

PROJETO DE MOTOR LINEAR COM AUXÍLIO DO  
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Marcos Antonio Cruz Moreira

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Aprovada por:

---

Prof. Antônio Carlos Ferreira, Ph.D.

---

Prof. Luis Guilherme Barbosa Rolim, Dr. Ing.

---

Prof. Walter Issamu Suemitsu, Dr. Ing.

---

Prof. José Roberto Cardoso, L.D.

---

Prof. Ivan Eduardo Chabu, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
MARÇO DE 2005

MOREIRA, MARCOS ANTONIO CRUZ

Projeto de Motor Linear com Auxílio  
do Método dos Elementos Finitos [Rio de  
Janeiro] 2005

xv, 114 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc.,  
Engenharia Elétrica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, COPPE

1. Máquinas Elétricas

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

## AGRADECIMENTOS

Aos professores Richard Magdalena Stephan e Antonio Carlos Ferreira, pelo apoio, disponibilidade e boa-vontade que sempre estiveram presentes ao longo deste trabalho.

Às equipes do Laboratório de Aplicações de Supercondutores e do Departamento de Eletrotécnica da Escola Politécnica da UFRJ pelo trabalho na montagem e testes do protótipo.

Ao Laboratório de Eletrônica de Potência e à Secretaria do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE pelo suporte diário ao longo do trabalho.

Para Jacqueline, Adriano e Aimée

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

PROJETO DE MOTOR LINEAR COM AUXÍLIO DO  
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Marcos Antonio Cruz Moreira

Março/2005

Orientadores: Richard Magdalena Stephan

Antonio Carlos Ferreira

Programa Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um protótipo de motor linear síncrono destinado a tracionar um veículo sustentado por levitação supercondutora. Em razão das características não convencionais da máquina, o Método dos Elementos Finitos foi extensivamente utilizado no projeto, tanto na determinação de parâmetros quanto na estimativa de desempenho do motor. Os resultados obtidos pelo MEF são comparados com cálculos analíticos e valores medidos, demonstrando-se a viabilidade e adequação do uso deste método no projeto.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

PROJETO DE MOTORES LINEARES COM AUXÍLIO DO  
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Marcos Antonio Cruz Moreira

March/2005

Advisors: Richard Magdalena Stephan  
Antonio Carlos Ferreira

Department: Electrical Engineering

This work presents the development of a linear synchronous motor prototype designed to thrust a superconducting levitation supported vehicle. Due to the unconventional characteristics of the machine, the Finite Element Method is widely used in the design, both in parameters calculation and motor performance estimation. The FEM obtained results are compared with analytical calculations and measured values, showing the feasibility and adequacy of using this method in the project.

## ÍNDICE DO TEXTO

<u>CAPÍTULO 1 - PROJETO DE MÁQUINAS</u>	
ELÉTRICAS E MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	01
1.1- INTRODUÇÃO	01
1.2- ABORDAGEM CLÁSSICA DO PROJETO DE MÁQUINAS	02
1.3- PROJETO DE MÁQUINAS NÃO-CONVENCIONAIS	05
1.4- UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO PROJETO	06
1.5- HISTÓRICO DO TEMA PROPOSTO	08
1.6- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
1.7- ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	13
<u>CAPÍTULO 2 - PROJETO DE MOTOR LINEAR SÍNCRONO</u>	14
2.1- EQUAÇÕES DE PROJETO	14
2.2- CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - ABORDAGEM BIDIMENSIONAL	19
2.3- CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - ABORDAGEM TRIDIMENSIONAL	29
2.4- CÁLCULO DO FLUXO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	37
2.5- CÁLCULO DE FORÇAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	40
2.6- PROJETO DO MOTOR	46
2.7- CONCLUSÕES	54
<u>CAPÍTULO 3 - VALIDAÇÃO DA ANÁLISE PELO MÉTODO DOS     ELEMENTOS FINITOS</u>	55
3.1 - INDUTÂNCIA	56
3.2 - DENSIDADE DE FLUXO NO CAMPO	60

3.3 - DENSIDADE DE FLUXO NO ENROLAMENTO DA ARMADURA	66
3.4 - FORÇA DE TRAÇÃO	69
3.5 – CONCLUSÕES	78
<u>CAPÍTULO 4 - ATENUAÇÃO DA OSCILAÇÃO DE FORÇA</u>	79
4.1 - FONTES DA OSCILAÇÃO DE FORÇA	79
4.2 - TÉCNICAS DE SUPRESSÃO DA OSCILAÇÃO DE FORÇA	82
4.3 - ANÁLISE DAS OPÇÕES	85
4.4 - GAIOLA DE AMORTECIMENTO	87
4.5- INFLUÊNCIA DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA UTILIZADO NO ACIONAMENTO DO MOTOR	88
4.6 - CONCLUSÕES	90
<u>CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES</u>	91
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	93
<u>APÊNDICE I - EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES PARA CÁLCULO DA INDUTÂNCIA NA ABORDAGEM 2D</u>	101
<u>APÊNDICE II - REPRESENTAÇÃO DOS IMÃS PERMANENTES NO CÁLCULO DO CIRCUITO MAGNÉTICO</u>	104
<u>APÊNDICE III - DETERMINAÇÃO DO FATOR DE ENROLAMENTO</u>	106
<u>APÊNDICE IV - COEFICIENTE DE PERMEÂNCIA E DETERMINAÇÃO DA INDUTÂNCIA DE CONEXÃO TERMINAL ASSOCIADA A UMA ÚNICA BOBINA</u>	108



<u>APÊNDICE V</u> - MAPEAMENTO DA DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO PARA ÍMÃ ISOLADO	110
--	-----

<u>APÊNDICE VI</u> - RESULTADOS DA INDUTÂNCIA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM DUAS DIMENSÕES PARA OS CONDUTORES DAS FASES A, B e C	114
---	-----

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1.1 – Configuração do Trilho de Levitação	09
Fig. 1.2 – Motor Plano, Vista Frontal	11
Fig. 1.3 – Motor Vertical, Vista Frontal	11
Fig. 1.4 – Trilho em Percurso Fechado	11
Fig. 2.1 – Diagrama Fasorial do Motor Síncrono	16
Fig. 2.2 – Representação Bidimensional do Motor	19
Fig. 2.3 – Condutor Dividido em Elementos	22
Fig. 2.4 – Posição do Material Ferromagnético sobre a Bobina	23
Fig. 2.5 – Carro na Extremidade do Trilho	25
Fig. 2.6 – Modelo de Elementos Finitos	26
Fig. 2.7 – Bobinas Acopladas, Vista Superior	29
Fig. 2.8 – Bobinas Acopladas, Vista Lateral	29
Fig. 2.9 – Arranjo para Análise Estática	32
Fig. 2.10 – Arranjo para Análise Harmônica	32
Fig. 2.11 – Planos sob Pólos	38
Fig. 2.12 – Mapeamento de B em um Plano	38
Fig. 2.13 – Cálculo do Fluxo em 2D	39
Fig. 2.14 – Área Delimitada sob um Pólo	39
Fig. 2.15 – Fluxo Através da Área	40
Fig. 2.16 – Seqüência de Fases nos Condutores	45
Fig. 2.17 – Dimensões dos Pólos	46
Fig. 2.18 – Enrolamento de Armadura, Vista Superior	49
Fig. 3.1 – Aparato de Teste para 1 metro de Trilho	55
Fig. 3.2 – Representação de 1 metro de Trilho usando EF	55
Fig. 3.3 – Distribuição da Corrente Alternada em um Condutor para $f = 25$ kHz	57
Fig. 3.4 – Pólos do Campo no Veículo	60
Fig. 3.5 – Equipamento de Medição do Campo	61
Fig. 3.6 – Mapeamento de B a 4,5 mm de Distância dos Pólos	61
Fig. 3.7 – Mapeamento de B a 9,5 mm de Distância dos Pólos	62
Fig. 3.8 – Pontos Seleccionados sobre Bobina	66
Fig. 3.9 – Modelo em EF 3D da Bobina	67
Fig. 3.10 – Medida da Densidade de Fluxo sobre Bobina	67

Fig. 3.11 – Cálculo por EF da Densidade de Fluxo sobre Bobina	68
Fig. 3.12 – Trilho Definitivo	69
Fig. 3.13 – Trecho da Curva Utilizado na Comparação com Valores Medidos	71
Fig. 3.14 – Alimentação do Motor com Corrente Contínua	72
Fig. 4.1 – Distribuição Espacial de B produzida pela Armadura	80
Fig. 4.2 – Espectro de Harmônicos correspondente à Fig. 4.1	80
Fig. 4.3 – Distribuição Espacial de B produzida pelo Campo	81
Fig. 4.4 – Espectro de Harmônicos correspondente à Fig. 4.3	81
Fig. 4.5 – Sapatas Polares	83
Fig. 4.6 – Pólos Encaixados	84
Fig. 4.7 – Arranjo Halbach	84
Fig. 4.8 – Arranjo Halbach Modificado	85
Fig. 4.9 – Enrolamento Amortecedor	87
Fig. 4.10 – Motor de Indução	88
Fig. 4.11 – Rampas de Aceleração	89

## ÍNDICE DE TABELAS E GRÁFICOS

Tabela 1 – Parâmetros Iniciais de Projeto	50
Tabela 2 – Variáveis de Projeto	50
Tabela 3 – Valores de Projeto Calculados pelo Método de Elementos Finitos	51
Tabela 4 – Valores de Projeto Calculados Analiticamente	51
Tabela 5 – Valores Máximos de Corrente e Densidade de Corrente	53
Tabela 6 – Resultados MEF 2D para Indutância	58
Tabela 7 – Resultados 3D para Indutância	59
Tabela 8 – Campo Medido à Distância dos Pólos - Gaussímetro	60
Tabela 9 – Campo Medido à Distância dos Pólos – Sensor de Efeito Hall	62
Tabela 10 – Campo Medido e Calculado por MEF com Produto BH Reduzido	63
Tabela 11 – Fluxo Calculado em Área sob um Pólo	64
Tabela 12 – Densidade de Fluxo sobre Bobina da Armadura - Gaussímetro	66
Tabela 13 – Densidade de Fluxo sobre Bobina da Armadura – Sensor de Efeito Hall	68
Tabela 14 – Comparação entre Valores Obtidos para Força Normal Máxima	77
Tabela 15 – Efeito das Implementações sobre os Harmônicos	86
Gráfico 1 – Estimativa da Força de Tração	52
Gráfico 2 – Força de Tração para Diferentes Seções de Alimentação	53
Gráfico 3 – Força de Tração para $I = 2,0$ A	73
Gráfico 4 – Força de Tração para $I = 3,0$ A	73
Gráfico 5 – Força de Tração para $I = 4,0$ A	74
Gráfico 6 – Força de Tração para $I = 5,1$ A	74
Gráfico 7 – Força de Tração para $I = 6,0$ A	75
Gráfico 8 – Força de Tração para $I = 7,0$ A	75
Gráfico 9 – Força de Tração e Força Normal para $I = 10$ A, 5 A e 2,5 A	77

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$ :	Número de Condutores em Paralelo
$\vec{A}$ :	Vetor Potencial Magnético
$A_e$ :	Área do Circuito Elétrico
$A_m$ :	Área do Circuito Magnético
$\overline{Az}_{cond}$ :	Vetor Potencial Médio em um Condutor
$\overline{Az}_{elem}$ :	Vetor Potencial Médio em um Elemento
$\overline{B}$ :	Carregamento Magnético
$\vec{B}$ :	Densidade de Fluxo Magnético
$B_{med}$ :	Densidade Média de Fluxo Magnético no Entreferro
$Bg_{max}$ :	Densidade Máxima de Fluxo Magnético no Entreferro
$Br$ :	Magnetismo Residual de um Ímã Permanente
$c_1$ :	Passo da Bobina
$C$ :	Coefficiente de Saída
$d_{fio}$ :	Diâmetro do Fio do Enrolamento de Armadura
$D$ :	Diâmetro da Máquina
$E_f$ :	Força Contra-Eletromotriz Induzida por Fase
$f$ :	Frequência de Operação em Hz
$F$ :	Força Magnetomotriz
$F_{dx}$ :	Força de Tração
$g$ :	Entreferro
$G$ :	Fator de Qualidade
$\vec{H}$ :	Campo Magnético
$H_c$ :	Coercitividade de um Ímã Permanente
$i$ :	Corrente em uma Espira.
$I$ :	Corrente Elétrica
$I_a$ :	Corrente por Fase
$I_{ad}$ :	Componente no Eixo Direto da Corrente $I_a$
$I_{aq}$ :	Componente em Quadratura da Corrente $I_a$
$\overline{J}$ :	Carregamento Elétrico
$\vec{J}$ :	Densidade de Corrente
$k_{st}$ :	Fator de Enchimento

$k_{sv}$ :	Fator de Redução de Harmônicos Espaciais em Função de Inclinação dos Ímãs
$k_{wl}$ :	Fator de Enrolamento
$l_{ativo}$ :	Comprimento Ativo da Bobina
$l_e$ :	Comprimento do Circuito Elétrico
$l_{esp}$ :	Comprimento dos Condutores de uma Espira
$l_m$ :	Comprimento do Circuito Magnético, Comprimento Médio da Bobina
$l_{le}$ :	Comprimento Médio da Conexão Terminal em um Lado da Cabeça de Bobina
$L$ :	Comprimento da Máquina, Indutância
$L_{ab}$ :	Indutância Mútua entre Fases A e B
$L_{al}$ :	Indutância de Dispersão em uma Fase do Estator
$L_{aa2}$ :	Componente da Indutância de Magnetização em Função da Posição do Rotor
$L_e$ :	Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina
$L_m$ :	Indutância de Magnetização
$L_s$ :	Indutância Síncrona
$m_l$ :	Número de Fases
$\vec{M}$ :	Vetor de Magnetização
$\vec{M}_t$ :	Componente Tangencial de $\vec{M}$
$n$ :	Velocidade de Operação, m/s
$n_{rpm}$ :	Velocidade de um Motor Rotativo, rpm
$N$ :	Número de Condutores
$NEL$ :	Número de Elementos em um Condutor
$N_{esp}$ :	Número de Espiras em uma Bobina
$N_l$ :	Número de Espiras em Série por Fase
$p$ :	Número de Pólos na Armadura (Trilho)
$p_v$ :	Densidade Volumétrica de Força
$p_{car}$ :	Número de Pólos no Carro
$P_{elm}$ :	Potência Mecânica Convertida
$P_{in}$ :	Potência Elétrica Entregue ao Motor
$P_{lw}$ :	Perdas Elétricas na Armadura
$q_l$ :	Número de Ranhuras/Pólo/Fase
$R_{ca}$ :	Resistência do Condutor em Corrente Alternada
$R_{cc}$ :	Resistência do Condutor em Corrente Contínua
$R_l$ :	Resistência por Fase

$s_p$ :	Passo da Ranhura
$s_h$ :	Profundidade da Ranhura
$s_w$ :	Largura da Ranhura
$s_l$ :	Área da Seção Reta de um Condutor
$S$ :	Potência Aparente, Número de Ranhuras
$S_{cond}$ :	Área de um Condutor
$S_{elem}$ :	Área de um Elemento
$S_2$ :	Área da Seção Reta da Bobina
$t$ :	Tempo
$t_w$ :	Largura do Dente
$T$ :	Tensor de Maxwell
$v$ :	Potencial Escalar Elétrico Integrado no Tempo
$v_s$ :	Velocidade Síncrona
$V$ :	Potencial Escalar Elétrico, Volume
$V_l$ :	Tensão de Alimentação por Fase
$w$ :	Densidade de Energia Magnética
$w_c$ :	Densidade de Co-Energia Magnética
$W$ :	Energia Magnética Acumulada em um Indutor
$X_s$ :	Reatância Síncrona
$X_{le}$ :	Reatância de Dispersão de Cabeça de Bobina
$y_i$ :	Espessura da Culatra
$z_l$ :	Número de Ranhuras na Armadura
$\delta$ :	Ângulo de Carga, Profundidade de Penetração de Corrente Alternada
$\varepsilon$ :	Ordem do Harmônico Espacial da Densidade de Fluxo produzida no Campo
$\phi$ :	Fluxo Magnético
$\phi_g$ :	Fluxo por Pólo no Entreferro
$\lambda$ :	Enlace de Fluxo
$\lambda_{le}$ :	Coefficiente de Permeância Referente à Dispersão de Cabeça de Bobina
$\mu$ :	Permeabilidade Magnética
$\nu$ :	Ordem do Harmônico Espacial da Força Magnetomotriz produzida na Armadura
$\sigma$ :	Condutividade Elétrica, Ângulo de Inclinação dos Ímãs Permanentes
$\tau$ :	Passo Polar
$\omega$ :	Frequência de Operação em rad/s

# CAPÍTULO 1

## PROJETO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS E MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

### 1.1 - INTRODUÇÃO

Em termos gerais, o projeto de qualquer dispositivo leva em conta três aspectos principais: o objetivo a ser atingido, as restrições a serem respeitadas e as possibilidades de escolha das variáveis de projeto. No caso de motores elétricos, podemos descrever estes aspectos nos termos apresentados a seguir.

Objetivo: produção de torque (força de tração, no caso de motores lineares) a uma dada faixa de velocidades, em um regime de trabalho que pode ser contínuo, periódico, intermitente ou variável. No objetivo incluem-se exigências relacionadas ao tipo de aplicação na qual o motor será empregado, como por exemplo:

- velocidade máxima;
- condições de partida e frenagem;
- possibilidade de operação direta e reversa;
- tipo de controle necessário (de torque, velocidade ou posição);
- relação torque / inércia;
- taxa de aceleração e desaceleração.

As restrições podem ter natureza tecnológica, como:

- temperatura de operação;
- isolamento dos enrolamentos;
- corrente máxima nos enrolamentos;
- densidade máxima de campo magnético no entreferro;
- preenchimento das ranhuras;

ou serem relativas a critérios econômicos, ambientais ou legais, como:

- fator de potência mínimo;
- rendimento mínimo;
- níveis de ruído;
- níveis de vibração;
- compatibilidade eletromagnética;



- proteção contra falhas.

Quanto à escolha das variáveis de projeto, podemos citar:

- geometria do motor;
- tipo de enrolamento;
- número de fases;
- tipo de conexão elétrica;
- material usado no núcleo;
- laminações;
- possibilidade do uso de ímãs permanentes;
- dimensões físicas, etc.

Em qualquer caso, o projeto é um processo iterativo em que a partir de escolhas iniciais, uma dada configuração é analisada, o desempenho é estimado, os resultados são comparados com os objetivos e restrições, sendo o processo repetido até que se consigam resultados satisfatórios.

## 1.2 - ABORDAGEM CLÁSSICA DO PROJETO DE MÁQUINAS

A técnica de projeto de máquinas elétricas é antiga e já estava bem consolidada quando as primeiras aplicações dos métodos numéricos nesta área surgiram na década de 1970. KUHLMANN [1], cuja primeira edição data de 1930, apresenta procedimentos sistematizados para o projeto de motores, geradores e transformadores. Particularmente para o caso de motores síncronos, o procedimento de projeto lá descrito parte de especificações iniciais tais como:

- potência,
- tensão de operação,
- número de fases,
- frequência de operação,
- velocidade síncrona,
- temperatura de operação,
- rendimento,
- fator de Potência,

e segue os passos:

- determinação das dimensões principais;
- determinação dos carregamentos magnético e elétrico;
- projeto da sapata polar e da forma de onda do fluxo no entreferro;
- cálculo do circuito magnético;
- projeto do enrolamento de armadura;
- cálculo da reação de armadura, reatâncias de dispersão e síncrona;
- cálculo das perdas, eficiência e aquecimento.

Nos procedimentos descritos acima, a máquina completa, bem como várias de suas partes componentes, são projetadas fazendo-se uso de “fatores de projeto” que incorporam de maneira mais ou menos implícita o conhecimento acumulado a respeito da modelagem de máquinas elétricas.

Alguns fatores de projeto referem-se à máquina como um todo, como por exemplo o coeficiente de saída e os coeficientes de carregamento elétrico e de carregamento magnético. A faixa dos valores típicos ou aceitáveis destes coeficientes estabelece os limites dentro dos quais a máquina a ser projetada é viável do ponto de vista técnico e/ou econômico.

O **coeficiente de saída**, por exemplo, relaciona as dimensões físicas da máquina com sua velocidade e potência de operação. Definindo-se na forma da equação (1.1),

$$C = \frac{S}{D^2 \cdot L \cdot n} \quad (1.1)$$

onde

*D*: Diâmetro da Máquina

*L*: Comprimento da Máquina

*n*: Velocidade de Operação

*S*: Potência Aparente,

e *C* tem dimensões  $\frac{kVA}{m^3 \cdot rpm}$ .

Neste caso, valores altos de *C* indicam uma máquina de construção mais barata, por usar menos material, e sujeita a temperaturas de operação mais elevadas. Uma definição

mais direta do coeficiente de saída relaciona, no caso de motores, potência mecânica obtida e quantidade de material utilizado, resultando em uma relação kW/kg.

O **carregamento magnético**  $\bar{B}$  pode ser definido como a relação entre fluxo total no entreferro e área do entreferro (equação 1.2) ou, de modo equivalente, como a densidade de fluxo média em um pólo.

$$\bar{B} = \frac{\phi_t}{\pi \cdot D \cdot L} \quad . \quad (1.2)$$

O fluxo total no entreferro ( $\phi_t$ ) é uma grandeza hipotética, definida em termos do fluxo por pólo ( $\phi$ ) multiplicado pelo número de pólos.

A unidade de  $\bar{B}$  é a própria unidade de densidade de fluxo (T). A importância de um valor razoável de carregamento magnético reside no fato de que uma densidade de campo elevada levará a alta saturação nos dentes da armadura, enquanto que valores baixos para  $\bar{B}$  significam a existência de um circuito magnético superdimensionado, implicando o uso ineficiente de material ferromagnético.

O **carregamento elétrico**  $\bar{J}$  é definido pela relação entre o produto corrente - número de condutores pelo perímetro da armadura (equação 1.3), com unidades na forma usual de Ampère-Conductor / metro.

$$\bar{J} = \frac{I \cdot N}{(\pi \cdot D)} \quad . \quad (1.3)$$

Caso o número de condutores seja dividido por dois, a equação passa

$$\bar{J} = \frac{I \cdot N}{(\pi \cdot D)/2} \quad , \quad (1.4)$$

com unidades na forma de AE/m (ampère-espira por metro),

Valores elevados de  $\bar{J}$  significam maiores reatâncias de dispersão, maior efeito de reação de armadura, maiores perdas por efeito Joule e aquecimento, determinando sob este último aspecto, o tipo de ventilação a ser usado na máquina. Valores baixos de  $\bar{J}$  implicam o uso ineficiente de material condutor.

Observe-se, quanto aos fatores de carregamento, que  $\bar{J}$  relaciona-se com a capacidade do material condutor de permitir a passagem de corrente elétrica e dissipar calor e  $\bar{B}$  relaciona-se com a capacidade do material ferromagnético de permitir a passagem de fluxo e não saturar, ou saturar pouco.

Outros fatores aplicam-se a partes específicas da máquina, como peças polares, enrolamentos e ranhuras, e representam o efeito de fenômenos eletromagnéticos

presentes nas máquinas elétricas, sendo usados por exemplo na modelagem através de circuitos equivalentes. Podemos citar os fatores referentes à forma de distribuição do fluxo no entreferro, à saturação do circuito magnético, às reatâncias de dispersão, ao efeito pelicular, à presença de ranhuras no entreferro (fator de Carter), etc.

### 1.3 - PROJETO DE MÁQUINAS NÃO-CONVENCIONAIS

Grande parte da experiência acumulada no projeto de máquinas descrita no item anterior refere-se a máquinas tradicionais, como motores síncronos e motores de indução, do tipo rotativo. A difusão mais recente de máquinas não-convencionais ou destinadas a aplicações específicas, como motores com ímãs permanentes, motores com fluxo transversal, motores de relutância variável, motores miniaturizados e motores lineares, para citar alguns casos, exige eventualmente procedimentos de projeto com características próprias.

Especificamente no caso de motores lineares, fatores como relação potência/peso, eficiência e fator de potência, que servem como parâmetros para avaliar a qualidade de motores convencionais, são intrinsecamente baixos, em decorrência de sua topologia peculiar. Com o propósito de auxiliar o projeto e permitir comparações entre diferentes opções de projeto, foi introduzido nos estudos de motores lineares o conceito de “**fator de qualidade**” (*goodness factor*) de um motor [2],[3]. O fator  $G$  pode ser definido de diversas formas alternativas, dentre as quais a seguinte:

$$G = (\omega\mu\sigma) \cdot \left( \frac{A_e \cdot A_m}{l_e \cdot l_m} \right) \quad (1.5)$$

onde:

$\omega$ : frequência de operação

$\mu$ : permeabilidade do material ferromagnético

$\sigma$ : condutividade do material dos enrolamentos

$A_e$ : área do circuito elétrico

$A_m$ : área do circuito magnético

$l_e$ : comprimento do circuito elétrico

$l_m$ : comprimento do circuito magnético

O primeiro termo entre parênteses se refere às propriedades do material empregado e o segundo termo se refere às dimensões da máquina.

O fator de qualidade é apropriado para efetuar comparações entre projetos alternativos e sugere alguns parâmetros para o dimensionamento inicial de uma máquina linear. Quanto maior o fator, melhor será a qualidade da máquina. A partir de sua definição inicial, o fator de qualidade pode ser aplicado a qualquer conversor eletromecânico [3] e expressa, em linhas gerais, a capacidade de um conversor transformar energia elétrica em mecânica e vice-versa. Em uma formulação alternativa, o fator de qualidade pode ser expresso como a relação entre indutância ( $L$ ) e resistência elétrica ( $R$ ) de um circuito no qual existe acoplamento elétrico-magnético. Esta formulação é apresentada na equação 1.6, na qual o parâmetro  $\omega$  é utilizado para assegurar que o fator seja adimensional.

$$G = \frac{\omega \cdot L}{R} \quad (1.6)$$

Tradicionalmente o conceito tem sido empregado e desenvolvido no contexto do estudo de motores lineares de indução [4],[5],[6]. A extensão do conceito para outros tipos de máquinas elétricas é rara [7],[8],[9] e não foi constatada na literatura sua aplicação no contexto de máquinas síncronas convencionais ou lineares, em decorrência das dificuldades de adequação da definição original (equação 1.5) a este tipo de motor.

#### 1.4 - UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO PROJETO

A aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) no projeto de máquinas elétricas até o presente momento seguiu duas tendências principais. A primeira é a representação detalhada de partes da máquina, com o objetivo de aperfeiçoar os parâmetros de um modelo de circuito equivalente usado no projeto. Neste caso, podemos citar como exemplo a modelagem em elementos finitos dos condutores acomodados em uma ranhura, onde os efeitos da reatância de dispersão de ranhura e da distribuição de correntes induzidas nos condutores podem ser calculados e introduzidos no modelo de circuito equivalente.

A popularidade desta abordagem veio do fato de que como apenas uma pequena parte da máquina está sendo modelada, as exigências computacionais e o tempo de processamento são reduzidos, mesmo para modelos com malhas mais finas. Este

aspecto era particularmente relevante nos primeiros anos de desenvolvimento, quando as restrições em matéria de recursos computacionais forçavam a utilização de modelos bidimensionais. A evolução das facilidades computacionais permitiu a expansão desta abordagem para a modelagem tridimensional de partes da máquina nas quais a modelagem 2D era insuficiente para reproduzir os dispositivos físicos, como no caso de cabeças de bobina, dutos radiais de ventilação e conexões barras-anel no caso de motores de indução [10].

Paralelamente a esta abordagem, outra tendência no projeto com auxílio do MEF foi a representação integral da máquina, com o objetivo de calcular parâmetros de desempenho como perdas, rendimento e torque. A representação da máquina completa poderia ser inviável especialmente no caso de uma máquina com grande número de pólos, tendo em vista as exigências de recursos computacionais e o tempo de processamento necessário para resolver um problema desta natureza. Tirando proveito das condições de simetria existentes nas máquinas, onde a geometria do rotor e a geometria do estator se repetem a cada determinado número de pólos, é possível representar um número limitado de pólos (usualmente apenas 1 ou 2) e definir as condições de contorno do modelo com um tipo especial de fronteira denominada periódica.

Em termos do tipo de análise que pode ser utilizada, têm-se as análises estática, harmônica e variante no tempo. Na análise estática considera-se que as variáveis de entrada do problema, como a densidade de corrente aplicada a uma região, bem como as variáveis de saída, como vetor potencial e campo magnético, não variam no tempo. Na análise harmônica, admite-se a variação senoidal das grandezas envolvidas, permitindo a representação de problemas em regime permanente, como por exemplo, uma máquina operando com velocidade constante ou na condição de rotor bloqueado. A análise variante no tempo considera o comportamento transitório, por exemplo, na alimentação da máquina por fontes de tensão ou corrente não senoidais ou nos chamados modelos de malha móvel, onde o efeito do movimento relativo entre estator e rotor pode ser representado.

Independentemente da abordagem usada, a utilidade do MEF no projeto é destacada nos casos em que geometrias complexas dificultam soluções analíticas, em que as propriedades dos materiais empregados precisam ser bem caracterizadas, como no caso das curvas de saturação dos materiais ferromagnéticos e curvas de desmagnetização dos ímãs permanentes, e nos casos em que os efeitos parasitas são muito significativos.

Além disso, o número de protótipos a serem construídos pode ser reduzido, e as possibilidades de otimização do projeto são ampliadas. O desenvolvimento de máquinas especializadas, mais afastadas dos modelos bem conhecidos também é particularmente beneficiado pelo projeto associado ao MEF.

As tendências mais recentes nos projetos com auxílio do MEF são as análises acopladas, em que outros fenômenos físicos além dos puramente eletromagnéticos são considerados. Assim, a análise eletromagnética-térmica considera os efeitos da distribuição de temperaturas na máquina, propagação e dissipação do calor; a análise eletromagnética-estrutural considera os esforços mecânicos; a análise elétrica-eletromagnética considera os efeitos eletrostáticos, e a análise eletromagnética-circuitual considera o acoplamento da máquina com circuitos de alimentação - fontes de corrente ou fontes de tensão - e outros componentes, como indutores e resistores. As análises conjuntas não estão limitadas a dois tipos somente, existindo a disponibilidade, em programas comerciais de elementos finitos, do acoplamento de vários tipos, como a análise elétrica-eletromagnética-térmica, por exemplo, [11].

Não obstante as facilidades disponíveis atualmente, vários aspectos da modelagem pelo MEF deverão evoluir nos próximos anos, como a caracterização de materiais anisotrópicos, do efeito da histerese na magnetização por corrente alternada, dos efeitos de movimento relativo em 3D, da representação de bobinas, etc.

## 1.5 - HISTÓRICO DO TEMA PROPOSTO

A pesquisa sobre o sistema trilho-veículo com tração linear e levitação supercondutora teve início com o desenvolvimento para máquinas elétricas rotativas, de mancais radiais eletromagnéticos ativos e mancais axiais supercondutores. A viabilidade do uso da supercondutividade na construção de mancais decorreu do desenvolvimento, na última década, de materiais cerâmicos supercondutores de alta temperatura crítica (92 graus Kelvin), como o composto  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  (YBCO). A possibilidade de se alcançar esta temperatura com o uso de Nitrogênio líquido, cuja obtenção e manipulação é relativamente simples quando comparada com outros processos de criogenia, é o que viabiliza tecnologicamente este tipo de mancal [12]. O princípio físico que possibilita o funcionamento deste mancal é a resposta diamagnética do supercondutor que causa uma força de repulsão entre o supercondutor e os ímãs

permanentes. Em um supercondutor do tipo I, o efeito de exclusão do campo magnético, chamado de *Efeito Meissner*, é total. No caso de um supercondutor do tipo II, como o composto YBCO, o efeito de exclusão do campo é parcial, resultando no aprisionamento de fluxo em estruturas denominadas vórtices. Este fenômeno diminui a força de levitação mas conduz à estabilidade da levitação, associada ao surgimento de forças verticais e horizontais que conferem rigidez ao mancal [13]. Uma possível configuração do mancal em que as pastilhas supercondutoras estão localizadas no veículo e os ímãs permanentes situados no trilho é mostrada na Fig. 1.1

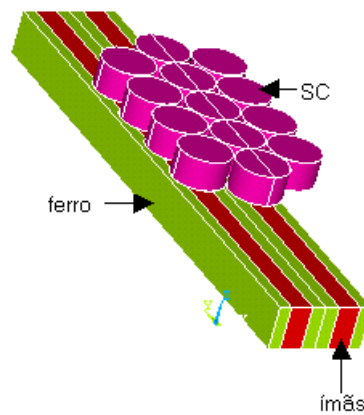


Fig. 1.1 - Configuração do Trilho de Levitação

Paralelamente ao desenvolvimento das pesquisas sobre mancais, iniciou-se a pesquisa sobre motores lineares [14] com finalidade de uso em sistemas de transporte, tal como atualmente existe em sistemas como o Transrapid (Alemanha), HSST (Japão) e está sendo desenvolvido no projeto Swissmetro (Suíça). O uso de tração linear quando também é usado algum tipo de mecanismo de levitação - eletromagnética, eletrodinâmica ou supercondutora [15] - é necessário porque não haveria como transmitir força de tração sem contato mecânico roda-trilho. Optou-se pelo uso de motor síncrono ao invés de motor de indução pela possibilidade de se operar com entreferro maior e pela maior facilidade de controle [16].

