}} = 0,33 \text{ S/m}$  e  $\varepsilon_{r_{\text{bent}}} = 8,1$ .

A malha gerada pelo programa computacional é bastante refinada (como na Figura 2.9), com elementos de até  $20 \text{ cm}$  de comprimento. A Figura 3.2 apresenta um detalhe da malha na região próxima ao duto. Na região de contato entre duto e cabo, foi necessário incluir um espaçamento  $1 \mu\text{m}$  para evitar erro no método numérico.

A impedância externa obtida é comparada à do caso teste na Figura 3.3, e a admitância, na Figura 3.4.

Os resultados indicam que a presença dos dutos não influencia a impedância externa do caso monofásico, diferentemente da admitância. O meio externo torna-

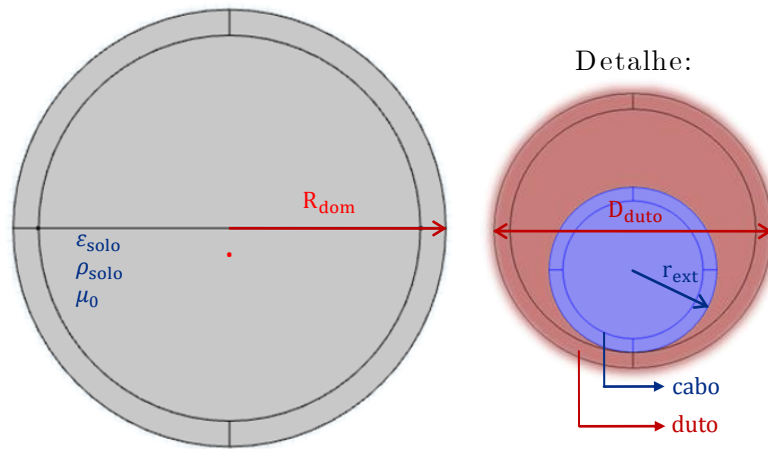


Figura 3.1: Geometria do caso monofásico enterrado em duto.  $R_{\text{dom}} = 8,5$  m e  $D_{\text{duto}} = 40$  mm

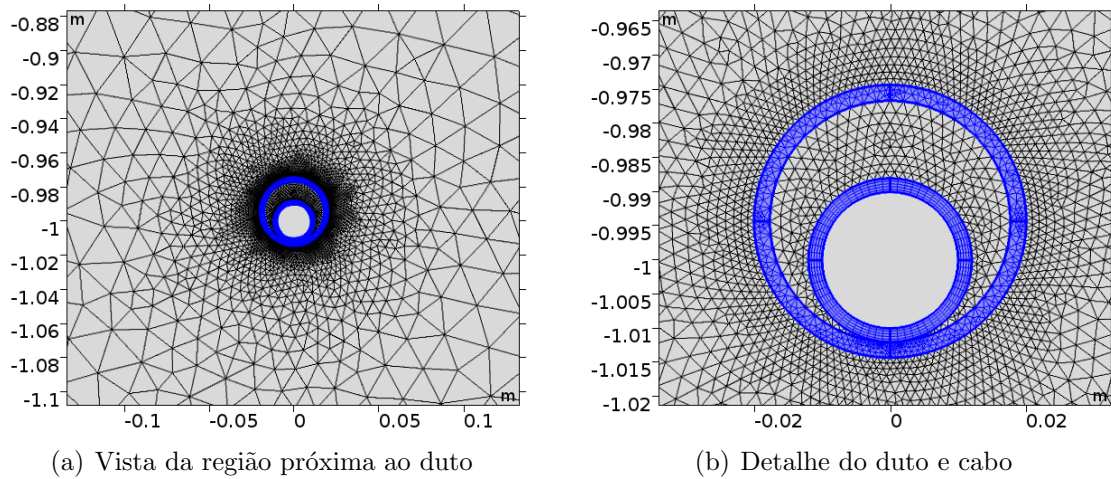
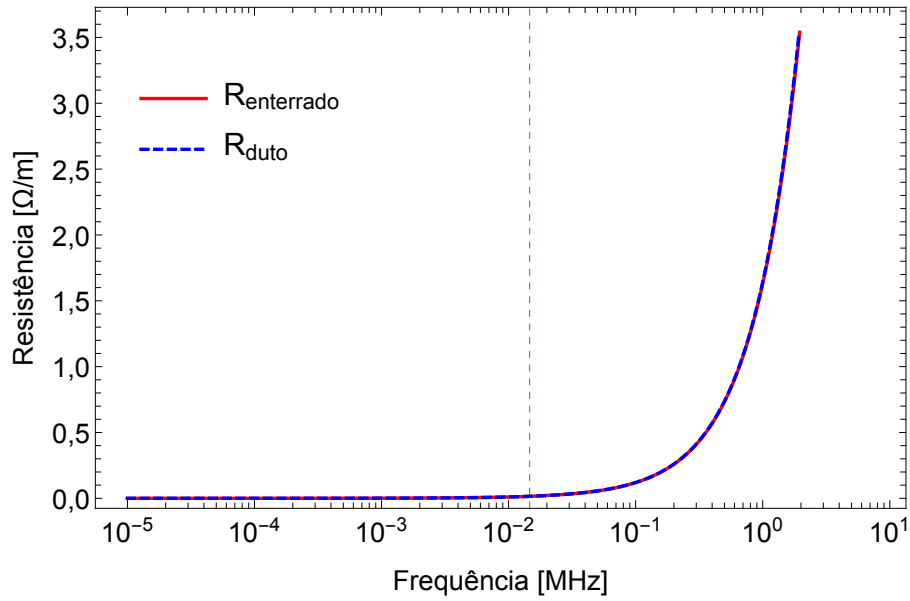
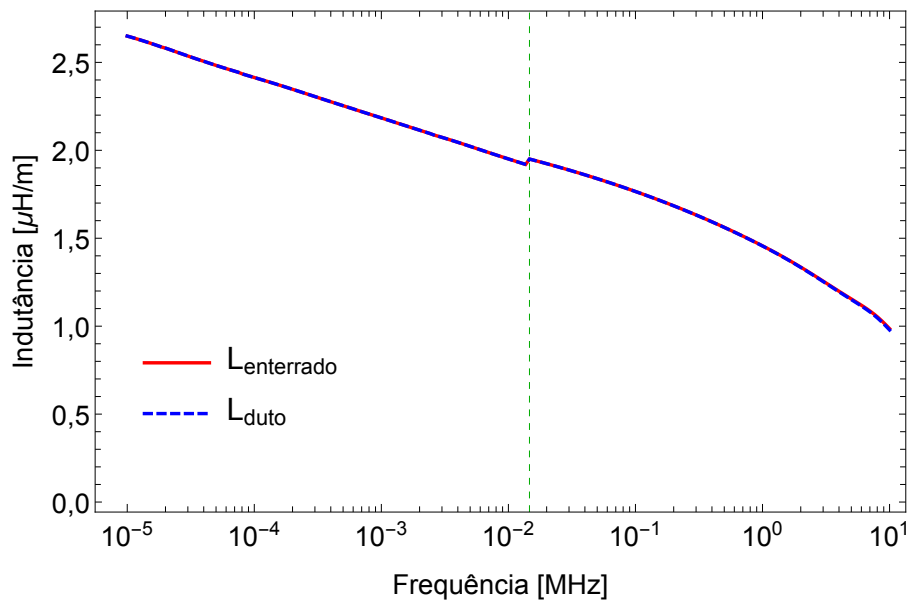


Figura 3.2: Malha do caso monofásico enterrado em duto.

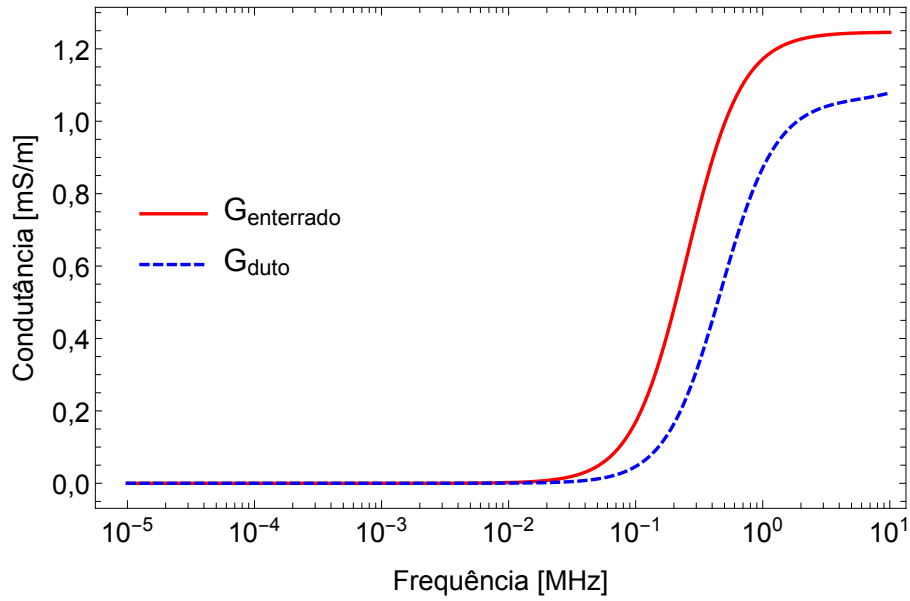


(a) Resistência

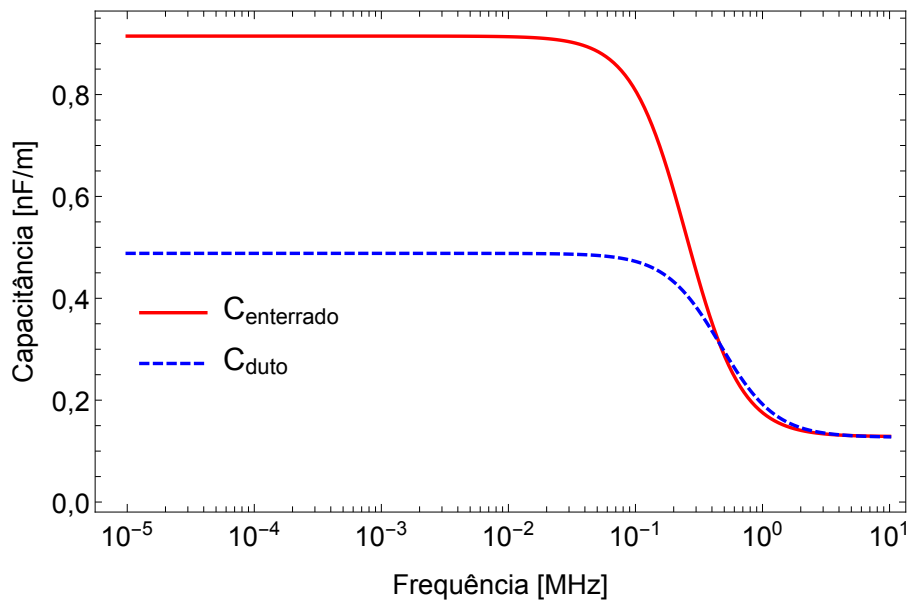


(b) Indutância

Figura 3.3: Impedância externa por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto, comparação com o caso diretamente enterrado.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 3.4: Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto, comparação com o caso diretamente enterrado.



se menos condutivo, em especial nas altas frequências, e menos capacitivo, como observado principalmente nas baixas frequências.

## 3.2 Inclusão do túnel

A partir do caso monofásico enterrado em duto, considerou-se o duto da seção 3.1 enterrado de forma centralizada em um túnel retangular de lados idênticos  $\ell_{\text{túnel}} = 80 \text{ mm}$ , conforme a Figura 3.5. O reaterro é formado por argamassa, com condutividade elétrica  $\sigma_{\text{arg}} = 0,02 \text{ S/m}$  e permissividade elétrica relativa  $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 3$ .

Para esta geometria, foi construída a malha mostrada em detalhe na Figura 3.6.

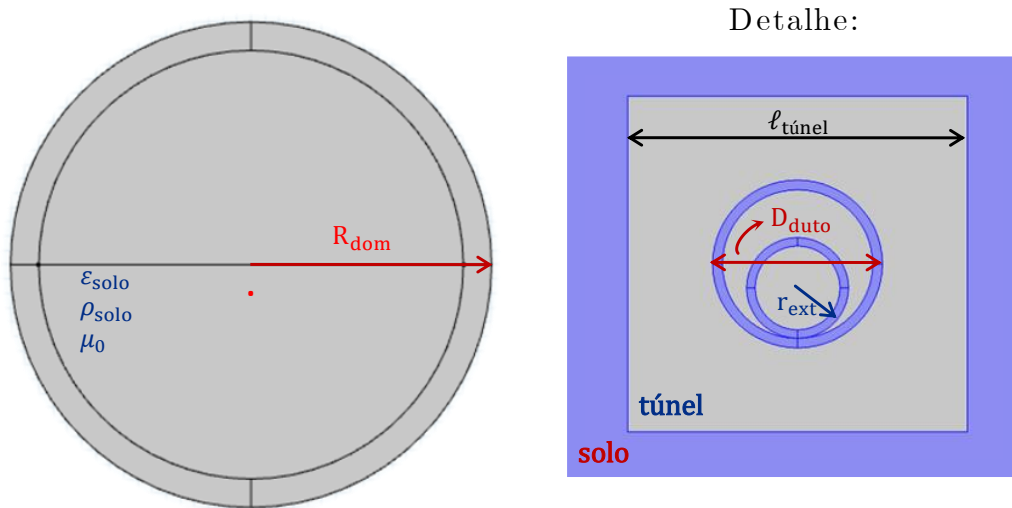
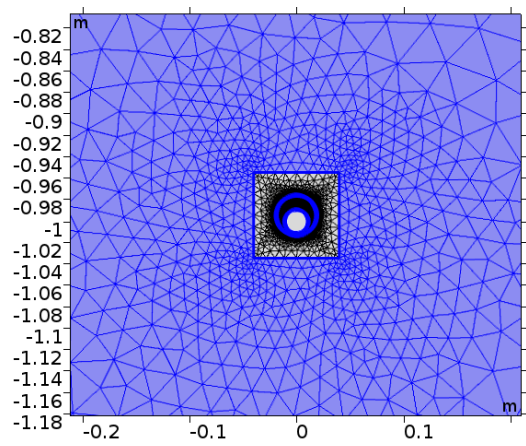


Figura 3.5: Geometria do caso monofásico enterrado em duto em túnel.  $R_{\text{dom}} = 8,5 \text{ m}$ ,  $D_{\text{duto}} = 40 \text{ mm}$  e  $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$

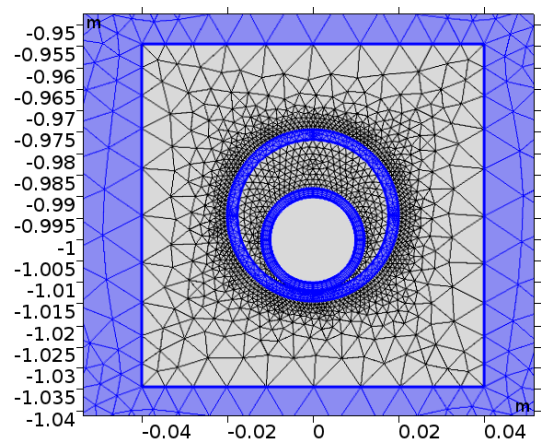
As Figuras 3.7 e 3.8 apresentam, respectivamente, os resultados de impedância e admitância comparados aos casos anteriores: diretamente enterrado e enterrado apenas em duto.

Os resultados mostram que, assim como o duto, a presença do túnel não traz efeitos sobre a impedância externa, como também foi verificado em [19].

A influência do túnel na admitância se detém nas frequências mais altas, e resulta em grande elevação da condutância com a frequência. A partir dos testes do Apêndice C verificou-se que este efeito é dependente dos parâmetros da argamassa.

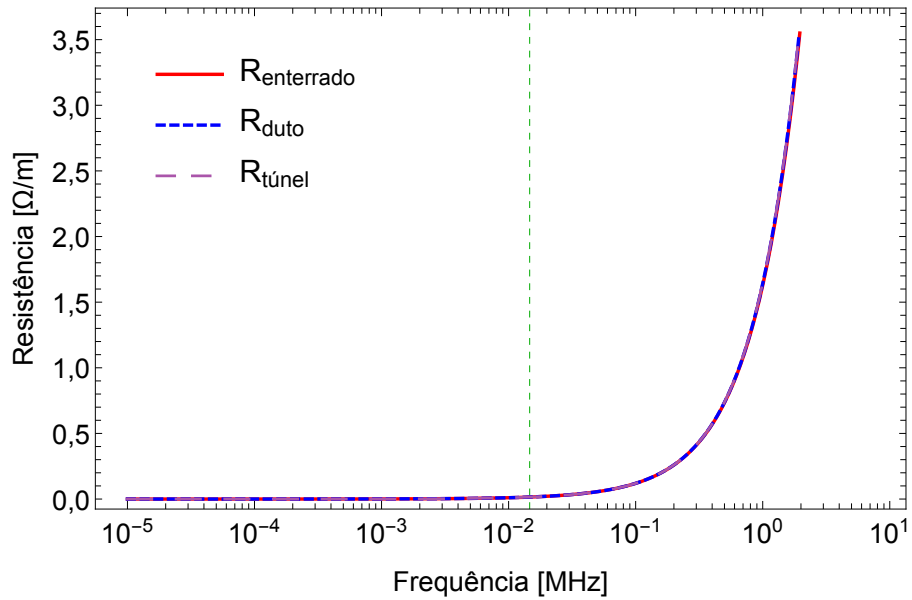


(a) Vista da região próxima ao túnel

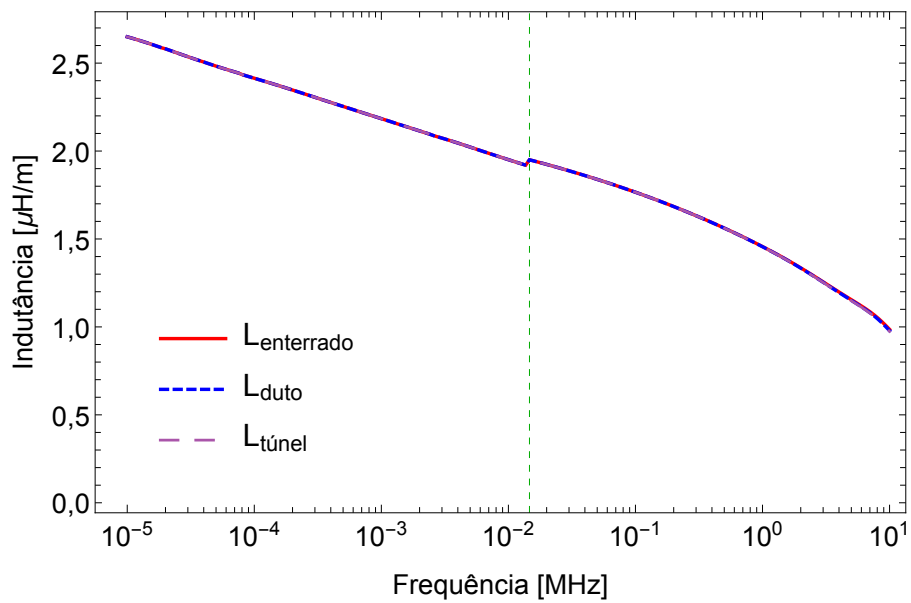


(b) Detalhe do túnel, duto e cabo

Figura 3.6: Malha do caso monofásico enterrado em duto em túnel.  $D_{\text{duto}} = 40 \text{ mm}$  e  $r_{\text{ext}} = 12 \text{ mm}$

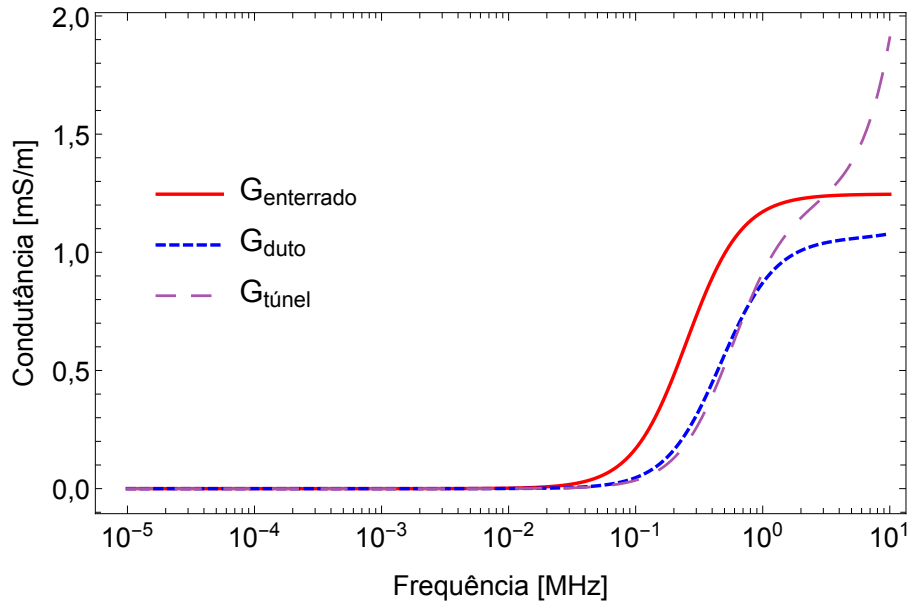


(a) Resistência

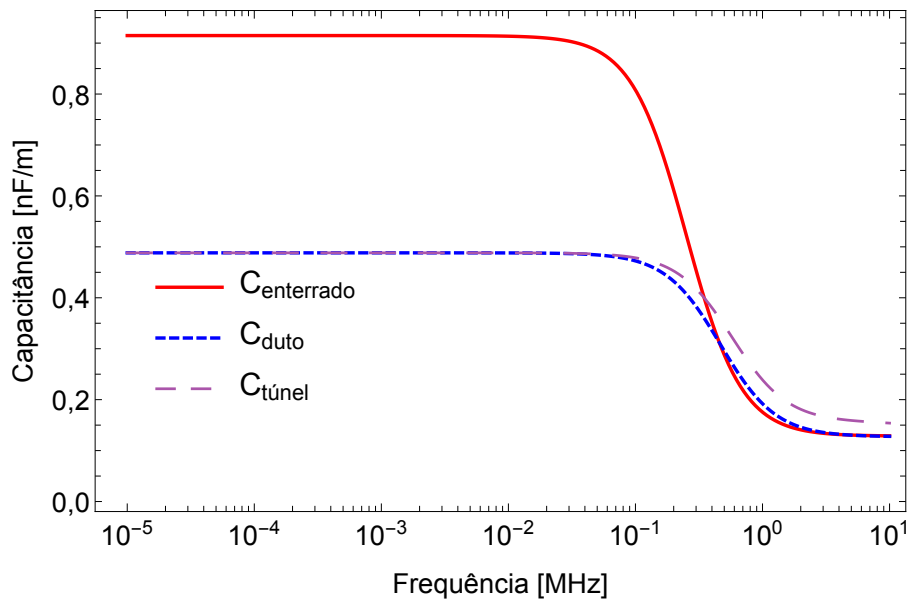


(b) Indutância

Figura 3.7: Impedância externa por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 3.8: Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto.

### 3.3 Casos trifásicos

Para os casos trifásicos, é necessário calcular, além das impedâncias e admitâncias externas próprias (de retorno pelo solo) dos cabos, também as impedâncias e admitâncias mútuas, que traduzem a interação entre os cabos do mesmo sistema.

#### 3.3.1 Sistema trifásico diretamente enterrado

A inclusão de duas fases uniformemente afastadas da fase central (Figura 3.9), com o mesmo cabo da Seção 2.3, compõe a geometria do caso trifásico diretamente enterrado. A distância entre os centros de duas fases adjacentes é  $x_{12} = 120$  mm e entre duas fases mais afastadas é  $x_{13} = 240$  mm. Esta geometria se assemelha a um dos casos apresentados por Yin, em sua tese [19].

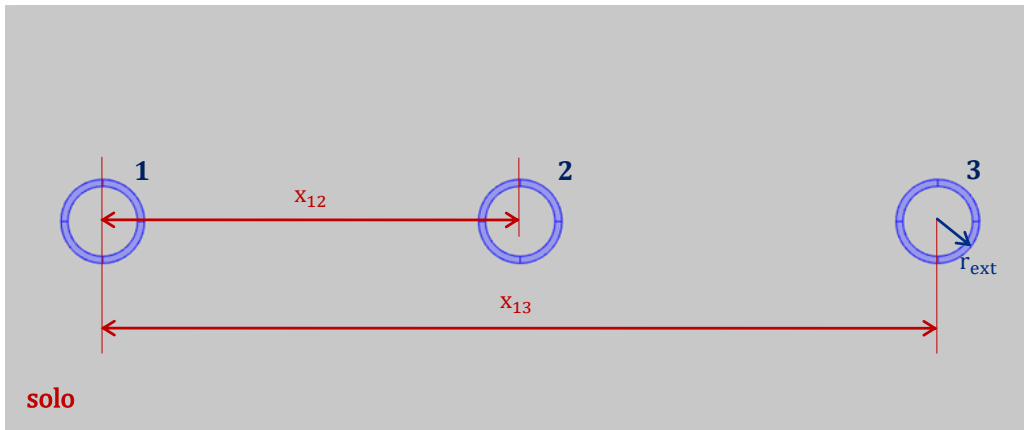


Figura 3.9: Geometria do caso trifásico diretamente enterrado.  $r_{\text{ext}} = 12$  mm

A malha gerada pelo programa computacional para o caso trifásico é apresentada na Figura 3.10.

Os resultados obtidos são comparados aos do caso teste, para a impedância, nas Figuras 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14 e, para a admitância, nas Figuras 3.15, 3.16, 3.17 e 3.18.

Semelhantemente ao caso monofásico, há uma concordância entre as impedâncias calculadas pelo método analítico e numérico. Os resultados apresentam, também, pequenas oscilações como as observadas em 2.3 nas frequências intermediárias; por isto, a transição entre os modelos é mantida em  $f_1 = 0,014$  MHz, também para os casos trifásicos.

Observa-se, nas condutâncias próprias obtidas pelo método numérico, um afastamento maior que o caso monofásico, em relação ao resultados do método analítico. Já as capacitâncias próprias, coincidem com o método numérico em todas as frequências, indicando a adequação do comprimento do domínio para este cálculo.

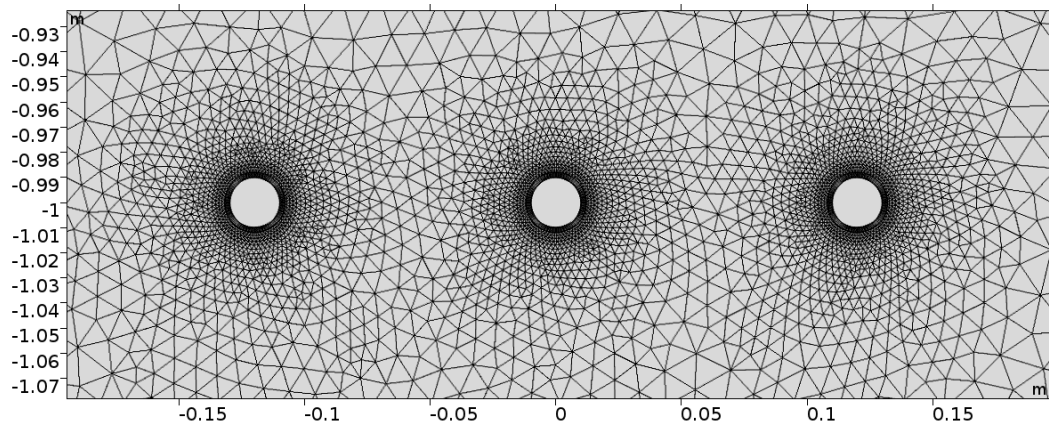
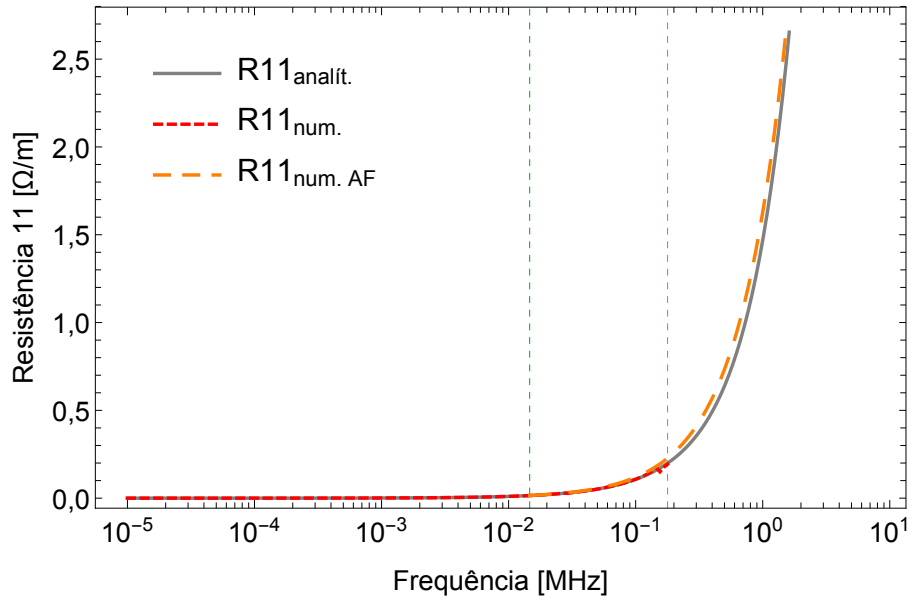
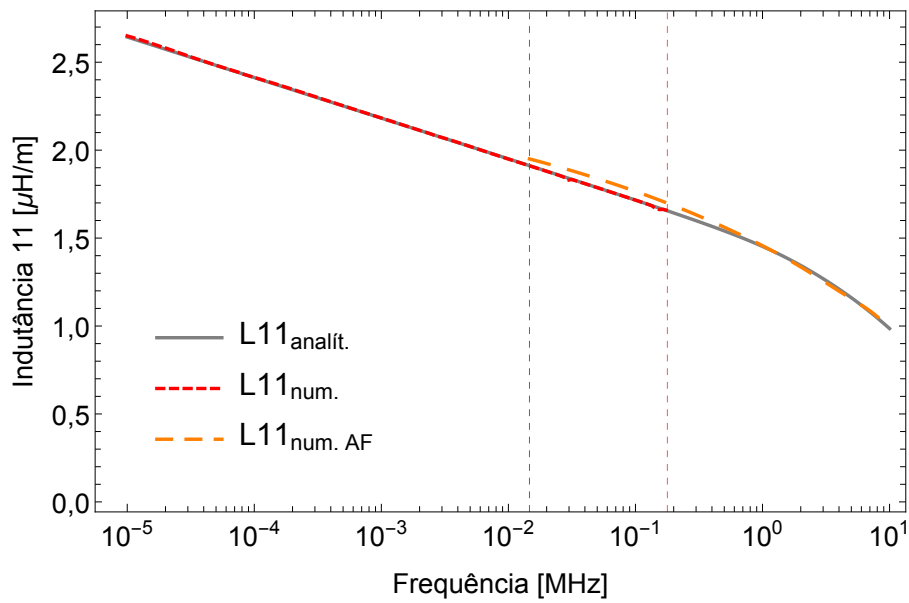


Figura 3.10: Detalhe da malha do caso trifásico diretamente enterrado.  $r_{\text{ext}} = 12$  mm

Quando comparados às admitâncias mútuas calculadas analiticamente, os resultados obtidos pelo MEF para admitâncias mútuas entre fases adjacentes foram mais exatos do que para admitâncias mútuas entre fases afastadas, sendo possível observar grande divergência em ambas as condutâncias a partir de 2 MHz.



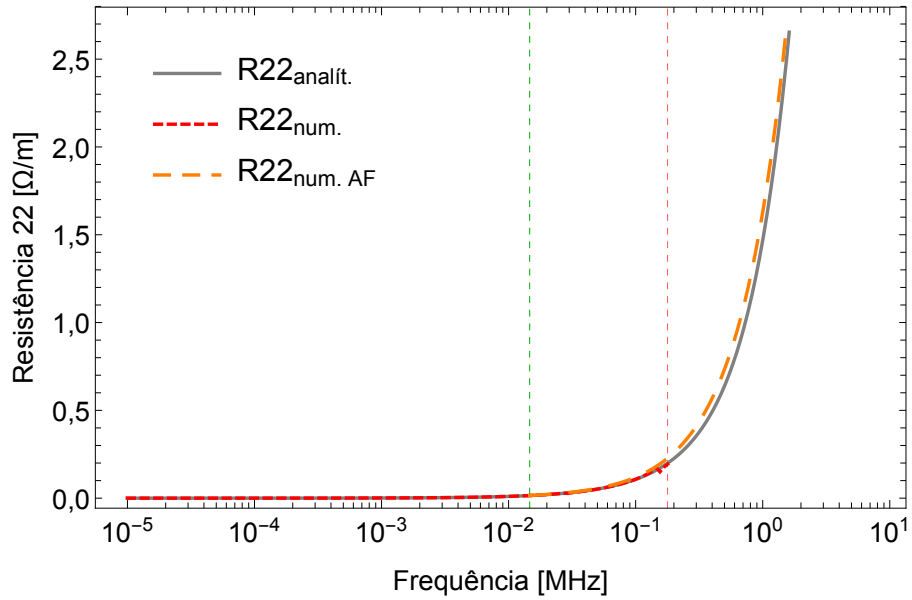
(a) Resistência



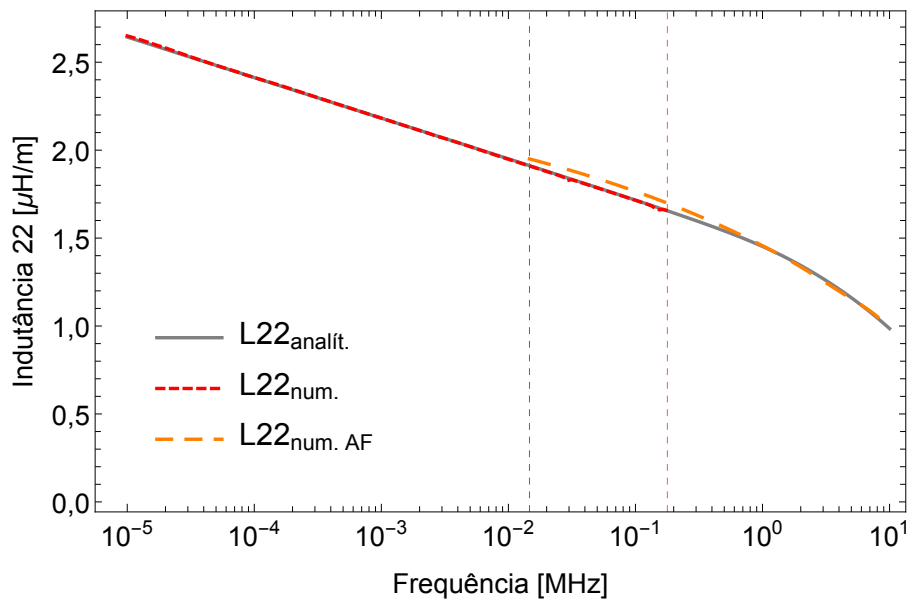
(b) Indutância

Figura 3.11: Impedância externa das fases laterais ( $Z_{11} = Z_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.



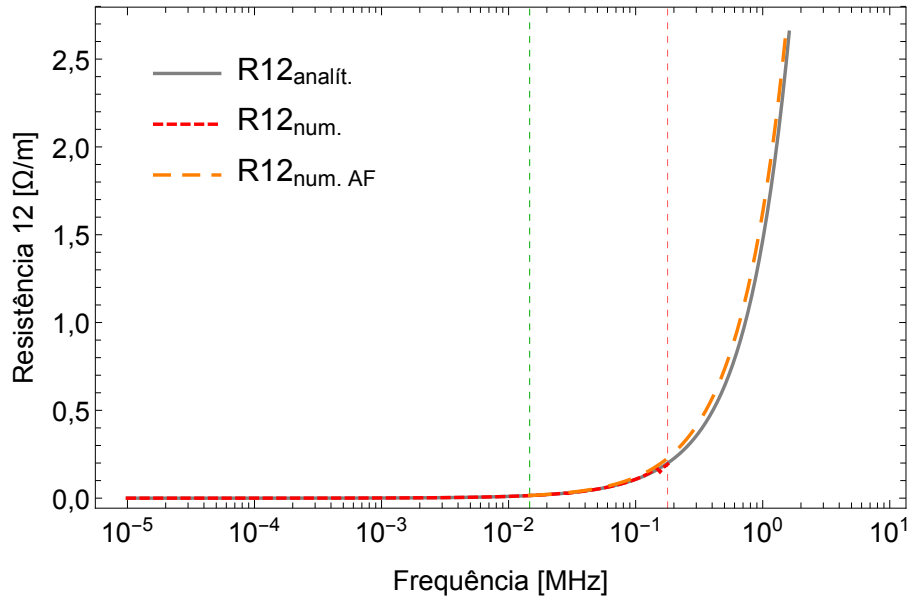


(a) Resistência

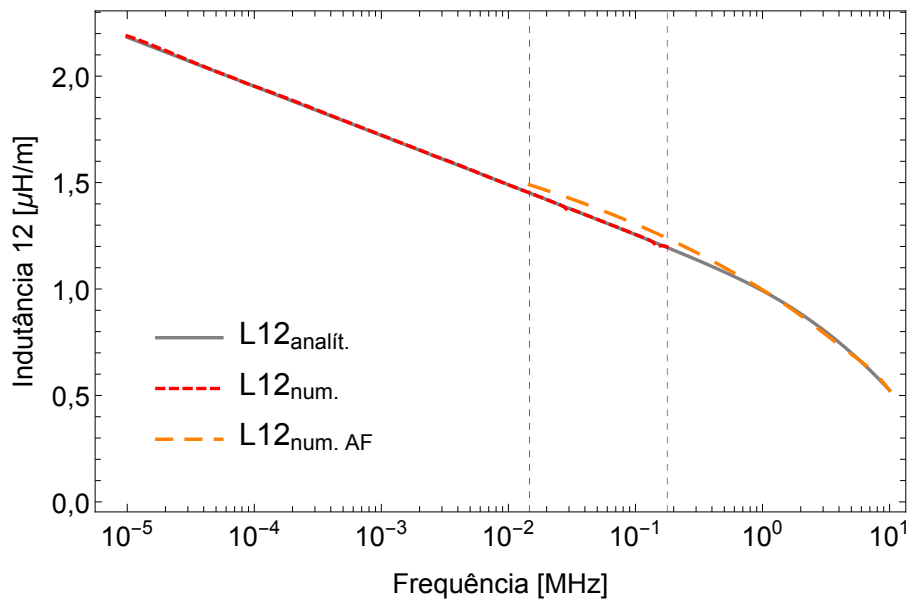


(b) Indutância

Figura 3.12: Impedância externa da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.

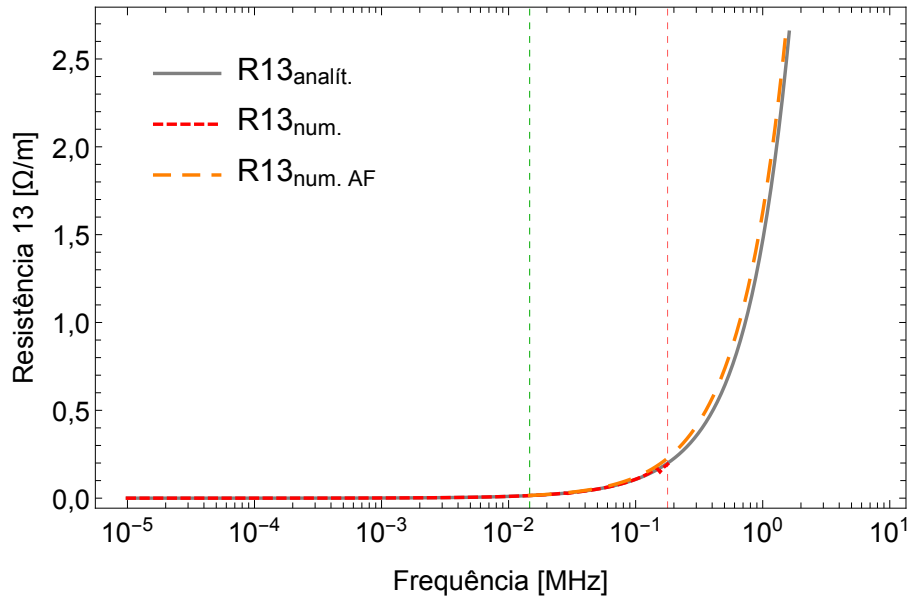


(a) Resistência

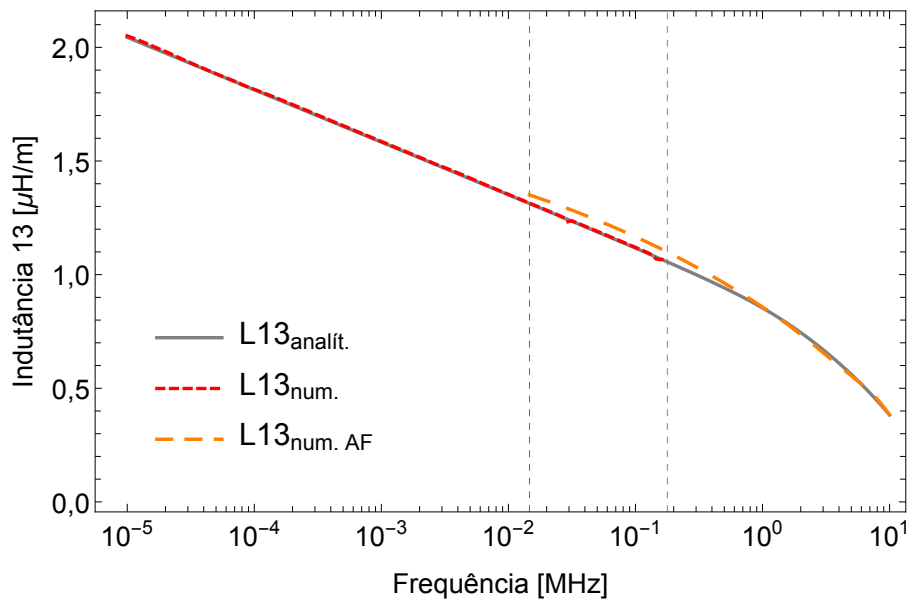


(b) Indutância

Figura 3.13: Impedância mútua entre fases adjacentes ( $Z_{12} = Z_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.

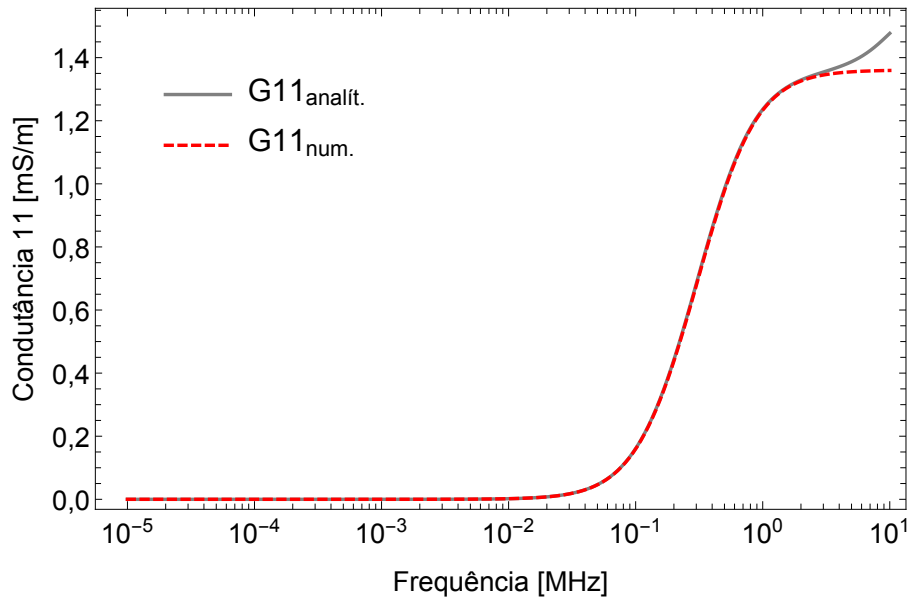


(a) Resistência

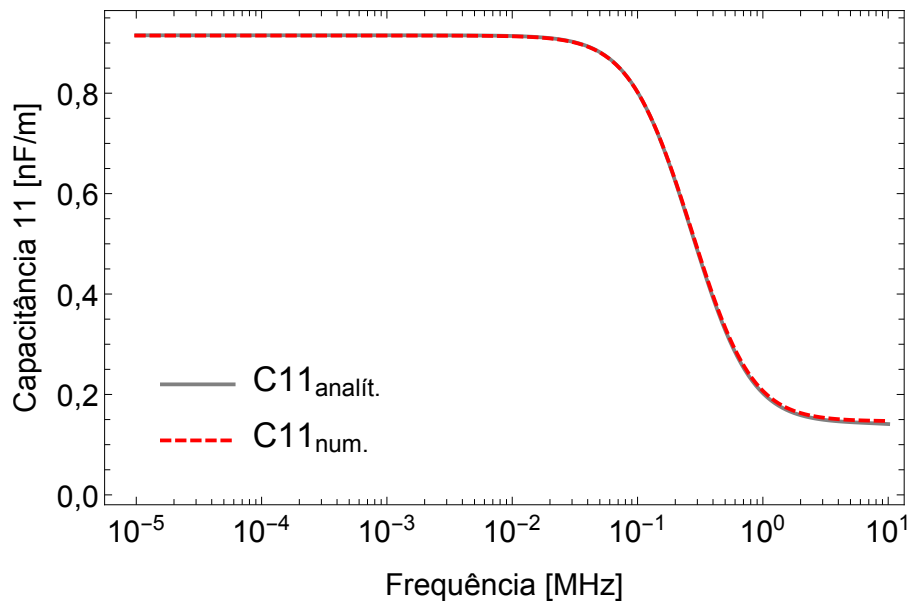


(b) Indutância

Figura 3.14: Impedância mútua entre fases mais afastadas ( $Z_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.

