

EFEITO DAS DESCARGAS ATMOSFÉRICAS NO DESEMPENHO DE LINHAS DE
TRANSMISSÃO – MODELAGENS NOS DOMÍNIOS DO TEMPO E DA
FREQUÊNCIA

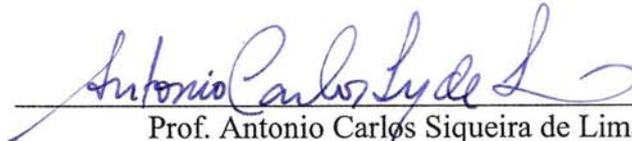
João Clavio Salari Filho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA ELÉTRICA.

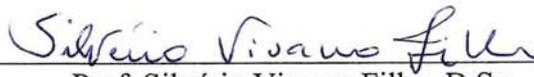
Aprovada por:



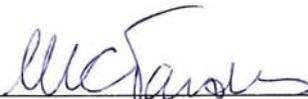
Prof. Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela, D.Sc.



Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.



Prof. Silvério Visacro Filho, D.Sc.



Prof. Maria Cristina Dias Tavares, D.Sc.



Dr. Sergio Gomes Junior, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2006

SALARI FILHO, JOÃO CLAVIO

Efeito das Descargas Atmosféricas no
Desempenho de Linhas de Transmissão –
Modelagens nos Domínios do Tempo e da
Frequência [Rio de Janeiro] 2006

XI, 659 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc.,
Engenharia Elétrica, 2006)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Descargas Atmosféricas
2. Desempenho de Linhas de Transmissão
3. Transitórios Eletromagnéticos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Agradecimentos

Inicialmente, gostaria de agradecer ao meu orientador Professor Carlos Portela, pelos seus empenho, dedicação e ensinamentos que me conduziram à concretização desta tese. Não há dúvidas sobre a importância da sua impecável orientação para a melhoria constante do texto da tese e dos exemplos de aplicação apresentados.

Quero também agradecer aos vários companheiros do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), que, direta ou indiretamente, também me incentivaram à elaboração deste trabalho. Em particular, agradeço a Nelson Martins, a Rogério Azevedo e a Victor Hugo pelas várias e meritórias discussões técnicas que tivemos.

Finalmente, quero agradecer especialmente a minha Elizabeth e a minha ainda pequenina Sofia, as quais, além de esposa e filha, respectivamente, foram incansavelmente amorosas, solidárias e compreensivas durante todo o período que dediquei à elaboração desta tese.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

EFEITO DAS DESCARGAS ATMOSFÉRICAS NO DESEMPENHO DE LINHAS
DE TRANSMISSÃO – MODELAGENS NOS DOMÍNIOS DO TEMPO E DA
FREQUÊNCIA

João Clavio Salari Filho

Dezembro/2006

Orientador: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela

Programa: Engenharia Elétrica

A análise dos efeitos de descargas atmosféricas incidentes em linhas de transmissão ou no solo próximo é de extrema importância para o projeto e verificação do desempenho destas linhas. A abordagem adequada dessa questão, todavia, é uma tarefa multidisciplinar, e requer uma forte interação entre modelos de cálculo de campos eletromagnéticos e modelos de cálculo de transitórios eletromagnéticos. O domínio da frequência se apresenta como especialmente robusto para o tratamento dessa interação, contudo há algumas dificuldades de implementação associadas à modelagem de não linearidades e à necessidade do processo de conversão frequência-tempo.

Nesta tese buscou-se contornar essas dificuldades e implementou-se de uma forma nova e conjunta num domínio híbrido frequência-tempo modelos de vários elementos lineares e não lineares usualmente empregados nas análises de redes elétricas, tais como elementos RLC, quadripolos, transformadores, chaves, diodos, pára-raios, etc, com modelos de elementos tridimensionais do tipo “fonte de campo eletromagnético”, com o formato de eletrodos cilíndricos. Empregando-se soluções baseadas nas técnicas da resposta à função degrau e da Análise Tensorial, também se elaborou modelos para os cabos de linhas de transmissão sujeitos ao efeito coroa, para sistemas de aterramento com o solo circunvizinho ionizado e para o canal da descarga atmosférica.

Aplicou-se todas as metodologias desenvolvidas na tese para a análise de sistemas de aterramento, torres e diferentes linhas de transmissão em situações típicas da incidência de descargas atmosféricas, fazendo-se ainda comparações com dados experimentais e com dados oriundos da simulação destes elementos em programas computacionais existentes. Dos resultados obtidos, pôde-se claramente demonstrar a eficiência e a versatilidade dos procedimentos aqui elaborados.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

EFFECT OF LIGHTNING FLASHES IN TRANSMISSION LINES
PERFORMANCE – TIME AND FREQUENCY DOMAIN METHODOLOGIES

João Clavio Salari Filho

December/2006

Advisor: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela

Department: Electrical Engineering

The study of the effects of lightning flashes incidence in transmission lines or points at the earth's surface near the line is of extreme importance for the project and performance analysis of those lines. An accurate approach of this question, though, is multitasking, and requires a strong interaction between electromagnetic field calculation models and electromagnetic transients calculation models. The frequency domain is particularly robust to deal with this interaction, but there are some implementation difficulties associated with the modeling of non-linearities and with the frequency-time conversion process.

In this thesis, with the intention to overcome these difficulties, it was implemented in a new way in a hybrid frequency-time domain the simultaneous usage of models of many linear and non-linear elements typically employed in network analysis, like RLC elements, quadripoles, transformers, switches, diodes, arresters, etc, with models of three-dimensional elements of the type "electromagnetic field source", with the format of cylindrical electrodes. Basing on step response and Tensor Analysis techniques, it was also developed models for overhead lines conductors under corona effect, for grounding systems subjected to soil ionization effect, and for the atmospheric discharge channel.

All the methodologies developed in this thesis were applied to analyze grounding systems, towers, and different transmission lines for typical lightning incidence. From the comparisons with experimental data and with results obtained by simulating these elements in existing computer programs, it was clear the accuracy and versatility of the procedures elaborated herein.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - Introdução	1
1.1 Aspectos Básicos	1
1.2 Organização do texto	12
1.3 Publicações originárias da tese	17
1.4 Principais símbolos, constantes, funções e convenções utilizadas no texto	19
CAPÍTULO 2 - Características básicas das descargas atmosféricas para estudos de desempenho de linhas de transmissão	33
2.1 Formação de cargas nas nuvens	33
2.2 Tipos de descargas entre nuvem e solo	34
2.3 Formação da descarga atmosférica descendente	35
2.4 Características da corrente da descarga atmosférica descendente	39
2.4.1 Forma de onda da corrente de descarga	41
2.4.2 Probabilidades dos parâmetros da corrente de descarga	45
2.4.2.1 Primeira descarga descendente negativa	49
2.4.2.2 Descarga descendente negativa subsequente à primeira	57
2.4.2.3 Primeira descarga descendente positiva	60
2.4.3 Representação da frente de onda da corrente de descarga	61
2.4.4 Correlações entre alguns parâmetros da corrente de descarga	65
2.5 Densidade de descargas atmosféricas para o solo	70
CAPÍTULO 3 - Incidência direta e indireta de descargas atmosféricas	76
3.1 O modelo eletrogeométrico	76
3.1.1 Ângulo de incidência da descarga atmosférica	78
3.1.2 Breve revisão da bibliografia	81
3.1.3 Modificações do modelo eletrogeométrico	85
3.1.4 Zonas de exposição dos cabos à descarga atmosférica	88
3.2 Cálculo do número de descargas atmosféricas que atingem os cabos da linha (descargas diretas)	92
3.2.1 Cálculo empregando as características probabilísticas dos parâmetros da descarga	92
3.2.2 Cálculo aproximado empregando o conceito de “raio de atração equivalente” das descargas pela linha	102
3.3 Cálculo do número de descargas atmosféricas que atingem o solo próximo à linha (descargas indiretas)	108
3.4 Exemplos de aplicação	110
CAPÍTULO 4 - Análise de algumas metodologias aplicáveis à modelagem de linhas de transmissão	120
4.1 Introdução	120
4.2 Equações básicas de uma linha de transmissão	121
4.2.1 Linha monofásica	122
4.2.2 Linha multifásica	129
4.2.2.1 Cálculo em componentes de fase	135
4.2.2.2 Cálculo em componentes de modo	139

4.2.3	Redução de fases compostas por subcondutores em feixe a um único condutor equivalente e inclusão do efeito dos cabos pára-raios nos equivalentes de fases	142
4.3	Metodologias com núcleo de cálculo desenvolvido no domínio do tempo	145
4.3.1	Aspectos básicos	145
4.3.2	Metodologia baseada no uso de diferenças finitas ou elementos finitos (FDTD – <i>Finite Difference Time Domain</i>)	147
4.3.3	Metodologia baseada na modelagem da rede em elementos de linhas de transmissão (TLM – <i>Transmission Line Modeling</i>)	151
4.3.4	Metodologia empregada nos programas computacionais da Série EMTP (<i>Electromagnetic Transients Program</i>)	152
4.4	Metodologias com núcleo de cálculo desenvolvido no domínio da frequência	155
4.4.1	Aspectos básicos	155
4.4.2	Modelagens comumente adotadas	166
4.4.2.1	Abordagem baseada nas equações eletromagnéticas	168
4.4.2.2	Abordagem baseada no uso de elementos de redes elétricas	170
4.4.3	A necessidade da combinação de modelagens	171
4.5	Exemplos de aplicação	177
4.5.1	Cabo horizontal sobre o solo	177
4.5.2	Cabo vertical sobre o solo	186
4.5.3	Comentários gerais sobre os exemplos	191

CAPÍTULO 5 - Modelagem genérica de uma linha de transmissão para o cálculo do seu desempenho à incidência de descargas atmosféricas diretas e indiretas **193**

5.1	Introdução	193
5.2	Equações básicas	196
5.3	Modelagem do solo	201
5.4	Modelagem da linha por eletrodos	204
5.4.1	Equações eletromagnéticas básicas	204
5.4.2	Impedâncias transversais próprias e mútuas entre eletrodos	216
5.4.3	Impedâncias longitudinais próprias e mútuas entre eletrodos	218
5.4.4	Aspectos básicos sobre eletrodos imersos em um meio constituído por duas regiões homogêneas separadas por um plano	220
5.4.5	Montagem do sistema de equações de eletrodos	221
5.5	Modelagem da linha por elementos lineares de circuitos elétricos	226
5.5.1	Modelagem de elementos RLC simples	226
5.5.2	Modelagem de transformadores	230
5.5.3	Modelagem de elemento de conexão	235
5.5.4	Modelagem do cabo de uma linha de transmissão monofásica sem a presença do efeito coroa	237
5.5.5	Modelagem dos cabos de uma linha de transmissão multifásica sem a presença do efeito coroa	239
5.5.6	Modelagem de fontes de corrente e de tensão	244
5.5.6.1	Fonte de corrente	244
5.5.6.2	Fonte de tensão	245
5.5.6.3	Fonte com forma de onda conhecida no tempo	246
5.5.6.4	Fonte com forma de onda genérica no tempo	251

5.5.7	Modelagem de medidores de corrente, de campo elétrico, de campo magnético e de tensão	253
5.6	Modelagem da linha por elementos não lineares de circuitos elétricos	256
5.6.1	Primeira estratégia de solução	260
5.6.1.1	Modelagem de elemento não linear genérico simples com relação entre correntes e tensões nos seus terminais conhecida analiticamente no tempo	265
5.6.1.2	Modelagem de elementos de chaveamento com operação controlada no tempo	268
5.6.1.3	Modelagem de pára-raios e varistores	275
5.6.1.4	Modelagem de resistores, indutores e capacitores variáveis no tempo	282
5.6.1.5	Modelagem de elemento não linear genérico sem relação no tempo entre correntes e tensões nos seus terminais conhecida analiticamente	283
5.6.1.6	Resolução do sistema geral de equações	289
5.6.1.7	Aspectos adicionais de implementação computacional	296
5.6.2	Segunda estratégia de solução	297
5.6.2.1	Introdução à resolução de circuitos tensoriais	303
5.6.2.2	Resolução do sistema geral de equações	309
5.6.2.3	Aspectos adicionais de implementação computacional	314
CAPÍTULO 6 - Modelagens especiais		316
6.1	Modelagem dos cabos de uma linha de transmissão multifásica com a consideração do efeito coroa	317
6.1.1	Aspectos básicos sobre o efeito coroa	319
6.1.2	Relações básicas entre tensões e correntes num trecho de linha	324
6.1.3	Estratégia de modelagem do efeito coroa representando os cabos por quadripolos e considerando a variação das capacitâncias transversais dos cabos ao longo da linha	329
6.1.4	Estratégias de modelagem do efeito coroa representando os cabos por quadripolos e considerando a variação das correntes transversais nos cabos ao longo da linha	335
6.1.4.1	Correntes transversais ao longo da linha	341
6.1.4.2	Primeira estratégia	344
6.1.4.3	Segunda estratégia	349
6.1.5	Aspectos adicionais de implementação computacional	357
6.2	Modelagem de sistemas de aterramento considerando o efeito de ionização do solo circunvizinho	359
6.2.1	Introdução	359
6.2.2	Campo elétrico na superfície dos eletrodos	361
6.2.3	Estratégia de modelagem do efeito de ionização do solo representando os componentes do sistema de aterramento por eletrodos cilíndricos e considerando a variação dos parâmetros transversais dos eletrodos	365
6.2.4	Aspectos adicionais de implementação computacional	372
6.3	Modelagem do canal da descarga atmosférica	373
6.3.1	Introdução	373

6.3.2	Estratégia de modelagem simplificada do canal da descarga considerando a alteração das características dielétricas do meio físico ao redor do canal ou a inclusão de elementos lineares distribuídos ao longo do canal	374
6.3.3	Estratégia de modelagem simplificada do canal da descarga considerando somente o acoplamento eletromagnético mútuo entre o canal e a linha de transmissão	376
6.3.4	Aspectos adicionais de implementação computacional	382
CAPÍTULO 7 - Exemplos de cálculo de circuitos básicos e da propagação de descargas atmosféricas em cabos aéreos, sistemas de aterramento e linhas de transmissão		383
7.1	Cálculo de circuitos básicos em corrente contínua e alternada sinusoidal	384
7.1.1	Circuito RC série	384
7.1.2	Circuito com chaveamento de capacitor	386
7.1.3	Fonte retificadora a meia onda alimentando uma carga resistiva através de indutor	387
7.1.4	Fonte retificadora onda completa alimentando uma carga puramente resistiva	389
7.2	Cálculo de circuitos básicos modelados por eletrodos cilíndricos, considerando apenas um componente em frequência	390
7.2.1	Tensões de passo e de toque em um sistema de aterramento formado por cinco hastes verticais em paralelo e interligadas por cabos horizontais	390
7.2.2	Tensões de passo e de toque em um sistema de aterramento formado por cabos horizontais	394
7.3	Cálculo da propagação de surtos e descargas atmosféricas	397
7.3.1	Trecho de subestação	397
7.3.2	Sistema de aterramento formado por cinco hastes verticais em paralelo e interligadas por cabos horizontais	400
7.3.3	Sistemas de aterramentos formados por um eletrodo horizontal ou por um eletrodo vertical	403
7.3.4	Cabos horizontal e vertical sobre o solo	409
7.3.5	Conjunto de cabos sobre o solo interligados a sistemas de aterramento	412
7.3.6	Trecho de linha de transmissão trifásica convencional de 138 kV com circuito simples e torres metálicas	415
7.3.7	Trecho de linha de transmissão trifásica convencional de 230 kV com circuito simples e torres metálicas	432
7.3.8	Trecho de linha de transmissão trifásica convencional de 500 kV com circuito duplo e torres metálicas	436
7.4	Modelagens especiais	443
7.4.1	Modelagem do efeito coroa em linhas de transmissão	443
7.4.1.1	Aplicação à propagação de descargas atmosféricas	443
7.4.1.2	Aplicação à propagação de sinais lentos	444
7.4.2	Modelagem do efeito de ionização do solo junto a eletrodos de aterramento	449
7.4.2.1	Sistemas de aterramento formados por um eletrodo horizontal	449

7.4.2.2	Sistemas de aterramento formados por hastes verticais interligadas	453
7.4.2.3	Sistemas de aterramento de uma linha de transmissão trifásica convencional de 34,5 kV com circuito simples e postes e cruzetas de madeira	455
7.4.2.4	Sistemas de aterramento de uma linha de transmissão trifásica convencional de 138 kV com circuito simples e torres metálicas	457
7.4.3	Canal da descarga atmosférica	459
7.4.3.1	Canal da descarga com 2800 m de comprimento	460
7.4.3.2	Descarga no solo próximo a uma linha de transmissão	462
CAPÍTULO 8 - Cálculo do desempenho de linhas de transmissão à incidência de descargas atmosféricas		468
8.1	Introdução	468
8.2	Método que utiliza integração numérica	481
8.2.1	Solução geral	481
8.2.2	Solução considerando as “correntes críticas” da descarga atmosférica	486
8.2.3	Aspectos adicionais de implementação computacional	495
8.3	Métodos que utilizam a técnica de Monte Carlo e redes neurais artificiais	496
8.4	Exemplos de aplicação	500
CAPÍTULO 9 - Conclusões gerais e propostas de continuidade do trabalho		510
9.1	Conclusões gerais	510
9.2	Propostas de continuidade do trabalho	521
Apêndice A - Modelagem aproximada de uma linha de transmissão no domínio do tempo para o cálculo do seu desempenho à incidência de descargas atmosféricas diretas		524
A.1	Introdução	524
A.2	Descargas nos cabos de fase	529
A.3	Descargas nos cabos pára-raios junto a uma torre	533
A.4	Descargas simétricas nos cabos pára-raios a meio do vão	550
A.4.1	Análise a meio do vão	551
A.4.2	Análise junto à torre	565
A.5	Descargas assimétricas nos cabos pára-raios a meio do vão	568
A.5.1	Análise a meio do vão	569
A.5.2	Análise junto à torre	575
A.6	Impedâncias de onda dos cabos	575
A.6.1	Impedância de onda própria dos cabos de fase	577
A.6.2	Impedância de onda própria homopolar do conjunto de cabos pára-raios	578
A.6.3	Impedância de onda mútua homopolar entre um cabo de fase e o conjunto de cabos pára-raios	579
A.6.4	Impedância de onda própria não homopolar do conjunto de cabos pára-raios	580

A.6.5	Impedância de onda mútua não homopolar entre um cabo de fase e um cabo pára-raios	581
Apêndice B - Formulação simplificada para a modelagem de dipolos imersos em um meio constituído por duas regiões homogêneas separadas por um plano		583
B.1	Introdução	583
B.2	Equações básicas de um dipolo imerso em um meio homogêneo	584
B.3	Coefficientes de reflexão e refração associados a ondas planas	589
B.4	Vetor potencial gerado por um dipolo imerso em um meio constituído por duas regiões homogêneas	596
B.5	Potencial escalar gerado por um dipolo imerso em um meio constituído por duas regiões homogêneas	602
Apêndice C - Cálculo das tensões suportáveis das cadeias de isoladores e dos espaçamentos entre cabos para estudos da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão		605
C.1	Introdução	605
C.2	Cálculo das tensões suportáveis de isolamentos constituídos por isoladores ou por espaçamentos de ar entre cabos	608
C.2.1	Metodologia com aplicação a sobretensões com formas de ondas padronizadas	608
C.2.2	Metodologias com aplicação a sobretensões com formas de ondas genéricas	619
C.3	Necessidade de pesquisa futura	623
Referências Bibliográficas		626

CAPÍTULO 1 - Introdução

1.1 Aspectos Básicos

A descarga atmosférica é um fenômeno natural que pode ocorrer dentro de uma nuvem, entre duas nuvens próximas, entre uma nuvem e o solo, ou entre uma nuvem e o ar vizinho.

As descargas que ocorrem dentro de uma nuvem ou entre duas nuvens, apesar de mais frequentes, têm maior importância para o projeto de aeronaves, e geralmente não condicionam o projeto de equipamentos próximos à superfície do solo, onde então costumam ser consideradas somente as descargas que ocorrem entre nuvem e solo (NEWMAN e ROBB, 1977, U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 1983).

As descargas atmosféricas entre nuvem e solo, em linhas gerais, são o fator determinante para a escolha do isolamento dos equipamentos de média e alta tensão, enquanto que para níveis de tensão fase-fase superiores a 345 kV, desde que a linha seja bem projetada, o isolamento é normalmente condicionado pelas sobretensões de manobra (PORTELA, 1982). Para níveis de tensão fase-fase cada vez maiores, as descargas atmosféricas passam a ter menor importância, mas mesmo assim devem ser analisadas, a exemplo da experiência operacional em algumas linhas de 525 kV e 765 kV (PORTELA, 1979).

A importância da incidência das descargas atmosféricas é bem caracterizada ao se notar que as mesmas são tipicamente a causa da maioria dos curtos-circuitos e interrupções de serviço não programadas das linhas de transmissão e de distribuição instaladas em várias partes do mundo. No Brasil esse problema é especialmente importante, em virtude de em boa parte do território nacional haver grande incidência de descargas atmosféricas e o solo apresentar características bem desfavoráveis.

Por exemplo, de acordo com GELDENUYS (1990), na África do Sul, onde a densidade de descargas atmosféricas para o solo varia entre 5 e 12 descargas/km²/ano, a incidência de descargas atmosféricas é a causa mais frequente dos desligamentos das linhas rurais construídas com postes de madeira e empregando os níveis de tensão de 11 e 22 kV. Cita-se em MSWANE e GAUNT (2001) que em linhas de 66 e 132 kV instaladas em regiões da Suíça com densidade de descargas em torno de

14 descargas/km²/ano, cerca de 40% dos desligamentos não programados são devidos a descargas atmosféricas. Na Austrália, onde os níveis cerâmicos típicos variam de 20 a 30 , verificou-se (DARVENIZA *et al.*, 1967, DARVENIZA, 1980) um percentual do total de desligamentos devidos a descargas atmosféricas em torno de 60% para as linhas de distribuição de 11 e 33 kV e de 20 e 55% para linhas de 66 kV com e sem cabos pára-raios, respectivamente. Num amplo estudo apresentado em WHITEHEAD (1983), onde foram analisados dados de 11 anos de desempenho de várias linhas de transmissão da TVA (*Tennessee Valley Authority's*), instaladas em regiões cujo nível cerâmico varia entre 50 e 55 , constataram-se percentuais de desligamentos devidos a descargas atmosféricas entre 16 e 100% e entre 12 e 62% para linhas operando em 161 e 500 kV , respectivamente. No Brasil, especificamente no estado de Minas Gerais, onde a densidade de descargas para o solo varia entre 1 e 10 descargas/km²/ano , tem-se menção de que 30% dos desligamentos das linhas de distribuição de 13,8 kV sejam causados pela incidência de descargas atmosféricas, enquanto que, para as linhas de transmissão de até 230 kV, conforme CARVALHO *et al.* (1997), este percentual é pelo menos cerca de 70% .

Esse cenário mostra claramente que são muitos os fatores que condicionam a frequência e a severidade da incidência de descargas atmosféricas numa determinada região e, conseqüentemente, do desempenho das linhas de transmissão nela instalada. Nota-se, por exemplo, a influência do clima, da orografia, da forma em que a proteção da linha foi instalada, do nível de isolamento da linha, entre vários outros itens.

Para reduzir as sobretensões induzidas nas linhas de transmissão, em função da eventual incidência de descargas atmosféricas na linha ou no solo próximo, as linhas são protegidas por cabos pára-raios, pára-raios, ou, para algumas linhas de distribuição que operam em níveis de tensão menos elevadas, descarregadores de chifres montados sobre isoladores, mas sendo estes condicionados a várias restrições de uso. Eventualmente, outras alternativas construtivas na linha, já existentes ou a serem instaladas, também atuam para a minimização desse problema, tal como o emprego de sistemas com neutro isolado, o uso de bobinas de Petersen entre os pontos de neutro do sistema e o seu aterramento, o emprego de abertura e religamento monofásico, executar-se rapidamente o religamento da linha etc. Essas últimas alternativas, entretanto, não serão investigadas nesta tese.

Assim sendo, os cabos pára-raios, os quais são instalados entre torres (ou postes), no topo das torres (ou no topo dos postes), quando bem projetados, têm a missão de captar as descargas atmosféricas de maior amplitude de corrente que incidiriam diretamente nos cabos de fase da linha. Com essa providência, incidem, portanto, nos cabos de fase, somente as descargas de menor amplitude, mas que ainda podem resultar em sobretensões elevadas em alguns pontos da linha. Com efeito semelhante mas com instalação diferente, os pára-raios e os descarregadores de chifres são ligados em derivação entre fase e terra, e atuam no sentido de limitar as amplitudes das sobretensões nos pontos de sua instalação, conforme a sua característica de operação.

Dependendo do local de incidência da descarga, atribui-se as designações “descargas diretas” ou “descargas indiretas” *, tal como se exemplifica na Figura 1.1-1 para um trecho de uma linha de transmissão, ou seja:

- Descargas diretas:
 - **a** : Em um ponto de uma torre;
 - **b** : Em um ponto de um cabo pára-raios;
 - **c** : Em um cabo de fase da linha.

- Descargas indiretas:
 - **d** : Em um ponto do solo próximo à linha.

* Há uma certa ambigüidade sobre a designação “descargas indiretas” junto à literatura técnica sobre o tema. Em alguns trabalhos utiliza-se o termo “descargas indiretas” para as descargas que incidem nos cabos pára-raios, e o termo “descargas diretas” para as descargas que incidem nos cabos de fase; neste caso, as descargas que incidem no solo são eventualmente designadas por “induzidas”, apesar de ser claro que o fenômeno da “indução” eletromagnética ocorre em qualquer uma das hipóteses de incidência da descarga. Em outros trabalhos adotam-se as designações empregadas no texto desta tese, as quais demonstram-se mais genéricas, fato que culminou nas suas escolhas, ou seja, “descargas diretas” para as descargas que atingem qualquer cabo da linha, e “descargas indiretas” para as descargas que atingem o solo próximo.