Com o objetivo de estudar a viabilidade do uso combinado de tração linear e levitação magnética usando blocos supercondutores, foi construído um protótipo com estator curto – enrolamento de armadura – no veículo e campo formado por ímãs permanentes de Ferrita distribuídos ao longo de 7 metros de trilho reto [17],[18].



Quanto à tração, o protótipo funcionou satisfatoriamente; entretanto a necessidade de contatos deslizantes para alimentar o enrolamento situado a bordo do veículo poderia ser um inconveniente no caso de maiores velocidades. No que concerne aos mancais de levitação, constatou-se que o campo produzido pelos ímãs de Ferrita é insuficiente para gerar uma força de repulsão grande o bastante para levantar o veículo.

Assim, a próxima etapa do desenvolvimento foi o projeto de um motor com estator longo, isto é, enrolamento da armadura distribuído pelo trilho, com o campo formado por ímãs permanentes localizados no veículo (Fig. 1.2). Nesta nova configuração, os ímãs de Ferrita no conjunto de levitação foram substituídos por ímãs mais potentes, de Neodímio-Ferro-Boro (Nd-Fe-B). Uma vez que os mancais de levitação também estarão sob avaliação neste novo protótipo, optou-se por usar uma armadura com núcleo de ar, com o propósito de reduzir a força de atração que apareceria entre os ímãs no carro e o núcleo de material ferromagnético no trilho. Esta configuração de armadura resulta em uma densidade de fluxo menor, e, para compensar esta redução, adotou-se o uso de ímãs de Nd-Fe-B nos pólos do campo, a bordo de veículo. Uma configuração alternativa seria o motor vertical (Fig. 1.3), que resolveria o problema de evitar a atração entre trilho e veículo sem a necessidade de núcleo de ar.

Para testar o desempenho dos sistemas de tração e levitação com velocidades mais elevadas este segundo protótipo circula em um trilho que forma um circuito fechado com 2 trechos retos de 6 metros e 2 trechos em curva totalizando 30 metros de percurso (Fig. 1.4). A armadura do motor linear ocupa os dois trechos em linha reta, onde o veículo é acelerado de modo a vencer por inércia os trechos em curva. A existência de curvas relativamente fechadas no traçado do trilho adotado neste protótipo fez com que se descartasse, por enquanto, devido à construção mais difícil, a configuração de motor vertical.

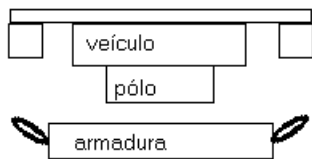


Fig.1.2 - Motor Plano, Vista Frontal

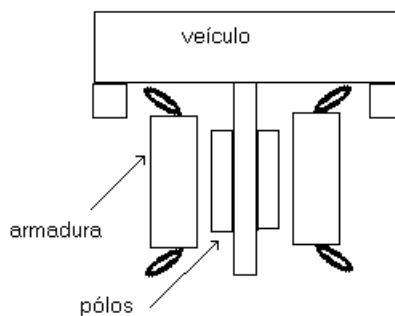


Fig. 1.3 - Motor Vertical, Vista Frontal

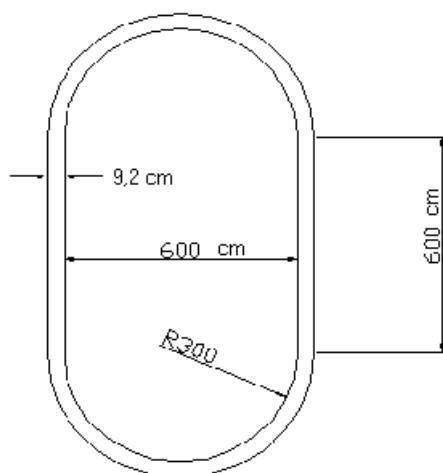


Fig. 1.4 - Trilho em Percurso Fechado

Como um primeiro passo neste projeto, foi construído um trecho de 1 metro de trilho, e um carro com 4 pólos de ímãs de Nd-Fe-B. Não estando disponível ainda o conjunto de levitação supercondutora, neste trecho o veículo foi suportado por rodas. Testes preliminares foram realizados neste conjunto com o propósito de avaliar a força de tração e as possibilidades de estimá-la através do MEF. Os resultados foram satisfatórios [19], mas sugeriam a necessidade de se implementar testes com aparato de medição de maior precisão e confiabilidade. Estes testes foram realizados no protótipo, incluindo o uso do mancal supercondutor, e são apresentados no Capítulo III.

## 1.6 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A utilização do MEF no projeto de máquinas elétricas teve início com a estimativa numérica de parâmetros da máquina que são posteriormente usados em modelos matemáticos analíticos. WEH et al. [20] em 1984 e BOLDEA et al. [21] em 1986 introduzem o fluxo no entreferro calculado pelo MEF 2-D em modelos analíticos usados no projeto de motores lineares síncronos com ímãs permanentes. PAVLIK et al. [22] (1988), e RAHMAN et al. [23] (1991) apresentam o cálculo de parâmetros de circuitos equivalente (reatâncias), partindo respectivamente da energia magnética acumulada e do fluxo magnético. Diversos trabalhos posteriores seguem estas linhas aplicando-se a motores de indução [24],[25],[26], motores síncronos com ímãs permanentes [27],[28],[29] e geradores [30],[31].

O progressivo aumento das facilidades computacionais ensejou o mapeamento tridimensional do campo magnético [32], usado tipicamente na região terminal das máquinas [33],[34] [35], onde a geometria exige a caracterização 3D do modelo. Outra tendência da utilização do MEF no projeto e análise de máquinas elétricas é o cálculo de correntes induzidas e perdas [36],[37].

A integração entre as técnicas tradicionais de projeto e o Método de Elementos Finitos é discutida por PRESTON et al. [38],[39], BELMANS et al. [40], SMITH [41] e HAMEYER [11]. De um modo geral as discussões ressaltam a adequação do MEF no estudo de casos em que ocorrem geometrias complexas, correntes induzidas, saturação magnética, grandezas não-senoidais, regiões não-homogêneas, acoplamento com circuitos externos e efeitos de proximidade.

Na medida em que as técnicas envolvendo a modelagem por elementos finitos ganham confiabilidade e existe a disponibilidade de recursos computacionais, surgem trabalhos que usam o MEF para estimar o desempenho de máquinas elétricas, em termos de torque no caso de máquinas rotativas ou força no caso de máquinas lineares [42],[43],[44],[45],[46].

A otimização do projeto usando MEF com objetivo de reduzir a oscilação de torque ou de força é tema de diversos trabalhos recentes que serão apresentados oportunamente no Capítulo 4.

## 1.7 -ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é a modelagem e análise de um motor síncrono de ímãs permanentes através do MEF e sua implementação como sistema de tração de um protótipo de veículo com levitação supercondutora. O uso do MEF no projeto de máquinas elétricas, particularmente no caso de máquinas não convencionais, é investigado e as principais possibilidades de sua utilização como uma técnica de projeto são destacadas. Apresenta-se o desenvolvimento do projeto do motor síncrono linear a ser utilizado no protótipo do veículo de levitação supercondutora descrito anteriormente. Devido à natureza não-convencional desta máquina, particularmente da configuração do circuito magnético, o recurso ao Método de Elementos Finitos é freqüente, usando-se um programa comercial [47]. O Capítulo 2 (seção 2.1) descreve o projeto do motor a partir de um modelo de circuito equivalente [48]. O MEF é utilizado na estimativa das indutâncias, inicialmente em uma abordagem bidimensional (seção 2.2), e mais adiante em uma abordagem tridimensional, na seção 2.3. Também é utilizado, na seção 2.4, no cálculo do fluxo magnético no “entreferro” entre a armadura e o veículo, lembrando que no caso, como a armadura tem núcleo de ar, o termo *entreferro* é usado apenas por simplicidade de notação. A seção 2.5 mostra a estimativa da força de tração e da força normal, a partir do MEF. No início de cada seção é apresentada uma breve revisão sobre a aplicação do MEF naquele assunto. A seção 2.6 apresenta o projeto preliminar do motor, seguindo o modelo apresentado em 2.1 e incorporando os dados obtidos nas seções subseqüentes.

O Capítulo 3 descreve testes comparativos entre os valores calculados através do MEF e os valores medidos experimentalmente para indutâncias, densidade de campo, fluxo e forças, com a finalidade de verificar a validade das análises feitas através do MEF. Tendo sido observado um comportamento oscilatório da força de tração desenvolvida pelo veículo, este fenômeno foi analisado e soluções foram propostas conforme descrição no Capítulo 4. Finalmente, o Capítulo 5 descreve as conclusões da tese.

## CAPÍTULO 2

### PROJETO DE MOTOR LINEAR SÍNCRONO

#### 2.1 – EQUAÇÕES DE PROJETO

Conforme descrito em [48], valendo-se do modelo de circuito equivalente utilizado no estudo de máquinas síncronas convencionais, são obtidas as equações que descrevem o desempenho e as características do motor linear síncrono com ímãs permanentes, mostradas a seguir.

##### 2.1.1 - Nomenclatura dos Parâmetros Utilizados nas Equações deste Capítulo

Os parâmetros que aparecem nas equações são os seguintes:

- $\tau$ : passo polar
- $v_s = 2.f. \tau$ : velocidade síncrona
- $p_{car}$ : número de pólos no carro
- $m_l$ : número de fases
- $p$ : número de pólos na armadura (trilho)
- $l_{esp}$ : comprimento dos condutores de uma espira
- $l_{ativo}$ : comprimento ativo da bobina
- $l_{le}$ : comprimento médio da conexão terminal em um dos lados (cabeça de bobina)
- $k_{wl}$ : fator de enrolamento
- $z_l$ : número de ranhuras na armadura
- $q_l$ : número de ranhuras/polo/fase
- $t_w$ : largura do dente
- $s_w$ : largura da ranhura
- $\sigma$ : condutividade do material do enrolamento de armadura
- $f$ : frequência de operação
- $d_{fio}$ : diâmetro do fio do enrolamento de armadura
- $a$ : número de condutores em paralelo
- $N_{esp}$ : número de espiras em uma bobina
- $s_h$ : profundidade da ranhura
- $N_l$ : número de espiras em série por fase

- $s_w \times s_h$  : área da ranhura
- $s_l$ : área da seção reta de um condutor
- $k_{sl}$  : relação área dos condutores / área da ranhura (fator de enchimento)
- $L_s$ : indutância síncrona
- $V_l$ : tensão de alimentação por fase
- $I_a$ : corrente por fase
- $R_l$ : resistência por fase
- $\delta$ : ângulo de carga
- $\cos\varphi$ : fator de potência
- $E_f$ : força contra-eletromotriz induzida por fase
- $\phi_g$ : fluxo por pólo no entreferro
- $B_{g_{max}}$ : densidade máxima de fluxo magnético no entreferro

### 2.1.2 - Força de Tração

A força de tração do motor ( $F_{dx}$ ) pode ser calculada a partir da relação entre potência mecânica ( $P_{elm}$ ) e a velocidade síncrona, conforme a equação (2.1)

$$F_{dx} = \frac{P_{elm}}{v_s} \quad ; \quad (2.1)$$

por sua vez a potência mecânica  $P_{elm}$  é obtida deduzindo-se da potência elétrica entregue ao motor ( $P_{in}$ ) as perdas elétricas nos enrolamentos da armadura ( $P_{lw}$ ). No caso do presente protótipo, estas perdas são as mais significativas uma vez que o enrolamento da armadura não tem núcleo de material ferromagnético; o atrito com o trilho será nulo devido ao uso de levitação; as velocidades baixas de operação minimizam o atrito com o ar, e o circuito de campo é formado por ímãs permanentes ao invés de enrolamentos de corrente contínua. Assim,

$$P_{elm} = P_{in} - P_{lw} \quad , \quad (2.2)$$

onde

$$P_{in} = m_1 \cdot V_l \cdot I_a \cdot \cos\varphi \quad , \quad (2.3)$$

e

$$P_{lw} = m_1 \cdot R_l \cdot I_a^2 \quad . \quad (2.4)$$

Para o modelo de uma máquina síncrona de pólos salientes descrito, nos termos da Transformação de Park, pelos componentes nos eixos direto e de quadratura ( $d$  e  $q$ ),

tem-se as seguintes expressões para a corrente de armadura  $I_a$  e suas componentes  $I_{ad}$  e  $I_{aq}$ :

$$I_{ad} = \frac{V_1 \cdot (X_{sq} \cdot \cos \delta - R_1 \cdot \sin \delta) - E_f \cdot X_{sq}}{X_{sd} \cdot X_{sq} + R_1^2}, \quad (2.5)$$

$$I_{aq} = \frac{V_1 \cdot (R_1 \cdot \cos \delta + X_{sd} \cdot \sin \delta) - E_f \cdot R_1}{X_{sd} \cdot X_{sq} + R_1^2}, \quad (2.6)$$

e

$$I_a = \sqrt{I_{ad}^2 + I_{aq}^2}. \quad (2.7)$$

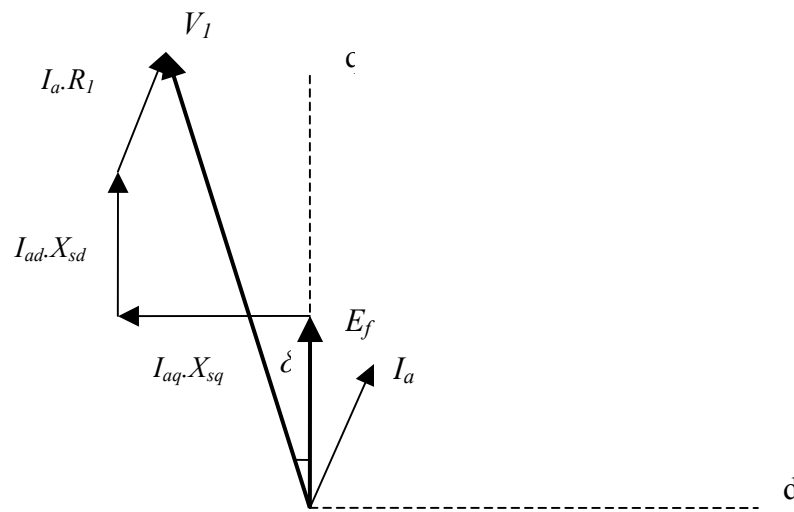


Fig. 2.1 - Diagrama Fasorial do Motor Síncrono

Para o fator de potência  $\cos \varphi$ ,

$$\cos \varphi = \frac{I_{aq} \cdot \cos \delta - I_{ad} \cdot \sin \delta}{I_a}. \quad (2.8)$$

Substituindo as expressões (2.3) a (2.8) em (2.2), a expressão de  $P_{elm}$  torna-se

$$P_{elm} = m_1 \cdot [I_{aq} \cdot E_f + I_{ad} \cdot I_{aq} (X_{sd} - X_{sq})]. \quad (2.9)$$

Considerando uma configuração de pólos com ímãs permanentes na superfície do carro e desprezando a saturação no circuito magnético de campo (Apêndice II), temos que

$$X_{sd} \cong X_{sq} = X_s, \quad (2.10)$$

e as equações (2.5), (2.6) e (2.9) podem ser reescritas como

$$I_{ad} = \frac{V_1 \cdot (X_s \cdot \cos \delta - R_1 \cdot \sin \delta) - E_f \cdot X_s}{X_s^2 + R_1^2}, \quad (2.11)$$

$$I_{aq} = \frac{V_1 \cdot (R_1 \cdot \cos \delta + X_s \cdot \sin \delta) - E_f \cdot R_1}{X_s^2 + R_1^2}, \quad (2.12)$$

e

$$P_{elm} = m_1 \cdot I_{aq} \cdot E_f \quad . \quad (2.13)$$

### 2.1.3- Força contra-eletromotriz $E_f$

A força contra-eletromotriz induzida por fase que aparece em um motor síncrono deriva do movimento relativo entre os condutores e o campo e depende essencialmente da velocidade de translação (no caso do motor linear), do fluxo no entreferro e do número de espiras em série na fase.

$$E_f = \pi \cdot \sqrt{2} \cdot f \cdot N_{esp} \cdot k_{wl} \cdot \phi_g \cdot \left( \frac{P_{car}}{2} \right) \quad (2.14)$$

No caso do motor linear com estator longo, o número de espiras em série enlaçadas pelo fluxo  $\phi_g$  não é o número total de espiras em série na fase, daí o termo  $\left( \frac{P_{car}}{2} \right)$  na equação (2.14) usado para limitar o número de espiras àquelas efetivamente cobertas pelos pólos do campo no veículo, considerando a distribuição de 1 ranhura / pólo / fase, como será visto na seção 2.6.

O fluxo por pólo  $\phi_g$ , no seu valor médio, pode ser determinado a partir da equação (2.15), se conhecido o valor máximo de  $Bg$  e supondo uma distribuição senoidal de  $B$  no entreferro. No caso de se usar o método de elementos finitos, o valor do fluxo pode ser obtido diretamente dos potenciais vetores calculados, como será discutido mais adiante.

$$\Phi_g = \left( \frac{2}{\pi} \right) \cdot Bg_{max} \cdot \tau \cdot I_{ativo} \quad . \quad (2.15)$$

### 2.1.4- Rendimento para um $\delta$ arbitrado

Da definição de rendimento como a relação entre potência de saída ( $P_{out}$ ) e potência de entrada ( $P_{in}$ ),

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad , \quad (2.16)$$



e considerando que a potência de saída será a própria potência mecânica  $P_{elm}$ , pelas razões expostas em 2.1.2, a equação do rendimento será

$$\eta = \frac{P_{elm}}{P_{in}} \quad , \quad (2.17)$$

onde  $P_{elm}$  e  $P_{in}$  são definidas pelas equações (2.9) e (2.3), respectivamente.

#### 2.1.5 - Resistência de armadura $R_l$

A resistência de armadura pode ser calculada pela equação (2.18), mostrada a seguir, que relaciona o comprimento total do enrolamento de uma fase com a condutividade, seção reta e número de condutores em paralelo, conforme os parâmetros definidos em 2.1.1. Deve-se observar que na montagem do enrolamento a partir de bobinas fabricadas individualmente, como foi feita no protótipo em estudo, as emendas entre as bobinas aumentam um pouco os valores calculados por (2.18), como será visto mais adiante.

$$R_l = \frac{2 \cdot (l_{esp} + l_{1e}) \cdot N_1}{\sigma \cdot s_1 \cdot a} \quad . \quad (2.18)$$

#### 2.1.6 - Carregamento Elétrico e Densidade de Corrente nos Condutores da Armadura

O carregamento elétrico é obtido aplicando-se o fator visto na equação (1.4) ao presente caso, relacionando o produto corrente vezes número de condutores com o comprimento total da armadura, obtendo-se a equação (2.19)

$$\bar{J} = \frac{m_1 \cdot \sqrt{2} \cdot N_1 \cdot I_a}{\left(\frac{p}{2}\right) \cdot \tau} \quad . \quad (2.19)$$

A densidade de corrente nos condutores relaciona a corrente com a seção total disponível,

$$J_1 = \frac{I_a}{a \cdot s_1} \quad , \quad (2.20)$$

usualmente na unidade A/mm<sup>2</sup>.

As equações apresentadas nesta seção, incorporando valores de indutâncias e fluxo obtidos nas próximas seções, serão utilizadas em 2.6 no projeto preliminar do motor.

## 2.2 – CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - ABORDAGEM BIDIMENSIONAL

### 2.2.1 - Introdução

A abordagem bidimensional considera a representação de um corte longitudinal do motor, como mostrado na Fig. 2.2, onde o campo magnético  $\vec{H}$  e a densidade de fluxo magnético  $\vec{B}$  têm componentes nas direções  $x$  e  $y$ , e a densidade de corrente  $\vec{J}$  e o vetor potencial magnético  $\vec{A}$  têm componentes somente na direção  $z$ . Os resultados obtidos na análise pelo método de elementos finitos são calculados para  $z = 1\text{ m}$  (por exemplo, no caso da indutância, o resultado é dado em H/m) e devem ser corrigidos levando-se em conta o comprimento efetivo na direção  $z$ . Os efeitos de borda e da terminação das cabeças de bobina são desprezados.

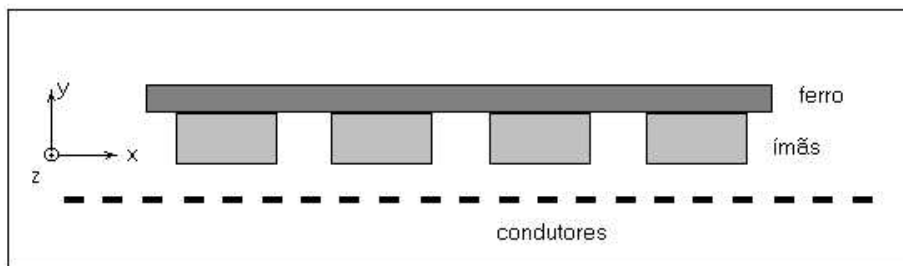


Fig. 2.2 - Representação Bidimensional do Motor

Neste cálculo da indutância, a formulação do Método de Elementos Finitos utilizada foi a formulação Vetor Potencial Magnético (VPM), que consiste em escrever a equação da Lei de Ampère na variável vetor potencial, conforme mostrado a seguir:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad , \quad (2.21)$$

na qual

$\vec{H}$  é o vetor campo magnético e  $\vec{J}$  o vetor densidade de corrente.

No caso magnetostático, o vetor densidade de corrente incorpora apenas as fontes de correntes impostas. A partir da definição de vetor potencial,

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad (2.22)$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad , \quad (2.23)$$

e da relação constitutiva referente ao material

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (2.24)$$

onde  $\mu$  é a matriz de permeabilidade magnética que define as permeabilidades nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , reescreve-se a equação (2.21) nos seguintes termos:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} = \vec{J} \quad (2.25)$$

aplicando o rotacional ao caso bidimensional, em que se supõe que não exista variação de campo na direção axial (direção do eixo  $z$ , no caso de coordenadas cartesianas), a equação se reduz à chamada equação de difusão (2.26):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_z \quad (2.26)$$

Em um modelo de elementos finitos, entende-se por domínio a caracterização do problema eletromagnético em termos de geometria, propriedades dos materiais em cada região (condutividade e permeabilidade) e condições de fronteira do problema, que correspondem às condições de contorno das equações diferenciais que serão resolvidas numericamente. Para a formulação MVP, a condição de fronteira que garante a unicidade de uma solução é a definição do valor do vetor potencial em cada ponto da fronteira do problema, o que pode ser feito em termos de fronteira de fluxo normal ( $\frac{\partial A_z}{\partial n} = 0$ ) ou fronteira de fluxo paralelo ( $A_z = 0$ ).

Estabelecido o domínio, este é discretizado em subdivisões (elementos) que formam a chamada malha. Cada elemento tem um formato pré-definido (triângulos ou quadriláteros, no caso bidimensional e tetraedros ou hexaedros, no caso 3D), e os vértices são denominados *nós*, embora também possam existir nós intermediários entre vértices dependendo do tipo de elemento adotado. Em cada elemento da malha, a equação (2.26) é discretizada e a solução numérica fornece, como primeiro resultado, a valor do vetor potencial nos nós de cada elemento. Subseqüentemente são calculados, nesta ordem,  $B$ ,  $H$  e a forças magnéticas [49]. Cada cálculo introduz alguma margem de erro numérico, de modo que sob este ponto de vista, é mais conveniente, quando possível, trabalhar com os resultados primários, isto é, com os valores do potencial vetor. No cálculo bidimensional da indutância existe esta possibilidade, como é exposto na próxima seção.

## 2.2.2- Cálculo da Indutância Própria de um Condutor e da Indutância Mútua entre dois Condutores através do MEF

A partir da definição de indutância, como uma relação linear entre enlace de fluxo e corrente, para meios com permeabilidade  $\mu$  constante,

$$L = \frac{\varphi}{I} \quad (2.27)$$

o fluxo  $\varphi$  que atravessa uma área  $S$  pode ser expresso nos seguintes termos

$$\varphi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{dS} \quad (2.28)$$

Da definição de potencial vetor

$$(\nabla \times \vec{A}) = \vec{B} \quad (2.29)$$

a equação (2.27) pode ser reescrita como

$$L = \frac{\int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{dS}}{I} \quad (2.30)$$

e pelo Teorema de Stokes,

$$\int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{dS} = \int_l \vec{A} \cdot \vec{dl} \quad (2.31)$$

Então a equação (2.30) se torna

$$L = \frac{\int_l \vec{A} \cdot \vec{dl}}{I} \quad (2.32)$$

Aplicando (2.32) ao modelo de elementos finitos do condutor, obtém-se

$$L_1 = \frac{l_{esp} \cdot N_{esp}}{i} \cdot \overline{Az_{cond}} \quad (2.33)$$

e

$$\overline{Az_{cond}} = \left( \frac{1}{S_{cond}} \sum_1^{NEL} S_{elem} \cdot \overline{Az_{elem}} \right) \quad (2.34)$$

nas quais:

$\overline{Az}_{cond}$  : vetor potencial médio em um condutor

$\overline{Az}_{elem}$  : vetor potencial médio em um elemento

$S_{cond}$ : área de um condutor

$S_{elem}$ : área de um elemento

$NEL$ : número de elementos em um condutor

$l_{esp}$ : comprimento do condutor

$N_{esp}$ : Número de espiras em uma bobina

$i$ : corrente em uma espira.

A equação 2.34 é válida para elementos de primeira ordem, nos quais a variação do vetor potencial magnético é linear ao longo das bordas.

A corrente  $i$  utilizada na equação (2.33) relaciona-se com a densidade de corrente  $J$  (em A/m<sup>2</sup>) aplicada no modelo de elementos finitos da seguinte forma:

$$i = \frac{I_T}{N_{esp}} \quad , \quad (2.35)$$

e

$$I_T = J \cdot S_{cond} \quad , \quad (2.36)$$

na qual:

$I_T$  é a corrente total associada a  $J$ .

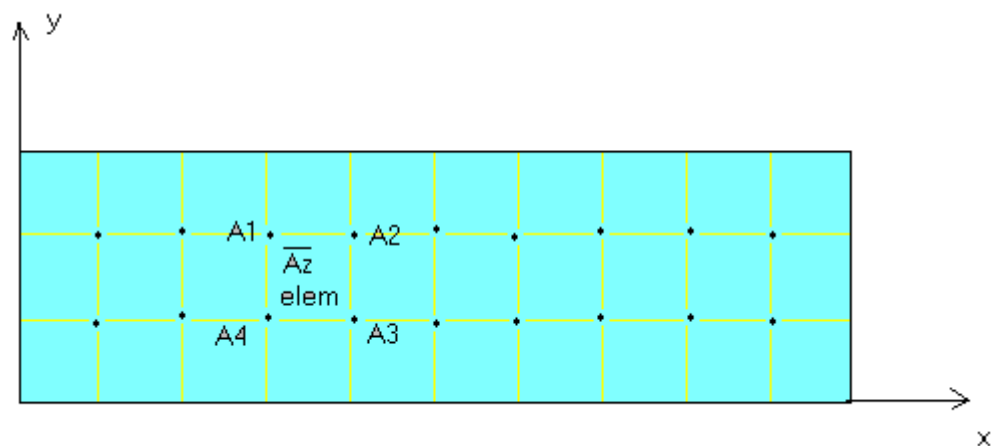


Fig. 2.3 - Condutor Dividido em Elementos

Para a equação (2.33), caso seja calculado o vetor potencial médio em um condutor da fase A, quando esta fase está sendo excitada por uma corrente  $i$ , tem-se como resultado a indutância própria do condutor ( $L_1$ ). Caso o vetor potencial médio seja

calculado em um condutor da fase B quando a fase A está sendo excitada, tem-se como resultado a indutância mútua  $L_{21}$  entre dois condutores.

### 2.2.3 - Efeito da presença e da posição relativa do núcleo de material ferromagnético sobre uma bobina

Para o caso de um motor linear com estator longo com núcleo de ar e campo com núcleo de material ferromagnético, servindo como culatra (*back iron*), conforme mostrado na Fig. 2.4, o efeito da presença e da posição relativa deste núcleo de material ferromagnético sobre uma espira deve ser estudado para se verificar se é significativo no cálculo da indutância. Na Fig. 2.4 os ímãs permanentes sob o núcleo de ferro não são mostrados. Considerando que a altura dos ímãs é de 12,7 mm e a distância entre os ímãs e o topo dos condutores é de 5,0 mm, a distância total entre a culatra e os condutores é de 17,7 mm, consistindo em um entreferro muito grande e contribuindo para minimizar o efeito da presença da culatra sobre as bobinas.

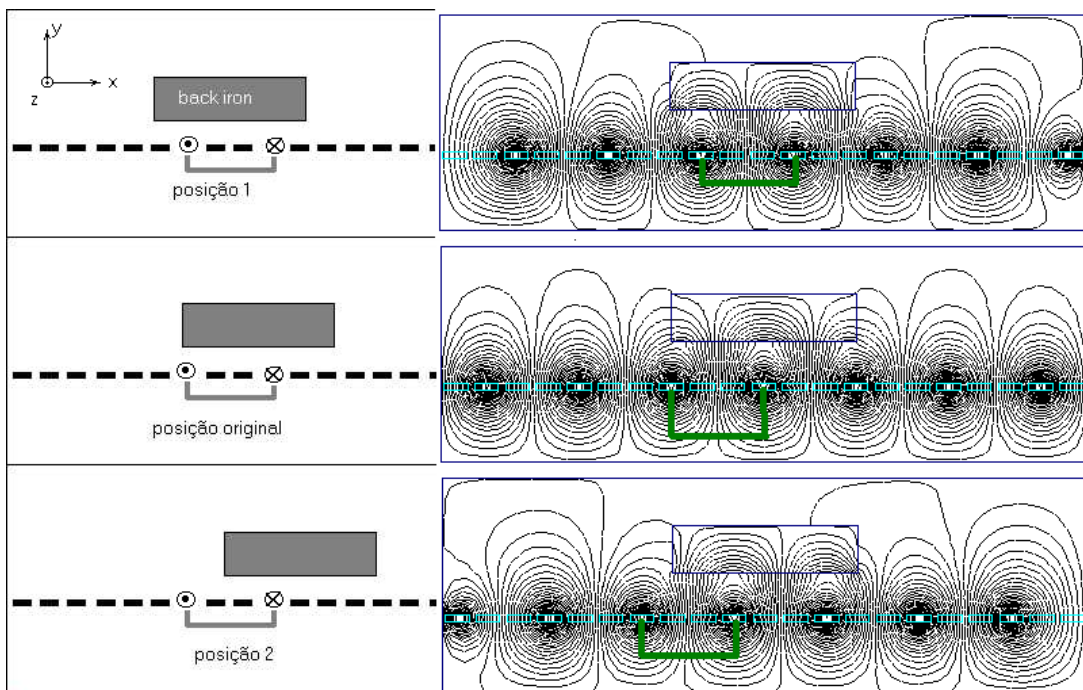


Fig. 2.4 - Posição do Material Ferromagnético sobre a Bobina – Ímãs não representados

Se considerarmos somente o trecho de trilho modelado, a diferença encontrada para indutâncias próprias e mútuas nos casos do núcleo de material ferromagnético estar

presente ou ausente é inferior a 1%. Por exemplo, considerando o somatório das indutâncias calculadas nos condutores para  $l_{esp} = 0,07$  m;  $i = 1,512$  A e  $N_{esp} = 20$ :

- $\Sigma$  Indutância própria (com *back iron*)  $L = 103,30 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância própria (sem *back iron*)  $L = 102,87 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância mútua (com *back iron*)  $L = 28,50 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância mútua (sem *back iron*)  $L = 28,28 \mu\text{H}$

Ainda considerando apenas o trecho de trilho modelado, a diferença encontrada para indutâncias próprias e mútuas variando-se a posição do *back iron* é de aproximadamente 1%. Para os mesmos dados do exemplo anterior, os valores obtidos são:

- $\Sigma$  Indutância própria (posição 1)  $L = 104,01 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância própria (original)  $L = 103,30 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância própria (posição 2)  $L = 104,56 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância mútua (posição 1)  $L = 29,37 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância mútua (posição original)  $L = 28,50 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância mútua (posição 2)  $L = 28,97 \mu\text{H}$

Considerando os resultados acima e a diferença de comprimento entre o trilho e o veículo, podemos desprezar o efeito da presença do material ferromagnético do veículo sobre as indutâncias do enrolamento no trilho.

#### 2.2.4 - Efeito da posição do carro na extremidade do trilho

Outro possível efeito sobre o cálculo da indutância a ser estudado é o caso em que o carro está situado nas extremidades do trilho, conforme mostrado na Fig. 2.5. O primeiro condutor excitado é o indicado em cor clara. Os condutores à esquerda correspondem ao trecho do trilho não alimentado.