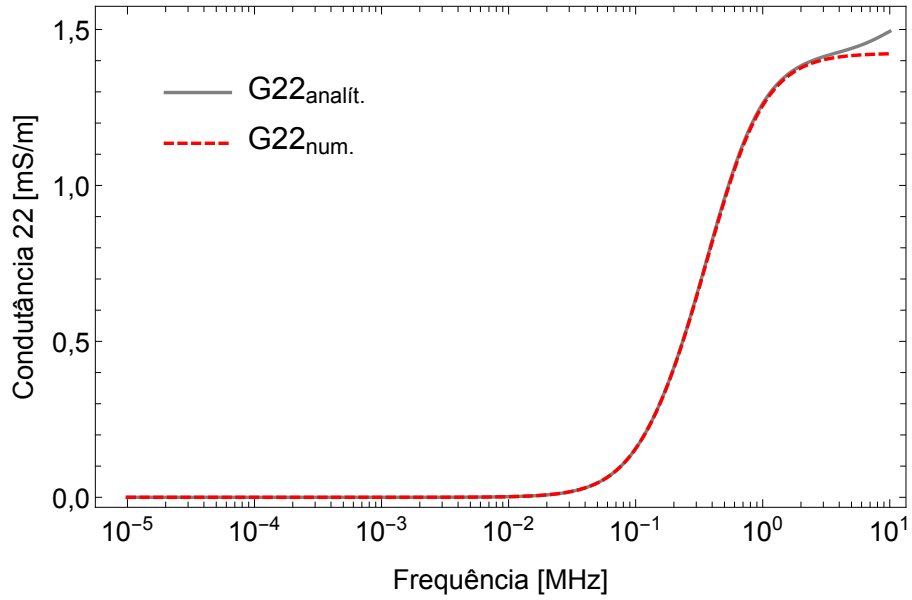


(a) Condutância

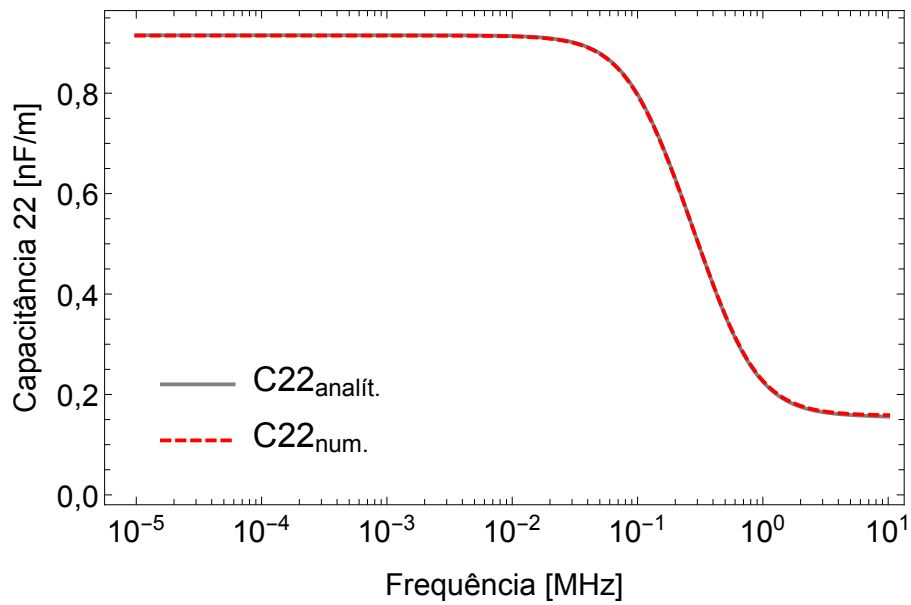


(b) Capacitância

Figura 3.15: Admitância própria das fases laterais ( $Y_{11} = Y_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.

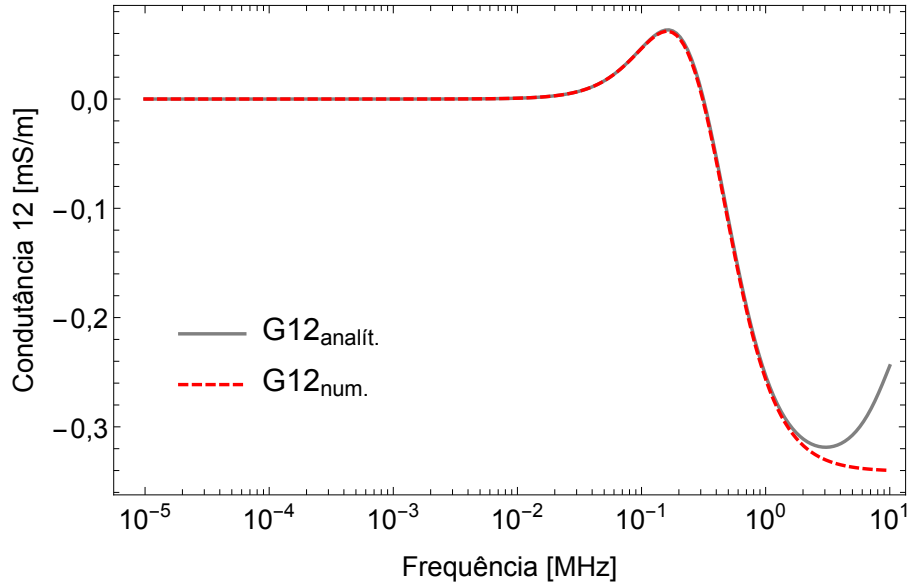


(a) Condutância

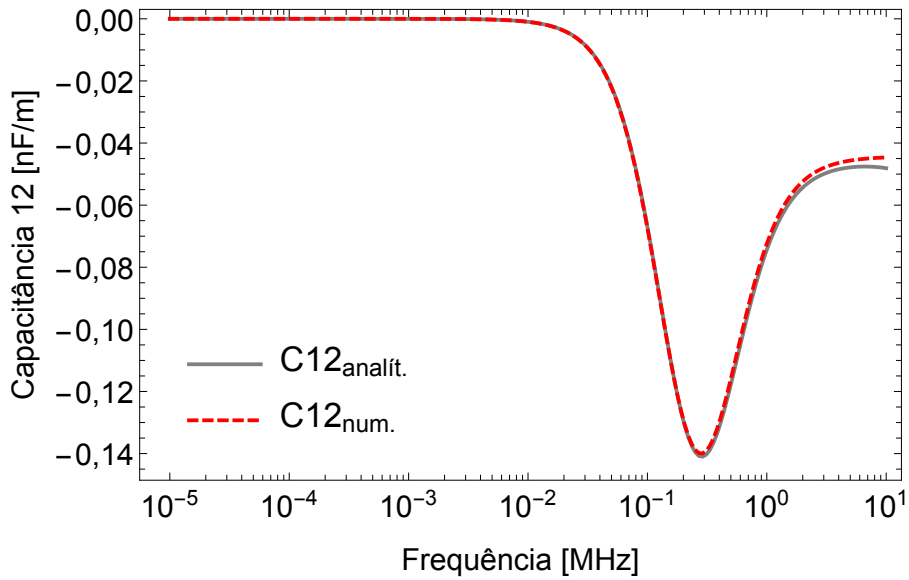


(b) Capacitância

Figura 3.16: Admitância própria da fase central ( $Y_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.

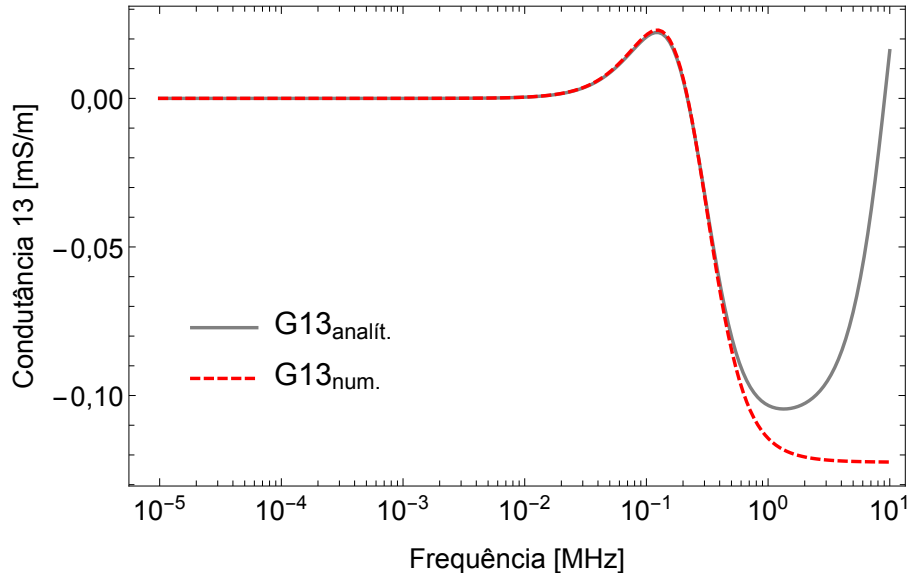


(a) Condutância

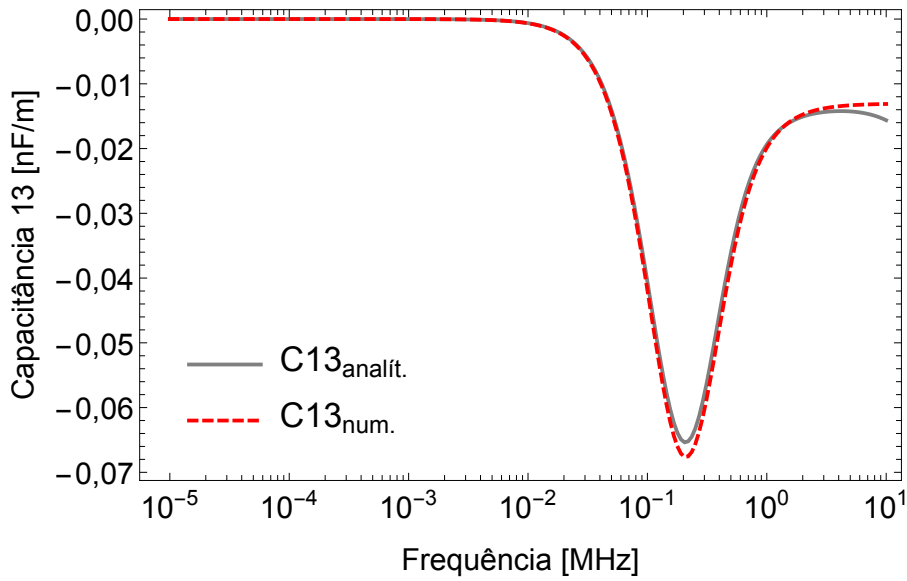


(b) Capacitância

Figura 3.17: Admitância mútua entre fases adjacentes ( $Y_{12} = Y_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 3.18: Admitância mútua entre fases mais afastadas ( $Y_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico diretamente enterrado, comparação com o cálculo pelo método Quase-TEM.

### 3.3.2 Sistema trifásico enterrado em dutos

O sistema trifásico enterrado em dutos é formado a partir da ampliação do número de fases do caso monofásico da Seção 3.1. A geometria apresentada na Figura 3.19 é obtida mantendo-se  $x_{12} = 120$  mm e  $x_{13} = 240$  mm.

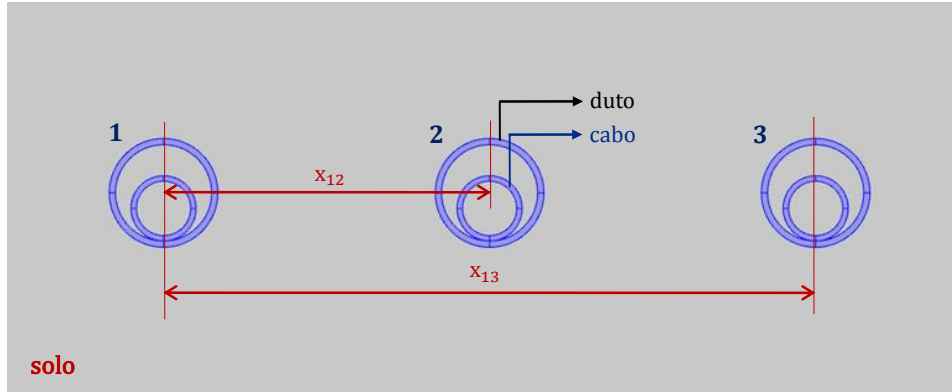


Figura 3.19: Geometria do caso trifásico enterrado em dutos.  $D_{\text{duto}} = 40$  mm e  $r_{\text{ext}} = 12$  mm

A malha gerada pelo programa computacional para este caso trifásico é apresentada na Figura 3.20.

Os resultados obtidos são comparados aos do caso teste, para a impedância, nas Figuras 3.21, 3.22, 3.23 e 3.24 e, para a admitância, nas Figuras 3.25, 3.26, 3.27, 3.28

Do mesmo modo que foi observado no caso monofásico (Seção 3.1), as impedâncias do caso trifásico enterrado em dutos coincidiram com o as do caso diretamente enterrado.

Nas admitâncias próprias, o efeito causado pela presença dos dutos é, também, semelhante ao do caso monofásico. O comportamento das admitâncias mútuas difere bastante do observado nas próprias, sendo este semelhante entre fases adjacentes e

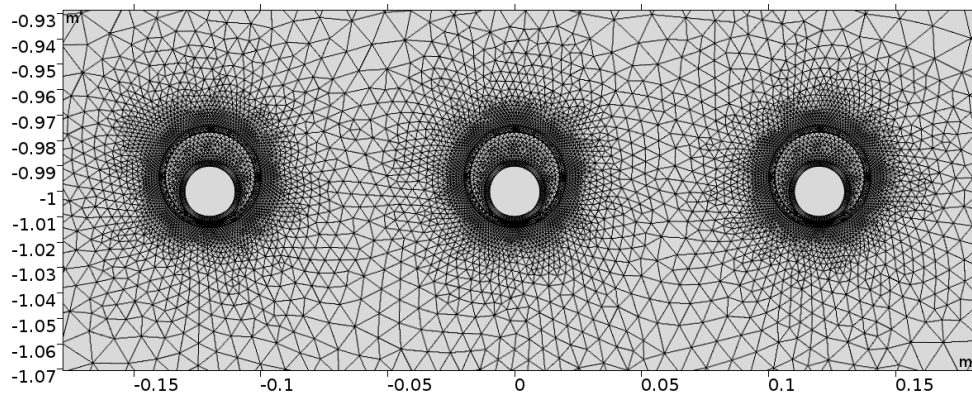
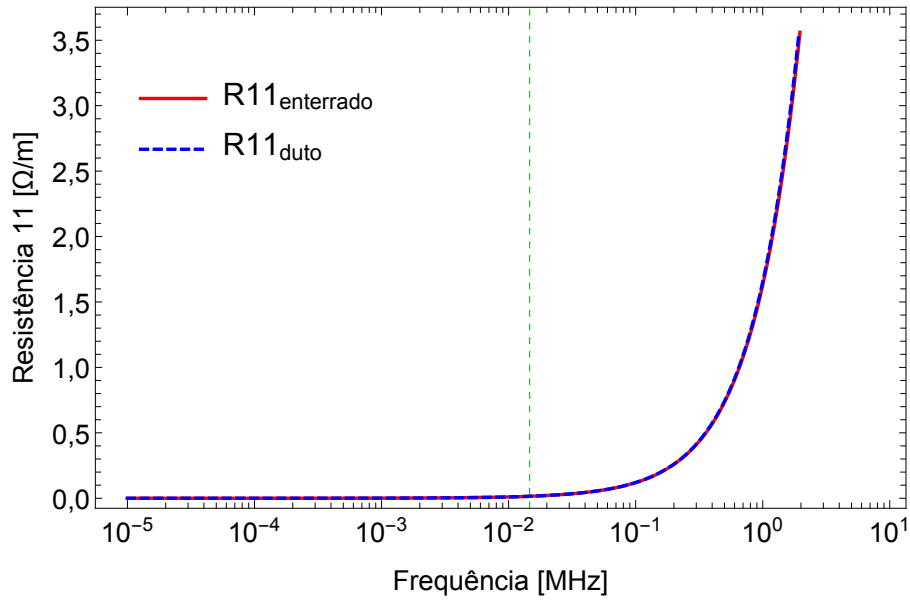
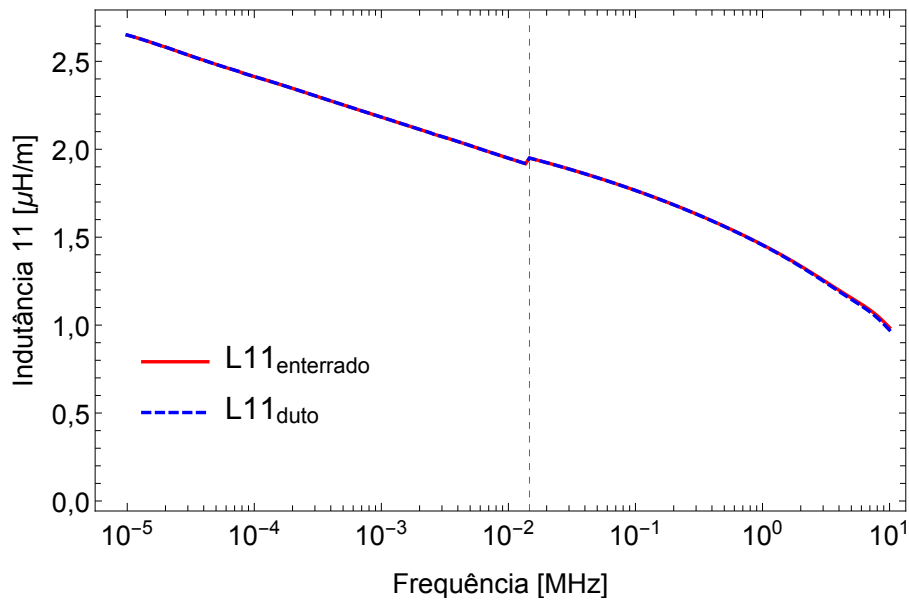


Figura 3.20: Detalhe da malha do caso trifásico enterrado em dutos.  $D_{\text{duto}} = 40$  mm e  $r_{\text{ext}} = 12$  mm



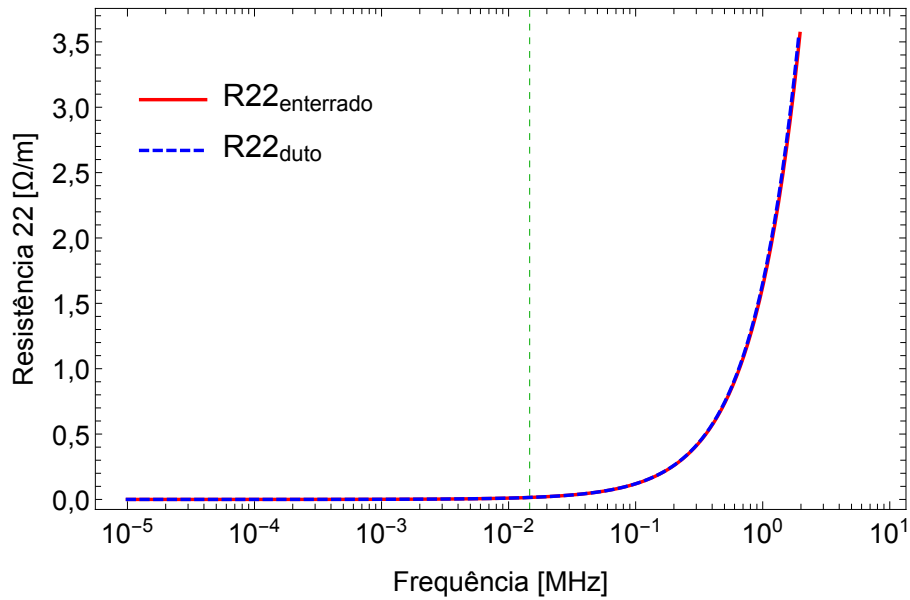


(a) Resistência

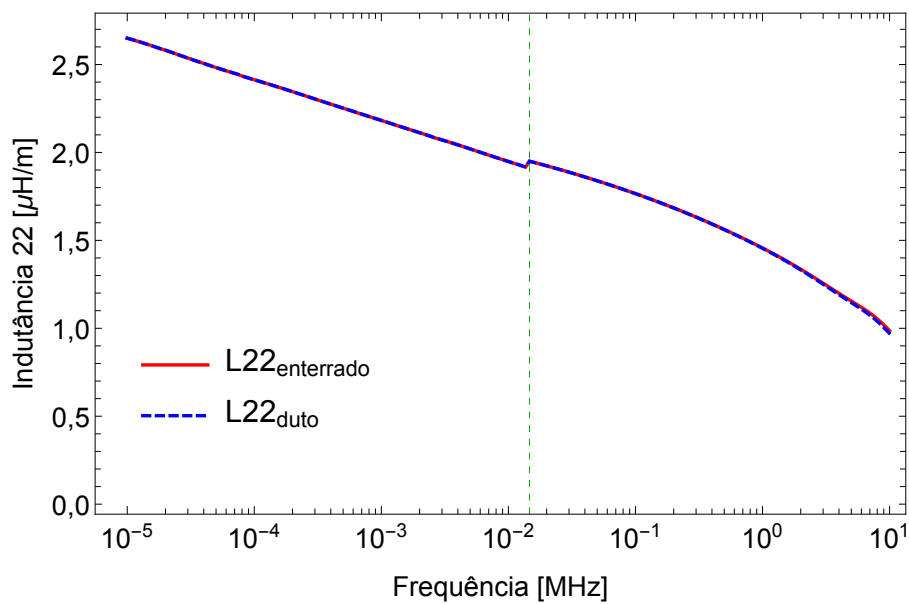


(b) Indutância

Figura 3.21: Impedância externa das fases laterais ( $Z_{11} = Z_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado.

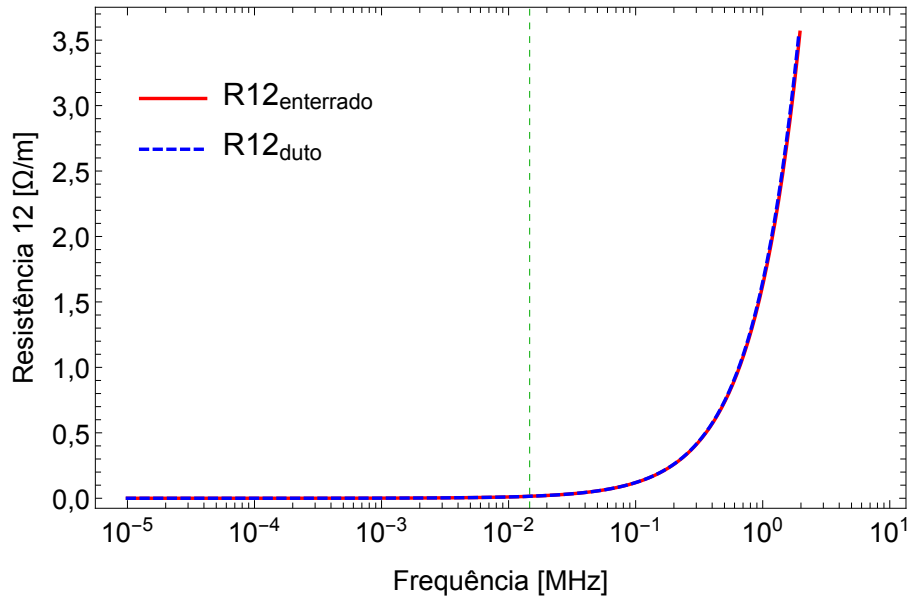


(a) Resistência

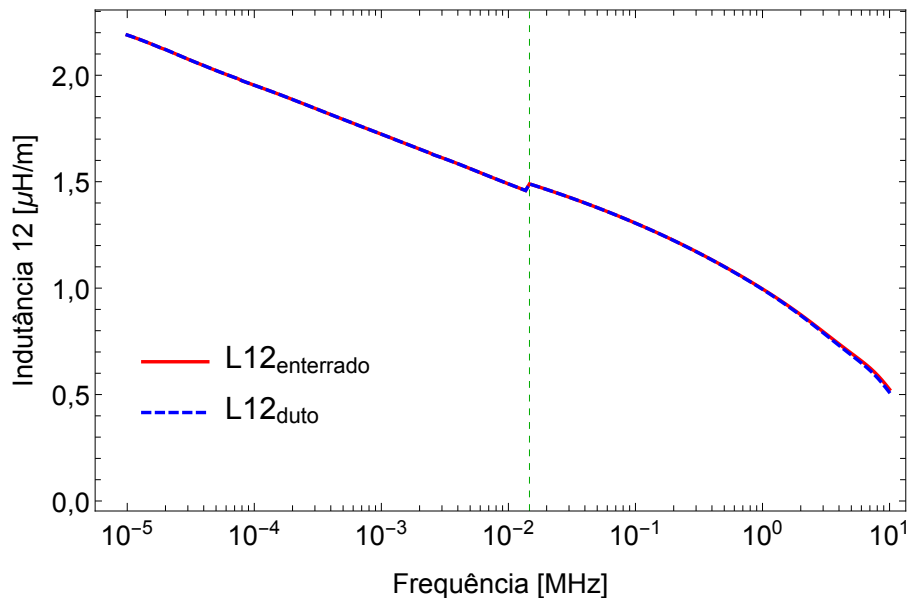


(b) Indutância

Figura 3.22: Impedância externa da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado

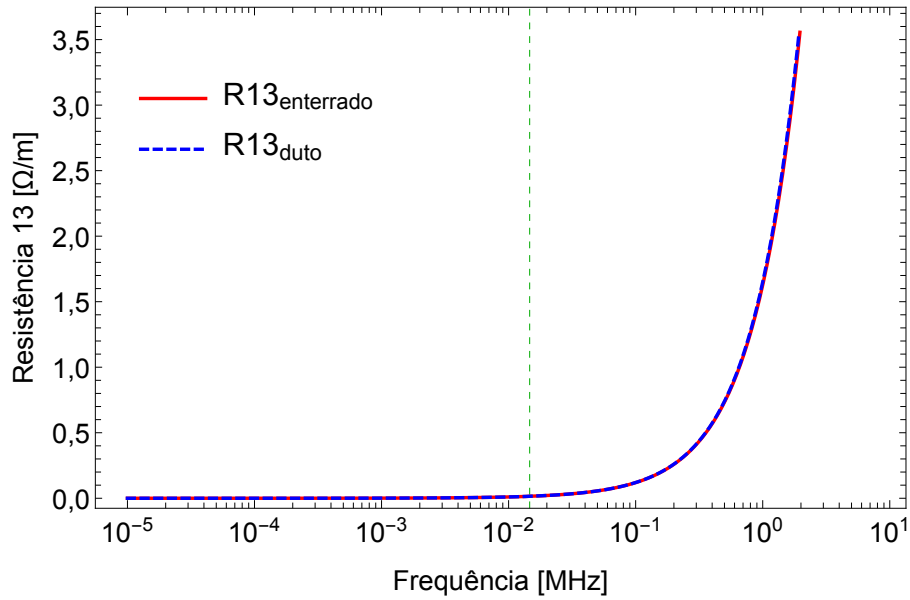


(a) Resistência

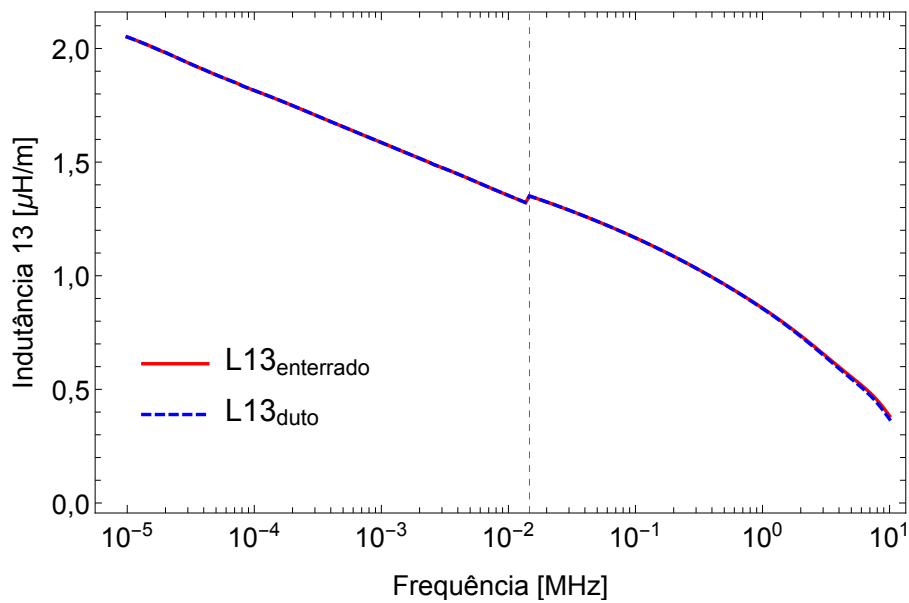


(b) Indutância

Figura 3.23: Impedância mútua entre fases adjacentes ( $Z_{12} = Z_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado.

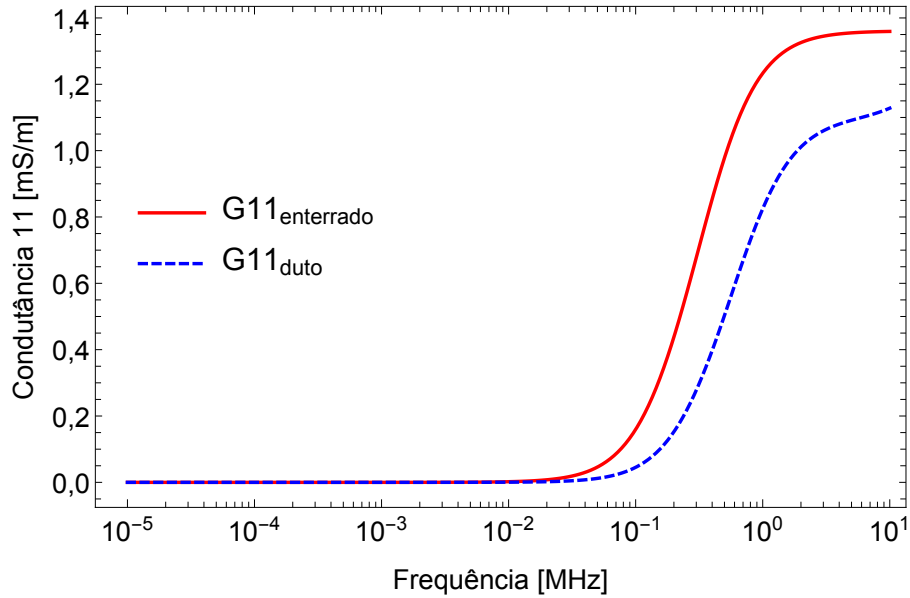


(a) Resistência

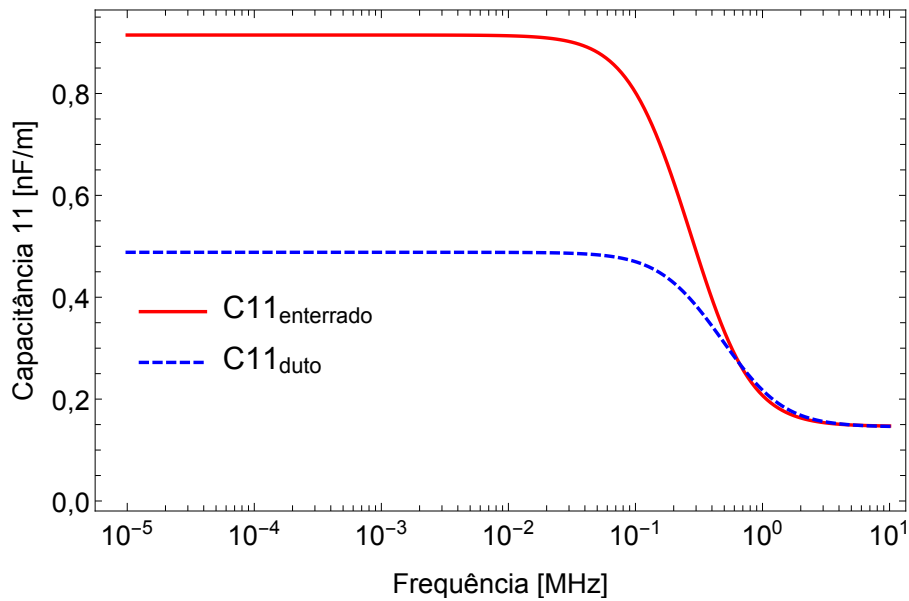


(b) Indutância

Figura 3.24: Impedância mútua entre fases mais afastadas ( $Z_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado.

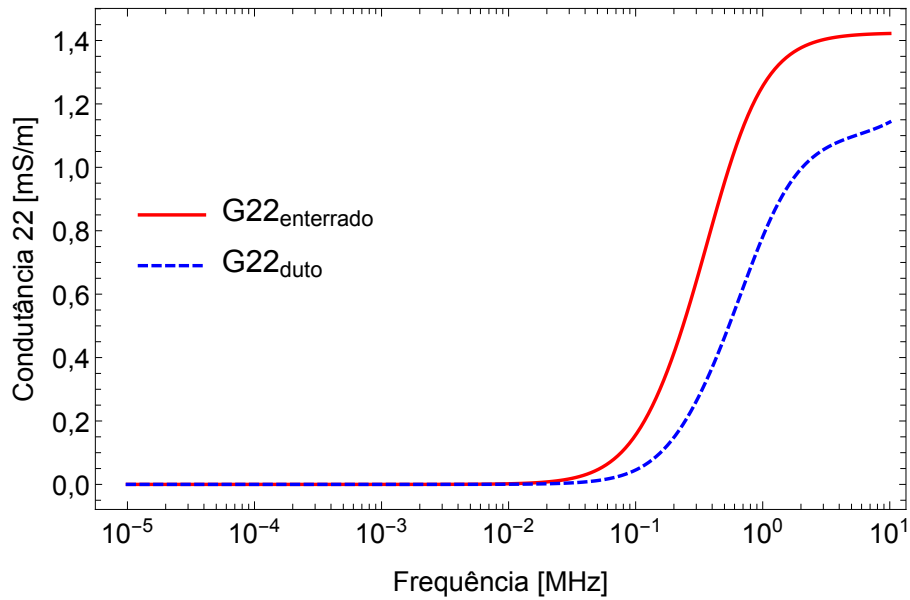


(a) Condutância

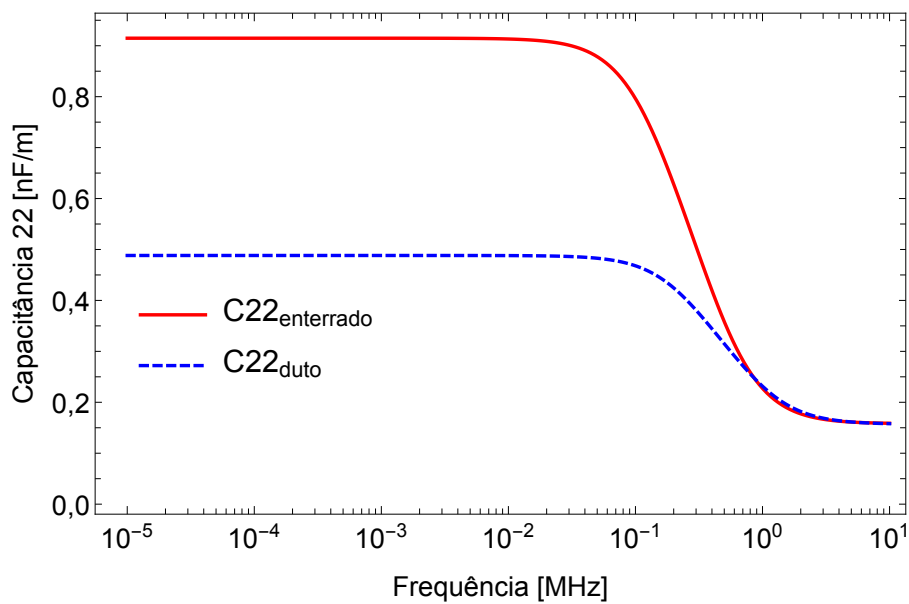


(b) Capacitância

Figura 3.25: Admitância própria das fases laterais ( $Y_{11} = Y_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado.

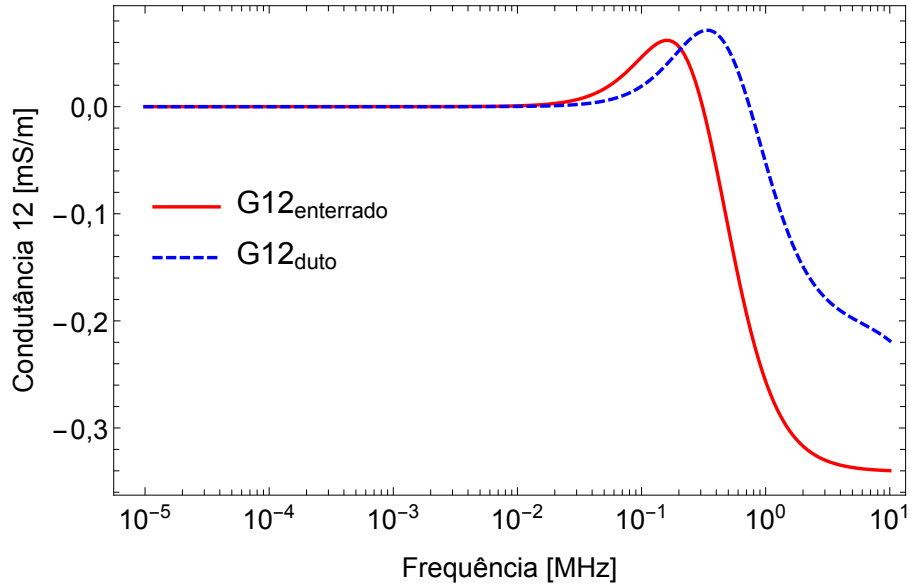


(a) Condutância

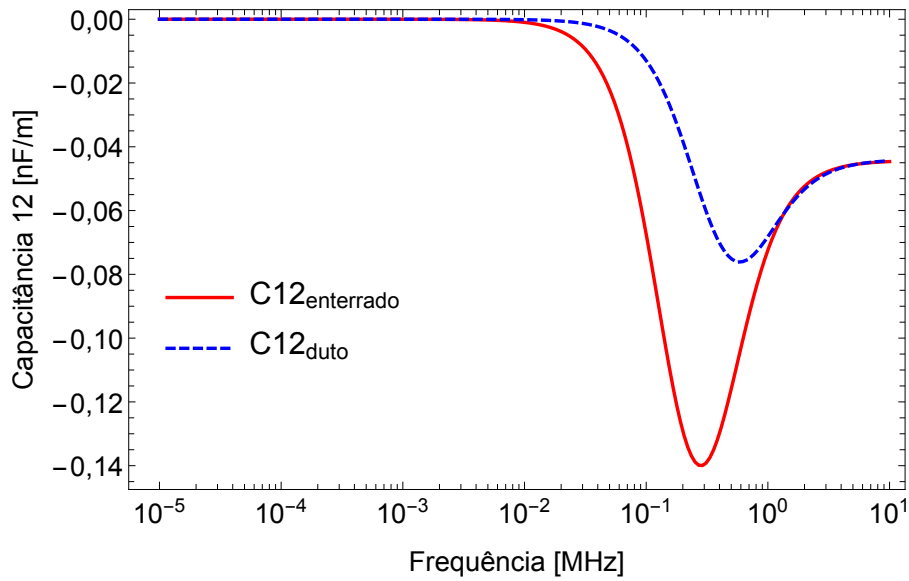


(b) Capacitância

Figura 3.26: Admitância própria da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado

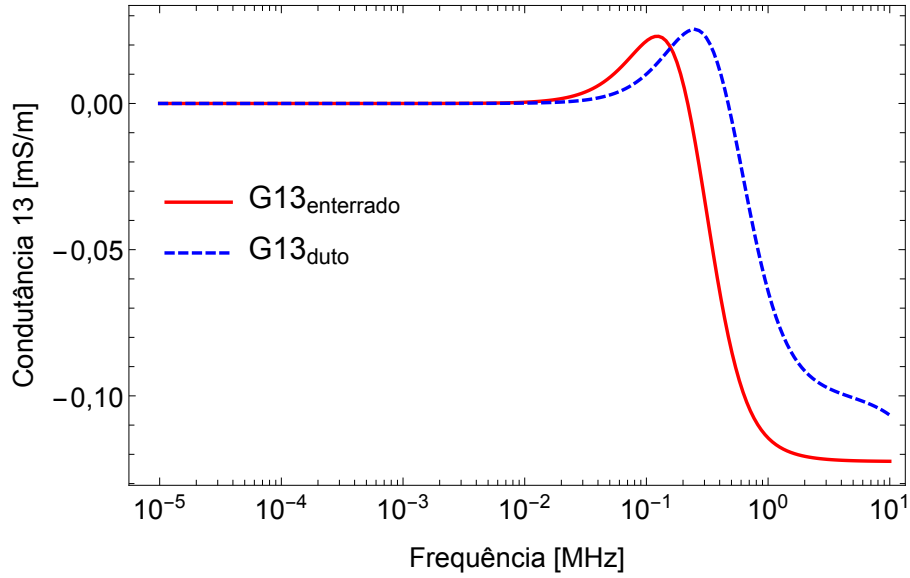


(a) Condutância

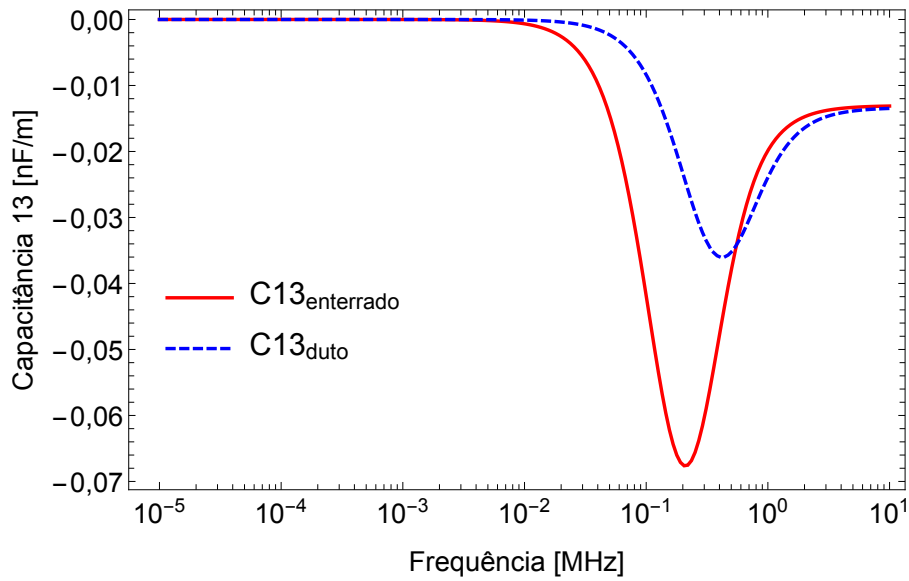


(b) Capacitância

Figura 3.27: Admitância mútua entre fases adjacentes ( $Y_{12} = Y_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 3.28: Admitância mútua entre fases mais afastadas ( $Y_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos, comparação com o caso diretamente enterrado.



fases afastadas. O efeito dos dutos na condutância é restrito às altas frequências, assim como nas capacitâncias mútuas; já nas capacitâncias próprias, sua influência é mais evidente em baixas frequências.