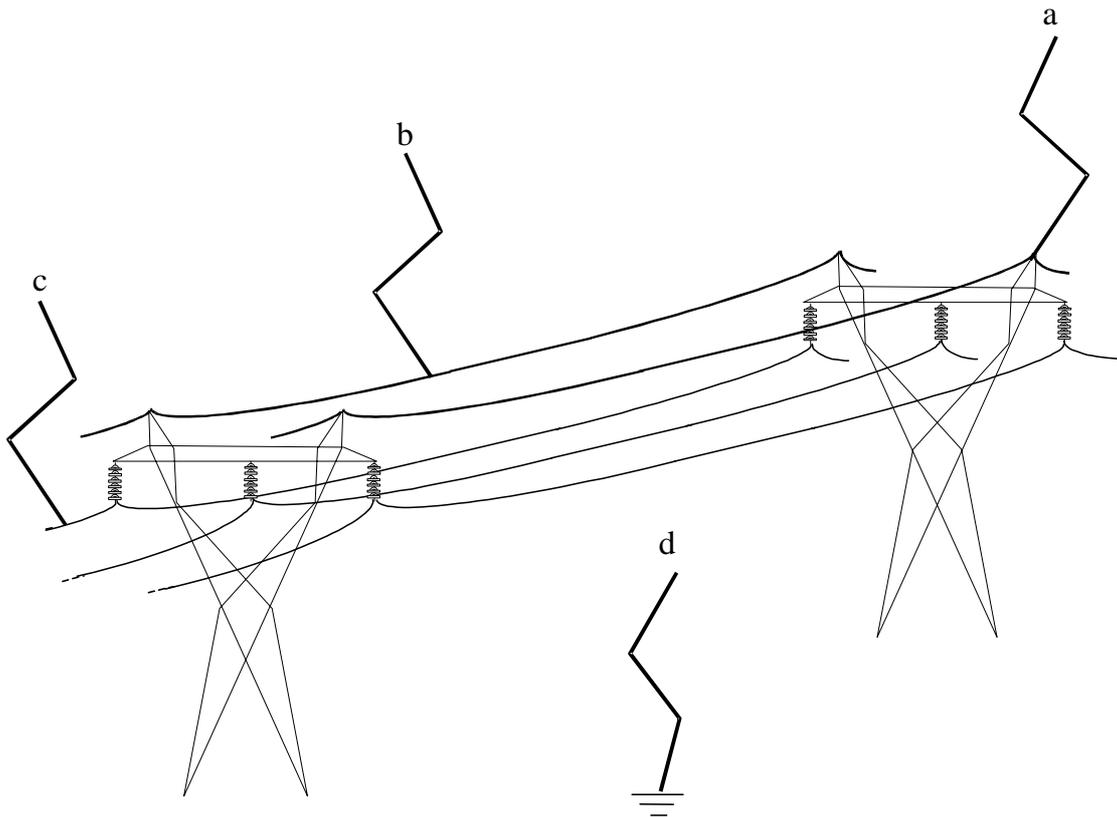


Figura 1.1-1 - Trajetórias do precursor para as quatro hipóteses da descarga

Quando da incidência direta de descargas sobre a linha, o fenômeno físico subsequente depende basicamente dos parâmetros elétricos e da geometria linha, e dos parâmetros da descarga, muitos destes tendo grande dispersão estatística e requerendo um tratamento baseado nesta distribuição estatística. Nesse caso, o fenômeno físico subsequente pode ser incluído em dois tipos principais, quais sejam:

- A incidência da descarga ocorre em uma torre da linha ou em um ponto de um cabo pára-raios ao longo do vão:

A análise quantitativa, para a incidência em um cabo pára-raios, depende do ponto de incidência. Nessa situação, os dois casos extremos são perto da torre, com efeitos similares ao da incidência na torre, e em uma região central do vão, com efeitos similares ao da incidência exatamente a meio do vão. Como uma primeira aproximação razoável, esses dois casos podem ser assumidos como representativos. Sendo necessário realizar a análise com mais precisão, vários pontos ao longo do vão devem ser considerados, mas também se deve considerar a distribuição estatística da incidência em cada ponto.

A incidência da descarga em uma torre da linha ou nos cabos pára-raios origina um fenômeno eletromagnético transitório, que se propaga pelos cabos pára-raios e pelos cabos de fase (devido ao acoplamento mútuo entre os cabos), pelas estruturas das torres (incluindo eventuais estais), e também pelos sistemas de aterramento. Como um resultado deste fenômeno transitório, ocorrem sobretensões, por exemplo, junto à torre entre um ponto desta e um cabo de fase, e entre um cabo de fase e um cabo pára-raios. Se uma dessas sobretensões exceder a tensão suportável do isolamento em questão, um curto-circuito ocorre, sendo este tipicamente entre fase e terra.

- A incidência da descarga ocorre em um cabo de fase:

De forma semelhante à anterior, a incidência da descarga em um cabo de fase origina um fenômeno eletromagnético transitório, que se propaga pelos cabos de fase e pelos cabos pára-raios (devido ao acoplamento mútuo entre os cabos), pelas estruturas das torres (incluindo eventuais estais), e também pelos sistemas de aterramento. Como um resultado de tal fenômeno transitório, sobretensões ocorrem, por exemplo, junto à torre e entre um ponto desta e um cabo de fase. Se uma destas sobretensões exceder a tensão suportável do isolamento em questão, um curto-circuito ocorre, sendo este tipicamente entre fase e terra.

A incidência de descargas indiretas, ou seja, no solo próximo à linha, também pode provocar significativas sobretensões e curtos-circuitos na linha, implicando na necessidade de desligar a linha. Para linhas operando com tensões fase-fase até 72,5 kV , as descargas indiretas são, tipicamente, o motivo principal dos curtos na linha. Entretanto, como colocado anteriormente, mesmo para níveis de tensões fase-fase mais elevados, incluindo 525 kV e 765 kV , as descargas que incidem no solo próximo podem ser importantes.

Para o cálculo de todas essas sobretensões, ou mesmo de outras advindas de demais fenômenos rápidos ou moderados, e de eventuais sobretensões em pontos de linhas secundárias conectadas a partir da linha principal, isto é, considerando-se a simulação computacional do “circuito elétrico da linha” como um todo, recai-se no emprego de elementos que podem ser enquadrados nos seguintes grupos:

(i) Elementos típicos de cálculo de campos eletromagnéticos: cabos aéreos de linhas, elementos metálicos das torres, cabos de estais, componentes de sistemas de aterramento, elementos representativos do canal da descarga atmosférica, transformadores etc.

(ii) Elementos típicos de análises de redes elétricas:

- Lineares: cabos aéreos (modelos de linhas de transmissão), elementos RLC com parâmetros invariantes no tempo, transformadores e reatores não saturados etc.
- Não-lineares: pára-raios, chaves, elementos RLC com parâmetros não lineares, transformadores e reatores saturados etc.

Nesse sentido, diversas metodologias de cálculo foram desenvolvidas pelos pesquisadores ao longo das últimas décadas, existindo metodologias desenvolvidas no domínio do tempo, metodologias desenvolvidas no domínio da frequência e metodologias híbridas frequência-tempo, que consideram intrinsecamente a natural dualidade entre estes dois domínios.

A análise isolada de circuitos com elementos lineares do tipo (i) conta com metodologias desenvolvidas tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Contudo, é recomendável empregar os modelos no domínio da frequência, principalmente por este domínio ser propício para simulações desta natureza, facilitando o cálculo dos campos eletromagnéticos e a inclusão da variação dos parâmetros do cálculo com a frequência. Para tal, atualmente já existem alguns programas computacionais que empregam modelagens tridimensionais dos elementos por eletrodos, geralmente cilíndricos, que permitem o cálculo das correntes, potenciais e campos eletromagnéticos nos eletrodos e no meio no qual se encontram tais eletrodos.

Por outro lado, considerando-se o comprimento mínimo dos eletrodos para uma precisão razoável do método, é interessante notar que, por exemplo, para a simulação de poucos vãos de uma linha de transmissão, com suas torres, sistemas de aterramento e cabos, facilmente se atinge o patamar de milhares de eletrodos. Assim sendo, considerando-se que em processos típicos de cálculo manipula-se matrizes cheias e que para a análise da propagação de surtos requer-se um número muito elevado de frequências, o uso de um

número muito grande de eletrodos pode ser um forte inconveniente de cálculo. Além disso, vários desses procedimentos têm modelagem restrita aos regimes estacionário ou quase estacionário, apesar de muitas vezes serem utilizados indiscriminadamente. Esses dois últimos aspectos apontam a importância da elaboração de metodologias híbridas e robustas que envolvam simultaneamente os modelos de eletrodos com modelos de elementos típicos de análises de redes elétricas.

Por vezes, a análise isolada de circuitos com somente os elementos lineares do tipo (ii) é também feita no domínio da frequência. Num processo com base de cálculo no domínio da frequência também é possível a modelagem de elementos não lineares simples do tipo (ii), tais como chaves que abram ou fechem os seus contatos durante o período de tempo de cálculo (e.g., WEDEPOHL (1982)). Entretanto, para a abordagem de não linearidades genéricas ou mais complexas, como a modelagem de cabos aéreos sob o efeito coroa, acaba-se por descaracterizar a designação anterior de processo “com base no domínio da frequência”, e melhor se enquadram as soluções “híbridas frequência-tempo”, as quais em quase sua totalidade fazem uso de processos iterativos (e.g., PORTELA (1970), NAKHLA e VLACH (1976), SEMLYEN *et al.* (1988), USHIDA *et al.* (1992)). Deve-se também notar que, no domínio da frequência, é necessário o emprego de transformações inversas frequência-tempo para o conhecimento dos valores no domínio do tempo, tais como as transformadas de Fourier ou Laplace, ponto no qual reside um inconveniente de cálculo.

A análise isolada de circuitos elétricos com os elementos lineares e não-lineares do tipo (ii) é geralmente feita no domínio do tempo, sendo usados, tradicionalmente, os programas computacionais designados aqui por “programas da Série EMTP” – *Electromagnetic Transients Program* –, os quais são os programas computacionais “EMTP”, “EMTP-RV”, “ATP”, “PSCAD/EMTDC”, “MICROTRAN” e “NETOMAC” (DOMMEL, 1986, LEHN *et al.*, 1995, PRIKLER e HØIDALEN, 1998, WOODFORD, 2001, MICROTRAN, 2002). Contudo, devem ser ressaltadas duas características marcantes em programas computacionais desta natureza, as quais advêm do desenvolvimento direto no domínio do tempo e da fundamentação na teoria dos circuitos elétricos, ou seja: como vantagem, a despeito da eventual perda de precisão nos cálculos para certas análises efetuadas por meio de modelagens simplificadas, tais programas costumam demandar um tempo computacional bem menor quando

comparados com os processos elaborados no domínio da frequência; como desvantagem, tais programas apresentam de moderadas a grandes dificuldades quando há a necessidade do cálculo de campos eletromagnéticos ou se busca integrá-los com algum outro programa computacional ou processo elaborado no domínio da frequência.

Em função desses e outros aspectos, as análises envolvendo simultaneamente elementos lineares dos tipos (i) e (ii), e também elementos não lineares do tipo (ii), apesar de necessárias para um estudo completo da análise da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão, são menos frequentes, principalmente pela dificuldade de simulação simultânea de elementos com bases físicas um tanto diferentes.

No entanto, às custas de perda de precisão nos resultados, restringindo-se a simulação do comportamento físico real, podendo estas questões em vários casos ser significativas, costuma-se adotar algumas estratégias de cálculo, especialmente envolvendo a modelagem dos elementos do tipo (i), para que também nestas análises possa ser empregado diretamente um programa computacional que opere no domínio do tempo. Tal fato ocorre em função de algumas vantagens anteriormente mencionadas para os cálculos no domínio do tempo e, mais provavelmente, pela disseminação do uso dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos (e.g. programa SPICE) pelo mundo inteiro. Algumas dessas estratégias são as seguintes:

1. Modelam-se os elementos do tipo (i) por associações simples de elementos RLC e ou por modelos de linhas de transmissão (linha ideal, quadripolo etc), eventualmente combinados com elementos não-lineares, e eventualmente sem grande rigor físico, e recai-se, assim, nos elemento do tipo (ii) (e.g., VERMA e MUKHEDKAR (1981), SMITH e PURI (1989), ISHII *et al.* (1991), ANDERSON e SHORT (1993), YAMADA *et al.* (1995), IMECE *et al.* (1996), NAKADA *et al.* (1997), PIANTINI e MALAGODI (1999), MATA *et al.* (2000), TARCHINI *et al.* (2001), DE CONTI *et al.* (2001), DE FRANCO *et al.* (2002), MOZUMI *et al.* (2003), NAKADA *et al.* (2003), VELASCO e ARANDA (2005), SADOVIC *et al.* (2005), AMETANI e KAWAMURA (2005)). Entre as aproximações comumente adotadas para que se obtenha tal facilidade, pode-se citar as seguintes, eventualmente combinadas:

- Desprezar o acoplamento eletromagnético entre diversos elementos do circuito sendo modelado.
 - Supor propagação transversal instantânea.
 - Considerar somente o “modo” de propagação transversal elétrico e magnético.
 - Utilizar modelos de linhas de transmissão elaborados para cabos com posicionamento horizontal (além de outras restrições) para cabos com posicionamento genérico.
 - Desprezar as perdas nos cabos e no solo.
 - Considerar somente uma frequência representativa do espectro para o cálculo do(s) elemento(s) RLC empregado(s) ou do modelo de linha de transmissão empregado.
2. Modela-se com maior precisão e no domínio frequência (ou faz-se medição em laboratório) os elementos do tipo (i), e assim se pode utilizar funções analíticas de variável complexa (expressas, por exemplo, em função dos respectivos zeros e pólos) obtidas a partir da resposta em frequência ou da determinação direta de zeros e pólos para representar o elemento visto dos seus terminais. Entre os procedimentos típicos para a interligação de processos como estes com um processo de cálculo principal no domínio do tempo, pode-se citar os seguintes, também eventualmente combinados (MORCHED *et al.*, 1993a, MORCHED *et al.*, 1993b, SEMLYEN e IRAVANI, 1993, MENTER e GRCEV, 1994, HEIMBACH e GRCEV, 1997, HENRIKSEN, 1997, GUSTAVSEN, 2002, LORENTZOU e HATZIARGYRIOU, 2003):
- Aproximar tais funções de zeros e pólos por circuitos RLC com resposta em frequência semelhante, e, assim, novamente, recaindo-se nos elementos lineares do tipo (ii).
 - No caso dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos, empregar diretamente as funções de zeros e pólos através de, por exemplo, modelos de linhas de transmissão existentes.

- No caso do emprego dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos, empregar interfaces de comunicação existentes em alguns destes programas.
 - Usar certos elementos lineares do tipo (ii) para fazer tal papel de interligação, como, por exemplo, linhas de transmissão ideais, capacitores e indutores.
3. Modela-se no domínio do tempo os elementos do tipo (i) empregando-se equações eletromagnéticas básicas desenvolvidas neste domínio, e, eventualmente, aproxima-se tais equações por meio de linearizações utilizando-se diferenças finitas ou elementos finitos e empregam-se os parâmetros do meio onde se dá a propagação calculados para uma determinada frequência. Em alguns casos isolados, emprega-se as equações eletromagnéticas no domínio da frequência e faz-se as seguidas convoluções para o domínio do tempo em cada instante de tempo calculado. Estes procedimentos também demandam o emprego de interfaces ou elementos de interligação para a conexão com o programa computacional que opere no domínio do tempo (e.g., NUCCI *et al.* (1993), TELLERIA *et al.* (1998), SILVA *et al.* (1999), RIBEIRO e MIRANDA (2003), HØIDALEN (2003), XÉMARD *et al.* (2003), PAOLONE *et al.* (2005)).

Entretanto, existem alguns inconvenientes associados a esses três grupos de procedimentos, designadamente:

- De um modo geral, algumas dessas estratégias têm aplicação restrita a casos e circuitos elétricos específicos, e, somente nestas situações, podem realmente conduzir a resultados com precisão satisfatória. Com isso, obviamente, o uso indiscriminado dessas estratégias, sem consciência da sua faixa de aplicação e validade, pode conduzir a erros grosseiros.
- Nas estratégias 1 e 2 o cálculo (direto) de campos eletromagnéticos em pontos do meio externo ao circuito fica descaracterizado, assim como o cálculo (direto) da tensão entre dois pontos, associado à integração do campo elétrico total num caminho entre estes pontos, considerando a presença de cargas e de correntes nos elementos do circuito. Em princípio, esses parâmetros podem ser obtidos empregando-se a estratégia 3, mas numa fase posterior do cálculo principal;

exigindo-se, portanto, um processo de cálculo adicional, além de também se incorrer na inerente imprecisão já comentada para os cálculos unicamente no domínio do tempo. No caso do emprego dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos, tal processo também demanda o emprego de interfaces de comunicação.

- O uso da estratégia 2 para um determinado elemento ou grupo de elementos, que é a estratégia que se caracteriza como a mais robusta entre as três, pode deixar de ser viável quando se necessita representar um número muito grande de zeros e pólos, ou se há uma quantidade elevada de elementos a serem modelados. Além disso, requer-se um cálculo na frequência para a sua elaboração.
- Ainda no caso dos programas da Série EMTP, o emprego de elementos de comunicação ou de interfaces de comunicação, como, por exemplo, os blocos especiais MODELS e TACS ou a rotina CONNEC, oneram o processo. O mesmo ocorre ao se fazer a integração com outros simuladores de circuitos elétricos ou programas matemáticos especiais, como, por exemplo, o programa MATLAB. Além disso, dependendo da modelagem usada, pode-se incorrer na defasagem do sinal que trafega pelo elemento de comunicação.
- Pode-se deixar de modelar adequadamente partes diferentes do circuito que possuam forte acoplamento eletromagnético. Por exemplo, modelando-se isoladamente uma torre de uma linha no domínio da frequência conforme a estratégia 2, e empregando-se os modelos de linha de transmissão existentes nos programas da Série EMTP para representar os vãos interligados, ao se estudar a propagação de uma descarga atmosférica pela torre, passa-se a não representar apropriadamente a interação entre a descarga, a torre e os cabos, ou a interação entre estes e um transformador conectado, ou entre a torre e o seu sistema de aterramento, e assim para outras situações.

É importante ressaltar que a necessidade do cálculo de campos eletromagnéticos no meio externo ao circuito surge, por exemplo, quando do cálculo preciso da tensão induzida numa cadeia de isoladores da linha, da tensão induzida no espaçamento no ar entre dois cabos da linha ao longo do vão, da tensão induzida entre um cabo e um ponto solo, ou ainda das tensões induzidas de passo e de toque no solo próximo à base das

torres de uma linha, tanto no caso em que uma descarga atmosférica atinja algum ponto da linha (cabo, torre etc) quanto no caso em que a descarga atinja um ponto do solo próximo à linha*.

Portanto, levando-se em conta esses aspectos relacionados à propagação das descargas atmosféricas, o objetivo fundamental desta tese é o de apresentar metodologias de cálculo suficientemente robustas para a análise dos efeitos da incidência de descargas atmosféricas no projeto e na operação de linhas de distribuição e de transmissão, e que explorem eficientemente as vantagens e os domínios de aplicação das possibilidades de modelagens nos domínios do tempo e da frequência. Para que esta meta fosse alcançada, considerou-se em separado um conjunto de tópicos específicos, porém inter-relacionados, nomeadamente os nove capítulos e os três apêndices desta tese, cujas características básicas encontram-se descritas no item a seguir.

1.2 Organização do texto

O presente texto está organizado em nove capítulos e três apêndices, incluindo este capítulo introdutório.

No capítulo 2 faz-se uma compilação de vários resultados de medições de parâmetros das descargas atmosféricas efetuadas em diferentes partes do mundo. Inicialmente, descreve-se brevemente o fenômeno físico associado à formação da descarga atmosférica descendente. Em seguida, apresentam-se os valores de parâmetros importantes que caracterizam a corrente da descarga atmosférica para os estudos de propagação em linhas de distribuição e transmissão, designadamente a amplitude, o tempo de frente de onda, o tempo de meia onda e a derivada máxima da corrente na frente de onda em relação ao tempo. Na parte final do capítulo descreve-se e faz-se considerações sobre a obtenção do parâmetro densidade de descargas para o solo, o qual

* O conceito de tensão entre dois pontos está associado a um percurso de medida, e a tensão depende, em geral, do percurso, e é, em geral, diferente da diferença entre os potenciais escalares de Lorentz desses dois pontos, em relação a um mesmo referencial (vide item 5.4.1). Somente em algumas condições particulares, e, por vezes, para algumas hipóteses de percurso, a tensão entre dois pontos coincide com a diferença entre potenciais escalares. A cultura usual do setor elétrico cria, freqüentemente, uma confusão sobre o assunto, conduzindo por vezes a interpretações e metodologias errôneas.

tem função primordial para os estudos em pauta, pelo fato de ter um efeito linear sobre o número de curtos-circuitos na linha causados pela incidência de descargas atmosféricas.

No capítulo 3 aborda-se a incidência das descargas na linha (diretas) ou no solo próximo à linha (indiretas). Inicia-se o texto descrevendo-se e apresentando-se uma breve revisão bibliográfica sobre o modelo eletrogeométrico, procedimento comprovadamente adequado à representação do fenômeno da incidência das descargas na linha. Em função deste modelo, exemplifica-se as zonas de exposição dos cabos da linha à descarga atmosférica incidente. Na segunda e última parte do capítulo desenvolve-se uma metodologia para o cálculo do número total de descargas diretas e indiretas (que podem provocar sobretensões significativas) na região da linha. Elaborou-se um procedimento detalhado, aplicável a linhas com qualquer configuração de cabos de fase e cabos pára-raios, incluindo as linhas não convencionais (LNC), como, por exemplo, as linhas com potência natural elevada (LPNE), as quais podem ter feixes de cabos com geometria elíptica, plana, genérica etc. Apresentam-se ao final do capítulo alguns exemplos de aplicação, fazendo-se comparações entre os resultados obtidos com o método proposto e aqueles obtidos usando-se alguns equacionamentos simplificados comumente utilizados.

Apresentam-se no capítulo 4 os equacionamentos básicos, as vantagens, as desvantagens e a aplicabilidade de importantes metodologias desenvolvidas nos domínios do tempo e na frequência para a modelagem de linhas aéreas de transmissão. Com a intenção de fornecer subsídios fundamentais para os capítulos seguintes, apresentam-se as equações de propagação em linhas aéreas monofásicas e multifásicas no domínio da frequência, mostrando-se a robustez e a generalidade de tratamento neste domínio para estudos de campos e transitórios eletromagnéticos, e, em contrapartida, apontam-se algumas simplificações importantes e os efeitos conseqüentes do emprego de algumas metodologias de cálculo típicas baseadas no domínio do tempo. Apresentam-se também neste capítulo dois exemplos de aplicação para clarificar essa questão.

Dessas análises e de outras efetuadas no capítulo 4, assim como também consta no final do item 1.1 deste capítulo introdutório, considerando-se todas as metodologias de cálculo pesquisadas no âmbito desta tese, fica clara a lacuna existente para uma modelagem adequada e otimizada dos elementos do “circuito elétrico global” da linha relevantes para os estudos de propagação de descargas atmosféricas, o qual pode

englobar simultaneamente cabos aéreos, elementos metálicos das torres, eletrodos dos sistemas de aterramento, elementos representativos do canal da descarga atmosférica, transformadores (com e sem a consideração das perdas), chaves, elementos passivos do tipo RLC (com parâmetros invariantes ou variando no tempo), pára-raios, medidores de tensão e corrente, medidores de campo eletromagnético, entre outros. A resolução desse problema de modelagem é tratada nos capítulos 5 e 6, os quais, juntamente com o capítulo 8, contêm as maiores contribuições desta tese.

Portanto, no capítulo 5 desenvolve-se num domínio híbrido frequência-tempo uma metodologia genérica, eficiente e robusta para o cálculo e análise da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão, tal que possam ser simultaneamente considerados todos os elementos constituintes do “circuito elétrico global” da linha citados anteriormente, nomeadamente elementos tridimensionais do tipo eletrodos cilíndricos, tipicamente empregados em cálculos de campos eletromagnéticos, e elementos lineares e não lineares típicos das análises de circuitos elétricos*. Como complemento, para cálculos expeditos diretamente no domínio do tempo e em regime linear, apresenta-se no Apêndice A uma extensão da metodologia de cálculo da propagação de descargas diretas em linhas de transmissão apresentada em PORTELA (1982), modelando-se todas as partes da linha por equações de ondas trafegantes e tendo-se como objetivo principal o cálculo das sobretensões nas cadeias de isoladores junto à torre e entre cabos a meio do vão. Particularmente para o caso dos elementos do tipo eletrodo cilíndrico, no texto do capítulo 5 encontra-se a sua formulação para o caso de estarem imersos em um meio uniforme, enquanto que se apresenta no Apêndice B uma formulação aproximada para o caso de estarem imersos em um meio constituído por duas regiões homogêneas separadas por um plano.

Para a análise de não linearidades, uma difícil tarefa no domínio da frequência, elaborou-se no capítulo 5 duas estratégias de cálculo, as quais permitem incorporar no processo alguns dos elementos principais aos estudos de transitórios em linhas, tais como chaves, diodos, pára-raios, etc, além de também ser possível incluir a análise de fenômenos não lineares como o efeito coroa em cabos aéreos e o efeito de ionização do

* Dado o escopo da tese, não está prevista a inclusão de modelos de elementos girantes, mas seria possível combiná-los com os demais modelos implementados.

solo junto à superfície dos eletrodos de aterramento. Outro ponto importante é o fato de, com poucas modificações, estes processos permitirem a integração com cálculos efetuados por programas computacionais externos, como, por exemplo, pelos programas computacionais da Série EMTP.

Portanto, mostra-se com a metodologia de cálculo apresentada no capítulo 5 que, no domínio da frequência, ou, considerando-se não linearidades genéricas, num domínio híbrido frequência-tempo, é possível combinar de modo relativamente simples equações nodais da teoria dos circuitos com equações da teoria dos campos eletromagnéticos, viabilizando-se migrar para um ou outro equacionamento dependendo do nível de precisão e modelagem que se pretende obter.

O capítulo 6 aborda três grupos de modelagens especiais a serem combinadas com as demais apresentadas no capítulo 5, designadamente a modelagem dos cabos de uma linha de transmissão aérea sob o efeito coroa, a modelagem do efeito de ionização do solo circunvizinho aos elementos que compõem um sistema de aterramento e uma modelagem simplificada do canal da descarga atmosférica. Tal agrupamento foi impulsionado pelo fato de que, de certa forma, todas estas três modelagens envolvem um efeito de ionização do meio imediatamente ao redor de um elemento situado no ar ou no solo.

Assim sendo, na primeira parte do capítulo 6 desenvolveu-se três modelagens de um trecho de linha de transmissão aérea cujos cabos possam estar sob o efeito coroa. A primeira estratégia, mais semelhante aos processos de cálculo tradicionais (SANTIAGO, 1982), envolve a alteração das matrizes de capacitâncias transversais da linha ao longo do seu comprimento, para cada tempo de cálculo, dependendo se, neste tempo de cálculo, algum cabo da linha passa a um estado diferente do efeito coroa ou volta ao estado sem coroa. Na segunda estratégia, diferentemente, criou-se dois processos nos quais são consideradas fontes de corrente “auxiliares” transversais ao longo da linha para representar a eventual ocorrência do efeito coroa, sendo que no segundo processo adotou-se uma solução baseada na Análise Tensorial (PORTELA, 1970), a qual, por sua vez, é um processo inerentemente iterativo e que considera simultaneamente todo o período de tempo de cálculo. A primeira estratégia melhor se aplica à análise da propagação de sinais rápidos; a primeira solução da segunda estratégia, em princípio,

pode ser aplicada para a análise de sinais rápidos e lentos; a segunda solução da segunda estratégia é mais eficiente para a análise de sinais lentos.

Desse modo, na segunda parte do capítulo 6 criou-se um procedimento para a incorporação do efeito de ionização do solo na região circunvizinha a determinados elementos componentes de um sistema de aterramento submetidos à circulação de correntes de alta intensidade. Modela-se o sistema de aterramento pelos modelos de eletrodos cilíndricos tridimensionais apresentados no capítulo 5 e, basicamente, para cada tempo de cálculo, altera-se as matrizes de impedâncias transversais que relacionam os vários eletrodos empregados na simulação (em função da alteração do raio externo dos eletrodos), dependendo se, neste tempo de cálculo, para algum eletrodo, o solo circunvizinho passa para um nível diferente de intensidade de ionização ou retorna ao estado sem ionização. Em princípio, este processo pode ser aplicado a sistemas de aterramento de pequeno ou grande porte, apesar de apenas para os pequenos sistemas de aterramento se verificar tipicamente a maior importância e precisão desta modelagem.

Na terceira parte do capítulo 6 são apresentadas brevemente algumas estratégias de modelagem simplificada do canal da descarga atmosférica, tanto para o caso da incidência da descarga na linha quanto para a incidência da descarga no solo próximo. Também se adotou os modelos de eletrodos cilíndricos apresentados no capítulo 5 e fez-se algumas modificações para incorporar, com algumas aproximações, os efeitos de atenuação e de alteração da velocidade de propagação da corrente da descarga ao longo do canal.

O capítulo 7 tem a função de apresentar alguns exemplos de aplicação das metodologias apresentadas nos capítulos 5 e 6, começando-se com a análise de circuitos simples, ora apenas se empregando elementos típicos de redes elétricas, e ora apenas se empregando elementos do tipo eletrodo, permitindo-se uma aferição da metodologia elaborada. Por sua vez, os exemplos intermediários do capítulo 7 consideram circuitos mais elaborados, envolvendo uma modelagem híbrida dos mesmos, isto é, envolvendo simultaneamente em sua modelagem elementos de redes elétricas e elementos do tipo eletrodo, demonstrando-se grande parte do potencial do método. Finaliza-se o capítulo 7 com exemplos de aplicação relativos aos três grupos de modelagens especiais elaboradas no capítulo 6.