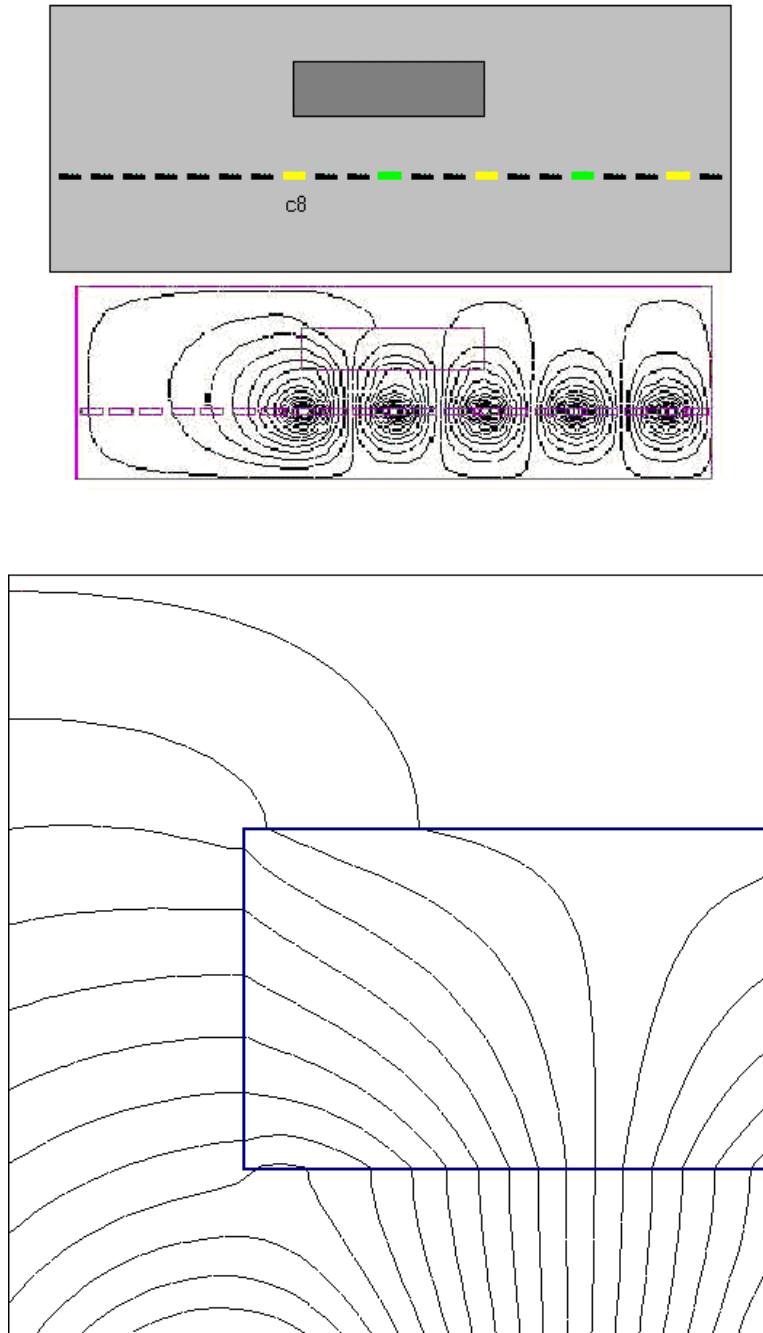


Fig. 2.5 - Carro na Extremidade do Trilho – detalhe das linhas de fluxo

Considerando que o trilho é excitado a partir do condutor c8 (contado da esquerda para a direita) e somando as indutâncias no trecho c8 até o final do trilho (c21) a diferença é de aproximadamente 3% para indutâncias próprias e de aproximadamente 7 % para indutâncias mútuas. Para os mesmos dados do exemplo anterior, os valores obtidos são:



- $\Sigma$  Indutância própria (extremidade)  $L = 76,60 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância própria (original)  $L = 74,25 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância mútua (extremidade)  $L = 21,96 \mu\text{H}$
- $\Sigma$  Indutância mútua (original)  $L = 20,38 \mu\text{H}$ .

Assim, adotamos a simplificação de desprezar o efeito da posição do veículo na extremidade do trilho.

### 2.2.5 - Cálculo da Indutância Própria $L_a$

Aplicando-se o procedimento de cálculo descrito em 2.2.1 e as simplificações apresentadas em 2.2.3 e 2.2.4 ao modelo de elementos finitos representado na Fig. 2.6, obtém-se a indutância própria  $L_l$  para cada condutor do modelo de elementos finitos, que corresponde a um lado de bobina no dispositivo físico, calculada conforme a equação (2.33). Assim, considerando todos os lados de bobinas da fase A, tem-se a indutância própria da fase dada por

$$L_a = N_s \times \overline{L}_l \quad (2.37)$$

na qual:

$N_s$  é o número de lados de bobina em um trecho de trilho e  $\overline{L}_l$  é uma estimativa do valor médio da indutância de um lado de bobina.

Observe-se que este procedimento equivale a calcular a indutância associada a uma bobina da fase e multiplicar o resultado pelo número de bobinas na fase, conforme é discutido no Apêndice I.

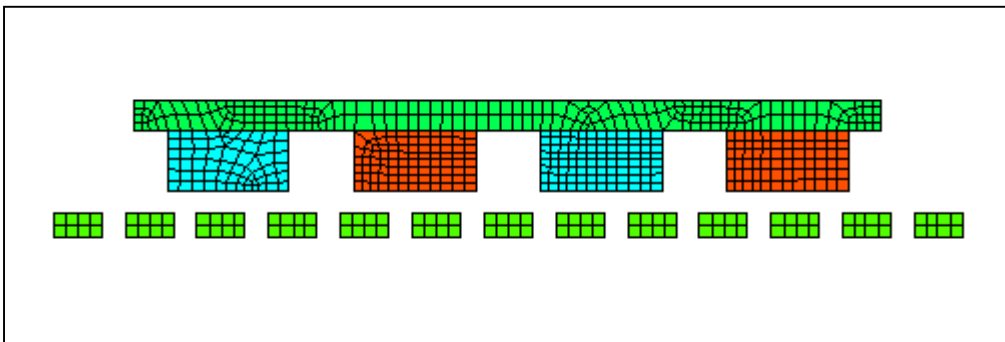


Fig. 2.6 - Modelo de Elementos Finitos

### 2.2.6 - Cálculo da Indutância Mútua $L_{ab}$

Do mesmo modo, obtém-se  $L_{ab}$ , a indutância mútua entre fases, dada por

$$L_{ab} = N_s \times \overline{L_{21}} \quad (2.38)$$

na qual:

$N_s$  é o número de lados de bobina em um trecho de trilho e  $\overline{L_{21}}$  é uma estimativa do valor médio da indutância mútua calculada para um lado de bobina da fase B, considerando corrente apenas na fase A.

### 2.2.7 - Cálculo da Indutância Síncrona $L_s$

Para uma máquina rotativa de pólos salientes [50], as equações (2.39) e (2.40) descrevem nos seguintes termos a indutância própria de uma fase e a indutância mútua entre fases :

$$L_a = L_{al} + L_m + L_{aa2} \cdot \cos(2\theta) \quad (2.39)$$

e

$$L_{ab} = -\frac{1}{2}L_m - L_{aa2} \cdot \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.40)$$

onde

$L_{al}$  é a indutância de dispersão em uma fase do estator, que no caso da máquina convencional é devida principalmente ao fluxo de dispersão nas cabeças de bobina;

$L_m$  é a indutância de magnetização e,

$L_{aa2}$  é o componente da indutância de magnetização que é função da posição relativa do rotor.

No caso do motor linear com ímãs permanentes no veículo e estator longo, considerando que o enrolamento de armadura tem núcleo de ar, e que o núcleo de ferro do veículo cobre somente um pequeno trecho do trilho, pode-se observar que:

- i) o efeito da presença do material ferromagnético no cálculo da indutância pode ser desprezado, conforme discutido nas seções 2.2.3 e 2.2.4.;
- ii) os ímãs permanentes têm permeabilidade aproximadamente igual a  $\mu_0$ , conforme apresentado no Apêndice II

Nestas condições, não é pertinente considerar a separação da indutância nos componentes de dispersão e magnetização, uma vez que a equação (2.40) pressupõe que permeabilidade do ferro é infinita e que a distribuição do fluxo magnético no entreferro é senoidal [50], o que não acontece no presente caso.

Assim, é conveniente determinar a indutância síncrona  $L_s$  a partir da equação do enlace de fluxo ( $\lambda$ ) da fase  $a$ , na forma

$$\lambda_a = L_a \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c \quad . \quad (2.41)$$

Considerando que para enrolamentos trifásicos idênticos, e também conforme mostrado nos resultados obtidos pelo MEF (Apêndice VI),

$$L_{ab} = L_{ac} \quad , \quad (2.42)$$

a equação (2.36) torna-se

$$\lambda_a = L_a \cdot i_a + L_{ab} \cdot (i_b + i_c) \quad . \quad (2.43)$$

Considerando que para correntes trifásicas equilibradas,

$$i_a = -(i_b + i_c) \quad , \quad (2.44)$$

$$\lambda_a = L_a \cdot i_a - L_{ab} \cdot i_a \quad , \quad (2.45)$$

$$\lambda_a = (L_a - L_{ab}) \cdot i_a \quad . \quad (2.46)$$

A indutância síncrona pode ser finalmente determinada por

$$L_s = \frac{\lambda_a}{i_a} = L_a - L_{ab} \quad . \quad (2.47)$$

## 2.2.8 - Cálculo da Indutância de Dispersão de Cabeça de Bobina

Na abordagem bidimensional através do MEF não é possível calcular o efeito da indutância associada às conexões terminais das bobinas. Para que este fator seja considerado, deve-se calcular a partir de expressões analíticas [48], a indutância de dispersão de cabeça de bobina ( $L_e$ ) por fase conforme as equações seguintes:

$$X_{1e} = \frac{8 \cdot \pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot N_1^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e}}{p} \quad (2.48)$$

$$L_e = \frac{X_{1e}}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot N_1^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e}}{p} \quad (2.49)$$

onde  $\lambda_{1e}$  é o coeficiente de permeância referente à dispersão de cabeça de bobina, conforme é discutido no Apêndice IV.

Uma vez conhecido o valor de  $L_e$ , este pode ser acrescido ao valor de  $L_s$ , resultando:

$$L_{st} = L_s + L_e \quad . \quad (2.50)$$

Note-se que neste caso, como é feito para a máquina convencional, a indutância mútua associada às cabeças de bobina não é considerada.

## 2.3- CÁLCULO DE INDUTÂNCIAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - ABORDAGEM TRIDIMENSIONAL

### 2.3.1 - Introdução

A determinação da indutância do trecho de bobina sob os pólos localizados no veículo pode ser satisfeita pela análise bidimensional, uma vez que basta analisar a seção reta dos condutores e considerar, depois de resolvido o problema 2D, o efeito do prolongamento da seção na direção axial. Entretanto, a determinação da indutância associada à cabeça de bobina é essencialmente um problema tridimensional, necessitando ser representado desta forma. Para calcular a indutância do enrolamento de armadura foram utilizados dois procedimentos. O primeiro, usado para determinação da indutância própria e mútua, calcula a indutância a partir de um valor médio do vetor potencial magnético  $\vec{A}$  em uma análise estática, de modo similar ao descrito na seção 2.2.1 referente ao caso 2D. O segundo procedimento, usado na determinação da indutância mútua, utiliza o valor da tensão induzida obtido a partir de uma análise harmônica, conforme a relação

$$V = j\omega \cdot I \cdot L \quad (2.51)$$

As Figuras 2.7 e 2.8 abaixo mostram o modelo tridimensional de elementos finitos com uma bobina central na qual a indutância própria é calculada e 2 bobinas laterais onde a indutância mútua é calculada. Devido à simetria existente, é possível simplificar o modelo representando apenas metade das bobinas. Desta forma os resultados finais devem ser multiplicados por 2 para que se obtenha o valor de indutância referente à bobina completa.

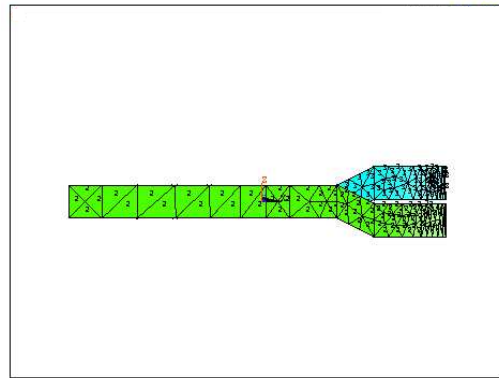
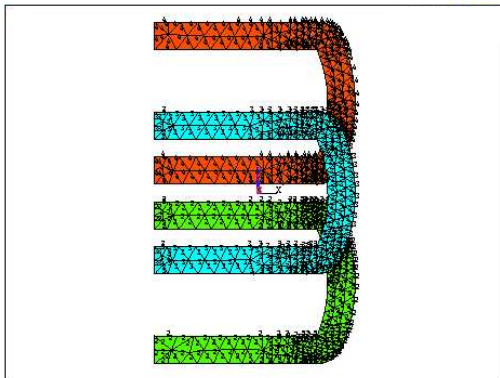


Fig. 2.7- Bobinas Acopladas, Vista Superior

Fig. 2.8 - Vista Lateral

### 2.3.2 - Formulação do Problema Tridimensional no MEF

A formulação tridimensional do vetor potencial magnético implica solução discretizada da equação já mencionada

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} = \vec{J} \quad (2.52)$$

agora com componentes vetoriais nas direções  $x$ ,  $y$ , e  $z$ , no caso de coordenadas cartesianas. As condições de contorno devem ser definidas em termos de  $A_x$ ,  $A_y$  e  $A_z$ .

No caso da presença de correntes induzidas, a equação a ser resolvida é [51]:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \nabla V = 0 \quad , \quad (2.53)$$

na qual  $\sigma$  é a matriz que define a condutividade, e  $V$  o potencial escalar elétrico. A presença deste último significa que além das condições de fronteira referentes ao vetor potencial magnético, uma condição adicional referente ao potencial escalar elétrico deverá ser estabelecida na formulação do problema. Para assegurar a solução unívoca da equação 2.53, uma condição adicional (*gauge*) definindo o divergente de  $\vec{A}$  deve ser adotada.

A formulação apresentada em (2.53) é obtida para o caso de frequências industriais, sendo desprezados na sua determinação os termos referentes à corrente de deslocamento. O termo  $\sigma(\partial \vec{A} / \partial t)$  representa as correntes induzidas e o termo  $\sigma \nabla V$  as correntes impostas. Para o caso de regime permanente, com variações senoidais e frequência constante, o termo  $\partial / \partial t$  se reduz a  $j\omega$ .

Em ambos os casos, a corrente que alimenta o indutor deve fazer um percurso em três dimensões. Embora seja possível definir em cada parte do modelo de elementos finitos, densidade de corrente na forma de um vetor  $\vec{J}$  com componentes  $J_x$ ,  $J_y$  e  $J_z$ , este recurso é de utilização dificultosa no caso de geometrias complexas, e não leva a resultados tão bons de distribuição de corrente no modelo quando comparado com a opção de alimentar o indutor com uma fonte “externa” de tensão ou corrente, conforme descrito a seguir.

A construção do modelo de elementos finitos onde existe a ligação dos elementos da malha com algum tipo de componente de circuitos elétricos, como indutores, capacitores, resistores, fontes de tensão ou corrente, exige o uso de uma análise acoplada eletromagnética-circuital, como mencionado na seção 1.3. Neste caso, os parâmetros concentrados dos componentes dos circuitos elétricos servem, por exemplo,

para representar impedâncias internas das fontes de alimentação, ou partes do dispositivo físico que não estão representados no modelo de elementos finitos, ou ainda partes da máquina cuja representação em elementos finitos não é simples, como os enrolamentos de bobina.

O acoplamento entre o domínio do modelo de elementos finitos e o circuito elétrico é feito através de um nó ou conjunto de nós. No presente caso, a escolha mais natural seria definir a região de material condutor que forma a bobina como um componente do tipo indutor e acoplar a esta região um elemento circuitual fonte de corrente como alimentação da bobina. A definição de uma região como um componente deste tipo tem a vantagem de aproximar o modelo de elementos finitos do dispositivo físico modelado, pois no caso de uma análise harmônica, evita o cálculo de correntes induzidas que não aparecem no dispositivo físico construído com diversos condutores isolados. O inconveniente com este procedimento é exatamente a questão discutida no parágrafo anterior, a dificuldade em definir de maneira tridimensional o percurso da corrente.

Como alternativa, optou-se por definir a região de material condutor que forma a bobina como um condutor maciço e acoplá-lo com um elemento fonte de corrente. Nestas condições, deve-se cuidar para que no cálculo das indutâncias o número de condutores que forma a bobina seja definido corretamente e, especificamente no caso da análise harmônica, a resistividade das regiões que representam bobinas onde serão calculados os valores de tensão induzida deve ser elevada para evitar o aparecimento na solução por elementos finitos de correntes induzidas. No caso magnetostático, naturalmente, esta última providência não se aplica.

A análise com circuitos acoplados exige, ainda, além das condições de fronteira descritas anteriormente para o modelo eletromagnético, condições de contorno aplicadas ao circuito elétrico, na forma de acoplamento de tensões ou correntes em determinados nós. No caso magnetostático, mostrado na Fig. 2.9, as 3 bobinas são modeladas como condutores maciços alimentados por fonte de corrente, e as condições de contorno para o circuito elétrico são as seguintes:

- nas faces onde está indicada a alimentação por circuito, deve ser sinalizada a saída de corrente elétrica através de um marcador apropriado; nas faces opostas, deve ser sinalizada a chegada de corrente elétrica;
- a corrente na face de saída deve ser acoplada com a corrente na face de chegada, isto é, a corrente deve ter o mesmo valor na saída e na chegada;

- em cada uma das faces existe um acoplamento de tensão entre os nós, isto é, em todos os nós da face de saída a tensão é a mesma e em todos os nós da face de chegada a tensão é a mesma.

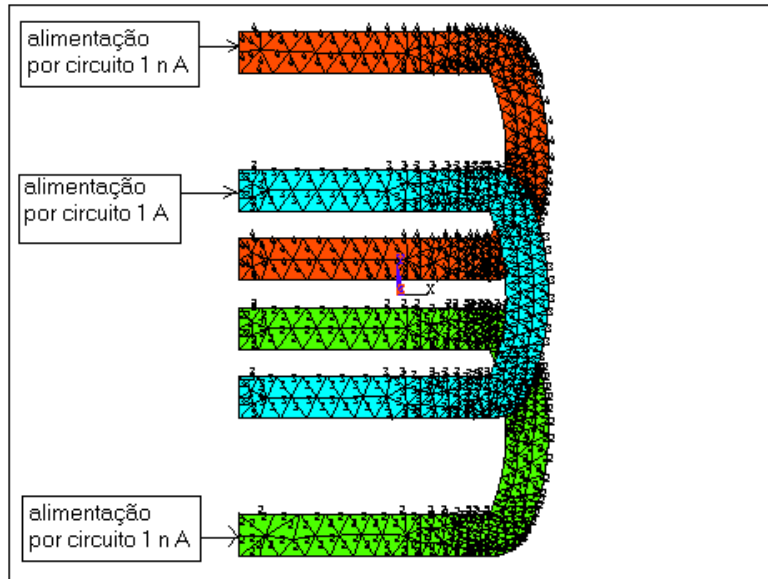


Fig. 2.9 - Arranjo para Análise Estática

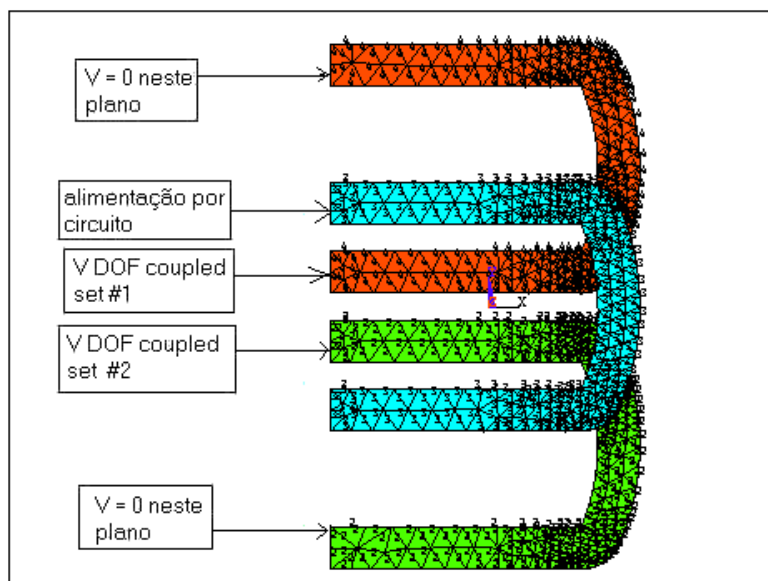


Fig. 2.10 - Arranjo para Análise Harmônica

No caso da análise harmônica (Fig. 2.10), o circuito que alimenta a bobina central tem exatamente as mesmas condições de contorno, pois esta também é modelada como um condutor maciço alimentado por fonte de corrente. Entretanto, as bobinas laterais são modeladas como condutores maciços em circuito aberto, nos quais serão calculadas as tensões induzidas. Assim, as condições de contorno para as bobinas

laterais são aquelas indicadas na Fig. 2.10: acoplamento de tensões em uma das faces e acoplamento de tensões forçando  $V = 0$  na face oposta. O valor de tensão resultante em qualquer nó da primeira face indica a tensão induzida na bobina.

### 2.3.2.1 - Análise Estática

O objetivo da formulação do problema na análise estática é calcular a indutância de uma bobina a partir do conhecimento da energia magnética acumulada. Considerando que a energia armazenada em um indutor, no caso linear, pode ser descrita por

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} \cdot dV \quad , \quad (2.54)$$

utilizando as identidades

$$\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{H}) = (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{H} - (\nabla \times \vec{H}) \cdot \vec{A} \quad (2.55)$$

e

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad , \quad (2.56)$$

a equação (2.54) pode ser reescrita como

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{J} \cdot dV + \frac{1}{2} \int_V \nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{H}) \cdot dV \quad ; \quad (2.57)$$

usando o teorema da divergência

$$\int_V \nabla \cdot \vec{F} \cdot dV = \int_S \vec{F} \cdot dS \quad , \quad (2.58)$$

onde  $\vec{F}$  é uma função vetorial qualquer, no segundo termo da equação (2.57),

temos

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{J} \cdot dV + \frac{1}{2} \int_S (\vec{A} \times \vec{H}) \cdot dS \quad (2.59)$$

fazendo a superfície  $S \rightarrow \infty$ ,  $\vec{A} \rightarrow 0$  e  $\vec{H} \rightarrow 0$ , e a equação se reduz a

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{J} \cdot dV \quad , \quad (2.60)$$

na qual

$\vec{J}$ : densidade de corrente contínua aplicada ao indutor

$\vec{A}$ : vetor potencial magnético

$V$ : volume do indutor.



A indutância relaciona-se com a energia acumulada através de

$$L = \frac{2 \cdot W}{i^2} \quad (2.61)$$

onde

$i$ : corrente por espira.

No caso em estudo, como não existe material ferromagnético envolvendo as cabeças de bobina, pode-se considerar que existe linearidade na relação entre fluxo e corrente.

O programa utilizado calcula a indutância na forma das equações (2.60) e (2.61) através de uma subrotina de pós-processamento do problema, que permite o cálculo em qualquer região condutora de corrente, mas não aceita o cálculo em uma região não-condutora. Uma vez obtido o valor da energia, utiliza-se a equação (2.61) para determinar a indutância.

Note-se que outra forma de calcular a energia (ou co-energia) armazenada no sistema, esta aplicável também ao caso não-linear, é através de outra subrotina que implementa as integrações

$$w = \int_0^B H \cdot dB \quad (2.62)$$

para a densidade de energia, e

$$w_c = \int_0^H B \cdot dH \quad (2.63)$$

para a densidade de co-energia, sendo a energia obtida pela integração volumétrica de  $w$ . A inconveniência deste procedimento é que  $B$  e  $H$  são resultados secundários, calculados a partir do resultado original  $A$  (vetor potencial magnético). Como consequência, os cálculos feitos a partir de  $B$  e  $H$  acumulam maior erro numérico. Além disso, o cálculo na forma da equação (2.60) limita-se às regiões do domínio onde existe alguma densidade de corrente, enquanto que as equações (2.62) e (2.63) aplicam-se a todo domínio, exigindo assim maior tempo de processamento.

Através do procedimento descrito anteriormente, o cálculo da indutância própria é imediato, mas o cálculo da indutância mútua exige um artifício que consiste na alimentação das bobinas laterais com 1 nA, conforme é mostrado na Fig. 2.9, para permitir que o programa calcule indiretamente o valor do vetor potencial médio nas bobinas laterais.

Este procedimento funciona da seguinte forma: alimentando-se as bobinas laterais com 1 nA, que é o valor mínimo de corrente que se consegue impor no programa, as bobinas laterais são entendidas como regiões condutoras e a indutância em qualquer uma delas ( $L_0$ ), pode ser calculada segundo as equações (2.60) e (2.61). Conhecido o valor da indutância e para o caso em que a seção reta da bobina é constante, tem-se

$$W = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{J} \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot \bar{A} \cdot \frac{i_2}{S_2} \cdot V \quad , \quad (2.64)$$

onde

$i_2$ : corrente aplicada nas bobinas laterais (1 nA)

$S_2$ : área da seção reta da bobina

$V$ : volume da bobina

$\bar{A}$ : vetor potencial médio na bobina

considerando

$$V = S_2 \cdot l_m \quad , \quad (2.65)$$

onde

$l_m$ : comprimento médio da bobina

tem-se

$$W = \frac{1}{2} \cdot \bar{A} \cdot i_2 \cdot l_m \quad ; \quad (2.66)$$

tomando a expressão de  $L_0$

$$L_0 = \frac{2 \cdot W}{i_2^2} \quad \therefore \quad (2.67)$$

$$L_0 = \frac{\bar{A} \cdot i_2 \cdot l_m}{i_2^2} \quad \therefore \quad (2.68)$$

$$\bar{A} \cdot l_m = L_0 \cdot i_2 \quad . \quad (2.69)$$

Considerando que o produto  $\bar{A} \cdot l_m$  efetua, em uma das bobinas laterais a integração

$$\varphi = \int_l \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad , \quad (2.70)$$

pode-se, a partir da definição de indutância mútua, escrever

$$L_{21} = \frac{\bar{A} \cdot l_m}{i_1} \quad (2.71)$$

onde

$i_1$ : corrente por espira na bobina central

### 2.3.2.2- Análise Harmônica

Neste trabalho, a análise harmônica foi empregada com a finalidade de determinar a indutância mútua entre duas bobinas. Assim, a bobina central foi alimentada conforme descrito no caso anterior e as bobinas laterais foram definidas como condutores em circuito aberto nos quais a tensão induzida é calculada (Fig.2.10). Como o objetivo é calcular a tensão induzida sobre condutores em circuito aberto, não nos interessa neste caso o aparecimento de correntes induzidas na solução do problema. Para tanto todas as bobinas foram definidas com resistividade elevada ( $1 \Omega.m$ ) para levar as correntes induzidas a valores desprezíveis. Como foi mencionado anteriormente, este problema decorre do fato de que as bobinas foram caracterizadas como condutores maciços por necessidade de representar adequadamente o percurso tridimensional da corrente, sendo necessário também levar em conta fora do programa de elementos finitos a questão do número de espiras.

Considerando a relação entre tensão e corrente em um indutor

$$V = L \frac{di(t)}{dt} \quad , \quad (2.72)$$

no caso de variação harmônica de  $i(t)$ ,

$$V = j\omega \cdot L \cdot I \quad , \quad (2.73)$$

e em módulo,

$$L = \frac{V}{\omega \cdot I} \quad . \quad (2.74)$$

No programa utilizado, o valor obtido em uma análise harmônica na forma de tensão induzida não é o potencial elétrico escalar, mas o potencial elétrico escalar integrado no tempo,

$$v = \int V \cdot dt \quad , \quad (2.75)$$

com unidade *volt-segundos*. Considerando no caso de variação harmônica

$$V = j \cdot \omega \cdot v \quad , \quad (2.76)$$

a equação (2.74) torna-se

$$L = \frac{v}{I} \quad . \quad (2.77)$$

Como no caso nosso objetivo é a determinação da indutância mútua, deve ser lembrado que  $I$  é corrente na bobina central e  $v$  o potencial integrado no tempo calculado nas bobinas laterais.

## 2.4 - CÁLCULO DO FLUXO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

As equações de projeto do motor apresentadas na seção 2.1 e repetidas abaixo, utilizam a informação do fluxo por pólo da máquina para calcular a força contra-eletromotriz, a corrente de armadura, a potência convertida e a força de tração:

$$E_f = \pi \cdot \sqrt{2} \cdot f \cdot N_{esp} \cdot k_{wl} \cdot \phi_g \cdot \left( \frac{p_{car}}{2} \right) \quad (2.14)$$

$$I_{aq} = \frac{V_1 \cdot (R_1 \cdot \cos \delta + X_s \cdot \sen \delta) - E_f \cdot R_1}{X_s^2 + R_1^2} \quad (2.12)$$

$$P_{elm} = m_1 \cdot E_f \cdot I_{aq} \quad (2.13)$$

$$F_{dx} = \frac{P_{elm}}{v_s} \quad , \quad (2.1)$$

onde:

- $f$ : frequência
- $N_{esp}$ : número de espiras em uma bobina
- $k_{wl}$ : fator de enrolamento
- $\Phi_g$ : fluxo por pólo
- $p_{car}$ : número de pólos no carro
- $V_1$ : tensão de alimentação (tensão de fase)
- $R_1$ : resistência do enrolamento de armadura, por fase
- $\delta$ : ângulo de carga
- $X_s$ : reatância síncrona, por fase
- $m_1$ : número de fases
- $v_s$ : velocidade síncrona.

O cálculo analítico para o fluxo por pólo é dado pelo produto:

valor médio de  $B \times$  passo polar  $\times$  lado ativo da bobina

$$\Phi_g = B_{med} \cdot \tau \cdot l_{ativo} \quad (2.78)$$

A densidade de fluxo média pode ser obtida a partir da densidade de fluxo máxima, no caso de distribuição senoidal da densidade de fluxo, pelo cálculo do valor médio de um semiciclo de senóide:

$$B_{med} = \frac{2}{\pi} \cdot B_{g_{max}} \quad (2.79)$$

O valor de  $B$  obtido conforme (2.79) é um valor aproximado, pois a distribuição de  $B$  não é puramente senoidal.

No que concerne ao cálculo do fluxo e densidade de fluxo, o uso do MEF apresenta a possibilidade de cálculo bidimensional e tridimensional.

#### 2.4.1 - Cálculo 2D

É possível calcular a distribuição de  $B$  em determinados planos posicionados a determinada distância dos pólos (Fig. 2.11), e desta forma obter a forma de onda e os valores de  $B$  (Fig. 2.12), como no exemplo abaixo.

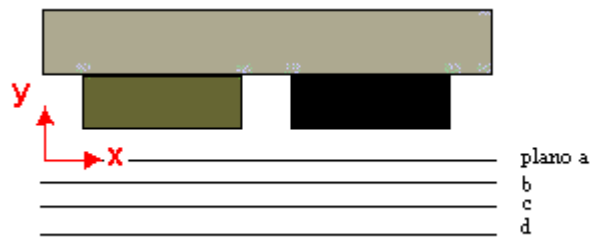


Fig. 2.11 - Planos sob Pólos

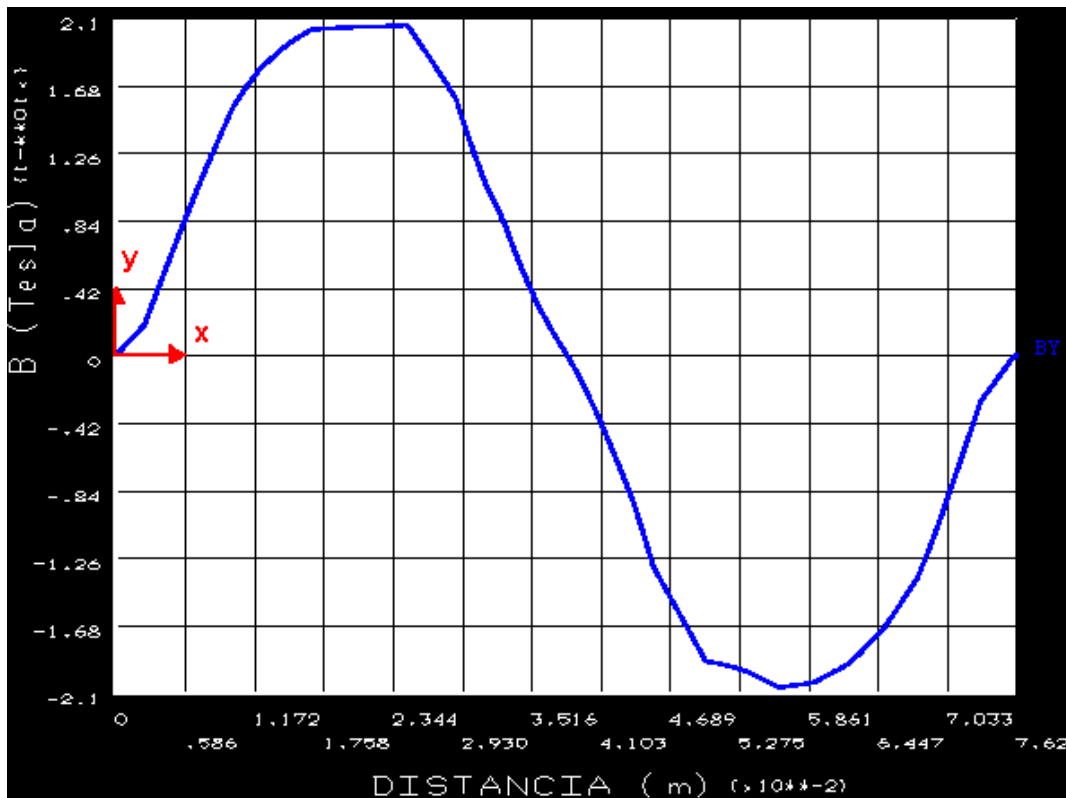


Fig. 2.12 - Mapeamento de  $B$  em um Plano

Conhecido o valor máximo de  $B$  ( $B_{g_{max}}$ ), os valores médios de  $B$  ( $B_{med}$ ) e de  $\Phi_g$  podem ser obtidos como descrito anteriormente.