### 3.3.3 Sistema trifásico enterrado em dutos em túnel

A inclusão de um túnel retangular no caso da Seção 3.3.2, forma a geometria da Figura 3.29. O túnel tem comprimento  $\ell_{\text{túnel}} = 380$  mm e altura  $h_{\text{túnel}} = 180$  mm, e é preenchido com um reaterro formado por argamassa.

Os centros das fases são posicionados a uma distância  $h_{\text{td}} = 22$  mm da extremidade inferior do túnel, e a distância entre as fases laterais e a respectiva parede mais próxima é  $\ell_{\text{td}} = 50$  mm.

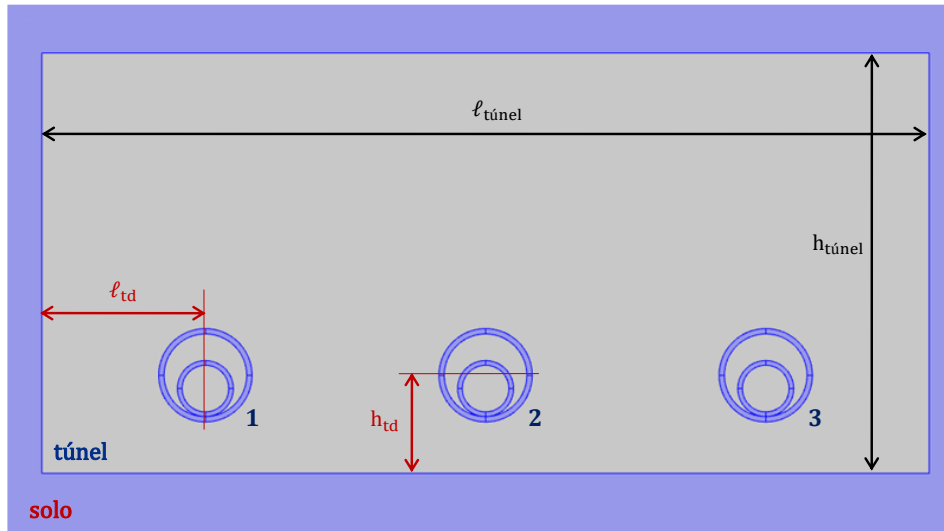


Figura 3.29: Geometria do caso trifásico enterrado em dutos em túnel.  $\ell_{\text{túnel}} = 380$  mm,  $h_{\text{túnel}} = 180$  mm,  $\ell_{\text{td}} = 50$  mm,  $h_{\text{td}} = 22$  mm,  $D_{\text{duto}} = 40$  mm e  $r_{\text{ext}} = 12$  mm

A malha gerada pelo programa computacional para o caso trifásico enterrado em dutos em túnel é apresentada na Figura 3.30.

Os resultados obtidos são comparados aos do caso teste, para a impedância, nas

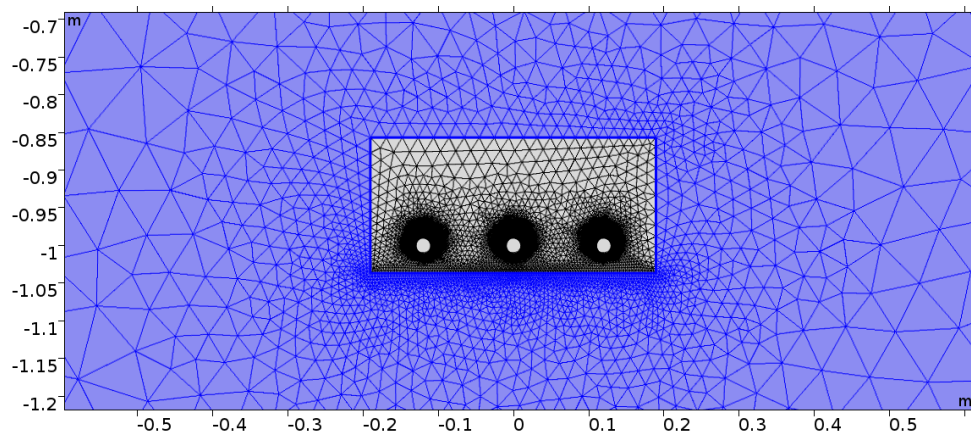
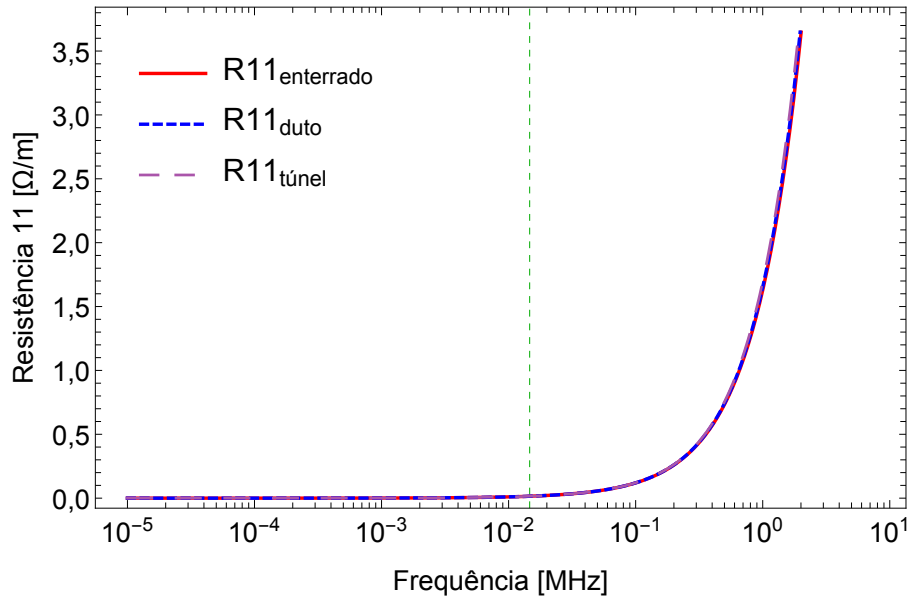


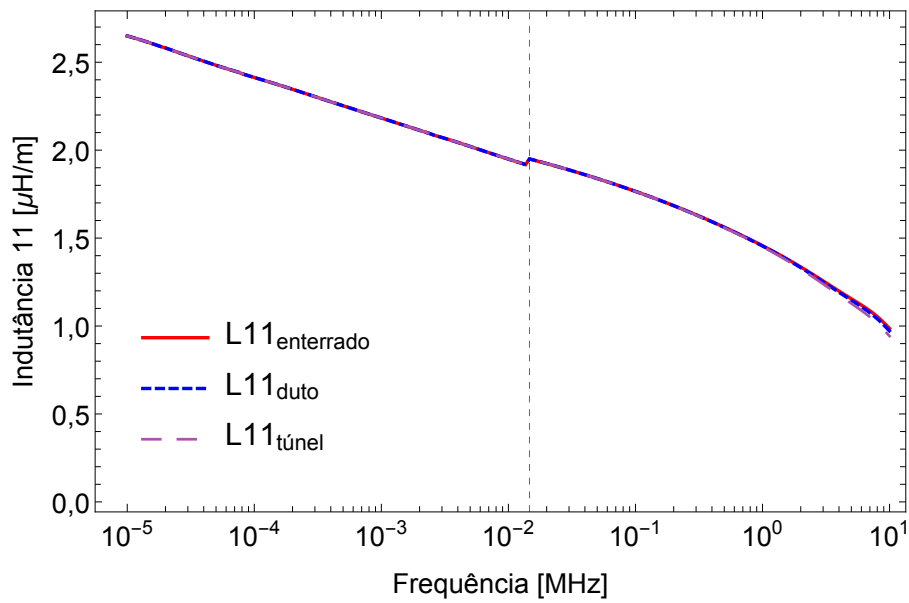
Figura 3.30: Malha do caso trifásico enterrado em dutos em túnel.  $\ell_{\text{túnel}} = 380$  mm,  $h_{\text{túnel}} = 180$  mm,  $D_{\text{duto}} = 40$  mm e  $r_{\text{ext}} = 12$  mm

Figuras 3.31, 3.32, 3.33 e 3.34 e, para a admitância, nas Figuras 3.35, 3.36, 3.37 e 3.38

Também para o caso trifásico enterrado em dutos em túnel, verifica-se que o túnel não exerce influência sobre as impedâncias externas, mas apenas sobre as admitâncias próprias e mútuas. O efeito do túnel se restringe a altas frequências.

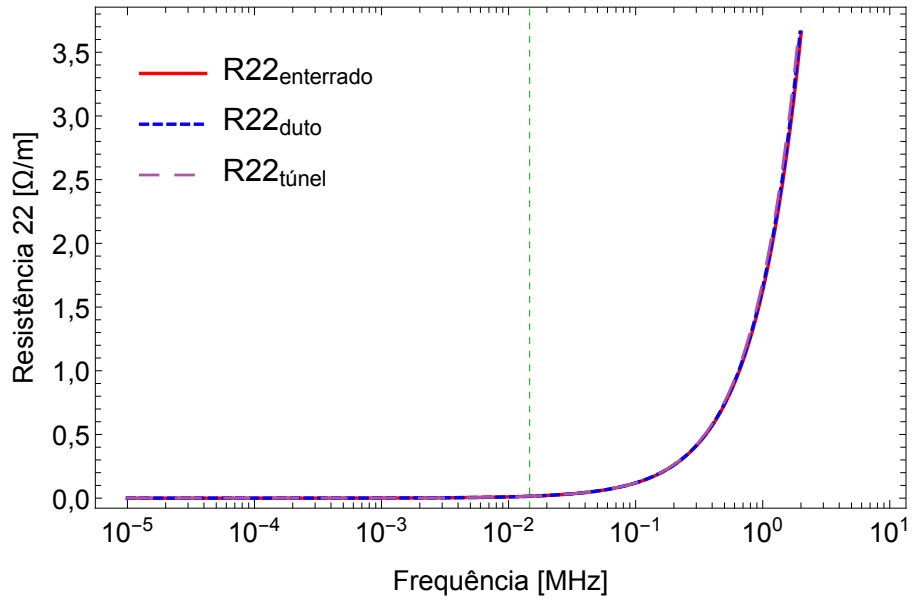


(a) Resistência

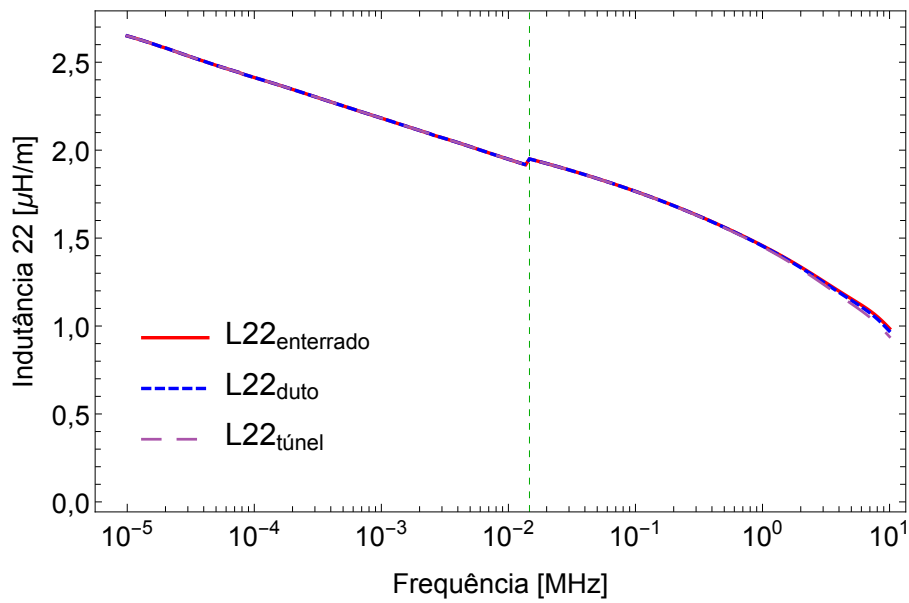


(b) Indutância

Figura 3.31: Impedância externa das fases laterais ( $Z_{11} = Z_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.

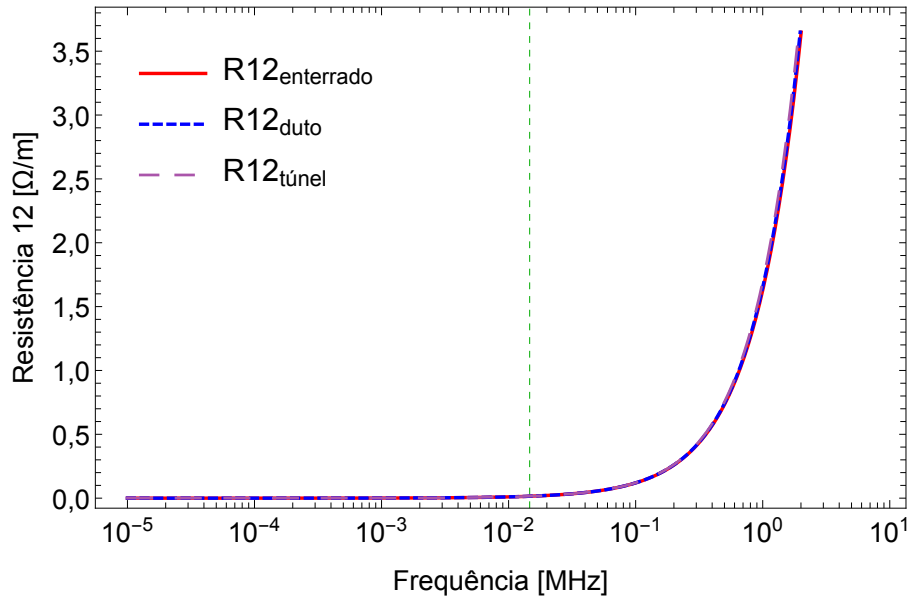


(a) Resistência

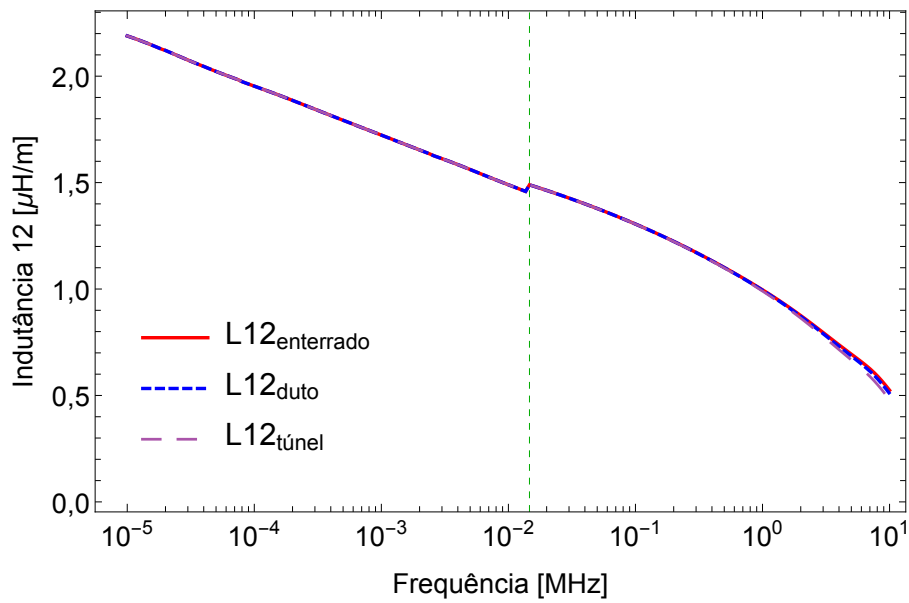


(b) Indutância

Figura 3.32: Impedância externa da fase central ( $Z_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.

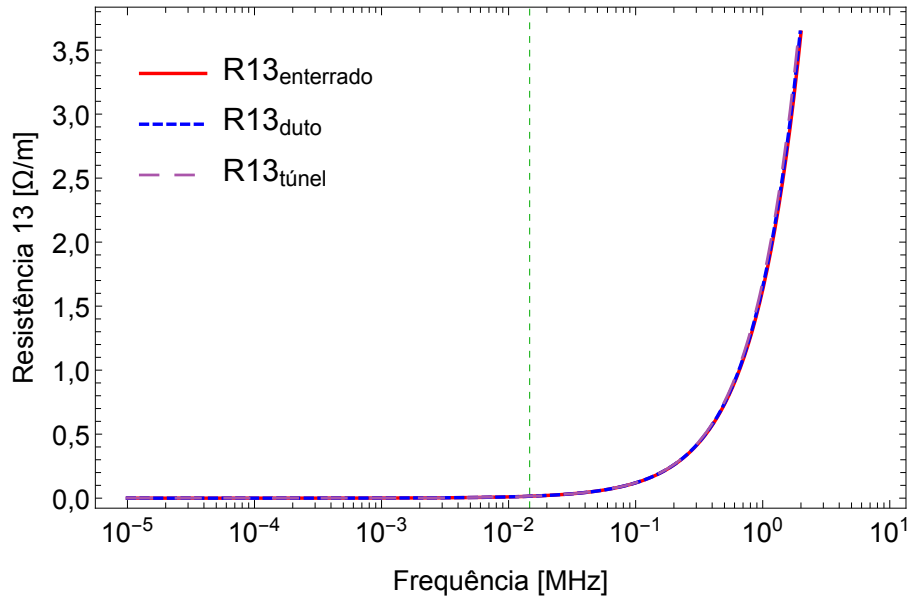


(a) Resistência

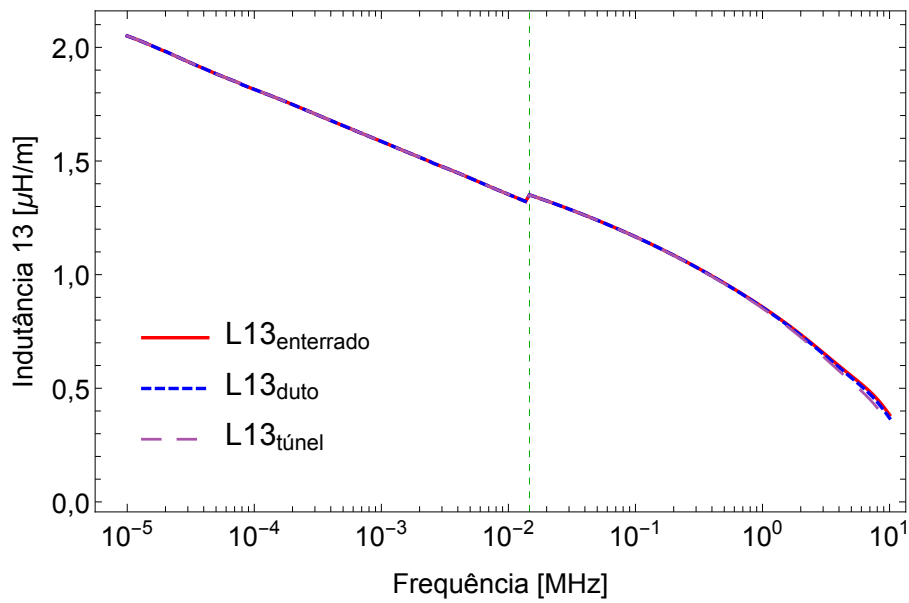


(b) Indutância

Figura 3.33: Impedância mútua entre fases adjacentes ( $Z_{12} = Z_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.

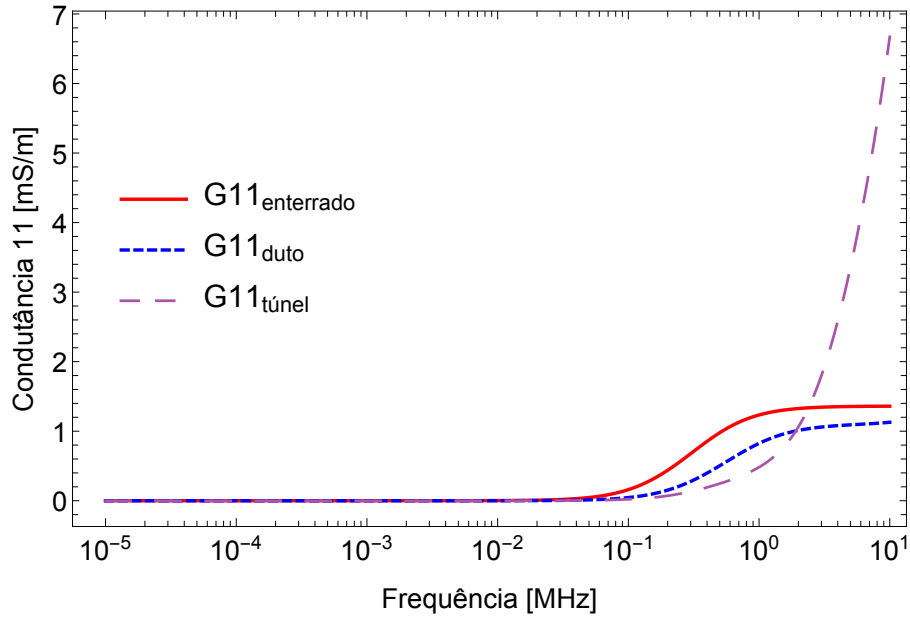


(a) Resistência

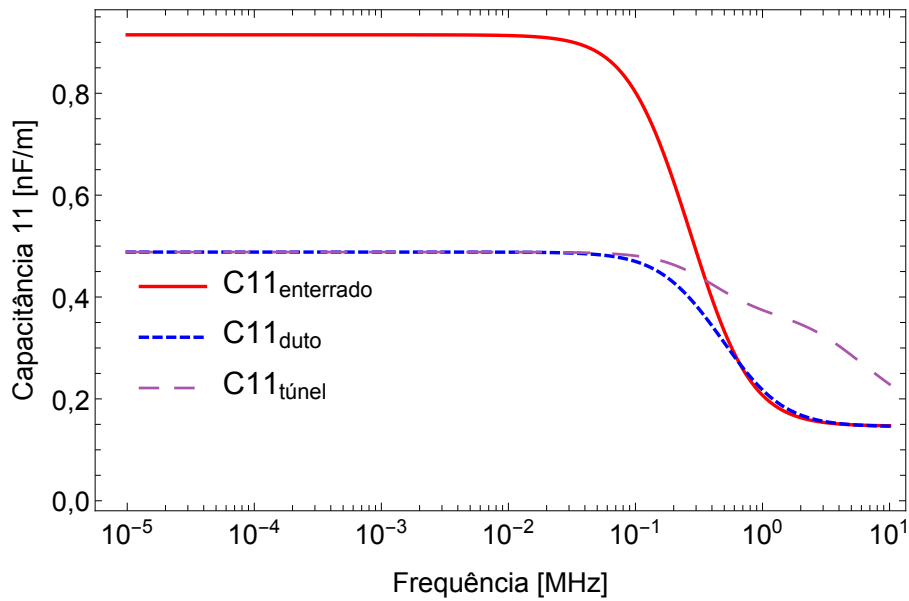


(b) Indutância

Figura 3.34: Impedância mútua entre fases mais afastadas ( $Z_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.



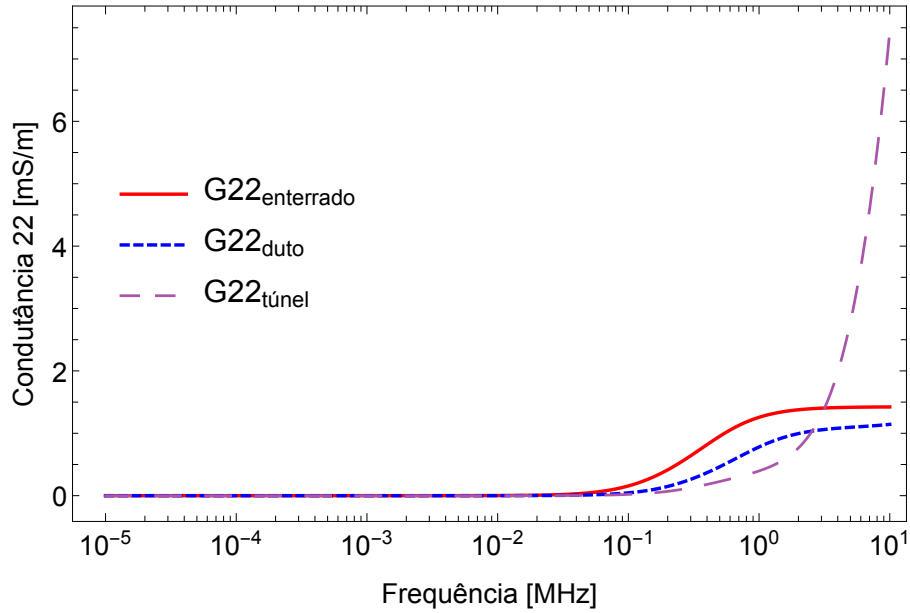
(a) Condutância



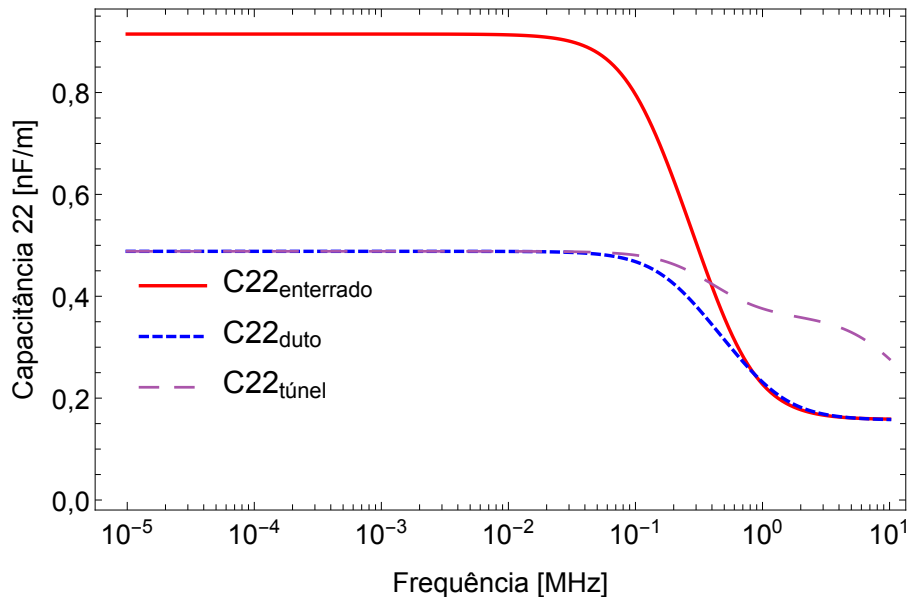
(b) Capacitância

Figura 3.35: Admitância própria das fases laterais ( $Y_{11} = Y_{33}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.



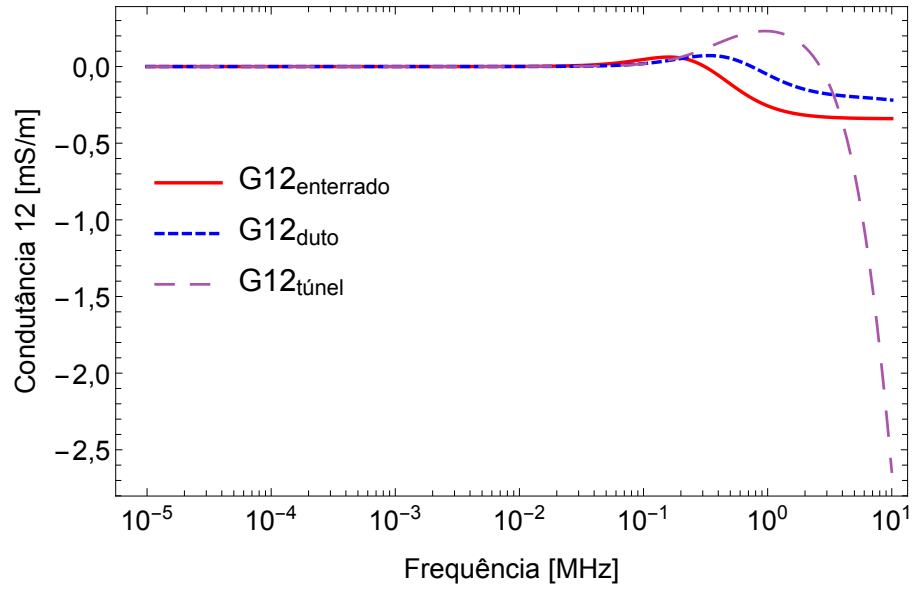


(a) Condutância

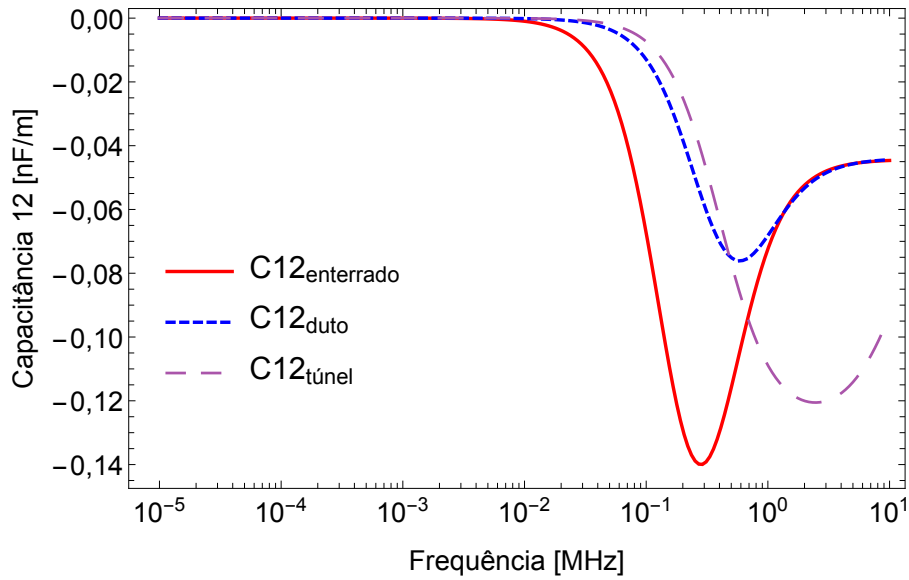


(b) Capacitância

Figura 3.36: Admitância própria da fase central ( $Y_{22}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.

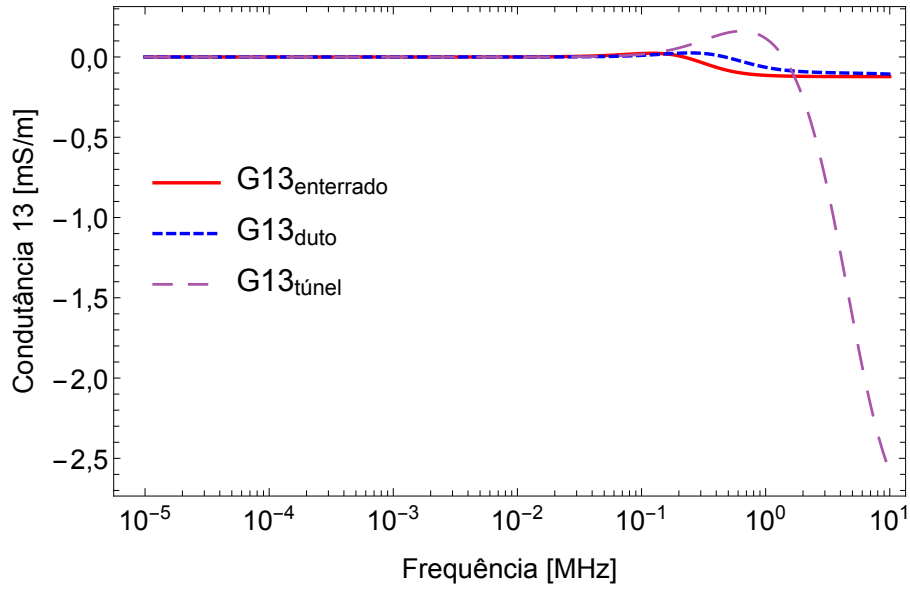


(a) Condutância

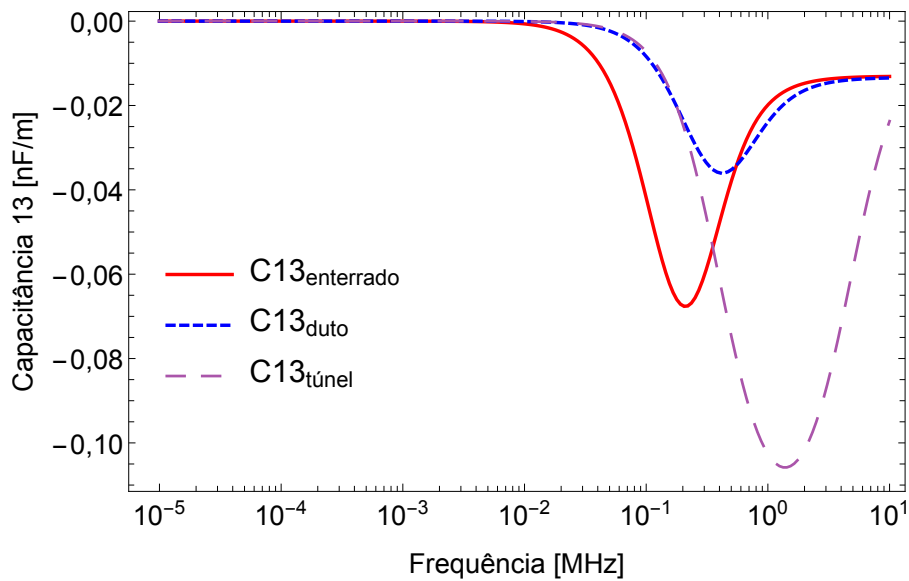


(b) Capacitância

Figura 3.37: Admitância mútua entre fases adjacentes ( $Y_{12} = Y_{23}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 3.38: Admitância mútua entre fases mais afastadas ( $Y_{13}$ ) por unidade de comprimento do caso trifásico enterrado em dutos em túnel, comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em dutos.

# Capítulo 4

## Aplicação a casos com configurações reais

Este capítulo apresenta resultados obtidos para casos mais próximos à aplicações reais. Novamente, casos monofásicos e multifásicos com cabos enterrados diretamente no solo, têm seus parâmetros calculados por ambas as formulações, analítica e numérica.

O sítio da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) apresenta informações sobre leilões de transmissão, entre os quais está o Leilão 002/2013 que inclui a linha de transmissão subterrânea de 230 kV Brasília Geral - Brasília Sul [1]. Os dados dos cabos utilizados neste capítulo são baseados nestes dados do leilão da linha de 230 kV e complementados por outras referências.

Os resultados que consideram a presença de dutos e túneis são calculados apenas numericamente e permitem a observação do efeito destes elementos no sistema, quando comparados aos casos diretamente enterrados.

A geometria do completa do cabo é apresentada na Figura 4.1, bem como a geometria efetivamente considerada nos cálculos dos parâmetros externos.

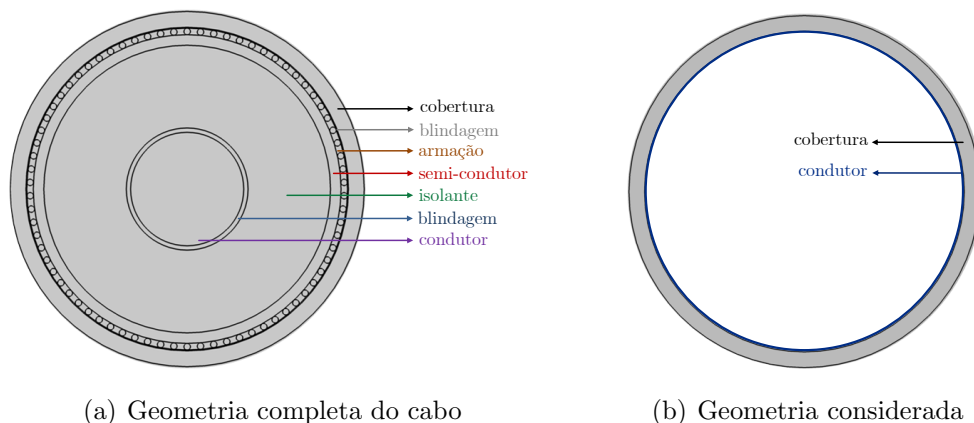


Figura 4.1: Geometria do cabo baseado em [1].  $r_{\text{ext}} = 47,12$  mm

Tabela 4.1: Dados do caso monofásico

Raio do condutor	$r_c = 42,92 \text{ mm}$ [1]
Raio externo do cabo	$r_{\text{ext}} = 47,12 \text{ mm}$ [1]
Profundidade do cabo	$h = 1,5 \text{ m}$ [1]
Resistividade do condutor (alumínio)	$\rho_c = 2,8264 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ [33]
Permissividade relativa da isolamento (polietileno)	$\varepsilon_{r_{\text{isol}}} = 2,3$ [34]
Permissividade relativa do solo	$\varepsilon_{r_{\text{solo}}} = 10$ [32]
Resistividade do solo	$\rho_{\text{solo}} = 1000 \Omega \cdot \text{m}$ [1]

## 4.1 Casos monofásicos

Os dados do caso monofásico, com o cabo diretamente enterrado, são apresentados na Tabela 4.1.

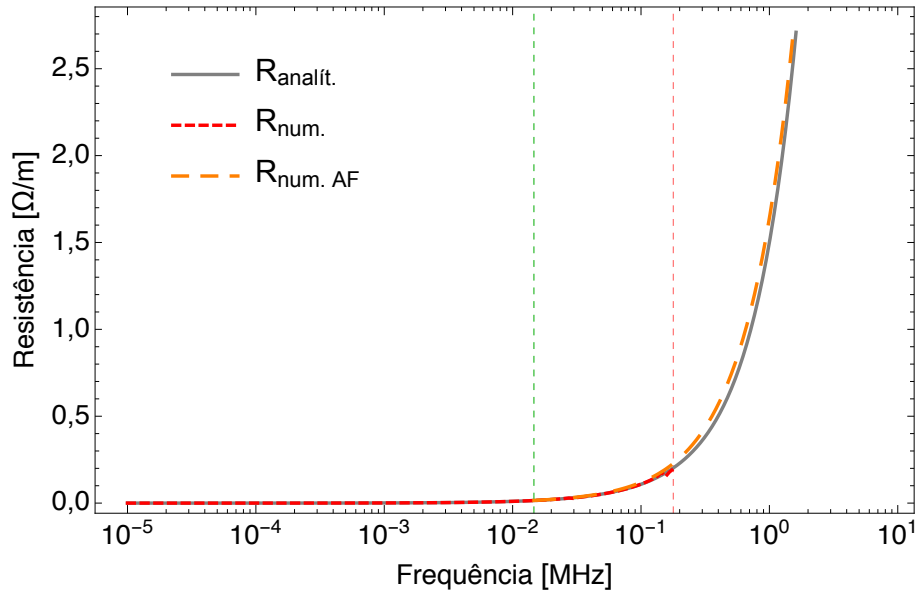
Os resultados obtidos para a impedância externa e admitância são mostrados nas Figuras 4.2 e 4.3. Nota-se que a impedância externa calculada numericamente coincide, como no caso teste, com o cálculo analítico. Na admitância, por outro lado, observa-se uma diferença maior do que no caso teste, principalmente na condutância, em frequências a partir de 0,410266 MHz.

### 4.1.1 Efeitos do duto e do túnel no caso monofásico

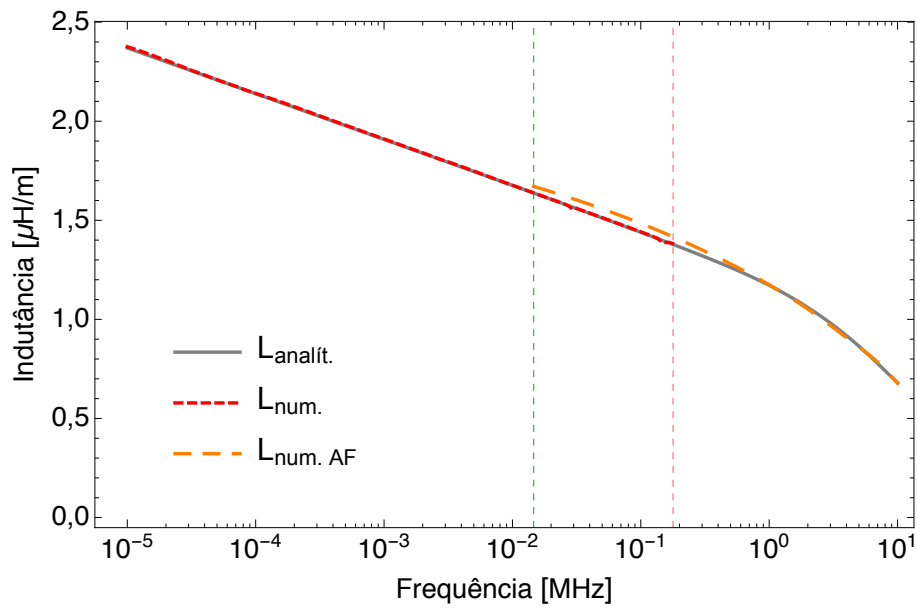
Foram estudados mais dois casos, a partir, do anterior: o primeiro considera o cabo no interior de um duto de polietileno de alta densidade, com diâmetro externo  $D_{\text{duto}} = 180 \text{ mm}$  e espessura de 5,6 mm, sendo o espaço livre preenchido por bentonita; e o segundo caso considera o mesmo duto instalado em um túnel com reaterro em argamassa, conforme a Figura 4.4. O túnel tem comprimento  $\ell_{\text{túnel}} = 0,63 \text{ m}$  e altura  $h_{\text{túnel}} = 0,81 \text{ m}$  e seu limite superior é posicionado a 0,836 m da superfície do solo. O centro do cabo está a uma distância  $\ell_{\text{td}} = 315 \text{ mm}$  da parede lateral do túnel e  $h_{\text{td}} = 146 \text{ mm}$  da extremidade inferior; o cabo mantém as mesmas coordenadas em todos os casos monofásicos.

Os resultados obtidos para a impedância são mostrados na Figura 4.5 e para a admitância, na Figura 4.6. O duto e o túnel exerceram pouca influência na impedância externa, esta, porém, mais visível do que nos casos do capítulo 3.

Também em comparação ao cabo com raio externo inferior (capítulo 3), a admitância apresentou comportamento semelhante. Mas observa-se que, neste caso, em 10 MHz a condutância do caso com duto coincide com a do caso diretamente enterrado; no caso mais simples, isto é observado na capacitância, e não na condutância (vide Figura 3.8).