Dada as metodologias de cálculo das sobretensões em pontos principais da linha desenvolvidas nos capítulos 5 e 6, e exemplificadas no capítulo 7, apresenta-se no Apêndice C uma compilação de várias metodologias existentes na literatura técnica para o cálculo das tensões suportáveis das cadeias de isoladores e dos espaçamentos entre cabos para estudos de propagação de descargas atmosféricas em linhas. Para a análise do desempenho da linha, cada uma dessas sobretensões deve ser comparada com a tensão suportável do isolamento em questão e, excedendo-se este nível de suportabilidade, pode ocorrer um curto-circuito. A quantidade de curtos-circuitos por comprimento de linha e por período de tempo define o desempenho da linha a descargas atmosféricas, o qual é tratado apropriadamente no capítulo 8.

Dessa forma, no capítulo 8 desenvolve-se uma metodologia para o cálculo do desempenho de linhas à incidência de descargas atmosféricas. Nota-se facilmente a integração de todos os capítulos anteriores com este capítulo. Apresenta-se uma solução geral, aplicável a ambas as incidências direta e indireta das descargas e otimizada para a redução da quantidade de cálculos de sobretensões na linha a serem feitos. Também se apresenta uma solução mais simples, considerando-se o conceito de “correntes críticas”, sendo este exemplificado no texto em função do processo de cálculo aproximado descrito no Apêndice A. Tal metodologia foi empregada para a análise de alguns exemplos de aplicação típicos.

Finalmente, no capítulo 9, apresentam-se algumas conclusões gerais sobre toda a tese e propostas de trabalhos futuros.

1.3 Publicações originárias da tese

As seguintes publicações têm origem neste trabalho de tese:

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2003, “A New Approach to the Calculation of Distribution and Transmission Lines Performance for Direct Lightning Flash Incidence”. In: *Proceedings of the VII International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 433-438, Curitiba, Brazil, November.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2003, “Frequency Dependent Behaviour of Grounding Systems”. In: *Proceedings of the VII International*

Symposium on Lightning Protection (SIPDA), pp. 75-81, Curitiba, Brazil, November.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2004, “A Methodology to the Calculation of Lightning Performance of Conventional and Non-Conventional Transmission Lines”. In: *Proceedings of the 27th International Conference on Lightning Protection (ICLP)*, pp. 650-655, Avignon, France, September.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2004, “Evaluation of Touch and Step Voltages Distributions at Vicinity of Grounding Systems Using a Frequency Domain Methodology”. In: *Proceedings of the 27th International Conference on Lightning Protection (ICLP)*, pp. 578-583, Avignon, France, September.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2005, “Uma Metodologia para o Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos – Aplicação ao Cálculo da Propagação de Descargas Atmosféricas em Linhas de Transmissão”. In: *Anais do XVIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Curitiba, Brasil.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2005, “Development of a Frequency Domain Electromagnetic Transients Program”. In: *Proceedings of the VIII International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 243-248, São Paulo, Brazil, November.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2006 “Desenvolvimento de um Programa Computacional para Análise de Transitórios Eletromagnéticos no Domínio da Freqüência”. In: *X Symposium of Specialists in Electric Operational and expansion Planning (SEPOPE)*, Florianópolis, Brazil.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2006, “Grounding Systems Modeling Considering Soil Ionization Effects”. In: *Ground’2006 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 243-248, Maceió, Brazil, November.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2006, “Computation of Transmission Lines Short-Circuits Caused by Direct and Nearby-Ground Lightning Incidence”. In: *Ground’2006 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 345-350, Maceió, Brazil, November.

SALARI FILHO, J. C., MATA, C. G., PORTELA, C. M. J. C. M., 2006, “Development of a Graphical User Interface for a Frequency-Domain Based Electromagnetic Transients Simulator”. In: *Ground’2006 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 173-178, Maceió, Brazil, November.

SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C. M. J. C. M., 2007, “A Methodology for Electromagnetic Transients Calculation – An Application for the Calculation of Lightning Propagation in Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1 (January), pp. 527-536.

1.4 Principais símbolos, constantes, funções e convenções utilizadas no texto

Nesta tese, exceto em alguns casos particulares, todas as grandezas no domínio do tempo foram representadas pelo seu respectivo símbolo em minúsculo e em itálico (Ex.: x ; \vec{x}), enquanto que todas as grandezas no domínio da frequência pelo seu respectivo símbolo em maiúsculo, empregando-se itálico e sem itálico (Ex.: $X = X e^{\mp i \omega t}$; $\vec{X} = \vec{X} e^{\mp i \omega t}$). Além disso, as grandezas escalares estão representadas sem negrito (Ex.: X ; X), os vetores associados ao cálculo de campos eletromagnéticos sem negrito e com o símbolo “ \rightarrow ” acima (Ex.: \vec{X} ; \vec{X}), e os demais vetores e matrizes em negrito (Ex.: \mathbf{X}).

Portanto, apresenta-se na Tabela 1.4-1 a lista dos principais símbolos, constantes e funções utilizadas, assim como as suas unidades mais comuns no texto.

Tabela 1.4-1 - Lista dos principais símbolos, constantes, funções e siglas utilizadas

Símbolo	Descrição	Unidade
0	vetor ou matriz nula	-
1	matriz identidade	-
<i>a</i>	coeficiente auxiliar para cálculo de reflexões de ondas	-
<i>a</i>	constante para cálculo da densidade de descargas atmosféricas para o solo	descargas/ km ² /ano
<i>a</i>	constante para cálculo da frente de onda	(μ s) ⁻¹
<i>a</i>	constante para cálculo do decaimento do campo elétrico	V/m
<i>a</i>	metade do comprimento de um eletrodo cilíndrico	m
<i>a</i>	parâmetro da frequência complexa <i>s</i>	rad/s
<i>a</i>	relação de transformação das tensões em um transformador	-
\vec{a}	vetor unitário	-
<i>A</i>	área de exposição à incidência de descargas atmosféricas	m ² ou km m
<i>A</i>	parâmetro para cálculo do coeficiente de correlação amostral <i>r</i>	-
<i>Altit</i>	altitude local, a partir do nível do mar	km
\vec{A}	vetor potencial	Wb/m
A	matriz auxiliar	-
A	vetor com elementos genéricos na frequência	-
A'	submatriz da matriz \mathbf{W}'_{LT}	-
A''	submatriz da matriz \mathbf{W}''_{LT}	-
<i>b</i>	constante para cálculo da densidade de descargas para o solo N_g	-
<i>b</i>	constante para cálculo da frente de onda	(μ s) ⁻¹
<i>b</i>	constante para cálculo do decaimento do campo elétrico	-
<i>b</i>	raio externo de um cabo ou eletrodo cilíndrico	m
<i>b₀</i>	raio interno de um cabo ou eletrodo cilíndrico	m
<i>b_{eq}</i>	raio externo equivalente de um feixe de condutores	m
<i>B</i>	parâmetro para cálculo do coeficiente de correlação amostral <i>r</i>	-
B	matriz auxiliar	-
B	vetor com elementos genéricos na frequência	-
B'	submatriz da matriz \mathbf{W}'_{LT}	Ω
B''	submatriz da matriz \mathbf{W}''_{LT}	Ω
<i>c</i>	constante para cálculo da distância crítica r_s	m/kA
<i>C</i>	capacitância	F
<i>C</i>	capacitância unitária de um cabo	F/m
<i>C</i>	constante igual a 100	-
<i>C</i>	curva fechada no plano complexo que engloba todos os pólos do sistema	-

C_i	capacitância unitária incremental de um cabo	F/m
C_o	capacitância unitária de um cabo na ausência do efeito coroa	F/m
C'	parcela da capacitância unitária de um cabo associada apenas à presença do efeito coroa	C/m
C_1	capacitância unitária de um cabo com o efeito coroa	F/m
\mathbf{C}	matriz auxiliar	-
\mathbf{C}'	submatriz da matriz \mathbf{W}'_{LT}	S
\mathbf{C}''	submatriz da matriz \mathbf{W}''_{LT}	S
d	constante para cálculo da distância crítica r_s	-
d	espaçamento entre subcondutores adjacentes	m
d	função genérica no tempo	-
d	termo direto	-
dI_c	corrente de condução	A
dI_d	corrente de deslocamento	A
$dI_o/d_{tf\ máx}$	derivada máxima da corrente da descarga atmosférica durante o tempo de frente	kA/ μ s
$dI_o/d_{tf\ 10}$	derivada da corrente da descarga atmosférica no ponto em que o seu módulo vale 10% do primeiro pico	kA/ μ s
$dI_o/d_{tf\ 10/90}$	derivada média da corrente da descarga atmosférica entre os pontos em que o seu módulo vale 10% e 90% do primeiro pico	kA/ μ s
$dI_o/d_{tf\ 30/90}$	derivada média da corrente da descarga atmosférica entre os pontos em que o seu módulo vale 30% e 90% do primeiro pico	kA/ μ s
d_p	distância de penetração complexa	m
D	componente da função d para a pulsação ω	-
D	componente da densidade de corrente transversal para a pulsação ω	A/m
D	distância entre fases	m
D	distância horizontal do centro de um cabo ou fase em relação a uma origem num plano transversal à direção da linha	m
D_c	quantidade de descargas entre nuvens	-
D_d	largura de faixa para descargas diretas	m
DE	efeito disruptivo (do inglês <i>disruptive effect</i>)	-
D_g	quantidade de descargas entre nuvem e solo	-
D_i	largura de faixa para descargas indiretas	m
\mathbf{D}	matriz auxiliar	-
\mathbf{D}	vetor auxiliar para cálculo de elementos não-lineares	-
\mathbf{D}'	submatriz de \mathbf{W}'_{LT}	-
\mathbf{D}''	submatriz de \mathbf{W}''_{LT}	-
e	campo elétrico	kV/m

$e_{crit\ solo}$	campo elétrico crítico para ionização do solo	kV/m
E	tensão em corrente contínua	V
E_0	campo elétrico de referência	kV/cm
E_A	campo elétrico associado à presença de correntes	V/m
E_c	campo elétrico associado à presença de cargas	V/m
\vec{E}	vetor campo elétrico total	V/m
\vec{E}_c	vetor campo elétrico associado à presença de cargas	V/m
\mathbf{E}	matriz auxiliar para cálculo de elementos não-lineares	-
\mathbf{E}''	submatriz de \mathbf{W}''_{LT}	-
f	freqüência elétrica	Hz
f	função da corrente em um indutor	Wb
f	função genérica no tempo	-
f	função largura de faixa no solo na qual incidem as descargas ou incidiriam as descargas que incidem nos cabos, na ausência dos cabos	m
f	parâmetro para cálculo do raio de atração equivalente da linha r_a	m
f'	distância horizontal entre os cabos de fase mais afastados ou entre cabos pára-raios	m
F	componente da função f para a pulsação ω	-
\mathbf{F}	matriz de transferência	-
\mathbf{F}	matriz auxiliar para cálculo de elementos não-lineares	-
\mathbf{F}''	submatriz da matriz \mathbf{W}''_{LT}	-
F_o	fator para o cálculo da frente de onda	A ou V
g	função do fluxo magnético em um indutor	A
g	função genérica no tempo	-
g	função probabilidade de um determinado grupo de parâmetros gerar um curto-circuito	p.u.
g	função resposta a uma função genérica no tempo	-
g	parâmetro para cálculo do raio de atração equivalente da linha r_a	-
G	componente da função g para a pulsação ω	-
G	condutância	S
G	condutância unitária de um cabo	S/m
G	função genérica na freqüência	-
g'	parâmetro para cálculo do raio de atração equivalente da linha r_a	-
g'_{degrau}	função resposta à função degrau	-
$g'_{impulso}$	função resposta à função impulso delta de Dirac	-
\mathbf{G}	vetor auxiliar para cálculo de elementos não-lineares	-
\mathbf{G}_h	vetor auxiliar para cálculo de elementos não-lineares	-
h	diferença de altura entre o topo da torre e o ponto de fixação da cadeia de isoladores de uma fase	m
h	função auxiliar para cálculo dos parâmetros da frente de	-

	onda	
h	função de Bessel do tipo “esférica”	-
h	função densidade de probabilidade de ocorrência conjunta de parâmetros	p.u.
h	parâmetro para cálculo do raio de atração equivalente da linha r_a	-
h_c	quantidade de pulsações para a representação da variação das capacitâncias dos cabos em função do tempo	-
h_u	quantidade de pulsações para a representação da variação das tensões, correntes e cargas dos cabos em função do tempo	-
H	altura do centro de um cabo ou fase em relação ao nível do solo	m
H	imitância ou função de transferência na frequência	-
Hm	altura média do cabo	m
Ht	altura do cabo junto à torre	m
H	campo magnético	A/m
\vec{H}	vetor campo magnético	A/m
\mathbf{H}	matriz de condutâncias nodais	S
i	corrente longitudinal em um cabo	A
i	subíndice indicador de parte imaginária do complexo	-
i_L	corrente em um indutor	A
i	unidade imaginária; $i = \sqrt{-1}$	-
I_0	função de Bessel modificada de primeira espécie	-
I_1	função de Bessel modificada de primeira espécie	-
I_c	corrente circulante em um elemento não linear	A
I_c	corrente crítica	kA
$I_{c\text{ méd}}$	corrente crítica média	kA
$I_{e e}$	corrente injetada em um nó de um elemento do tipo eletrodo cilíndrico	A
$I_{e l}$	corrente injetada em um nó de um elemento linear	A
I_{ft}	corrente entre os nós de uma fonte de tensão	A
I_m	corrente em medição entre dois nós	A
I_m	corrente longitudinal em componente de modo	A
I_o	maior valor entre I_{o1} e I_{o2} ou valor de pico ou amplitude da corrente da descarga atmosférica	kA
I_{o1}	primeiro pico da corrente da descarga atmosférica	kA
I_{o2}	segundo pico da corrente da descarga atmosférica	kA
I_e	corrente injetada externamente em um nó de um circuito elétrico	A
I_l	corrente longitudinal em um eletrodo	A
I_t	corrente transversal em um eletrodo	A
\mathbf{i}	vetor das correntes em elementos do circuito, no tempo	A
\mathbf{i}_h	vetor de termos históricos das correntes em elementos do circuito, no tempo	A

I	vetor das correntes longitudinais em cabos, em componentes de fase	A
I_m	vetor das correntes longitudinais em cabos, em componentes de modo	A
I_e	vetor das correntes injetadas externamente em um nó de um circuito elétrico	A
I_l	vetor das correntes longitudinais em eletrodos	A
I_t	vetor das correntes transversais em eletrodos	A
I'	submatriz da matriz W_{LT}	-
<i>j</i>	corrente	p.u.
<i>j</i>	função auxiliar no tempo	-
<i>J</i>	densidade de corrente	A/m ²
<i>J</i>	função da correção do efeito do solo pelas equações de Carson	-
J'	submatriz da matriz W_{LT}	-
<i>k</i>	parâmetro para cálculo do raio de atração equivalente da linha <i>r_a</i>	-
<i>K</i>	coeficiente para cálculo da corrente crítica <i>I_c</i>	kA
<i>K</i>	coeficiente para cálculo da corrente em um indutor <i>i_L</i>	H
<i>K</i>	constante para cálculo do campo elétrico	-
<i>K</i>	parâmetro para cálculo da tensão de suportabilidade de um isolamento <i>U_e</i>	kV/m
<i>K₀</i>	função de Bessel modificada de segunda espécie	-
<i>K₁</i>	coeficiente para combinação das componentes das tensões e correntes para a pulsação ω	-
<i>K₁</i>	constante para cálculo de <i>p_θ</i>	-
<i>K₁</i>	função de Bessel modificada de segunda espécie	-
<i>K_g</i>	parâmetro para cálculo do número de descargas atmosféricas diretas e indiretas	descargas/ km ² /ano
K	matriz auxiliar para cálculo de elementos não-lineares	-
K'	submatriz da matriz W_{LT}	-
<i>l</i>	cosseno diretor	-
<i>l_{LT}</i>	comprimento da linha	km
<i>l_{VT}</i>	comprimento do vão entre duas torres	m
<i>L</i>	comprimento de um eletrodo cilíndrico	m
<i>L</i>	indutância	H
<i>L</i>	indutância externa unitária de um cabo	H/m
<i>LAT</i>	latitude	grau
<i>L₁</i>	comprimento da cadeia de isoladores	m
<i>L₂</i>	espaçamento entre cabo pára-raios e cabo de fase	m
L'	submatriz da matriz W_{LT}	-
<i>m</i>	cosseno diretor	-

m	número total de eletrodos cilíndricos	-
m	quantidade de trechos para representar o comprimento l_{LT} da linha	-
min	“valor mínimo da função”	-
M	coeficiente para cálculo do campo elétrico	-
\mathbf{M}	matriz auxiliar para cálculo de exponencial de matrizes	-
\mathbf{M}_m	matriz diagonal, cujos elementos são os quadrados dos autovalores das matrizes \mathbf{M} e \mathbf{M}^t	-
n	cosseno diretor	-
n	número de pontos para a representação de um sinal no tempo	-
n	número total de nós de um grupo de eletrodos cilíndricos	-
n	parâmetro auxiliar para cálculo da densidade de probabilidade p	-
n	subíndice indicador de ondas “negativas”	-
nf	número total de fases	-
nf_T	número total de cabos que formam todas as fases da linha	-
n_o	parâmetro auxiliar para cálculo da probabilidade acumulada P	-
np	número total de cabos pára-raios	-
n_s	número de subcondutores de um feixe	-
N	número de vãos entre duas torres considerados	-
N_{cc_d}	número de curtos-circuitos devidos a descargas diretas na linha	curtos/ 100km/ano
N_{cc_i}	número de curtos-circuitos devidos a descargas atmosféricas no solo próximo	curtos/ 100km/ano
Nd_d	número de descargas atmosféricas diretas	descargas /km ² /ano
Nd_i	número de descargas atmosféricas indiretas	descargas /km ² /ano
N_f	fator para relacionar distâncias entre eletrodos cilíndricos	-
N_g	densidade de descargas atmosféricas para o solo	descargas/ km ² /ano
N_i	nível cerâmico	-
o	subíndice indicador da condição quase estacionária	-
p	coordenada longitudinal ao longo de um eletrodo cilíndrico	m
p	densidade de probabilidade	p.u.
p	expoente para cálculo da matriz \mathbf{W}'_{LT}	-
p	fator multiplicador de ω_o	-
p	função auxiliar no tempo	-
p	semi-eixo maior ou menor de uma elipse	m
p	subíndice indicador de ondas “positivas”	-
p_θ	densidade de probabilidade do ângulo de inclinação do precursor da descarga θ	-

P	coeficiente de geometria de um cabo	-
P	probabilidade acumulada	p.u.
P_1	coeficiente de geometria de um cabo com o efeito coroa	-
$P_{dto/dtf\ máx}$	probabilidade acumulada de $dI_o/d_{tf\ máx}$	p.u.
P_{I_o}	probabilidade acumulada de I_o	p.u.
P_o	coeficiente de geometria de um cabo sem o efeito coroa	-
P_{t_f}	probabilidade acumulada de t_f	p.u.
$P_{t_f\ mv}$	probabilidade de t_f ser menor do que um valor limite para a incidência da descarga atmosférica a meio do vão	p.u.
$P_{t_f\ to}$	probabilidade de t_f ser menor do que um valor limite para a incidência da descarga atmosférica junto à torre	p.u.
q	carga unitária de um cabo	C/m
q	densidade de probabilidade de ocorrência da descarga atmosférica nos cabos pára-raios a meio do vão da linha	p.u.
q	função auxiliar no tempo	-
q_o	carga unitária de um cabo na ausência do efeito coroa	C/m
q_1	carga unitária de um cabo na presença do efeito coroa	C/m
q'	carga unitária de um cabo devida apenas ao efeito coroa	C/m
Q	carga	C
r	coeficiente de correlação amostral	p.u.
r	distância (próxima) a partir do ponto de cálculo em que se pretende estimar o decaimento do campo elétrico	m
r	distância entre um ponto e o centro de uma esfera carregada	m
r	subíndice indicador de parte real do complexo	-
r_a	raio de atração equivalente da linha	m
r_B	raio de um feixe de condutores circular convencional	m
r_o	raio de uma esfera “pequena”	m
r_s	distância crítica (ou raio crítico de atração)	m
R	distância entre um ponto na superfície de um eletrodo cilíndrico ou de sua imagem e um ponto afastado	m
R	distância no solo onde incidem as descargas que podem provocar sobretensões significativas nos cabos da linha	m
R	resíduo associado a cada pólo do sistema	rad/s
R	resistência elétrica	Ω
R	coeficiente de reflexão	-
s	frequência complexa; $s = a \mp i \omega$	rad/s
S	indicador de uma chave	-
t	tempo	s ou μs
t'	tempo auxiliar	μs
t_f	tempo de frente de onda da corrente da descarga atmosférica	μs
$t_{f\ 10/90}$	intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente da descarga atmosférica vale respectivamente	μs

	10% e 90% do seu primeiro pico	
$t_{f\ 10/90\ cor}$	intervalo de tempo obtido a partir do tempo $t_{f\ 10/90}$	μs
$t_{f\ 2\text{kA}}$	intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente da descarga atmosférica vale respectivamente 2 kA e o seu primeiro pico	μs
$t_{f\ 30/90}$	intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente da descarga atmosférica vale respectivamente 30% e 90% do seu primeiro pico	μs
$t_{f\ 30/90\ cor}$	intervalo de tempo obtido a partir do tempo $t_{f\ 30/90}$	μs
t_{mo}	tempo de meia onda da corrente da descarga atmosférica	μs
$t_{mo\ 2\text{kA}}$	intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente da descarga atmosférica vale 2 kA e o ponto da cauda em que a amplitude cai a 50% do valor máximo	μs
t_{min}	tempo em que a corrente crítica I_c é mínima	μs
T	temperatura ambiente	$^{\circ}\text{C}$
T	período de tempo	s ou μs
T	coeficiente de transmissão	-
\mathbf{T}_i	matriz dos autovetores da matriz \mathbf{M}^t	-
\mathbf{T}_u	matriz dos autovetores da matriz \mathbf{M}	-
u_{fi}	tensão à frequência industrial	V
u_L	tensão em um indutor	V
U_c	tensão entre os terminais de um elemento não linear	V
U_e	tensão no nó de um elemento do tipo eletrodo cilíndrico	V
U_e	tensão suportável do isolamento com 50% de probabilidade de ser excedida	kV
U_{ft}	tensão entre os nós de uma fonte de tensão	V
$U_{i\ fn\ rms}$	valor rms da tensão $u_{i\ fi}$	V
U_l	tensão no nó de um elemento linear	V
U	potencial escalar	V
U	tensão entre dois pontos no espaço	V
U	tensão transversal de um cabo em relação à referência de potencial	V
\mathbf{U}	vetor das tensões em componentes de fase	V
\mathbf{U}_m	vetor das tensões em componente de modo	V
v	função auxiliar no tempo	-
v	velocidade de propagação	m/s
W	imitância	-
\mathbf{W}	matriz de imitâncias globais	-
\mathbf{W}_E	matriz de relacionamento entre as tensões e correntes nos nós de um grupo de eletrodos cilíndricos	-
\mathbf{W}_{EC}	matriz de relacionamento entre as tensões e correntes nos nós de um elemento de conexão	-
\mathbf{W}_{FT}	matriz de relacionamento entre as tensões e correntes nos nós de uma fonte de tensão	-

W_{LT}	matriz de relacionamento entre as tensões e correntes nos nós de um trecho de linha de transmissão	-
W_{RLC}	matriz de relacionamento entre as tensões e correntes nos nós de um elemento linear do tipo RLC	-
W_{TI}	matriz de relacionamento entre as tensões e correntes nos nós de um transformador monofásico ideal	-
W_{TP}	matriz de relacionamento entre as tensões e correntes nos nós de um transformador monofásico com perdas	-
W'_{LT}	matriz representativa do quadripolo de um trecho de linha	-
W''_{LT}	matriz representativa do quadripolo de um trecho de linha	-
x	coordenada longitudinal ao longo da linha	m
x	coordenada tridimensional	m
x	parâmetro para cálculo da densidade de probabilidade p	-
x	parâmetro para cálculo do coeficiente de correlação amostral r	-
x_o	parâmetro para cálculo da probabilidade acumulada P	-
y	parâmetro para cálculo do coeficiente de correlação amostral	-
y	coordenada tridimensional	m
Y	admitância equivalente de um elemento do tipo RLC	S
Y	admitância transversal unitária de um cabo	S/m
Y	coeficiente para cálculo da corrente crítica I_c	kA
Y_e	admitância equivalente	S
\mathbf{Y}	matriz de admitâncias transversais unitárias dos cabos	S/m
z	coordenada tridimensional	m
z	termo $e^{\mp i \omega \Delta t}$	-
z	zero do sistema	rad/s
Z	impedância longitudinal unitária de um cabo	Ω/m
Z_{at}	impedância de onda representativa do aterramento da torre	Ω
Z_c	impedância de onda ou impedância característica de um cabo	Ω
Z_e	impedância equivalente	Ω
Z_e	impedância representativa das perdas nos enrolamentos de um transformador	Ω
Z_{eq}	impedância equivalente “vista” de um nó de um circuito elétrico	Ω
Z_{ffM}	impedância de onda mútua dos cabos de fase	Ω
Z_{ffP}	impedância de onda própria dos cabos de fase	Ω
Z_{ftd}	impedância de onda mútua equivalente entre cabos pára-raios e cabos de fase para o modo não homopolar	Ω
Z_{fth}	impedância de onda mútua entre o conjunto dos cabos pára-raios e um cabo de fase para o modo homopolar	Ω
Z_l	impedância equivalente	Ω
Z^i	parcela da impedância longitudinal unitária de um cabo	Ω/m

	que incorpora o efeito do condutor real	
Z^s	parcela da impedância longitudinal unitária de um cabo que incorpora o efeito do solo real	Ω/m
Z_0^i	impedância unitária de um cabo para a frequência igual a zero	Ω/m
Z_∞^i	impedância unitária assintótica do cabo quando a frequência tende para o infinito	Ω/m
Z_l^i	parcela da impedância longitudinal unitária de um eletrodo que incorpora o efeito do condutor real	Ω
Z_{lm}	impedância longitudinal mútua entre dois eletrodos cilíndricos	Ω
Z_{lp}	impedância longitudinal própria de um eletrodo cilíndrico	Ω
Z_n	impedância representativa das perdas no núcleo de um transformador	Ω
Z_q	impedância da carga	Ω
Z_T	impedância de onda representativa da torre	Ω
Z_{tm}	impedância transversal mútua entre dois eletrodos cilíndricos	Ω
Z_{tp}	impedância transversal própria de um eletrodo cilíndrico	Ω
Z_{td}	impedância de onda própria equivalente dos cabos pára-raios para o modo não homopolar	Ω
Z_{th}	impedância de onda própria do conjunto dos cabos pára-raios para o modo homopolar	Ω
Z_W	impedância equivalente	Ω
Z_T'	impedância representativa do conjunto entre a torre e o seu respectivo sistema de aterramento	Ω
Z^0	parcela da impedância longitudinal unitária que considera os cabos e o solo comportando-se como condutores perfeitos	Ω/m
\mathbf{Z}	matriz de impedâncias longitudinais unitárias dos cabos	Ω/m
\Im	“parte imaginária de”	-
\Re	“parte real de”	-
α	coeficiente de transmissão ou reflexão	-
α	coeficiente para combinação das componentes das tensões e correntes para a pulsação ω	A ou V
α	parâmetro do modelo do solo variável com a frequência	-
α	parâmetro para cálculo da função da correção do efeito do solo pelas equações de Carson	m^{-1}
α	parâmetro para caracterizar a frente da onda da corrente da descarga atmosférica	-
α_γ	fator de atenuação	neper/m
β	coeficiente de transmissão ou reflexão	-
β	coeficiente para combinação das componentes das tensões e correntes para a pulsação ω	A^{-1} ou V^{-1}
β	parâmetro para cálculo da distância crítica r_s	-