Outra possibilidade é a determinação em dois pontos sob um pólo do valor do vetor potencial  $A$  (Fig. 2.13) e o cálculo do fluxo correspondente conforme a equação

$$\varphi = \int_l \vec{A} \cdot \vec{dl} = (A_1 - A_2) \cdot l \quad , \quad (2.80)$$

onde o resultado será dado para  $l = 1$  metro na direção  $z$ , devendo ser corrigido considerando o valor real de profundidade. Neste caso, como o cálculo envolve o resultado primário da análise por elementos finitos (vetor potencial em determinados nós), o erro tende a ser menor do que aquele obtido quando se utiliza o valor da densidade de fluxo e as aproximações das equações nas equações 2.78 e 2.79.

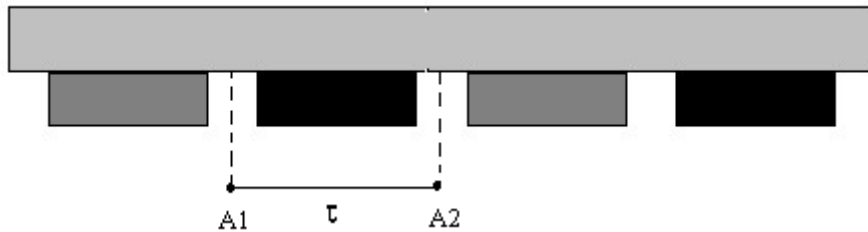


Fig. 2.13 – Cálculo do Fluxo em 2D

#### 2.4.2 - Cálculo 3D

Neste caso, em uma extensão tridimensional do que é mostrado na Fig. 2.13 para o caso 2D, é possível definir no modelo 3D um percurso que delimita uma área sob o pólo, e calcular o fluxo que a atravessa usando um procedimento numérico que efetua a integral mostrada na equação 2.79.

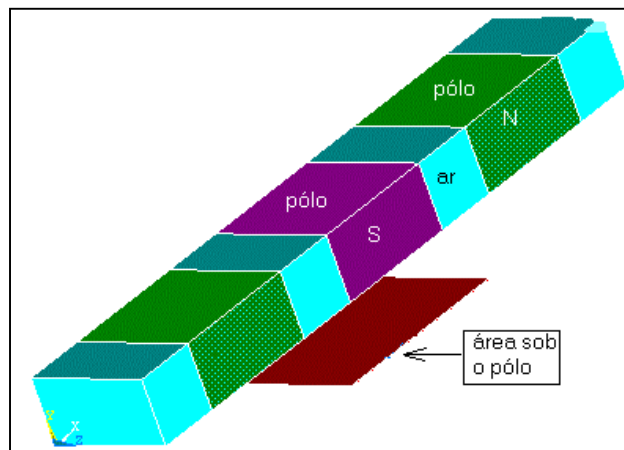


Fig. 2.14 - Área Delimitada sob um Pólo

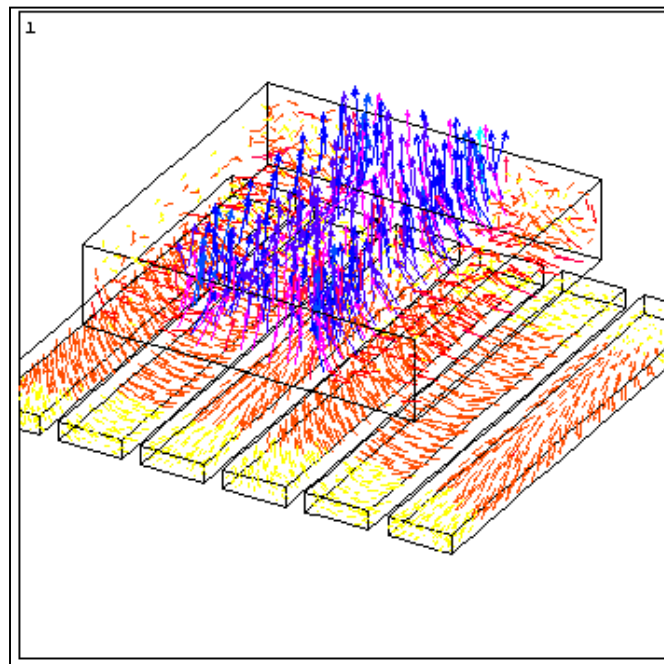


Fig. 2.15 - Fluxo Através da Área

## 2.5- CÁLCULO DE FORÇAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

### 2.5.1 - Introdução

O modelo em duas ou três dimensões do motor inclui as regiões correspondentes a ímãs permanentes (pólos), material ferromagnético (culatra do campo) e regiões de material condutor com correntes impostas (condutores). Escolhendo adequadamente o valor das correntes impostas na direção  $z$ , de modo a reproduzir a alimentação trifásica do motor, é possível calcular seja em 2D ou 3D as forças resultantes nas direções  $x$  e  $y$  (força de tração e força normal). O valor da densidade de corrente em cada condutor de uma fase, em determinado instante de tempo é definido segundo as equações

$$J_a = J \cdot \cos(\omega t) \quad (2.81)$$

$$J_b = J \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.82)$$

$$J_c = J \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.83)$$

onde  $J$  é o valor máximo da densidade de corrente. Para cada incremento no valor de  $t$  um padrão diferente de correntes impostas é aplicado nos elementos do modelo

definidos como material condutor, e uma análise magnetostática é então efetuada, sendo possível calcular a força magnética sobre determinadas regiões do modelo.

Seja em 2D ou 3D, o MEF provê três métodos de cálculo de força eletromagnética:

- Método do Tensor de Maxwell
- Método do Trabalho Virtual
- Força de Lorentz sobre condutores ( $F = J \times B$ ),  
descritos a seguir.

### 2.5.2 – Método do Tensor de Maxwell

Este método parte da substituição de um volume de material magnético (ímãs permanentes) ou ferromagnético por uma distribuição de correntes superficiais ( $J_s$ ) ou volumétricas ( $J_v$ ), dadas por [49],[52]

$$\vec{J}_s = \frac{\vec{M}_t}{\mu} \quad (2.84)$$

e

$$\vec{J}_v = \frac{\nabla \times \vec{M}}{\mu} \quad (2.85)$$

onde  $\vec{M}$  é o vetor de magnetização e  $\mu$  a permeabilidade referentes ao material.  $\vec{M}_t$  é o componente de  $\vec{M}$  tangencial à superfície. Definido-se densidade volumétrica de força como

$$p_v = \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.86)$$

e substituindo  $\vec{J}$  e  $\vec{B}$  pelas expressões equivalentes

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} \quad (2.87)$$

e

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad , \quad (2.88)$$

tem-se

$$p_v = \left( \nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu} \right) \times \vec{B} \quad (2.89)$$

Desenvolvendo-se a expressão acima, os componentes da densidade de força nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  podem ser escritos na forma de divergentes de vetores  $T_x$ ,  $T_y$  e  $T_z$ :



Para o componente

$$p_x = \nabla \cdot \vec{T}_x, \quad (2.90)$$

o desenvolvimento do divergente resulta em

$$p_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z}. \quad (2.91)$$

Para o componente

$$p_y = \nabla \cdot \vec{T}_y, \quad (2.92)$$

o desenvolvimento do divergente resulta em

$$p_y = \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z}. \quad (2.93)$$

E para o componente

$$p_z = \nabla \cdot \vec{T}_z \quad (2.94)$$

em

$$p_z = \frac{\partial T_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z}, \quad (2.95)$$

onde os valores dos termos que compõem os vetores  $T_x$ ,  $T_y$  e  $T_z$  podem ser obtidos a partir da densidade de fluxo magnético  $B$ , na forma apresentada a seguir:

$$T_{xx} = \frac{1}{\mu} \left( B_x^2 - \frac{1}{2} |B|^2 \right) \quad (2.96)$$

$$T_{xy} = \frac{1}{\mu} (B_x B_y) \quad (2.97)$$

$$T_{xz} = \frac{1}{\mu} (B_x B_z) \quad (2.98)$$

$$T_{yy} = \frac{1}{\mu} \left( B_y^2 - \frac{1}{2} |B|^2 \right) \quad (2.99)$$

$$T_{yx} = \frac{1}{\mu} (B_y B_x) \quad (2.100)$$

$$T_{yz} = \frac{1}{\mu} (B_y B_z) \quad (2.101)$$

$$T_{zz} = \frac{1}{\mu} \left( B_z^2 - \frac{1}{2} |B|^2 \right) \quad (2.102)$$

$$T_{zx} = \frac{1}{\mu} (B_z B_x) \quad (2.103)$$

$$T_{zy} = \frac{1}{\mu} (B_z B_y) \quad (2.104)$$

Os vetores  $T_x$ ,  $T_y$  e  $T_z$  podem ser combinados em um tensor  $T$ , dado por

$$T = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \vec{T}_x \\ \vec{T}_y \\ \vec{T}_z \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

$$p_v = \nabla \cdot T \quad (2.106)$$

Para que se obtenha a força para um dado volume deve ser efetuada a integração

$$F = \int_V \nabla \cdot T \cdot dv \quad (2.107)$$

Pelo teorema da divergência,

$$F = \oint_S T \cdot ds \quad (2.108)$$

No domínio dos elementos finitos, a integral acima é resolvida numericamente para o volume sobre o qual se deseja calcular a força, no caso tridimensional. No caso bidimensional, o cálculo se reduz a uma integral de linha ao longo de um contorno que delimita a região onde a força deve ser calculada. Neste último caso, o resultado obtido é na forma de força por unidade de comprimento.

### 2.5.3 - Método do Trabalho Virtual

Este método baseia-se no conceito de que uma variação na energia magnética acumulada no sistema corresponde ao trabalho efetuado por uma força [49]. Computando-se a energia magnética  $W_1$  em uma posição e a energia  $W_2$  em uma posição diferente, a força correspondente na direção em que ocorreu o deslocamento pode ser calculada segundo a equação (2.109):

$$F_s = \frac{W_1 - W_2}{\Delta s} \quad (2.109)$$

onde  $s$  é a direção ( $x$ ,  $y$  ou  $z$ ) na qual deseja-se calcular a força.

Duas possibilidades existentes neste método são: o cálculo segundo a equação (2.109) na condição de fluxo magnético constante, ou o cálculo a partir da variação da co-energia ( $W_c$ ) na condição de corrente constante (2.110).

$$F_s = \frac{W_{c1} - W_{c2}}{\Delta s} \quad (2.110)$$

A implementação do princípio do trabalho virtual no MEF foi proposta por Coulomb [52], envolvendo a diferenciação direta da energia em relação a um deslocamento virtual, evitando assim a necessidade de duas soluções para cálculo da força.

A restrição de fluxo constante ou corrente constante não permite o cálculo da força através deste método em uma análise harmônica e exige o artifício descrito em 2.5.1 de efetuar a análise para correntes variando no tempo através de uma sucessão de análises magnetostáticas.

#### 2.5.4 - Método da Força de Lorentz

Neste caso as forças são calculadas sobre todos os elementos condutores de corrente segundo a equação

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.111)$$

e o resultado para todos os elementos de uma região pode ser obtido pela soma direta da força obtida para cada elemento.

#### 2.5.5 - Abordagem Utilizada

As discussões sobre qual método de cálculo de força fornece melhores resultados são inconclusivas [49]. Nesta etapa do trabalho foram utilizados os três métodos descritos anteriormente. Observou-se que para modelos menores, o refinamento da malha tinha efeito positivo sobre os cálculos com Trabalho Virtual e Tensor de Maxwell, mas para modelos maiores os resultados obtidos com estes dois métodos foram insatisfatórios. Os melhores resultados foram obtidos através do cálculo pela força de Lorentz. Como o objetivo era calcular a força sobre o veículo, onde este método não poderia ser utilizado, por não haver nele correntes impostas, foi utilizado o artifício de calcular a força sobre os condutores dos trilhos, considerando que

$$F_{\text{veículo}} = -F_{\text{trilho}} \quad (2.112)$$

#### 2.5.6 - Cálculo Bidimensional

Neste modelo, um conjunto de correntes trifásicas é aplicado nos condutores conforme descrito em 2.5.1. Cada condutor de uma cor diferente na Figura 2.16 corresponde a uma fase e a um sentido da corrente ( $A+$ ,  $A-$ ,  $B+$  etc.). No caso, a seqüência adotada foi  $A+$   $B-$   $C+$ , da esquerda para a direita. O campo resultante trafega na direção  $-x$ . Dividindo-se o período correspondente em, por exemplo, 10 intervalos,

temos 10 instantes diferentes onde a distribuição de corrente nos condutores é ‘amostrada’.

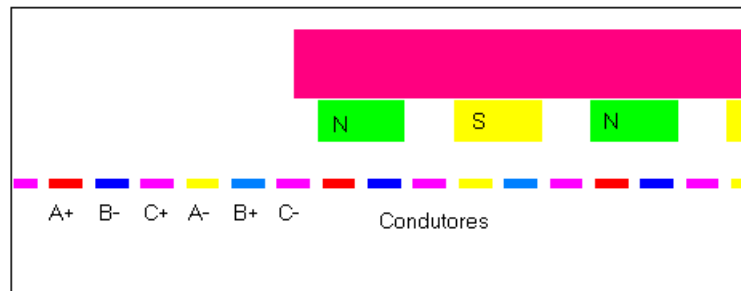


Fig. 2.16 - Sequência de Fases nos Condutores

A corrente é aplicada no modelo de elementos finitos como uma densidade de corrente  $J_z$  sobre um conjunto de elementos do modelo que representam um condutor. A densidade de corrente aplicada deve ser calculada levando-se em conta a corrente ( $I$ ), o número de espiras ( $N_{esp}$ ) e a área da seção do condutor.

$$J_z = \frac{I \cdot N_{esp}}{s_1} \quad (2.113)$$

Efetuada a solução, na fase de pós-processamento todos os elementos de material condutor são selecionados e a força sobre cada um somada. O resultado deve ser multiplicado pelo comprimento do lado ativo da bobina para que se leve em conta a profundidade do modelo.

### 2.5.7 - Cálculo Tridimensional

Utilizando-se a mesma abordagem do caso 2D (MVP), o procedimento para aplicação de correntes e obtenção dos resultados é o mesmo descrito acima. A vantagem do cálculo 3D sobre o cálculo 2D neste caso restringe-se ao fato de se levar em conta em 3D o efeito de espraiamento do campo, que leva a resultados mais próximos da realidade do que o cálculo em duas dimensões com a subsequente consideração do comprimento efetivo do lado das bobinas. A representação em um trecho maior de trilho das bobinas com suas respectivas terminações, conforme apresentado em 2.4, não foi possível aqui em razão da exigência de recursos computacionais.

## 2.6- PROJETO DO MOTOR

### 2.6.1 - Considerações iniciais

Algumas restrições iniciais decorrentes do caráter experimental do protótipo em estudo condicionaram as variáveis de projeto e são descritas a seguir.

- Motor plano (*single-sided*), com estator e rotor dispostos na direção horizontal. Esta topologia teve como objetivo tornar menos complexa a construção do trilho, especialmente nos trechos em curva.
- Estator longo, com enrolamentos trifásicos distribuídos ao longo do trilho. Pólos do campo feitos com ímãs permanentes, na parte móvel (veículo). O estator longo tem como justificativa a necessidade de evitar contato mecânico através de escovas para alimentação do veículo. Os ímãs permanentes do campo serão de Nd-Fe-B, pois a ausência de material ferromagnético na armadura, como descrito em seguida, resulta em uma menor densidade de fluxo do que seria típico em uma máquina convencional, daí a necessidade de uso de ímãs com maior densidade de energia magnética.
- Armadura com núcleo de ar, para reduzir a força de atração entre o carro e o trilho, uma vez que o protótipo destina-se a estudar a viabilidade de uso de mancais de levitação supercondutores. A força entre o carro e o trilho poderá ser de atração ou repulsão, dependendo do ângulo de carga  $\delta$ , como será discutido mais adiante em 2.6.5.
- Pólos construídos com 2 ímãs de NdFeB pré-fabricados na forma de hexaedros, dispostos lado a lado formando um pólo, com as dimensões mostradas na figura abaixo.

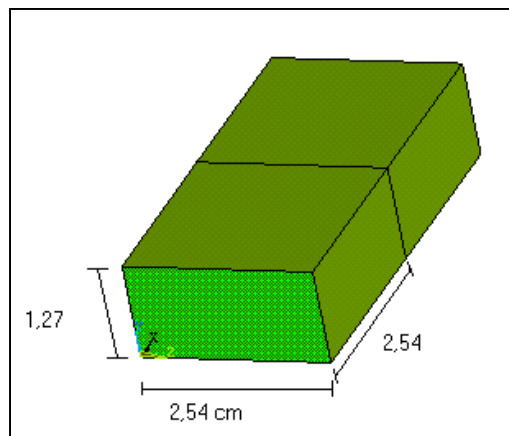


Fig. 2.17 - Dimensões dos Pólos

- Enrolamento em camada simples, com passo pleno e uma ranhura por pólo por fase, com o propósito de facilitar sua construção.
- Passo polar de  $\tau = 39$  mm, correspondendo a uma velocidade síncrona de 1,56 m/s para 20 Hz. Considerando as dimensões dos pólos, um passo polar mais curto dificultaria a montagem dos ímãs lado a lado no veículo.
- Número de pólos no carro:  $p_{car} = 4$ . O número de pólos no veículo foi limitado pelo comprimento final do veículo, que teria dificuldade em fazer as curvas se fosse muito longo.
- O enrolamento do estator foi distribuído nas seções retas de 6 metros de trilho, mostradas na Fig. 1.4. Os trechos em curva não têm enrolamentos e a inércia do veículo é suficiente para percorrer os trechos em curva. Foram consideradas também as hipóteses de se alimentar seções em paralelo, por exemplo, 2 seções de 3 metros. O objetivo de se alimentar seções em paralelo seria reduzir a resistência final do enrolamento que tende a ser muito grande para uma seção única de 6 metros.
- Em decorrência das dimensões dos pólos, o comprimento ativo da bobina será aproximadamente 51 mm. Para facilitar a construção do mecanismo de levitação supercondutora nas laterais do carro, bem como para compensar qualquer desvio lateral do veículo permitido pelos mancais supercondutores, o comprimento total de um lado de bobina é  $l_{esp} = 70$  mm. O comprimento médio da conexão terminal em um dos lados (cabeça de bobina) é  $l_{le} = 54$  mm.
- Número de fases:  $m_1 = 3$
- Enrolamentos da armadura ligados em Y
- Número de pólos na armadura (trilho):  $p = 152$  para 6 metros, correspondendo a  $P = 76$  pares de pólos.
- passo da bobina:  $c_1 = \tau = 39$  mm (bobina de passo pleno)
- Fator de enrolamento:  $k_{w1} = 0,955$ , considerando a extensa distribuição dos condutores ao longo do estator, conforme descrito no Apêndice III.
- Número de ranhuras na armadura:  $z_1 = 152 \times 3 = 456$
- Número de ranhuras/polo/fase:  $q_1 = 1$
- Apesar da armadura não ser constituída de material ferromagnético, para fins de determinação das dimensões do molde de material (resina ou madeira) a ser

utilizado na construção da armadura, define-se largura do ‘dente’ como  $t_w = 3,0$  mm e largura da ‘ranhura’ como  $s_w = 10,0$  mm. A determinação da área disponível para acomodação dos condutores de uma bobina também é importante sob o ponto de vista do cálculo da densidade de corrente a que os condutores estarão submetidos.

- Enrolamento de armadura de cobre, com condutividade  $\sigma = 57 \times 10^6$  S/m

## 2.6.2 - Variáveis de Projeto

Respeitando-se as restrições discutidas na seção anterior, outras variáveis a serem definidas são:

- Diâmetro do fio do enrolamento de armadura:  $d_{fio}$
- Número de condutores em paralelo:  $a$
- Número de espiras em uma bobina:  $N_{esp}$
- Profundidade da ‘ranhura’:  $s_h$ . Em caso de necessidade de aumentar a área da ranhura para acomodar maior número de condutores é mais fácil variar a profundidade e estimar o efeito disto sobre a densidade de fluxo através do MEF do que variar a largura do dente e da ranhura que são limitadas pelo passo polar
- Número de seções em que o trecho de 6m vai ser dividido para ser alimentado:
  - 1 seção de 6 m
  - 2 seções de 3 m
  - 3 seções de 2m
  - 4 seções de 1,5 m etc.

Em decorrência das variáveis definidas acima temos ainda:

- Número de espiras por fase na armadura ( $N_1$ ) :

$$N_1 = \frac{P}{2} \cdot N_{esp} \quad (2.114)$$

- Área da ranhura ( $A_s$ ) :

$$A_s = s_w \cdot s_h \quad (2.115)$$

- Área da seção reta de um condutor ( $s_1$ ) :

$$s_1 = \left( \frac{d_{fio}}{2} \right)^2 \cdot \pi \quad (2.116)$$

- Fator de enchimento, definido como a relação entre área dos condutores e área da ranhura ( $k_{sl}$ ) :

$$k_{sl} = \frac{a \cdot N_{esp} \cdot s_1}{A_s} \quad (2.117)$$

- Densidade de corrente no enrolamento da armadura ( $J_1$ ) :

$$J_1 = \frac{I_a}{s_1 \cdot a} \quad (2.118)$$

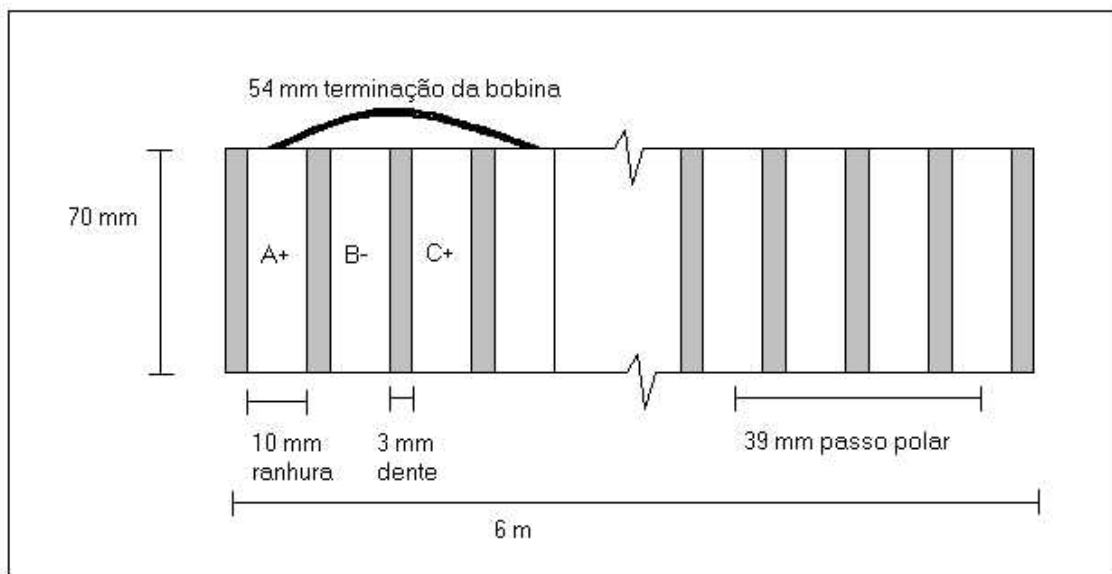


Fig. 2.18 - Enrolamento de Armadura, Vista Superior

### 2.6.3 - Exemplo de Projeto

Esta seção descreve exemplo de projeto do protótipo, desenvolvido a partir das equações de projeto, com valores de indutância e fluxo obtidos pelo MEF. A descrição mais detalhada da determinação destes parâmetros, bem como a comparação com valores medidos e determinados analiticamente será feita no Capítulo 3.

Parâmetros Iniciais, conforme descrição da seção 2.6.1:



<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>	
$\sigma$	57000000	condutividade do cobre (1/ $\Omega$ m)
$k_{wl}$	1	fator de enrolamento
$l_{le}$	54	comprimento médio da cabeça de bobina (mm)
$l_{ativo}$	5,08	comprimento do lado ativo da bobina (mm)
$l_{esp}$	70	comprimento total do lado da bobina (mm)
$m_l$	3	número de fases
$s_w$	10	largura da ranhura (mm)
$\tau$	39	passo polar (mm)
$t_h$	6	profundidade da ranhura (mm)
$t_w$	3	largura do dente (mm)
$v_s$	1,56	velocidade síncrona (m/s) para 20 Hz

Tabela 1 - Parâmetros Iniciais de Projeto

Variáveis de Projeto:

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>	
$a$	4	número de condutores em paralelo
$d_{fio}$	0,64	diâmetro do condutor (mm)
$N_l$	240	número de espiras por fase / metro de trilho
$N_{esp}$	20	número de espiras por bobina
$p$	24	número de pólos na armadura / metro de trilho
$p_{car}$	10	número de pólos no carro

Tabela 2 - Variáveis de Projeto

Valores Calculados pelo Método dos Elementos Finitos:

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>	
$\phi_g$	0,269	fluxo por pólo (mWb) para $g = 10$ mm
$\phi_g$	0,315	fluxo por pólo (mWb) para $g = 5$ mm
$L_a$ (2D)	0,29	indutância própria por fase (mH) / metro de trilho
$L_{ab}$ (2D)	0,081	indutância mútua entre fases (mH) / metro de trilho
$L_a$ (3D)	0,48	indutância própria por fase (mH) / metro de trilho
$L_{ab}$ (3D)	0,024	indutância mútua entre fases (mH) / metro de trilho

Tabela 3 - Valores Calculados pelo Método de Elementos Finitos

Valores Calculados Analiticamente:

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>	
$E_f$	2,19	força contra-eletromotriz (V) para 20 Hz
$k_{sl}$	0,63	fator de enchimento
$L_e$	0,21	indutância da cabeça de bobina por fase (mH/m)
$L_s$	0,46	indutância síncrona (mH/m) - a partir do valor 3D
$R_l$	0,86	resistência total da armadura por fase ( $\Omega$ /m)
$s_l$	0,32	área da seção reta do condutor ( $\text{mm}^2$ )
$X_s$	0,06	reatância síncrona ( $\Omega$ /m) para 20 Hz (valor 3D)

Tabela 4 - Valores Calculados Analiticamente

Dependendo dos valores de tensão ou corrente na alimentação do motor os parâmetros  $A_m$  (carregamento elétrico) e  $J_l$  (densidade de corrente) tal como descritos respectivamente nas equações (2.19) e (2.118) também são calculados analiticamente.

### Cálculo da força de tração em função do ângulo de carga

O Gráfico 1 abaixo mostra a força de tração em função do ângulo de carga, calculada a partir das equações (2.1) a (2.13). Note-se que para este motor, o valor da resistência de armadura não é desprezível, sendo efetivamente maior que o valor da reatância síncrona, que é relativamente baixa em decorrência do uso de bobinas com núcleo de ar. Assim, considerando na equação (2.12)  $R_l \gg X_s$ , observa-se que o ângulo de carga correspondente à força máxima será aproximadamente  $0^\circ$ , ao invés de  $90^\circ$ , como no caso de uma máquina convencional em que  $R_l \ll X_s$ .

Para fins de comparação são considerados três casos de alimentação por corrente ( $I = 2,5 \text{ A}$ ,  $I = 5,0 \text{ A}$  e  $I = 10,0 \text{ A}$ ). O entreferro utilizado é de  $5 \text{ mm}$ . No caso prático da alimentação por tensão a partir de um inversor do tipo  $V/f$ , existe a possibilidade de alimentar em paralelo algumas seções de trilho, como mencionado em 2.6.4.

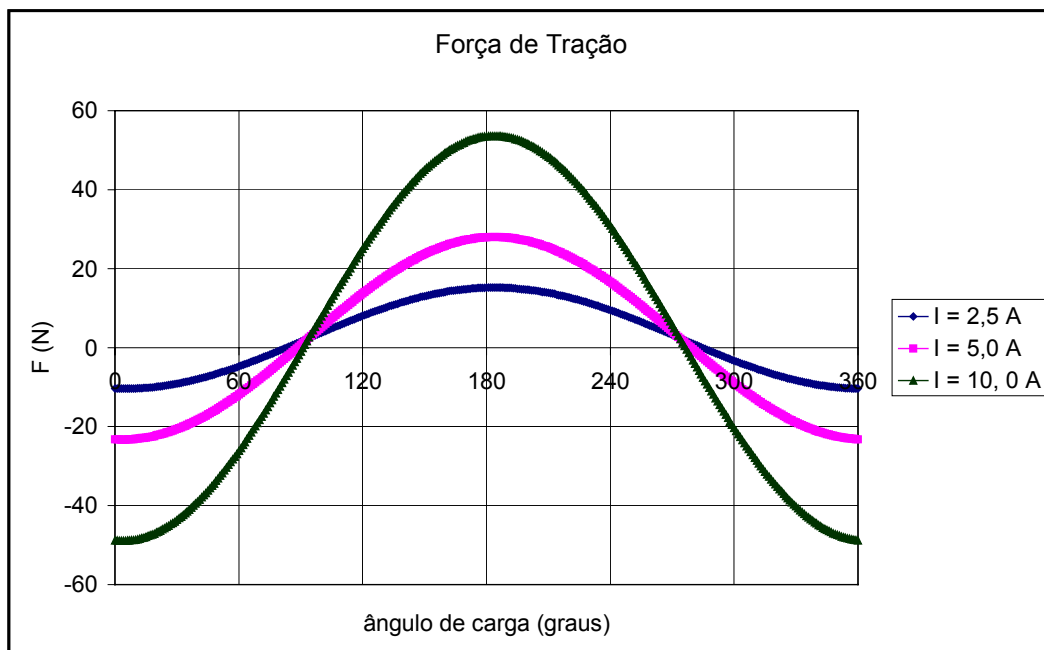


Gráfico 1: Estimativa da Força de Tração para o exemplo de projeto da seção 2.6.3.

#### 2.6.4 - Alimentação de Seções em Paralelo

Cálculos preliminares mostram que o uso de 2 seções de 3 metros alimentadas em paralelo pode aumentar significativamente a força de tração disponível sem comprometer o enrolamento de armadura com densidade de corrente demasiadamente elevada. A tabela 5 apresenta os valores máximos de corrente e densidade de corrente em função das seções alimentadas em paralelo, considerando a alimentação a partir de

uma fonte de tensão, como um inversor do tipo  $V/f$  fornecendo 42 V de tensão de fase na frequência de 20 Hz. O Gráfico 2 apresenta o cálculo da força de tração neste caso, para as mesmas seções.

Seção Alimentada	$I_{\max}$ (A)	$J_{\max}$ (A/mm <sup>2</sup> )
6 m	7,8	6,0
3 m	15,6	12,1
2 m	23,4	18,2

Tabela 5 - Valores Máximos de Corrente e Densidade de Corrente

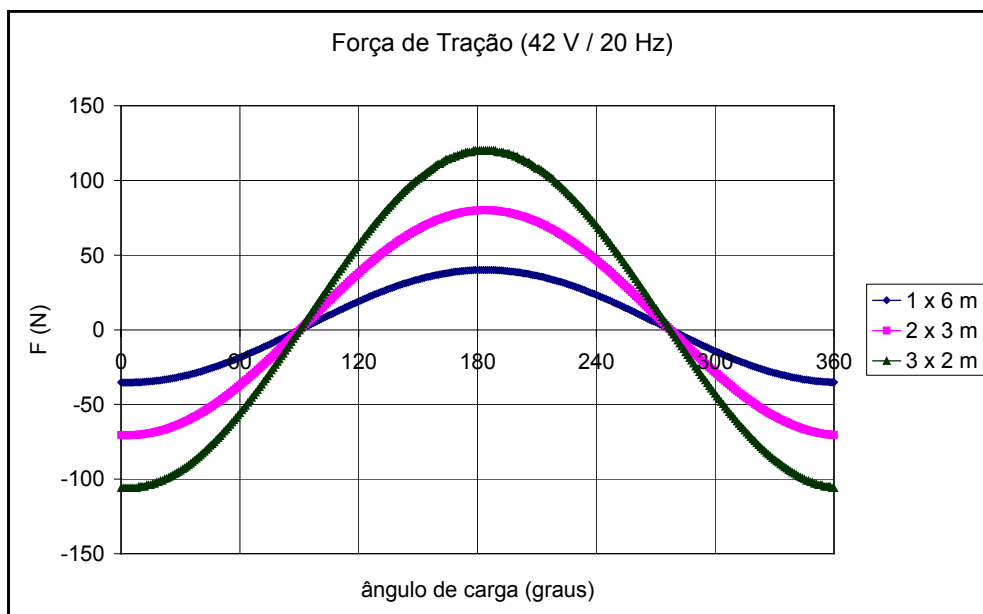


Gráfico 2 - Força de Tração para Diferentes Seções de Alimentação

### 2.6.5 - Força Normal e Ângulo de Carga

Um motor linear síncrono com estator longo e bobinas com núcleo de ar tem as respectivas expressões gerais para a força de tração e a força normal

$$F_x = K_1 \cdot I_a \cdot \text{sen } \delta \quad (2.119)$$

$$F_n = K_2 \cdot I_a^2 + K_3 \cdot I_a \cdot \text{cos } \delta \quad (2.120)$$

onde  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  são coeficientes relacionados com a construção física do motor,  $I_a$  é a corrente de armadura e  $\delta$  o ângulo de carga [53].