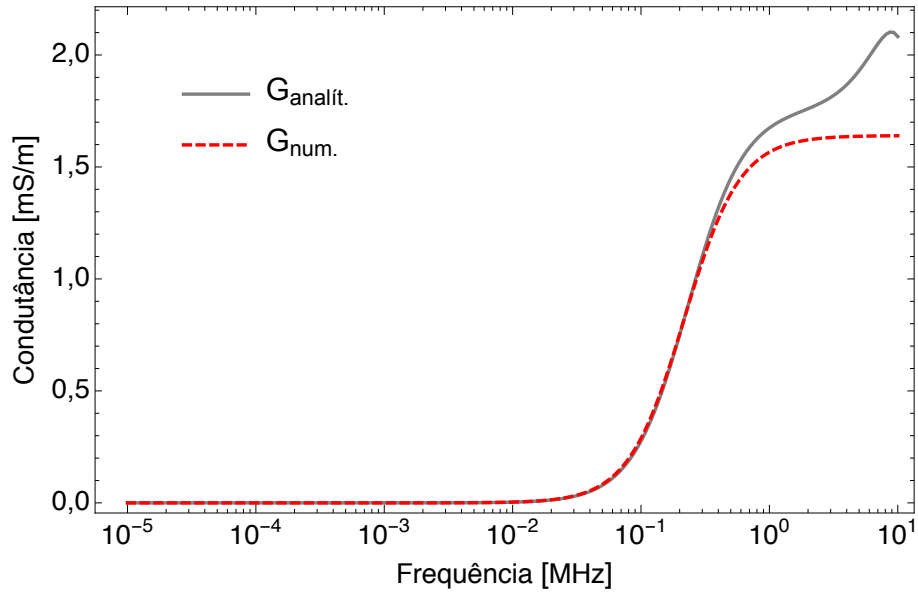


(a) Resistência

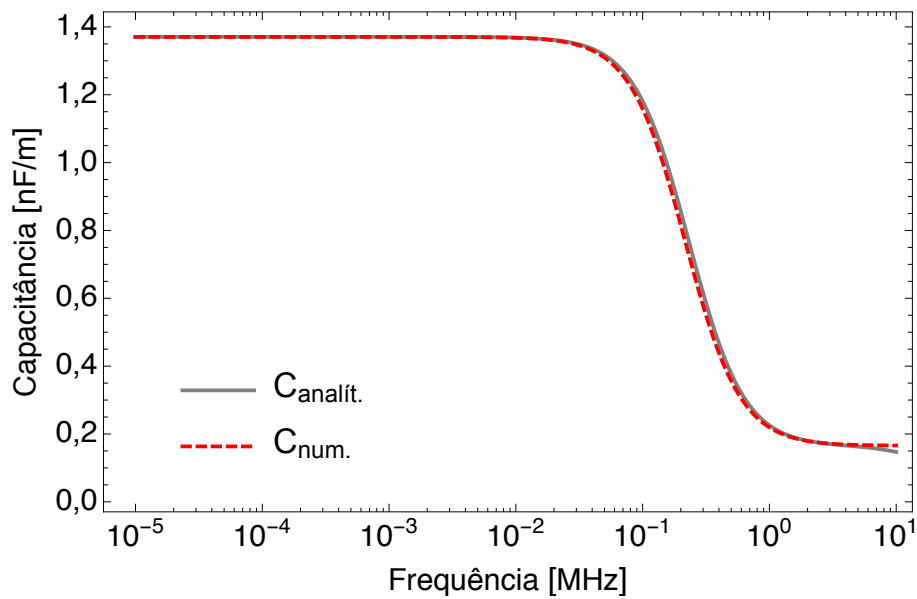


(b) Indutância

Figura 4.2: Impedância externa por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado, com cabo baseado em [1], comparação com o modelo analítico.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 4.3: Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado, com cabo baseado em [1], comparação com o modelo analítico.

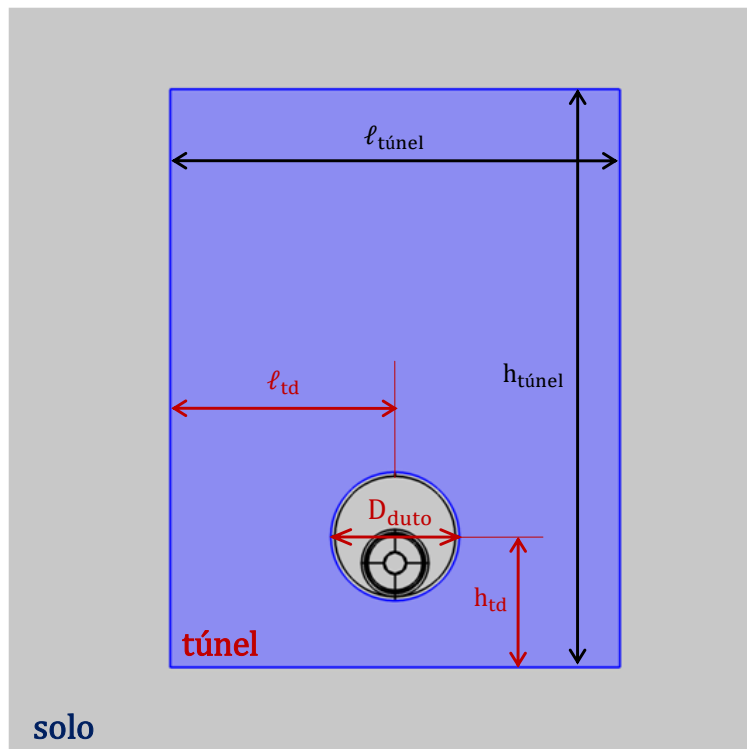
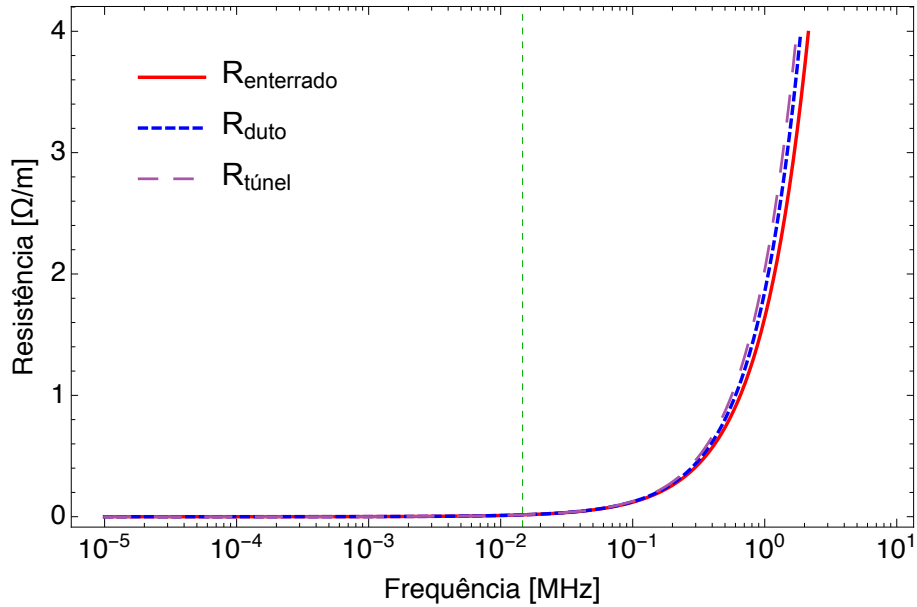
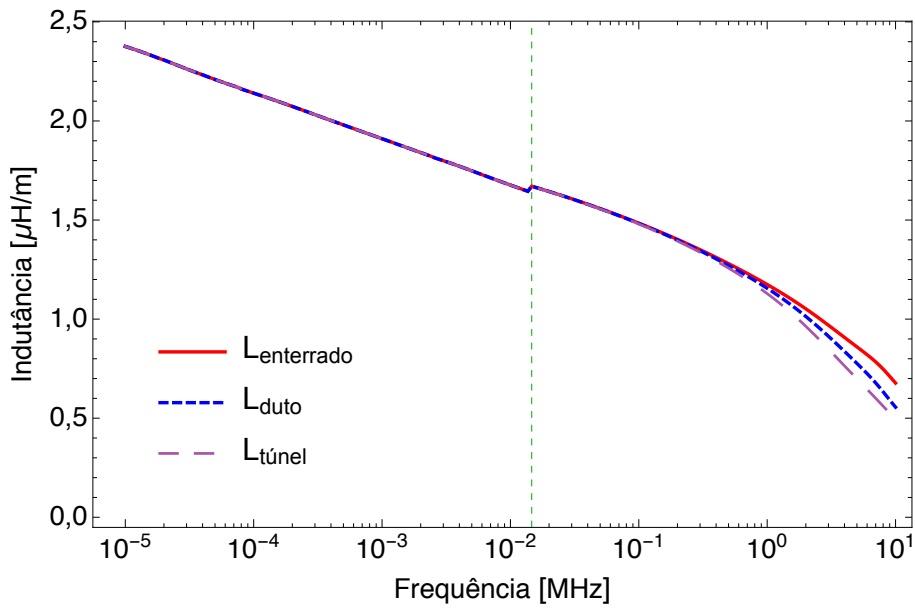


Figura 4.4: Geometria do caso monofásico com cabo baseado em [1], cabo instalado em duto em túnel.  $\ell_{\text{túnel}} = 0,63$  m,  $h_{\text{túnel}} = 0,81$  m,  $\ell_{\text{td}} = 315$  mm,  $h_{\text{td}} = 146$  mm,  $D_{\text{duto}} = 180$  mm e  $r_{\text{ext}} = 47,12$  m



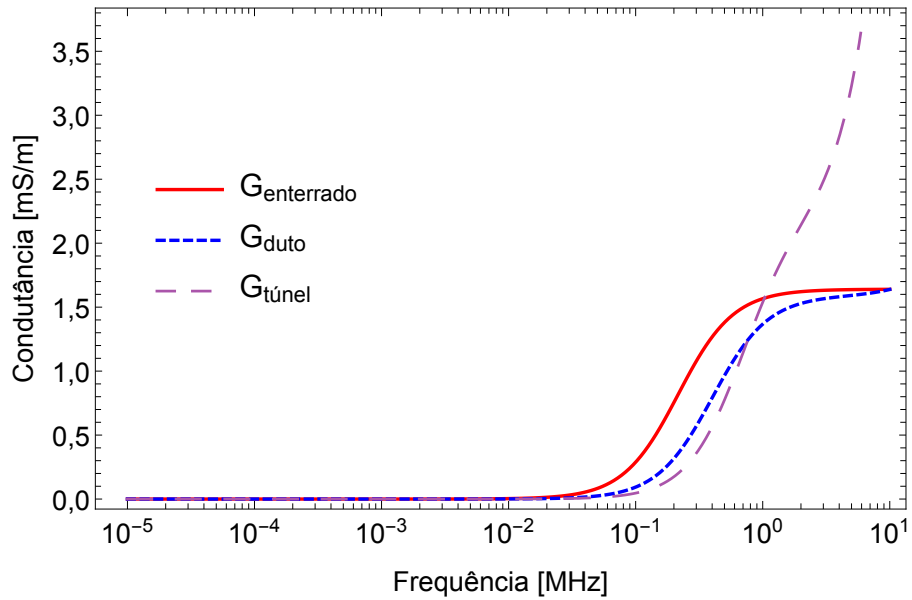


(a) Resist\u00eancia

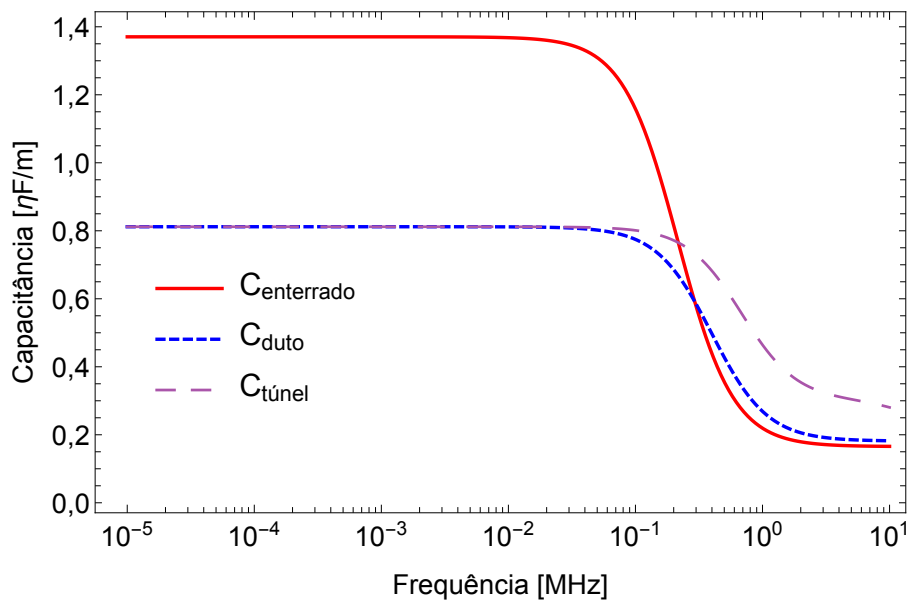


(b) Indut\u00e2ncia

Figura 4.5: Imped\u00e2ncia externa por unidade de comprimento dos casos monof\u00e1sicos, com cabo baseado em [1], compara\u00e7\u00e3o entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em t\u00fanel.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 4.6: Admitância por unidade de comprimento dos casos monofásicos, com cabo baseado em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

Tabela 4.2: Coordenadas centrais dos cabos nos casos com quatro fases

<b>Cabo 1</b>	$x_1 = -0,09$	$y_1 = -1,44728$
<b>Cabo 2</b>	$x_2 = 0,09$	$y_2 = -1,44728$
<b>Cabo 3</b>	$x_3 = -0,09$	$y_3 = -1,62728$
<b>Cabo 4</b>	$x_4 = 0,09$	$y_4 = -1,62728$

## 4.2 Casos com quatro fases

O relatório da ANEEL indica a necessidade de um cabo reserva para aumentar a confiabilidade do projeto da linha de transmissão subterrânea [1]. O documento recomenda que esta fase adicional seja utilizada apenas em caso de falha em algum dos outros cabos. Sendo assim, esta seção inclui a fase adicional nos cálculos das impedâncias externas e das admitâncias totais (considerando a isolação).

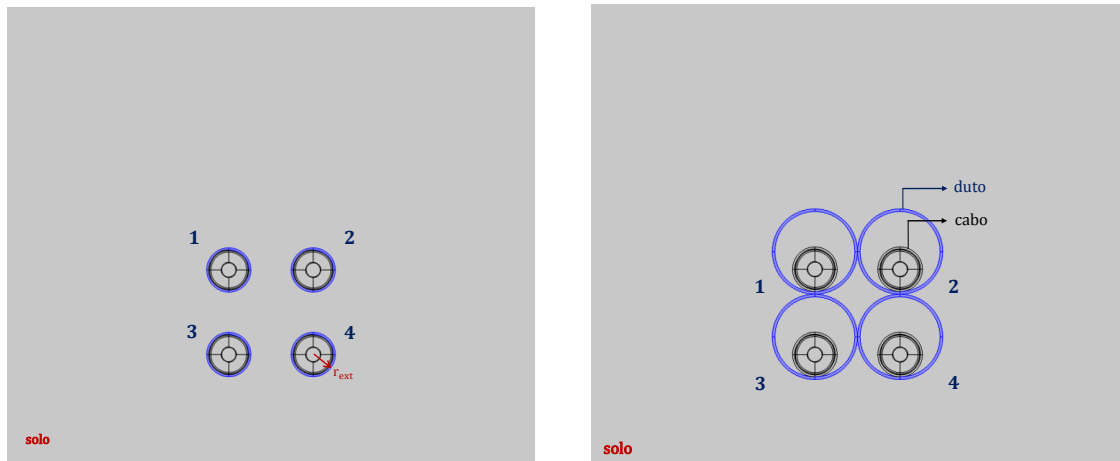
Para que o efeito da presença dos dutos não sofresse interferência da posição relativa dos cabos, as coordenadas dos cabos foram mantidas em todos os casos (Tabela 4.2). Assim, para o sistema diretamente enterrado, há uma separação maior que a usual entre as fases. O túnel tem dimensões  $\ell_{\text{túnel}} = 0,99$  m e  $h_{\text{túnel}} = 0,81$  m, e sua extremidade superior está a 0,969 m da superfície do solo. A Figura 4.7 mostra a geometria dos três casos com quatro fases, em que  $\ell_{\text{td}} = 405$  mm e  $h_{\text{td}} = 152$  mm.

Os resultados obtidos para as impedâncias externas, próprias e mútuas, são mostrados nas Figuras 4.8-4.11; as Figuras 4.12-4.15 apresentam os resultados de admitâncias.

Os resultados mostram a concordância entre os métodos analítico e numérico no cálculo das impedâncias externas próprias e mútuas. Nas frequências mais altas, as condutâncias calculadas por meio do MEF se afastaram daquelas calculadas analiticamente, principalmente a mútua entre os cabos diagonalmente vizinhos (G14); as capacitâncias foram bem próximas ao modelo analítico. Na capacitância mútua entre os cabos horizontalmente vizinhos (C12), observa-se a diferença atribuída ao raio do domínio, como visto na Seção 3.3.1.

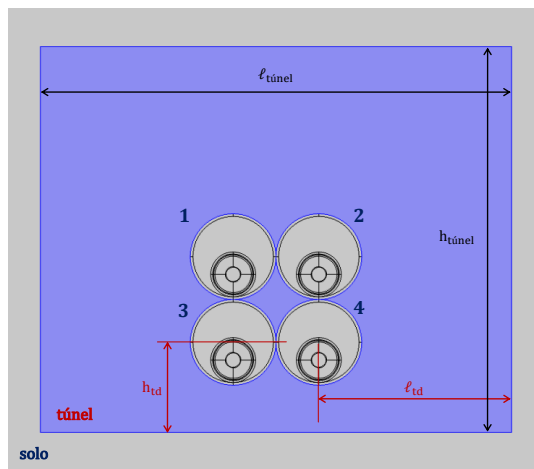
A comparação entre os casos diretamente enterrado, em duto e com a presença do túnel é mostrada nas Figuras 4.16-4.19 para impedâncias externas e nas Figuras 4.20-4.23 para as admitâncias dos casos com quatro fases.

Neste caso, constata-se que os dutos e o túnel exercem influência não apenas sobre as admitâncias, mas também sobre as impedâncias próprias e mútuas em altas frequências. No caso das capacitâncias próprias, o efeito do duto é evidente também em baixas frequências.



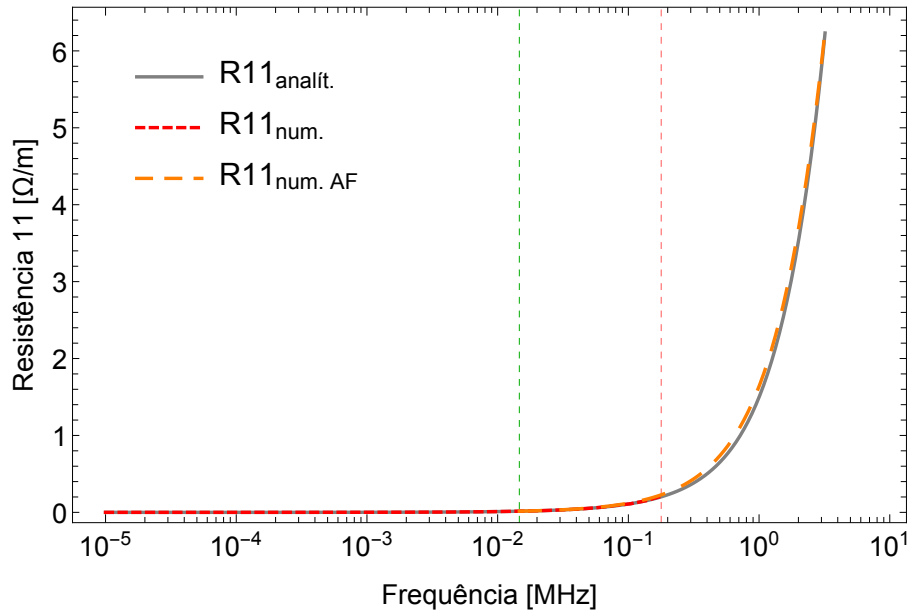
(a) sistema diretamente enterrado

(b) sistema instalado em duto

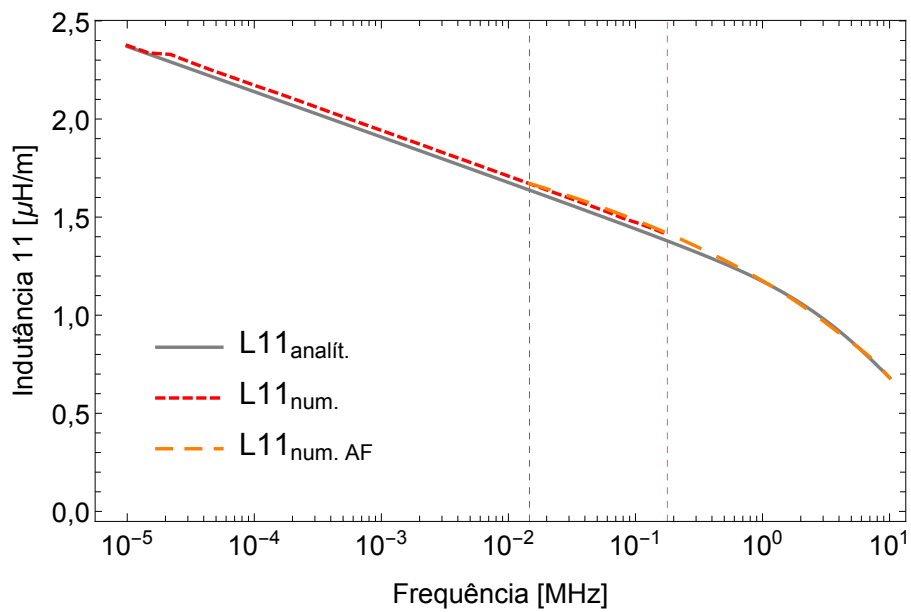


(c) sistema instalado em duto em túnel

Figura 4.7: Geometria dos casos com quatro fases, com cabos baseados em [1].  $\ell_{\text{túnel}} = 0,99$  m,  $h_{\text{túnel}} = 0,81$  m,  $\ell_{\text{td}} = 405$  mm,  $h_{\text{td}} = 152$  mm,  $D_{\text{duto}} = 180$  mm e  $r_{\text{ext}} = 47,12$  mm

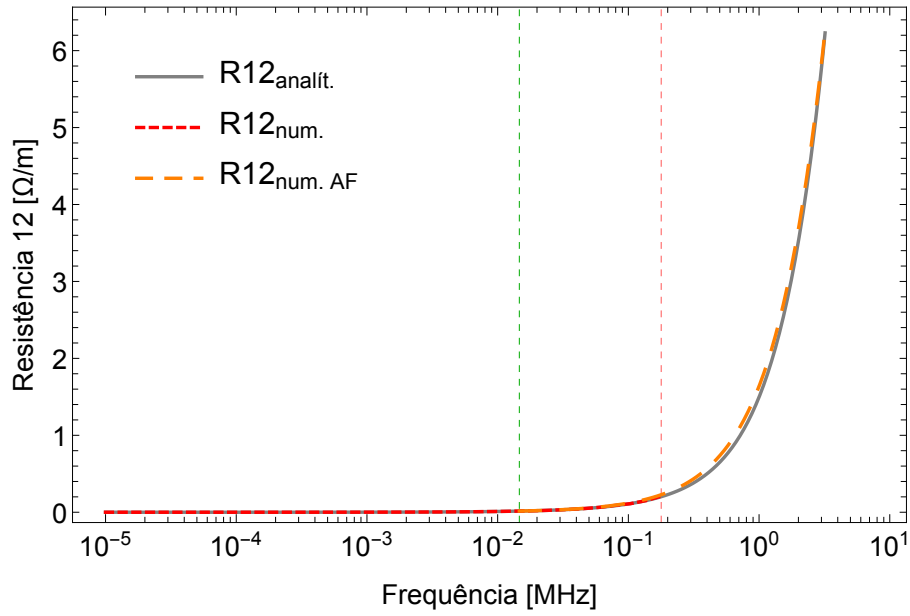


(a) Resistência

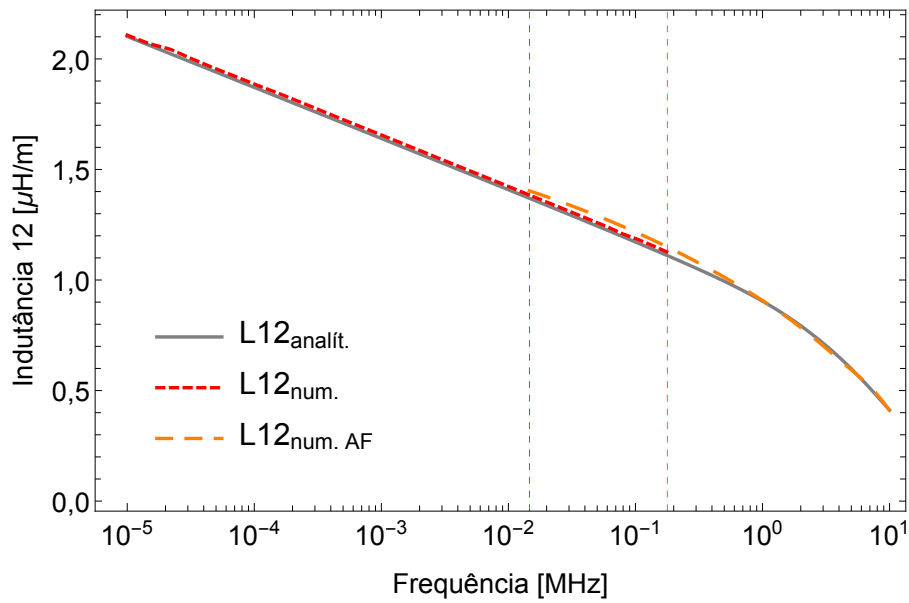


(b) Indutância

Figura 4.8: Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.

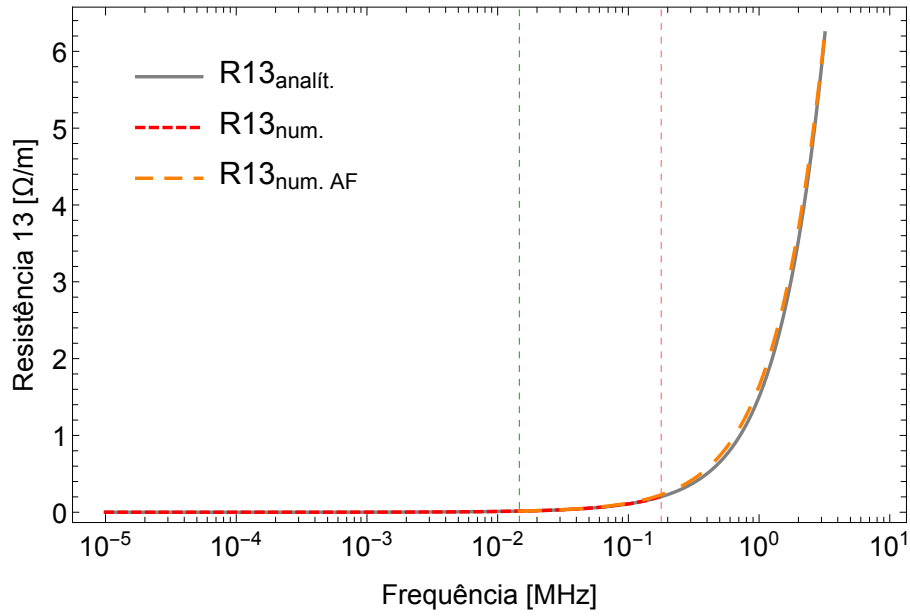


(a) Resistência

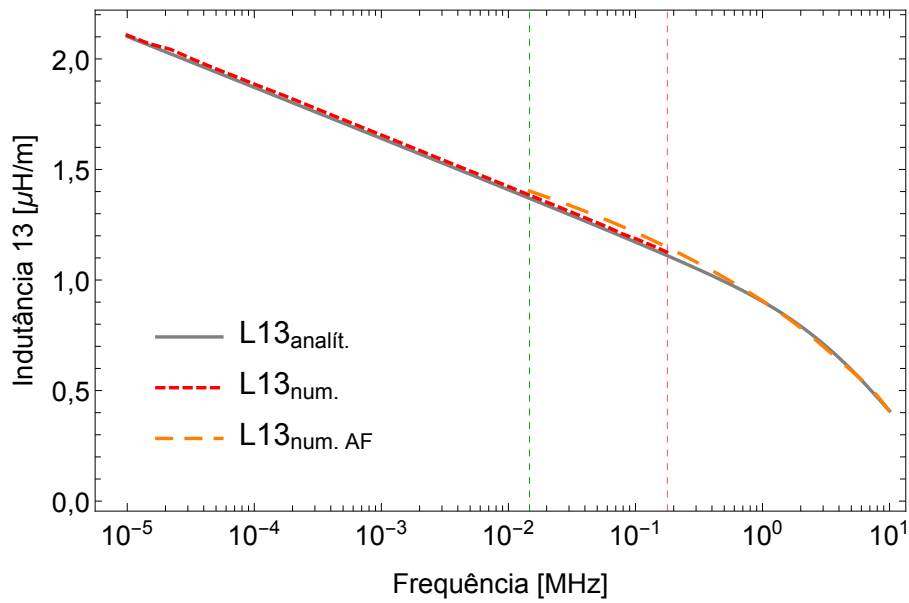


(b) Indutância

Figura 4.9: Impedância mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.

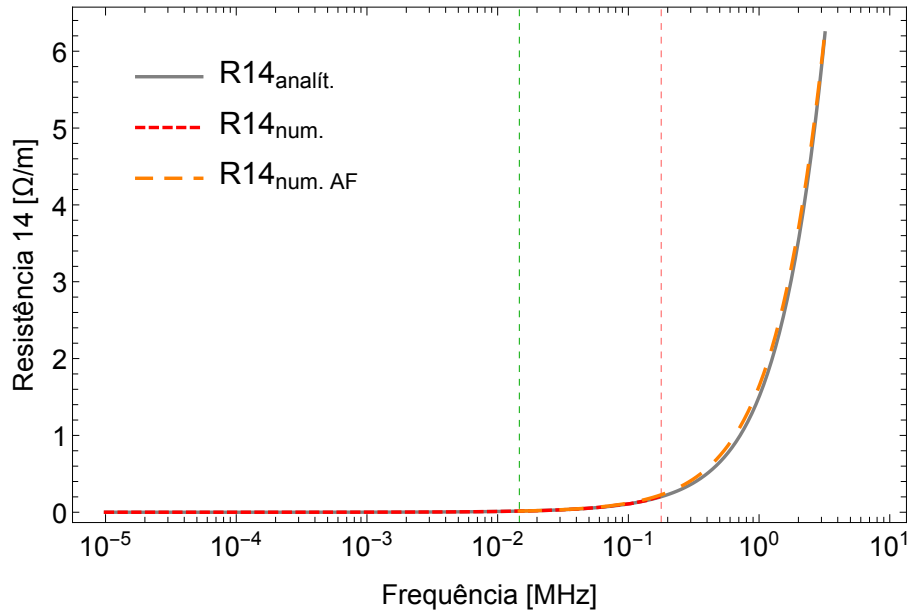


(a) Resistência

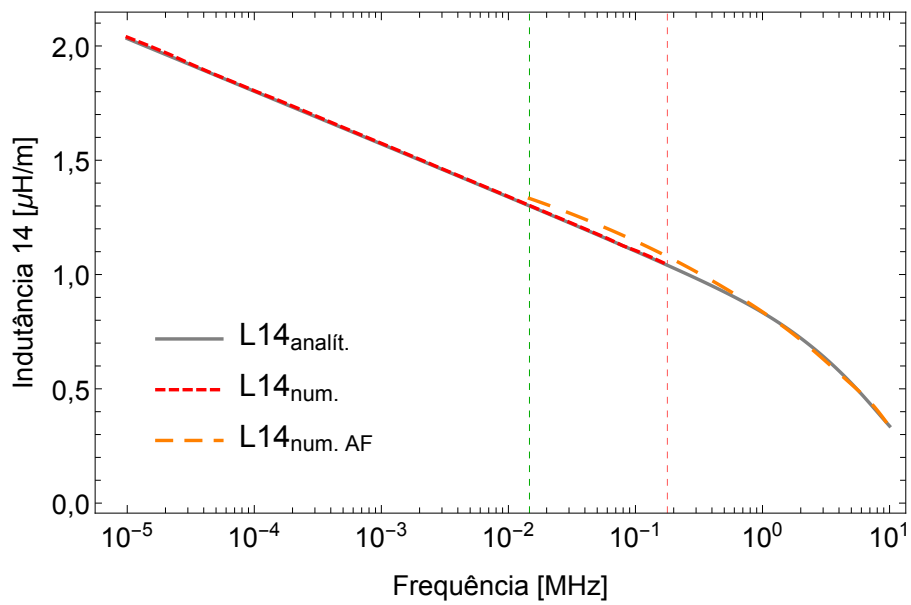


(b) Indutância

Figura 4.10: Impedância mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.



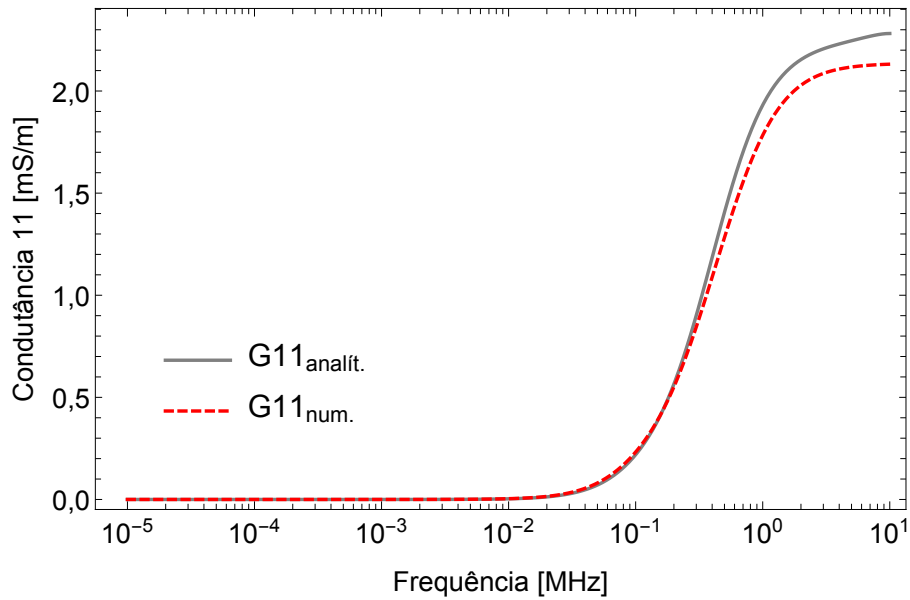
(a) Resistência



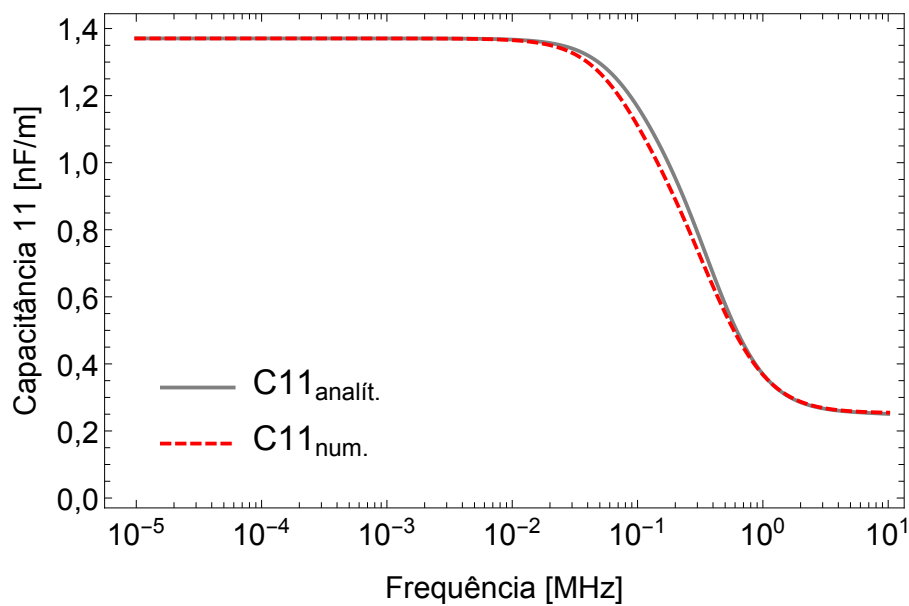
(b) Indutância

Figura 4.11: Impedância mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.



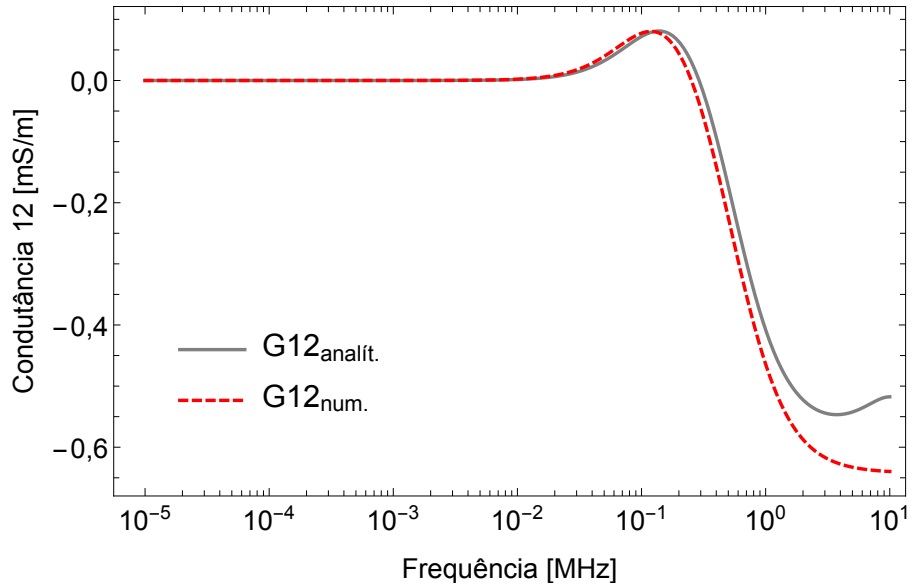


(a) Condutância

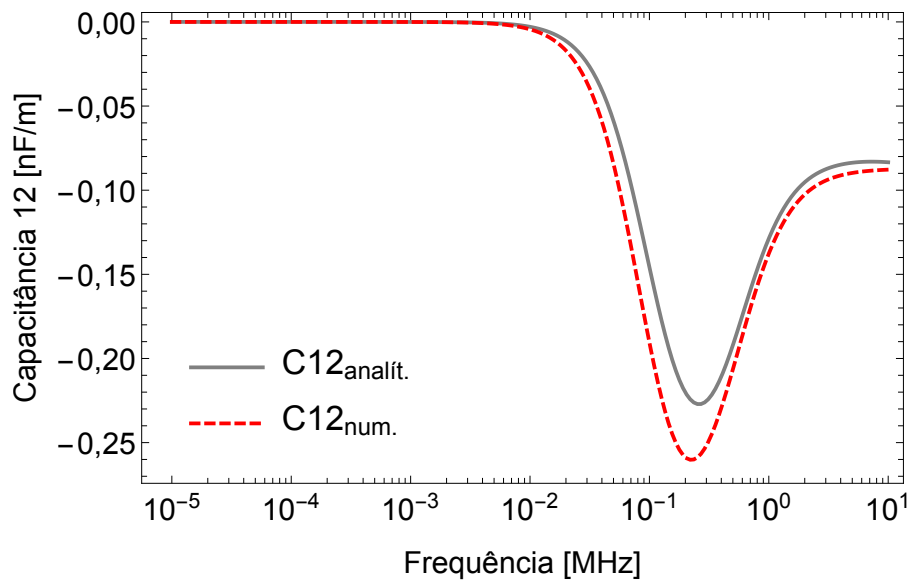


(b) Capacitância

Figura 4.12: Admitância própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.

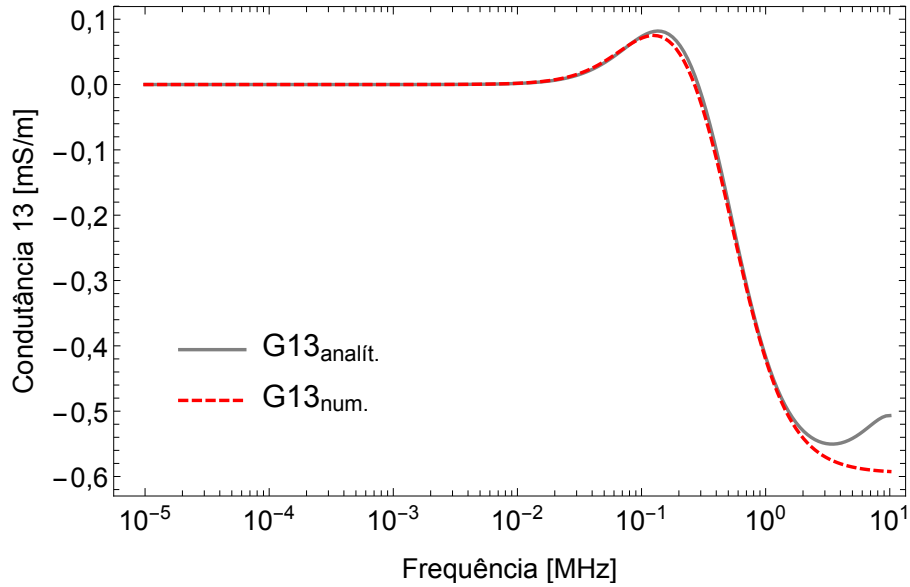


(a) Condutância

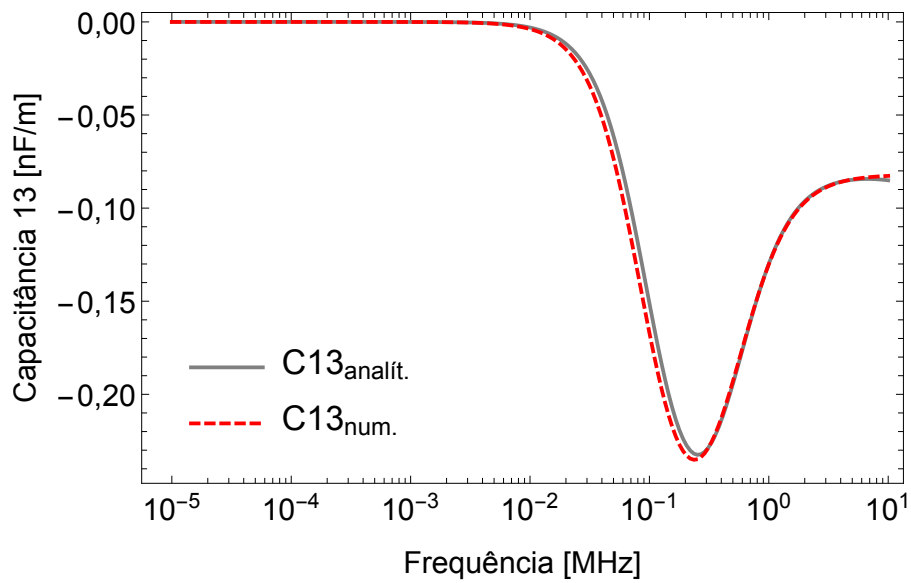


(b) Capacitância

Figura 4.13: Admitância mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.

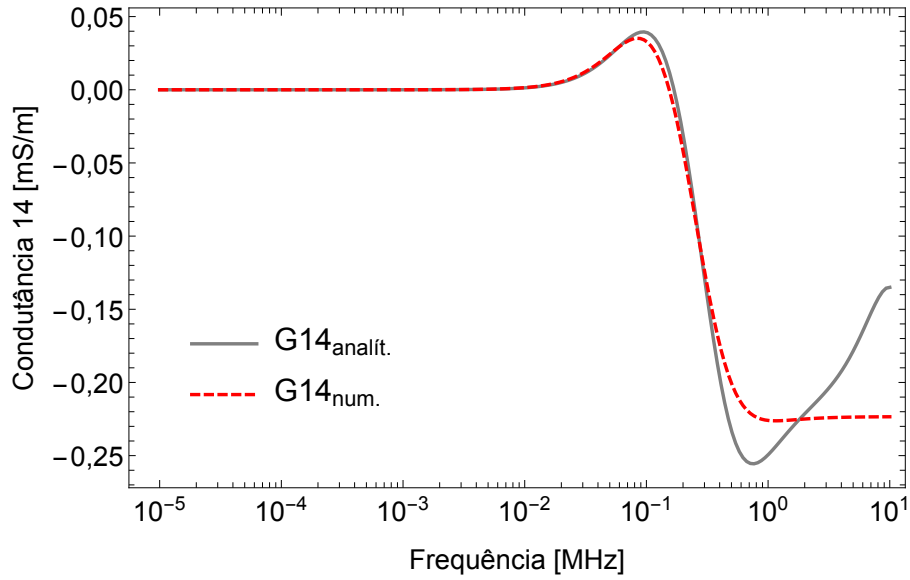


(a) Condutância

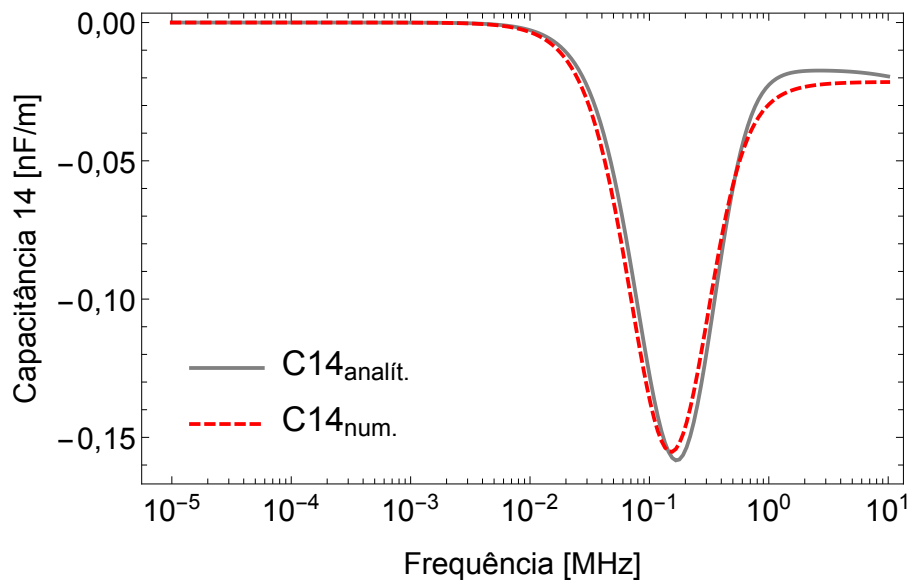


(b) Capacitância

Figura 4.14: Admitância mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.