β_γ	fator de distorção ou de fase	rad/m
γ	autovalor	-
γ	coeficiente de refração	-
γ	constante de propagação	m^{-1}
γ	função da umidade absoluta do ar	g/m^3
δ	ângulo de proteção das fases pelos cabos pára-raios	grau
δ	coeficiente de transmissão ou reflexão	-
δ	densidade de corrente transversal	A/m
δ	densidade relativa do ar	p.u.
δ	função impulso delta de Dirac	-
ε	permissividade dielétrica do meio	F/m
ε_{ar}	permissividade dielétrica do ar; $\varepsilon_{ar} \cong 8,854 \cdot 10^{-12}$	F/m
ε_{solo}	permissividade dielétrica do solo	F/m
ζ	argumento da função de Bessel do tipo esférica h	-
ζ	fator de amortecimento	s^{-1}
ζ	fator de decaimento do campo elétrico	-
η	coeficiente para combinação das componentes das tensões e correntes para a pulsação ω	Ω
η	constante para o cálculo da frente de onda	-
η	distância entre o ponto médio na superfície de um eletrodo cilíndrico ou de sua imagem e um ponto afastado	m
η	fator de correção	-
η	função auxiliar no tempo	-
η	parâmetro para cálculo da função da correção do efeito do solo pelas equações de Carson	-
η	umidade absoluta do ar	g/m^3
θ	ângulo de incidência da descarga em relação a um plano perpendicular à superfície do solo e perpendicular à direção da linha	grau
θ	ângulo elétrico	rad
θ_0	ângulo de incidência	rad
θ_2	ângulo de reflexão	rad
θ_1	ângulo de transmissão	rad
ϕ	ângulo de fase	grau
ϕ	ângulo entre as direções de dois eletrodos cilíndricos	grau
ϕ	fluxo magnético em um indutor	Wb
λ	coeficiente de reflexão	-
λ	comprimento de onda	m
λ	pólo do sistema	rad/s
μ	média	-
μ	permeabilidade magnética absoluta do meio	H/m
μ_{cabo}	permeabilidade magnética absoluta do material do cabo	H/m

μ_{solo}	permeabilidade magnética absoluta do solo	H/m
μ_0	permeabilidade magnética absoluta do vácuo; $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$	H/m
ξ	coeficiente para cálculo da tensão de suportabilidade em isolamentos	-
ξ	constante para cálculo de p_θ	-
ξ	parâmetro para cálculo da função da correção do efeito do solo pelas equações de Carson	-
ξ	relação entre capacitâncias de um cabo para o cálculo do efeito coroa	F/m
ρ	resistividade elétrica	Ω m
ρ_0	parâmetro auxiliar para o cálculo da impedância Z^i	-
ρ_1	parâmetro auxiliar para o cálculo da impedância Z^i	-
σ	condutividade elétrica	S/m
σ	desvio padrão	p.u.
σ	função filtro	-
σ_{ar}	condutividade elétrica do ar	S/m
σ_{cabo}	condutividade elétrica do cabo	S/m
σ_{ln}	desvio padrão da distribuição de probabilidade log-normal	p.u.
σ_{solo}	condutividade elétrica do solo	S/m
σ_0	condutividade elétrica do solo em baixa frequência	S/m
τ	tempo de propagação ao longo de um comprimento	μ s
τ_L	tempo de propagação entre duas torres consecutivas	μ s
τ_T	tempo de propagação na torre	μ s
τ_1	constante de tempo associada à frente de onda	1/ μ s
τ_2	constante de tempo associada ao término do sinal	1/ μ s
φ	coeficiente de reflexão	-
ω	pulsção	rad/s
ω_{fi}	pulsção à frequência industrial	rad/s
$\omega_{máx}$	pulsção máxima	rad/s
ω_o	pulsção fundamental	rad/s
Δ_i	parâmetro do modelo do solo variável com a frequência	S/m
ΔI	diferença de corrente longitudinal	A
Δl	comprimento do trecho de uma linha	m ou km
ΔU	diferença de tensão transversal	V
Δ_E	parcela do campo elétrico devida à corrente transversal em outros eletrodos	V/m
Δt	intervalo de tempo	s ou μ s
Δx	intervalo de espaço	m
Δx	trecho de comprimento de linha	m

Com relação aos diagramas de circuitos elétricos apresentados no texto, representou-se as correntes e tensões por suas setas, sendo que o sentido adotado para as setas das tensões corresponde ao sentido usual da integração do campo elétrico, conforme consta no exemplo de circuito da Figura 1.4-1. Nesta figura, u_f representa uma fonte de tensão em corrente alternada, conectada entre o nó 1 e a terra, que alimenta o resistor R , conectado entre os nós 1 e 2, em série com o indutor L , conectado entre o nó 2 e a terra; i representa a corrente circulante no circuito; u_R é a tensão medida entre os nós 1 e 2 do resistor; e u_L é a tensão medida entre o nó 2 do indutor e a terra.

Além disso, para o desenvolvimento das equações nodais dos circuitos elétricos, adotou-se o sentido positivo para as correntes que entram nos nós e o sentido negativo para as correntes que partem dos nós.

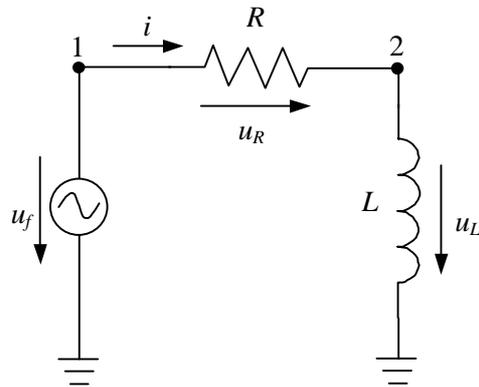


Figura 1.4-1 – Exemplo de circuito com uma fonte de tensão u_f em série com o resistor R e a indutância L

CAPÍTULO 2 - Características básicas das descargas atmosféricas para estudos de desempenho de linhas de transmissão

2.1 Formação de cargas nas nuvens

Existem diversas teorias sobre o mecanismo de formação das cargas nas nuvens. No entanto, todas as teorias reconhecem a ação do vento na separação das partículas de polaridades opostas, embora difiram entre si sobre a importância do papel de ionização da atmosfera, da temperatura e de outros efeitos. De maneira geral, diz-se que o movimento ascendente das correntes de ar proporciona o transporte de partículas positivas e das pequenas gotas d'água para a parte superior da nuvem, e o de partículas negativas para a base da nuvem pelas grandes gotas d'água, como se mostra na Figura 2.1-1, a qual é adaptada de WAGNER *et al.* (1950).

Desenvolvendo-se então uma grande quantidade de carga na região inferior da nuvem, induz-se numa área no solo, correspondente ao tamanho da nuvem, uma mesma quantidade de carga de polaridade oposta, e, por conseqüência, uma tensão entre a nuvem e o solo. Esse bloco de carga irá deslocar-se pelo solo paralelamente ao deslocamento da nuvem e percorrerá montes, edifícios, pára-raios, árvores etc. Por exemplo, conforme ERIKSSON (1979), na África do Sul, observaram-se alturas à base da nuvem de 1 a 2 km e cargas na nuvem da ordem de 50 a 100 coulomb.

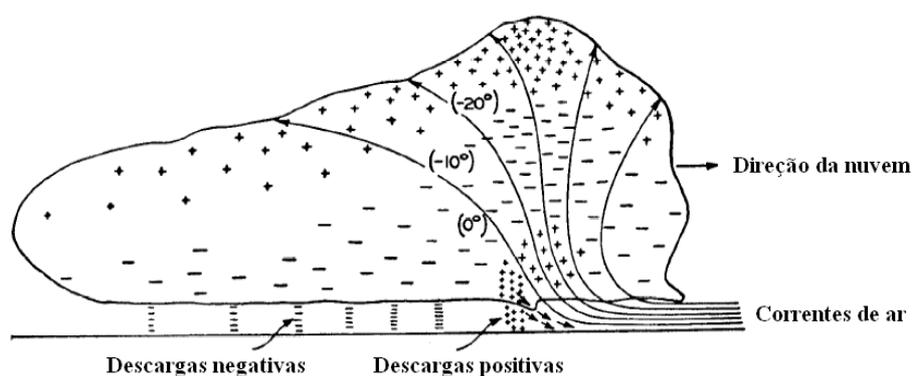


Figura 2.1-1 - Formação de carga nas nuvens

2.2 Tipos de descargas entre nuvem e solo

A maioria das descargas ocorre dentro de uma nuvem e entre duas nuvens, e somente uma pequena parcela ocorre entre uma nuvem e o solo. Tipicamente, tem-se que a relação entre o número de descargas entre nuvens e o número de descargas para o solo varia entre 2 perto dos pólos até mais de 6 nos trópicos. Para melhor expressar esse efeito, Prentice e MacKerras (GOLDE, 1977) obtiveram a seguinte equação empírica, para a qual usaram dados de 13 países:

$$\frac{D_c}{D_g} = 4,11 + 2,11 \cos(3 \cdot LAT) , \quad 0 \leq LAT \leq 60^\circ ; \quad (2.2-1)$$

sendo:

D_c - quantidade de descargas entre nuvens;

D_g - quantidade de descargas entre nuvem e solo;

LAT - latitude.

Além disso, as descargas entre nuvem e solo podem ser caracterizadas pela polaridade da carga da nuvem e pela direção do precursor da descarga, como se mostra de forma estilizada na Figura 2.2-1, sendo (BERGER *et al.*, 1975, GOLDE, 1977, ERIKSSON, 1978, ANDERSON e ERIKSSON, 1980, CORTINA *et al.*, 1980, CHAI *et al.*, 1997, SCHROEDER, 2001, CHOWDHURI *et al.*, 2005):

- Descendentes positivas e negativas → associadas a estruturas não muito altas, como, por exemplo, linhas de transmissão (altura em torno de algumas dezenas de metros), onde:

Aproximadamente 90% são negativas → constituídas por algumas descargas intermitentes, separadas por um intervalo de tempo de 30 a 80 ms . Cita-se na literatura a existência de até 26 repetições, mas a média é igual a 2 ou 3.

Aproximadamente 10% são positivas → constituídas, na sua maioria, por uma descarga.

- Ascendentes positivas e negativas → associadas a estruturas muito altas.

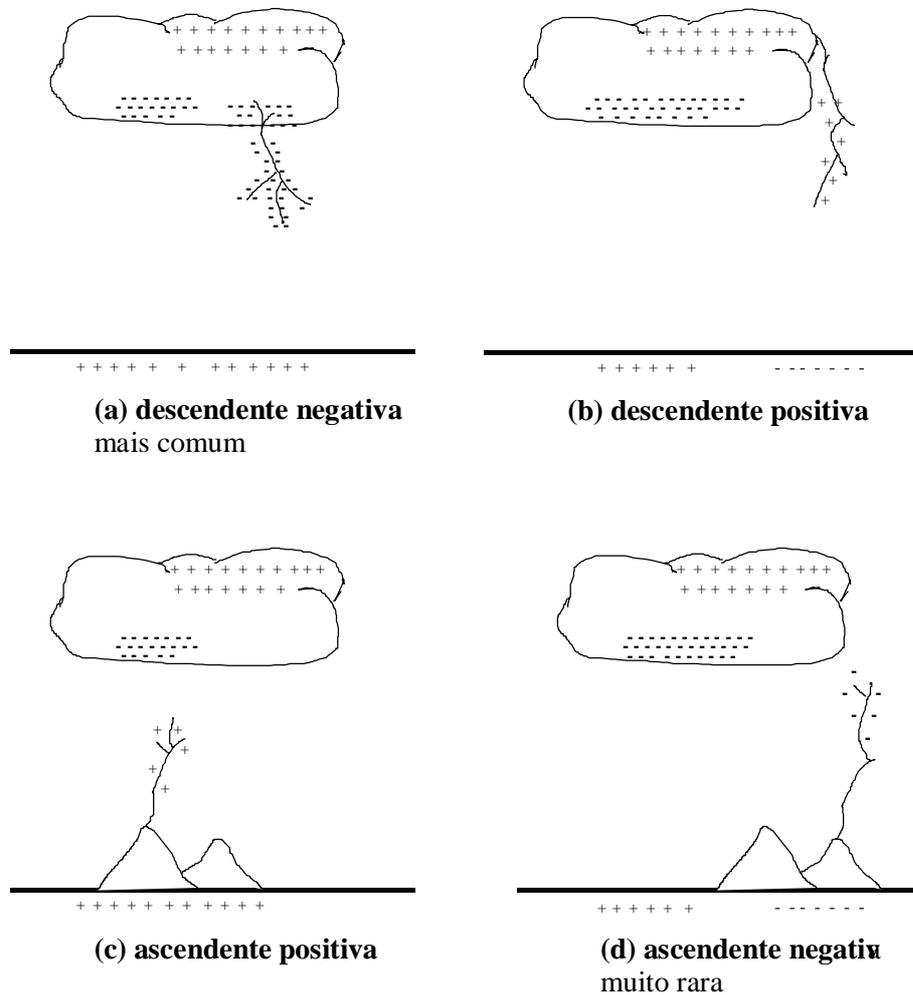


Figura 2.2-1 - Tipos de descargas entre nuvem e solo

2.3 Formação da descarga atmosférica descendente

Com o desenvolvimento de grandes blocos de carga na nuvem, quando o campo elétrico numa região de cargas excede a rigidez dielétrica do ar, verifica-se a formação de canais ionizados, mas não ainda ligando duas nuvens ou uma nuvem ao solo. Esse limiar de campo elétrico é da ordem de 2 MV/m para o ar seco nas condições atmosféricas padronizadas, mas pode ser bem menor, por causa tanto da altura da nuvem, como também devido à presença de gotas d'água na nuvem, e, neste caso, é da ordem de 1 MV/m (WAGNER *et al.*, 1950).

Ocorre então a progressão desses canais por impulsos, que permitem o deslocamento das cargas (vide Figura 2.3-1). Na extremidade do último canal formado é acumulada uma carga elétrica em geral em torno de 1 a 10 coulomb , que, por sua vez, origina um campo elétrico intenso na sua vizinhança e, com isto, ocorre, por ionização, a formação de novo canal condutor, pelo qual a carga vai progredindo. Esse último canal que descende é usualmente chamado de precursor de descarga ou traçador de descarga. Tipicamente, tem-se a velocidade de progressão entre 10^5 e 10^6 m/s e cada canal sendo reto e ocorrendo por um tempo em torno de 25 a 50 μ s ; cada novo avanço, porém, se dá em outra direção, surgindo ramificações, que podem terminar no ar (WAGNER *et al.*, 1950, ERIKSSON, 1979, PORTELA, 1982, BERGER e HADAJI, 1999).

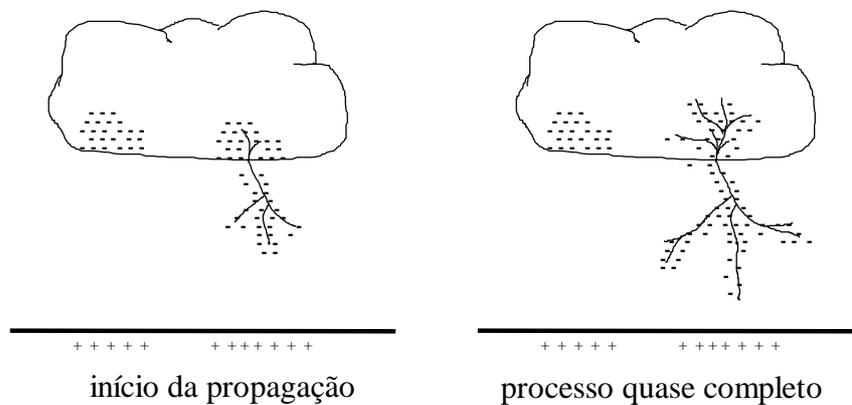


Figura 2.3-1 - Deslocamento do precursor de descarga

A partir do solo e de objetos “condutores” não muito elevados (e.g., torres, postes ou cabos condutores de linhas de distribuição ou transmissão; ou estruturas de subestações), induz-se, por sua vez, um alto campo elétrico, suficiente para causar o movimento ascendente de canais de carga de sinal oposto à dos canais descendentes (PORTELA, 1982, BERGER e HADAJI, 1999).

Caso a carga dos canais que descendem for elevada o bastante para manter a progressão destes canais, ocorre a conexão de canais ascendentes e descendentes. Com isso, fica estabelecido um canal “condutor” ionizado entre a nuvem e o solo. Uma vez “formado” esse canal, ele vai ser atravessado por uma corrente relativamente intensa (considerando-se uma média global, com valor de pico da corrente em torno de 30 kA) que conduz à descarga parcial ou total da nuvem (vide Figura 2.3-2). Essa corrente, designada por corrente de retorno, tem velocidade em torno de 10^7 a 10^8 m/s e representa o ponto alto da descarga atmosférica, quando então o movimento da grande

quantidade de cargas através do canal ionizado produz uma luminosidade de grande intensidade (relâmpago) e o aquecimento e conseqüente expansão do ar na região produz um estrondo (trovão) (WAGNER *et al.*, 1950, ERIKSSON, 1979, PORTELA, 1982).

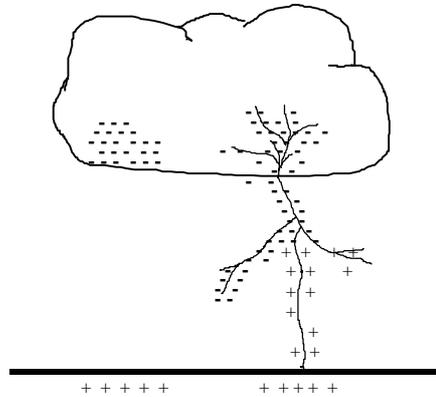


Figura 2.3-2 - Corrente de retorno

Depois da corrente de retorno ter cessado, a descarga pode estar terminada. Por outro lado, após uma primeira descarga de duração relativamente curta, com o desenvolvimento da corrente de retorno entre o centro de carga da nuvem que iniciou o processo e o ponto de incidência, a tensão desse centro de carga (em relação a um ponto muito afastado) fica bastante reduzida (vide Figura 2.3-3) e com isso é desenvolvida uma grande tensão entre esse centro de carga e um centro qualquer dentro da nuvem. Fluxos de cargas negativas ocorrem então entre essas regiões e ligando-as ao canal ainda ionizado e aquecido pela primeira descarga (WAGNER *et al.*, 1950).

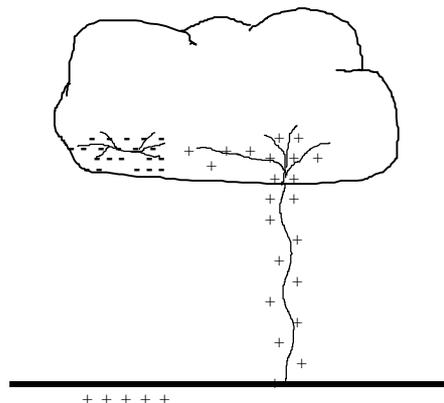


Figura 2.3-3 - Primeiro centro de carga descarregado

Na seqüência, pode-se então manter uma corrente de continuidade, com sentido de um arco quase estacionário entre a nuvem e o solo, com corrente típica da ordem de 200 a

800 A e com duração de algumas centenas de milissegundos a 1 s , o que leva a uma estimativa da temperatura do arco em torno de 12000 K (U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 1983, RAKOV, 2001a), ou pode aparecer um novo precursor, entre a nuvem e o solo, direto, sem ramificações e com uma velocidade de propagação muito maior que o do precursor inicial. Quando o novo precursor alcança o solo, provoca uma nova descarga de retorno (vide Figura 2.3-4), com magnitude da corrente inferior, usualmente em torno de 1/3 a 1/2 da corrente inicial (WAGNER *et al.*, 1950). Outras descargas podem suceder esta segunda, as quais podem ter magnitudes de corrente superiores à magnitude da primeira descarga, havendo menção na literatura de até 26 repetições, mas, normalmente, observa-se que é igual a 2 ou 3 a média do número total de descargas subseqüentes (ERIKSSON, 1979, ANDERSON e ERIKSSON, 1980, JANISCHEWSKYJ *et al.*, 1997, RAKOV, 2001a, SCHROEDER, 2001, VISACRO *et al.*, 2004). Nota-se, ainda, que um pequeno percentual das descargas pode ser do tipo bipolar, situação em que uma descarga subseqüente ou a corrente de continuidade pode ter polaridade inversa à da descarga anterior.

Apesar de muitas descargas subseqüentes atingirem o mesmo ponto que a descarga anterior atingiu, pelo fato do canal estar ainda ionizado e aquecido, ao menos aproximadamente de 1/3 a 1/2 das descargas subseqüentes atingem pontos diferentes, que podem estar distanciados de centenas de metros a diversos quilômetros (RAKOV, 2001a, TORRES *et al.*, 2001).

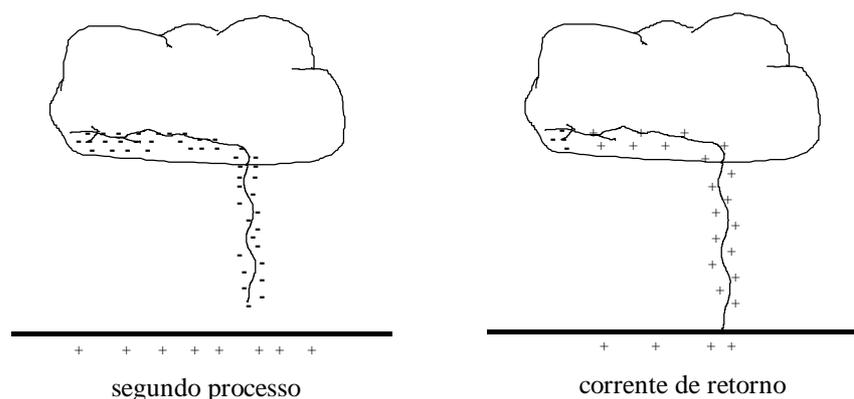
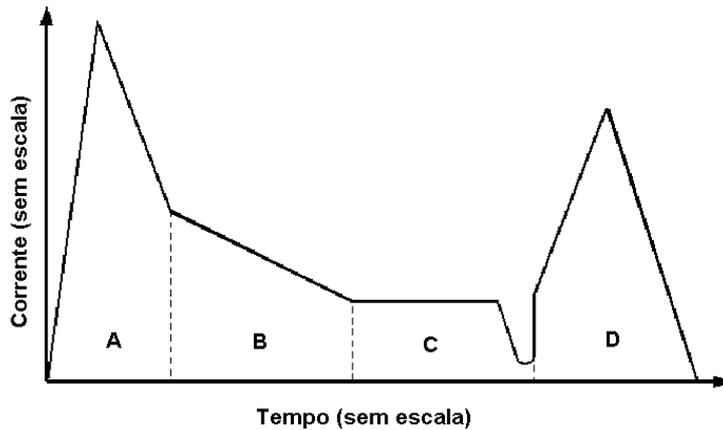


Figura 2.3-4 - Segunda corrente de retorno

Para exemplificação, na Figura 2.3-5 tem-se uma estilização da corrente da descarga atmosférica em quatro etapas, conforme apresentado na norma militar americana MIL nº 1757 (U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 1983).



- A - descarga inicial (curta duração: ordem de μs)
- B - corrente intermediária (média duração: inferior a 5 ms)
- C - corrente de continuidade (longa duração: entre 0,25 s e 1 s)
- D - descarga subsequente (curta duração: ordem de μs)

Figura 2.3-5 - Representação estilizada das etapas da corrente da descarga

2.4 Características da corrente da descarga atmosférica descendente

Para os estudos de desempenho de linhas e equipamentos à incidência de descargas atmosféricas, a corrente da descarga atmosférica tem papel fundamental, sendo os seguintes os seus parâmetros mais relevantes e unidades mais frequentes: forma de onda; amplitude máxima [kA]; polaridade (positiva ou negativa); tempo de frente de onda [μs]; tempo de meia onda [μs]; e derivada máxima da corrente na frente de onda em relação ao tempo [$\text{kA}/\mu\text{s}$].

Para o caso das descargas atmosféricas descendentes, particularmente interessantes para o projeto de linhas de transmissão, são os seguintes os três tipos fundamentais em função da polaridade da carga da nuvem:

1. Descargas descendentes positivas, normalmente caracterizadas por um único “impulso” de descarga.
2. Descargas descendentes negativas com um único “impulso” de corrente, e primeiro “impulso” de descargas negativas com vários “impulsos” de descarga.

3. Descargas descendentes negativas (“impulsos”) subseqüentes ao primeiro impulso, no caso de descargas negativas com mais de um impulso.

Note-se que, quando tratadas em separado, essas descargas têm características probabilísticas razoavelmente homogêneas.

O conhecimento desses parâmetros advém da análise de medições, que já há várias décadas são feitas em todo o mundo, incluindo o Brasil, utilizando-se, tradicionalmente, dispositivos de medição instalados nos seguintes locais:

- Em estações de medição de descargas.
- Em cabos pára-raios e num ponto (topo, meio ou base) de torres de linhas de transmissão.
- Em torres de igrejas, chaminés etc.

Deve-se mencionar que, no caso das medições que são efetuadas em estruturas muito altas, utilizando-se basicamente transdutores localizados no topo ou na base das estruturas, incorre-se em alguns erros de medição ou inadequação do valor medido a determinadas aplicações. Por exemplo, no caso destas estruturas muito altas, há o fato de que o valor medido junto ao topo da estrutura será diferente daquele que seria obtido para uma incidência direta na superfície ou num ponto próximo do solo. Tem-se ainda os efeitos de reflexão e refração das ondas que se propagarão pela estrutura após a incidência da descarga, na base e no topo da estrutura, os quais distorcerão o sinal medido, “contaminando-o” *.

Ressalta-se ainda que, no caso de montanhas, vales, árvores e edificações na região próxima do ponto de medição, estes elementos “atraem” parte das descargas que

* A análise de “descontaminação” de medições de correntes de descargas atmosféricas é uma prática relativamente antiga, já existindo, portanto, diversos trabalhos sobre o tema, alguns utilizando uma modelagem dos elementos canal, estrutura e aterramento da estrutura de modo mais simplista (geralmente por modelos ideais de linhas de transmissão) e outros com modelos mais elaborados (e.g., GUERRIERI *et al.* (1998), RAKOV (2001b), SCHROEDER (2001), HEIDLER (2002), GUEDES *et al.* (2002), VISACRO e SILVEIRA (2005)).

progridem em direção ao solo, e, portanto, o resultado desta medição pode não ser representativo das características das descargas incidentes em toda a região.

Atualmente também já se dispõe de diversos sistemas de detecção das descargas atmosféricas, com os quais se pode acompanhar a progressão das descargas, localizar os pontos de queda e, dependendo do sistema, fazer uma primeira estimativa de alguns parâmetros característicos das descargas, como, por exemplo, a amplitude da corrente. Esses sistemas podem ser divididos em dois grupos básicos:

- Sistemas que utilizam medições remotas de campo magnético e campo elétrico, tendo-se, por exemplo, os sistemas LLP (*Lightning Location and Protection*), LPAT (*Lightning Position and Tracking*), IMPACT (*Improved Accuracy from Combined Technology*) e SAFIR.
- Sistemas que fazem uso de detectores ópticos, em base terrestre ou orbital por meio de satélites, tendo-se, por exemplo, neste último caso, os sistemas OTD (*Optical Transient Detector*) e LIS (*Lightning Imaging Sensor*), ambos da NASA.