No que concerne à força normal, o termo  $K_2 \cdot I_a^2$  representa a atração magnética entre os condutores alimentados por corrente no estator e o material ferromagnético que compõe o campo a bordo do veículo. O termo  $K_3 \cdot I_a \cdot \cos\delta$  representa a força entre o campo magnético produzido pelos ímãs permanentes e o campo produzido pelo estator. Como este último componente é predominante, a relação entre força de tração e força normal segue uma relação de defasagem de  $90^\circ$ , decorrente dos termos  $\sin\delta$  e  $\cos\delta$  que aparecem nas equações (2.119) e (2.120). No caso do protótipo em estudo, a influência da força normal sobre os mancais supercondutores deve ser avaliada. A Tabela 14 da seção 3.4.5 mostra os resultados obtidos na medida da força normal comparados com aqueles calculados por elementos finitos.

## 2.7 – CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou o modelo matemático, derivado do circuito equivalente utilizado no estudo de máquinas síncronas convencionais, que serviu de referência inicial para o projeto do motor linear síncrono construído para o protótipo. As possibilidades de cálculo pelo Método dos Elementos Finitos dos parâmetros Indutância e Fluxo Magnético no entreferro foram apresentadas, bem como as possibilidades de determinação pelo MEF da força produzida pela máquina. Analisou-se a viabilidade e conveniência do uso de formulações bidimensionais ou tridimensionais, assim como de soluções estáticas ou harmônicas. As restrições e requisitos do projeto foram apresentadas e detalhou-se os parâmetros escolhidos para a construção do protótipo.

## CAPÍTULO 3

### VALIDAÇÃO DA ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Com a finalidade de permitir testes preliminares antes de concluída a estrutura de 30 metros de trilho em circuito fechado, foi construída uma seção de 1 m de comprimento do trilho (Fig. 3.1) com um veículo suportado por rodas e com 4 pólos de ímãs permanentes de Nd-Fe-B. Os pólos têm as dimensões descritas na seção 2.6 e a chapa de aço SAE 1020 usada na culatra dos pólos tem espessura de 1/4 de polegada (6,4 mm). A partir deste aparato foi possível medir valores de indutância, densidade de fluxo produzida pelos pólos, densidade de fluxo produzida pelas bobinas e forças de tração e normal (esta última no seu valor máximo). Estes valores são então comparados com aqueles calculados analiticamente e/ou obtidos pelo Método dos Elementos Finitos, conforme descrito a seguir.



Fig. 3.1 - Aparato de Teste para 1 metro de Trilho

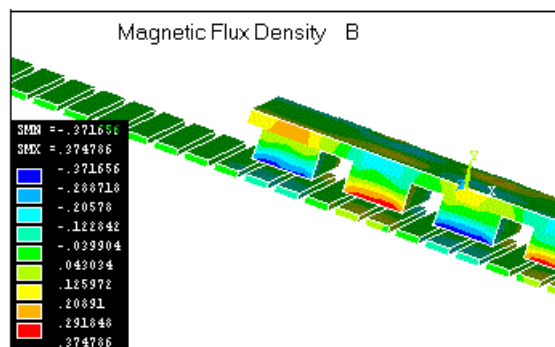


Fig. 3.2 - Representação de 1 metro de Trilho usando EF

### 3.1 - INDUTÂNCIA

#### 3.1.1 - Medição do Valor da Indutância Própria de uma Bobina

Cada bobina da armadura é construída com 20 espiras de 4 condutores de seção 0,32 mm<sup>2</sup> em paralelo. A medida da indutância de uma bobina isolada foi feita usando um circuito RC ressonante com frequências na faixa de 13,99 a 25,00 kHz. O valor obtido foi

$$L = 39,5 \mu H. \quad (3.1)$$

Considerando as elevadas frequências utilizadas nos testes, foi investigada a hipótese do efeito pelicular ter influência significativa sobre a medida. Cálculos analíticos e através do MEF mostraram que devido à seção relativamente pequena do condutor o efeito pelicular nas frequências acima pode ser desprezado. Na maior frequência utilizada (25,00 kHz), a profundidade de penetração de corrente é dada por

$$\delta = \frac{6,67 \times 10^{-2}}{\sqrt{f}} \quad (3.2)$$

e vale

$$\delta = 0,42 \text{ mm},$$

sendo portanto maior que o próprio raio do condutor ( $r = 0,32 \text{ mm}$ ).

A distribuição de correntes em um condutor obtida por elementos finitos (Fig. 3.3), obtida através de análise harmônica em 2D, também mostra uma diferença pequena entre os valores de resistência para corrente alternada e corrente contínua, tanto em baixas quanto em altas frequências:

$$\frac{R_{ca}}{R_{cc}}(60Hz) = 1,002 \quad (3.3)$$

e

$$\frac{R_{ca}}{R_{cc}}(25,00kHz) = 1,009 . \quad (3.4)$$

A distribuição de correntes no condutor obtida pelo MEF é mostrada na Fig. 3.3.

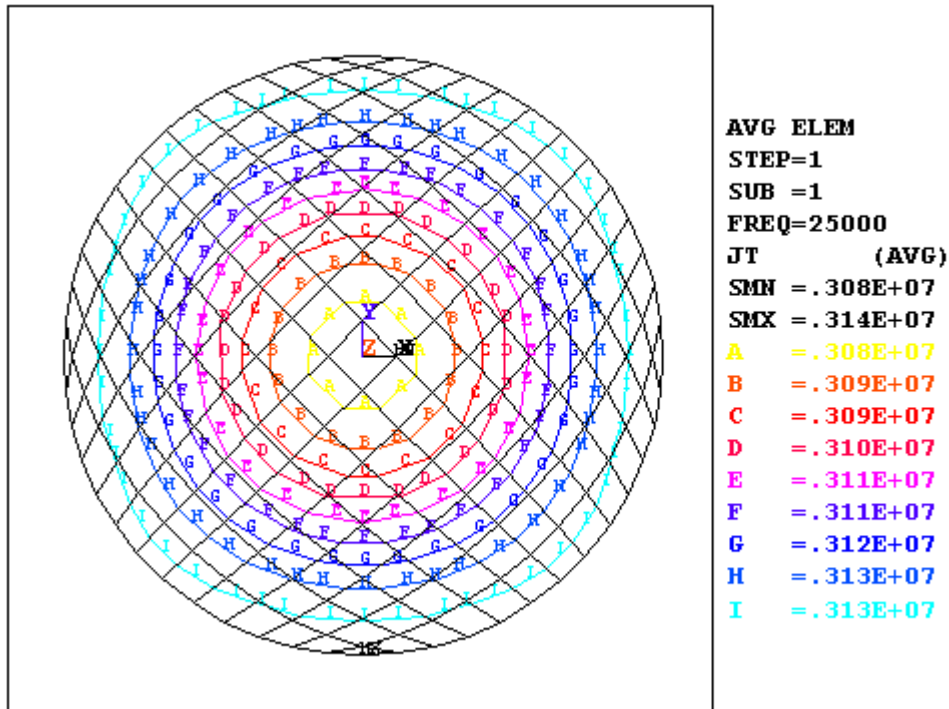


Fig. 3.3 - Distribuição da Corrente Alternada em um Condutor na Frequência de 25 kHz

### 3.1.2 - Indutâncias Calculadas pelo MEF

Usando os procedimentos descritos nas seções 2.2 (Cálculo de indutâncias pelo MEF - abordagem 2D) e 2.3 (Cálculo de indutâncias pelo MEF - abordagem 3D), são obtidos os resultados apresentados a seguir.

#### 3.1.2.1 - Abordagem 2D

No cálculo 2D, apenas a indutância dos lados da bobina pode ser obtida. A indutância de dispersão associada à cabeça de bobina não pode ser calculada. Um recurso possível é calcular analiticamente a indutância de cabeça de bobina e somá-la ao valor obtido por elementos finitos. A expressão para a indutância de cabeça bobina por fase é dada por [48]

$$L_e = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot N_1^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e}}{p} \quad (2.49)$$

Para a máquina em questão, a partir da equação acima, chega-se à expressão da indutância de dispersão de conexão terminal para uma única bobina (equação 3.5), conforme é apresentado no Apêndice IV



$$Le_{1b} = 2 \cdot \mu_0 \cdot N_{esp}^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e} \quad (3.5)$$

Considerando

$N_{esp} = 20$  (número de espiras por bobina),

$l_{1e} = 54$  mm (comprimento médio da conexão terminal),

$\lambda_{1e} = 0,3$  (coeficiente de permeância referente à dispersão de cabeça de bobina - Apêndice IV), tem-se

$$Le_{1b} = 16,3 \mu\text{H}. \quad (3.6)$$

O cálculo por elementos finitos para a parte reta das bobinas, conforme apresentado em 2.2, fornece

$L_I = 11,5 \mu\text{H}$  para metade da bobina, e

$$L_{Ib} = 23,0 \mu\text{H}, \quad (3.7)$$

para a bobina completa.

Deste modo, a indutância total para a uma bobina seria

$$L_{T1b} = L_{Ib} + Le_{1b} \quad (3.8)$$

A indutância mútua devida ao acoplamento entre o fluxo produzido por cabeças de bobina usualmente não é considerada na análise de máquinas com núcleo de ferro na armadura, por ser o acoplamento pelo ar desprezível em relação ao acoplamento mútuo que se dá na região onde o fluxo concatena-se pelo ferro. Por esta razão não foi usada uma expressão analítica para ser somada ao valor calculado pelo MEF da indutância mútua. A Tabela 6 resume os resultados da análise 2D da indutância.

Parâmetro	Valor Médio	Erro em Relação ao Valor Medido
Indutância Própria (incluindo indutância de cabeça de bobina calculada analiticamente)	39,3 $\mu\text{H}$	0,5 %
Indutância Mútua (não incluindo cabeça de bobina)	6,4 $\mu\text{H}$	-

Tabela 6 - Resultados MEF 2D para Indutância

### 3.1.2.2 - Abordagem 3D

A abordagem tridimensional, conforme apresentada em 2.3, permite o cálculo da indutância própria por uma análise magnetostática e o cálculo da indutância mútua pelas análises magnetostática e harmônica. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 7.

Parâmetro	Solução Estática	Solução Harmônica	Erro em Relação ao Valor Medido
Indutância Própria	38,0629 $\mu\text{H}$	-	3,6 %
Indutância Mútua (Calculada na Bobina Lateral 1)	1,92101 $\mu\text{H}$	1,92101 $\mu\text{H}$	-
Indutância Mútua (Calculada na Bobina Lateral 2)	1,91938 $\mu\text{H}$	1,91938 $\mu\text{H}$	-

Tabela 7 - Resultados 3D para Indutância

### 3.1.3 - Conclusões sobre o uso do MEF no cálculo de indutâncias

Os resultados apresentados acima demonstram que o MEF fornece bons resultados no cálculo de indutâncias. No caso bidimensional, a desvantagem é a necessidade do cálculo analítico da indutância de cabeça de bobina. No caso 3D, a maior dificuldade notada na utilização do MEF foi a caracterização da geometria das bobinas, que não reproduzem perfeitamente os dispositivos físicos modelados. Ainda no cálculo 3D, deve ser notado que as análises magnetostática e harmônica fornecem valores muito próximos de indutância mútua, sendo idênticos até a quinta casa decimal.

Nos valores apresentados acima, a abordagem bidimensional somada ao cálculo analítico forneceu melhores resultados que a abordagem tridimensional. Entretanto, este resultado deve ser analisado com cuidado porque o cálculo analítico da indutância de cabeça de bobina depende fortemente do parâmetro  $\lambda_{le}$ , e como é discutido no Apêndice IV, este fator está relacionado com o tipo de enrolamento utilizado e sua determinação necessita ser muito criteriosa.

### 3.2 - DENSIDADE DE FLUXO NO CAMPO

A medida do fluxo produzido por um dos pólos do campo, mostrados na Fig. 3.4, não é trivial. No entanto, a medida da densidade de fluxo com um gaussímetro a determinada distância dos pólos é imediata, e pode ser usada para comparações com os valores obtidos pelo MEF.

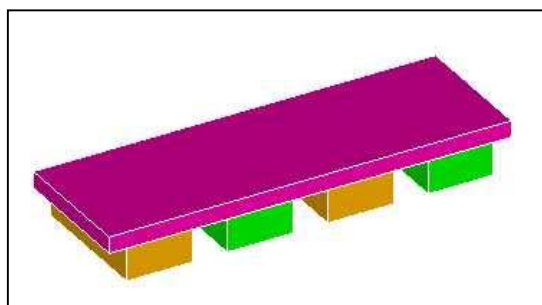


Fig. 3.4 - Pólos do Campo no Veículo

#### 3.2.1 - Medidas da densidade de fluxo e cálculo por elementos finitos da densidade de fluxo

Utilizando-se um gaussímetro, foi medido o valor máximo da densidade de campo nas distâncias de 5 e 10 mm medidas a partir da superfície dos ímãs. Nas mesmas distâncias foram calculados os valores através do MEF 2D .

Distância (mm)	Valor Máximo de B (T) - Valor Medido	Valor Máximo de B (T) - MEF 2D	Diferença
5	0,31	0,37	16,2 %
10	0,19	0,25	24,0 %

Tabela 8 - Campo Medido à Distância dos Pólos - Gaussímetro

A discrepância entre os valores medidos e os valores calculados pelo MEF sugeriu a necessidade de se efetuar as medições com aparelhagem mais precisa. Deste modo, os ímãs dos pólos instalados no veículo foram mapeados com um equipamento mais sofisticado, obtendo-se as leituras nas distâncias de 4,5 mm e 9,5 mm a partir da superfície dos ímãs. O equipamento consiste em um sensor de efeito Hall acoplado a uma mesa de posicionamento X-Y acoplada a um computador, com passo de varredura de 0,20 mm. Este equipamento é mostrado na figura 3.5.



Fig. 3.5 – Equipamento de Medição do Campo

As distâncias nas quais foi feito o mapeamento foram escolhidas por representarem aproximadamente o espaçamento entre os ímãs do campo e os condutores situados no topo e no fundo de uma ranhura do estator. A figura 3.6 mostra o mapeamento para 4,5 mm e a figura 3.7 mostra o mapeamento para 9,5 mm. Em termos dos valores medidos e calculados por MEF a Tabela 9 mostra a comparação de resultados.

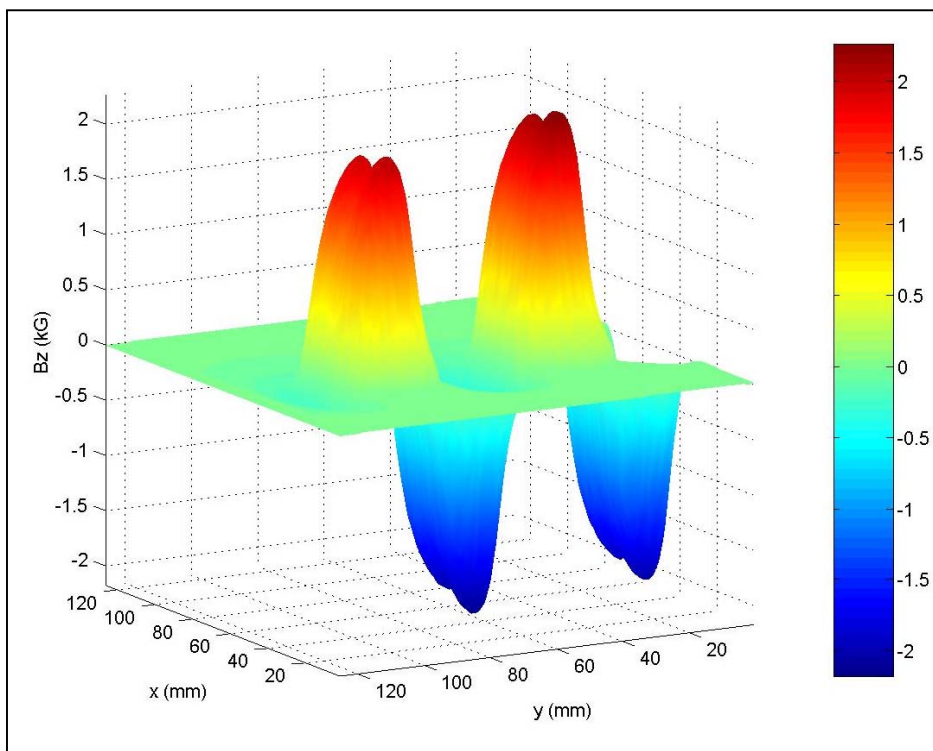


Fig. 3.6 – Mapeamento de B a 4,5 mm de Distância dos Pólos

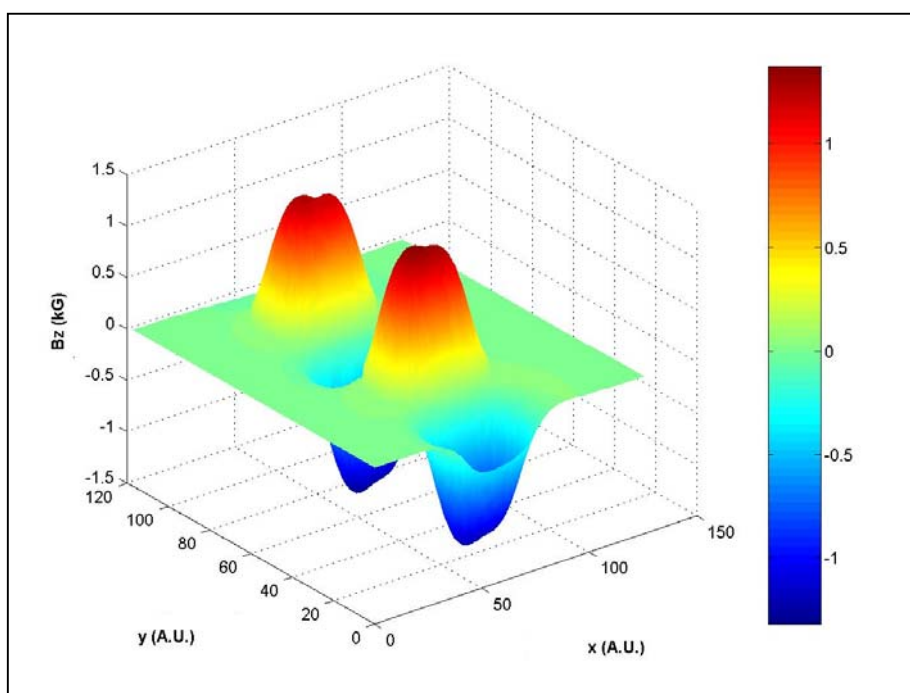


Fig. 3.7 – Mapeamento de B a 9,5 mm de Distância dos Pólos

Distância (mm)	Valor Máximo de B (T) - Valor Medido	Valor Máximo de B (T) - MEF 2D	Diferença
4,5	0,23	0,38	39,5 %
9,5	0,13	0,26	50,0 %

Tabela 9 - Campo Medido à Distância dos Pólos – Sensor de Efeito Hall

Os resultados da Tabela 9 revelaram que evidentemente havia algum erro nos procedimentos e equipamento de medida ou no modelo de elementos finitos. Em função de testes anteriores, a confiabilidade do equipamento e dos procedimentos era estabelecida, de modo que se procurou identificar a falha no modelo de elementos finitos. Uma vez que a caracterização do modelo de ímã permanente envolvia uma geometria muito simples, a falha estava na caracterização do material, em termos de remanência ou magnetismo residual ( $B_r$ ) e coercitividade ( $H_c$ ). A diferença deve ser atribuída ao fato de que o modelo em elementos finitos ter sido alimentado com os dados acerca das características de magnetização dos ímãs tal como informados pelo fabricante original. Como os ímãs foram adquiridos e magnetizados *a posteriori*, os valores efetivos poderiam ser diferentes.

Conforme descrito no Apêndice II, a densidade de energia de um ímã é determinada pelo produto ( $Br \cdot Hc$ ) e para um ímã de terra rara como o Nd-Fe-B, a inclinação da curva de desmagnetização representa uma característica de permeabilidade relativa  $\mu_{rec}$  entre 1,0 e 1,1. Assim, para um ímã de menor densidade de energia, o produto ( $Br \cdot Hc$ ) obviamente é menor e Br e Hc devem ser reduzidos na mesma proporção para que a permeabilidade relativa permaneça constante. A menor diferença entre os valores medidos e calculados por elementos finitos, apresentados na Tabela 10, foi obtida quando se adotou o fator de redução de 0,62 para Br e Hr.

Embora isto signifique uma considerável redução na densidade de energia que se esperava obter dos ímãs de Nd-Fe-B, a correção deste procedimento foi confirmada por outros dois testes comparativos entre resultados medidos e calculados por elementos finitos. O primeiro foi o mapeamento da densidade de fluxo feito com o mesmo equipamento de medida em outros ímãs isolados, isto é fora do circuito magnético formado pelo conjunto culatra-pólos do veículo, apresentado no Apêndice V. O segundo foi a medição da força de tração produzida pelo veículo feita por outro equipamento de medida com resultados descritos na seção 3.4.

Distância (mm)	Valor Máximo de B (T) - Valor Medido	Valor Máximo de B (T) - MEF 2D – produto BH reduzido	Diferença
4,5	0,23	0,24	4,2 %
9,5	0,13	0,16	18,8 %

Tabela 10 - Campo Medido e Calculado por MEF com Produto BH Reduzido

### 3.2.2 - Estimativa do fluxo a partir do valor medido de B e cálculo por elementos finitos

Conforme apresentado na seção 2.4, para uma distribuição senoidal de B,

$$B_{med} = \frac{2}{\pi} \cdot B_{g_{max}} \quad ; \quad (3.9)$$

o fluxo por pólo pode ser calculado por

$$\Phi_g = B_{med} \cdot \tau \cdot l_{ativo} \quad . \quad (3.10)$$

Assim, considerando os valores medidos para  $B_{g_{max}}$ , os valores médios e de fluxo correspondentes são:

$$B_{med}(4,5\text{ mm}) = 0,146\text{ T} \quad , \quad (3.11)$$

$$B_{med}(9,5\text{ mm}) = 0,083\text{ T} \quad , \quad (3.12)$$

$$\Phi_g(4,5\text{ mm}) = 0,146 \times 0,039 \times 0,051 = 0,290\text{ mWb} \quad , \quad (3.13)$$

$$\Phi_g(9,5\text{ mm}) = 0,083 \times 0,039 \times 0,051 = 0,165\text{ mWb} \quad , \quad (3.14)$$

### 3.2.3 - Cálculo do Fluxo por Elementos Finitos

Conforme apresentado em 2.4, o fluxo pode ser calculado diretamente no modelo de elementos finitos, definindo-se uma área sob pólo, no caso 3D, ou definindo-se os limites da área no plano  $xy$ , no caso 2D, sendo que então o resultado será obtido em termos de fluxo por unidade de comprimento. Utilizando a abordagem 3D, os resultados obtidos foram os mostrados na Tabela 11, em comparação com os resultados calculados a partir dos valores medidos.

Distância (mm)	Fluxo -		
	Estimativa a partir do valor medido de B (mWb)	Fluxo - MEF 3D (mWb)	Diferença
4,5	0,290	0,251	13,4 %
9,5	0,165	0,167	1,2 %

Tabela 11 - Fluxo Calculado em Área sob um Pólo

### 3.2.4 - Conclusões sobre o uso do Método dos Elementos Finitos no cálculo do fluxo e densidade de fluxo

O cálculo por elementos finitos da densidade de fluxo no seu valor de pico mostrou uma concordância razoável em relação aos valores medidos, quando se consideram os fatores de redução no produto ( $Br \cdot Hc$ ). O mesmo acontece na comparação entre o fluxo estimado a partir do valor de B medido e o fluxo calculado no modelo 3D de elementos finitos.

O valor do fluxo por pólo é utilizado na determinação analítica dos parâmetros de desempenho da máquina, conforme apresentado na seção 2.1. O cálculo de forças é particularmente sensível a variações no valor do fluxo por pólo. Os cálculos de força efetuados utilizando-se o valor de fluxo estimado pelo MEF mostraram-se bastante próximos dos valores medidos, conforme apresentado mais adiante, o que sugere que este valor está aproximadamente correto.

É interessante o uso do fluxo calculado por elementos finitos porque este incorpora distorções do circuito magnético que são desprezadas quando se considera o valor médio de  $B$  obtido a partir de uma distribuição supostamente senoidal. Além disso, como foi discutido na seção 2.4, o fluxo obtido na análise por elementos finitos deriva diretamente do valor do vetor potencial magnético  $\vec{A}$ , que é um resultado primário da solução por elementos finitos. Os valores de  $B$  são resultados secundários e incorporam maior erro numérico.



### 3.3 - DENSIDADE DE FLUXO NO ENROLAMENTO DA ARMADURA

Do mesmo modo que foi feito para os ímãs do campo, conforme descrito na seção anterior, a densidade de fluxo a determinada distância das bobinas do enrolamento de armadura pode ser obtida experimentalmente e calculada por elementos finitos para fins de comparação. Medidas preliminares do componente normal da densidade de fluxo magnético  $B_z$  na distância de 5 mm sobre uma bobina nos pontos indicados na Fig. 3.8, são mostrados na Tabela 12. A bobina foi alimentada com uma corrente de 1 A e as medições foram efetuadas manualmente com um gaussímetro. Os valores obtidos nos mesmos pontos através do MEF 3D também são mostrados.

Ponto	$B_z (\times 10^{-3} \text{ T})$ (valor medido)	$B_z (\times 10^{-3} \text{ T})$ (MEF - 3D)	Diferença
1	0,40	0,47	17,0 %
2	0,42	0,49	16,7 %
3	0,37	0,41	10,8 %
4	0,38	0,43	13,2 %
5	0,41	0,41	0%
6	0,40	0,43	7,5 %
7	0,42	0,47	11,9 %
8	0,40	0,49	22,5 %

Tabela 12 - Densidade de Fluxo sobre Bobina da Armadura

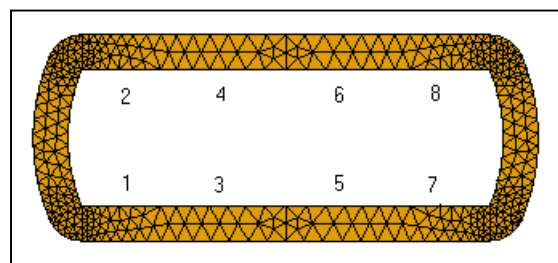


Fig. 3.8 - Pontos Selecionados

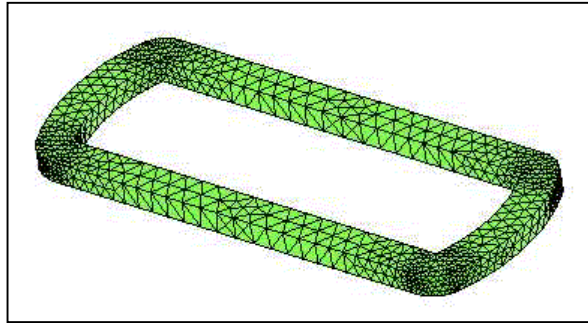


Fig. 3.9 - Modelo em Elementos Finitos 3D da Bobina

Os dados apresentados na Tabela 12 mostraram evidências de erros de medição, decorrentes da precariedade do procedimento de medida manual. Deste modo um mapeamento do campo foi efetuado com equipamento de medida automatizado, apresentado na seção anterior.

Os resultados a uma distância de 5 mm da bobina alimentada com 5 A são mostrados na Figura 3.10 (valores medidos) e na Figura 3.11 (cálculo por elementos finitos), para a menor dimensão da bobina, que tem aproximadamente 30 mm de distância entre os lados internos dos condutores indicados na figura.

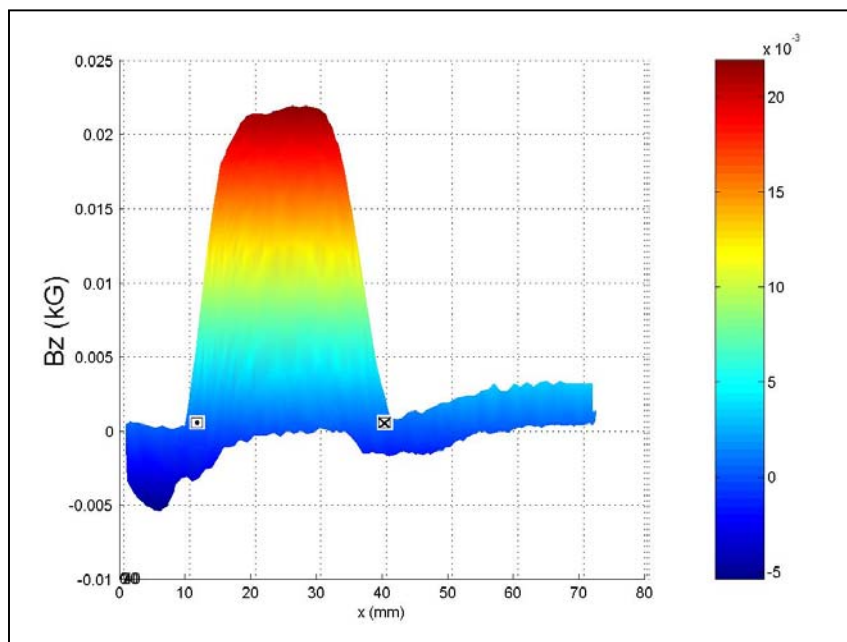


Fig. 3.10 – Medida da Densidade de Fluxo sobre Bobina

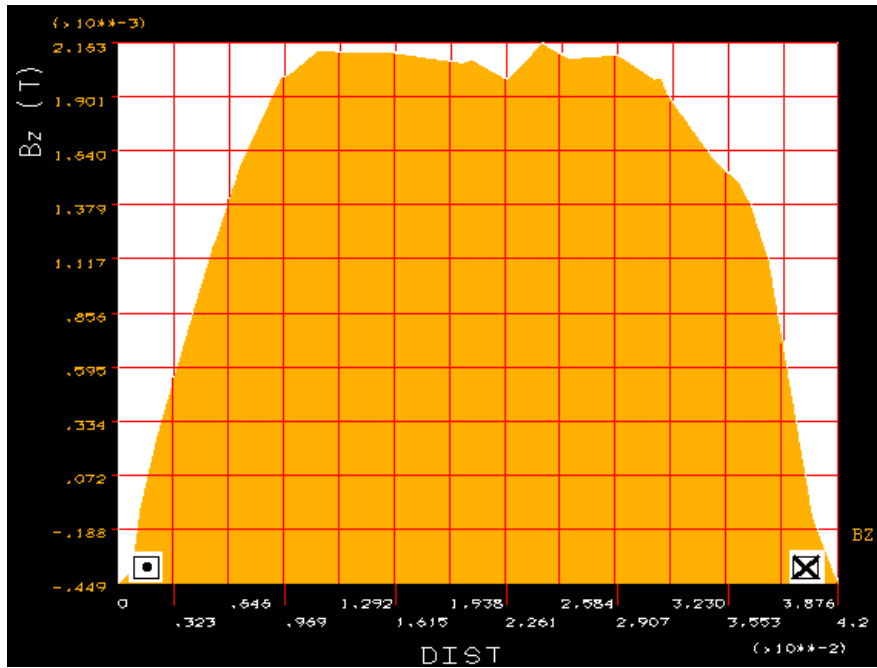


Fig. 3.11 – Cálculo por Elementos Finitos da Densidade de Fluxo sobre Bobina

No seu valor máximo, a diferença entre os valores medidos e estimados por elementos finitos é apresentada na Tabela 13.

$B_z (\times 10^{-3} \text{ T})$ (valor medido)	$B_z (\times 10^{-3} \text{ T})$ (MEF - 3D)	Diferença
2,21	2,16	2,3 %

Tabela 13 - Densidade de Fluxo sobre Bobina da Armadura

Neste caso tem-se uma boa concordância entre os valores, em condições de teste nas quais o valor da densidade de fluxo produzida pode ser controlado a partir do valor de corrente fornecido na alimentação da bobina. Este resultado é significativo não apenas por servir como um teste de validação do uso do MEF no projeto, como também para justificar o procedimento de se adotar um fator de redução do produto ( $Br \cdot Hc$ ) dos ímãs adotado na seção anterior.