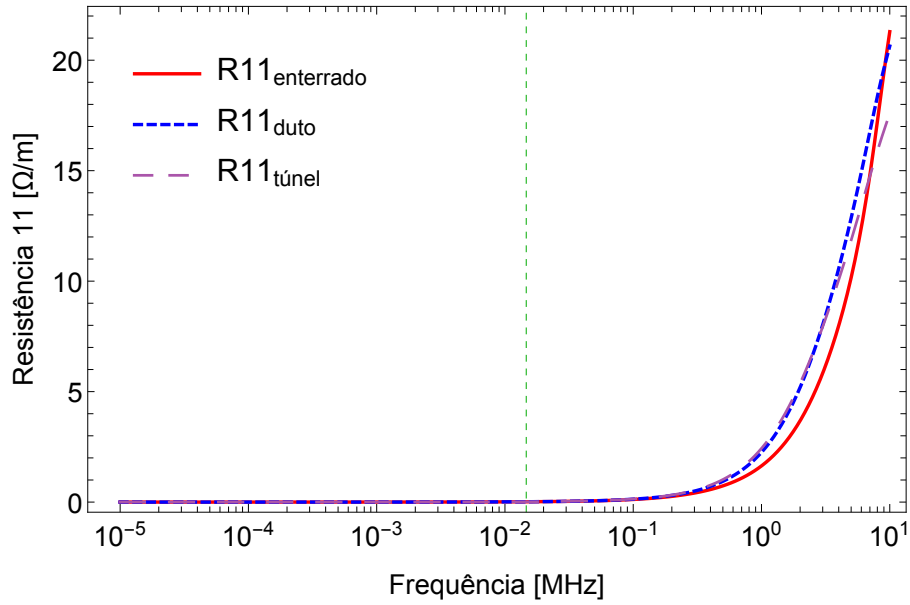


(a) Condutância

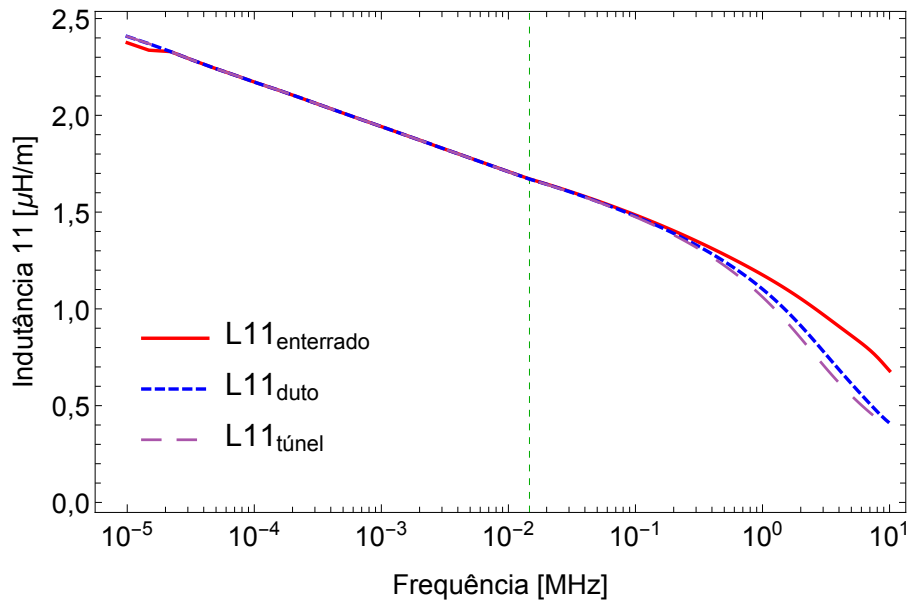


(b) Capacitância

Figura 4.15: Admitância mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, diretamente enterrado, comparação com o modelo analítico.

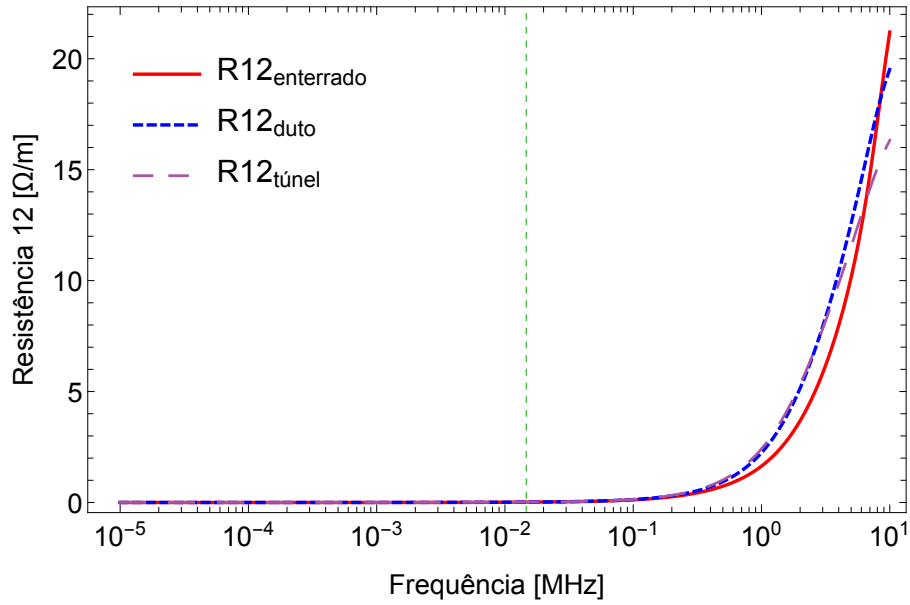


(a) Resistência

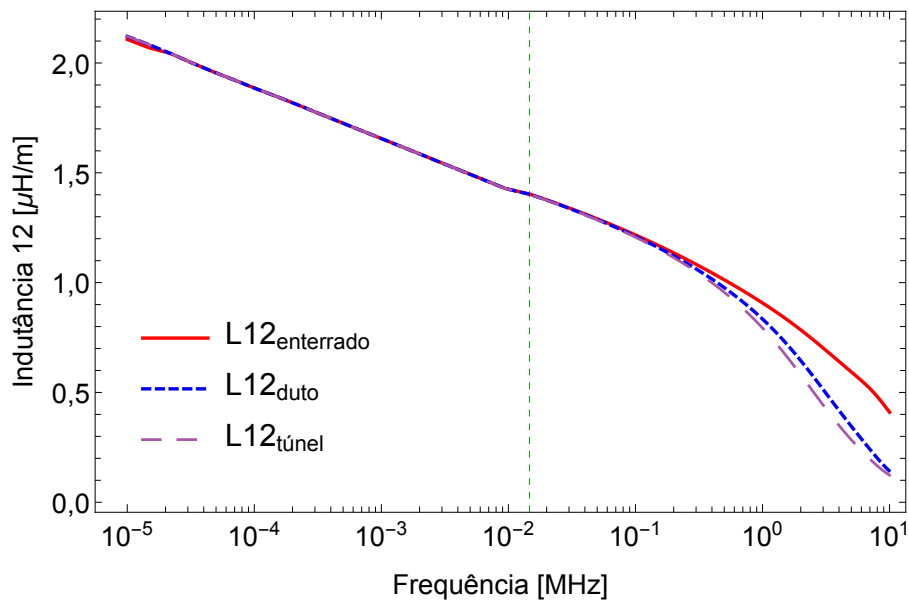


(b) Indutância

Figura 4.16: Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

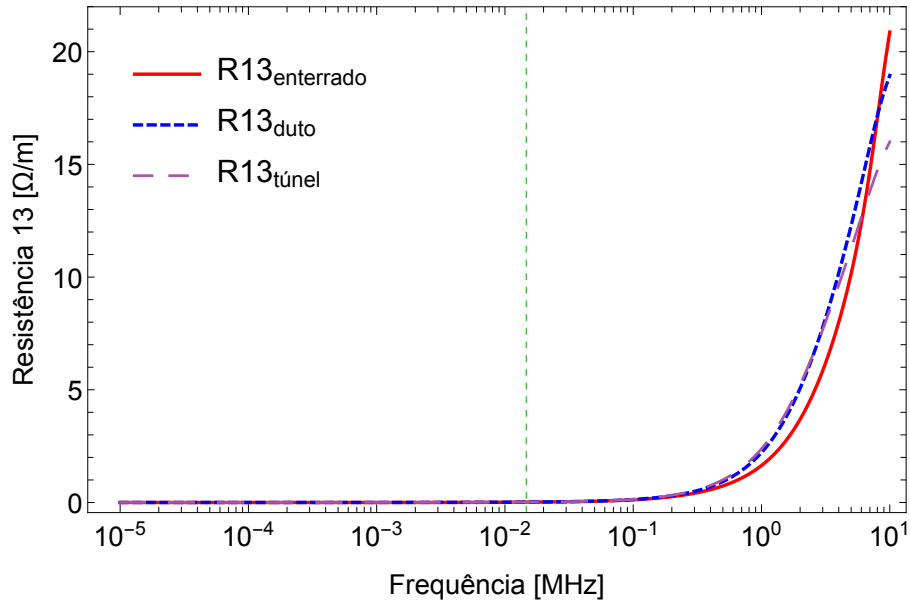


(a) Resistência

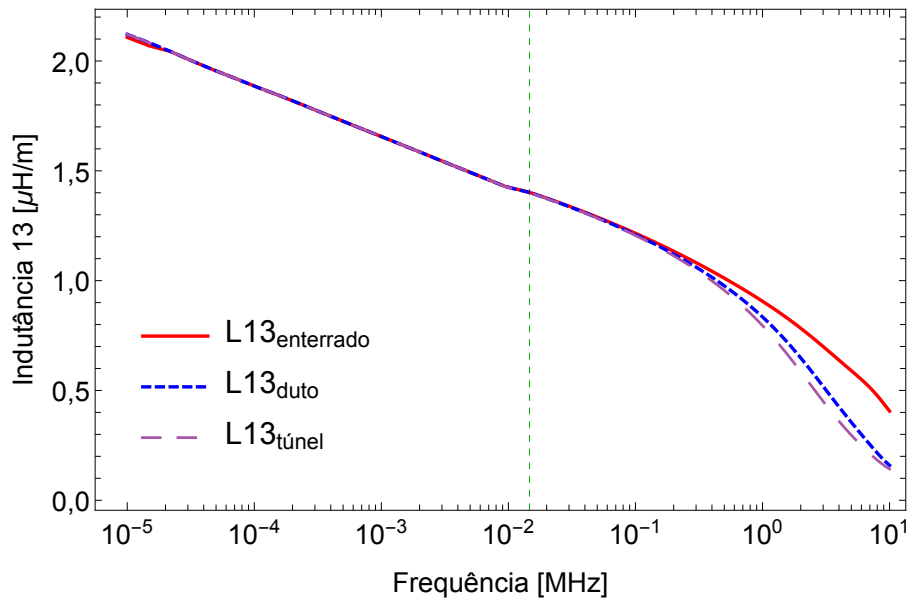


(b) Indutância

Figura 4.17: Impedância externa mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

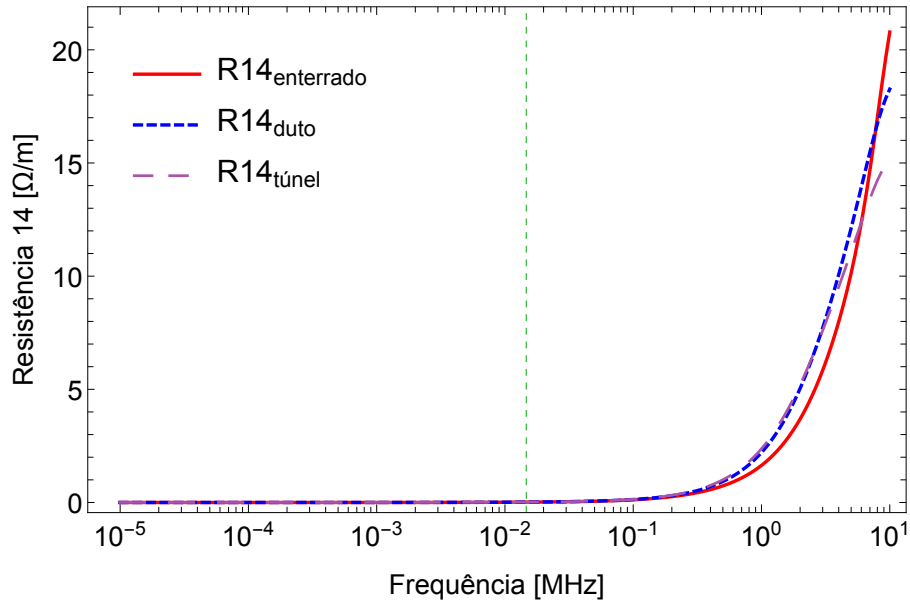


(a) Resistência

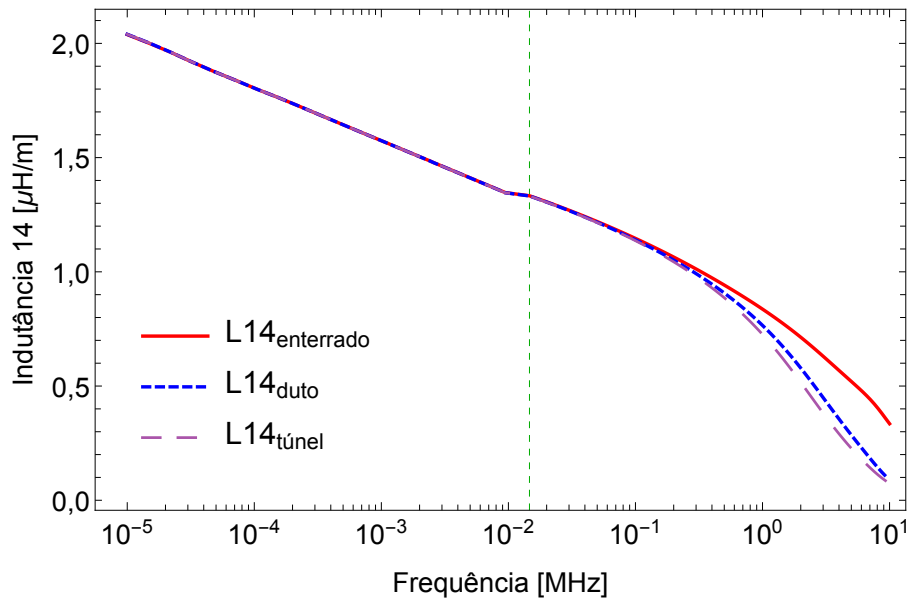


(b) Indutância

Figura 4.18: Impedância externa mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



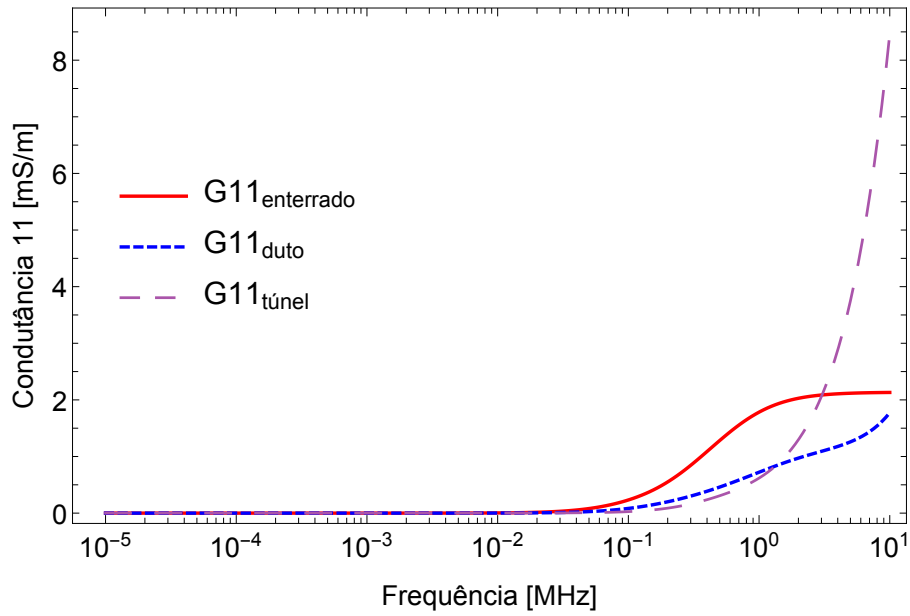
(a) Resistência



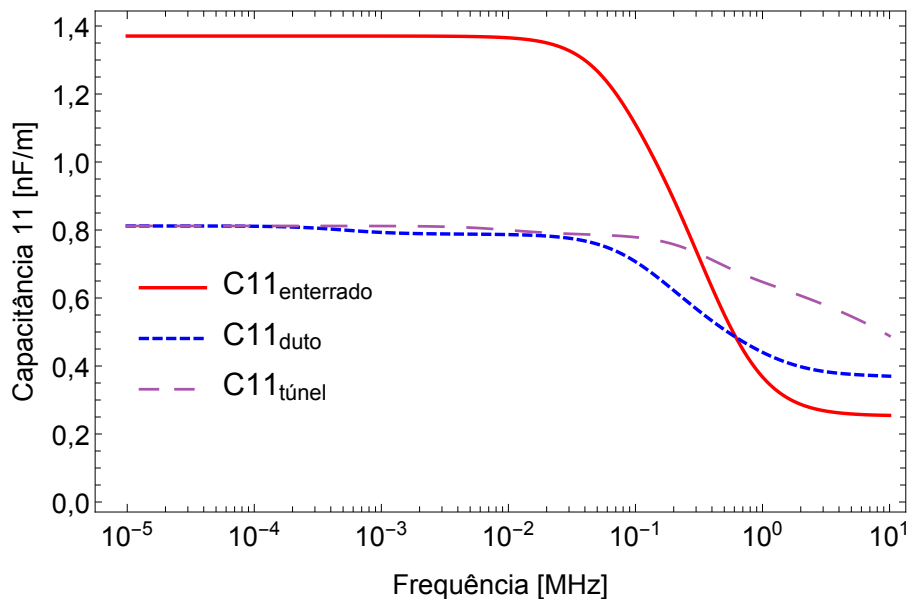
(b) Indutância

Figura 4.19: Impedância externa mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



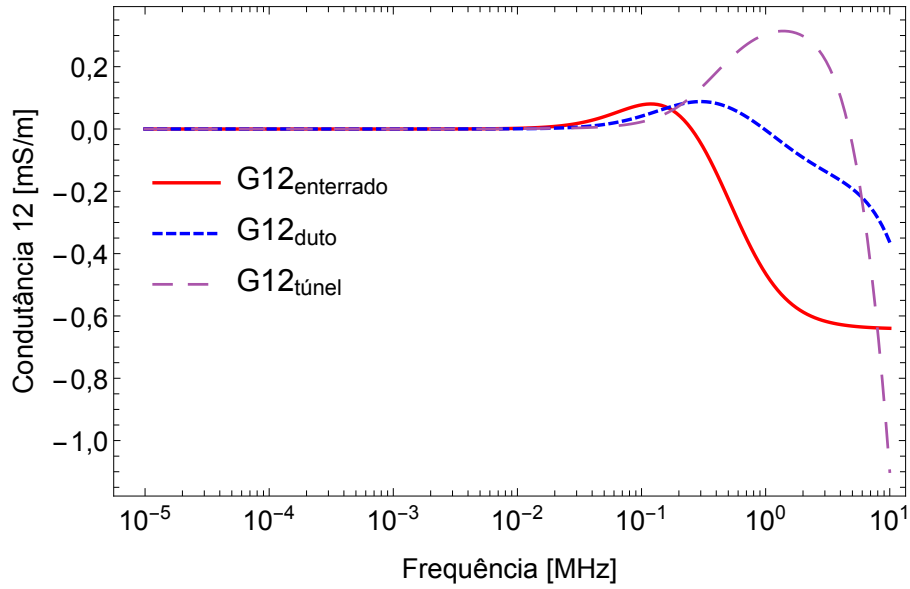


(a) Condutância

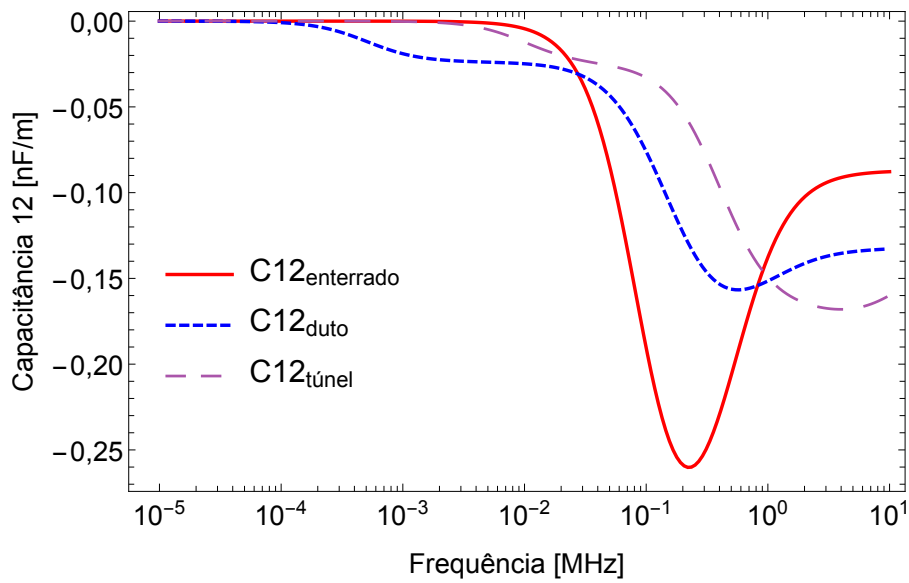


(b) Capacitância

Figura 4.20: Admitância própria por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

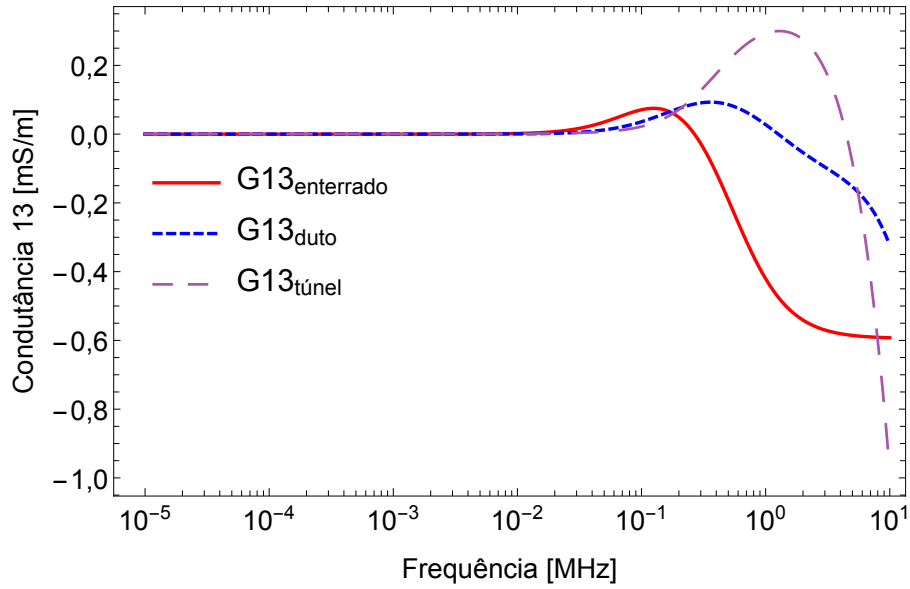


(a) Condutância

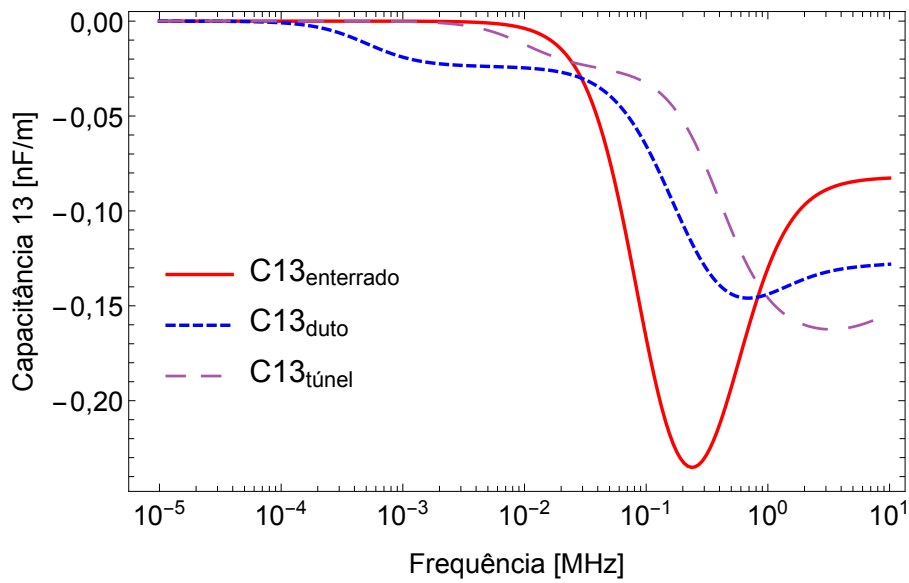


(b) Capacitância

Figura 4.21: Admitância mútua (cabos horizontalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

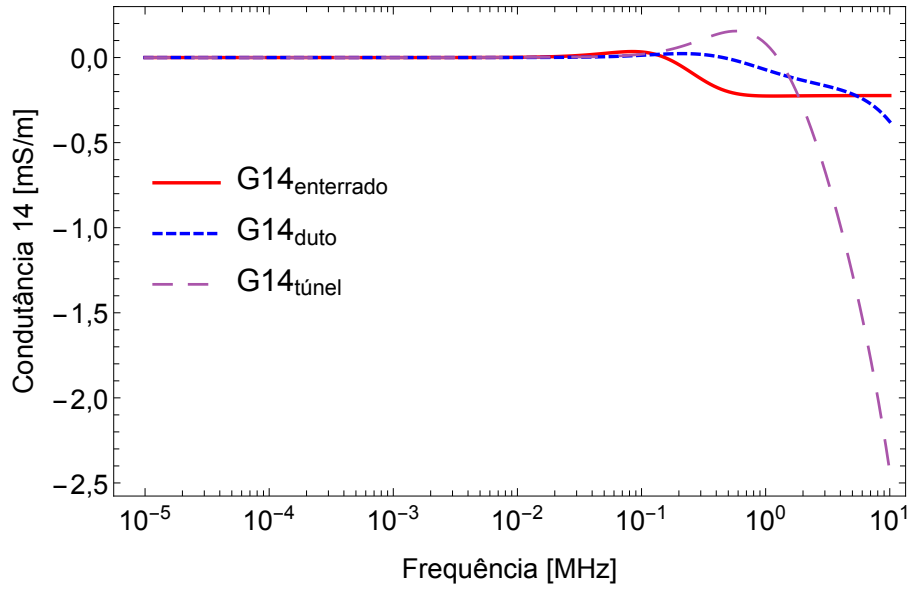


(a) Condutância

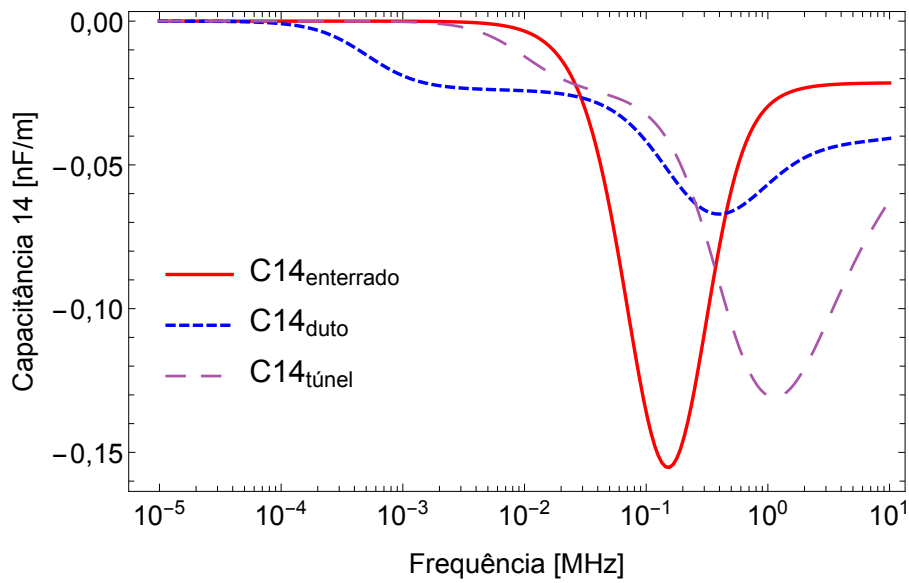


(b) Capacitância

Figura 4.22: Admitância mútua (cabos verticalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



(a) Condutância



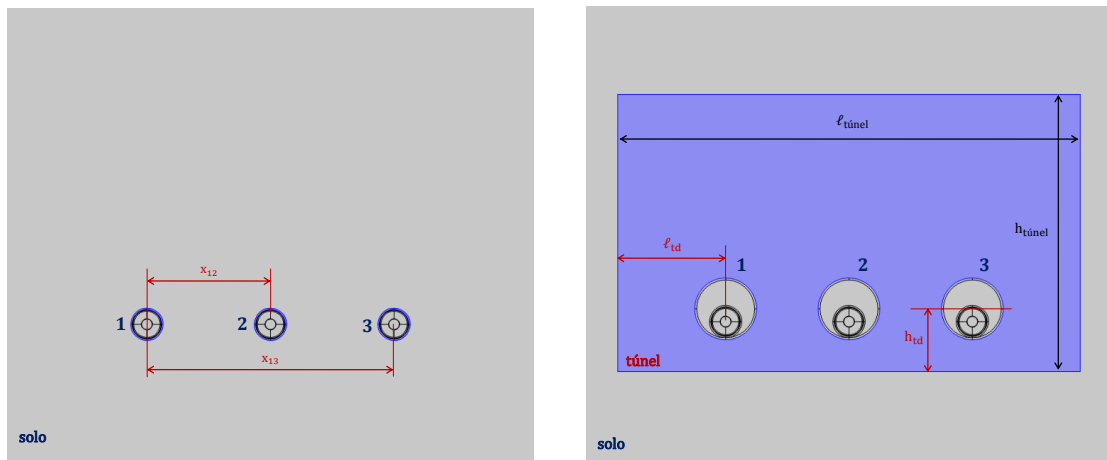
(b) Capacitância

Figura 4.23: Admitância mútua (cabos diagonalmente vizinhos) por unidade de comprimento do caso com quatro fases, comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

### 4.3 Casos trifásicos em configuração *flat* horizontal

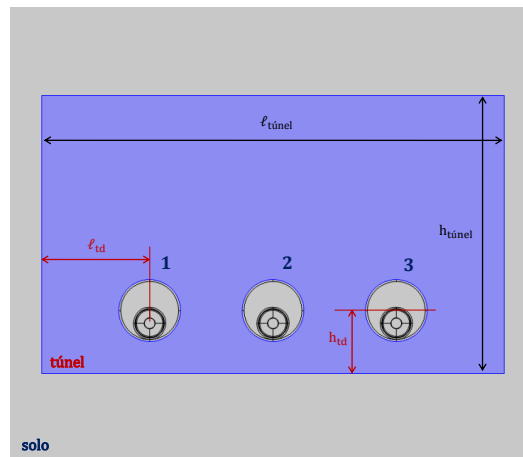
Como na Seção 3.3, são estudados casos em configuração *flat* horizontal, mas com o mesmo cabo cujos dados são apresentados na Tabela 4.1. A Figura 4.24 mostra a geometria dos casos: sistema diretamente enterrado, sistema instalado em dutos e sistema instalado em dutos em túnel.

O túnel, posicionado a 0,836 m da superfície do solo, tem dimensões  $\ell_{\text{túnel}} = 1,35$  m e  $h_{\text{túnel}} = 0,81$  m. Os cabos, enterrados a profundidade de 1,5 m, são igualmente espaçados, sendo  $x_{12} = 360$  mm,  $h_{\text{td}} = 146$  mm e  $\ell_{\text{td}} = 315$  mm.



(a) sistema diretamente enterrado

(b) sistema instalado em duto



(c) sistema instalado em duto em túnel

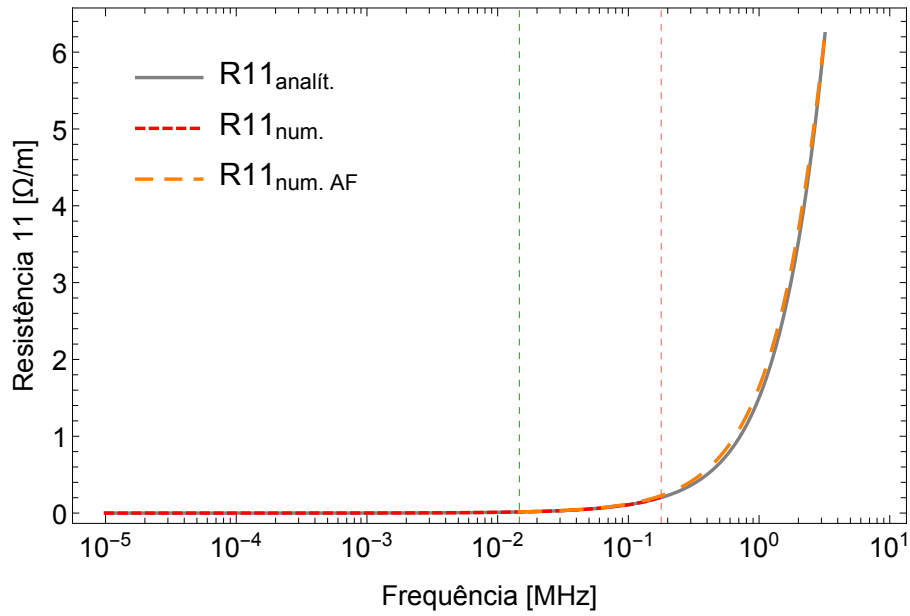
Figura 4.24: Geometria dos casos trifásicos em configuração *flat* com cabos baseados em [1].  $\ell_{\text{túnel}} = 1,35$  m,  $h_{\text{túnel}} = 0,81$  m,  $\ell_{\text{td}} = 315$  mm,  $h_{\text{td}} = 146$  mm,  $D_{\text{duto}} = 180$  mm e  $r_{\text{ext}} = 47,12$  m

Os resultados obtidos para as impedâncias externas, próprias e mútuas do caso diretamente enterrado são mostrados nas Figuras 4.25, 4.26 e 4.27; as admitâncias

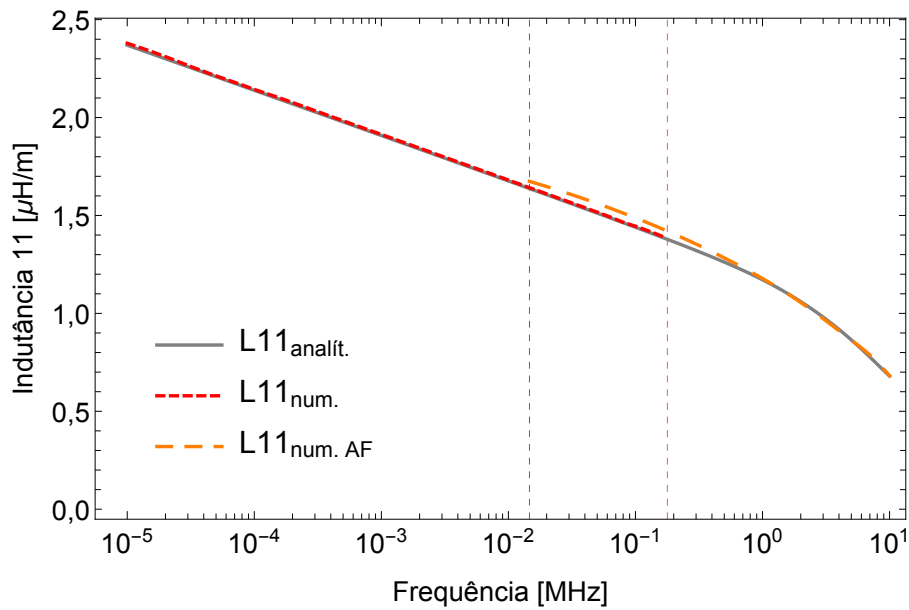
são mostradas nas Figuras 4.28, 4.29 e 4.30.

As impedâncias externas, próprias e mútuas, resultaram bastante próximas ao cálculo analítico, assim como a capacitância própria. A condutância própria apresentou uma diferença nas frequências mais altas, maior do que foi observado na Seção 4.2. As condutâncias mútuas apresentaram diferenças a partir de frequências menores; a discrepância observada foi maior entre os resultados para fases afastadas (G13). Já as capacitâncias mútuas apresentaram a diferença atribuída ao comprimento do domínio, sendo esta acentuada na admitância mútua entre as fases afastadas.

A comparação entre as impedâncias externas dos casos trifásicos em configuração *flat* (diretamente enterrado, apenas em duto e em duto em túnel) é apresentada nas Figuras 4.31, 4.32 e 4.33. Já a comparação entre as admitâncias é mostrada nas Figuras 4.34, 4.35 e 4.36.

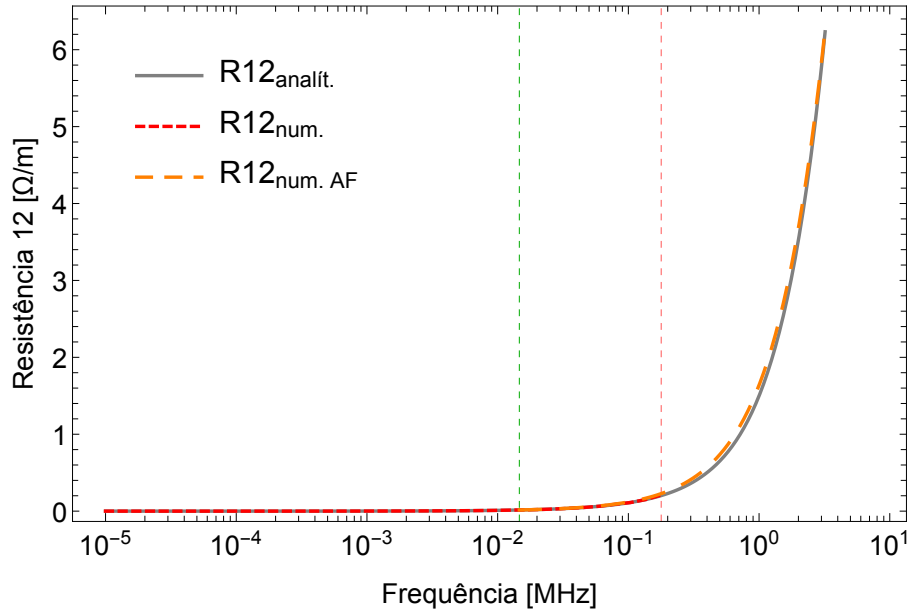


(a) Resistência

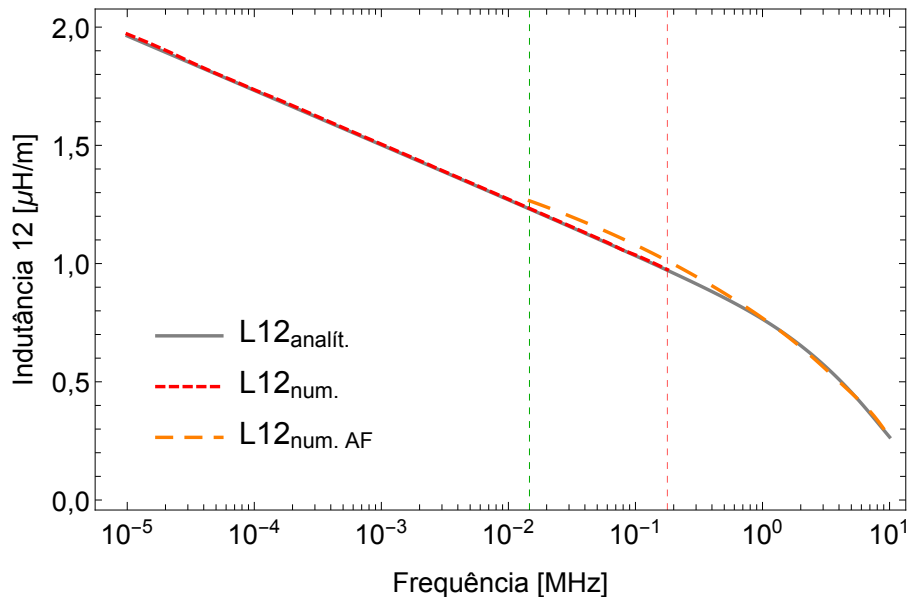


(b) Indutância

Figura 4.25: Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico.



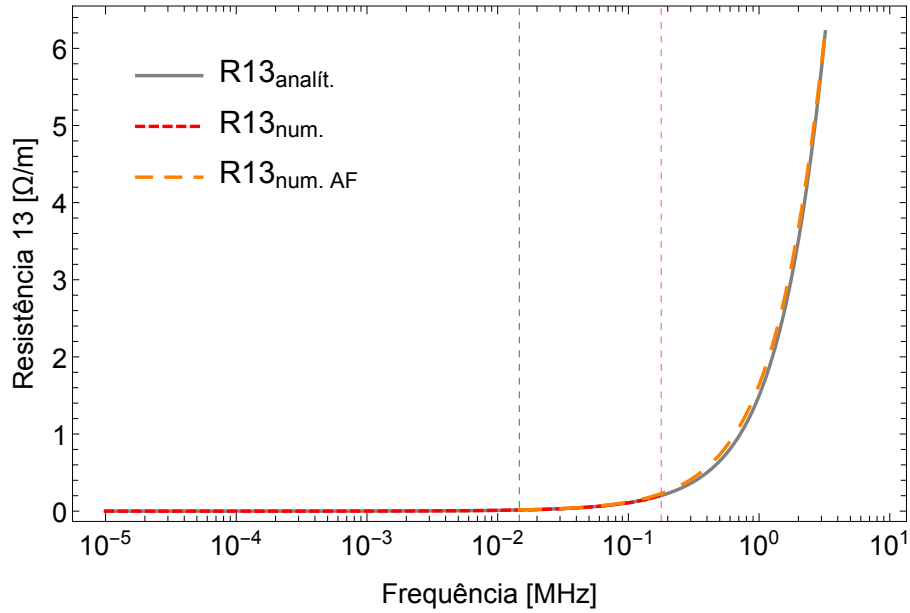
(a) Resistência



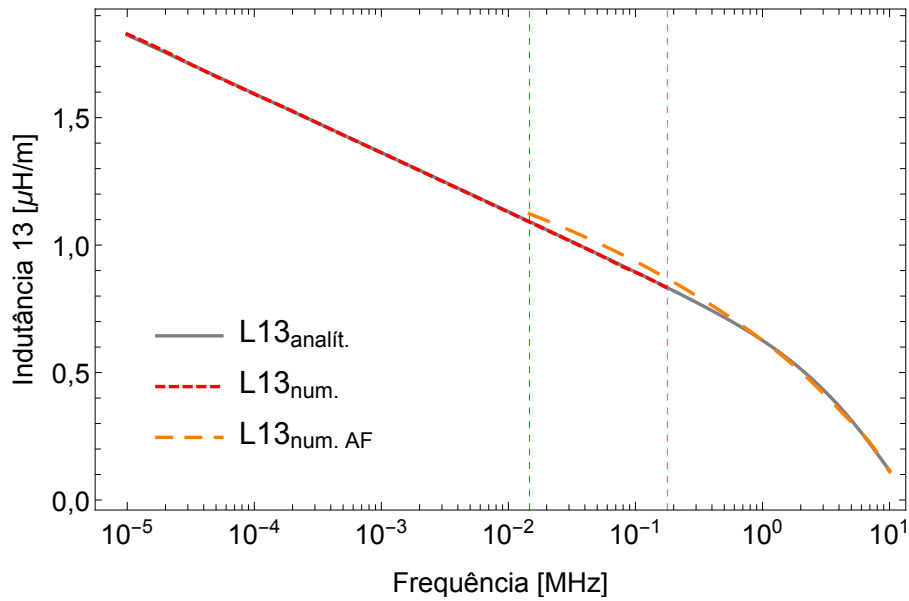
(b) Indutância

Figura 4.26: Impedância externa mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico.