Outra técnica de medição, relativamente recente, analisa os dados de uma descarga que é forçada em direção ao solo através do disparo de um foguete em direção à nuvem (e.g., FIEUX e GARY (1974), NAKAMURA *et al.* (1991), MORRIS *et al.* (1994), BARKER *et al.* (1996), RAKOV (1999), SOLORZANO *et al.* (2002), CHOWDHURI *et al.* (2005)). Contudo, dada a característica artificial da progressão desta descarga, a mesma não se assemelha ao primeiro impulso da descarga definido anteriormente, mas sim às descargas subseqüentes à primeira descarga.

2.4.1 Forma de onda da corrente de descarga

Para exemplificação da forma de onda da corrente de descarga ao longo do tempo, na Figura 2.4-1 apresentam-se curvas típicas (1) e curvas médias (2 e 3) obtidas das medições realizadas por BERGER *et al.* 1975) no topo de duas torres com cerca de 55 m de altura cada e localizadas em Monte San Salvatore, Suíça, situado a 914 m de altitude. As curvas designadas por A e B significam, respectivamente, a menor e a maior escala de tempo.

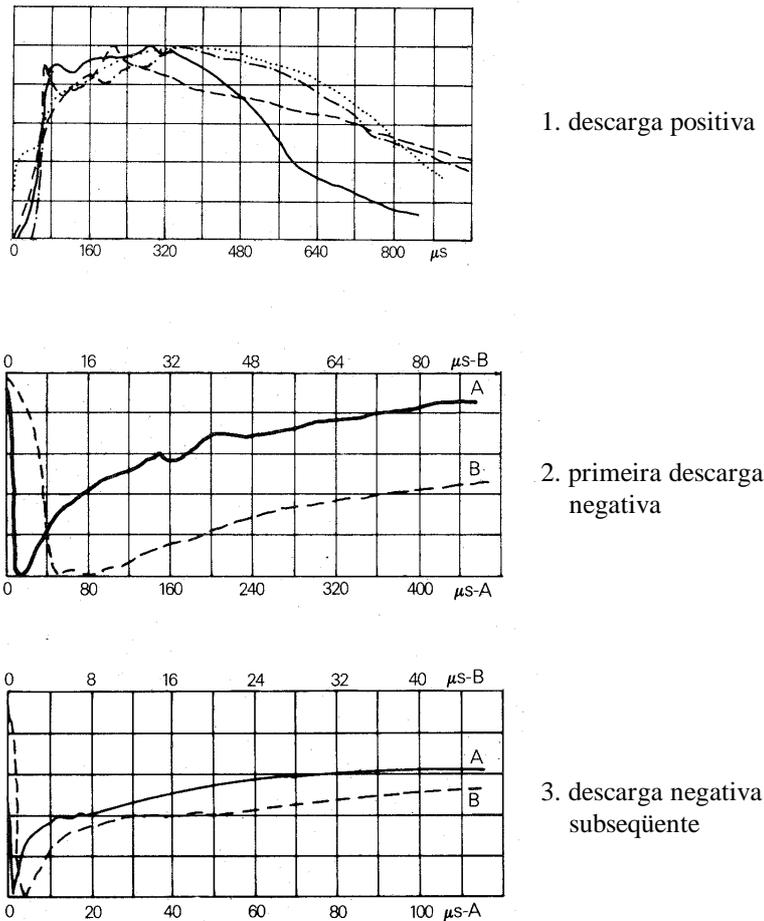


Figura 2.4-1 - Formas de onda da corrente de descarga: (1) curvas típicas;
(2) e (3) – curvas médias

Para extrair os valores dos parâmetros da forma de onda da corrente de descarga medida, várias definições são empregadas na prática, por exemplo baseando-se na idealizada variação da corrente de descarga de polaridade negativa com o tempo apresentada na Figura 2.4-2. Estas definições podem ser encontradas em duas referências básicas sobre o tema, ou seja: as mais gerais, e também as mais antigas, designadamente as definições dos parâmetros I_o , $t_{f\ 2kA}$, $t_{mo\ 2kA}$ e $dI_o/dt_{f\ máx}$, estão apresentadas em BERGER *et al.* (1975); e as específicas para melhor detalhamento da frente da onda, um pouco mais recentes, designadamente as definições dos parâmetros I_{o1} , I_{o2} , $t_{f\ 10/90}$, $t_{f\ 30/90}$, $dI_o/dt_{f\ 10}$, $dI_o/dt_{f\ 10/90}$ e $dI_o/dt_{f\ 30/90}$, foram apresentadas em ANDERSON e ERIKSSON (1980). Cada uma dessas definições está descrita a seguir.

Amplitude máxima [kA]

I_{o1} - primeiro pico da corrente de descarga (usado para a definição dos parâmetros t_{f2kA} , $t_{f10/90}$, $t_{f30/90}$, dI_o/dt_{f10} , $dI_o/dt_{f10/90}$ e $dI_o/dt_{f30/90}$ definidos adiante);

I_{o2} - segundo pico da corrente de descarga, o qual, de um modo geral, é o maior valor entre os dois picos;

I_o - maior valor entre I_{o1} e I_{o2} , ou simplesmente, valor de pico, quando não há menção em qual pico ocorreu o maior valor.

Tempo de frente [μ s]

t_{f2kA} - intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente vale respectivamente 2 kA e o seu primeiro pico;

$t_{f10/90\text{ cor}}$ - intervalo de tempo obtido a partir do tempo $t_{f10/90}$, ou seja:

$$t_{f10/90\text{ cor}} = t_{f10/90} / 0,8 ;$$

sendo $t_{f10/90}$ o intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente vale respectivamente 10% e 90% do seu primeiro pico;

$t_{f30/90\text{ cor}}$ - intervalo de tempo obtido a partir do tempo $t_{f30/90}$, ou seja:

$$t_{f30/90\text{ cor}} = t_{f30/90} / 0,6 ;$$

sendo $t_{f30/90}$ o intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente vale respectivamente 30% e 90% do seu primeiro pico;

t_f - simplesmente, tempo de frente, quando não há menção da forma em que o mesmo é calculado.

Tempo de meia onda [μs]

$t_{mo\ 2kA}$ - intervalo de tempo entre os pontos em que o módulo da corrente vale 2 kA e o ponto da cauda em que a amplitude cai a 50% do valor máximo (geralmente ocorrendo no segundo pico);

t_{mo} - simplesmente, tempo de meia onda, quando não há menção da forma em que o mesmo é calculado.

Derivada da corrente em relação ao tempo [$\text{kA}/\mu\text{s}$]

$dI_o / dt_{f\ 10}$ - derivada da corrente no ponto em que o seu módulo vale 10% do primeiro pico;

$dI_o / dt_{f\ 10/90}$ - derivada média da corrente entre os pontos em que o seu módulo vale 10% e 90% do primeiro pico;

$dI_o / dt_{f\ 30/90}$ - derivada média da corrente entre os pontos em que o seu módulo vale 30% e 90% do primeiro pico;

$dI_o / dt_{f\ máx}$ - derivada máxima da corrente durante o tempo de frente.

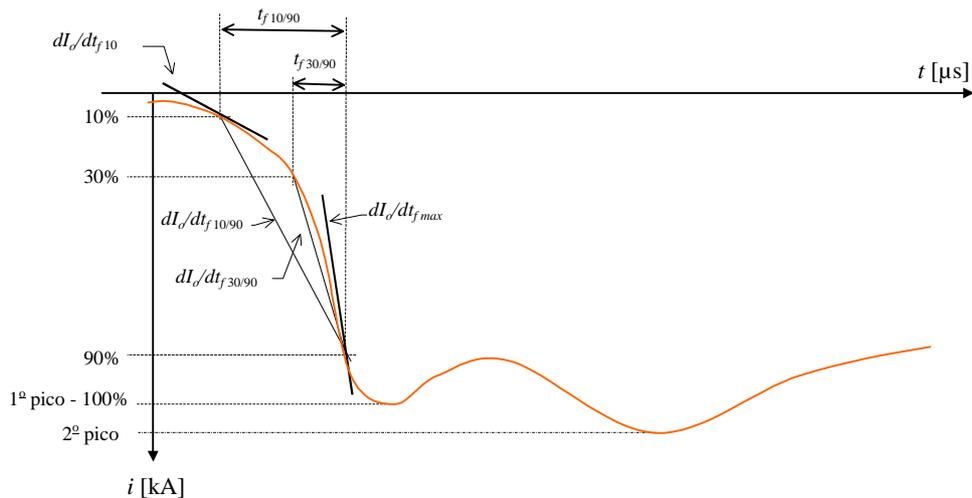


Figura 2.4-2 - Forma de onda típica para uma corrente de descarga com polaridade negativa

2.4.2 Probabilidades dos parâmetros da corrente de descarga

Os parâmetros característicos da corrente da descarga atmosférica definidos nos itens anteriores têm grande dispersão estatística, a qual deve ser considerada nos cálculos das tensões e correntes induzidas na linha de transmissão. De um modo geral, é adequada a distribuição log-normal para a representação da probabilidade destes parâmetros, e, apenas para alguns específicos, a distribuição normal, mas a representação precisa da dispersão estatística exige muitas vezes que seja feito um ajuste multimodal.

No entanto, dada a praticidade de emprego e considerando-se a característica aproximada de diversos dados importantes para o cálculo, costuma-se adotar a distribuição log-normal unimodal *, sendo esta realmente a informação abundantemente divulgada na literatura. Na distribuição log-normal, o logaritmo de uma determinada variável x segue uma distribuição normal, sendo tal distribuição logarítmica caracterizada por uma média μ_x e por um desvio padrão $\sigma_{\ln x}$; ou seja, a densidade de probabilidade da variável x é caracterizada da seguinte forma:

$$p_x(x) = \frac{1}{x \sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \ln \mu_x}{\sigma_{\ln x}} \right)^2} . \quad (2.4-1)$$

Naturalmente, a probabilidade acumulada da variável x , ou seja, a probabilidade de x ser maior do que um determinado valor x_o , P_x , é dada por:

$$P_x(x > x_o) = \int_{x_o}^{\infty} p_x(x) dx . \quad (2.4-2)$$

Além disso, para alguns estudos, interessa considerar a probabilidade conjunta entre a variável x e outra variável, y . Por exemplo, supondo-se que a distribuição de densidade de probabilidade de y também é representada pela distribuição log-normal unimodal e que a probabilidade conjunta de x e y , h , é dada pela distribuição log-normal bivariável, tem-se:

* Nesta tese, desenvolveu-se as formulações correlatas em função da densidade de probabilidade dos parâmetros, e, desde que o dado seja disponível, pode-se perfeitamente operar com a curva real de densidade de probabilidade, sem a necessidade de uma equação de ajuste pré-determinada.

$$h(x, y) = \frac{1}{2 \pi x y \sigma_{\ln x} \sigma_{\ln y} \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{z(x,y)}{2(1-r^2)}} ; \quad (2.4-3)$$

sendo r o coeficiente de correlação amostral entre x e y e

$$z(x, y) = \left(\frac{\ln x - \ln \mu_x}{\sigma_{\ln x}} \right)^2 - \frac{2 r (\ln x - \ln \mu_x) (\ln y - \ln \mu_y)}{\sigma_{\ln x} \sigma_{\ln y}} + \left(\frac{\ln y - \ln \mu_y}{\sigma_{\ln y}} \right)^2 . \quad (2.4-4)$$

Note-se que, se x e y são independentemente distribuídos, o coeficiente de correlação r é igual a zero, e, portanto:

$$h(x, y) = p_x(x) p_y(y) . \quad (2.4-5)$$

Para exemplificação, estão apresentadas nas Figura 2.4-3, Figura 2.4-4, Figura 2.4-5 e Figura 2.4-6 as curvas de probabilidade acumulada do módulo do valor de pico da corrente de descarga, $P_{I_o}(I_o)$, de probabilidade acumulada do tempo de frente da corrente de descarga, $P_{t_f}(t_f)$, de probabilidade acumulada do tempo de meia onda da corrente de descarga, $P_{t_{mo}}(t_{mo})$, e de probabilidade acumulada da máxima derivada da corrente de descarga em relação ao tempo de frente, $P_{dI_o/dt_f \text{ máx}}(dI_o/dt_f \text{ máx})$, respectivamente, publicadas em BERGER *et al.* (1975) para os três tipos de descarga descendentes mencionados no item 2.1, ou seja: (1) descargas descendentes positivas; (2) primeiras descargas descendentes negativas; (3) descargas descendentes negativas subsequentes à primeira descarga. Note-se destas quatro figuras, onde constam as curvas dos pontos medidos e as curvas log-normal associadas, que em vários casos o ajuste log-normal unimodal é bastante aproximado, sobretudo nas regiões de baixa e alta probabilidades.

Nos subitens que se seguem apresentam-se os parâmetros para o cálculo dessas probabilidades conforme publicados por alguns autores, obtidos de medições realizadas em diversos tipos de instrumentos e em diversas partes do mundo, estando os valores dos desvios padrões σ na base do logaritmo neperiano. A intenção deste breve levantamento bibliográfico é fornecer subsídios mais precisos para a modelagem das

formas de onda da corrente de descarga atmosférica utilizadas nos vários exemplos analisados nesta tese e também para outros que venham a ser feitos no futuro.

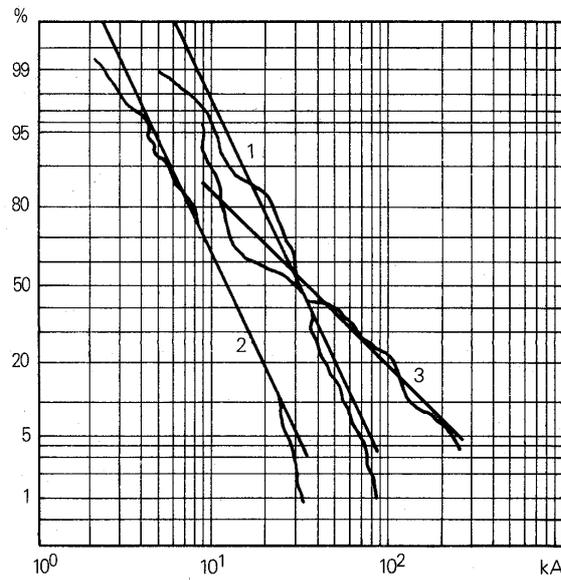


Figura 2.4-3 - Curvas de probabilidade acumulada do módulo do valor de pico da corrente de descarga - $P_{I_o}(I_o)$

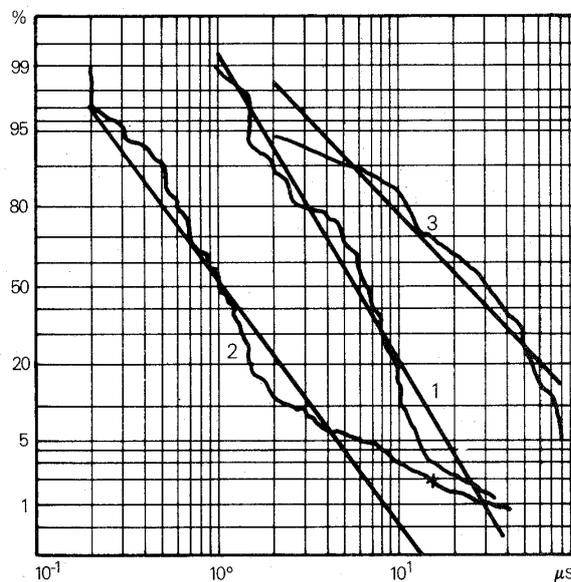


Figura 2.4-4 - Curvas de probabilidade acumulada do tempo de frente de onda da corrente de descarga - $P_{t_f}(t_f)$

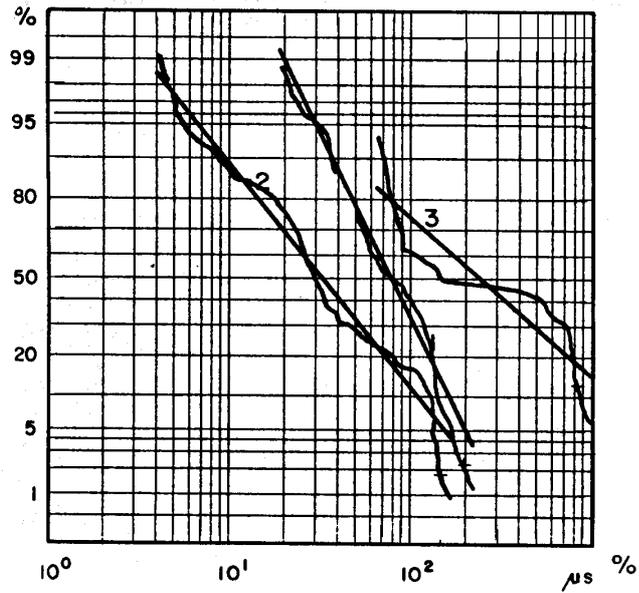


Figura 2.4-5 - Curvas de probabilidade acumulada do tempo de meia onda da corrente de descarga - $P_{mo}(t_{mo})$

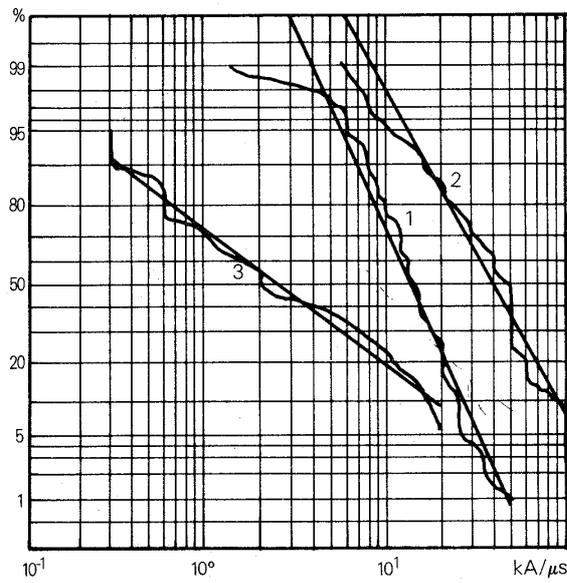


Figura 2.4-6 - Curvas de probabilidade acumulada da máxima derivada da corrente de descarga durante o tempo de frente - $P_{dI_o/dt_f \text{ máx}}(dI_o/dt_f \text{ máx})$

2.4.2.1 Primeira descarga descendente negativa

- AIEE (1950)

Neste trabalho do grupo do AIEE, tomou-se como base 2721 medições de descargas atmosféricas, praticamente todas oriundas de laços magnéticos instalados nas bases de torres de linhas de transmissão, obtendo-se:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{lognormal: } \mu_{I_o} = 15 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,99 . \quad (2.4-6)$$

Cumprir frisar que, considerando-se os dados disponíveis na época, as amplitudes das correntes calculadas por essa equação eram menores do que praticamente todas as outras calculadas por outras metodologias. De fato, alguns anos mais tarde (JOHNSON e SCHULTZ, 1958), comentou-se que, para a obtenção da equação (2.4-6), nenhuma correção adequada foi feita para considerar as parcelas da corrente da descarga que fluem nas outras partes metálicas da torre e, conseqüentemente, quando do seu uso para o cálculo do número de curtos-circuitos em linhas, os valores obtidos seriam muito otimistas. Ressalta-se ainda que, apesar de tal equação do Grupo de Trabalho do AIEE estar citada neste item, não se encontrou na literatura menção a respeito das medições utilizadas para a sua obtenção serem oriundas de somente descargas descendentes negativas, mas tal equação foi tida durante muitos anos como referência para os estudos de desempenho de linhas de transmissão.

- POPOLANSKY (1972)

Popolansky analisou os valores de 624 medições realizadas na Europa (Checoslováquia, Polônia, Suécia, Noruega, Grã-Bretanha e Suíça), Austrália e Estados Unidos, sendo 50% dessas medições em chaminés com altura não especificada e 192 correspondendo a medições de ambas as polaridades efetuadas por Berger em Monte San Salvatore, obtendo:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{lognormal: } \mu_{I_o} = 25 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,89 . \quad (2.4-7)$$

Na faixa $5 \text{ kA} \leq I_o \leq 200 \text{ kA}$, essa equação é dada aproximadamente por:

$$P_{I_o}(I_o) = \frac{1}{1 + (I_o/25)^2} . \quad (2.4-8)$$

Embora também incluídos neste item, deve-se notar que os resultados de Popolansky não são puramente derivados de medições de descargas descendentes negativas, posto que foram incluídas algumas medições realizadas por Berger (BERGER *et al.*, 1975) para descargas positivas *.

Além disso, em virtude das alturas envolvendo as medições investigadas por Popolansky, inevitavelmente, o autor incluiu algumas medições de descargas ascendentes. No entanto, os dados de Popolansky foram também amplamente utilizados ao longo dos anos.

- SARGENT (1972)

Sargent derivou matematicamente a sua distribuição após a aplicação do modelo eletrogeométrico (vide item 3.1) às medições de Berger entre 1955 e 1963 (BERGER *et al.*, 1975), com o intuito de (supostamente) corrigir os valores medidos em estruturas altas para equivalentes ao nível do solo, tendo em vista os 50 m de altura das torres onde foram registradas as medições de Berger, sendo apresentado:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 13 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,74 . \quad (2.4-9)$$

Entretanto, poucos anos após a publicação deste trabalho vários autores afirmaram existir incoerências e limitações nas formulações empregadas por Sargent, particularmente quanto à altura efetiva que ele empregou para a localização da antena de medição utilizada por Berger e pelo fato dele considerar iguais distâncias críticas para o solo e para os cabos. Na verdade, conforme ERIKSSON (1979) e MOUSA e SRIVASTAVA (1989), as amplitudes de corrente de descargas descendente negativas são praticamente independentes de alturas de medição situadas entre 20 e 60 m e são essencialmente iguais àquelas ao nível do solo; além disso, acima destes

* Vide comentário no final do item 2.4.2.3 .

valores, muitas descargas são ascendentes e com amplitudes menores. NARITA *et al.* (2000) também não observaram tal dependência com a altura para correntes medidas no topo de torres de linhas de transmissão com alturas entre 40 e 140 m. Noutro estudo recente, RAKOV (2001b) voltou a abordar o tema e comprovou que, de fato, as medições de Berger não foram significativamente afetadas pela altura da estrutura.

- ANDERSON (1975)

Anderson reavaliou os dados publicados em AIEE (1950), tendo em vista eliminar possíveis imprecisões com relação à forma a qual as medições de corrente foram interpretadas, apresentando os valores:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{lognormal: } \mu_{I_o} = 46 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,55 ; \quad (2.4-10)$$

sendo este valor médio substancialmente maior do que o originalmente proposto pelo grupo do AIEE.

- BERGER *et al.* (1975)

Analisou-se neste trabalho as medições efetuadas por Berger no topo de duas torres de TV com 55 m de altura e localizadas em Monte San Salvatore, Suíça, latitude de 42°, no período de 1963 a 1971, sendo apresentados:

- 101 medições:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{I_o} = 30 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,53 . \quad (2.4-11)$$

- 89 medições:

$$t_{f\ 2kA} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{t_f} = 5,5 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,7 . \quad (2.4-12)$$

- 90 medições:

$$t_{mo\ 2kA} : P_{t_{mo}}(t_{mo}) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{t_{mo}} = 75 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_{mo}} = 0,58 . \quad (2.4-13)$$

- 92 medições:

$$dI_o / dt_{f \text{ máx}} : P_{dI_o / dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o / dt_f} = 12 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o / dt_f} = 0,54 . \quad (2.4-14)$$

Indubitavelmente, os dados de Berger são os mais utilizados e investigados pelos pesquisadores ao longo dos anos.

- ERIKSSON (1979), ERIKSSON (1987a)

Em 1979, Eriksson avaliou os resultados de 12 medições efetuadas na base de um mastro com 60 m de altura durante o período de 1972 a 1978 na África do Sul. O mastro foi instalado em um terreno montanhoso a uma altitude em torno de 1400 m. Nessa época, Eriksson admitiu que a quantidade de medições era muito pequena para se garantir com segurança seus resultados, principalmente porque diferiam dos valores médios até então conhecidos, sendo apresentado:

$$P_{I_o} (I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 44 \text{ kA} \text{ e } \sigma_{\ln I_o} = 0,69 . \quad (2.4-15)$$

Não obstante, num trabalho anterior (ANDERSON, 1971), tinha-se levantado a questão de que as descargas na região da África do sul teriam maior amplitude e maior duração quando comparadas com aquelas medidas por Berger na Suíça, que é uma região de clima mais temperado.

Anos mais tarde, Eriksson estendeu a sua análise inicial apresentada em ERIKSSON (1979), incluiu novas medições efetuadas, totalizando 22 medições, e apresentou (ERIKSSON, 1987a):

$$P_{I_o} (I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 36 \text{ kA} \text{ e } \sigma_{\ln I_o} = 0,71 . \quad (2.4-16)$$

- ANDERSON e ERIKSSON (1980)

Conforme descrito em ANDERSON e ERIKSSON (1980), Popolansky e Eriksson eliminaram dados de descargas ascendentes que tinham sido incluídos inadequadamente nas análises feitas em POPOLANSKY (1972), utilizando o critério que para estruturas com alturas inferiores a 60 m há uma

chance de no máximo 10% de ocorrência de descargas ascendentes, resultando, portanto, na análise de 338 medições. Assim sendo, obtiveram:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 30 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,70 . \quad (2.4-17)$$

Na faixa $5 \text{ kA} \leq I_o \leq 200 \text{ kA}$, essa equação é dada aproximadamente por:

$$P_{I_o}(I_o) = \frac{1}{1 + (I_o/31)^{2,6}} ; \quad (2.4-18)$$

que é a expressão sugerida na Norma IEEE nº 1410 * (IEEE, 1997).

Anderson e Eriksson também refinaram computacionalmente os resultados das medições apresentadas em BERGER *et al.* (1975), alegando que este utilizou análises manuais e definiu a frente de onda em função da derivada máxima da corrente, $dI_o / dt_{f \text{ máx}}$, e do tempo entre o ponto em que a corrente vale 2 kA e o ponto onde ocorre o primeiro pico. Portanto, após normalizarem no nível de 90% da primeira amplitude as formas de ondas digitalizadas e alinhado-as neste ponto, chegaram aos seguintes valores:

$$I_{o1} : P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 27,7 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,46 ; \quad (2.4-19)$$

$$I_{o2} : P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 31,1 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,48 ; \quad (2.4-20)$$

$$t_{f 10/90} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 4,5 \text{ } \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,56 ; \quad (2.4-21)$$

$$t_{f 30/90} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 2,3 \text{ } \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,57 ; \quad (2.4-22)$$

$$dI_o / dt_{f 10} : P_{dI_o / dt_f}(dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu = 2,6 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o / dt_f} = 0,92 ; \quad (2.4-23)$$

* Norma técnica com aplicação a linhas de distribuição com tensões nominais fase-fase de até 69 kV .

$$dI_o / dt_f 10/90 : P_{dI_o / dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o / dt_f} = 5,0 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o / dt_f} = 0,64 ; \quad (2.4-24)$$

$$dI_o / dt_f 30/90 : P_{dI_o / dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o / dt_f} = 7,2 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o / dt_f} = 0,62 ; \quad (2.4-25)$$

$$dI_o / dt_f \text{ máx} : P_{dI_o / dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o / dt_f} = 24,3 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o / dt_f} = 0,60 . \quad (2.4-26)$$

A despeito desse refinamento computacional, os parâmetros calculados por Berger e dados nas expressões (2.4-11) a (2.4-14) sempre foram bastante empregados, provavelmente pela reconhecida meticulosidade de Berger com as suas medições.