### 3.4 - FORÇA DE TRAÇÃO

O cálculo da força de tração prevista para a máquina foi realizado de dois modos. No primeiro caso, o cálculo da força foi feito exclusivamente através do Método dos Elementos Finitos, conforme apresentado em 2.5. No segundo caso, o cálculo da força foi realizado analiticamente. A validação da utilização do Método dos Elementos Finitos no cálculo da força de tração foi feita através da comparação destes dois resultados com os valores medidos experimentalmente. Inicialmente as medidas experimentais de força foram tomadas no aparato de 1 metro de trilho, com o veículo suportado por rodas, tendo em vista os mecanismos de levitação ainda não estarem disponíveis. Os resultados mostraram a viabilidade do cálculo direto da força através do Método dos Elementos Finitos, entretanto foram observadas diferenças significativas entre os valores experimentais e calculados pelo MEF (de aproximadamente 16 %) e entre os valores calculados pelo Método dos Elementos Finitos e calculados analiticamente (de aproximadamente 10%).

Em uma segunda série de testes, as medidas experimentais foram feitas em um trecho de 6 metros do trilho definitivo do protótipo (Fig. 3.12), incluindo o mecanismo de levitação e o cálculo analítico foi revisto levando em consideração a redução do produto ( $Br \cdot Hc$ ), sugerido pelo mapeamento do fluxo produzido pelos pólos do veículo, descrito em 3.2.



Fig. 3.12 - Trilho Definitivo

### 3.4.1 - Força de Tração - Cálculo Analítico

No cálculo analítico da força de tração, segundo as equações 2.1 a 2.9, foram considerados os seguintes valores para os parâmetros da máquina:

- $L_a = 39,5 \mu\text{H}$  (valor experimental para a indutância própria de uma bobina);
- $L_{ab} = 1,92 \mu\text{H}$  (valor da indutância mútua entre duas bobinas, calculado pelo MEF em análise harmônica, 3D);
- $\Phi_g (4,5 \text{ mm}) = 0,251 \text{ mWb}$  (valor do fluxo por pólo calculado pelo Método dos Elementos Finitos 3D);
- $R_l = 7,7 \Omega$  (valor medido da resistência de armadura para 1 fase, correspondendo a 6 metros de trilho);
- $g = 4,5 \text{ mm}$  (entreferro) .

Os valores dos parâmetros acima, que envolvem medidas experimentais e resultados estimados pelo MEF, foram escolhidos levando-se em consideração qual era a abordagem mais confiável para se determinar o valor da grandeza em questão. O valor de 4,5 mm para o entreferro é um valor médio, visto que em função da acomodação das bobinas no trilho existe alguma variação na distância entre o veículo e o enrolamento no trilho.

O cálculo analítico é feito em função do ângulo de carga, conforme apresentado em 2.6. Os resultados apresentados na forma de gráfico têm o aspecto mostrado na Fig. 3.13. Tomando o trecho do gráfico indicado na figura, em que a força vai do valor mínimo ao valor máximo, pode ser feita uma comparação destes valores com os valores da força medidos, forçando-se o deslocamento progressivo do veículo a partir de uma posição de repouso, conforme apresentado em 3.4.3.

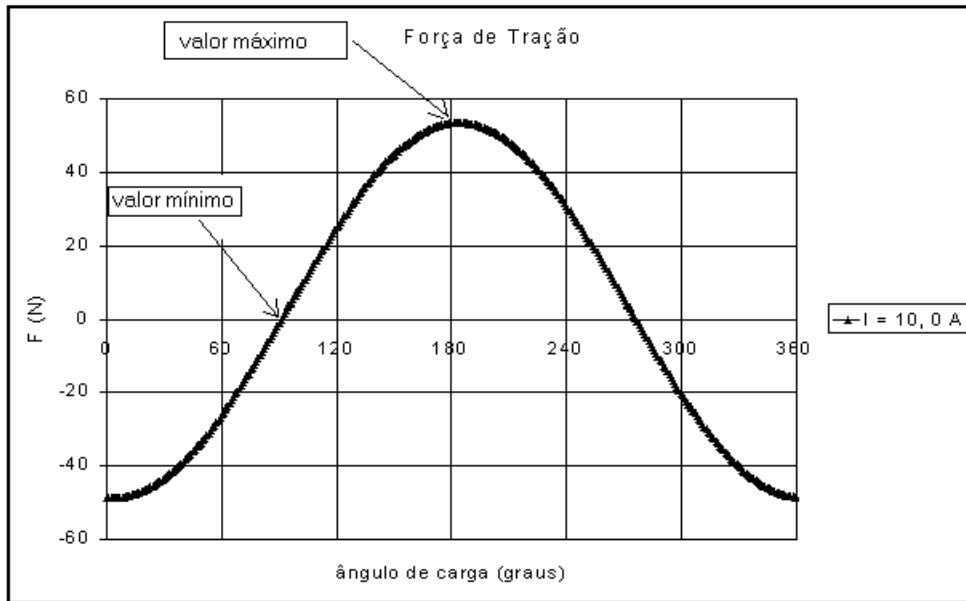


Fig. 3.13 - Trecho da Curva Utilizado na Comparação com Valores Medidos

### 3.4.2- Força de Tração - Cálculo pelo Método dos Elementos Finitos

O cálculo por elementos finitos foi baseado na abordagem tridimensional, conforme apresentado em 2.5, utilizando o método de cálculo da força de Lorentz sobre os condutores e fazendo

$$F_{veículo} = -F_{trilho} \quad (3.15)$$

Densidades de corrente  $J$  correspondendo aos valores de uma alimentação trifásica, conforme exposto em 2.5 são aplicadas no modelo e uma série de soluções magnetostáticas é efetuada. Os valores correspondentes ao intervalo em que a força vai do valor mínimo ao valor máximo são selecionados para comparação com os resultados analíticos e valores medidos.

### 3.4.3 - Medidas da Força de Tração

As medidas da força de tração foram tomadas alimentando-se a armadura com corrente contínua, conforme mostrado na Fig. 3.14. Este procedimento equivale a fixar no tempo uma dada distribuição de correntes trifásicas nos enrolamentos A, B e C, levando o motor a uma posição de repouso onde há o alinhamento do campo no veículo

com o campo produzido no estator. Forçando o deslocamento gradual do carro a partir desta posição, medem-se forças crescentes de oposição ao movimento. Os valores medidos são comparados com aqueles calculados analiticamente e através do Método dos Elementos Finitos. Foram tomadas medidas com correntes de 2,0 , 3,0 , 4,0 5,1 , 6,0 e 7,0 A.

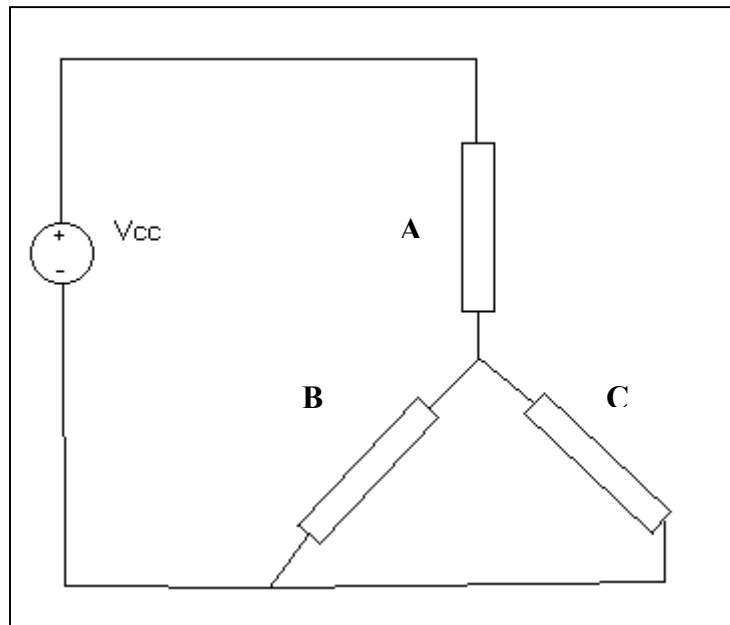


Fig. 3.14 - Alimentação do Motor com Corrente Contínua

#### 3.4.4 - Comparação de Resultados

Os Gráficos abaixo mostram para diversos valores de corrente os resultados calculados analiticamente, calculados por elementos finitos e os valores medidos experimentalmente.

- cálculo analítico
- ▲ cálculo MEF
- valor medido

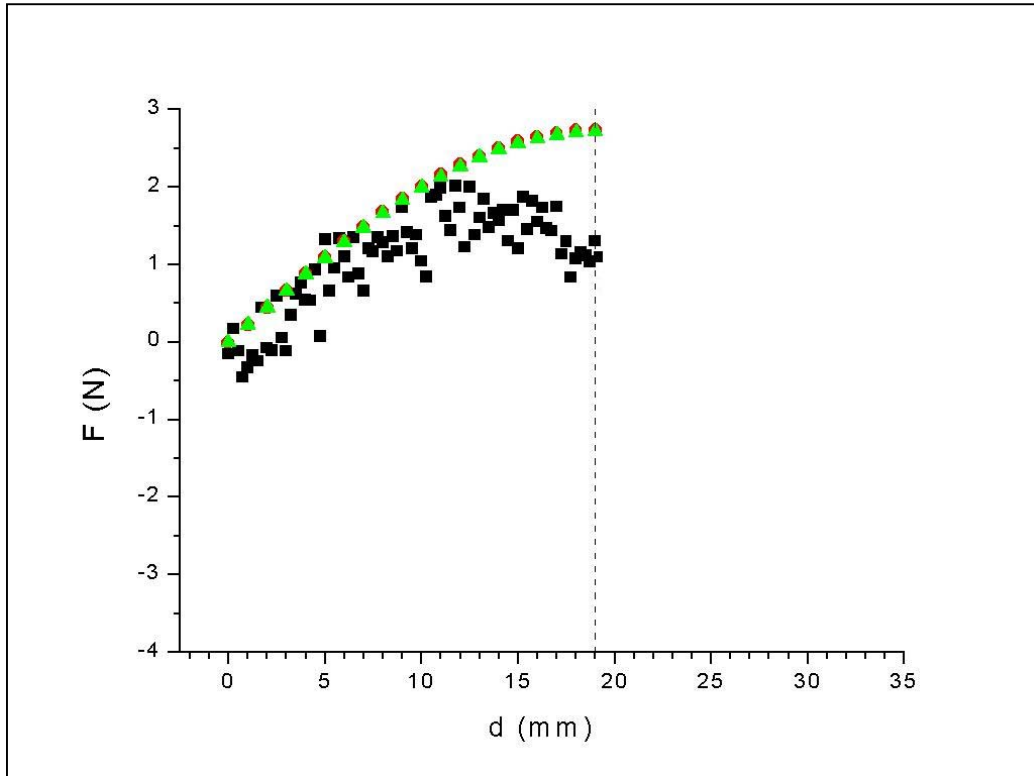


Gráfico 3 - Força de Tração para  $I = 2,0 \text{ A}$

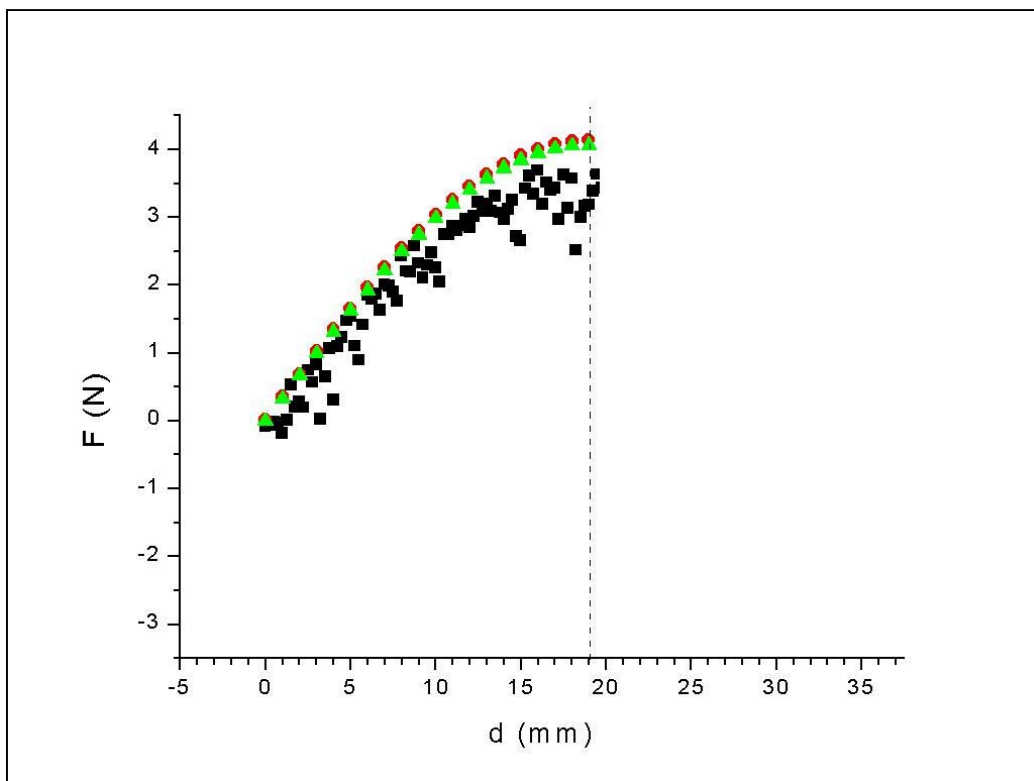


Gráfico 4: Força de Tração para  $I = 3,0 \text{ A}$



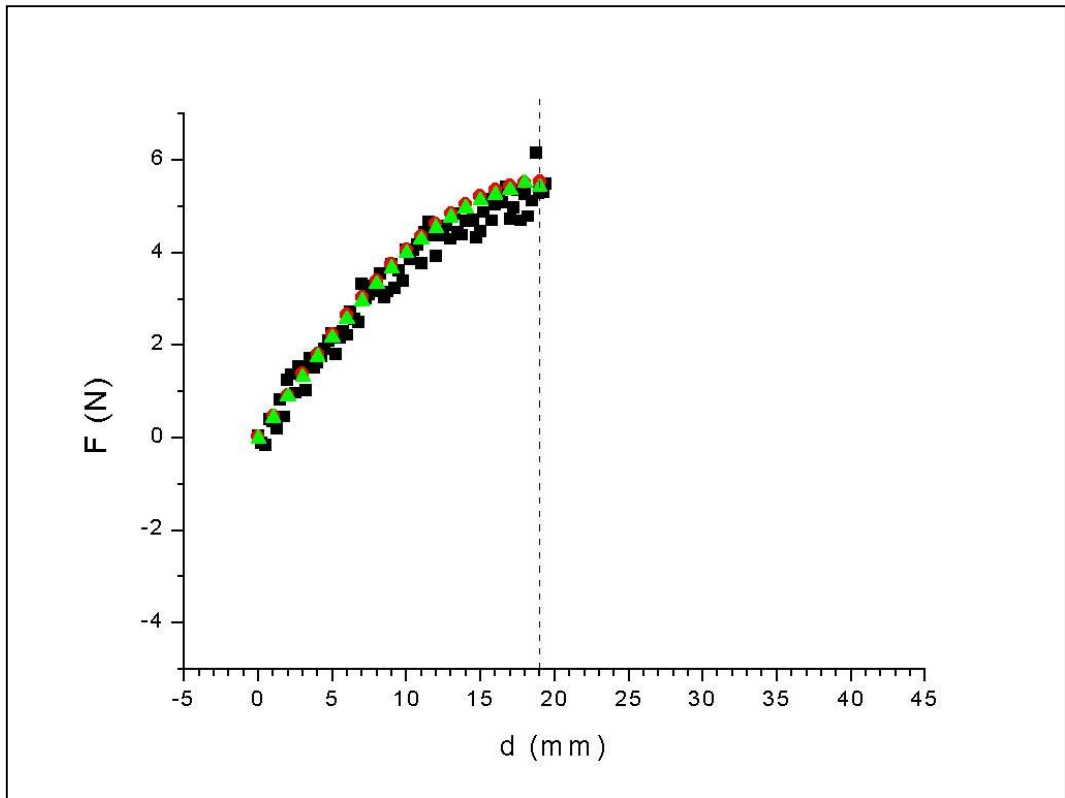


Gráfico 5: Força de Tração para  $I = 4,0 \text{ A}$

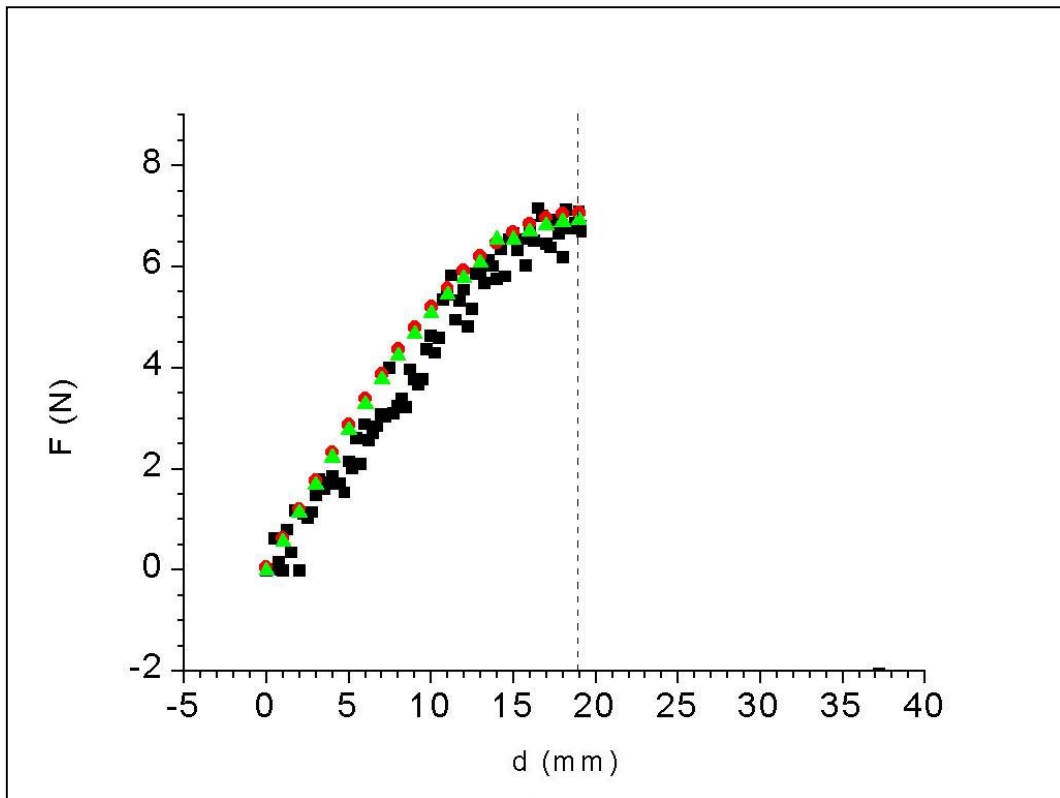


Gráfico 6: Força de Tração para  $I = 5,1 \text{ A}$

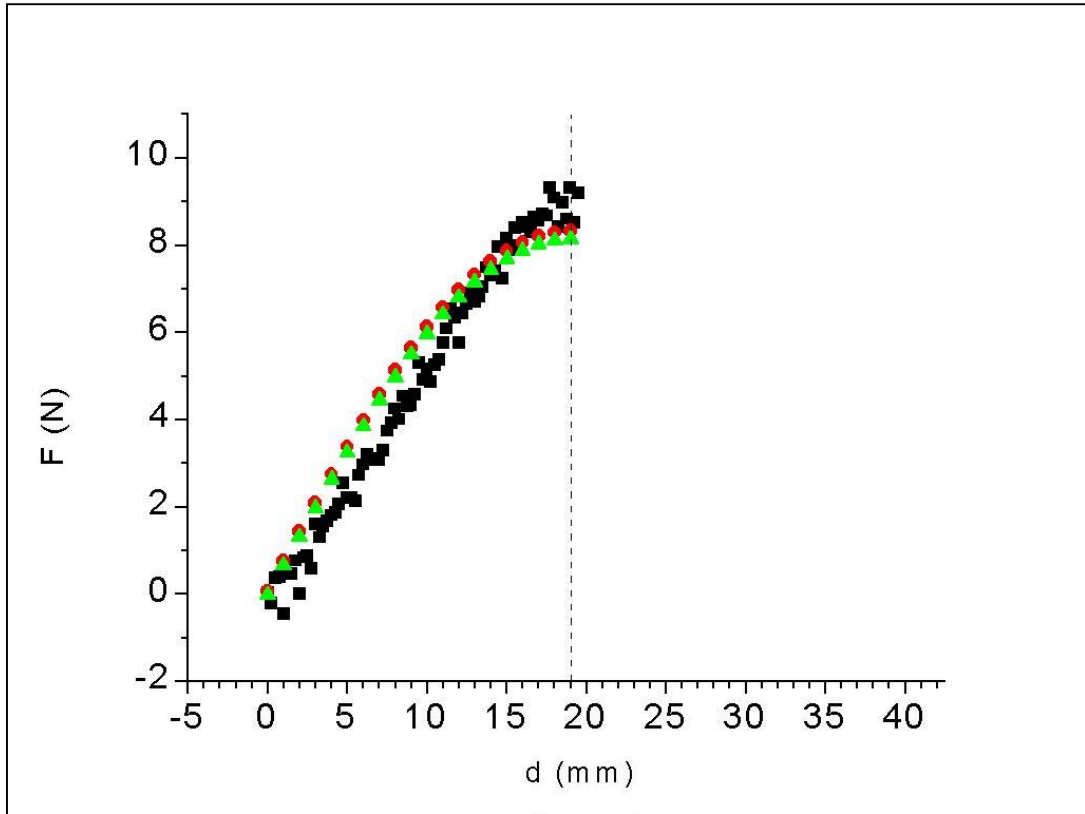


Gráfico 7: Força de Tração para  $I = 6,0 \text{ A}$

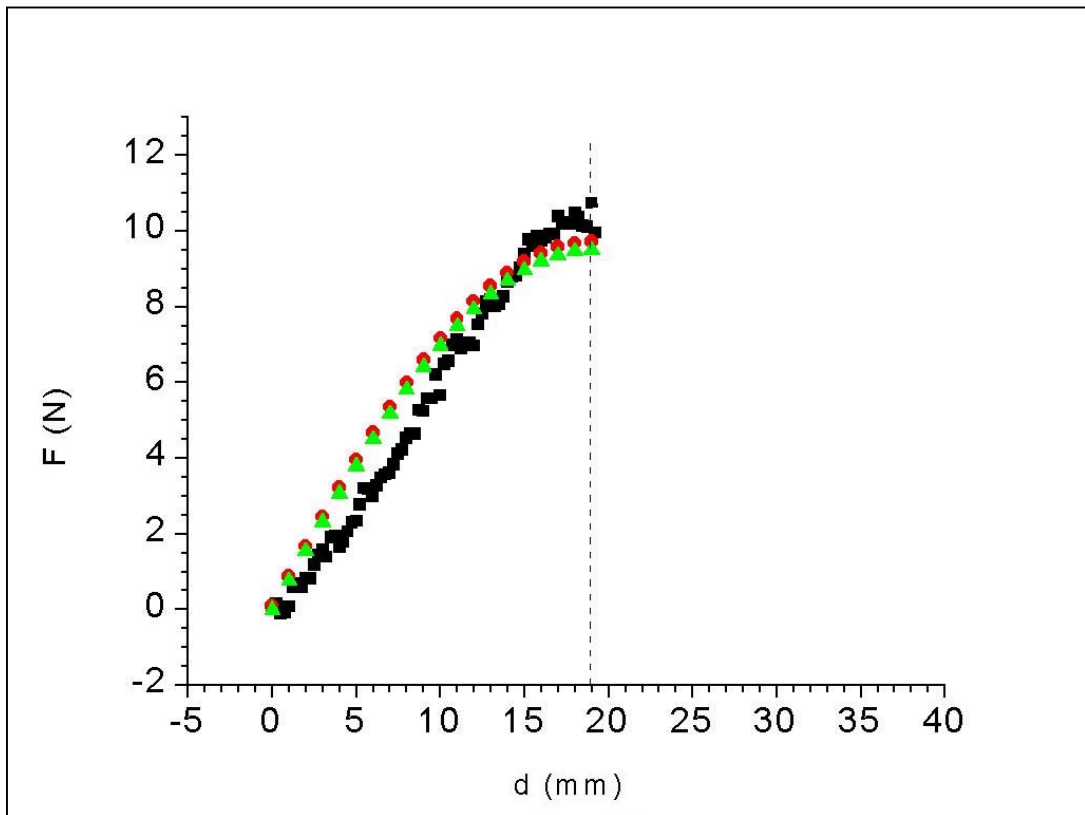


Gráfico 8: Força de Tração para  $I = 7,0 \text{ A}$

Os valores experimentais foram obtidos com um dinamômetro incorporado ao equipamento de medida descrito em 3.2. A dificuldade de sensibilização do dinamômetro para valores reduzidos de força de tração prejudicou a obtenção de dados referentes aos valores mais baixos de corrente. Esta dificuldade decorreu da necessidade de tensionamento dos cabos para o início da medição e da proximidade do limite inferior da escala de medição do sensor. À medida que a corrente aumenta, os valores medidos mostram boa aproximação com aqueles calculados analiticamente e através do Método dos Elementos Finitos. As medidas tomadas após a indicação de deslocamento de 19 mm são desconsideradas porque correspondem ao momento em que o veículo se desprende de uma posição de repouso para a posição seguinte em que existe alinhamento do campo do veículo com o campo do estator. O afastamento dos valores medidos das curvas de características senoidais exibidas pelo cálculo analítico e pelo MEF, observável nos Gráficos 6 a 8, sugere a existência de uma força de relutância decorrente de permeâncias diferentes nos eixos direto e em quadratura, como no caso de uma máquina de pólos salientes. Considerando que o fenômeno de maior ou menor saturação do material ferromagnético está incorporado ao modelo de Elementos Finitos, as causas da diferença de permeância devem ser buscadas na modelagem dos ímãs permanentes, mas este ponto ficou fora do escopo deste trabalho e é apresentado como sugestão para desenvolvimentos futuros no Capítulo 5.

#### 3.4.5– Força Normal

Embora o comportamento da força normal não tenha sido objeto de uma investigação mais extensa por estar fora do escopo deste trabalho, a estimativa pelo Método dos Elementos Finitos mostra que esta atinge seu valor máximo quando a força de tração é mínima e vice-versa. O Gráfico 9 mostra o comportamento das forças de tração e normal calculadas para os casos de  $I = 2,5$ ,  $I = 5$  e  $I = 10$  A, referentes ao aparato de teste de 1 m de comprimento.

A Tabela 14 mostra a comparação entre os valores medidos e os valores calculados pelo Método dos Elementos Finitos 3D da força normal para os casos de  $I = 5$  A e  $I = 10$  A.

I	Força Normal Máxima (Valor Medido)	Força Normal Máxima (Valor EF 2D)	Erro em Relação ao Valor Medido
5 A	8,8 N	9,6 N	9 %
10 A	17,6 N	19,2 N	9 %

Tabela 14 - Comparação entre Valores Obtidos para Força Normal Máxima

O aparato de medição não possibilitava a leitura da força normal em toda a escala de valores, sendo possível efetuar a leitura apenas no seu valor máximo. Os valores apresentados na Tabela 11 mostram uma aproximação razoável entre os resultados obtidos pelo MEF e os resultados experimentais, com erro inferior a 10 %.

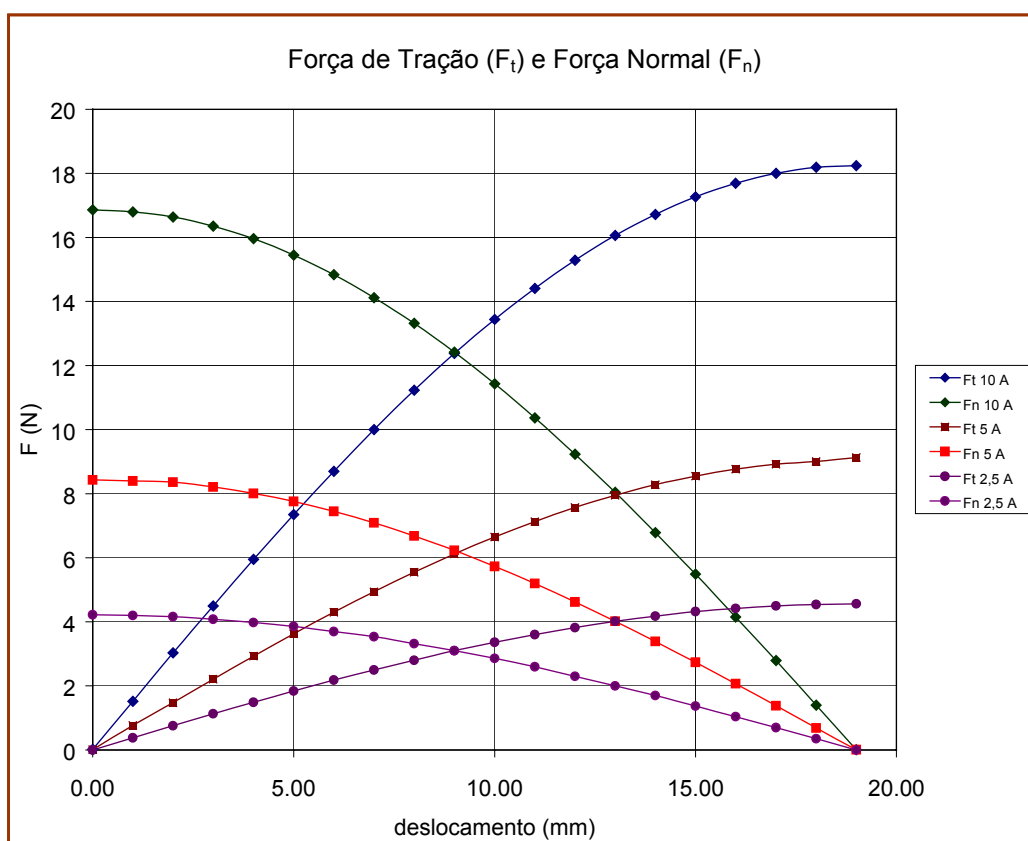


Gráfico 9 - Força de Tração e Força Normal para I= 10 A, 5 A e 2,5 A

3.4.6 - Conclusões sobre a utilização do Método dos Elementos Finitos no cálculo da força

Os resultados acima mostram uma boa aproximação entre os valores calculados analiticamente e os valores calculados por elementos finitos, cuja discordância máxima é inferior a 2,5 %. No cálculo analítico a sensibilidade é maior em relação ao parâmetro fluxo por pólo. O valor utilizado no cálculo para este parâmetro foi estimado a partir de avaliações no modelo tridimensional de elementos finitos para cada um dos quatro pólos do veículo, sendo calculado um valor médio. Esta hipótese desconsidera as não linearidades da distribuição que são computadas no cálculo direto por elementos finitos e explica as diferenças encontradas.

Os valores medidos mostram uma boa concordância com aqueles estimados pelo MEF e com aqueles calculados analiticamente. No caso de  $I = 2,0 \text{ A}$ , as medidas de força foram prejudicadas pela leitura do dinamômetro nas escalas de valores mais baixos.

### 3.5 – CONCLUSÕES

A validade do emprego do Método dos Elementos Finitos foi testada para os parâmetros Indutância, Fluxo, Força de Tração e Força Normal.

No decorrer dos experimentos foi verificada a necessidade de correção do modelo matemático que representava os ímãs permanentes. Esta correção consistiu na alteração da caracterização deste material em termos de magnetismo residual ( $B_r$ ) e coercitividade ( $H_c$ ), conforme apresentado no Apêndice V.

As comparações entre os valores estimados pelo MEF e os valores experimentais mostraram que este método pode ser utilizado com segurança no projeto de máquinas não-convencionais.

## CAPÍTULO 4

### ATENUAÇÃO DA OSCILAÇÃO DE FORÇA

Durante os testes realizados com o protótipo, observou-se a existência de oscilações significativas na força de propulsão, de natureza análoga às oscilações de torque que ocorrem em uma máquina rotativa. Este Capítulo descreve o estudo das origens deste fenômeno, e a investigação de diversas técnicas de minimização de oscilações que poderiam ser adotadas, levando-se em consideração a viabilidade de utilização sem maiores interferências no conjunto já construído do trilho que incorpora parte do mecanismo de levitação. Uma abordagem combinada do Método dos Elementos Finitos e da Transformada Rápida de Fourier foi usada para avaliar as possíveis alternativas [54],[55],[56].

#### 4.1 – FONTES DA OSCILAÇÃO DE FORÇA

Supondo que os enrolamentos de armadura são alimentados por correntes senoidais, as principais fontes da oscilação de força são [57],[58],[59]:

(1) Componentes harmônicos da força magnetomotriz resultante no entreferro, devidos à distribuição não-senoidal dos condutores no estator e à distribuição não-senoidal da densidade de fluxo magnético produzida pelos ímãs permanentes do circuito de campo.

(2) Força de Relutância (*Cogging force*) devida à tendência de alinhamento entre estator e campo nas posições em que a permeância do circuito magnético é maximizada. No presente caso, como o motor compreende uma armadura com núcleo de ar, a permeância do entreferro é efetivamente constante e a oscilação de força produzida por variações na relutância pode ser desprezada.