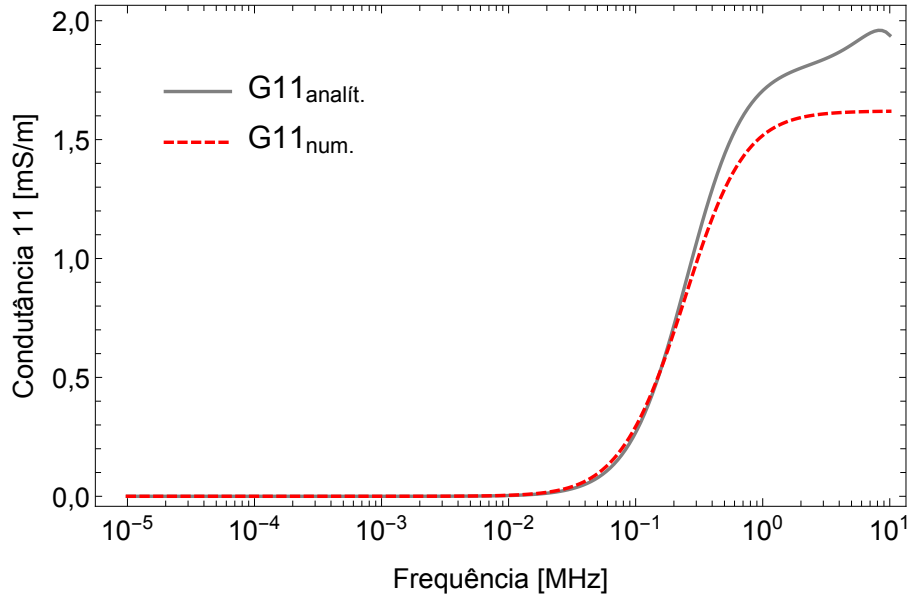


(a) Resistência

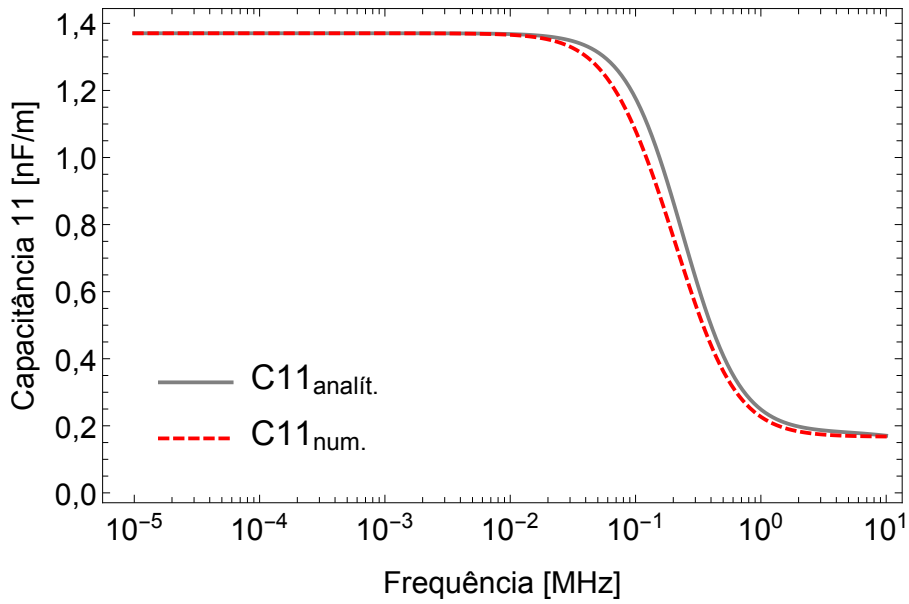


(b) Indutância

Figura 4.27: Impedância externa mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico.

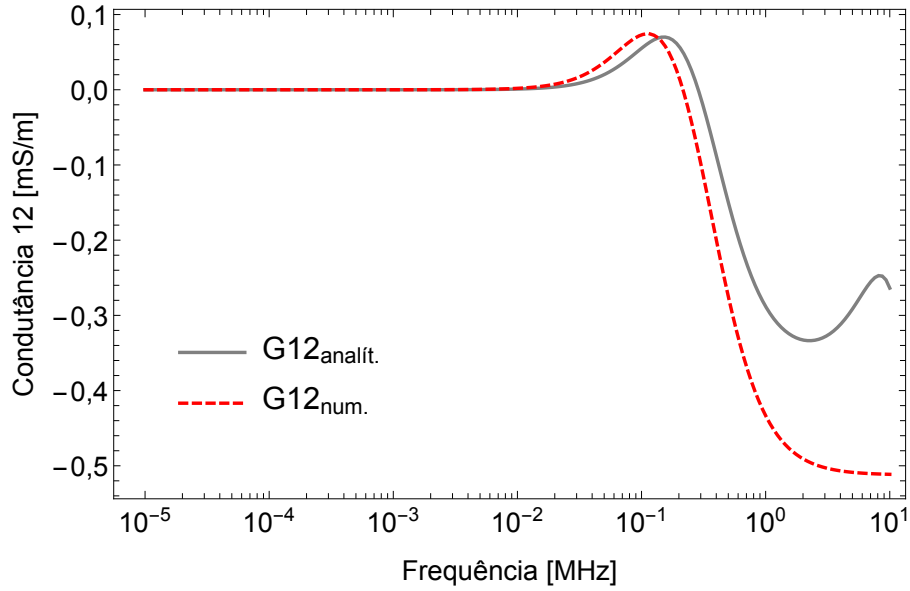


(a) Condutância

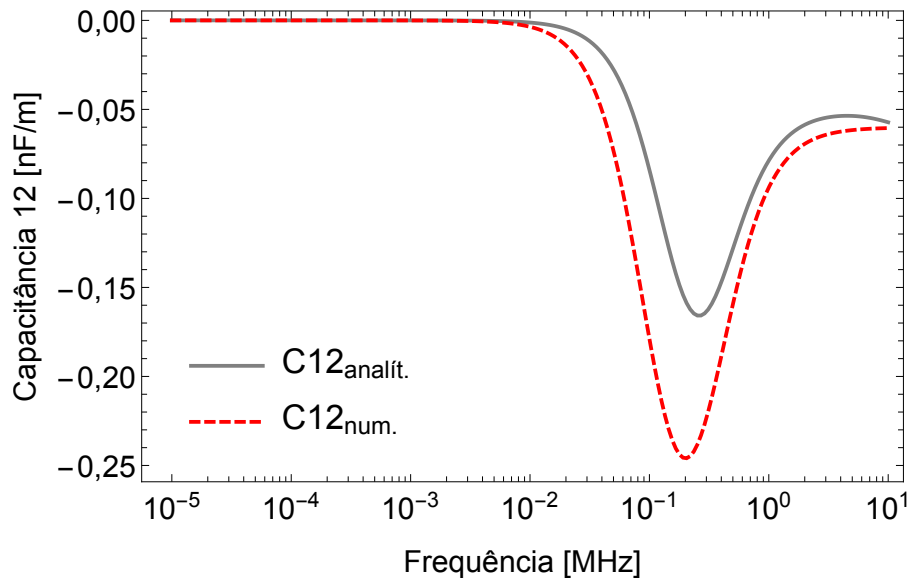


(b) Capacitância

Figura 4.28: Admitância própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], diretamente enterrados, comparação com o modelo analítico.

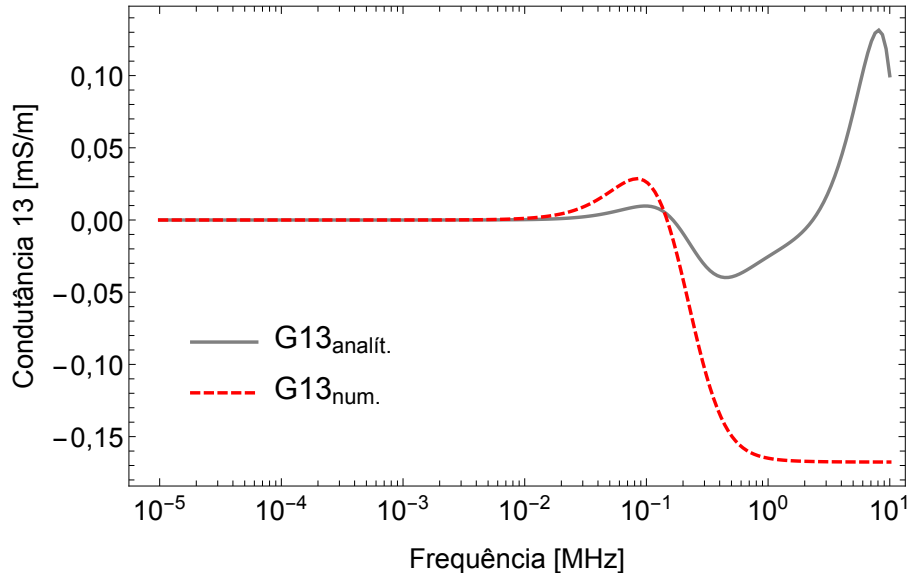


(a) Condutância

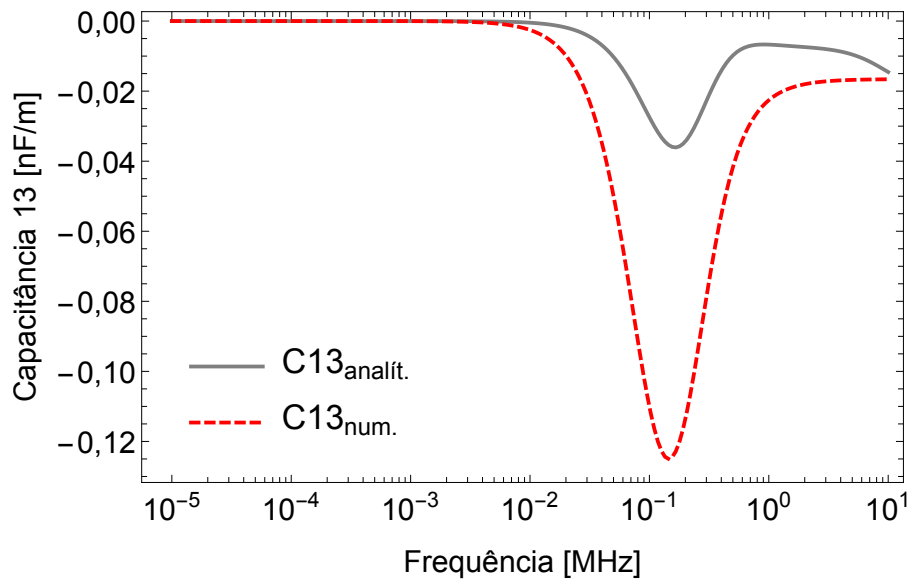


(b) Capacitância

Figura 4.29: Admitância mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], diretamente enterados, comparação com o modelo analítico.

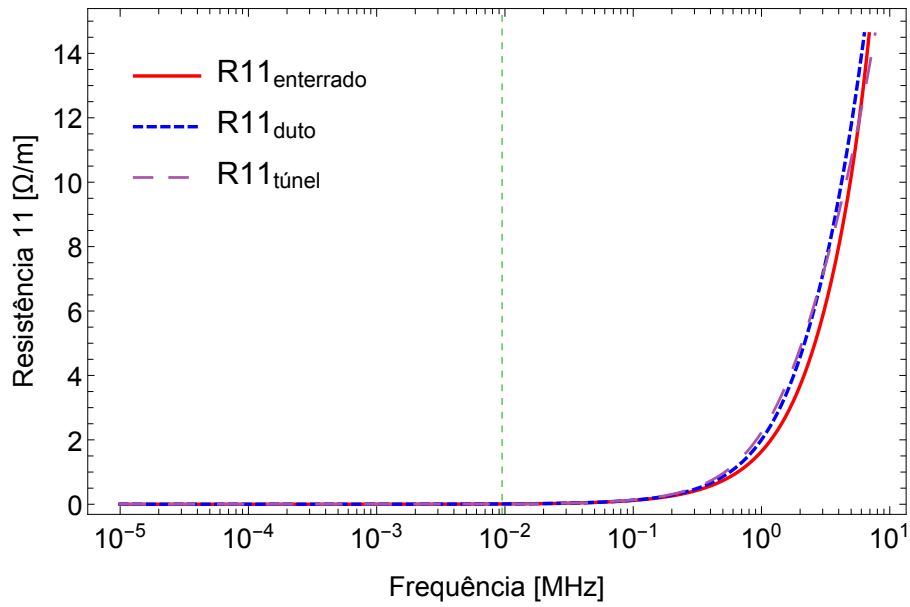


(a) Condutância

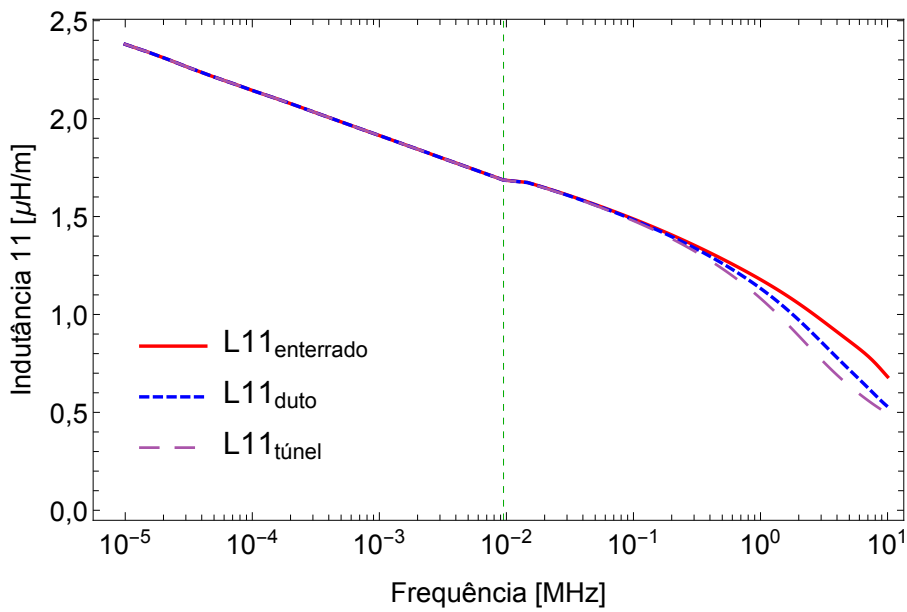


(b) Capacitância

Figura 4.30: Admitância mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], diretamente enterados, comparação com o modelo analítico.

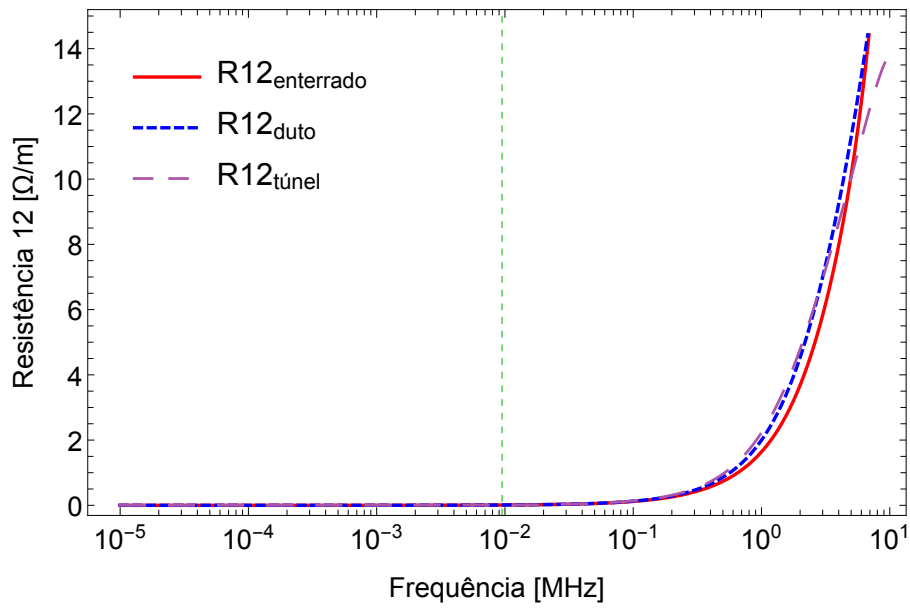


(a) Resistência

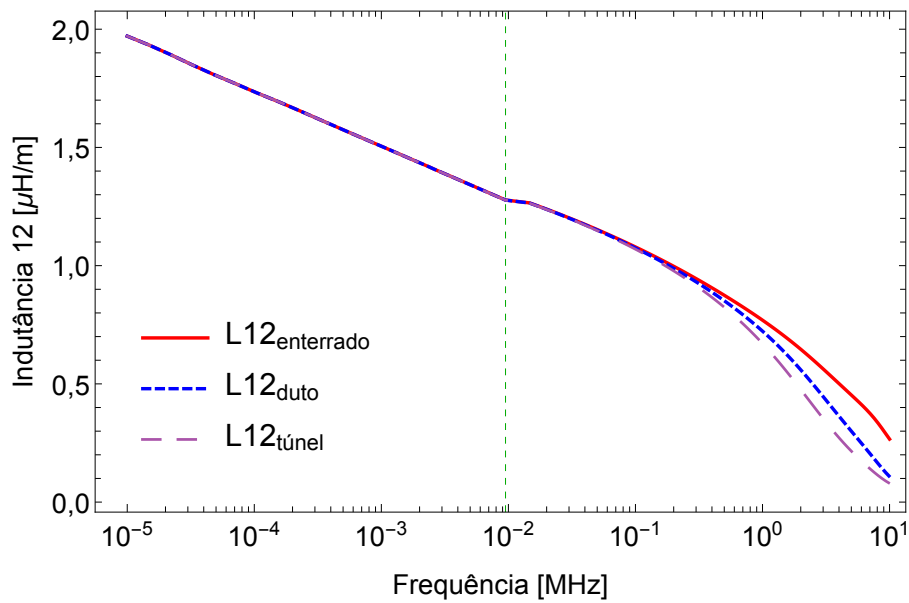


(b) Indutância

Figura 4.31: Impedância externa própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

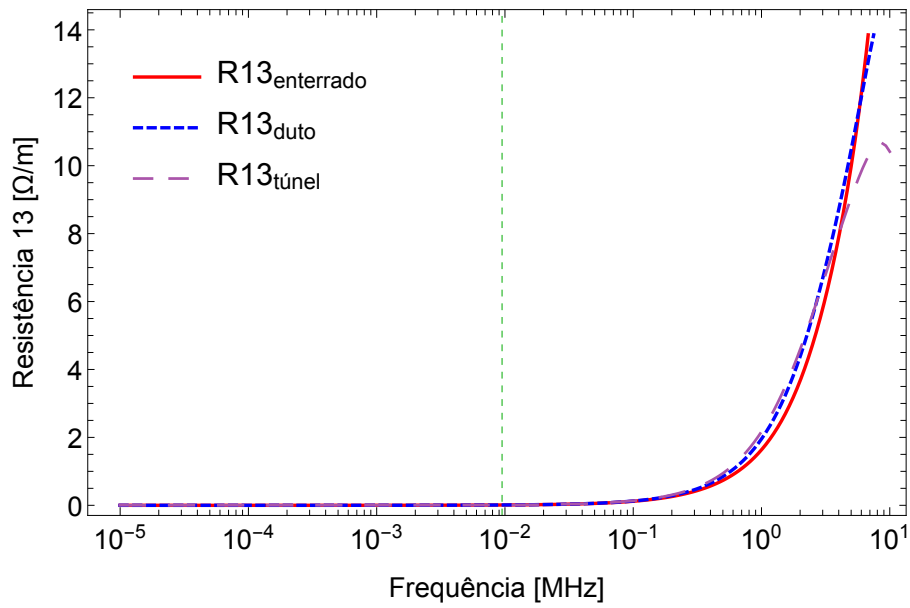


(a) Resistência

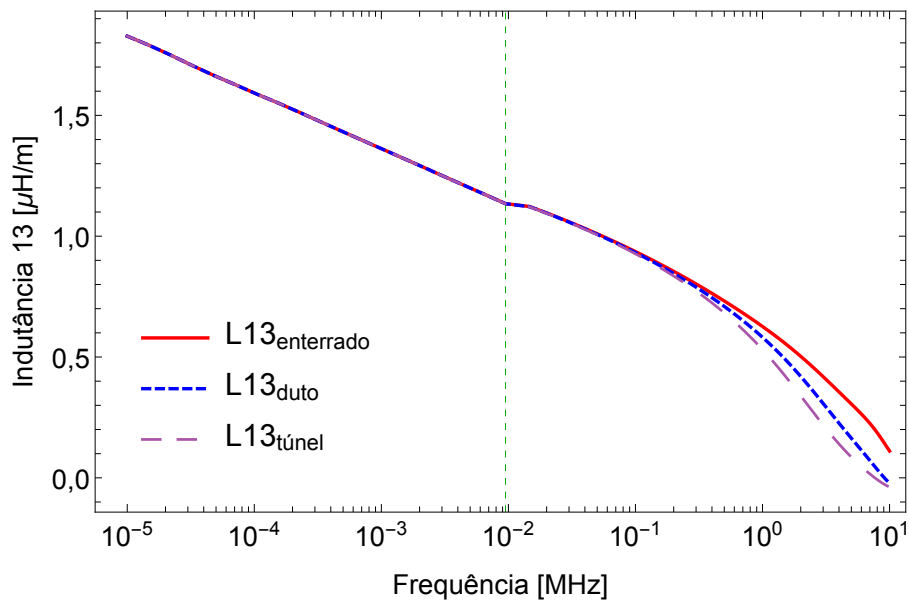


(b) Indutância

Figura 4.32: Impedância externa mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

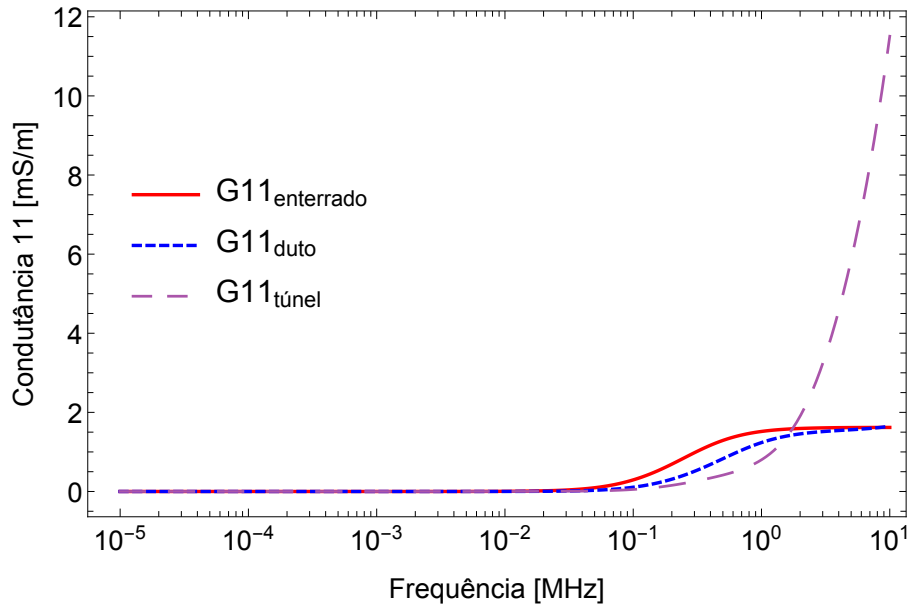


(a) Resistência

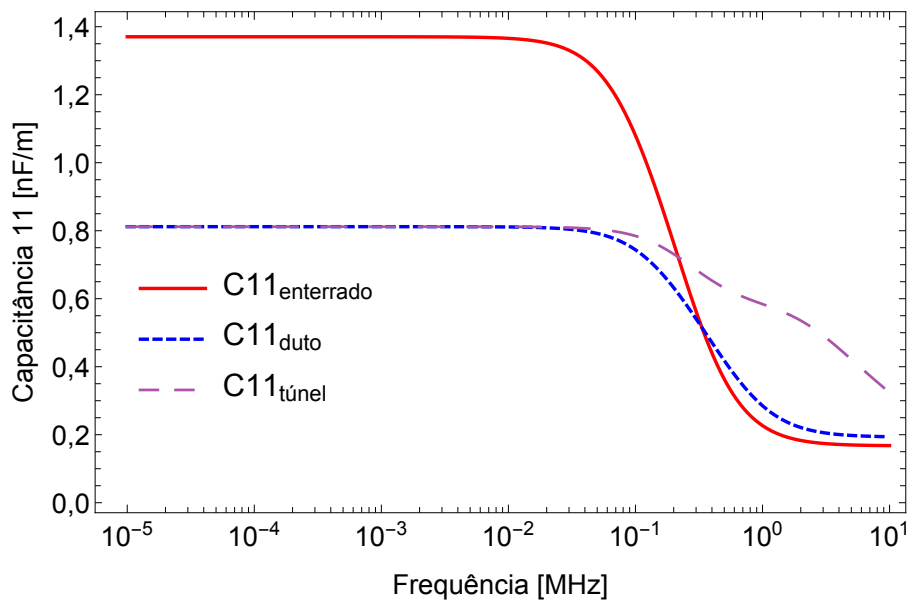


(b) Indutância

Figura 4.33: Impedância externa mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



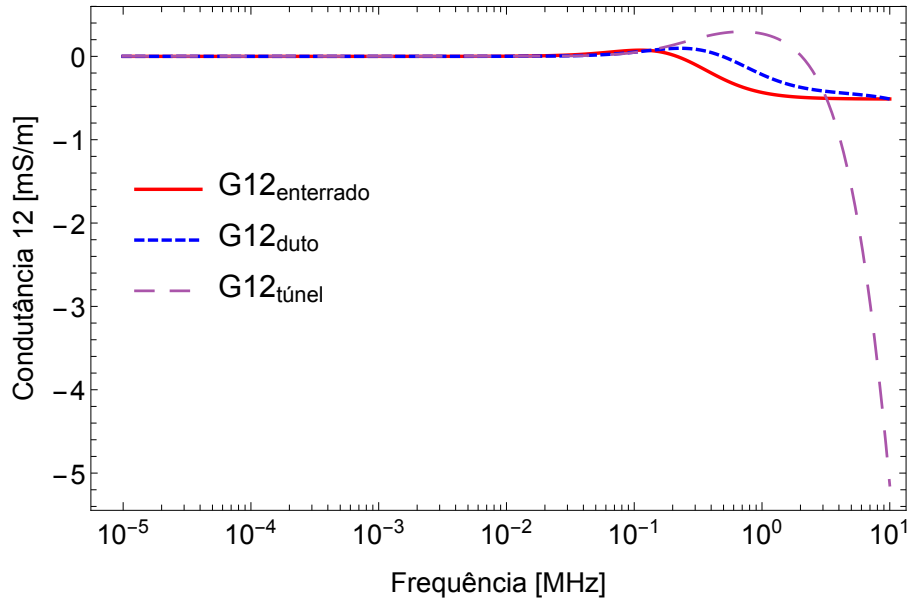
(a) Condutância



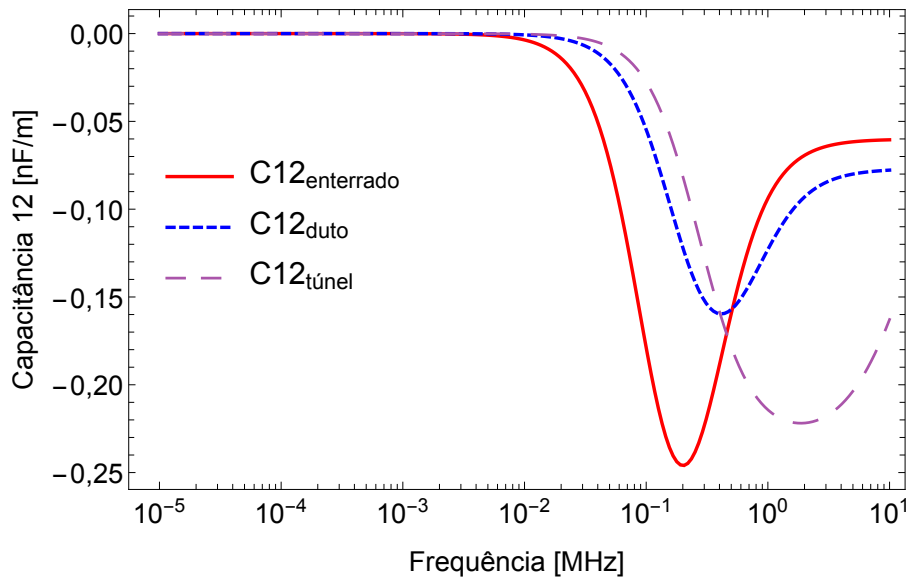
(b) Capacitância

Figura 4.34: Admitância própria por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



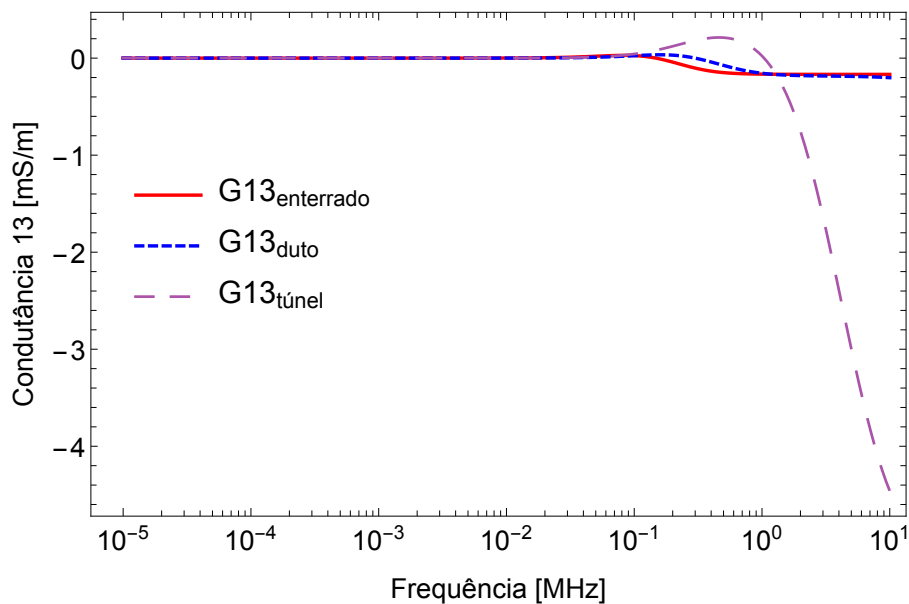


(a) Condutância

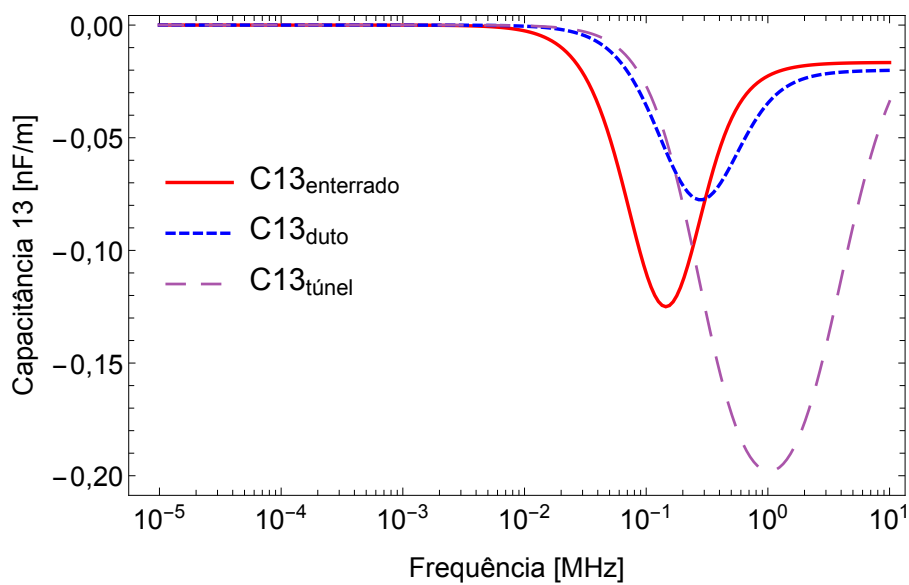


(b) Capacitância

Figura 4.35: Admitância mútua (fases adjacentes) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura 4.36: Admitância mútua (fases afastadas) por unidade de comprimento do caso trifásico em configuração *flat*, com cabos baseados em [1], comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

# Capítulo 5

## Resposta em frequência

O modelo de uma linha de transmissão é utilizado para obtenção da resposta temporal do sistema à excitações diversas como entradas em frequência nominal, curtos-circuitos, descargas atmosféricas, etc. Uma etapa preliminar à obtenção da resposta temporal é o cálculo das características de propagação.

Neste capítulo, são calculadas a admitância característica  $\mathbf{Y}_c$  e função propagação  $\mathbf{H}$ <sup>1</sup> para os casos monofásico e com quatro fases, possibilitando a verificação dos efeitos dos dutos e túneis também nesses parâmetros de propagação. Os resultados obtidos a partir dos parâmetros calculados analiticamente são comparados aos obtidos por meio do MEF.

Para os cálculos, considera-se a geometria do cabo indicada na Figura 4.1 (b), um cabo com uma camada condutora e uma camada isolante. Esta geometria simplificada dispensa a inclusão de detalhes internos do cabo e a consequente elevação da ordem das matrizes e evita a inserção de erros numéricos além dos associados aos parâmetros externos calculados numericamente.

### 5.1 Parâmetros de propagação ( $Y_c$ e $H$ )

A função propagação (5.1) e a admitância característica (5.2) são calculados, respectivamente, por (5.1) e (5.2),

$$\mathbf{H} = \exp(-\sqrt{\mathbf{ZY}} \cdot \ell) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{Y}_c = \mathbf{Z}^{-1} \sqrt{\mathbf{ZY}} \quad (5.2)$$

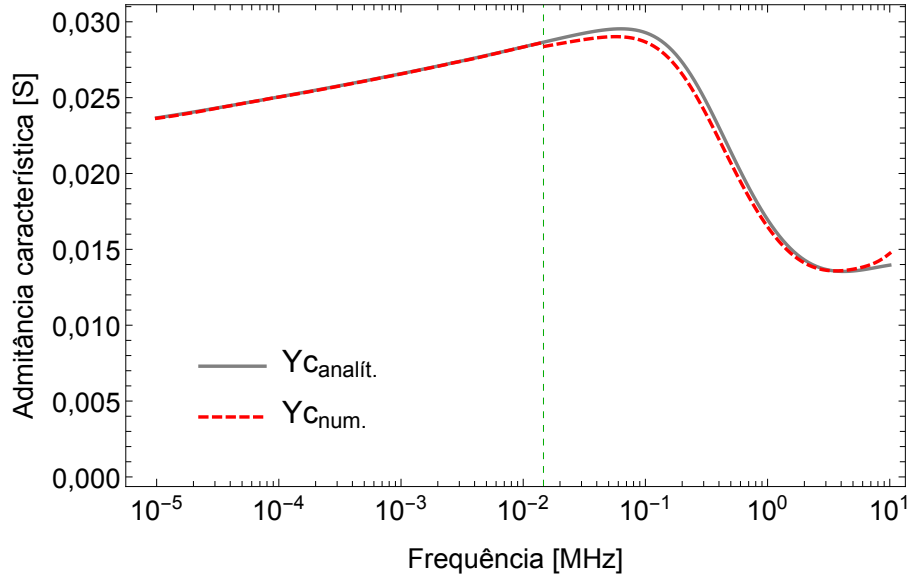
---

<sup>1</sup>O símbolo  $\mathbf{H}$  utilizado neste capítulo se refere à função de propagação, diferentemente dos capítulos anteriores, em que  $\mathbf{H}$  foi utilizado para intensidade de campo magnético. Outro símbolo encontrado na literatura para função de propagação é “ $\mathbf{A}$ ”, mas este também já é aplicado, e se refere ao potencial vetor magnético [35].

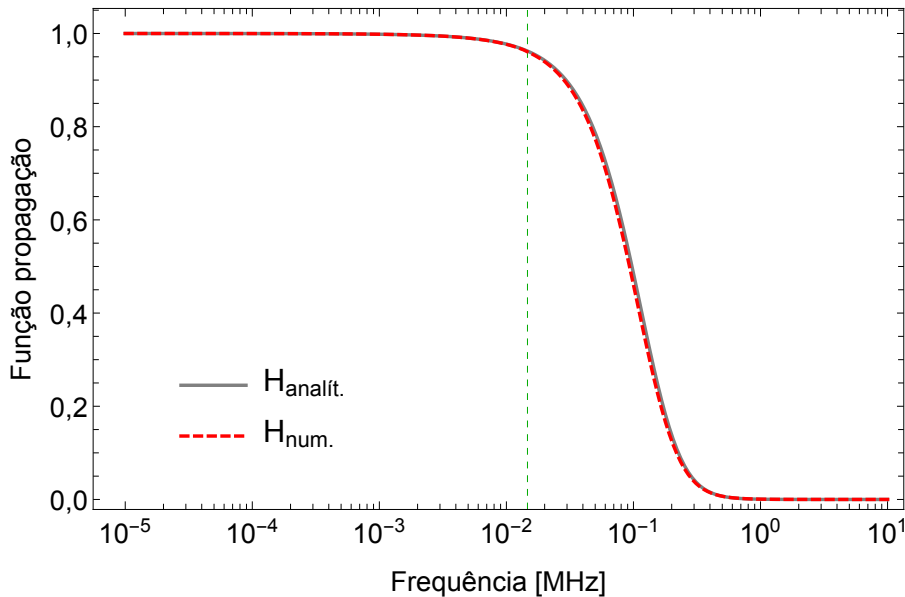
em que  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{Y}_c$  são matrizes quadradas de ordem  $N$  como  $\mathbf{Z}$  e  $\mathbf{Y}$ , e também como a matriz identidade  $\mathbf{I}$  [36]. O comprimento da linha ( $\ell$ ) é igual a 13 km [1].

### 5.1.1 $Y_c$ e $H$ dos casos monofásicos

O caso monofásico diretamente enterrado apresentados nas Seções 4.1 resultaram nos parâmetros da Figura 5.1, que mostra boa concordância entre os métodos analítico e numérico, principalmente em baixas frequências.



(a) admitância característica ( $Y_c$ )

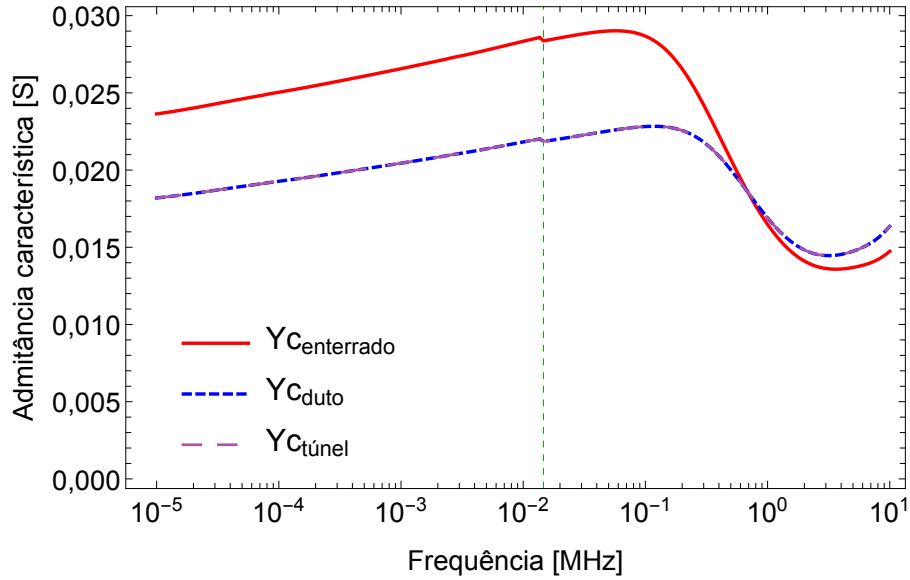


(b) função propagação ( $H$ )

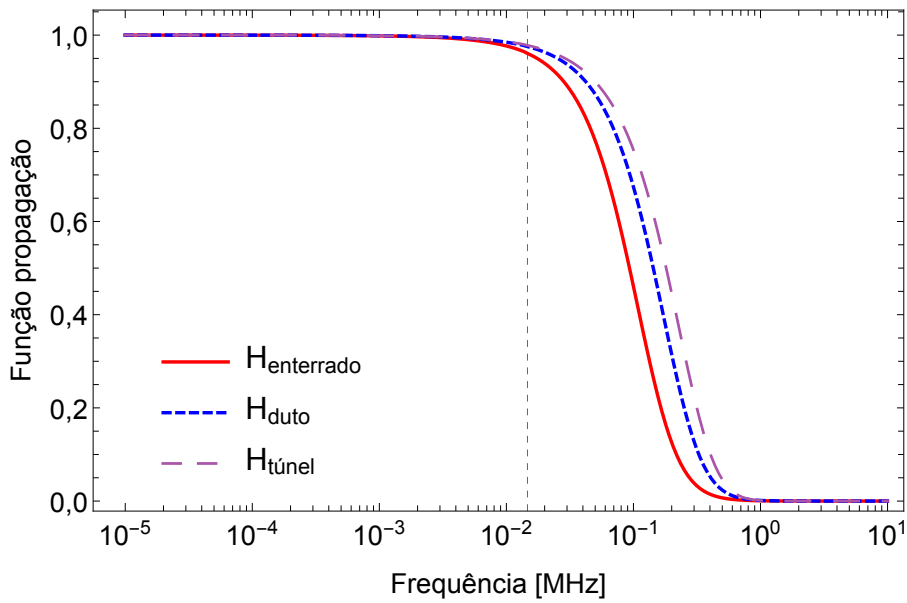
Figura 5.1: Características de propagação do caso monofásico diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros.

A Figura 5.2 mostra os efeitos do duto e do túnel sobre  $Y_c$  e  $H$ . Observa-se que

o duto tem efeito sobre a admitância característica para toda a faixa de frequências. O resultado de  $Y_c$  para o caso com túnel coincide com o caso que tem somente duto, indicando que o túnel não influenciou este parâmetro neste caso. Por outro lado, a função propagação sofre influência de ambos, duto e túnel, em altas frequências.