- CORTINA *et al.* (1980)

Analisou-se neste trabalho 42 medições de descargas no topo de duas torres de TV com 40 m de altura, ambas situadas no topo de montanhas em altitudes em torno de 900 m , respectivamente em Foligno e Varese, Itália, no período de 1968 a 1978, apresentando-se:

$$P_{I_o} (I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 33 \text{ kA} \text{ e } \sigma_{\ln I_o} = 0,58 ; \quad (2.4-27)$$

$$P_{t_f} (t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 9 \mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln t_f} = 0,92 ; \quad (2.4-28)$$

$$P_{t_{mo}} (t_{mo}) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_{mo}} = 56 \mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln t_{mo}} = 0,74 ; \quad (2.4-29)$$

$$P_{dI_o / dt_f \text{ máx}} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o / dt_f} = 14 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o / dt_f} = 0,83 . \quad (2.4-30)$$

- DINIZ *et al.* (1996)

Utilizaram valores de medições de 56 descargas no topo de torres de linhas de 138 kV instaladas no Estado de Minas Gerais, Brasil, sendo tais medições efetuadas por meio de elos magnéticos; obtiveram:

$$P_{I_o} (I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 44,6 \text{ kA} \text{ e } \sigma_{\ln I_o} = 0,52 . \quad (2.4-31)$$

- CHAI *et al.* (1997)

Chai *et al.* analisaram os resultados das medições de milhares de descargas entre nuvem e solo efetuadas durante 6 anos (jan/1990 a out/1995) por um sistema de localização de descargas do tipo LLP (*Lightning Location and Protection*) instalado no *Cape Canaveral Air Station (CCAS) Space Launch Complex*, localizado na Flórida, Estados Unidos. Apresentaram uma curva de distribuição de probabilidade acumulada log-normal da amplitude da corrente das descargas negativas, que, considerando as imprecisões do sistema LLP para a determinação deste parâmetro, deve ser assumida como uma estimativa, ou seja:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 30,9 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,54 . \quad (2.4-32)$$

- NARITA *et al.* (2000)

Narita *et al.* analisaram 36 medições efetuadas no topo de torres de linhas de transmissão instaladas no Japão, sendo tais torres de circuito duplo projetado para 1000 kV e com alturas entre 40 e 140 m . As medições foram obtidas no período do verão entre 1994 e 1997, sendo a altitude da região entre 150 e 1500 m e o nível cerâmico em torno de 30 . Obtiveram os seguintes parâmetros para as primeiras descargas negativas:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 39,2 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,76 ; \quad (2.4-33)$$

$$t_{f\ 10/90} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 3,6 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,37 ; \quad (2.4-34)$$

$$dI_o/dt_{f\ 30/90} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 13,6 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,71 ; \quad (2.4-35)$$

$$dI_o/dt_{f\ \text{máx}} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 28,4 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,70 . \quad (2.4-36)$$

Segundo Narita *et al.*, o valor da amplitude da corrente apresentado na equação (2.4-33) apresentou-se mais elevado em relação a outros previamente obtidos por outros autores pelo fato de terem usado o valor mínimo de

referência para medição de 9 kA (*trigger level*), ao passo que se tinha usado anteriormente 2 kA .

- SCHROEDER (2001)

Schroeder analisou os resultados de 31 medições de descargas realizadas na base de um mastro com 60 m instalado na Estação da Serra do Cachimbo (altitude de 1430 m), no Estado de Minas Gerais, Brasil, latitude de 21°, e obteve:

$$I_{o1} : P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 40,4 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,37 ; \quad (2.4-37)$$

$$I_{o2} : P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 45,3 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,39 ; \quad (2.4-38)$$

$$t_{f10/90} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 5,6 \text{ } \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,36 ; \quad (2.4-39)$$

$$t_{f30/90} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 2,9 \text{ } \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,44 ; \quad (2.4-40)$$

$$dI_o/dt_{f10} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 3,8 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,55 ; \quad (2.4-41)$$

$$dI_o/dt_{f10/90} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 5,8 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,32 ; \quad (2.4-42)$$

$$dI_o/dt_{f30/90} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 8,4 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,30 ; \quad (2.4-43)$$

$$dI_o/dt_{f\text{ máx}} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 19,4 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,29 . \quad (2.4-44)$$

É importante também aqui mencionar que pelo fato destas medições terem sido efetuadas na base do mastro, inicialmente, SCHROEDER (2001) levantou a hipótese de “contaminação” dos sinais medidos. Contudo, em uma análise computacional recente, VISACRO e SILVEIRA (2005) concluíram que, para valores realistas do tempo de frente de onda e para torres baixas,

como o mastro de 60 m da Estação da Serra do Cachimbo, as amplitudes das correntes medidas no topo e na base da torre são praticamente as mesmas, tanto para as primeiras descargas negativas como para as descargas negativas subseqüentes.

2.4.2.2 Descarga descendente negativa subseqüente à primeira

- BERGER *et al.* (1975)

Analisou-se neste trabalho as medições efetuadas por Berger no topo de duas torres de TV com 55 m de altura e localizadas em Monte San Salvatore, Suíça, latitude de 42°, no período de 1963 a 1971, apresentando-se:

- 135 medições:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{I_o} = 12 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,57 . \quad (2.4-45)$$

- 118 medições:

$$P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{t_f} = 1,1 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,92 . \quad (2.4-46)$$

- 115 medições:

$$P_{t_{mo}}(t_{mo}) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{t_{mo}} = 32 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_{mo}} = 0,93 . \quad (2.4-47)$$

- 122 medições:

$$dI_o / dt_f \text{ máx} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{dI_o/dt_f} = 40 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,70 . \quad (2.4-48)$$

- ANDERSON e ERIKSSON (1980)

Anderson e Eriksson refinaram computacionalmente as medições efetuadas por Berger (BERGER *et al.*, 1975), obtendo:

$$I_{o1} : P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{I_o} = 11,8 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,54 ; \quad (2.4-49)$$

$$I_{o2} : P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal: } \mu_{I_o} = 12,3 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,52 ; \quad (2.4-50)$$

$$t_{f\ 10/90} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 0,6 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 1,01 ; \quad (2.4-51)$$

$$t_{f\ 30/90} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 0,4 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,88 ; \quad (2.4-52)$$

$$dI_o/dt_{f\ 10} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 18,9 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 1,40 ; \quad (2.4-53)$$

$$dI_o/dt_{f\ 10/90} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 15,4 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,94 ; \quad (2.4-54)$$

$$dI_o/dt_{f\ 30/90} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 20,1 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,97 ; \quad (2.4-55)$$

$$dI_o/dt_{f\ \text{m}\acute{a}\text{x}} : P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 39,9 \text{ kA}/\mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,85 . \quad (2.4-56)$$

Apesar desse tratamento computacional, salienta-se, também para estas descargas, que os parâmetros calculados por Berger e dados nas expressões (2.4-45) a (2.4-48) não deixaram de ser empregados ao longo dos anos.

- CORTINA *et al.* (1980)

Analisou-se neste trabalho 33 medições de descargas no topo de duas torres de TV com 40 m de altura, ambas situadas no topo de montanhas em altitudes em torno de 900 m, respectivamente em Foligno e Varese, Itália, no período de 1968 a 1978, apresentando-se:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 18 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 0,51 ; \quad (2.4-57)$$

$$P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 1,1 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 0,76 ; \quad (2.4-58)$$

$$P_{t_{mo}}(t_{mo}) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_{mo}} = 28 \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_{mo}} = 1,15 ; \quad (2.4-59)$$

$$dI_o / dt_f \text{ máx} : P_{dI_o/dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 33 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,90 . \quad (2.4-60)$$

- SCHROEDER (2001)

Schroeder analisou os resultados de 59 medições de descargas realizadas na base de um mastro com 60 m instalado na Estação da Serra do Cachimbo (altitude de 1430 m), no Estado de Minas Gerais, Brasil, latitude de 21°, e obteve:

$$I_{o1} : P_{I_o} (I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 16,3 \text{ kA} \text{ e } \sigma_{\ln I_o} = 0,51 . \quad (2.4-61)$$

$$I_{o2} : P_{I_o} (I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 16,3 \text{ kA} \text{ e } \sigma_{\ln I_o} = 0,51 ; \quad (2.4-62)$$

$$t_{f10/90} : P_{t_f} (t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 0,7 \mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln t_f} = 0,74 ; \quad (2.4-63)$$

$$t_{f30/90} : P_{t_f} (t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 0,4 \mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln t_f} = 0,70 ; \quad (2.4-64)$$

$$dI_o / dt_{f10} : P_{dI_o/dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 14,5 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 1,00 ; \quad (2.4-65)$$

$$dI_o / dt_{f10/90} : P_{dI_o/dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 18,8 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,74 ; \quad (2.4-66)$$

$$dI_o / dt_{f30/90} : P_{dI_o/dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 24,7 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,68 ; \quad (2.4-67)$$

$$dI_o / dt_{f \text{ máx}} : P_{dI_o/dt_f} (dI_o / dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 29,9 \text{ kA}/\mu\text{s} \text{ e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 0,66 . \quad (2.4-68)$$

2.4.2.3 Primeira descarga descendente positiva

- BERGER *et al.* (1975)

Analisou-se neste trabalho as medições efetuadas por Berger no topo de duas torres de TV com 55 m de altura e localizadas em Monte San Salvatore, Suíça, latitude de 42° , no período de 1963 a 1971, apresentando-se:

- 26 medições:

$$P_{I_o}(I_o) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{I_o} = 35 \text{ kA e } \sigma_{\ln I_o} = 1,21 . \quad (2.4-69)$$

- 19 medições:

$$t_{f \ 2kA} : P_{t_f}(t_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_f} = 22 \text{ } \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_f} = 1,23 . \quad (2.4-70)$$

- 16 medições:

$$P_{t_{mo}}(t_{mo}) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{t_{mo}} = 230 \text{ } \mu\text{s e } \sigma_{\ln t_{mo}} = 1,33 . \quad (2.4-71)$$

- 21 medições:

$$P_{dI_o/dt_f}(dI_o/dt_f) \Leftarrow \text{log normal} : \mu_{dI_o/dt_f} = 2,4 \text{ } \mu\text{s e } \sigma_{\ln dI_o/dt_f} = 1,54 . \quad (2.4-72)$$

Cumprе frisar que, esses valores, apesar de estarem aqui mencionados, visto que são bastante divulgados, foram confirmados posteriormente pelo próprio Berger em 1978 como sendo oriundos de descargas ascendentes (ANDERSON e ERIKSSON, 1980). Já num estudo mais recente, RAKOV (2000) afirmou que tais descargas são, na verdade, bipolares. Considerando-se essas diferentes opiniões, percebe-se que ainda há uma certa dúvida com relação à fidedignidade das distribuições de probabilidade com os dados de Berger atribuídas a descargas descendentes positivas*.

* A título complementar, mais parâmetros característicos de descargas ascendentes positivas medidas no Japão podem ser encontrados em ASAKAWA *et al.* (1997).

2.4.3 Representação da frente de onda da corrente de descarga

Em linhas gerais, para a análise computacional de transitórios eletromagnéticos originados pela incidência de descargas atmosféricas, é de fundamental interesse a representação matemática adequada da frente de onda da corrente da descarga atmosférica, ou seja, que se empregue uma aproximação a mais próxima possível da forma de onda da corrente real. Nesse sentido, é de se esperar que tal representação incorpore os parâmetros principais da forma de onda da corrente de descarga definidos no item 2.4.1 .

Devido à facilidade de diferenciação e integração no tempo, e também pela facilidade de criação pelos tradicionais geradores de impulsos em laboratórios, é freqüente o emprego da conhecida função “dupla exponencial”, dada por uma simples subtração de duas funções exponenciais multiplicadas pela função degrau, ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} i(t) = \eta I_o (e^{-at} - e^{-bt}) , \text{ para } t \geq 0 \\ a = \frac{1}{\tau_1} \\ b = \frac{1}{\tau_2} \end{array} \right. ; \quad (2.4-73)$$

onde:

I_o – amplitude máxima da corrente do impulso considerado;

η – fator de correção para que o valor máximo de $i(t)$ coincida com I_o ;

τ_1 e τ_2 – constantes de tempo associadas à frente de onda e ao término do sinal, respectivamente.

Na equação (2.4-73), para a determinação dos parâmetros η , τ_1 e τ_2 recai-se num processo de resolução de um sistema de equações não lineares, a ser resolvido iterativamente, e que deve levar em conta a forma em que o tempo de frente é definido. Esse processo foi implementado computacionalmente nesta tese, e maiores detalhes estão apresentados no item 5.5.6.3.

Portanto, para exemplificação, considerando-se um impulso normalizado do tipo $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ com 1 p.u. de frente de onda e com o tempo de frente definido pelos valores da corrente a 30% e 90% do valor de pico (ou seja, a partir do parâmetro $t_{f30/90}$ definido no item 2.4.1), obteve-se as constantes η , a e b iguais a $1,03709$, $14591,40 \text{ s}^{-1}$ e $2469720,2 \text{ s}^{-1}$, respectivamente, e a curva da Figura 2.4-7.

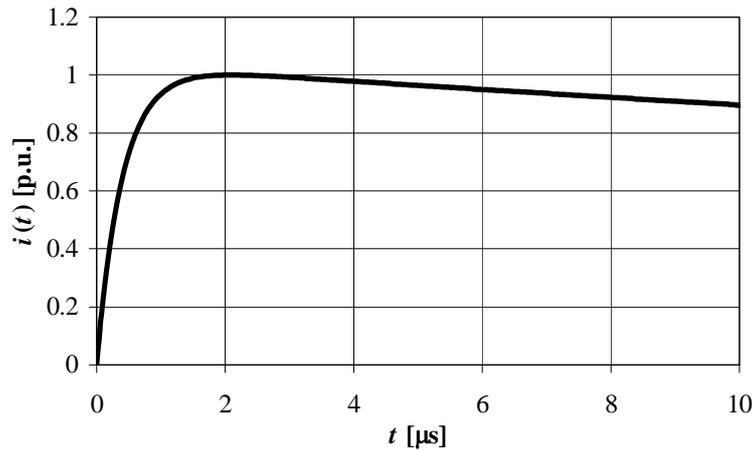


Figura 2.4-7 - Representação da onda padronizada $1,2 \times 50 \mu\text{s}$

No entanto, como pode ser visto na Figura 2.4-7, a função $i(t)$ dada nas equações (2.4-73) apresenta descontinuidade da derivada no tempo em $t=0$, cuja necessidade de redução impulsionou a criação de outros modelos matemáticos, também envolvendo os parâmetros η , τ_1 e τ_2 anteriores. Por exemplo, JONES (1977) apresentou:

$$\begin{cases} i(t) = \eta I_o \left[e^{-at'} - (e^{-bt'})^2 \right] , \text{ para } t \geq 0 \\ t' = t + \frac{\tau_2^2}{\tau_1} \end{cases} \quad (2.4-74)$$

Outra formulação com intenção similar foi proposta por GARDNER *et al.* (1985), nomeadamente:

$$\begin{cases} i(t) = \eta I_o \left(e^{-at'} - e^{-bt'} \right)^{-1} , \text{ para } t \geq 0 \\ t' = t - \tau_1 \end{cases} \quad (2.4-75)$$

Mais uma alternativa foi apresentada por F. Heidler (HEIDLER *et al.*, 1999), ou seja,

$$\left\{ \begin{array}{l} i(t) = \eta I_o \frac{(at)^n}{1+(at)^n} e^{-bt} \text{ , para } t \geq 0 \\ \eta = \frac{1}{e^{-\frac{b}{a} \left(\frac{na}{b}\right)^{\frac{1}{n}}}} \end{array} \right. , \quad (2.4-76)$$

que, por sua vez, também é eventualmente combinada linearmente com a equação (2.4-73) para melhor ajuste a valores de corrente medidos.

Além da comentada necessidade de redução do efeito de descontinuidade da derivada de $i(t)$, nota-se algumas dificuldades associadas ao uso das equações (2.4-73) a (2.4-76), designadamente:

- O valor máximo da derivada da corrente em relação ao tempo não ocorre junto ao valor máximo da corrente, o que tem um aspecto de “redução” do rigor da solicitação imposta aos isolamentos.
- Apesar das equações (2.4-73) a (2.4-76) permitirem a representação de toda a onda, a função somente tende para zero num tempo infinito, o que pode ser um inconveniente de cálculo ao se utilizar um tratamento da função como periódica.
- Para alguns casos, o ajuste das constantes da equação à forma de onda do sinal de $i(t)$ pretendido é de difícil convergência durante o processo iterativo de cálculo (vide resultados na Tabela 5.5.1 para as ondas do tipo $6 \times 12 \mu\text{s}$ e $8 \times 20 \mu\text{s}$). Também não é simples correlacionar a forma de onda obtida com essas equações com os vários parâmetros característicos da frente da onda definidos no item 2.4.1 .

Por outro lado, num trabalho antecessor a esses, DARVENIZA *et al.* (1975) apresentaram uma representação normalizada da frente de onda da corrente de descarga, sendo a seguinte a equação geral:

$$i(t) = I_o \frac{e^{\frac{\alpha t}{t_f}} - 1}{e^\alpha - 1} ; \quad (2.4-77)$$

onde:

I_o - amplitude máxima da corrente do impulso considerado;

t_f - tempo de frente da onda;

t - tempo, a contar do início do impulso;

α - um parâmetro adimensional, sendo positivo para a representação dos primeiros impulsos das descargas descendentes negativas, negativo para a representação dos impulsos das descargas descendentes negativas subseqüentes ao primeiro impulso, e, normalmente, positivo, para a representação das descargas descendentes positivas.

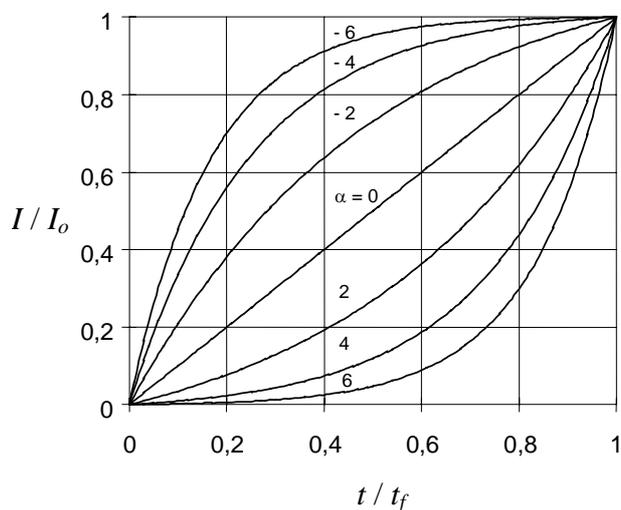


Figura 2.4-8 - Representação normalizada da frente de onda da corrente de descarga

Ao contrário das equações anteriores, apesar da equação (2.4-77) representar somente a frente de onda, pode-se notar a sua boa adequação quando se faz uma comparação com as representações da frente de onda dadas na Figura 2.4-1 e também que a associação com o tempo de frente e com a amplitude da corrente é direta.

Pode-se também observar que, para a aplicação desse modelo para as primeiras descargas negativas, considerando-se um valor positivo de α , a derivada máxima da corrente com o tempo ocorre no mesmo tempo em que é máximo o valor da corrente, aproximando-se assim da severidade real que é imposta aos isolamentos durante a

propagação da descarga, o que, como comentado, não ocorre, por exemplo, com o emprego da tradicional forma de onda do tipo dupla exponencial.

Portanto, em função dessas observações e considerando-se que os aspectos dominantes durante a propagação estão geralmente mais condicionados pela frente de onda, decidiu-se empregar a representação aproximada mostrada na Figura 2.4-9 para a representação de toda a onda nos exemplos de aplicação analisados nesta tese, exceto quando forem empregados dados experimentais ou feitas comparações com dados de outras publicações.

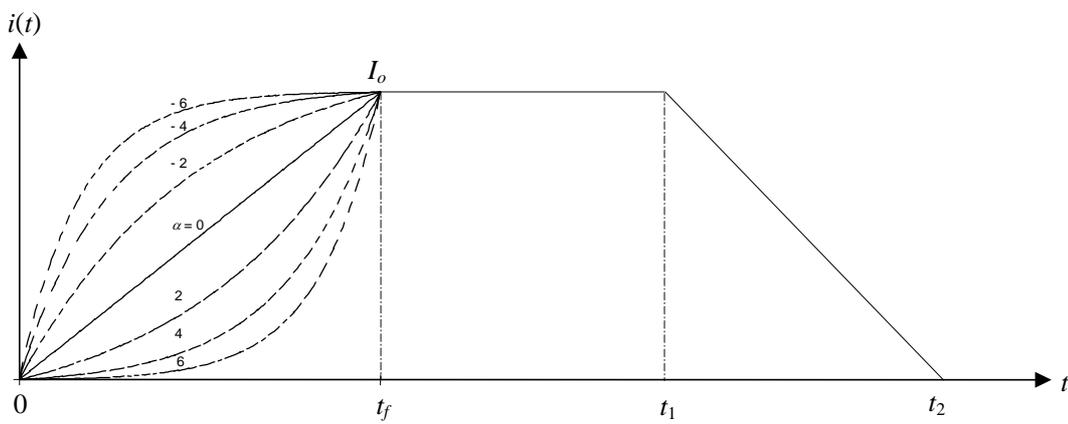


Figura 2.4-9 - Representação da onda da corrente de descarga (sem escala)

Além disso, para análise ulterior, é conveniente definir neste ponto uma função auxiliar $j(t)$, que tem a mesma forma de onda da Figura 2.4-9, entretanto, com valor máximo igual a 1, tal que, na frente da onda, seja:

$$j(t) = \frac{i(t)}{I_o} = \frac{e^{\frac{\alpha t}{t_f}} - 1}{e^\alpha - 1} \quad . \quad (2.4-78)$$

2.4.4 Correlações entre alguns parâmetros da corrente de descarga

Constata-se que se os parâmetros da corrente de descarga atmosférica pudessem ser significativamente correlacionados, importantes e úteis expressões poderiam ser empregadas. Se, por exemplo, a amplitude e o tempo de frente fossem linearmente correlacionados, ou se o logaritmo da amplitude e o logaritmo do tempo de frente fossem linearmente correlacionados, facilmente se estimaria a derivada da corrente.

Tal correlação pode ser calculada por intermédio do coeficiente de correlação amostral r entre duas variáveis aleatórias y' e x' (sendo o mesmo entre x' e y'), que é dado por:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x'_i - \mu_{x'}) (y'_i - \mu_{y'})}{(n-1) \sigma_{x'} \sigma_{y'}} \quad ; \quad (2.4-79)$$

onde $\mu_{x'}$ e $\mu_{y'}$ correspondem as médias das variáveis x' e y' , respectivamente, e $\sigma_{x'}$ e $\sigma_{y'}$ correspondem aos desvios padrões das variáveis x' e y' , respectivamente.

Portanto, por exemplo, no caso em que $x' = \ln x$ e $y' = \ln y$, busca-se estabelecer:

$$\ln y = \ln A + B \ln x \Rightarrow y = A x^B \quad . \quad (2.4-80)$$

Cumprir notar que os valores de A e B são distintos se é feita a correlação de x em relação a y , ou y em relação a x , apesar do coeficiente de correlação r ser o mesmo em ambos os casos. Além disso, na equação (2.4-79), são obtidos coeficientes diferentes ao se usar as variáveis x' e y' iguais a x e y , ao invés de $\ln x$ e $\ln y$, respectivamente.

Para a análise dos dados de descargas atmosféricas, é prática adotar a amplitude da corrente como a variável preditora; o que é razoável, posto que este é o parâmetro mais medido no mundo inteiro, e também bastante característico da forma de onda da corrente da descarga.

Num dos primeiros estudos sobre o tema, BERGER *et al.* (1975) analisaram os resultados das medições efetuadas para as primeiras descargas descendentes negativas em Monte San Salvatore, Suíça, e obtiveram manualmente os coeficientes de correlação entre a amplitude I_o , o tempo de frente t_{f2kA} e a derivada máxima da corrente de descarga $dI_o/dt_{f\text{máx}}$ dados na Tabela 2.4-1. SCHROEDER *et al.* (1999), para 31 medições de descargas descendentes negativas realizadas na Estação da Serra do Cachimbo, Minas Gerais, obtiveram os coeficientes de correlação entre as amplitudes dos dois picos I_{o1} e I_{o2} , os tempos de frente $t_{f10/90}$ e $t_{f30/90}$ e as derivadas da corrente de descarga $dI_o/dt_{f10/90}$, $dI_o/dt_{f30/90}$ e $dI_o/dt_{f\text{máx}}$ dados na Tabela 2.4-2. NARITA *et al.*

(2000), para os dados de 36 descargas medidas no topo de torres de linhas de transmissão no Japão, obtiveram os coeficientes de correlação da Tabela 2.4-3*.

Tabela 2.4-1 - Coeficientes de correlação para as primeiras descargas negativas apresentados em BERGER *et al.* (1975)

	I_o [kA]	$t_{f\ 2kA}$ [μs]	$dI_o/dt_{f\ máx}$ [kA/μs]
I_o [kA]	1,00	-	-
$t_{f\ 2kA}$ [μs]	0,37	1,00	-
$dI_o/dt_{f\ máx}$ [kA/μs]	0,36	-0,21	1,00

Tabela 2.4-2 - Coeficientes de correlação para as primeiras descargas negativas apresentados em SCHROEDER *et al.* (1999)

	$I_{o\ 1}$ [kA]	$I_{o\ 2}$ [kA]	$t_{f\ 10/90}$ [μs]	$t_{f\ 30/90}$ [μs]	$dI_o/dt_{f\ máx}$ [kA/μs]	$dI_o/dt_{f\ 10/90}$ [kA/μs]	$dI_o/dt_{f\ 30/90}$ [kA/μs]
$I_{o\ 1}$ [kA]	1,000	-	-	-	-	-	-
$I_{o\ 2}$ [kA]	0,953	1,000	-	-	-	-	-
$t_{f\ 10/90}$ [μs]	0,304	0,244	1,000	-	-	-	-
$t_{f\ 30/90}$ [μs]	0,258	0,190	0,961	1,000	-	-	-
$dI_o/dt_{f\ máx}$ [kA/μs]	0,331	0,305	-0,249	-0,218	1,000	-	-
$dI_o/dt_{f\ 10/90}$ [kA/μs]	0,427	0,439	-0,540	-0,446	0,376	1,000	-
$dI_o/dt_{f\ 30/90}$ [kA/μs]	0,300	0,330	-0,651	-0,666	0,372	0,862	1,000

* É importante observar que, exceto para os dados da Tabela 2.4-1, não está claro nos textos de SCHROEDER *et al.* (1999) e NARITA *et al.* (2000) se os coeficientes de correlação das Tabela 2.4-2 e Tabela 2.4-3 foram calculados conforme a equação (2.4-79) e aplicando-se o logaritmo nas variáveis.