(3) Diferença de permeância no entreferro, entre os caminhos referentes aos eixos direto ( $d$ ) e em quadratura ( $q$ ).

Para avaliar o conteúdo harmônico presente na operação do motor, o modelo em elementos finitos bidimensional da máquina foi usado para identificar a distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro, no seu componente normal. A forma de onda obtida pelo Método dos Elementos Finitos foi analisada por um algoritmo de

Transformada Rápida de Fourier (FFT) com o propósito de se obter o espectro de harmônicos presentes nas formas de onda. Este procedimento foi aplicado separadamente à distribuição da densidade de fluxo magnético produzida pela armadura e pelos ímãs do campo. Os resultados são apresentados nas Figuras 4.1 a 4.4, para mapeamentos de campo feitos a 4,5 mm acima dos condutores da armadura e a 4,5 mm abaixo dos ímãs permanentes.

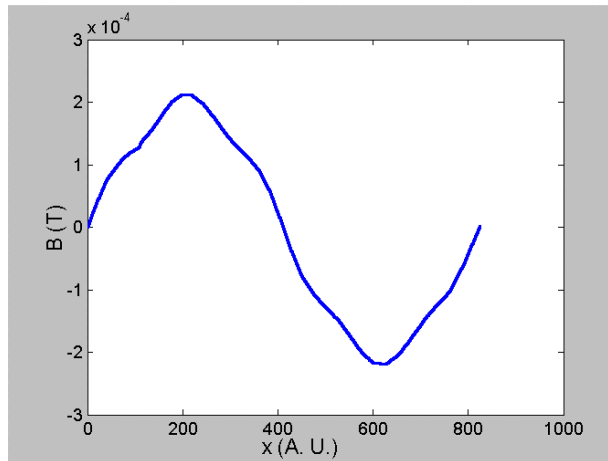


Fig. 4.1 – Distribuição Espacial da Densidade de Fluxo Magnético (**B**) produzida pelos Enrolamentos de Armadura, escala do eixo  $x$  em unidades arbitrárias

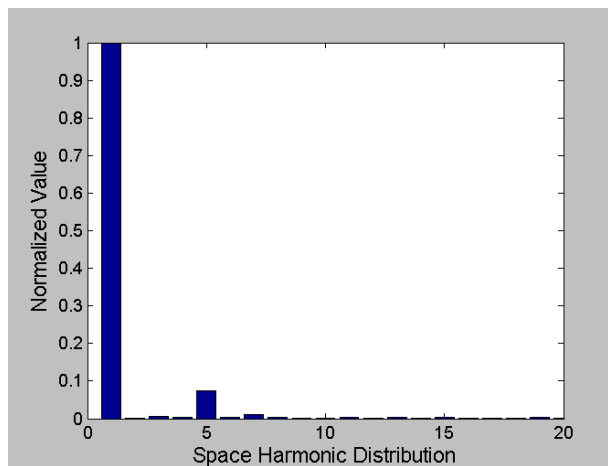


Fig. 4.2 – Espectro de Harmônicos correspondente à Fig. 4.1

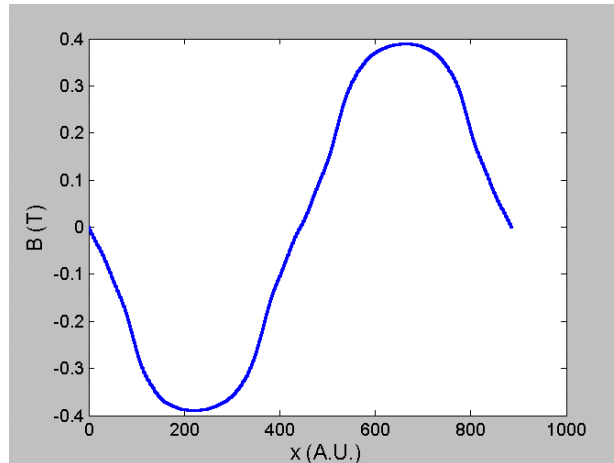


Fig. 4.3 - Distribuição Espacial da Densidade de Fluxo Magnético (**B**) produzida pelos Ímãs de Campo, escala do eixo  $x$  em unidades arbitrárias

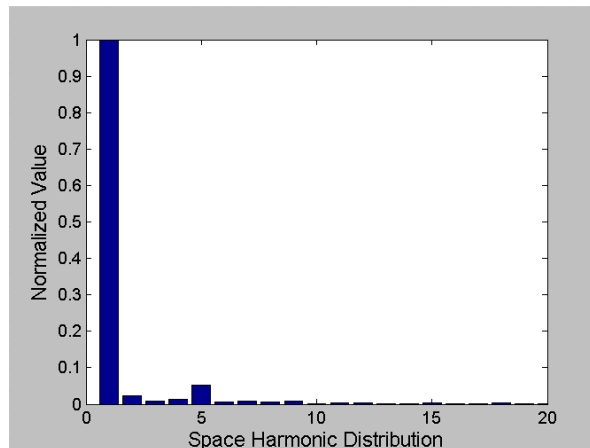


Fig. 4.4 – Espectro de Harmônicos correspondente à Fig. 4.3

A partir dos resultados acima nota-se que existe uma presença significativa do 5º harmônico nas formas de onda de **B** produzidas pela corrente de armadura e pelos ímãs de campo. Os valores normalizados alcançam, respectivamente, 7,5 % e 5,1 %. Embora neste motor não haja oscilação de força associada à variação de relutância no circuito magnético, a concentração da força magnetomotriz nas ranhuras dá origem a harmônicos de força magnetomotriz de ranhura concentrados nos componentes 5º e 7º, como mostrado abaixo [60]. Os principais parâmetros da máquina associados aos efeitos de oscilação de força são:



$P_{car} = 2$	(número de pares de pólos no carro);
$m_l = 3$	(número de fases);
$q_l = 1$	(número de ranhuras por pólo por fase);
$S = 12$	(número de ranhuras na região coberta pelo carro);
$\tau = 39 \text{ mm}$	(passo polar);
$s_w = 10 \text{ mm}$	(largura da ranhura);
$t_w = 3 \text{ mm}$	(largura do dente);
$s_p = 13 \text{ mm}$	(passo da ranhura);
$y_t = 6,4 \text{ mm}$	(espessura da culatra);
$l_{ativo} = 50,8 \text{ mm}$	(comprimento ativo dos condutores da armadura);

Considerando  $S = 12$  e  $P_{car} = 2$ , os harmônicos de ranhura têm ordem  $\nu$  dada por

$$\nu = \frac{S}{P_{car}} \pm 1 \quad (4.1)$$

que correspondem a  $\nu = 5$  e  $\nu = 7$ .

As Figuras 4.2 e 4.4 também apresentam componentes harmônicos pares não nulos. Estes são devidos a erros numéricos do processamento MEF-FFT e observou-se que permanecem praticamente constantes para uma dada malha de elementos finitos independentemente de alterações feitas na geometria do problema ou nas propriedades dos materiais .

#### 4.2 – TÉCNICAS DE SUPRESSÃO DA OSCILAÇÃO DE FORÇA

O uso de enrolamentos com passo encurtado e número fracionário de ranhuras por pólo por fase são abordagens comuns adotadas para reduzir os harmônicos espaciais em máquinas de corrente alternada [61],[62],[63]. Estes procedimentos, assim como o uso de ranhuras inclinadas no estator, implicariam mudanças significativas no conjunto do trilho, e como exposto no início deste capítulo, foram desconsiderados. As possíveis soluções estudadas se concentraram em modificações na parte móvel do motor, que pode ser modificada mais facilmente. Além disso, o uso de ímãs pré-fabricados descarta as possibilidades de técnicas como moldagem dos pólos e variação da largura dos ímãs [63],[64]. Assim, as alternativas consideradas foram:

### A. Maior Espessura da Culatra

Como algum nível de saturação foi observado quando uma culatra de 6,4 mm foi usada, e o mecanismo de levitação mostrou-se capaz de suportar cargas maiores, foi considerado o uso de uma culatra mais espessa para que se obtivesse uma densidade de fluxo produzida pelo campo com características mais senoidais. A espessura foi aumentada em 50 % e o espectro de harmônicos foi levantado através da abordagem MEF-FFT descrita anteriormente.

### B. Sapatas Polares

O uso de sapatas polares de aço não-laminado é sugerido para que se tenha o efeito de enrolamentos amortecedores, para atenuar as oscilações do motor e facilitar o retorno à velocidade síncrona quando o motor estiver sujeito a variações de velocidade [48]. O efeito das sapatas polares (Fig. 4.5) sobre o conteúdo harmônico também foi analisado usando-se a abordagem MEF-FFT. As dimensões das sapatas têm uma grande influência sobre a forma de onda da densidade de fluxo, e podem ser otimizadas através da análise do MEF. Os resultados apresentados na Tabela 12 foram obtidos para uma sapata com 7,0 mm de largura e 2,0 mm de espessura, admissível se considerarmos que o mecanismo de levitação assegura um entreferro relativamente grande (4,5 mm). Os testes indicaram que as dimensões mais adequadas das sapatas para que se atinja o objetivo de reduzir o 5º harmônico são aquelas situadas entre larguras de 6,5 a 8,0 mm e espessuras de 2,0 a 2,5 mm.

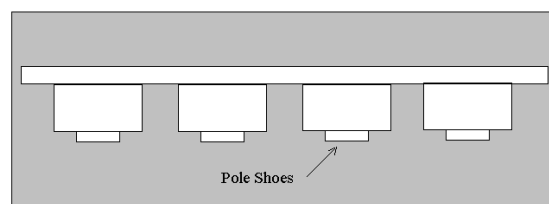


Fig. 4.5 – Sapatas Polares

### C. Pólos Encaixados

Uma possível implementação apresenta os pólos encaixados em meio ao material ferromagnético da culatra (Fig. 4.6) [48]. A despeito de qualquer efeito que esta

implementação possa ter sobre a forma de onda da densidade de fluxo, é importante ressaltar que tal máquina apresentará na sua força de tração um componente de relutância, como acontece para um motor de pólos salientes.

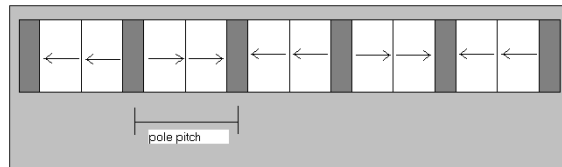


Fig. 4.6 – Pólos Encaixados

#### D. Configurações de Arranjo Halbach

Uma outra tentativa de se obter uma onda senoidal de densidade de fluxo a partir dos ímãs de campo é o uso do arranjo Halbach. Esta é uma configuração na qual os ímãs são montados conforme mostrado na Fig. 4.7, não se fazendo necessário o uso de culatra de material ferromagnético. O resultado final desta implementação [48] é uma concentração do fluxo na parte inferior do arranjo. A configuração mostrada na Fig. 4.7 foi proposta para que no caso em estudo seja mantido o passo polar original, considerando que estão sendo usados magnetos pré-fabricados. O arranjo Halbach tem a vantagem adicional de aumentar o enlace de fluxo que alcança o enrolamento de armadura, mas sua construção é consideravelmente mais complexa devido à dificuldade de se fixar os ímãs no lugar. Uma configuração mais simples é o arranjo Halbach modificado, apresentado na Fig. 4.8, no qual se insere material ferromagnético entre os ímãs para que a montagem seja facilitada.

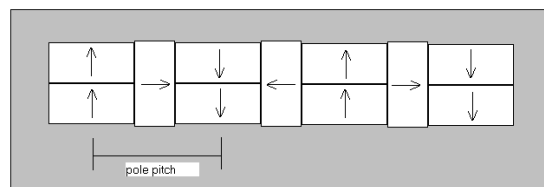


Fig. 4.7 – Arranjo Halbach

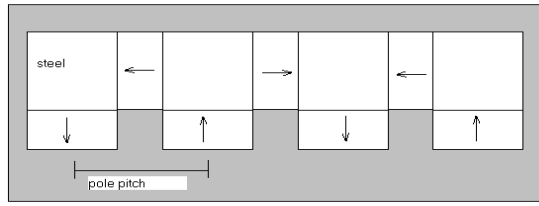


Fig. 4.8 – Arranjo Halbach Modificado

### E. Ímãs Inclinados

Ímãs inclinados podem ser usados para eliminar oscilações devidas à concentração de força magnetomotriz nas ranhuras [65]. Com o uso de ímãs inclinados, o fator de redução do  $\nu$ -ésimo harmônico é dado por

$$k_{s\nu} = \frac{\text{sen}\left(\nu \cdot \frac{\sigma}{2}\right)}{\nu \cdot \frac{\sigma}{2}} \quad (4.2)$$

onde  $\sigma$  é o ângulo de inclinação. Usualmente, adota-se o deslocamento de uma ranhura. No presente caso, como  $1 s_p = 13 \text{ mm}$  (passo da ranhura) e  $l_{ativo} = 50,8 \text{ mm}$  (comprimento ativo do condutor),  $\sigma = 14,35^\circ$ . Assim,  $k_{s5} = 0,94$ , o que significa uma redução de apenas 6 % no 5º harmônico. Por esta razão, o uso desta opção foi descartado.

### 4.3 – ANÁLISE DAS OPÇÕES

A força eletromagnética resulta da interação entre a onda de força magnetomotriz (fmm) produzida pela armadura e a onda de densidade de fluxo magnético produzida pelo campo. Considerando a onda de fmm descrita por [66]

$$F_\nu(x, t) = F_{\nu \max} \text{sen}\left(\nu \frac{\pi x}{\tau} \pm \omega t\right) \quad (4.3)$$

e a onda de densidade de fluxo

$$B_\varepsilon(x, t) = B_{\varepsilon \max} \text{sin}\left(\varepsilon \frac{\pi x}{\tau}\right) \quad (4.4)$$

onde

$x$ : posição

- $\omega$ : frequência angular
- $\tau$ : passo polar
- $\nu$ : ordem do harmônico de fmm
- $\varepsilon$ : ordem do harmônico da densidade de fluxo

A força resultante pode ser descrita como:

$$F_{v\varepsilon}(t) = K \int_0^{\tau} F_{\nu \max} \sin\left(\nu \frac{\pi x}{\tau} \pm \omega t\right) \cdot B_{\varepsilon \max} \sin\left(\varepsilon \frac{\pi x}{\tau}\right) \quad (4.5)$$

A integração da força no intervalo de um passo polar leva a resultado nulo caso  $\nu \neq \varepsilon$ . Como a fmm de armadura e a densidade de campo têm ambas o principal harmônico em  $\nu = \varepsilon = 5$ , o principal objetivo de qualquer nova implementação deve ser a atenuação do 5º harmônico. A Tabela 15 apresenta o efeito das implementações A, B, C e D sobre o 5º harmônico, bem como sobre o conteúdo harmônico total, calculados pelo método MEF-FFT.

Implementação	5º harmônico (normalizado)	Conteúdo harmônico total (normalizado)
Sistema de Campo Original	5,1 %	14,8 %
Culatra Aumentada	4,8 %	16,4 %
Sapatas Polares (7 x 2 mm)	2,2 %	18,2 %
Pólos Encaixados	3,1 %	26,4 %
Arranjo Halbach	1,5 %	19,1 %
Halbach Modificado	3,7 %	17,1 %

Tabela 15 – Efeito das Implementações sobre os Harmônicos

Os resultados apresentados na Tabela 15 sugerem que as implementações de sapatas polares e arranjo Halbach são as opções mais indicadas para se obter redução na oscilação de força, por apresentarem uma significativa redução no 5º harmônico

sem grande aumento no conteúdo harmônico total. A implementação de sapatas polares foi realizada, por ser uma implementação mais simples e ter a possibilidade de otimização de suas dimensões através do MEF. Entretanto, os testes com uso de sapatas não indicaram melhoria significativa na oscilação de força. Isto pode ser atribuído ao fato de que a maior contribuição ao conteúdo de 5º harmônico vem da força magnetomotriz produzida na armadura (da ordem de 7,5 %, em valores normalizados).

Outras possibilidades abordadas no estudo da redução da oscilação de força são apresentadas a seguir.

#### 4.4 – GAIOLA DE AMORTECIMENTO

Baseando-se em uma máquina convencional em que o enrolamento amortecedor tem - além da função de prover torque de partida - o efeito de dificultar perdas de sincronismo, foram efetuados dois testes com o objetivo de verificar se esta implementação teria o efeito de reduzir a oscilação de força [67],[68].

O primeiro dispositivo consiste na introdução de placas de Alumínio de 3 mm de espessura entre os ímãs permanentes, com o propósito de fazer o papel de enrolamento amortecedor, conforme é mostrado na Figura 4.9.

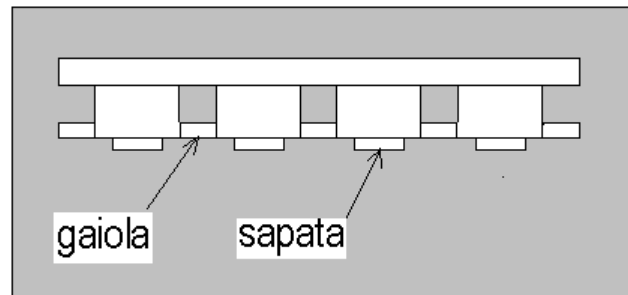


Fig. 4.9 – Enrolamento Amortecedor

Os testes com este dispositivo não mostraram nenhum efeito perceptível sobre a oscilação de força. Isto decorre do fato do campo magnético principal ser provido pelos ímãs permanentes, um vez que o campo produzido pela armadura, que não conta com núcleo de material ferromagnético, é da ordem de mT, conforme apresentado em 3.3. Efetivamente, foi possível verificar com o teste seguinte que devido a este campo reduzido não é possível acionar um motor de indução a partir do estator com núcleo de ar. Para tanto foi construído um veículo com as dimensões

indicadas na figura 4.10, trabalhando-se com um entreferro de 2,0 mm e verificou-se que não havia força suficiente para acioná-lo.

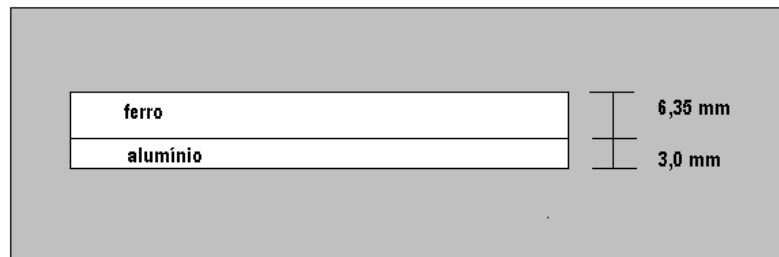


Fig. 4.10 – Motor de Indução

#### 4.5 – INFLUÊNCIA DO INVERSOR DE FREQUÊNCIA UTILIZADO NO ACIONAMENTO DO MOTOR.

Algumas das possíveis influências do acionamento sobre a oscilação de força foram investigadas [69]. Os parâmetros estudados do inversor [70] foram os seguintes:

- frequência de chaveamento,
- ajuste da curva V/f,
- inclinação da curva de aceleração,
- velocidade máxima e tempo de aceleração.

Os parâmetros iniciais do inversor para os quais observou-se uma notável oscilação de força foram os seguintes:

Frequência de Chaveamento: 10 kHz,

Curva V/f padrão para 60 Hz,

Curva de Aceleração linear,

Velocidade Máxima de 600 rpm e Tempo de Aceleração de 10 s. Observe-se que em termos do motor linear, esta velocidade corresponde a 1,56 m/s, conforme é apresentado a seguir:

$$n_{rpm} = \frac{120 \cdot f}{P} \quad (4.6)$$

na qual  $n_{rpm}$  é a velocidade em rpm para um motor de  $P$  pólos alimentado com frequência  $f$ . No caso em questão, para 4 pólos no motor a frequência correspondente é 20 Hz. Em termos lineares, conforme a equação 4.7, a velocidade correspondente é 1,56 m/s.

$$v_s = 2 \cdot f \cdot \tau \quad (4.7).$$

#### A. Frequência de Chaveamento

Mantidos os demais parâmetros e variando-se a frequência de chaveamento do inversor para os valores de 1,25, 2,5, 5,0 kHz não foram observadas alterações na oscilação de força.

#### B. Característica V/f

Variando-se a inclinação da curva V/f do valor padrão (220 V – tensão de linha / 60 Hz) para outras inclinações (220 / 50 e 220 / 70) não foram observadas alterações na oscilação de força.

#### C. Inclinação da Curva de Aceleração

O inversor permite a programação de rampas de aceleração com a finalidade de redução de choques mecânicos durante acelerações e desacelerações. As possibilidades são apresentadas na Figura 4.11.

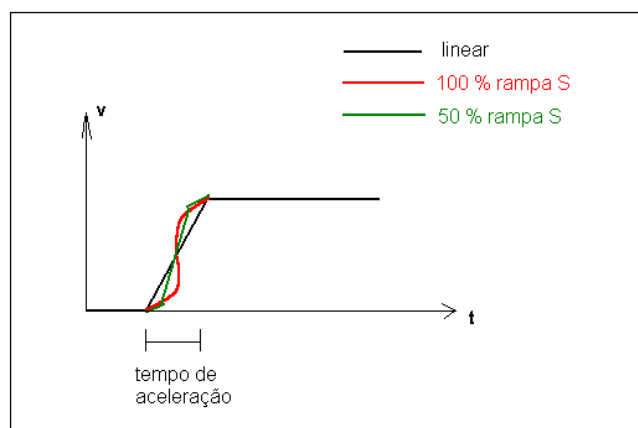


Fig. 4.11 – Rampas de Aceleração

Testadas as possíveis inclinações não foram observadas alterações na oscilação de força.



#### D. Velocidade Máxima e Tempo de Aceleração

Mantida a velocidade máxima em 600 rpm / 1,56 m/s e aumentando o tempo de aceleração para sucessivamente 20, 40 e 60 s, observou-se a redução da oscilação de força. Entretanto, considerando o tempo de aceleração maior e o comprimento disponível do trilho para testes (máximo de 6 metros motorizado) nota-se que todo o período observado corresponde à aceleração do motor, não sendo possível a partir daí observar o comportamento do motor em regime, com uma velocidade síncrona constante. Com o propósito de testar esta possibilidade foram implementados novos testes com velocidade máxima menor, de modo que fosse possível o veículo atingir a condição de regime (velocidade constante) no trecho disponível para testes. Assim, foram estabelecidos os seguintes parâmetros:

- Velocidade Máxima: 200 rpm, correspondente a 0,52 m/s;
- Tempo de Aceleração: 11 segundos;
- Taxa de Aceleração: 0,05 m/s<sup>2</sup>;

Nestas condições observou-se considerável redução na oscilação de força durante o período de aceleração e nenhuma oscilação notável no período em regime. As considerações acima referem-se a testes efetuados com o veículo suportado por rodas. Verificou-se que neste caso a presença do atrito contribui para a minimização da oscilação de força. As alterações na dinâmica do sistema quando o mancal supercondutor é utilizado reintroduzem algumas oscilações, daí a necessidade de desenvolvimento da modelagem do sistema, conforme sugerido a seguir.

#### 4.6 – CONCLUSÕES

Do estudo da oscilação de força no motor conclui-se, no presente caso, que a intervenção no equipamento de acionamento produz melhores resultados do que a intervenção na construção do motor. As oscilações podem ser efetivamente reduzidas a valores aceitáveis se uma taxa de aceleração adequada for utilizada. O controle utilizado no inversor foi do tipo escalar. O desempenho no caso do controle vetorial é uma possibilidade a ser explorada em estudos futuros, considerando o uso de controle do tipo sem sensor, uma vez que no caso do motor linear não é trivial a instalação de um sensor de fluxo. A modelagem da dinâmica do sistema associada ao controle em malha fechada também são alternativas a serem estudadas.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES

Os resultados obtidos demonstram a utilidade da modelagem de elementos finitos no projeto de uma máquina elétrica não-convencional, quando associada aos modelos analíticos. Parâmetros importantes para o projeto da máquina tais como indutâncias e densidade de fluxo no entreferro podem ser obtidos pelo MEF, inclusive nos casos de geometrias complexas. Também podem ser estimados com razoável precisão dados referentes ao desempenho da máquina como força de tração e força normal. O método dos elementos finitos também se revela uma ferramenta adequada para otimização do projeto de motores elétricos, e no presente trabalho isto foi particularmente útil na análise referente às oscilações de força.

O protótipo projetado e construído ao longo do trabalho mostrou-se adequado como mecanismo de tração do sistema trilho-veículo de levitação supercondutora.

Como principais contribuições deste trabalho podemos citar o desenvolvimento de um método de cálculo da indutância mútua usando o MEF a partir da análise estática, a proposição de topologias alternativas para construção do veículo, e a aplicação de uma metodologia de análise numérica – a abordagem MEF-FFT na investigação do problema prático de oscilação de força de tração.

Algumas dificuldades inerentes à utilização do MEF no projeto são apresentadas a seguir:

- 1) A construção de modelos geométricos complexos envolve muito tempo na fase anterior à construção da malha. Deste modo, a necessidade de complexidade do modelo bem como a precisão de resultados que se objetiva ter devem ser ponderadas.
- 2) A modelagem tridimensional, tendo em vista o exposto no item anterior e o tempo de processamento, somente se justifica quando a modelagem em duas dimensões é insatisfatória para caracterização do problema, ou seja, quando o caso em estudo é essencialmente 3D.
- 3) A interpretação dos resultados obtidos através do MEF não é trivial, uma vez que este é pouco intuitivo, ao contrário dos métodos analíticos. Como foi citado em diversos trabalhos referentes à integração do MEF no projeto de máquinas, é

essencial que o projetista tenha razoável percepção das técnicas de projeto convencionais para que o MEF possa ser usado com plena eficiência.

Alguns pontos, que não estão no escopo deste trabalho, podem ser objeto de investigações futuras e são listados a seguir:

- 1) Formulação de um Fator de Qualidade  $G$  aplicável a máquinas síncronas com ímãs permanentes.
- 2) Aplicação do Método Matricial na modelagem da máquina [71].
- 3) Determinação da diferença entre as permeâncias nos eixos  $d$  e  $q$ , com o propósito de determinar se é pertinente a modelagem da máquina como um motor de pólos salientes.
- 4) Melhor determinação do modelo em elementos finitos dos ímãs permanentes e investigação da possível ocorrência de correntes induzidas no Nd-Fe-B.
- 5) Uso de alimentação em seções paralelas do trilho.
- 6) Influência do Ângulo de Carga na Força Normal.
- 7) Otimização geral do protótipo, tendo em vista que já é conhecida atualmente a capacidade de carga do mancal supercondutor. Assim, podem ser consideradas as possibilidades de uso de material ferromagnético no estator, maior culatra no veículo, aumento do carregamento magnético da máquina, etc.
- 8) Utilização de Controle Vetorial no acionamento e sua influência no desempenho do motor.
- 9) Desenvolvimento de modelo em elementos finitos que incorpore a função de acionamento da máquina.

## REFERÊNCIAS

- [1] KUHLMANN, John, *Design of Electrical Apparatus*. 2 ed. New York, John Wiley & Sons, 1940.
- [2] LAITHWAITE, E. “Linear Electric Machines – A Personal View”, *Proceedings of the IEEE*, v.63, n. 2, pp. 250-290, Feb. 1975.
- [3] LAITHWAITE, E., NASAR, S.A., “Linear-Motion Electric Machines”, *Proceedings of the IEEE*, v.58, n. 4, pp.531-542, April 1970.
- [4] BATHIA, R.P., SNIDER, D.R. “Thrust Expressions for Induction Motors with Thin Conducting Secondaries”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 26, n. 2, pp. 1101-1106, March 1990.
- [5] SIMONE, G.A., *Conversores Assíncronos Lineares de Dupla Face – Teoria e Projeto*. Tese de D.Sc., FEE UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1992.
- [6] GIERAS, J., *Linear Induction Drives*, 1 ed. Oxford, Clarendon Press, 1994.
- [7] MINTCHEV, P.M. “Optimum Design of Electromagnets by Means of the Goodness Factor Approach”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-23, n. 5, pp. 3777-3779, Sep. 1987.
- [8] DRIGA, M.D., “A Generalized Goodness Function and Quality Factors of Advanced Electrical Machines for Hypervelocity Accelerators”, In: *Digest of Technical Papers, 11<sup>th</sup> IEEE International Pulsed Power Conference*, v.1 pp. 231-240, 1997.
- [9] DRIGA, M.D., “Compulsators: Advanced Pulsed Power Supplies for Hypervelocity Accelerators”, In: *Digest of Technical Papers, 12<sup>th</sup> IEEE International Pulsed Power Conference*, v.1 pp. 324-328, 1999.
- [10] WILLIAMSON, S., “Representation of Rotor Spiders and Axial Ventilation Ducts in Reduced Finite-Element Models for Cage Rotors”, *IEE Proceedings in Electric Power Applications*, v. 143, n.6, pp. 423-428, Nov. 1996.

- [11] HAMEYER, F., HENROTTE, H., et. al. “Finite element models in electrical machine design”. In: *Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, CBMAG*, Gramado, RS, Brasil, Nov. 2002. (CD-ROM).
- [12] NICOLSKY, R., et. al., “Superconducting Axial Bearing for Induction Machines with Active Radial Magnetic Bearings”. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 9, i.2, pp. 964-967, June 1999.
- [13] HULL, J., CANSIZ, A., “Vertical and lateral forces between a permanent magnet and a high-temperature superconductor”, *Journal of Applied Physics*, v. 86, n. 11, pp. 6396-6404, Dec. 1999.
- [14] MOREIRA, M., *Contribuição à Modelagem de Motores Elétricos Lineares*, Tese de M. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1992.
- [15] MOON, F., *Superconducting Levitation*, 1 ed., New York, John Wiley & Sons, 1994.
- [16] LEVI, E., “Linear Synchronous Motors for High-Speed Ground Transportation”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-9, n. 3, pp. 242-248, Sep. 1973.
- [17] NABETA, A.I., et. al. “Finite element analysis of a synchronous linear motor”, In: *Proceedings of MAGLEV 2000*, pp. 389-392, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Junho 2000.
- [18] NICOLSKY, R., et. al., “The Brazilian Project for a Superconducting Magnetic Levitation Train”, In: *Proceedings of the Maglev 2000*, pp. 179-182, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Junho 2000.
- [19] FERREIRA, A.C., et al., “Linear Synchronous Motor Design Using FEM”, In: *7o. Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência – COPEB*, Fortaleza, CE, Brasil, Setembro 2003. (CD-ROM).
- [20] WEH, H., MOSEBACH, H., MAY H., “Design Concepts and Force Generation in Inverter-Fed Synchronous Machines with Permanent Magnet Excitation”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-20, n. 5, pp. 1756-1761, Sep. 1984.

- [21] BOLDEA, I., NASAR, S.A., DENG, Z., “Fields in Permanent Magnet Linear Synchronous Machines”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-22, n. 2, pp. 107-112, Mar. 1986.
- [22] PAVLIK, D., et al., “A Finite Element Technique for Calculating the Magnet Sizes and Inductances of Permanent Magnet Machines”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 3, n.1, pp. 116-122, Mar. 1988.
- [23] RAHMAN, M.A., ZHOU, P., “Determination of Saturated Parameters of PM Motors Using Loading Magnetic Fields”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v.27, n. 5, pp. 3947-3950, Sep. 1991.
- [24] BRAHIMI, A., FOGGIA, A., MEUNIER, G., “End Winding Reactance Computation Using a 3D Finite Element Program”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, n. 2, pp. 1411-1414, Mar. 1993.
- [25] DE WEERDT, R., HAMEYER, K., BELMANS, R., “End ring inductance of a squirrel-cage induction motor using 2D and 3D finite element methods”. *Proceedings of 30<sup>th</sup> IEEE Industry Applications Conference*, v.1, pp. 515-522, Oct. 1995.
- [26] WILLIAMSON, S., KNIGHT, R.E., WHITE, I.W., “Implementation of finite-element analysis in a cage induction motor electrical design program”. In: *Seventh International Conference on Electrical Machines and Drives, Conference Publication* n. 412, pp. 57-61, Sep. 1995.
- [27] CHANG, L., “An Improved FE Inductance Calculation for Electrical Machines”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 32 n. 4, pp. 3237-3245, July 1996.
- [28] GIERAS, J., SANTINI, E., WING, M., “Calculation of Synchronous Reactances of Small Permanent-Magnet Alternating Current Motors: Comparison of Analytical Approach and Finite Element Method with Measurements”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 34, n. 5, pp. 3712-3720, Sep. 1998.
- [29] DENG, F., DEMERDASH, N.A., “Comprehensive Salient-Pole Synchronous Machine Parameter Design Analysis Using Time-Step Finite Element-State Space Modeling Techniques”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 13, n. 3, pp. 221-229, Sep. 1998.
- [30] DEMERDASH, N. A., NEHL, T.W., “Electric Machinery Parameters and Torques by Current and Energy Perturbations from Field Computations -

- Part I: Theory and Formulations”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 14, n. 4, pp. 1507-1513, Dec.1999.
- [31] DEMERDASH, N. A., NEHL, T.W., “Electric Machinery Parameters and Torques by Current and Energy Perturbations from Field Computations - Part II: Applications and Results”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 14, n. 4, pp. 1514-1522, Dec. 1999.
- [32] BOUISSOU, S., PIRIOU, F., “Study od 3D Formulations to Model Electromagnetic Devices”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 30 n. 5, pp. 3228-3231, Sep. 1994.
- [33] RICHARD, S., DUCREUX, J.P., FOGGIA, A., “A three dimensional finite element analysis of the magnetic field in the end region of a synchronous generator”, *Proceedings of IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, pp. WC2-4.1-4.3, May 1997.
- [34] DEMENKO, A., “3D Edge Element Analysis of a Permanent Magnet Motor Dynamics”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 34, n.5, pp. 3620-3623, Sep. 1998.
- [35] YOSHIDA, K., LEE, J., KIM, Y.J., “3-D FEM Analysis in Controlled-PM LSM for Maglev Vehicle”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 33, n. 2, pp. 2207-2210, Mar. 1997.
- [36] SALON, S.J., OVACIK, L., BALLEY, J.F., “Finite Element Calculation of Harmonic Losses in AC Machina Windings”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v.29, n. 2, pp. 1442-1445, Mar. 1993.
- [37] MACKERLE, J. “Finite Element Analysis of Electrical Machines/Motors – A Bibliography (1994-1996)”, *Finite Elements in Analysis and Design*, v.27, n.2, pp.215-224, Oct.1997.
- [38] PRESTON, T.W., “The finite element method as a computational tool for design”. *IEE Colloquium on Practical Applications of Field Computation in Design and Development at Low Frequency*, 5/1-5/6, 22 Jan 1992.
- [39] PRESTON, T.W., STURGESS, J.P., “Implementation of Finite Element Method into Machine Design Procedures”. In: *Sixth International Conference on Electrical Machines and Drives*, *Conference Publication* n. 376, pp. 312-317, Sep. 1993.