(a) admitância característica ( $Y_c$ )



(b) função propagação ( $H$ )

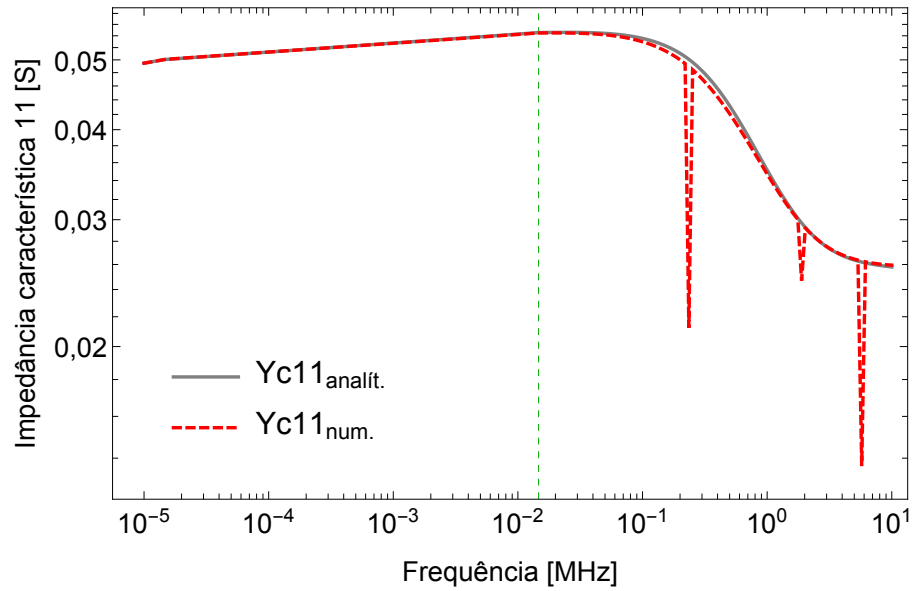
Figura 5.2: Características de propagação do caso monofásico (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

### 5.1.2 $Y_c$ e $H$ dos casos com quatro fases

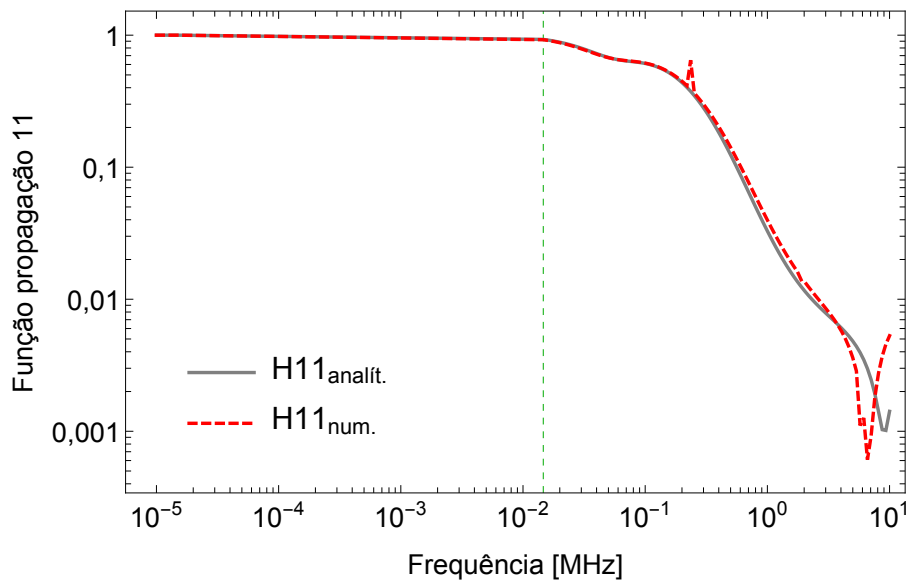
Para o caso com quatro fases diretamente enterradas (Seção 4.2), as características de propagação próprias são mostradas nas Figuras 5.3 e 5.4 e as mútuas são apresentadas nas Figuras 5.5 - 5.8. É possível constatar que os resultados de ambos os métodos, para a maioria das componentes, são coincidentes até aproximadamente 3 MHz. Para frequências superiores, maiores divergências são encontradas na função propagação (com exceção da componente 13) e na componente 14 da admitância característica. Além disso, são observadas, em 0,235 MHz, 1,89 MHz e 5,74 MHz, alterações abruptas nos resultados devido a erros numéricos.

Os efeitos dos dutos e túneis nos casos com quatro fases podem ser observados nas Figuras 5.9-5.14. É possível perceber que, diferentemente do que foi visto no caso monofásico, as componentes de  $Y_c$  dos casos apenas com dutos e dos casos que possuem dutos e túnel são coincidentes apenas para baixas frequências, indicando que, em altas frequências, tanto os dutos quanto o túnel exercem influência sobre este parâmetro. Pode-se constatar o mesmo a respeito da função propagação.

Adicionalmente, nota-se a presença dos erros numéricos nos mesmos pontos para todas as situações: cabos diretamente enterrados, cabos instalados em dutos e cabos instalados em dutos em túneis. Uma breve investigação foi realizada alterando o comprimento dos elementos da malha, na qual observou-se que as oscilações se mantiveram nos mesmos pontos de frequência, apenas com alguma variação de amplitude. Portanto, estes erros numéricos serão investigados em trabalhos futuros.

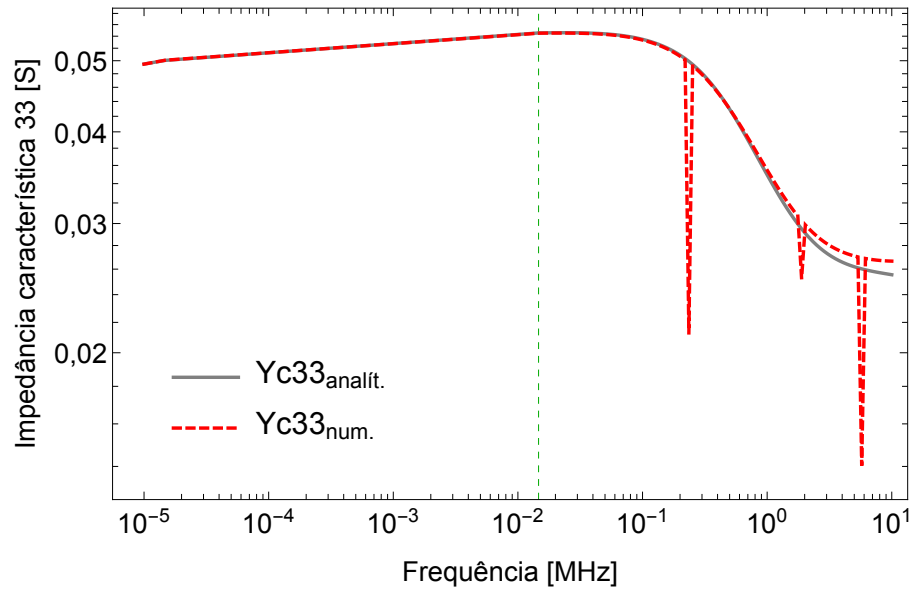


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

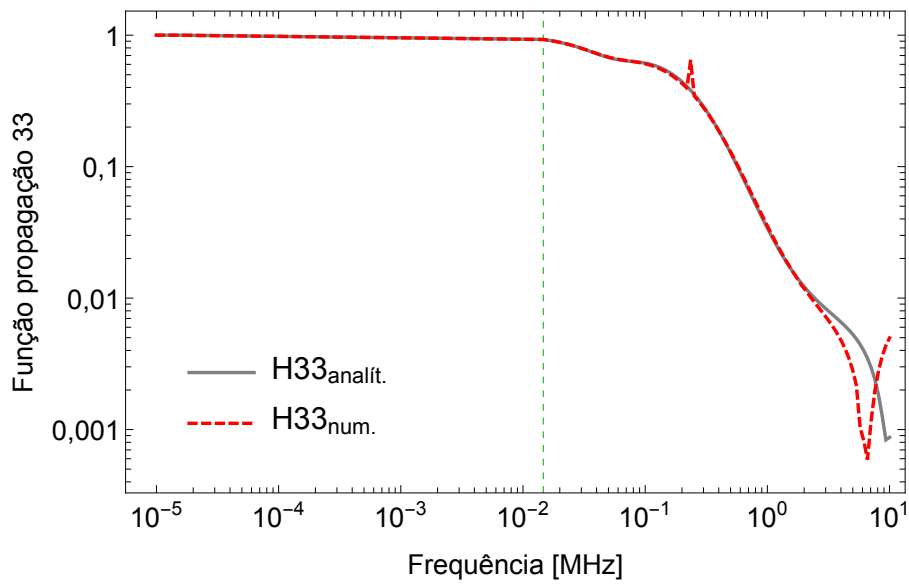


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.3: Elemento 11 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros.



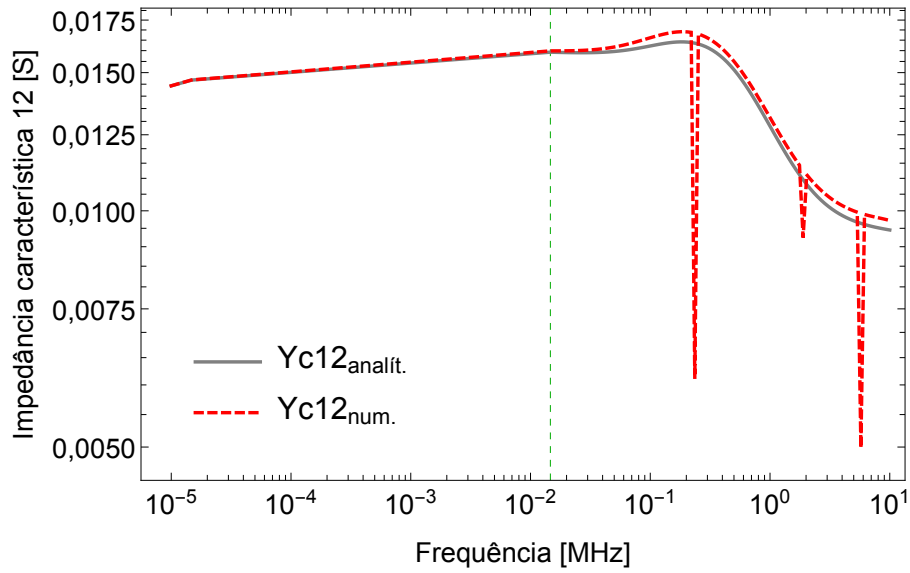
(a) admitância característica ( $Y_c$ )



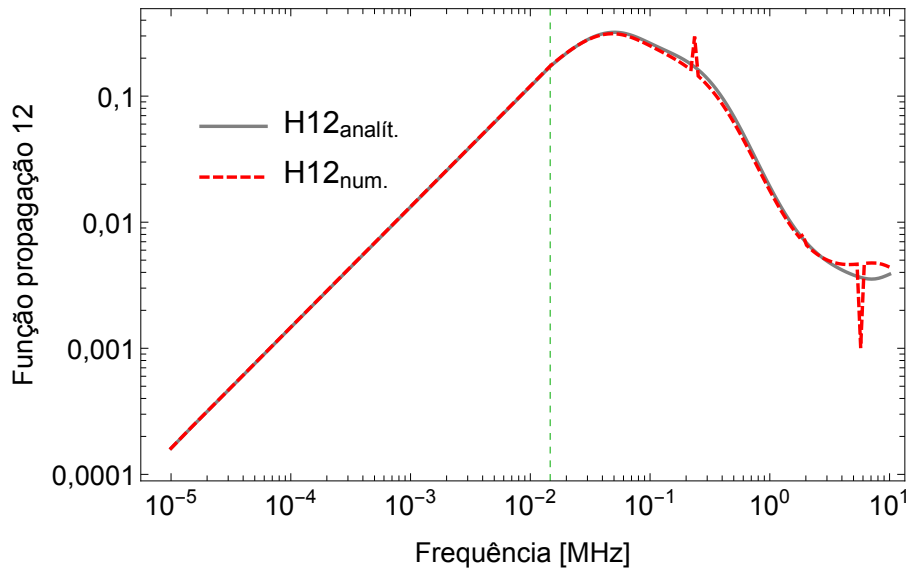
(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.4: Elemento 33 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros.



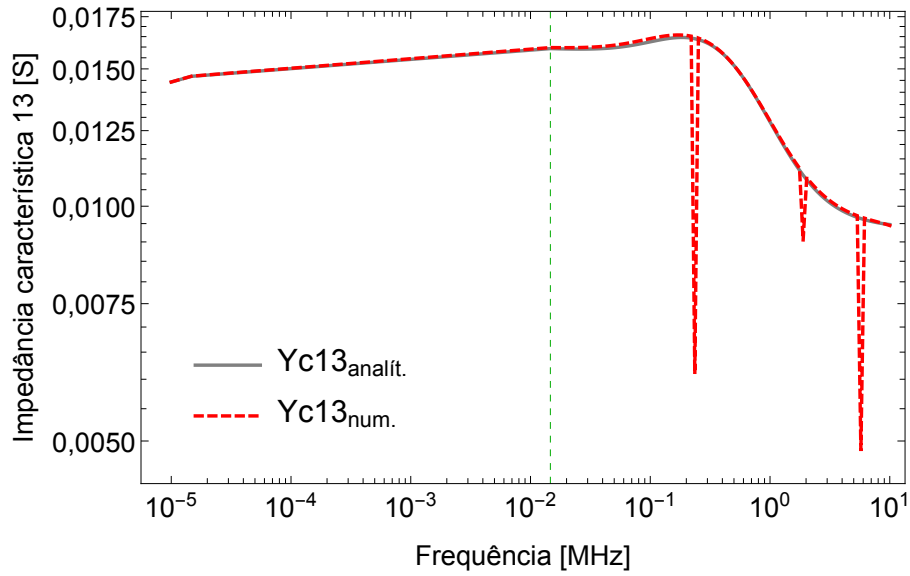


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

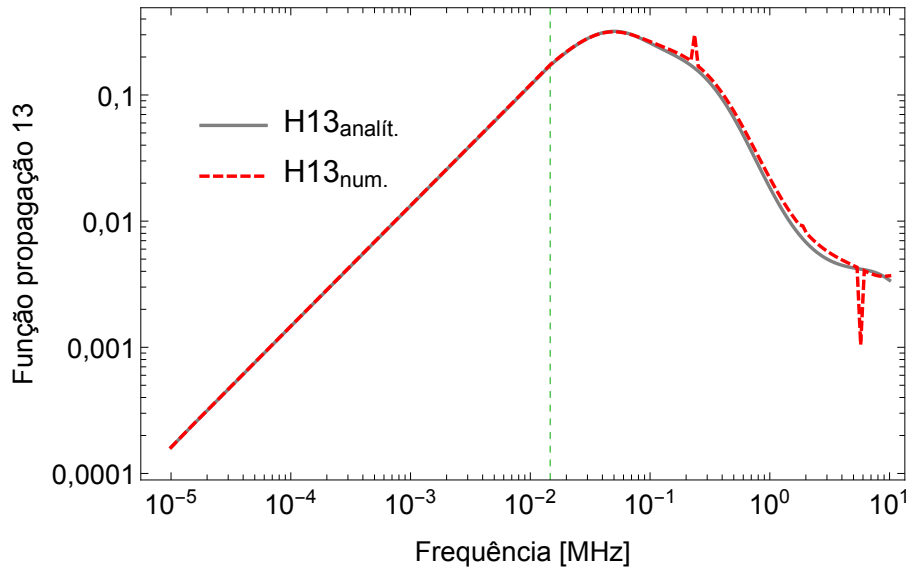


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.5: Elemento 12 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros.

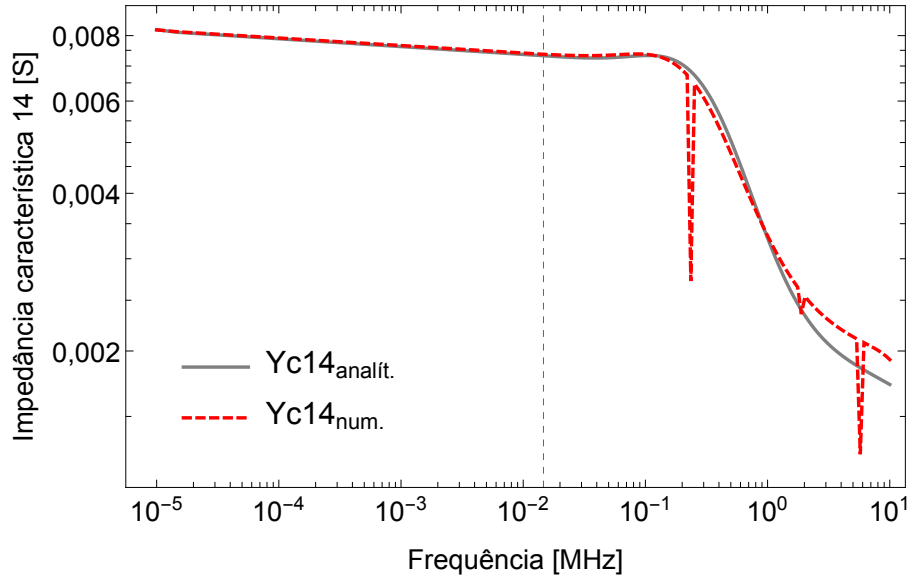


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

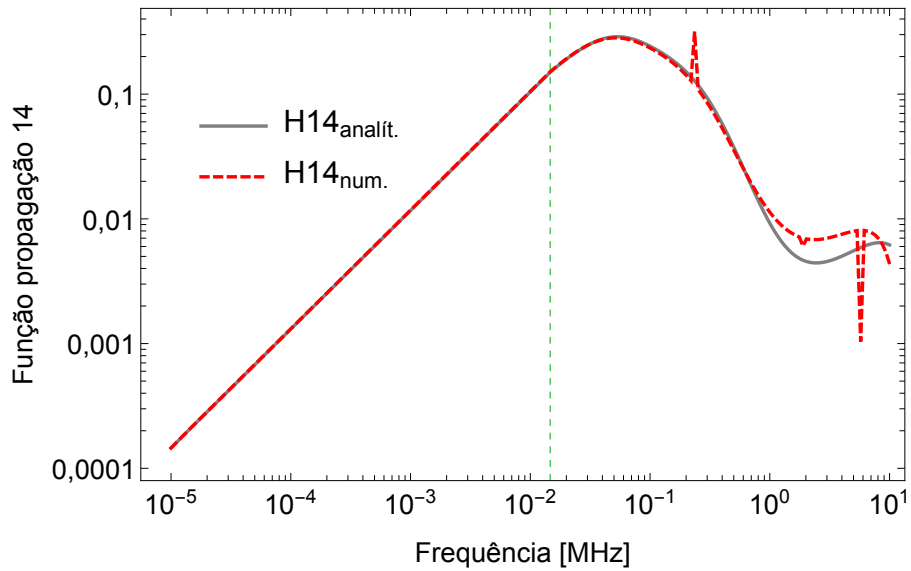


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.6: Elemento 13 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros.

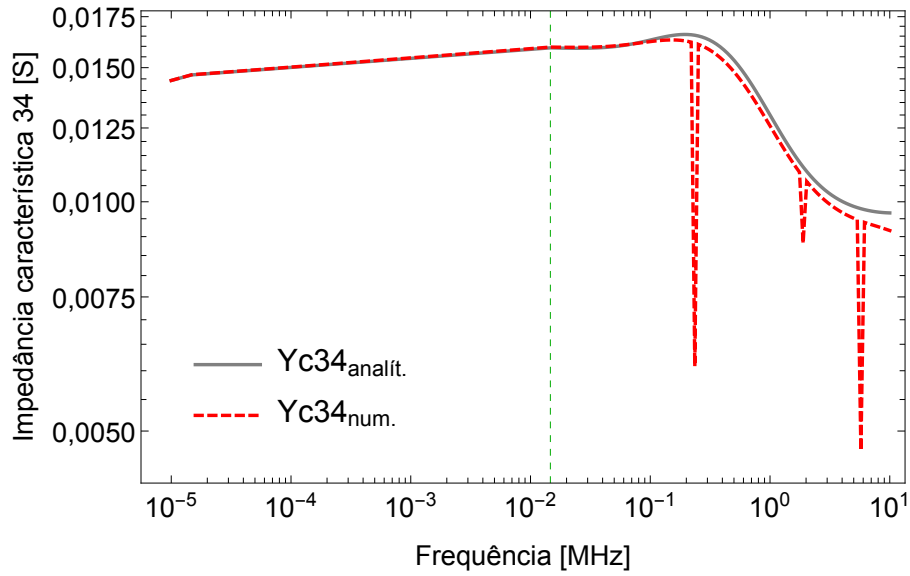


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

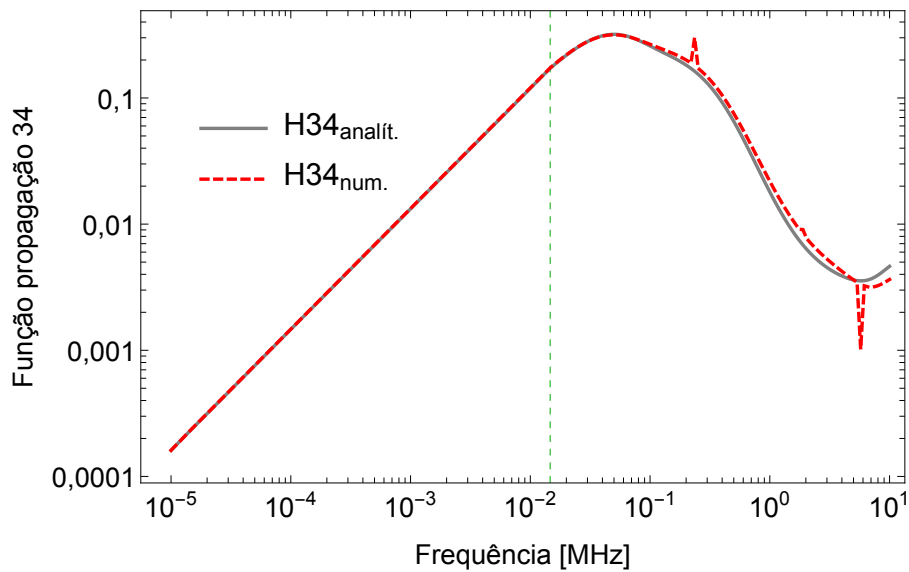


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.7: Elemento 14 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros.

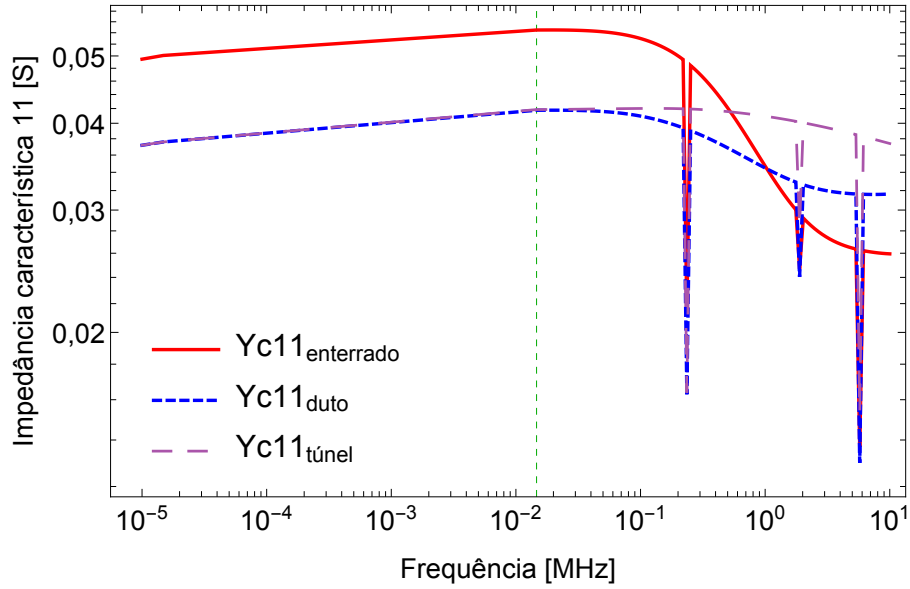


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

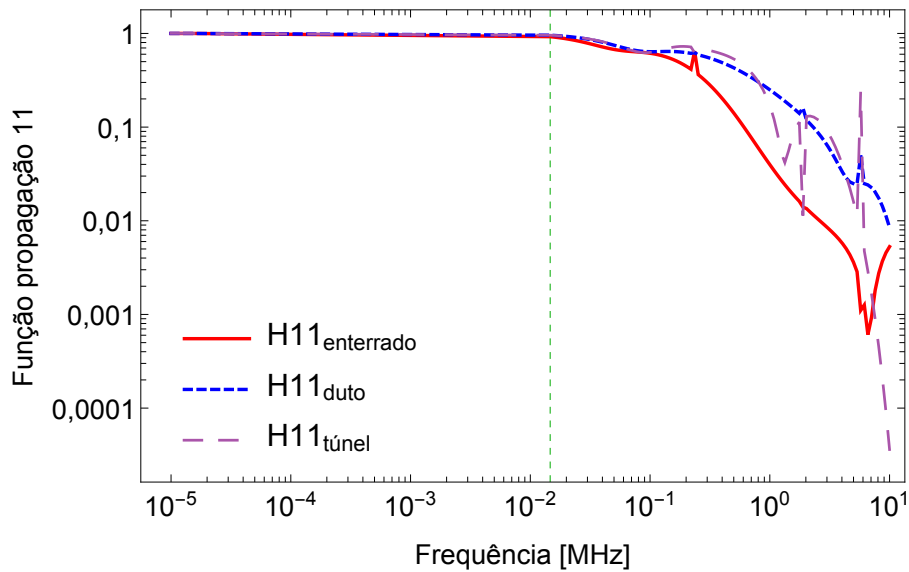


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.8: Elemento 34 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases diretamente enterrado, comparação entre os métodos analítico e numérico de cálculo dos parâmetros.

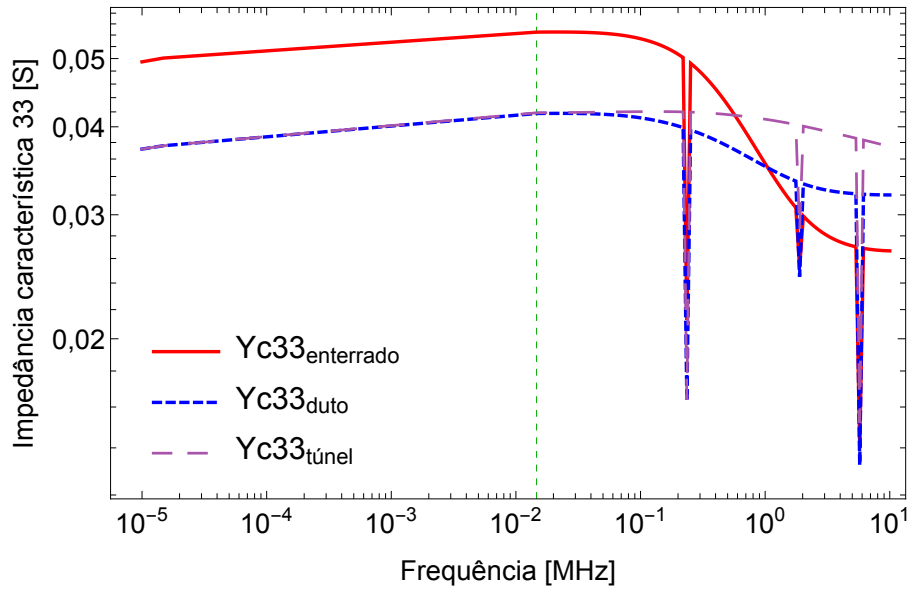


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

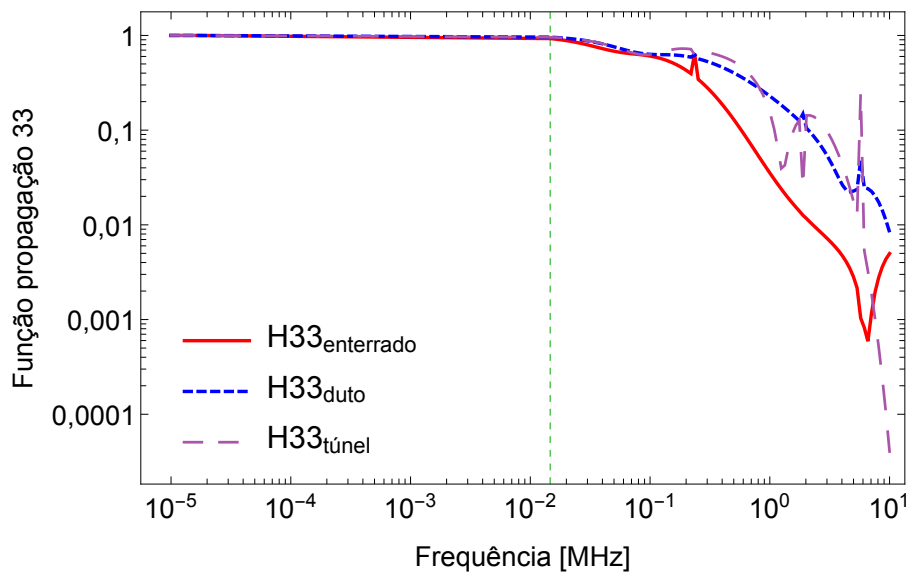


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.9: Elemento 11 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

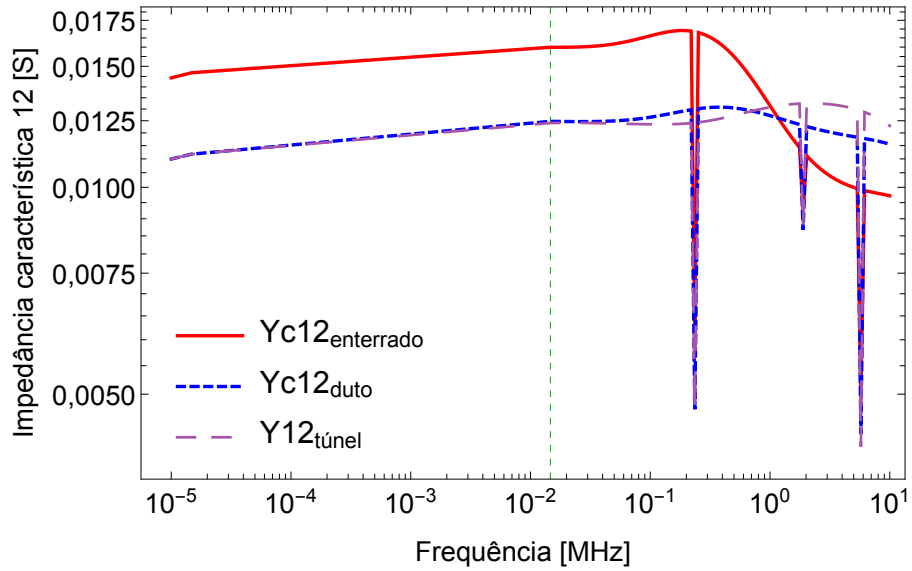


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

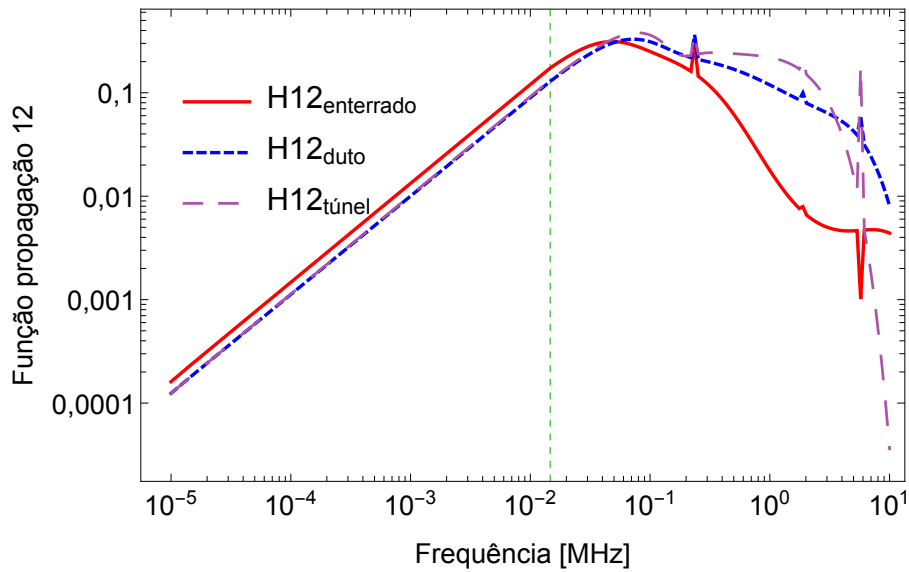


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.10: Elemento 33 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

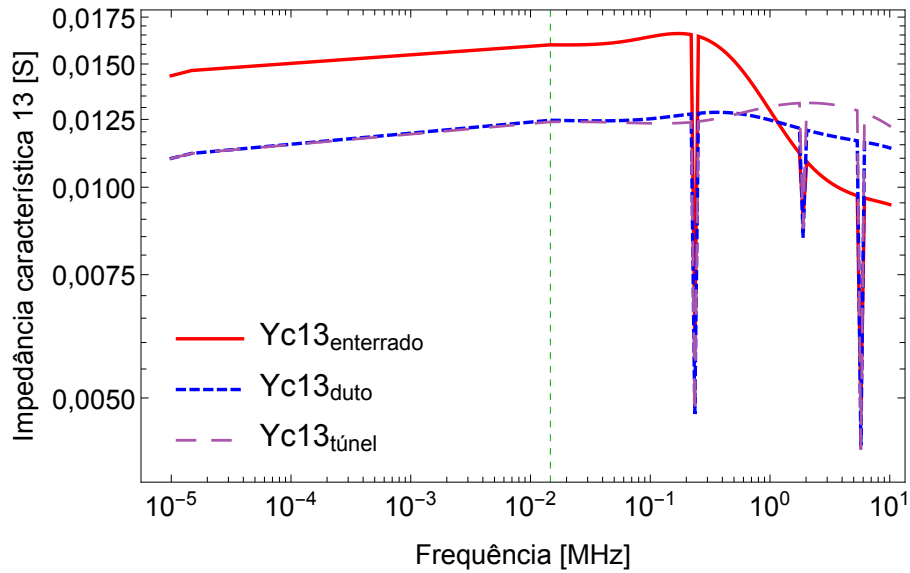


(a) admit\u00e2ncia caracter\u00edstica ( $Y_c$ )

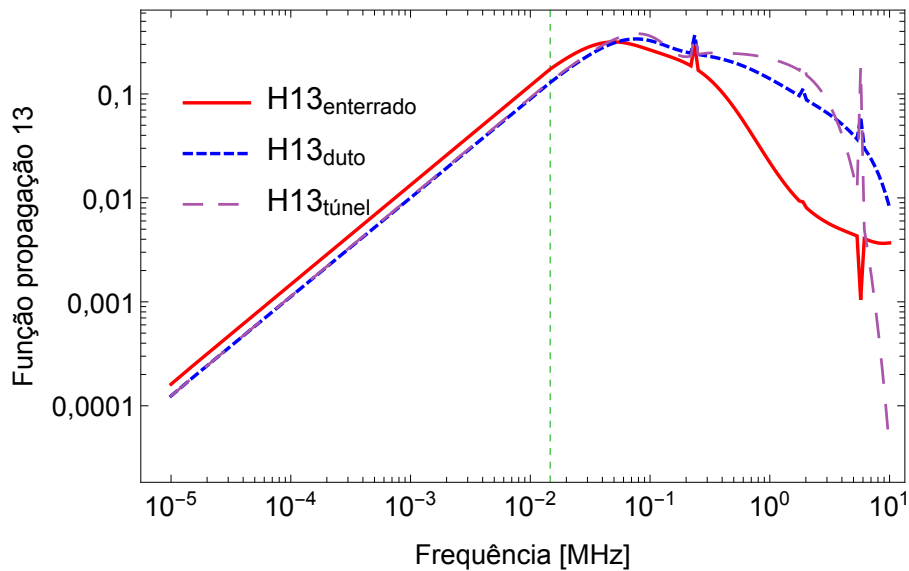


(b) fun\u00e7\u00e3o propaga\u00e7\u00e3o ( $H$ )

Figura 5.11: Elemento 12 das matrizes de caracter\u00edsticas de propaga\u00e7\u00e3o do caso com quatro fases (par\u00e2metros calculados por MEF), compara\u00e7\u00e3o entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em t\u00fanel.



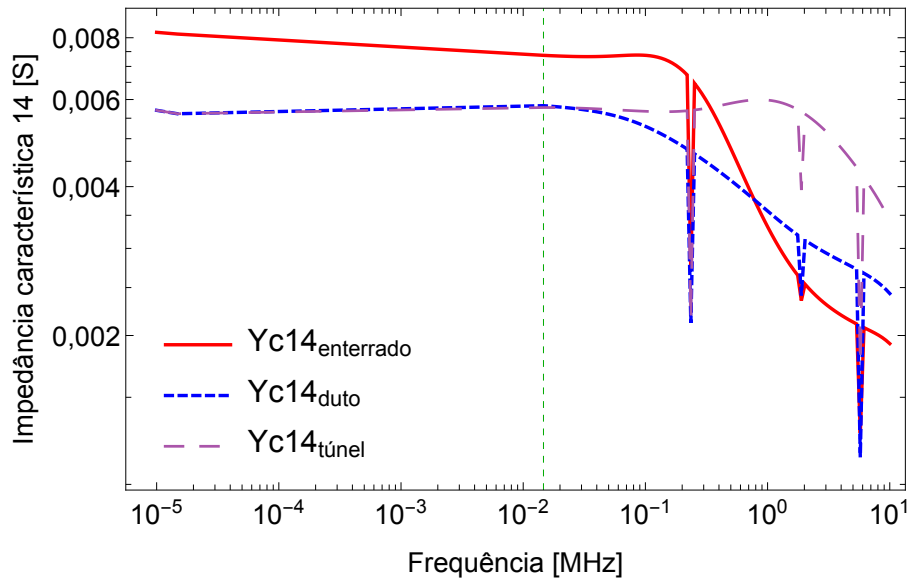
(a) admitância característica ( $Y_c$ )



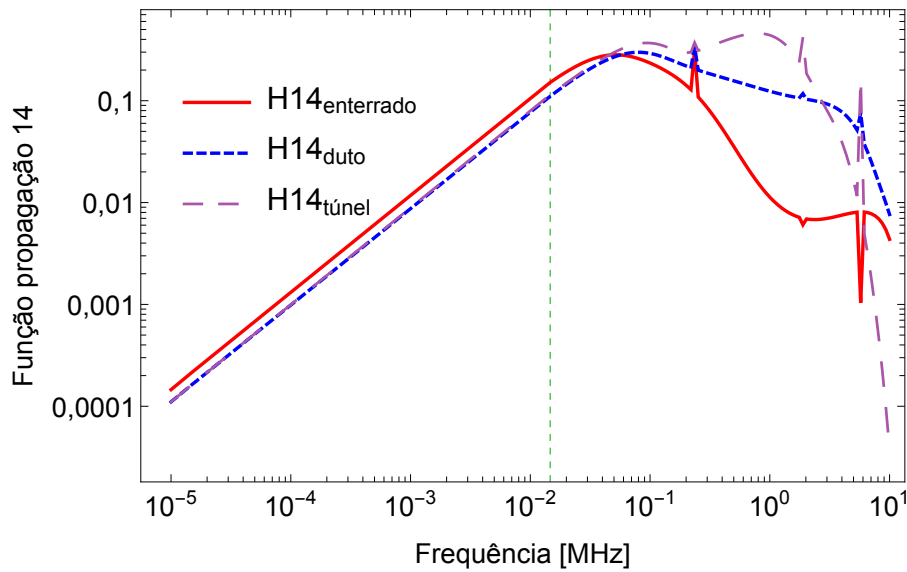
(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.12: Elemento 13 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



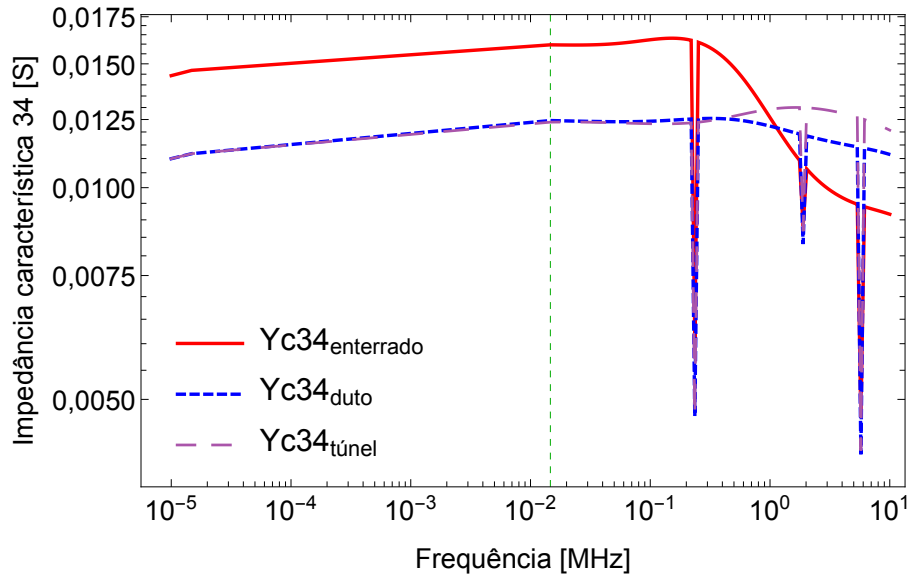


(a) admitância característica ( $Y_c$ )

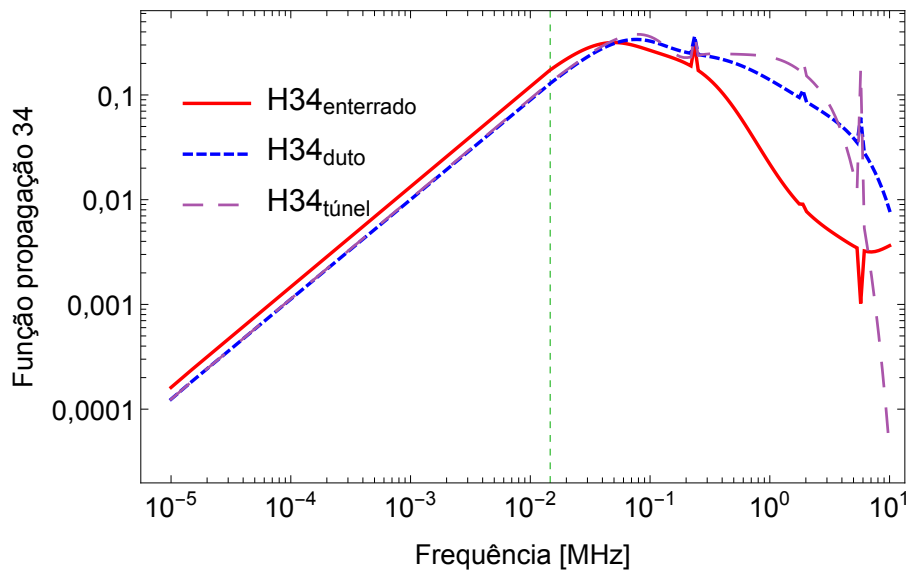


(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.13: Elemento 14 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.



(a) admitância característica ( $Y_c$ )



(b) função propagação ( $H$ )

Figura 5.14: Elemento 34 das matrizes de características de propagação do caso com quatro fases (parâmetros calculados por MEF), comparação entre cabo diretamente enterrado, cabo instalado apenas em duto e cabo instalado em duto em túnel.

A partir das características  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{Y}_c$ , pode ser obtida a matriz de admitância nodal. Entretanto, assim como foi verificado nas frequências 0,235 MHz, 1,89 MHz e 5,74 MHz, existe um erro numérico nos resultados das características de propagação. Consequentemente, os elementos das matrizes de admitância nodais resultantes apresentaram muitas oscilações ao longo da faixa de frequências, impossibilitando conclusões relevantes a seu respeito.

Assim, é necessário realizar uma investigação mais ampla sobre estes erros numéricos, com o intuito de mitigá-los e possibilitar o estudo da matriz de admitância nodal e, assim, a obtenção de respostas temporais.

# Capítulo 6

## Conclusão

Neste trabalho as impedâncias e admitâncias externas de sistemas subterrâneos foram calculadas pelo MEF. A metodologia empregada permitiu a verificação dos resultados de configurações em que os cabos isolados são diretamente enterrados no solo, por meio da comparação com o método analítico baseado na aproximação Quase-TEM.

Os resultados dos testes iniciais mostraram a importância do raio externo do domínio no cálculo de ambos os parâmetros externos, sendo necessário ampliar os domínios no cálculo das impedâncias e buscar a redução do raio externo do domínio no cálculo das admitâncias. A utilização de um comprimento externo inadequado da geometria sob estudo gera inexatidão nos resultados, o que foi evidenciado nas admitâncias dos casos trifásicos.