Tabela 2.4-3 - Coeficientes de correlação para as primeiras descargas negativas apresentados em NARITA *et al.* (2000)

	I_o [kA]	I_{o1} [kA]	$t_{f10/90}$ [μs]	$t_{f30/90}$ [μs]	$dI_o/dt_{f\text{ máx}}$ [kA/μs]	$dI_o/dt_{f10/90}$ [kA/μs]
I_{o1} [kA]	0,997	1,000	-	-	-	-
$t_{f10/90}$ [μs]	0,293	0,295	1,000	-	-	-
$t_{f30/90}$ [μs]	0,363	0,365	0,841	1,000	-	-
$dI_o/dt_{f\text{ máx}}$ [kA/μs]	0,846	0,852	0,042	-0,028	1,000	-
$dI_o/dt_{f10/90}$ [kA/μs]	0,881	0,883	-0,187	-0,036	0,854	1,000
$dI_o/dt_{f30/90}$ [kA/μs]	0,828	0,830	-0,196	-0,216	0,910	0,948

Com relação ao desenvolvimento de funções do tipo (2.4-80), ANDERSON e ERIKSSON (1980) empregaram análises computacionais aos dados de BERGER *et al.* (1975) utilizando a variável I_o como preditora. Como resultado destas análises, tais autores concluíram que praticamente não existe correlação entre as amplitudes das correntes das primeiras descargas descendentes negativas e as amplitudes das descargas descendentes subseqüentes, e obtiveram elevado coeficiente de correlação entre a derivada da corrente e I_o , sendo:

Primeiras descargas:

$$dI_o / dt_{f\text{ máx}} = 3,9 I_o^{0,55} ; \quad (2.4-81)$$

$$dI_o / dt_{f30/90} = 3,2 I_o^{0,25} . \quad (2.4-82)$$

Descargas subseqüentes:

$$dI_o / dt_{f\text{ máx}} = 3,8 I_o^{0,93} ; \quad (2.4-83)$$

$$dI_o / dt_{f30/90} = 6,9 I_o^{4,2} . \quad (2.4-84)$$

Similarmente, SCHROEDER (2001), avaliando os resultados das medições efetuadas na Estação da Serra do Cachimbo, no Estado de Minas Gerais, Brasil, e, também utilizando as amplitudes das correntes como variáveis preditoras, obteve:

Primeiras descargas:

$$t_{f\ 30/90} = 0,12 I_{o1}^{0,87} . \quad (2.4-85)$$

Descargas subseqüentes:

$$dI_o / dt_{f\ máx} = 6,20 I_o^{0,56} . \quad (2.4-86)$$

Por sua vez, NARITA *et al.* (2000) somente obtiveram elevados coeficientes de correlação entre a amplitude máxima da corrente e $dI_o / dt_{f\ 30/90}$ e $dI_o / dt_{f\ máx}$, e propuseram, para as primeiras descargas:

$$dI_o / dt_{f\ 30/90} = 6,9 I_o^{4,2} ; \quad (2.4-87)$$

$$dI_o / dt_{f\ máx} = 0,76 I_o^{0,79} . \quad (2.4-88)$$

Nas equações (2.4-81) a (2.4-88), I_o é dado em kA , t_f em μ s e dI_o/dt_f em kA/ μ s .

Em linhas gerais, considerando-se esses trabalhos e outros publicados sobre o relacionamento entre a amplitude da corrente de uma descarga negativa e o tempo de frente, nota-se que é baixa a densidade de probabilidade de ocorrência simultânea de correntes com alta intensidade e tempos de frente muito reduzidos, bem como a da ocorrência de correntes com reduzida intensidade e tempo de frente muito altos. Portanto, em um processo matemático que envolva a simulação de valores de parâmetros característicos da corrente de descarga atmosférica, como é o caso da metodologia para cálculo do desempenho de linhas a descargas atmosféricas apresentada no capítulo 8, conclui-se que é fundamental incluir adequadamente a probabilidade conjunta dos principais parâmetros envolvidos.

Não menos importante, salienta-se que o emprego de formulações que proporcionem tal filtragem deve ser feito com muita cautela, como, por exemplo, o emprego das equações (2.4-81) a (2.4-88), pois, como pode ser visto nas Tabela 2.4-1 a Tabela 2.4-3,

os coeficientes de correlação entre os parâmetros mais importantes, isto é, a amplitude, o tempo de frente e a derivada máxima da corrente, são muito baixos.

2.5 Densidade de descargas atmosféricas para o solo

A densidade de descargas para o solo, ou seja, o número de descargas para o solo por área e por determinado período, é também um parâmetro bastante importante para o estudo em pauta, pelo fato de ter um efeito proporcional sobre o número de curtos-circuitos na linha causados pela incidência de descargas atmosféricas.

Para o conhecimento deste parâmetro, como já comentado, em anos anteriores foi comum o emprego de contadores de descargas atmosféricas nuvem-solo, enquanto que atualmente também se dispõe das informações oriundas dos diversos sistemas de detecção e acompanhamento das descargas atmosféricas, embora estas informações em muitas situações se caracterizem apenas como aproximações.

A título de exemplo de dados por todo o globo terrestre, disponibiliza-se no endereço eletrônico da NASA na Internet várias informações para cópia. Por exemplo, no endereço <http://thunder.nsstc.nasa.gov/data/OTDsummaries/> pode-se copiar registros de incidência de descargas atmosféricas obtidos pelo sistema OTD ao longo de vários anos. Destas informações, nota-se claramente que a maior parte das descargas se dá nas regiões intertropicais e sobre as massas de terra, e não nos oceanos, apesar do sistema não ser capaz de distinguir se a descarga se dá entre nuvens ou entre nuvem e solo.

Para exemplificação de dados globais brasileiros, na Tabela 2.5-1 (FONSECA, 1978) mostram-se valores calculados a partir de medições obtidas por contadores de descarga instalados pelo CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica) durante o período de 1973 a 1977 em 13 localidades ao longo da rota do sistema de Itaipu e em 3 no Rio de Janeiro; na Tabela 2.5-2 (ANDRADE *et al.*, 1998) mostram-se valores para 26 localidades distribuídas por áreas de concessão de empresas participantes da CPTA (Comissão de Planejamento da Transmissão da Amazônia), sendo uma no Rio de Janeiro, durante o período de 1992 a 1997.

Tabela 2.5-1 - Densidade de descargas para o solo no período de 1973 a 1977

Localidade	UF	Densidade de Descargas [descargas/km ² /ano]					
		Ano					Valor Médio
		1973	1974	1975	1976	1977	
Foz do Iguaçu	PR	-	3,83	6,51	4,20	4,59	4,78
Céu Azul	PR	-	2,11	2,82	2,37	2,87	2,54
Guaraniaçu	PR	-	0,48	0,76	1,01	1,61	0,97
Santa Maria	PR	-	5,08	7,38	6,86	5,08	6,10
Três Bicos	PR	-	6,09	9,73	8,84	11,67	9,08
Alto do Ampara	PR	-	3,80	2,50	1,65	0,78	2,18
Pirai do Sul	PR	3,81	4,40	9,21	9,64	8,29	7,07
Capão Bonito	SP	-	6,97	16,44	11,64	12,15	11,80
Embu-Guaçu	SP	-	-	-	-	7,24	7,24
Apiáí	SP	-	9,02	7,32	9,03	-	8,46
Itararé	SP	-	2,76	2,26	-	-	2,51
S. J. dos Campos	SP	-	-	-	-	10,66	10,66
Cachoeira Paulista	SP	-	3,76	6,53	5,57	4,77	5,16
Funil	RJ	-	3,59	3,86	3,21	4,03	3,67
Adrianópolis	RJ	-	-	10,27	-	-	10,27
Jacarepaguá	RJ	-	-	2,27	-	-	2,27

Tabela 2.5-2 - Densidade de descargas para o solo no período de 1992 a 1997

Localidade	UF	Densidade de Descargas [descargas/km ² /ano]					Valor Médio
		Ano					
		1992/ 1993	1993/ 1994	1994/ 1995	1995/ 1996	1996/ 1997	
Rio Branco	AC	-	2,33	3,06	2,97	2,71	2,77
Bom Jesus da Lapa	BA	-	-	1,99	1,87	2,06	1,97
Funil	BA	-	-	0,54	0,75	1,40	0,90
Olindina	BA	-	0,57	0,93	1,21	1,77	1,12
Paulo Afonso	BA	-	0,38	0,54	0,19	ND *	0,37
Banabuiú	CE	-	-	1,95	1,31	0,96	1,41
Fortaleza	CE	-	-	0,80	1,07	0,33	0,73
Milagres	CE	-	-	1,51	2,61	5,72	3,28
Sobral	CE	-	-	-	1,39	1,06	1,23
Imperatriz	MA	-	6,04	2,47	5,16	2,56	4,06
Miranda	MA	-	6,41	3,69	5,69	4,78	5,14
Peritoró	MA	-	4,93	3,45	2,80	2,32	3,38
Presidente Dutra	MA	-	4,03	0,87	2,63	0,73	2,07
Couto Magalhães	MT	-	7,22	5,16	4,92	2,37	4,92
Cuiabá	MT	-	4,30	7,22	5,20	4,00	5,18
Rondonópolis	MT	-	6,80	5,20	6,49	4,76	5,81
Tucuruí	PA	5,66	5,04	3,43	5,16	3,30	4,52
Recife	PE	-	-	0,22	0,23	0,55	0,33
Boa Esperança	PI	-	-	-	4,83	4,48	4,66
Piripiri	PI	-	-	-	8,03	6,35	7,19
São João do Piauí	PI	-	-	-	1,87	ND	1,87
Ilha do Fundão	RJ	4,20	4,44	4,06	8,20	3,38	4,86
Açú	RN	-	-	2,14	1,67	1,54	1,78
Natal	RN	-	-	0,56	0,16	0,24	0,32
Porto Velho	RO	-	7,29	5,34	5,58	5,66	5,97
Jardim	SE	-	0,61	0,12	0,18	0,80	0,43

Noutra estratégia bastante adotada no passado, quando não era comum conhecer-se o valor da densidade de descargas para o solo em uma determinada região em estudo, calculava-se este parâmetro em função do nível cerâmico da região, o qual indica apenas o número de dias por ano com ocorrência de trovoada. Por outro lado, uma vez que uma única descarga ou uma série delas durante algumas horas serão contadas como um único dia de trovoada, o nível cerâmico também não reflete, necessariamente, apenas o número de descargas para o solo.

* A sigla ND (não disponível) indica que no ciclo climático houve uma lacuna nas leituras, tornando o dado do ciclo indisponível.

Ao se unir em um mapa as localidades de um mesmo nível cerâmico, são obtidas curvas isocerâmicas, tal como se mostra para todo o Brasil na Figura 2.5-1, obtida da Norma Nacional NBR nº 5419 (ABNT, 1993).

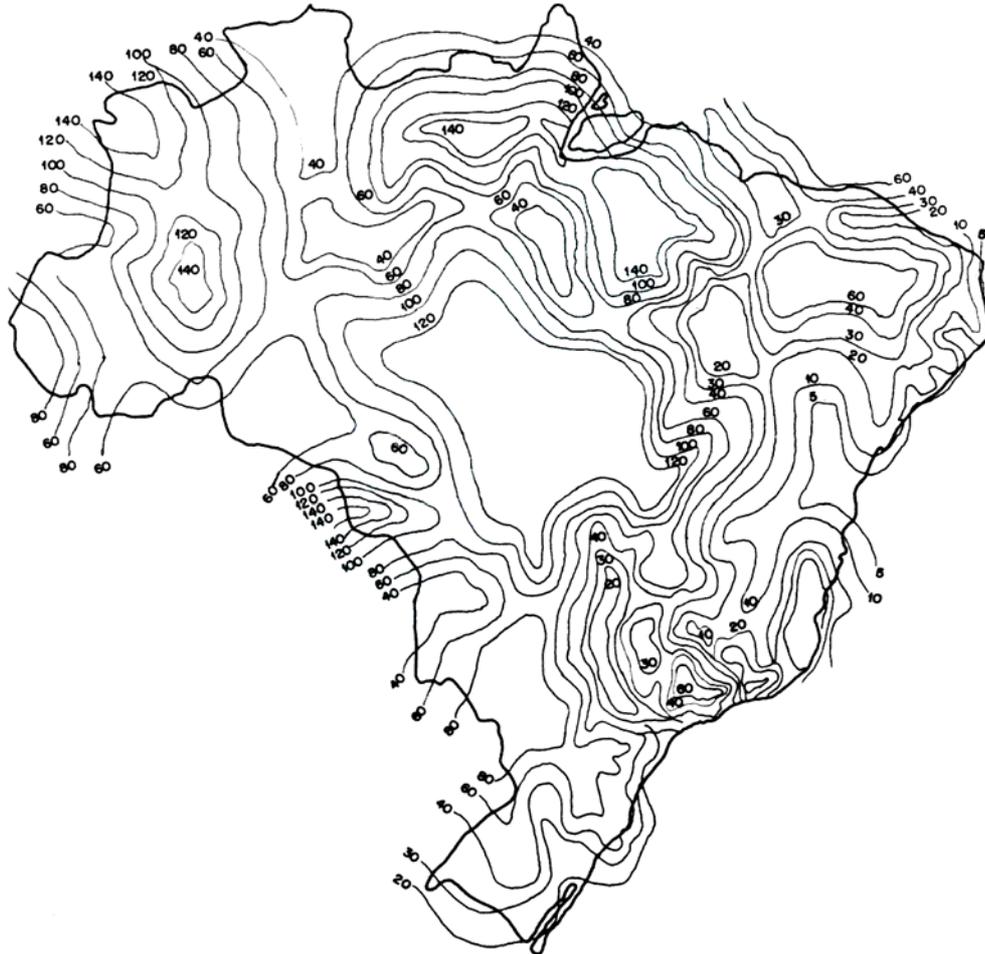


Figura 2.5-1 - Mapa isocerâmico do Brasil

A conversão do nível cerâmico para densidade de descargas para o solo é feita por meio de equações empíricas, normalmente do tipo (CHAMBERS e ALMON, 1962, ERIKSSON, 1978, CORTINA *et al.*, 1980, GRANT *et al.*, 1985, ANDERSON *et al.*, 1993, ABNT, 1993, IEC, 1993, DINIZ *et al.*, 1996, IEEE, 1997):

$$N_g = a N_i^b \quad ; \quad (2.5-1)$$

sendo:

N_g - densidade de descargas para o solo [descargas/km²/ano];

a e b - constantes, cujos valores são determinadas empiricamente;

N_i - nível cerâmico.

Alguns trabalhos recentes (ALONSO *et al.*, 2001, TORRES *et al.*, 2001, CHEN *et al.*, 2004) continuam a investigar correlações do tipo (2.5-1), sugerindo termos adicionais na equação ou diferentes equações considerando o efeito da latitude ou da orografia.

A título adicional, buscando-se exemplificar a necessidade dos cuidados a serem tomados com o emprego de equações dessa natureza, fez-se nesta tese um simples exercício, para o território brasileiro, considerando-se os dados apresentados nas Tabela 2.5-1 e Tabela 2.5-2 e níveis cerâmicos obtidos a partir das curvas da Figura 2.5-1. Sem se incorporar qualquer variação com a latitude ou com a topografia do terreno ou ainda condicionamentos mais específicos associados ao movimento das nuvens, calculou-se as curvas apresentadas na Figura 2.5-2, ora impondo-se o coeficiente b igual a 1 e ora deixando-o livre, como tipicamente apresentado em trabalhos técnicos sobre o tema. Note-se desta figura que há uma fraca correlação entre a função interpolante e os valores medidos, o que sugere que procedimentos como este, envolvendo uma única função interpolante para uma região de dimensões continentais e sujeita a demasiadas variações climáticas e de orografia como é o caso do Brasil, sejam evitados. Fica então claro que uma aproximação melhor seria tratar uma pequena região ou Estado isoladamente, a exemplo dos resultados apresentados em CARVALHO *et al.* (1997) para o Estado de Minas Gerais.

Portanto, considerando-se os aspectos anteriores, desde que haja informação confiável disponível, se possível validada, por exemplo confrontando-se os resultados obtidos por diferentes técnicas de medição, ou oriundos de contadores de descargas atmosféricas ou oriundos de sistemas de detecção e acompanhamento de descargas atmosféricas, sugere-se que se empregue diretamente o parâmetro densidade de descargas, ao invés do seu cômputo a partir do nível cerâmico.

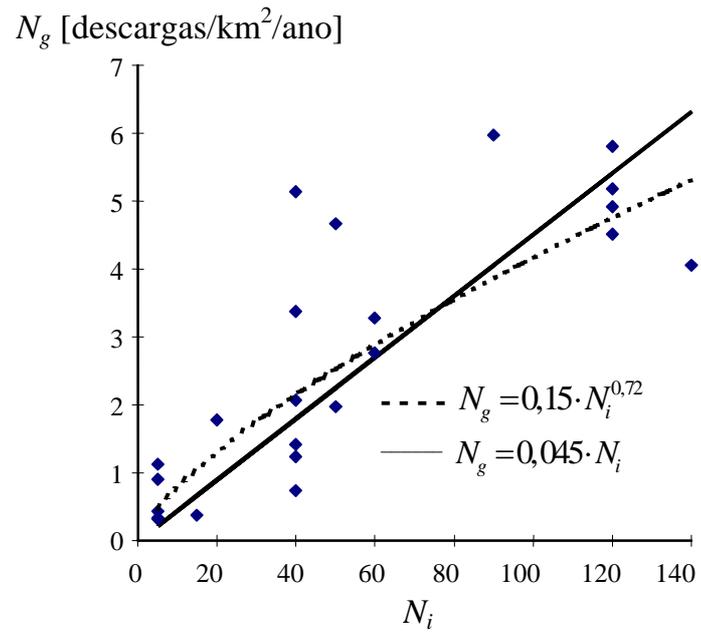


Figura 2.5-2 - Correlação entre a densidade de descargas e o nível cerâmico (Brasil)

CAPÍTULO 3 - Incidência direta e indireta de descargas atmosféricas

3.1 O modelo eletrogeométrico

Com a evolução das linhas de transmissão, cada vez com estruturas mais altas e com tensões operativas mais elevadas, tornou-se cada vez mais necessário desenvolver modelos analíticos capazes de relacionar da melhor forma possível o mecanismo da incidência das descargas atmosféricas com os parâmetros geométricos das linhas de transmissão.

Nesse sentido, surgiu o Modelo Eletrogeométrico (MEG), cujas bases encontram-se em WAGNER *et al.* (1941), WAGNER *et al.* (1942), GOLDE (1945), WAGNER (1963) e ARMSTRONG e WHITEHEAD (1968). Como um principal resultado do MEG, mostrou-se que o ângulo de proteção da linha, que é função da separação entre os cabos pára-raios e do distanciamento destes dos cabos de fase (vide adiante a Figura 3.1-3), devia variar com a altura dos cabos da linha, e não ter um valor fixo, o que era a prática de projeto adotada na época.

Para melhor compreensão da teoria do MEG, seja o fato de que durante a evolução dos sucessivos canais do precursor da descarga descendente negativa, desde que o precursor esteja a uma distância elevada do solo e dos objetos ligados ao solo, o movimento do precursor quase não é influenciado pela localização destes objetos ou pelo solo. Seja também o fato de que, quando o precursor se aproxima do solo ou de outro ponto mais próximo, que pode ser um cabo de fase ou um cabo pára-raios, existe uma tendência de se formar um último canal, que origina a descarga final, se a distância entre o precursor ao solo (ou ao ponto) for inferior a uma distância crítica, r_s . Com fundamentos em formulações aproximadas nos mecanismos físicos básicos de ionização dos canais e de descarga subsequente à formação do último canal, tal distância crítica – por vezes também chamada de raio crítico de atração – pode ser relacionada com a amplitude máxima da corrente de descarga subsequente à formação do último canal.

Tipicamente, tem-se uma relação entre o valor médio de r_s (com probabilidade de 50% de ser excedido), \bar{r}_s , e a amplitude máxima da corrente, I_o , da forma:

$$\bar{r}_s = c I_o^d \quad ; \quad (3.1-1)$$

sendo c e d constantes, cujos valores são determinadas por meio da comparação do desempenho real de linhas com o do modelo analítico e sendo, para alguns modelos, a “constante” c função direta ou indireta (relação com a tensão de operação da linha) da altura dos cabos. Sendo d adimensional e c dado em [m/kA], utilizando-se I_o em [kA] resulta \bar{r}_s em [m].

A distribuição estatística de r_s é de difícil caracterização, podendo, em primeira aproximação, ser considerada gaussiana e com um desvio médio quadrático, σ_{r_s} , da ordem de 10% de r_s (WHITEHEAD, 1974).

Essa relação entre a corrente de descarga e a distância crítica pode ser mais bem compreendida se for considerado que, devido às cargas que são deslocadas pelo precursor da descarga, estabelecem-se campos elétricos de grande intensidade ao redor da linha de transmissão e da torre. Esses, por sua vez, causam o deslocamento de cargas ascendentes em direção a extremidade do precursor, o qual pode deslocar o precursor de sua trajetória inicial, atraindo-o para o solo, um cabo de fase ou um cabo pára-raios. Se forem consideradas iguais distâncias críticas para cabos de fase, cabos pára-raios e solo, a descarga incidirá no ponto mais próximo.

Em princípio, considerando-se toda a extensão de uma linha de transmissão, que pode estar sujeita a variações de orografia e proximidade de obstáculos tais como árvores, torres, radares, antenas, etc, um estudo acurado da incidência de descargas na linha requereria uma análise tridimensional do modelo eletrogeométrico. No entanto, do ponto de vista prático, é usual empregar-se uma análise bidimensional para o estudo de desempenho de linhas com cabos pára-raios, enquanto que para o caso de linhas sem cabos pára-raios, uma análise tridimensional parcial é aconselhável, visando considerar o efeito de blindagem da torre. Já para o caso de subestações ou de instalações isoladas que empreguem radares, antenas, etc, deve-se empregar uma análise totalmente tridimensional, sendo recomendadas estratégias do tipo apresentadas em PORTELA (1998a), PORTELA (1998b) e RODRIGUES e PORTELA (2000).

Uma questão importante é que, como colocado anteriormente, apesar da existência de uma distribuição estatística da distância crítica r_s em torno do valor médio \bar{r}_s , ao longo dos anos os autores passaram a referenciar um único valor de r_s , que era calibrado em

função do desempenho real das linhas. Assim sendo, embora os coeficientes que serão listados no item 3.1.2 adiante serem referenciados à equação (3.1-1), somente aqueles apresentados nos trabalhos de E. R. Whitehead se referem ao valor médio \bar{r}_s .

3.1.1 Ângulo de incidência da descarga atmosférica

Nos sucessivos deslocamentos do precursor de descarga, os sucessivos canais formam, em relação a um plano perpendicular à superfície do solo, ângulos com distribuição estatística (vide a estilização da Figura 1.1-1).

Baseando-se na característica geométrica do modelo eletrogeométrico, propôs-se em ARMSTRONG e WHITEHEAD (1968) uma correlação trigonométrica para a densidade de probabilidade de ocorrência $p_\theta(\theta)$ de um ângulo de inclinação θ antes do salto final e um plano perpendicular qualquer, mas fixo. Essa probabilidade é dada por:

$$p_\theta(\theta) = K_1 \cos^\xi \theta, \quad \text{para } -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 ; \quad (3.1-2)$$

sendo o parâmetro K_1 obtido da integração do valor de $p_\theta(\theta)$ por todo o período de θ , que é igual a unidade. Portanto, a partir das relações básicas entre a função gama, Γ , e a função cosseno (ABRAMOWITZ e STEGUN, 1972), pode-se obter:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_1 \cos^\xi \theta d\theta = 1 \Rightarrow K_1 = \frac{\Gamma\left(\frac{\xi}{2} + 1\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{\xi}{2} + \frac{1}{2}\right)} . \quad (3.1-3)$$

Anos mais tarde, analisando-se os dados de ARMSTRONG e WHITEHEAD (1968), concluiu-se (DARVENIZA *et al.*, 1975) que para linhas com alturas elevadas (designadamente as de tensão muito elevada) o parâmetro ξ era decrescente com a altura H do condutor e, portanto, podia ser considerada uma das seguintes relações:

$$\begin{cases} \xi = K_2 H^{-\eta} \\ \xi = K_2 e^{-\eta H} \end{cases} . \quad (3.1-4)$$

Na época, provavelmente em função das limitações computacionais existentes, investigaram-se três combinações de K_1 e ξ que apresentam comodidade para tratamento analítico, quais sejam:

$K_1 = \frac{1}{2}$ e $\xi = 1$; $K_1 = \frac{2}{\pi}$ e $\xi = 2$; e $\xi = \infty$, que é o caso da incidência vertical e para o qual a função $p_\theta(\theta)$ degenera para a função delta de Dirac. Além disso, por meio de comparação com o desempenho real de linhas com blindagem parcial dos cabos pára-raios, observou-se (BROWN e WHITEHEAD, 1969) que a segunda combinação de K_1 e ξ apresentava melhor ajuste, ou seja,

$$\begin{cases} K_1 = \frac{2}{\pi} \\ \xi = 2 \end{cases}, \quad (3.1-5)$$

a qual desde a sua proposição tem sido bastante empregada nas análises de desempenho de linhas a descargas atmosféricas.

Não obstante, nessa época, Brown e Whitehead afirmaram que o fato de terem usado para a obtenção desses apropriados valores dos coeficientes K_1 e ξ a distribuição de amplitude da corrente de descarga apresentadas em AIEE (1950) poderia acarretar necessidade futura de reavaliação, uma vez que novas distribuições de corrente, como as de K. Berger, estavam em fase de desenvolvimento. Essa análise poderia, sem dúvida, ser feita com maior precisão atualmente, em função da existência de um número muito maior de registros e das facilidades computacionais do presente.

A título de exemplificação, empregando-se os valores (3.1-5) para se calcular a probabilidade acumulada de ocorrência de um ângulo de descarga, em módulo, maior do que θ_0 , isto é,

$$P_\theta(\theta \geq \theta_0) = 2 \frac{2}{\pi} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta, \quad (3.1-6)$$

obteve-se a curva apresentada na Figura 3.1-1.

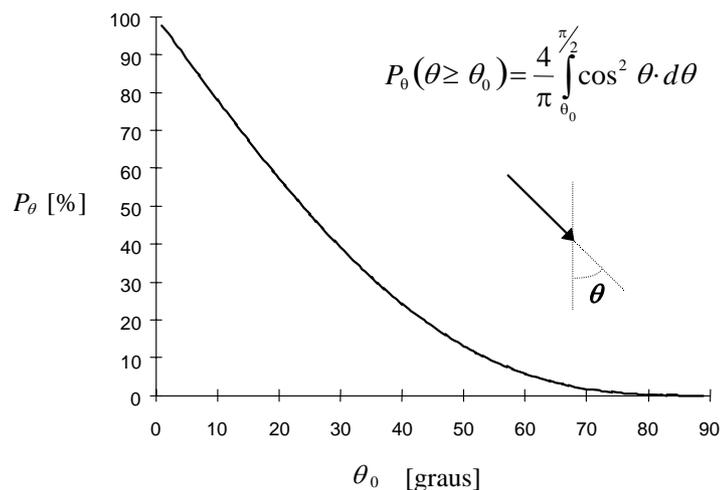


Figura 3.1-1 - Probabilidade acumulada de ocorrência de um ângulo de descarga, em módulo, maior do que θ_0

Apesar de na Figura 3.1-1 ser nítida a grande tendência a incidência de descargas próximas da direção vertical ($\theta = 0$), é fácil demonstrar com as equações anteriores que a suposição de que as descargas incidem somente verticalmente impõe uma redução na área de exposição dos cabos e, portanto, reduz a possibilidade de um cabo ser atingido. Contudo, do levantamento bibliográfico efetuado no âmbito desta tese, observou-se que, desde a proposição da equação (3.1-2) em 1968, não foram muitos os trabalhos publicados que utilizaram a referida variação do ângulo de incidência, podendo-se citar, entre estes: SARGENT (1972), DARVENIZA *et al* (1975), FONSECA (1977), DARVENIZA *et al.* (1979a), PORTELA (1982), SILVA FILHO (1985), PORTELA (1998a), PORTELA (1998b) e RODRIGUES e PORTELA (2000). Realmente, em muitos trabalhos um pouco mais recentes envolvendo os estudos de progressão da descarga (ERIKSSON, 1987a, CHOWDHURI e KOTAPALLI, 1989, DELLERA e GARBAGNATI, 1990, RIZK, 1990) é considerada a incidência das descargas somente na direção vertical. Os Grupos de Trabalho do IEEE para estudos de linhas de distribuição e transmissão também não sugerem o uso de variação do ângulo de incidência (GRANT *et al.*, 1985, IEEE, 1990, ANDERSON *et al.*, 1993). Nesses trabalhos, tenta-se justificar o emprego de somente descargas verticais tanto por questões associadas ao mecanismo da progressão da descarga como pelas incertezas associadas ao cálculo da área de exposição da linha em função da variação da orografia do terreno, ao efeito das flechas dos cabos ao longo dos vãos e à proximidade da linha a objetos ou árvores.