- [40] BELMANS, R., VERDIJCK, D., GEYSEN, W., “Computer-Aided Engineering in Electrical Machines”, *Computer-Aided Engineering Journal*, v. 6, i. 4, pp. 128-132, Aug. 1989.
- [41] SMITH, A.C., “Integrating FE into Induction Motor Design – a Marriage of Inconvenience ?”, *IEE Seminar on Current Trends in the Use of Finite Elements (FE) in Electromechanical Design and Analysis*, 4/1-4/7, 14 Jan. 2000.
- [42] JUNG, I., et al., “Analysis of Forces in a Short Primary Type and a Short Secondary Type Permanent Magnet Linear Synchronous Motor”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 14, n. 4, pp. 1265-1269, Dec. 1999.
- [43] PROFUMO, F., et al., “Design and Performance Evaluation of a PM Linear Synchronous Motor with Magnetic Guides for Industrial Applications”, In: *Conference Record of the 34<sup>th</sup> IEEE Industry Application Conference*, v.1, pp.110-116, Oct. 1999.
- [44] GIERAS, J., GIERAS, I., “Performance Analysis of a Coreless Permanent Magnet Brushless Motor”, In: *Conference Record of the 37<sup>th</sup> IEEE Industry Application Conference*, v.4, pp. 2477-2482, Oct. 2002
- [45] ISHIKAWA, T., et al., “Optimal Design of Thrust Characteristics of Permanent Magnet Type Linear Motor Using Orthogonal Table and Multiregression Analysis”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 40, n. 2, pp. 1220-1223, Mar. 2004.
- [46] BAIK, S., et al., “Performance Evaluation of HTS Synchronous Motor Using Finite Element Method”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 14, n. 2, pp. 920-923, June, 2004.
- [47] Ansys 5.7 User Manual.
- [48] GIERAS, J., *Linear Synchronous Motors, Transportation and Automation Systems*, 1 ed. New York, CRC Press, 2000.
- [49] SALON, S., *Finite Elements Analysis of Electrical Machines*, 1 ed., Boston, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [50] KRAUSE, P., *Analysis of Electric Machinery*, 1 ed., New York, McGraw-Hill International, 1986.



- [51] SILVESTER, P., FERRARI, R., *Finite Elements for Electrical Engineers*, 3 ed., Cambridge, Cambridge University Press, 1996
- [52] KRAUS, J.D., CARVER, K.R., *Eletromagnetismo*, 2 ed., Rio de Janeiro, Guanabara 2, 1986.
- [53] YOSHIDA, K., et al. “Mass Reduction and Propulsion Control for a Permanent Magnet Linear Synchronous Motor Vehicle”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 37, n.1, pp. 67-72, Jan/Feb. 2001.
- [54] BORGHI, C.A., et al., “Application of a Multiobjective Minimization Technique for Reducing the Torque Ripple in Permanent-Magnet Motors”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v.35, n.5, pp. 4238-4246, Sep. 1999.
- [55] CRUZ MOREIRA, M.A, STEPHAN, R., FERREIRA, A.C., “Force Ripple Attenuation in Air Cored Permanent Magnet Linear Synchronous Motor”. In: *VI Conferência Internacional de Aplicações Industriais – Induscon*, Joinville, SC, Brasil, 12-15 Outubro 2004. (CD-ROM).
- [56] DAI, M., KEYHANI, A., SEBASTIAN, T., “Torque Ripple Analysis of a PM Brushless DC Motor Using Finite Element Method”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 19, n.1, pp. 40-45, Mar. 2004.
- [57] BORGHI, C.B., et al., “Minimizing Torque Ripple in Permanent Magnet Synchronous Motor with Polymer-Bonded Magnets”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 38 n. 2, pp. 1371-1377, Mar. 2002.
- [58] PROCA, A. B., et al. “Analytical Model for Permanent Magnet Motors with Surface Mounted Magnets”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 18, n. 3, pp. 386-391, Sep. 2003.
- [59] GIERAS, J. F., “Analytical Approach to Cogging Torque Calculation of PM Brushless Motors”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 40, n. 5, pp. 1310-1316, Sep. 2004.
- [60] KOSTENKO, M., PIOTROVSKI, L., *Electrical Machines, Vol 2, Alternating Current Machines*, 3 ed., Moscow, Mir Publishers, 1977.
- [61] SAY, M.G., *Alternating Current Machines*, London, Pitman Publishing Limited, 1983.

- [62] FITZGERALD, A.E., KINGSLEY JR., C., KUSKO, A., *Electric Machinery*, 1 ed., Rio de Janeiro, Mc-Graw-Hill do Brasil, 1975.
- [63] BIANCHI, N., BOLOGNANI, S., “Design Techniques for Reducing the Cogging Torque in Surface-Mounted PM Motors”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 38, n. 5, pp. 1259-1265, Sep./Oct. 2002.
- [64] ISLAM, M.S., MIR, S., SEBASTIAN, T., “Issues in Reducing the Cogging Torque of Mass-Produced Permanent-Magnet Brushless DC Motor”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 40, n. 3, pp. 813-820, May/June 2004.
- [65] HENDERSHOT JR., J. R., MILLER, T.J.E., *Design of Brushless Permanent-Magnet Motors*, 1 ed., Oxford, Clarendon Press, 1994.
- [66] FAVRE, E., CARDOLETTI, L., JUFFER, M., *Permanent Magnet Synchronous Motors: a Comprehensive Approach to Cogging Torque Supression*, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v.29, n. 6, pp. 1141-1149, Nov./Dec. 1993.
- [67] CAO, L. Y., LI, F.H., “Damper Windings in Synchronous Machines Fed by a Current-Source Inverter”, *IEE Proceedings in Electric Power Applications*, v. 141, n. 5, pp. 229-234, Sep. 1994.
- [68] HIJAZI, T.M., DEMERDASH, N.A., “Impact of the Addition of a Rotor-Mounted Damper Bar Cage on the Performance of Samarium-Cobalt Permanent Magnet Brushless DC Motor Systems”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 3, n.4, pp. 890-898, Dec. 1988.
- [69] CHEN, S., NAMUDURI, C., MIR, S., “Controller-Induced Parasitic Torque Ripples in a PM Synchronous Motor”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 38, n.5, pp. 1273-1281, Sep./Oct. 2002.
- [70] WEG, Manual do Inversor de Freqüência CFW-09.
- [71] ALVARENGA, B. P., *Proposta de Aplicação de Motor de Indução Linear Tubular na Extração de Petróleo*. Tese de D.Sc., Escola Politécnica, USP, São Paulo, SP, Brasil, 2004.
- [72] COEY, M. D., (editor), *Rare-earth iron permanent magnets*, 1 ed., Oxford, Oxford University Press, 1996.

- [73] BASAK, A., *Permanent-Magnet DC Linear Motors*, 1 ed., Oxford, Clarendon Press, 1996.
- [74] MILLER, T. J. E., *Design of Brushless Permanent-Magnet Motors*, 1 ed., Oxford, Clarendon Press, 1996.

## APÊNDICE I

### EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES PARA CÁLCULO DA INDUTÂNCIA NA ABORDAGEM 2D.

Considerando a representação de uma bobina no modelo de elementos finitos em duas dimensões como um corte no plano  $xy$  de condutores que se prolongam na direção  $z$ , temos a situação mostrada na figura AI.1:

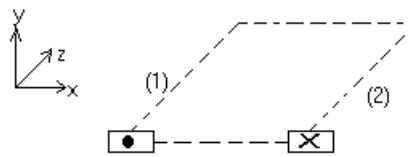


Figura A.1: Representação 2D de uma bobina

Para cálculo do fluxo  $\varphi$ , aplica-se ao circuito fechado tracejado a integral de linha definida pela equação (AI.1)

$$\varphi = \int_l \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{AI.1}).$$

Nos trechos do circuito na direção  $x$ , o resultado da integração é nulo, pois o potencial vetor, que tem somente componente  $A_z$ , e o vetor  $d\vec{l}$  são ortogonais. Nos trechos 1 e 2, o resultado será:

$$\int_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = A_1 \cdot l_1 - A_2 \cdot l_2 \quad (\text{AI.2}).$$

Considerando  $l_1 = l_2 = l$  m, obtém-se o resultado por metro na direção  $z$ , como é usual em representações bidimensionais:

$$\varphi = \int_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = A_1 - A_2 \quad (\text{AI.3}).$$

Aplicando-se o resultado acima no modelo de elementos finitos, onde o potencial vetor é calculado como um valor médio sobre a região que define cada condutor, e considerando o número de espiras, o comprimento dos condutores na direção  $z$  e a corrente por espira, chega-se a expressão

$$L_b = \frac{l_{esp} \cdot N_{esp}}{i} \cdot (\overline{AZ_{cond1}} - \overline{AZ_{cond2}}) \quad (\text{AI.4})$$

na qual

$L_b$ : indutância de uma bobina;

$\overline{AZ_{cond1}}$

: potencial vetor médio em um condutor que representa o lado 1 da bobina;

$\overline{AZ_{cond2}}$

: potencial vetor médio em um condutor que representa o lado 2 da bobina;

em decorrência das correntes nos lados das bobinas terem sinais opostos, o mesmo acontece com os potenciais vetores, de modo que a equação (AI.4) torna-se

$$L_b = \frac{l_{esp} \cdot N_{esp}}{i} \cdot (\overline{AZ_{cond1}} + \overline{AZ_{cond2}}) \quad (\text{AI.5}).$$

Considerando as simplificações adotadas em 2.2.2 e 2.2.3, pode-se falar em termos de potencial vetor médio para um condutor da fase e fazer

$$L_b = \frac{2 \cdot l_{esp} \cdot N_{esp}}{i} \cdot (\overline{AZ_{cond}}) \quad (\text{AI.6})$$

$$L_1 = \frac{l_{esp} \cdot N_{esp}}{i} \cdot \overline{AZ_{cond}} \quad (2.28)$$

comparando as equações (2.28), repetida aqui por conveniência e (AI.6) temos

$$L_b = 2 \cdot L_1 \quad (\text{AI.7}).$$

Assim a indutância própria de uma fase pode ser escrita como na equação (2.32)

$$L_a = N_s \times \overline{L_1} \quad (2.30)$$

ou alternativamente

$$L_a = N_b \times \overline{L_b} \quad (\text{AI.8})$$

onde

$$N_b \text{ (número de bobinas)} = 2 \times N_s \text{ (número de metades de bobinas)}.$$

Um outro modo de descrever esta equivalência é considerar que para o condutor 1,

$$L_1 = \frac{l_{esp} \cdot N_{esp}}{i_1} \cdot \overline{AZ_{cond1}} \quad (\text{AI.9})$$

e para o condutor 2,

$$L_2 = \frac{l_{esp} \cdot N_{esp}}{i_2} \cdot \overline{AZ_{cond2}} \quad (\text{AI.10})$$

considerando, pelas razões expostas anteriormente que, em módulo,

$$\overline{AZ_{cond1}} \cong \overline{AZ_{cond2}} = \overline{AZ_{cond}} \quad (\text{AI.11})$$

e quanto ao sinal,

$$\overline{AZ_{cond1}} = -\overline{AZ_{cond2}} \quad (\text{AI.12})$$

e

$$i_1 = -i_2 \quad (\text{AI.13}),$$

tem-se que no cálculo das indutâncias o sinal negativo da corrente cancela o sinal negativo do potencial vetor, de modo que

$$L_1 = L_2 \quad (\text{AI.14})$$

e

$$L_b = L_1 + L_2 = 2 \cdot L_1 \quad (\text{AI.15}).$$

## APÊNDICE II

### REPRESENTAÇÃO DOS ÍMÃS PERMANENTES NO CÁLCULO DO CIRCUITO MAGNÉTICO

Quando o campo da máquina é produzido por um enrolamento de corrente contínua, este é construído em torno da peça polar, que no cálculo do circuito magnético é representada pela sua permeabilidade relativa  $\mu_r$ . No caso de se usar ímãs permanentes, surge a questão de qual é a permeabilidade relativa dos ímãs a ser considerada no cálculo do circuito.

O ímã permanente pode ser representado pela sua curva de desmagnetização mostrada na Fig. A2 [72],[73],[74].

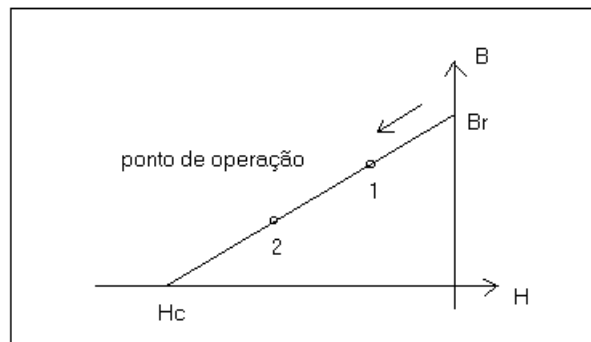


Fig. A.2- Curva de desmagnetização para um ímã permanente

Na curva de desmagnetização, o ponto  $Br$  corresponde à *remanência* do ímã e significa o valor máximo teórico de densidade de fluxo que pode ser obtida com este ímã. Isto somente seria possível nas condições de não haver nenhum campo externo desmagnetizante e caso o ímã estivesse completamente envolvido por um material de permeabilidade infinita. O ponto  $Hc$  corresponde à *coercitividade* do ímã e significa o valor de desmagnetização que deve ser aplicado para reduzir a densidade de fluxo produzida pelo ímã a zero.

Dependendo da configuração do circuito magnético, o ímã sofre uma desmagnetização espontânea. O termo “desmagnetização” deve ser entendido não como uma perda irreversível da magnetização do ímã, mas como um deslocamento do seu ponto de operação sobre a curva  $BH$ , que passa a ser o ponto 1, por exemplo. Na

presença de forças desmagnetizantes externas, como as decorrentes da reação de armadura, o ponto de operação pode ser deslocar ainda mais para a esquerda, por exemplo para o ponto 2.

O gradiente da curva  $BH$ ,  $\mu_{rec}$ , representa a permeabilidade relativa do ímã. Para ímãs de terras raras, como aqueles de Nd-Fe-B, os valores de  $\mu_{rec}$  estão na faixa de 1,0 a 1,1, isto é, têm valores muito próximos à permeabilidade do ar  $\mu_0$ . A baixa permeabilidade relativa dos ímãs é uma característica favorável, porque limita os efeitos de desmagnetização a que estão sujeitos quando empregados em máquinas elétricas.



## APÊNDICE III

### DETERMINAÇÃO DO FATOR DE ENROLAMENTO

O fator de enrolamento  $k_{wl}$  [60],[61],[62] utilizado na determinação da força contra-eletromotriz induzida no enrolamento de armadura

$$Ef = \pi \cdot \sqrt{2} \cdot f \cdot N_{esp} \cdot k_{wl} \cdot \phi_g \cdot \left( \frac{P_{car}}{2} \right) \quad , \quad (\text{AIII.1})$$

representa a combinação dos efeitos de encurtamento do passo da bobina e da distribuição dos lados de bobinas por ranhuras adjacentes formando um cinto de fase. Assim,

$$k_{wl} = k_{d1} \cdot k_{p1} \quad , \quad (\text{AIII.2})$$

sendo

$$k_{d1} = \frac{\text{sen} \left[ \frac{\pi}{2 \cdot m_1} \right]}{q_1 \text{sen} \left[ \frac{\pi}{2 \cdot m_1 \cdot q_1} \right]} \quad (\text{AIII.3})$$

e

$$k_{p1} = \text{sen} \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{w_c}{\tau} \right) \quad . \quad (\text{AIII.4})$$

O sub-índice  $_1$  refere-se à harmônica espacial fundamental.

Os parâmetros apresentados são

$m_1$  : número de fases

$q_1$  : número de ranhuras por pólo por fase

$w_c$  : passo da bobina

$\tau$  : passo polar.

No motor em estudo, a bobina é de passo pleno, isto é,

$$\tau = w_c \quad (\text{AIII.5})$$

e o fator  $k_{p1} = 1$ .

A distribuição adotada foi  $q_1 = 1$  (uma ranhura por pólo por fase), de modo que para  $m_1 = 3$  (3 fases) a equação (AIII.3) resultaria em  $k_{d1} = 1$ .

O desenvolvimento acima, válido para um número limitado de ranhuras, tal como existente na periferia de uma máquina rotativa convencional pode ser substituído por uma expressão adequada a um número de ranhuras muito elevado [60]. No presente caso, em que os enrolamentos das bobinas estão extensamente distribuídos nas ranhuras, com área ocupada ao longo do trilho muito maior do que a área ocupada pelos dentes, pode-se considerar que a situação corresponde ao caso em que  $q_1 \rightarrow \infty$ , de modo que a expressão AIII.3 torna-se, no limite,

$$k_{d1} = \left( \frac{2m}{\pi} \right) \cdot \text{sen} \frac{\pi}{2m} \quad (\text{AIII.6}).$$

Assim, para a máquina em questão,

$$k_{d1} = 0,955 \quad , \quad (\text{AIII.7})$$

e

$$k_{w1} = k_{d1} \cdot k_{p1} = 0,955. \quad (\text{AIII.8})$$

## APÊNDICE IV

### COEFICIENTE DE PERMEÂNCIA E DETERMINAÇÃO DA INDUTÂNCIA DE CONEXÃO TERMINAL ASSOCIADA A UMA ÚNICA BOBINA

Considerando a expressão para a reatância associada à dispersão de cabeça de bobina para uma fase [48],

$$X_{1e} = \frac{8 \cdot \pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot N_1^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e}}{p} \quad , \quad (\text{AIV.1})$$

a expressão da indutância associada pode ser obtida dividindo-se a equação acima por  $2\pi f$ ,

$$L_e = \frac{X_{1e}}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot N_1^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e}}{p} \quad , \quad (\text{AIV.2})$$

onde

$N_1$  : número de espiras em série por fase

$l_{1e}$  : comprimento médio de uma conexão terminal

$p$  : número de pólos

$\lambda_{1e}$  : coeficiente de permeância associado à dispersão de cabeça de bobina.

Considerando o caso de bobinas de passo pleno e distribuição de 1 ranhura por pólo por fase ( $q_1 = 1$ ), número de bobinas por fase será dado pela metade do número de pólos

$$N_b = \frac{p}{2} \quad , \quad (\text{AIV.3})$$

e a expressão para a indutância de cabeça associada a uma única bobina fica

$$Le_{1b} = \frac{L_e}{N_b} = \frac{L_e}{p/2} \quad \therefore \quad (\text{AIV.4})$$

$$Le_{1b} = \frac{8\mu_0 \cdot N_1^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e}}{p^2} \quad . \quad (\text{AIV.5})$$

Considerando no mesmo caso de bobinas de passo pleno e  $q_1 = 1$ ,

$$N_1 = \left(\frac{p}{2}\right) \cdot N_{esp} \quad , \quad (\text{AIV.6})$$

onde  $N_{esp}$  é o número de espiras em uma bobina, tem-se

$$Le_{1b} = 2\mu_0 \cdot N_{esp}^2 \cdot l_{1e} \cdot \lambda_{1e} \quad . \quad (\text{AIV.7})$$

O coeficiente  $\lambda_{1e}$  conforme apresentado em [2] pode ser expresso por

$$\lambda_{1e} \cong 0,34 \cdot q_1 \cdot \left(1 - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{w_c}{l_{1e}}\right) \quad (\text{AIV.8})$$

para enrolamentos em dupla camada e motores de média ou baixa tensão, ou

$$\lambda_{1e} \cong 0,42 \cdot q_1 \cdot \left(1 - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{w_c}{l_{1e}}\right) \cdot k_{w1}^2 \quad (\text{AIV.9})$$

para enrolamentos em dupla camada e alta tensão. Para enrolamentos de uma única camada,  $\lambda_{1e}$  pode assumir valores que variam de

$$\lambda_{1e} \cong 0,18q_1 \quad \text{a} \quad \lambda_{1e} \cong 0,3q_1 \quad . \quad (\text{AIV.10})$$

Esta série de aproximações para os possíveis valores de  $\lambda_{1e}$ , a grande variação de valores que este parâmetro pode assumir (uma variação de 66 % nas equações (AIV.10)), e a sensibilidade da expressão do cálculo da indutância (AIV.7) em relação a este parâmetro sugerem que o cálculo por elementos finitos 3D fornece resultados mais confiáveis do que os obtidos analiticamente.

## APÊNDICE V

### MAPEAMENTO DA DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO PARA ÍMÃ ISOLADO

Tomando-se um ímã isolado, isto é, fora do conjunto do veículo e efetuando-se o mapeamento a uma distância de 0,5 mm obtém-se os resultados apresentados na Fig. A.3.

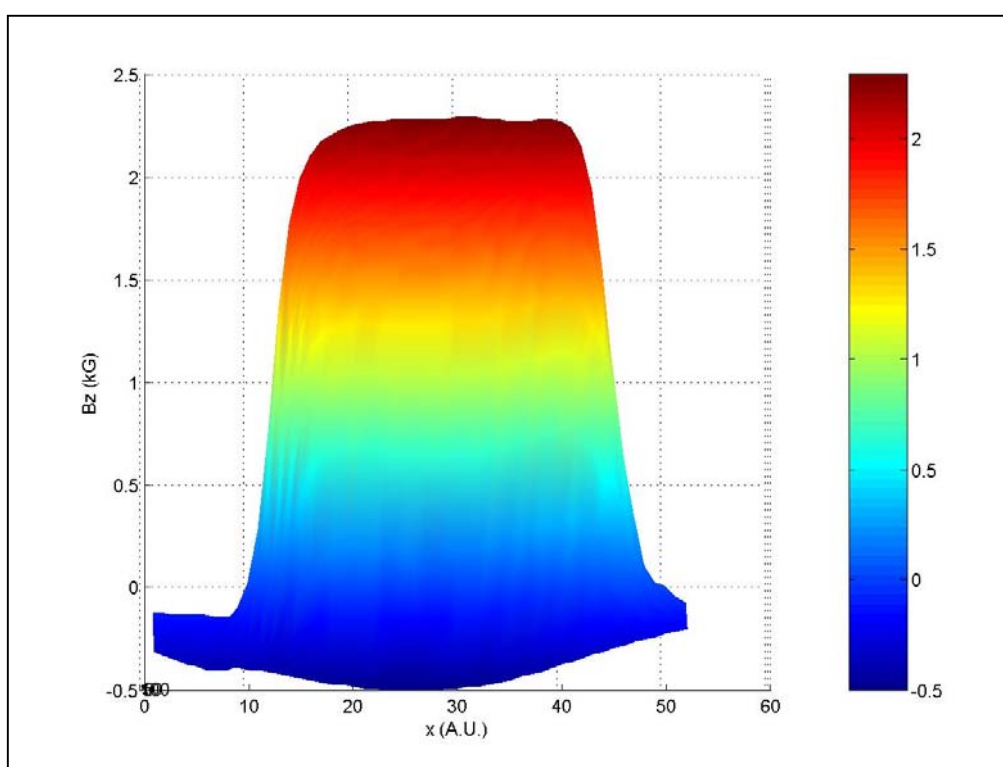


Fig. A.3 – Medida de B a 0,5 mm de distância de um ímã isolado

Efetuando-se o cálculo por elementos finitos do campo na mesma posição obtém-se os resultados apresentados na Fig. A.4 (para ímãs modelados com os valores de  $B_r$  e  $H_c$  informados pelo fabricante) e na Fig. A.5 (para ímãs modelados com os valores de  $B_r$  e  $H_c$  reduzidos pelo fator 0,62, apresentado em 3.2). As diferenças entre os valores experimentais e calculados pelo MEF são apresentadas na Tabela A.I.

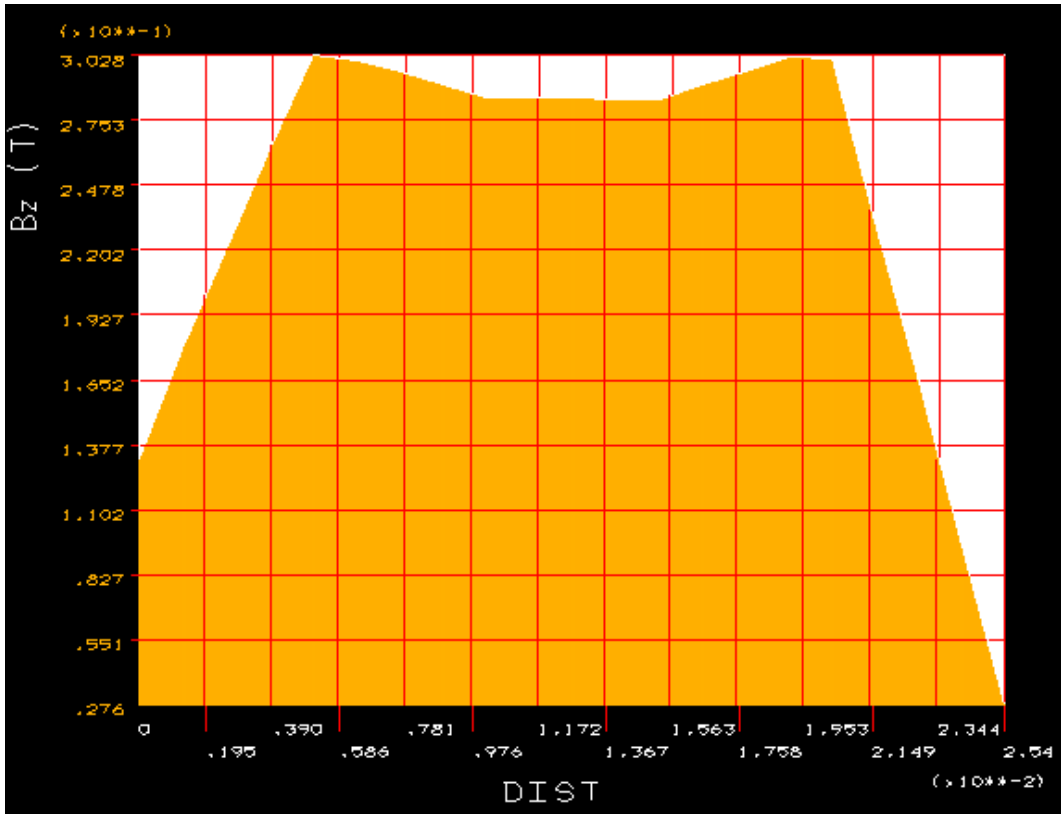


Fig. A.4 – Cálculo MEF da Densidade de Fluxo para produto ( $Br \cdot Hc$ ) Original

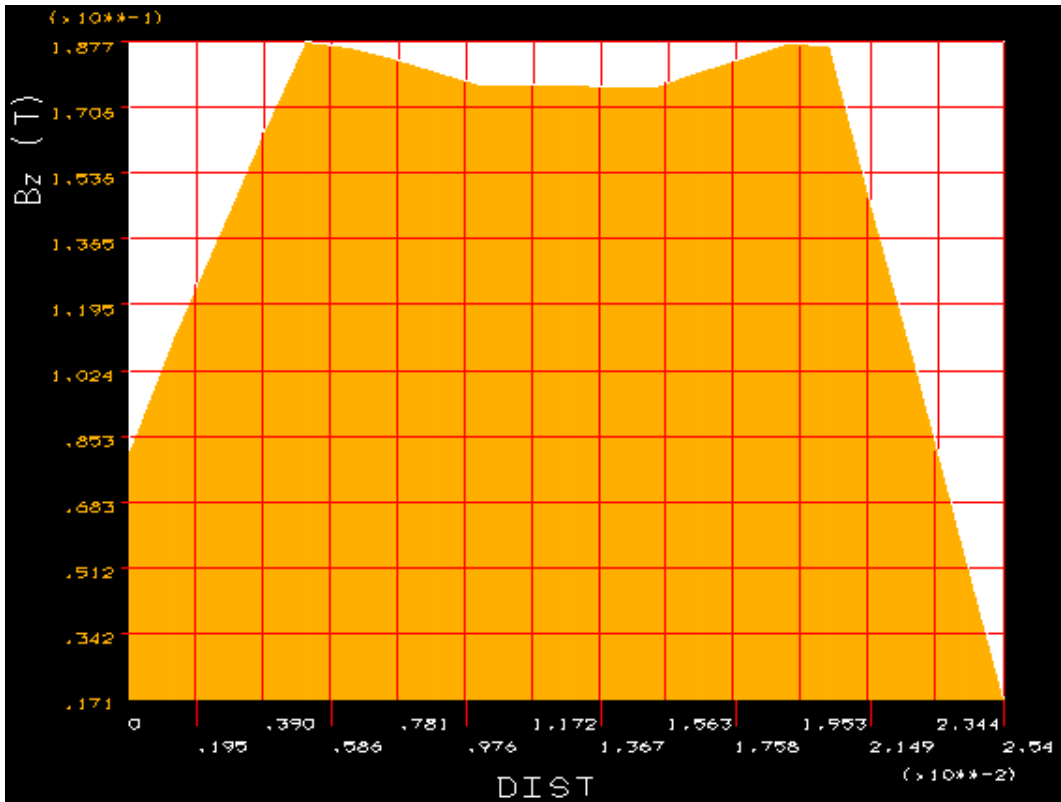


Fig. A.5 – Cálculo MEF da Densidade de Fluxo para produto ( $Br \cdot Hc$ ) Reduzido

Distância (mm)	Valor Máximo de B ( $\times 10^{-1}T$ ) – Cálculo MEF 2D	Valor Máximo de B ( $\times 10^{-1}T$ ) - Experimental	Diferença
( <i>Br·Hc</i> ) Original	3,03	2,23	26,4 %
( <i>Br·Hc</i> ) Reduzido	1,88	2,23	16,0 %

Tabela A.I – Mapeamento da Densidade de Fluxo a 0,5 mm de ímã isolado

Os resultados acima sugerem que a modelagem em elementos finitos dos ímãs com o produto (*Br·Hc*) reduzido representa de forma mais adequada o magneto real do que a modelagem com os valores do produto (*Br·Hc*) informado pelo fabricante. Este fato corrobora as considerações feitas em 3.2. Embora ainda exista uma diferença significativa em relação ao valor medido, deve ser considerado que existem diferenças entre cada um dos ímãs, e o mapeado nesta medição não foi um daqueles efetivamente usados no veículo.

## APÊNDICE VI

### RESULTADOS DA INDUTÂNCIA MEF 2D PARA OS CONDUTORES DAS FASES A, B e C

Condutor	Indutância ( $\mu\text{H}$ )	Fase
c1	3.24697707	B-
c2	11.7588610	A+
c3	3.27827877	C-
c4	-3.16956372	B+
c5	-11.5804130	A-
c6	-2.92118598	C+
c7	3.78767947	B-
c8	12.3563021	A+
c9	3.54674018	C-
c10	-3.25480239	B+
c11	-11.7403461	A-
c12	-3.33627558	C+
c13	3.35533262	B-
c14	12.0378943	A+
c15	3.33042214	C-
c16	-3.39444827	B+
c17	-11.8246111	A-
c18	-3.39647467	C+
c19	3.31077815	B-
c20	12.0704596	A+
c21	3.32891686	C-
c22	-3.44946813	B+
c23	-11.7723889	A-
c24	-3.39996153	C+
c25	3.31181414	B-
c26	11.9055884	A+
c27	3.32379182	C-
c28	-3.35561441	B+
c29	-11.7854247	A-
c30	-3.37623511	C+
c31	3.41147435	B-



c32	12.1420736	A+
c33	3.45523284	C-
c34	-3.24003189	B+
c35	-11.6180812	A-
c36	-3.16423885	C+
c37	3.58527315	B-
c38	12.4418682	A+
c39	4.52692443	C-
c40	-.966905588	B+
c41	-6.99190181	A-