Após a obtenção de resultados próximos ao modelo analítico, foram acrescentados um duto e um túnel à geometria estudada. O método analítico utilizado não permite a consideração destes elementos, mas por meio do MEF foram verificados seus efeitos nos parâmetros externos unitários. Observou-se que ambos, duto e túnel, não interferem nos resultados de impedância, mas causam aumento da condutância nas altas frequências e redução do módulo da capacitância nas baixas frequências. O cálculo dos parâmetros unitários em casos de configurações reais, com cabos de diâmetro maior que o do caso teste, mostrou que os dutos e túneis têm efeito também sobre as impedâncias, especialmente as mútuas.

As características de propagação calculadas a partir dos resultados numéricos indicam a presença de erros numéricos relevantes, porém pontuais. Além disso, confirmam a relevância de se considerar dutos e túneis em modelos de sistemas de transmissão subterrâneos.

Pode-se, então, concluir que é possível obter resultados satisfatoriamente exatos por meio do MEF para parâmetros externos unitários de sistemas de transmissão subterrâneos, com a condição de que sejam observadas a adequação do modelo, as configurações de malha e comprimento do domínio em relação ao comprimento de

onda e profundidade de penetração. Os métodos analíticos são reconhecidamente eficazes para o cálculo de parâmetros de sistemas de cabos, o que justifica sua utilização como gabarito neste trabalho. No entanto, a aplicação do MEF oportuniza a agregação de mais parâmetros e detalhes dos problemas físicos ao modelo, e funciona como um complemento dos métodos analíticos, sem diminuir sua importância.

## 6.1 Trabalhos Futuros

É possível listar algumas sugestões de continuidade desta pesquisa, para aplicação e aprimoramento das formulações.

- Definição de um tamanho ótimo do domínio externo para o cálculo das impedâncias e admitâncias unitárias externas.
- Investigar a possibilidade de adequação da formulação de altas frequências às baixas frequências.
- Minimização dos efeitos de transição entre modelos no caso do cálculo de impedâncias externas.
- Realização de medições de impedância e admitância em cabos enterrados.
- Validação dos resultados analíticos e numéricos a partir de comparação com resultados experimentais.
- Avaliação da influência de túneis nas admitâncias externas, a partir de dados mais precisos sobre o material do reaterro.
- Análise dos parâmetros externos unitários considerando a variação dos parâmetros do solo com a frequência.
- Aplicação do MEF a estudos de interferência eletromagnética.
- Extensão da metodologia aqui apresentada em casos com solo estratificado ou com irregularidades no meio externo.
- Extensão da metodologia à linhas de transmissão submarinas.
- Obtenção de respostas temporais a partir de resultados obtidos pela metodologia deste trabalho.
- Desenvolvimento de metodologias híbridas que empregam métodos analíticos e numéricos para o cálculo dos parâmetros unitários.

- Investigação e mitigação dos erros numéricos nos cálculos dos parâmetros de propagação e matriz de admitância nodal, conforme citado no Capítulo 5.
- Aplicação de outro método que evite os problemas relacionados ao comprimento do domínio.
- Análise da influência de túneis em projetos de linhas subterrâneas.
- Cálculo de solicitações mecânicas e térmicas durante curtos-circuitos nos cabos instalados em dutos.

# Referências Bibliográficas

- [1] ANEEL. *Reforço de Transmissão para atendimento a Brasília. Relatório R2 - Estudos de transitórios eletromagnéticos de energização, religamento tripolar, rejeição de carga e de religamento monopolar, para as linhas de transmissão: Samambaia - Brasília Sul 345 kV - circuito 3 e Brasília Sul - Brasília Geral 230 kV - circuito 3 (subterrânea)*. Relatório R2 Leilão 002/2013, Agência Nacional de Energia Elétrica, <http://www.aneel.gov.br/transmissao4>, 2013.
- [2] EPE. *Estudos para a Licitação da Expansão da Transmissão. Análise Técnico-Econômica de alternativas: Relatório R1 Leilão 002/2013*, Empresa de Pesquisa Energética, Ministério de Minas e Energia, <http://www.aneel.gov.br/transmissao4>, 2012.
- [3] ADAMEK, M., VOSTRACKY, Z. “Interference from Transmission Lines to Buried Pipelines”, *2015 16th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*, mai. 2015.
- [4] MORALES, J. R., URIBE, F. A. “Enhanced Hybrid Technique for Calculating Ground Impedances of Underground Power Cables”, *2015 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*, nov. 2015.
- [5] CARSON, J. R. “Ground Return Impedance: Underground Wire with Earth Return”, *The Bell System Technical Journal*, v. 8, n. 1, pp. 94–98, jan. 1929.
- [6] AMETANI, A. “A General Formulation of Impedance and Admittance of Cables”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-99, n. 3, pp. 902–910, jun. 1980.
- [7] MAGALHÃES, A. P. C., DE BARROS, M. T. C., LIMA, A. C. S. “Earth Return Admittance Effect on Underground Cable System Modeling”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 33, n. 2, pp. 662–670, abr. 2018.

- [8] LIMA, A. C. S., PORTELA, C. “Closed-Form Expressions for Ground Return Impedances of Overhead Lines and Underground Cables”, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, v. 38, n. 1, pp. 20–26, jun. 2012.
- [9] YIN, Y., DOMMEL, H. W. “Calculation of Frequency-Dependent Parameters of Underground Power Cables with Finite Element Method”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 25, n. 4, pp. 3025–3027, jul. 1989.
- [10] CHRISTOFORIDIS, G. C., LABRIDIS, D. P., DOKOPOULOS, P. S. “Inductive Interference on Pipelines Buried in Multilayer Soil Due to Magnetic Fields From Nearby Faulted Power Lines”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 47, n. 2, pp. 254–262, mai. 2005.
- [11] MAGALHÃES, A. P. C. *Característica de Propagação de Condutores Enterrados Isolados e Nus*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2015.
- [12] POLLACZEK, F. “Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung”, *Elektrische Nachrichten-Technik*, v. 3, n. 9, pp. 339–360, jul. 1926.
- [13] WEDEPOHL, L. M., WILCOX, D. J. “Transient Analysis of Underground Power-Transmission Systems: System-Model and Wave-Propagation Characteristics”, *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 120, n. 2, pp. 253–260, fev. 1973.
- [14] SAAD, O., GABA, G., GIROUX, M. “A Closed-Form Approximation for Ground Return Impedance of Underground Cables”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 3, pp. 1536–1545, jul. 1996.
- [15] LIMA, A. C. S., TOMASEVICH, M. Y. “Numerical Issues in Line Models Based on a Thin Wire Above Lossy Ground”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 57, n. 3, pp. 555–564, jun. 2015.
- [16] ARIZON, P., DOMMEL, H. W. “Computation of Cable Impedances Based on Subdivision of Conductors”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. PWRD-2, n. 1, pp. 21–27, jan. 1987.
- [17] HARRINGTON, R. F. *Field Computation by Moment Method*. Nova Jersey, IEEE PRESS, 1993.
- [18] SILVESTER, P. P., FERRARI, R. L. *Finite Elements for Electrical Engineers*. 3 ed. Cambridge, Cambridge University Press, 1996.



- [19] YIN, Y. *Calculation of Frequency-Dependent Parameters of Underground Power Cables with Finite Element Method*. Tese de Ph.D., The University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1990.
- [20] ALÍPIO, R. S. *Modelagem Eletromagnética de Aterramentos Elétricos nos Domínios do Tempo e da Frequência*. Tese de M.Sc., Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG), Belo Horizonte, MG, Brasil, 2008.
- [21] SANTOS, A. A. S., PINHEIRO, A. C. N., LIMA, A. C. S., et al. “Segmentation Issues in a Horizontal Buried Cable Considering Frequency Dependent Soil Models”, *2018 Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE)*, v. IEEE, n. 361, mai. 2018.
- [22] BATHE, K. J. *Finite Element Procedures*. 2 ed. Nova Jersey, Prentice Hall, 2014.
- [23] LUCAS, R., TALUKDAR, S. “Advances in Finite Element Techniques for Calculating Cable Resistances and Inductances”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-97, n. 3, pp. 875–883, mai./jun. 1978.
- [24] CRISTINA, S., FELIZIANI, M. “A Finite Element Technique for Multiconductor Cable Parameters Calculation”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 25, n. 4, pp. 2986–2988, jul. 1989.
- [25] HABIB, S. *Electromagnetic Full Wave Modal Analysis of Frequency-Dependent Underground Cables*. Tese de M.Sc., University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba, Canada, 2011.
- [26] SOUZA, W. L. *Cálculo de Parâmetros de Cabos Isolados por meio da Análise de Elementos Finitos*. Tese de M.Sc., UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2015.
- [27] HAFNER, A. A. *Contribuição à Modelagem Analítica e Numérica de Cabos de Potência Tripolares*. Tese de D.Sc., Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, 2016.
- [28] HAFNER, A. A., DA LUZ, M. V. F., CARPES JR., W. P., et al. “Aplicação do Método de Elementos Finitos no Cálculo da Impedância Distribuída em Cabos de Potência Tripolares”, *16 SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11 CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, v. MOMAG 2014, pp. 228–233, ago./set. 2014.

- [29] REDDY, J. N. *An Introduction to the Finite Element Method*. 3 ed. Nova York, McGraw-Hill, 2006.
- [30] COMSOL. *AC/DC Module User's Guide*. 2015.
- [31] COMSOL. *COMSOL Multiphysics Reference Guide*. 2011.
- [32] MAGALHÃES, A. P. C., SILVA, J. C. L. V., LIMA, A. C. S., et al. “Validation Limits of Quasi-TEM Approximation for Buried Bare and Insulated Cables”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 57, n. 6, pp. 1690–1697, dez. 2015.
- [33] CIGRÉ. *Cable Systems Electrical Characteristics*. Brochura Técnica 531, CIGRÉ WG B1.30, 2013.
- [34] BOREALIS. *Polyethylene Borlink LE4244R - Crosslinkable Insulation Compound. Product Data Sheet*. 2017.
- [35] SILVA, H. M. J. D., WEDEPOHL, L. M., GOLE, A. M. “A Robust Multi-Conductor Transmission Line Model to Simulate EM Transients in Underground Cables.” *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients in 2009 in Kyoto, Japan*, v. IPST 2009, n. 7, jun. 2009.
- [36] GUSTAVSEN, B. “Validation of Frequency-Dependent Transmission Line Models”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2, pp. 925–933, abr. 2005.
- [37] COMSOL. *RF Module User's Guide*. 2012.
- [38] VENANCIO, C., ROCHA, J., CHERIAF, M. “Medidas de Impedância Elétrica de Argamassas Contaminadas com Chumbo”, *XV Encontro Nacional de Tecnologia do Ambiente Construído*, v. ENTAC, n. 292, pp. 1675–1684, nov. 2014.

# Apêndice A

## Formulação Onda Completa

### A.1 Modelo de onda completa

Para determinar impedância e admitância de retorno pelo solo a partir da equação modal, pode-se utilizar o modelo de onda completa [15] [11]. O modelo aplica as equações de Maxwell para avaliar as características de propagação dos campos elétrico e magnético, considerando as condições de contorno do problema [11].

A formulação, para condutores enterrados considera os meios semi-infinitos “solo” e “ar” homogêneos e isotrópicos. O condutor isolado de raio externo  $r = r_{\text{ext}}$  é enterrado a uma profundidade  $h = h_i$ , conforme a Figura 2.2.

A impedância de retorno pelo solo é calculada por (A.1) e a admitância de retorno pelo solo, por (A.2).

$$\bar{Z}_{\text{ext}} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \left[ \bar{\Lambda} + \bar{S}_2 - \left( \frac{\bar{\gamma}}{\gamma_1} \right)^2 (\bar{S}_3 - \bar{S}_1) \right] \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{Y}_{\text{ext}} = 2\pi(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_1)[\bar{\Lambda} + \bar{S}_1]^{-1} \quad (\text{A.2})$$

em que  $\bar{S}_1$  é dado por (A.3) e  $\bar{\Lambda}$  por (A.4)

$$\bar{S}_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{u}_2 [\exp(-2h\bar{u}_1) - \exp(-h\bar{u}_1)]}{\bar{u}_1 (n^2\bar{u}_1 + \bar{u}_2)} \exp(-jr\lambda) d\lambda \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{\Lambda} = K_0(r\eta_1) - K_0(d\eta_1) \quad (\text{A.4})$$

em que  $n = \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)^2$ ,  $\eta_1 = \sqrt{\gamma_1^2 - \bar{\gamma}^2}$  e  $d = \sqrt{(2h)^2 + r^2}$ .

Os parâmetros de retorno pelo solo também dependem da constante de propagação  $\bar{\gamma} = \alpha + j\beta$ , em que  $\alpha$  é a constante de atenuação e  $\beta$  é a constante de fase, e das integrais infinitas de Sommerfeld  $\bar{S}_2$  e  $\bar{S}_3$  dadas por (A.5) e (A.6).

$$\bar{S}_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-2h\bar{u}_1)}{\bar{u}_1 + \bar{u}_2} \exp(-jr\lambda) d\lambda \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{S}_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-2h\bar{u}_1)}{n^2\bar{u}_1 + \bar{u}_2} \exp(-jr\lambda) d\lambda \quad (\text{A.6})$$

sendo  $\bar{u}_1 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2 - \bar{\gamma}^2}$  e  $\bar{u}_2 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \bar{\gamma}^2}$ .

A constante de propagação  $\bar{\gamma}$  é desconhecida e deve ser calculada pela iteração (A.7)

$$\bar{\gamma}_{k+1} = \bar{\gamma}_k - \frac{M}{M'} \quad (\text{A.7})$$

a partir da equação modal  $M$  e sua derivada de primeira ordem  $M'$ , dadas respectivamente por (A.8) e (A.9),

$$M = \frac{2\pi}{j\omega\mu_0} Z_a + \left(1 - \frac{\bar{\gamma}^2}{\gamma_1^2}\right) \bar{\Lambda} + \left(\bar{S}_2 - \frac{\bar{\gamma}^2}{\gamma_1^2} \bar{S}_3\right) = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$M' = \bar{S}'_2 + \bar{\Lambda}' - \frac{\bar{\gamma}^2}{\gamma_1^2} (\bar{S}'_3 + \bar{\Lambda}') - 2\frac{\bar{\gamma}}{\gamma_1^2} (\bar{S}_3 + \bar{\Lambda}) \quad (\text{A.9})$$

em que  $Z_a = Z_{\text{int}} + Z_d - \bar{\gamma}^2 Y_d^{-1}$  é a impedância do condutor. Além da constante de propagação  $\bar{\gamma}$ ,  $Z_a$  depende da impedância interna  $Z_{\text{int}}$ , da impedância da camada isolante  $Z_d$  e da admitância da camada isolante  $Y_d$ , calculadas por (A.10), (A.11) e (A.12), respectivamente.

$$Z_{\text{int}} = \frac{1}{2\pi r_0} \sqrt{\frac{j\omega\mu_c}{\sigma_c}} \frac{I_0(\gamma_c r_0)}{I_1(\gamma_c r_0)} \quad (\text{A.10})$$

$$Z_d = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{r_1}{r_0}\right) \quad (\text{A.11})$$

$$Y_d = j\omega \frac{2\pi\varepsilon_d}{\ln\left(\frac{r_1}{r_0}\right)} \quad (\text{A.12})$$

nas quais  $\gamma_c = \sqrt{j\omega\mu_c(\sigma_c + j\omega\varepsilon_c)}$  é a constante de propagação do condutor,  $\mu_c$  é a permeabilidade magnética do condutor,  $\varepsilon_c$  é a permissividade elétrica do condutor,  $\sigma_c$  é a condutividade elétrica do condutor,  $\varepsilon_d$  é a permissividade elétrica do isolante,  $r_0$  é raio do condutor e  $r_1$  é o raio externo ao redor da isolação.

A permeabilidade magnética do vácuo é  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m, a permissividade elétrica no vácuo é  $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m,  $I_0$  e  $I_1$  são as funções de Bessel de primeira espécie e  $K_0$  e  $K_1$  são as funções de Bessel de segunda espécie.

A impedância unitária total do cabo ( $\mathbf{Z}$ ) é calculada por  $Z_{\text{int}} + Z_d + \bar{Z}_{\text{ext}}$  e a admitância ( $\mathbf{Y}$ ) por  $(Y_d^{-1} + \bar{Y}_{\text{ext}}^{-1})^{-1}$ .

# Apêndice B

## Modelagem do problema no programa computacional *COMSOL Multiphysics*

Este apêndice apresenta considerações a respeito da modelagem de cabos subterrâneos no programa computacional *COMSOL Multiphysics* para o cálculo de impedância e admitância de retorno do solo, complementando as informações do capítulo 2. É utilizado como exemplo o caso monofásico, apresentado no mesmo capítulo.

Para a modelagem no *COMSOL* deve-se escolher entre as representações unidimensional, bidimensional e tridimensional. Neste trabalho, utilizou-se um modelo bidimensional para representar a seção transversal do cabo e a geometria (Figura B.1) foi construída conforme os dados da Tabela B.1.

Para o cálculo da impedância com menor número de elementos na malha, utilizam-se opções para criar domínios virtuais. No modelo de baixas frequências, utiliza-se a ferramenta “*Infinite Element Domain*” para a atribuição de escalas diferentes dentro do mesmo modelo, permitindo a consideração de grandes áreas (como o ar e o solo) dispensando sua representação gráfica completa; neste trabalho foi

Tabela B.1: Dados da geometria do caso teste

Raio do condutor	$r_c = 0,01$ m
Raio externo	$r_{\text{ext}} = 0,012$ m
Profundidade do cabo	$h = 1$ m
Raio externo do domínio	$R_{\text{dom}} = 8,5$ m
Espessura do domínio virtual	1 m

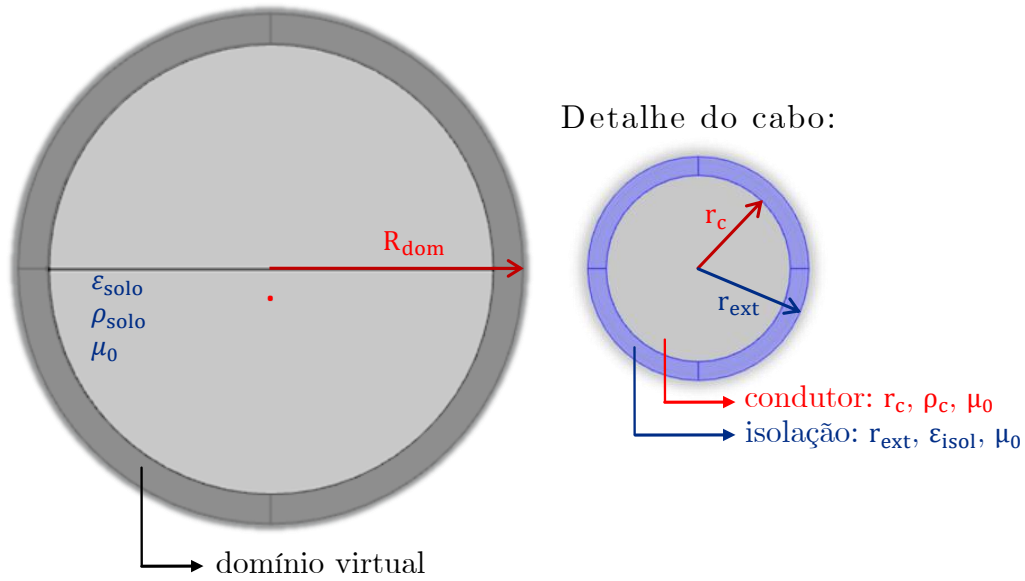


Figura B.1: Geometria do caso teste com detalhe do cabo. Espessura do domínio virtual igual a 1 m;  $R_{\text{dom}} = 8,5$  m

Tabela B.2: Dados dos materiais do caso teste

Condutividade do condutor	$\sigma_c = 6,5 \times 10^7$ S/m
Permissividade relativa do condutor	$\epsilon_{r_c} = 1$
Condutividade da isolação	$\sigma_{\text{isol}} = 0$ S/m
Permissividade relativa da isolação	$\epsilon_{r_{\text{isol}}} = 3$
Condutividade do solo	$\sigma_{\text{solo}} = 0,001$ S/m
Permissividade relativa do solo	$\epsilon_{r_{\text{solo}}} = 10$
Permeabilidade magnética relativa	1 m

aplicada uma escala de 1000 km a uma camada de 1 m. Já no modelo de altas frequências, é utilizada a ferramenta “*Perfectly Matched Layer*” para a ampliação no plano complexo e absorção das ondas de saída [31].

Após, são atribuídos os respectivos materiais a cada parte da geometria. É possível utilizar materiais disponíveis na biblioteca do programa, editá-los ou criar novos. Neste trabalho foram utilizados os materiais descritos na Tabela B.2.

A construção da malha é um estágio importante para garantir a acurácia dos resultados e é realizada considerando as dimensões de cada domínio e as particularidades do estudo. Neste exemplo, a malha aplicada ao cálculo de  $Z_{\text{ext}}$  possui 26.056 elementos de domínio e 808 elementos de fronteira; já o cálculo de  $Y_{\text{ext}}$  utiliza a malha formada por 2.199 elementos de domínio e 204 elementos de fronteira, ambas são apresentadas na Figura B.2 e, em detalhe, na Figura B.3.

A malha do caso teste pode ser construída no *COMSOL* utilizando as seguintes ferramentas e configurações:

1. *Mapped* aplicada à camada isolante do condutor. É necessário atribuir duas vezes ferramenta *Distribution*:
  - Na espessura da camada isolante, com número de elementos igual a 3. As quatro linhas que ligam os contornos interno e externo da isolação auxiliam nesta etapa.
  - Ao longo do comprimento externo da isolação, selecionando cada uma das quatro seções do comprimento. Cada seção é dividida em 16 elementos.
2. *Free Triangular* aplicada aos domínios que representam o solo e o ar, com exceção da camada externa do domínio (à qual é atribuída a condição de *Infinite Element Domain*). O comprimento dos elementos (*Size*) é definido conforme segue:
  - *Maximum element size*: 0,2 m;
  - *Minimum element size*: 0,01 m;
  - *Maximum element growth rate*: 1,2;
  - *Curvature factor*: 0,2;
  - *Resolution of narrow regions*: 1;
3. *Mapped* aplicada à camada externa do domínio. A configuração *Distribution* é aplicada apenas no sentido da espessura.
  - *Number of elements*: 30.

Nos casos que incluem o dutos, a malha é construída entre as etapas 1 e 2, ou seja, antes da formação da malha no solo e no ar.

- *Free Triangular*: aplicada na geometria que representa o duto.
  - *Maximum element size*: 0,001 m;
  - *Minimum element size*: 0,0005 m;
  - *Maximum element growth rate*: 1,1;
  - *Curvature factor*: 0,2;
  - *Resolution of narrow regions*: 1;
- *Free Triangular*: aplicada no interior do duto.
  - *Maximum element size*: 0,002 m;

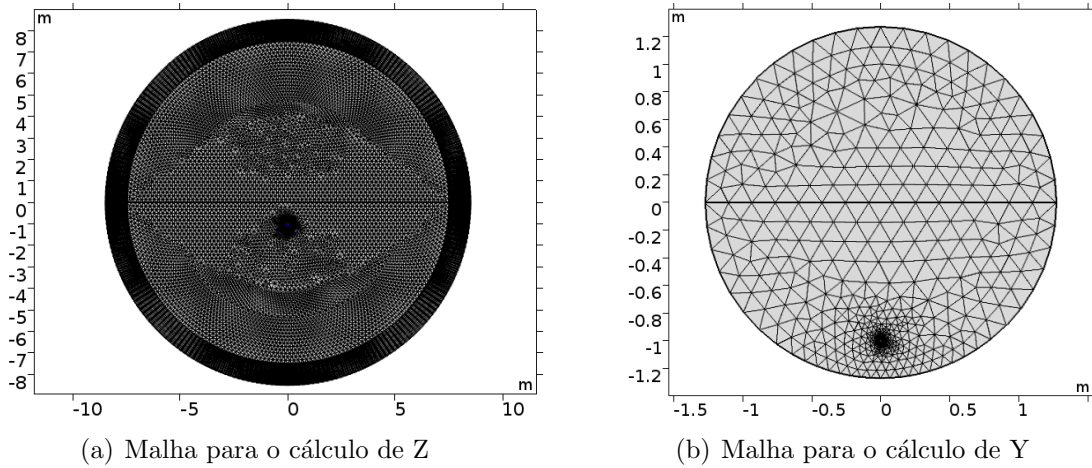


Figura B.2: Malha completa do caso teste.

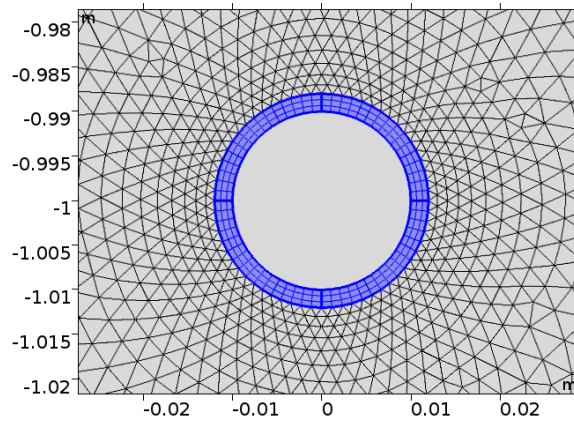


Figura B.3: Detalhe da malha do caso teste na região próxima ao cabo.

- *Minimum element size*: 0,0006 m;
- *Maximum element growth rate*: 1,1;
- *Curvature factor*: 0,2;
- *Resolution of narrow regions*: 1;

Para os casos que incluem túnel, basta aplicar ao seu interior a mesma configuração utilizada para o solo e para o ar.

Deve-se selecionar a interface física adequada ao estudo, que deve ser aplicada a todos os domínios externos à camada condutora mais externa do cabo. As seções B.1 e B.2 descrevem esta etapa e as subsequentes para a impedância e para a admitância, respectivamente.

Os estudos realizados são do tipo *Frequency Domain* que aplicam os *solvers* diretos MUMPS (no módulo AC/DC) e PARDISO (no módulo RF).



## B.1 Impedância de retorno do solo

O cálculo da impedância de retorno do solo é realizado por (B.1)

$$Z_s = -\frac{E_z}{I} \quad (\text{B.1})$$

em que  $E_z$  é o campo elétrico axial médio na superfície do isolante e  $I$  é a corrente que percorre o condutor [5].

Para calcular a impedância por unidade de corrente, é necessário aplicar  $I = 1$  A ao contorno externo do condutor e verificar o campo elétrico axial médio, por meio do programa computacional.

Considerando as particularidades de cada interface, foi necessário utilizar duas interfaces físicas para o cálculo da impedância externa: *Magnetic Fields* (mf), do módulo AC/DC, para baixas frequências e *Electromagnetic Waves, Frequency Domain* (emw), do módulo *Radio Frequency* (RF), para altas frequências.

A interface *Magnetic Fields* é adequada para análise de condutores com corrente contínua ou alternada em baixas frequências, em que os atrasos de propagação podem ser desprezados. Distribuições de campo magnético e corrente induzida são calculadas, nesta interface, por meio da solução da aproximação quase-estática das equações de Maxwell (equação (2.10)), sendo o potencial vetor magnético e, opcionalmente, o potencial escalar elétrico as variáveis dependentes [30].

O módulo RF é apropriado para altas frequências, pois resolve as equações completas de Maxwell, considerando atrasos provenientes da propagação. A interface *Electromagnetic Waves, Frequency Domain* soluciona o campo elétrico com base na equação de onda tempo-harmônico, sendo o campo elétrico e suas componentes as variáveis dependentes [37].

A escolha da formulação adequada é dependente da grandeza adimensional  $\ell_e$  denominada “comprimento elétrico”, a razão entre a maior distância entre dois pontos da estrutura e o comprimento de onda dos campos eletromagnéticos. Para  $\ell_e \leq 0,1$ , pode-se desconsiderar atrasos provenientes da propagação de ondas, utilizando a formulação quase-estática, base do módulo *AC/DC* do *COMSOL*. Quando os atrasos da propagação tornam-se relevantes, deve-se considerar a forma completa das equações de Maxwell por meio do módulo *RF*, o módulo de radiofrequência, válido quando  $\ell_e \geq 0,01$ . Na faixa  $0,01 < \ell_e < 0,1$  ambos os módulos podem ser utilizados [31].

Em cada uma destas interfaces, a corrente elétrica é aplicada de uma forma diferente ao contorno.

Na interface *Magnetic Fields* a ferramenta denominada “*Coil*” impõe corrente igual a 1 A, no contorno do condutor, dirigida para fora do plano, sendo esta a mesma direção do potencial vetor. Assim, a densidade de corrente ( $\mathbf{J}$ ) e o campo

elétrico ( $\mathbf{E}$ ) tem a mesma direção.

Diferentemente, na interface *Electromagnetic Waves, Frequency Domain* é utilizada a ferramenta “*External Current Density*”, que permite escolher a direção de  $\mathbf{J}_{\text{ext}}$ , uma densidade de corrente externa. É portanto, necessário atribuir o valor da densidade de corrente à componente “ $z$ ”. Neste trabalho aplicou-se  $J_z$  igual a razão entre a corrente 1 A e o comprimento do condutor. Para que esta densidade seja corretamente equivalente a corrente de 1 A, deve-se atribuir ao condutor uma condutividade nula, a fim de anular o termo referente a correntes induzidas de (B.2).

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (\text{B.2})$$

Caso a condutividade do condutor seja não-nula, o termo  $\sigma \mathbf{E}$  anulará parte da corrente original.

Em ambos os módulos, é necessário configurar uma função média, chamada “*Average*”, para ser aplicada após a solução dos campos.

Para o cálculo de uma impedância mútua  $Z_{ij}$ , aplica-se a corrente ao condutor  $i$  e calcula-se a média de  $E_z$  ao longo do contorno externo do cabo, e utiliza-se a expressão (B.1).

## B.2 Admitância de retorno do solo

No programa computacional COMSOL Multiphysics utiliza-se a interface física *Electric Currents* do módulo *AC/DC* aplicada a todas as regiões externas ao condutor mais externo, com o equacionamento na forma “*Frequency Domain*”, conforme descreve (B.3), em que  $Q_j$  é a fonte de corrente.

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{J} = Q_j \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}_e \\ \mathbf{E} = -j\omega \nabla \phi \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Para calcular a admitância unitária, aplica-se uma tensão de 1 V ao contorno do condutor por meio da ferramenta “*Terminal*” e potencial elétrico nulo, por meio da ferramenta “*Ground*”, a parte inferior do domínio, como mostra a Figura 2.4.

Em sistemas n-fásicos, o cálculo da admitância  $Y_{ij}$  demanda a aplicação de 1 V ao cabo  $i$  e do potencial nulo aos demais cabos, além da parte inferior do domínio, para  $i = j$  ou  $i \neq j$ . O cálculo deve ser computado  $n$  vezes, já que, a alteração das condições de contorno resulta em diferentes distribuições de campo.

A distribuição superficial de cargas  $Q_j$  é calculada conforme (2.15). Para tanto, configura-se uma função integração para cada fase, chamada “*Integrate*”, ao longo do contorno externo do condutor mais externo do cabo.

# Apêndice C

## Influência dos parâmetros do reaterro no comportamento da admitância

Os resultados obtidos no Capítulo 3 indicam que a presença do túnel impacta muito o comportamento da condutância nas frequências mais altas.

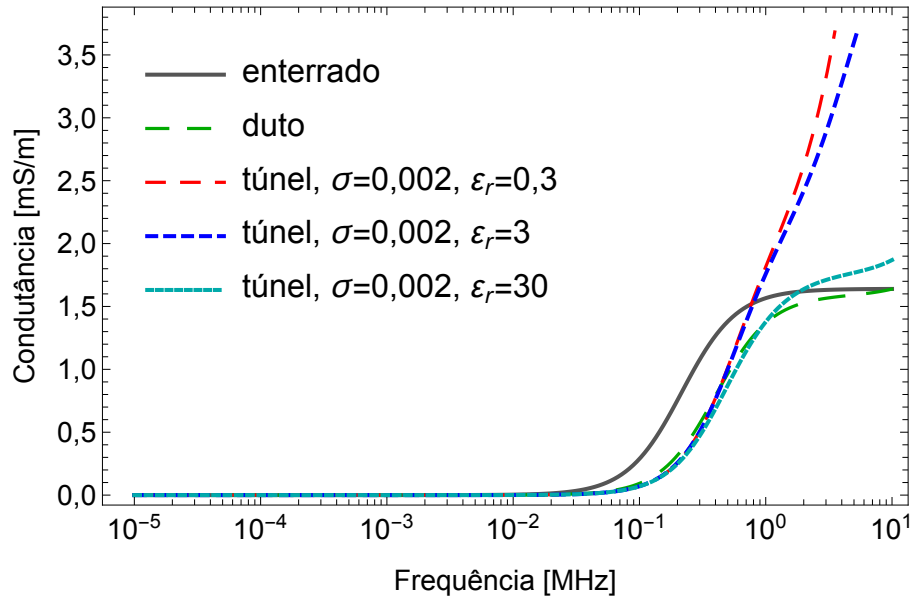
Devido a ausência de dados precisos dos parâmetros do material do reaterro, ou seja, a argamassa, foram considerados  $\sigma_{\text{arg}} = 0,02 \text{ S/m}$  e  $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 3$  [38]. Portanto, este apêndice compara as condutâncias obtidas quando são assumidos parâmetros diferentes para a argamassa e as capacitâncias são mostradas para possibilitar a verificação.

Estes testes foram realizados sem interesse em aplicabilidade prática, mas apenas em identificar a relação dos parâmetros do reaterro com o comportamento da condutância.

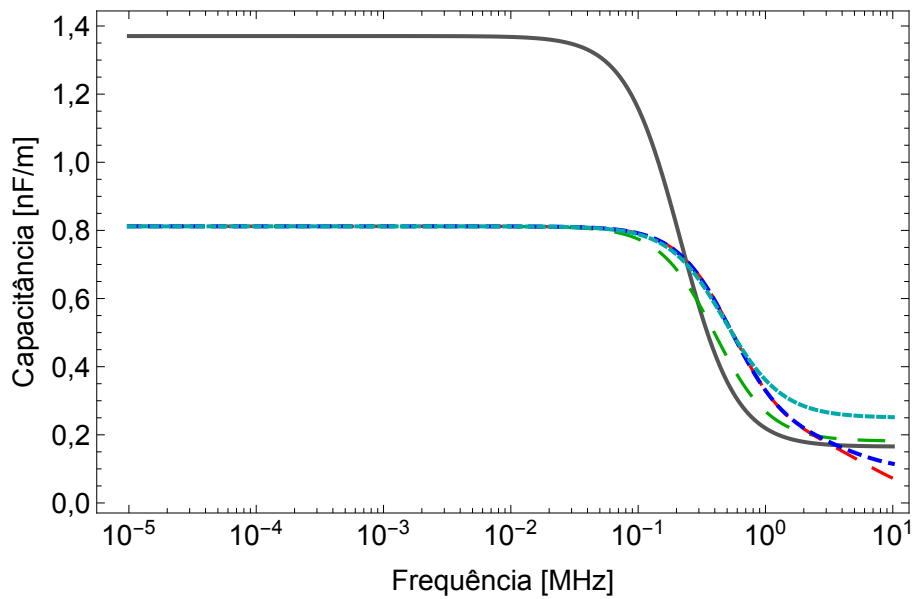
A Figura C.1 apresenta os resultados para  $\sigma_{\text{arg}} = 0,002 \text{ S/m}$  e  $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 0,3, 3$  e  $30$ . Nota-se que, para  $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 30$ , o comportamento da condutância se aproxima mais dos casos sem túnel.

Nas Figuras C.2 e C.3, é possível verificar que, para valores maiores de  $\sigma_{\text{arg}}$ , principalmente para valores menores de  $\varepsilon_{r_{\text{arg}}}$ , o comportamento da condutância se mantém distante dos resultados dos casos sem túnel.

Para cabos diretamente enterrados é possível encontrar casos em que  $\sigma$  é menor que a parcela capacitiva associada a  $\omega\varepsilon$ ; isto não foi verificado nos casos com túnel, indicando que a presença do túnel minimiza o efeito capacitivo do solo. Adicionalmente, é possível concluir que a presença do túnel pode causar maior ou menor impacto na admitância no domínio da frequência, a depender dos parâmetros (condutividade e permissividade dielétrica) do material do reaterro.

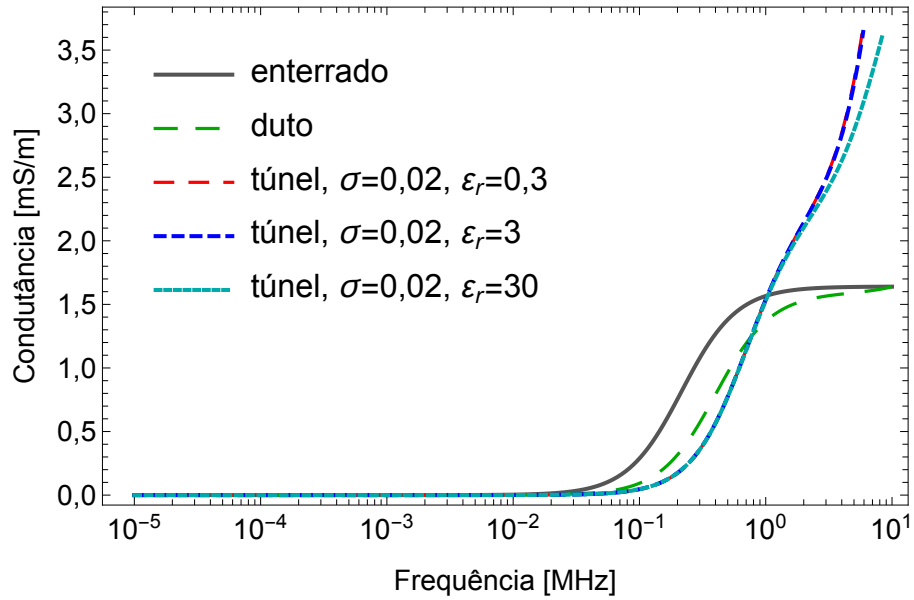


(a) Condutância

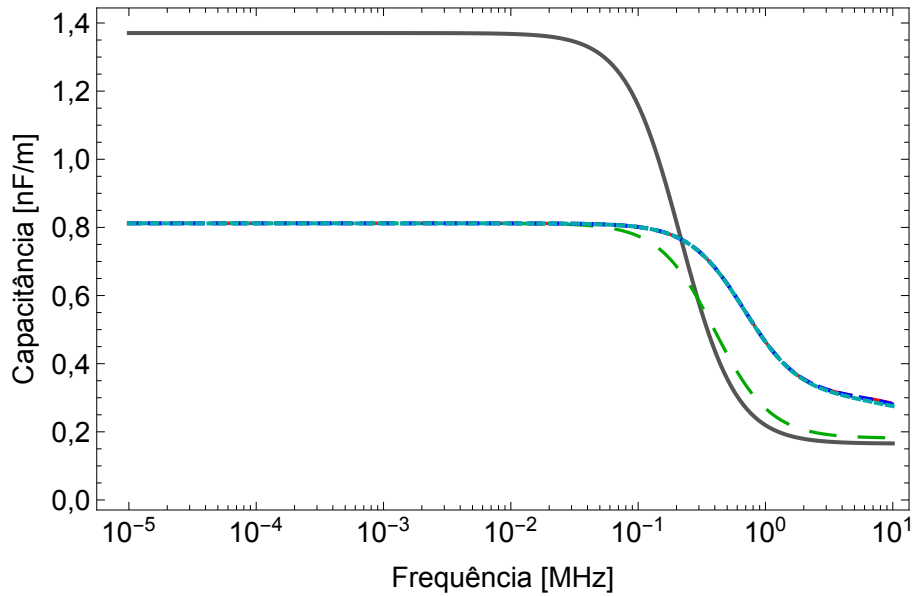


(b) Capacitância

Figura C.1: Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, considerando  $\sigma_{\text{arg}} = 0,002 \text{ S/m}$  e  $\epsilon_{r_{\text{arg}}} = 0,3, 3 \text{ e } 30$ ; comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto.

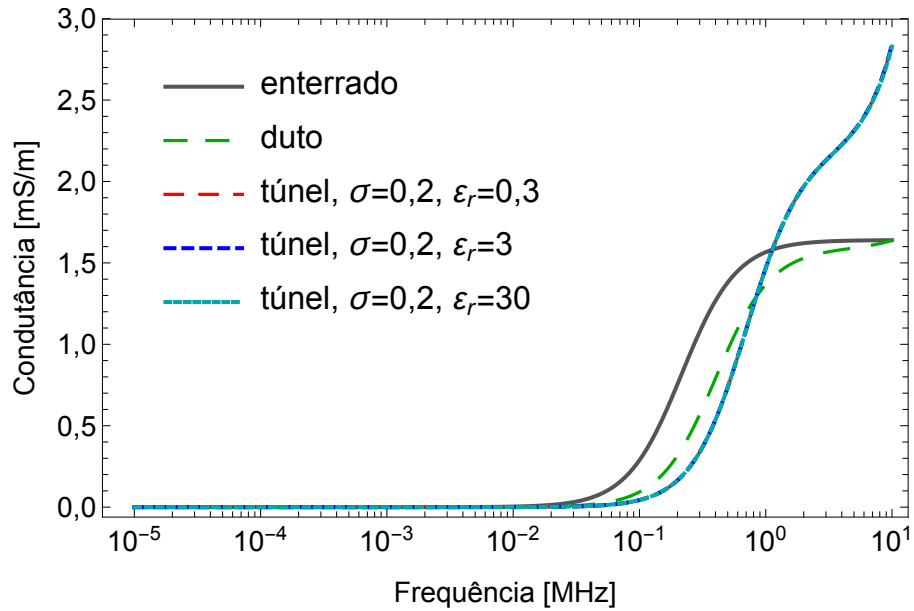


(a) Condutância

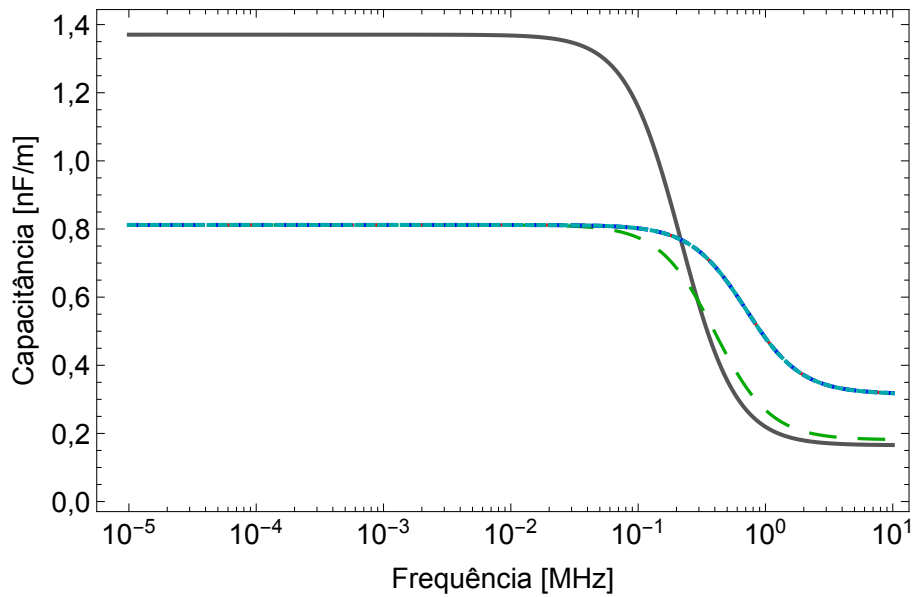


(b) Capacitância

Figura C.2: Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, considerando  $\sigma_{\text{arg}} = 0,02 \text{ S/m}$  e  $\varepsilon_{r_{\text{arg}}} = 0,3, 3 \text{ e } 30$ ; comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto.



(a) Condutância



(b) Capacitância

Figura C.3: Admitância por unidade de comprimento do caso monofásico enterrado em duto em túnel, considerando  $\sigma_{\text{arg}} = 0,2$  S/m e  $\epsilon_{r,\text{arg}} = 0,3, 3$  e  $30$ ; comparação com o caso diretamente enterrado e com o caso enterrado apenas em duto.