Ainda assim, é de opinião nesta tese que tal aproximação de incidência puramente vertical deve ser evitada; primeiro pelo fato de que muitas de tais comentadas incertezas poderiam ser solucionadas com análises tridimensionais do modelo eletrogeométrico; e segundo que, de acordo com a experiência operacional, algumas linhas cujo projeto foi feito em função de modelos bidimensionais baseados em apenas descargas verticais têm se demonstrado com desempenho bem abaixo do projetado. Outra defesa simples e concreta ao emprego da variação do ângulo de incidência é quando se analisa a incidência de uma descarga atmosférica em dois cabos iguais e paralelos com disposição vertical acima do solo. Nessa análise, se a incidência da descarga fosse somente na vertical, o cabo com altura inferior jamais seria atingido pela descarga, o que se constitui numa inverdade prática.

3.1.2 Breve revisão da bibliografia

A seguir apresentam-se os valores das constantes c e d da equação (3.1-1) publicados por alguns autores e tidos como relevantes.

- WAGNER *et al.* (1941), WAGNER *et al.* (1942), WAGNER (1963)

Wagner desenvolveu um modelo simplificado para o último estágio da descarga atmosférica, o qual, apesar de algumas controvérsias apresentadas na época por alguns autores, foi usado por muitos anos, principalmente porque não existia uma melhor metodologia disponível a ser aplicada até então.

De fato, com o modelo de Wagner, ângulos de proteção dos cabos pára-raios em torno de 30° foram projetados com sucesso para linhas com altura da torre inferiores a 24 m, nomeadamente operando na faixa de tensão entre 115 e 138 kV (WAGNER *et al.*, 1941, WAGNER *et al.*, 1942, ANDERSON *et al.*, 1993). Todavia, tanto o modelo de Wagner como outros semelhantes elaborados nessa época começaram a perder validade ao se projetar as linhas de extra alta tensão, assim como as linhas de circuito duplo de 345 kV (altura da torre em torno de 46 m), que passaram a ter muitos desligamentos (ARMSTRONG e WHITEHEAD, 1964, GOLDE, 1977, ANDERSON *et al.*, 1993).

Tal fato motivou a elaboração de novas versões do modelo eletrogeométrico, as quais são baseadas nos trabalhos de E. R. Whitehead e outros comentados a seguir.

- ARMSTRONG e WHITEHEAD (1968)

Armstrong e Whitehead calibraram um novo modelo para o último estágio da descarga atmosférica em função do desempenho real de 50 linhas com tensões de 110, 138, 330 e 345 kV, as quais também apresentavam ótima taxa de desligamentos (média de 0,1 desligamentos/100 km/ano). Baseando-se no mecanismo da descarga proposto por WAGNER (1963) e na relação entre a tensão do precursor de descarga e a distância crítica proposta por PARIS (1967) e WATANABE (1967) para impulsos de manobra, Armstrong e Whitehead obtiveram:

$$\begin{cases} c_{solo} = 6,7 \beta \\ c_{fs\ pr} = 6,7 \\ d = 0,8 \end{cases} ; \quad (3.1-7)$$

sendo β igual a 0,9 .

Tendo em vista a análise de linhas com blindagem parcial dos cabos pára-raios, Armstrong e Whitehead introduziram a distribuição para o ângulo de incidência apresentada na equação (3.1-2), a ser usada conjuntamente com a distribuição da amplitude da corrente de descarga apresentadas na época pelo Grupo de Trabalho do AIEE (AIEE, 1950).

- BROWN e WHITEHEAD (1969)

Neste subsequente trabalho, baseando-se nas formulações de ARMSTRONG e WHITEHEAD (1968), Brown e Whitehead estenderam suas pesquisas a linhas com blindagem parcialmente efetiva e propuseram uma correção para os coeficientes anteriormente publicados, ou seja:

$$\begin{cases} c_{solo} = 7,1 \beta \\ c_{fs\ pr} = 7,1 \\ d = 0,75 \end{cases} ; \quad (3.1-8)$$

sendo β igual a 0,9 (preferencialmente) ou 1,0 .

- GILMAN e WHITEHEAD (1973), WHITEHEAD (1974)

Gilman e Whitehead tentaram produzir uma versão final do modelo iniciado em ARMSTRONG e WHITEHEAD (1968), e propuseram:

$$\begin{cases} c_{solo} = 6,7 \\ c_{fs\ pr} = 6,7 \\ d = 0,8 \end{cases} . \quad (3.1-9)$$

- DARVENIZA *et al.* (1975)

Inicialmente, Darveniza *et al.* investigaram a equação originalmente proposta em LOVE (1973), onde este refinou computacionalmente os resultados apresentadas nos trabalhos anteriores de Wagner e Whitehead e propôs

$$\bar{r}_s = 0,0513 \left\{ I_o \ln \left(\frac{2\bar{r}_s}{f} \right) \left[I_o \ln \left(\frac{2\bar{r}_s}{g} \right) + 2000 \right] \right\}^{0,6} , \quad (3.1-10)$$

sendo f e g constantes a serem determinadas em função da corrente e tensão da descarga, ou também, aproximadamente, uma equação do tipo (3.1-1) com os coeficientes:

$$\begin{cases} c_{solo} = 10 \\ c_{fs\ pr} = 10 \\ d = 0,65 \end{cases} . \quad (3.1-11)$$

Dessa análise, Darveniza *et al.* apresentaram, para cabos de fase ou cabos pára-raios, a seguinte aproximação da equação (3.1-10):

$$\bar{r}_s = 2 I_o + 30 \left(1 - e^{-\frac{I_o}{6,8}} \right) ; \quad (3.1-12)$$

a qual tem uma aproximação também do tipo (3.1-1) com os coeficientes:

$$\begin{cases} c_{solo} = 9,4 \\ c_{fs\ pr} = 9,4 \\ d = 0,67 \end{cases} . \quad (3.1-13)$$

- ANDERSON (1975), ANDERSON (1982)

Num primeiro estudo, ANDERSON (1975) também analisou a equação (3.1-10) proposta por Love, avaliou os resultados existentes na época juntamente com o mecanismo da descarga, e propôs:

$$\begin{cases} c_{solo} = 9,4 \beta \\ c_{fs\ pr} = 9,4 \\ d = 0,67 \end{cases} \quad ; \quad (3.1-14)$$

sendo β igual a 0,67 e 0,8 para linhas de UAT e EAT, respectivamente.

Em ANDERSON (1982) continuou-se a análise anterior, e apresentaram-se os novos coeficientes:

$$\begin{cases} c_{solo} = 10 \beta \\ c_{fs\ pr} = 10 \\ d = 0,65 \end{cases} \quad ; \quad (3.1-15)$$

sendo agora β igual a 0,64, 0,8 e 1,0 para linhas de UAT, EAT e AT, respectivamente.

- GRANT *et al.* (1985)

Baseando-se nos estudos realizados por E. R. Whitehead na época (citados posteriormente em ERIKSSON (1987b)), que indicavam usar o coeficiente $c = 8,0$, o Grupo de Trabalho do IEEE apresentou neste trabalho os coeficientes:

$$\begin{cases} c_{solo} = 8,0 \beta \\ c_{fs\ pr} = 8,0 \\ d = 0,65 \end{cases} \quad ; \quad (3.1-16)$$

sendo β igual a 0,64, 0,8 e 1,0 para linhas de UAT, EAT e AT, respectivamente.

Deve-se ressaltar que, quando o Grupo de Trabalho do IEEE publicou em 1993 uma atualização dos métodos até então utilizados, foi concluído que o emprego dos coeficientes (3.1-16) requeria fortes ângulos de blindagem, em função de serem

calculados os mínimos valores da distância crítica de salto com tais coeficientes (ANDERSON *et al.*, 1993). Assim, buscando-se obter valores médios, mais adequados ao cálculo, foi sugerido que se retornasse às equações obtidas anteriormente por Love, entretanto empregando-se um ajuste do fator β com a altura dos cabos (vide adiante as equações (3.1-19) a (3.1-21).

Não obstante, cumpre notar que a equação (3.1-12) é largamente utilizada no Setor Elétrico, sendo por muitas vezes verificada boa adequação de seus resultados com valores reais. Também é a equação utilizada pela Norma Nacional NBR nº 5419 (ABNT, 1993).

3.1.3 Modificações do modelo eletrogeométrico

Após a primeira geração de trabalhos sobre o desenvolvimento do modelo eletrogeométrico, os mecanismos do desenvolvimento final da descarga atmosférica para uma linha ou para o solo continuaram a ser pesquisados, o que resultou na proposição de algumas modificações na metodologia estabelecida nos primeiros trabalhos sobre o modelo eletrogeométrico, podendo-se citar os trabalhos de ERIKSSON (1987a), CHOWDHURI e KOTAPALLI (1989), DELLERA e GARBAGNATI (1990) e RIZK (1990).

Nesses “novos modelos”, comumente designados por “modelos de progressão do canal da descarga”, valendo-se de um volume maior de resultados experimentais, tentou-se modelar melhor a progressão dos canais descendentes e ascendentes e confirmou-se que a distância crítica varia com a amplitude máxima da corrente de descarga e com a altura dos cabos.

É importante observar que se cita nos novos trabalhos o fato do MEG ter sido calibrado em função da distribuição da amplitude de corrente de descarga apresentada em AIEE (1950) e que, muitas vezes, o uso do MEG conduz a estimativa de reduzidas taxas de desligamentos e a ângulos de proteção dos cabos pára-raios muito conservativos (negativos), especialmente para estruturas muito altas. Por outro lado, deve-se frisar que também são muitas as críticas sobre o emprego dessa “nova” geração de modelos. Algumas críticas são baseadas no fato do desenvolvimento desses modelos requerer algumas hipóteses de cálculo parcialmente esclarecidas; outras pelo fato de ser difícil

reproduzir com o seu uso alguns resultados de medições reais em linhas, talvez porque a maioria destes modelos somente considera a incidência vertical da descarga.

Portanto, apenas como informação complementar, a seguir apresentam-se os valores mais recentes dos parâmetros da equação (3.1-1). Da mesma forma, utilizando-se I_o em [kA], resulta \bar{r}_c em [m]. As alturas Hm e Ht significam a altura média dos cabos de fase e altura da torre, respectivamente.

- ERIKSSON (1987b)

Eriksson visou introduzir uma correção sensível à altura dos cabos no cálculo do parâmetro c ; além disso, tratou a terminação da descarga para o solo como uma condição preestabelecida, traduzida por c_{solo} igual a zero, obtendo:

$$\begin{cases} c_{solo} = 0 \\ c_{fs\ pr} = 0,67 Hm^{0,6}, \text{ para cabos de fase} \\ c_{fs\ pr} = 0,67 Ht^{0,6}, \text{ para cabos PR} \\ d = 0,74 \end{cases} \quad (3.1-17)$$

Uma crítica interessante foi feita por HILEMAN (1987) a esses parâmetros propostos por Eriksson. Hileman concluiu que, usando esses coeficientes para calcular o ângulo de proteção dos cabos pára-raios para blindagem efetiva das fases, ter-se-ia que este ângulo seria praticamente insensível à variação da altura média dos cabos pára-raios ou da altura média dos cabos de fase, enquanto que, segundo Eriksson, a altura tinha suma importância nos cálculos.

- RIZK (1990)

Com uma correção menos sensível do parâmetro c à altura dos cabos em relação à proposta em ERIKSSON (1987b), Rizk chegou aos seguintes valores* :

$$\begin{cases} c_{fs\ pr} = 1,57 Hm^{0,45} \\ d = 0,69 \end{cases} \quad (3.1-18)$$

* Não há menção clara em (RIZK, 1990) de como é calculado o coeficiente c_{solo} ou, se como se fez em (ERIKSSON, 1987b), considera-se este coeficiente igual a zero.

Esses coeficientes foram obtidos variando a amplitude da corrente de descarga de 5 a 31 kA e a altura Ht de 10 a 50 m .

Usando esses coeficientes, ao contrário da análise feita por Hileman para os coeficientes propostos em ERIKSSON (1987b), Rizk percebeu que o ângulo de proteção dos cabos pára-raios para blindagem efetiva das fases era mais sensível à altura dos cabos, mas que ambos os modelos dele e de Eriksson não conduziam a ângulos de proteção negativos.

- ANDERSON *et al.* (1993)

Buscando-se manter o mesmo tipo de equacionamento de trabalhos anteriores, ajustou-se neste trabalho do grupo do IEEE o fator β à equação apresentada em LOVE (1973) tal que o número de descargas incidentes em um cabo acima do solo fosse o mais próximo daquele calculado pelos coeficientes de Rizk dados nas equações (3.1-18). Assim fazendo, obteve-se:

$$\begin{cases} c_{solo} = 10 \beta \\ c_{fs\ pr} = 10 \\ d = 0,65 \end{cases} ; \quad (3.1-19)$$

sendo:

$$\beta = 0,36 + 0,168 \ln(43 - Hm) ; \quad (3.1-20)$$

ou, aproximadamente:

$$\begin{cases} \beta = 0,9 , & \text{para } Hm < 24 \text{ m} \\ \beta = 22 / Hm , & \text{para } 24 \text{ m} < Hm < 37 \text{ m} . \\ \beta = 0,6 , & \text{para } Hm > 37 \text{ m} \end{cases} \quad (3.1-21)$$

Em ANDERSON *et al.* (1993) concluiu-se que a aplicação desses coeficientes para o cálculo das falhas de blindagem dos cabos pára-raios para linhas de 345 , 500 e 765 kV levou a reduzidas quantidades de desligamentos e a valores próximos daqueles verificados na situação real.

3.1.4 Zonas de exposição dos cabos à descarga atmosférica

Para facilidade de compreensão deste item, seja um exemplo de linha de transmissão trifásica com dois cabos pára-raios cuja geometria das torres é mostrada na Figura 3.1-2, sendo representados pelos índices “1”, “2” e “3” os cabos de fase e pelos índices “4” e “5” os cabos pára-raios. Considera-se que as fases são formadas por feixes de cabos com o tradicional formato circular (com 0,4572 m de espaçamento entre cabos), os quais, para o tipo de estudo a ser feito, em função das pequenas distâncias que resultam entre cabos de uma mesma fase em relação às distâncias entre fases diferentes, podem ser representados por um único cabo equivalente no seu centro.

Além disso, em primeira aproximação, assumam-se que as distâncias entre cabos de fase e entre cabos pára-raios e o solo possam ser consideradas constantes ao longo do vão, desconsidere-se a eventual incidência de descargas atmosféricas nos elementos metálicos das torres e despreze-se a variação da orografia e os efeitos de proximidades da linha a outros elementos, os quais também poderiam “captar” parte das descargas que progridem em direção aos cabos da linha, tal que possa ser empregado com poucas restrições o modelo eletrogeométrico bidimensional.

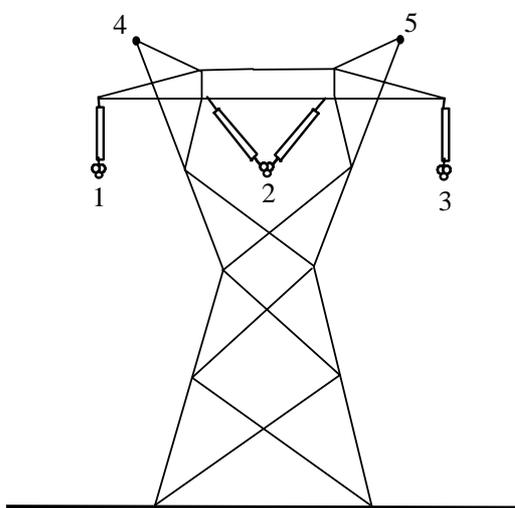


Figura 3.1-2 - Geometria para um exemplo de linha trifásica com 2 cabos pára-raios

Nesses termos, considerando-se para este exemplo que a distância \bar{r}_s é igual para salto final, tanto para cabos de fase ou cabos pára-raios, quanto para solo, na Figura 3.1-3 tem-se a representação esquemática das zonas de exposição para a mesma linha e para

determinada distância r_s . Para uma melhor visualização, referenciou-se as distâncias de incidência aos cabos da linha ao invés da extremidade do último precursor.

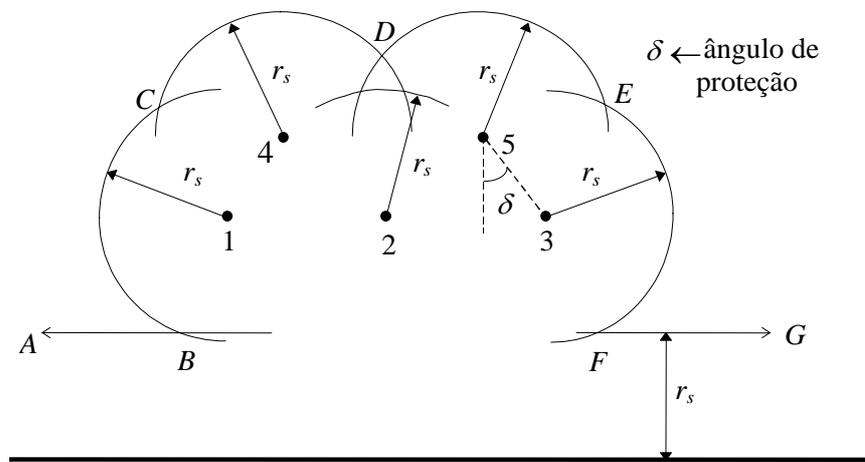


Figura 3.1-3 - Zonas de exposição

Para a distância r_s da Figura 3.1-3, tem-se as seguintes zonas de exposição:

- AB e FG - solo.
- BC e EF - fases externas.
- CD e DE - cabos pára-raios.

Note-se que, neste exemplo, para a distância r_s considerada, a fase central é totalmente blindada pelos outros cabos.

Usualmente, denomina-se o ângulo δ , como mostrado na Figura 3.1-3, o ângulo de proteção dos cabos das fases externas pelos cabos pára-raios. O ângulo δ é considerado positivo se os cabos das fases estiverem mais afastados da linha de centro da linha do que os cabos pára-raios; caso contrário, é considerado negativo.

Por vezes, algumas complexidades devem ser adicionadas às simplificações adotadas para o cálculo de r_s , a saber (PORTELA, 1982):

- Pelo fato da distância r_s ter comportamento estatístico se, por exemplo, o precursor estiver a distâncias não muito diferentes de dois cabos, o salto final não se dá sempre para o cabo mais próximo, tendo caráter estatístico a probabilidade do salto final se dar para um ou outro dos cabos próximos.

- Se o precursor se encontrar a uma distância da ordem de r_s de um cabo de fase que, nesse instante, tenha carga (devido à tensão normal aplicada à linha), de sinal oposto à carga do precursor, haverá maior probabilidade de salto do precursor para esse cabo, o que, portanto, será mais significativo para linhas de muito alta tensão, e menos significativo para linhas de média tensão.
- Quando o precursor alcança pontos distantes da ordem de r_s de dois ou mais cabos, podem ocorrer descargas praticamente simultâneas para dois ou mais cabos, ou ainda para um cabo e o solo.

Na Figura 3.1-4 apresentam-se, esquematicamente, as zonas de exposição, para quatro valores da distância r_s , respectivamente, r_s^i , r_s^{ii} , r_s^{iii} e r_s^{iv} . Na Figura 3.1-5, utilizando-se como referência a extremidade do último precursor, mostra-se a distância de salto limite $r_{s\ lim}$, a qual pode associar-se um valor limite de I_o , abaixo do qual sempre existirá a probabilidade de descarga direta nos cabos de fase, sendo essa probabilidade tanto maior quanto menor for o valor de I_o .

Alguns aspectos sobre a probabilidade da incidência das descargas na linha em função do valor de r_s (ou do valor de I_o) podem ser extraídos da análise das Figura 3.1-4 e Figura 3.1-5, a saber:

- Com o aumento da altura dos cabos em relação ao solo ou com a aproximação dos cabos pára-raios das fases, aumenta a probabilidade de descargas sobre as fases da linha, pois descargas de menor intensidade já não serão captadas para o solo. É o que surge quando se faz o estudo com as alturas dos cabos junto à estrutura da linha.
- Com o aumento do valor de r_s , as zonas de exposição variam de tal forma que a fase central passa a ser blindada pelos cabos pára-raios e, em seguida, as fases externas pelos cabos pára-raios ou pelo solo. Em síntese, para o ângulo de proteção δ positivo do exemplo e I_o muito elevado, significativamente as descargas incidirão diretamente nos cabos pára-raios, postes ou solo.
- Com a redução do ângulo de proteção δ , diminui a probabilidade de descarga nos cabos das fases externas. No entanto, em alguns casos, isso pode elevar a probabilidade de descarga no cabo da fase central.

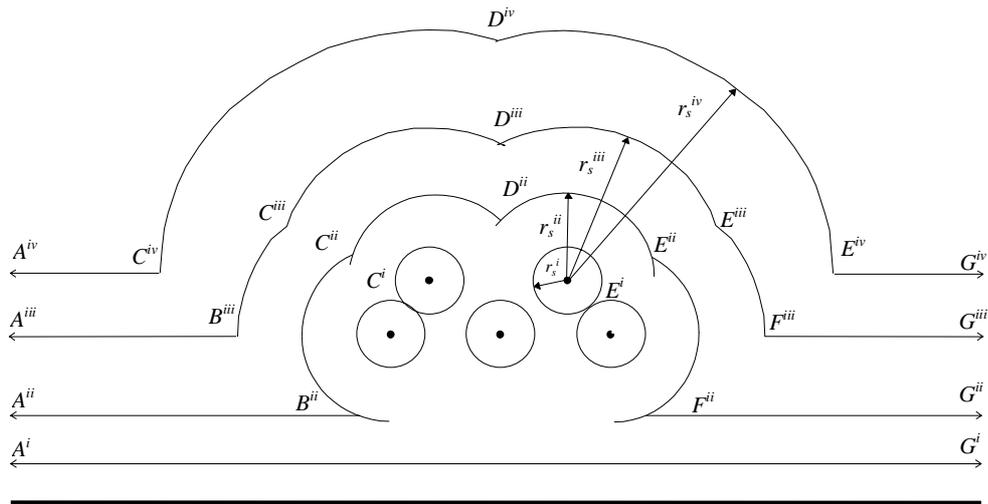


Figura 3.1-4 - Zonas de exposição para quatro valores da distância r_s

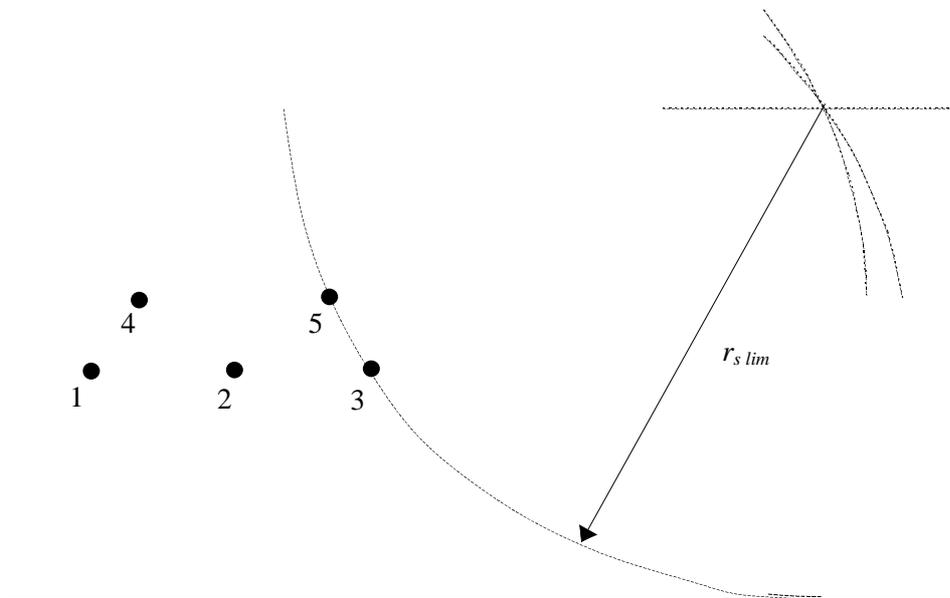


Figura 3.1-5 - Distância de salto limite $r_{s lim}$

Na Figura 3.1-6 mostra-se, esquematicamente, a zona de proteção assegurada por dois cabos pára-raios para uma distância de salto r_s ; isto é, se os cabos de fase estiverem na região A, não sofrerão incidência de descargas atmosféricas diretas. Na Figura 3.1-7 mostra-se a zona de proteção para uma linha com somente um cabo pára-raios.

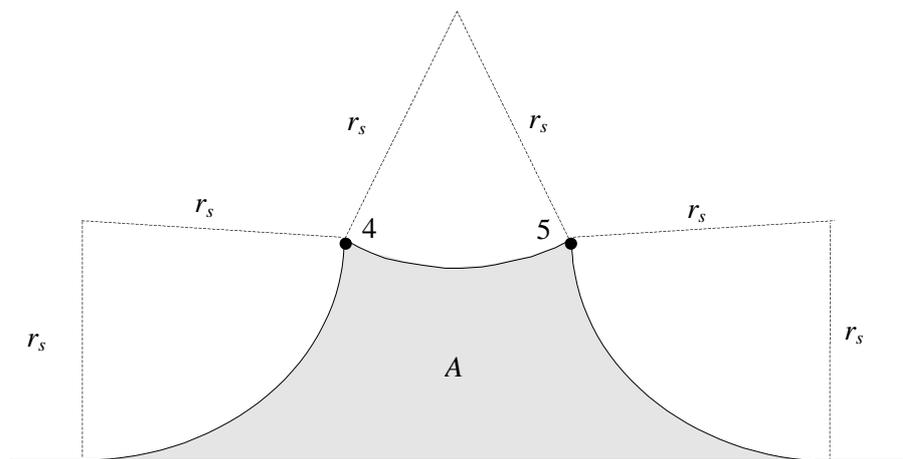


Figura 3.1-6 - Zona de proteção assegurada por dois cabos pára-raios

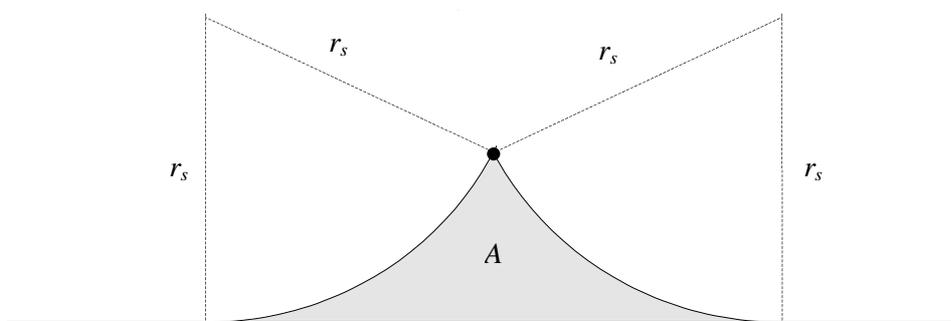


Figura 3.1-7 - Zona de proteção assegurada por um cabo pára-raios

3.2 Cálculo do número de descargas atmosféricas que atingem os cabos da linha (descargas diretas)

3.2.1 Cálculo empregando as características probabilísticas dos parâmetros da descarga

Seja o exemplo de um cabo de uma linha, de índice k , paralelo ao solo, como está mostrado na Figura 3.2-1. O ângulo θ é o ângulo da projeção do precursor de descarga sobre um plano perpendicular à diretriz da linha com um plano vertical paralelo à diretriz da linha. $r_{s k}$ e $r_{s solo}$ são as distâncias críticas de salto para o cabo e para o solo, respectivamente.

De acordo com as bases do Modelo Eletrogeométrico apresentadas no item 3.1, para cada valor das distâncias críticas $r_{s k}$ e $r_{s solo}$ e do ângulo θ , sendo $r_{s k}$ e $r_{s solo}$ função de

I_o , incidirão nesse cabo de índice k descargas atmosféricas que, na ausência da linha, incidiriam no solo, numa faixa paralela à linha, de largura D_{dk} , sendo D_{dk} função de r_{sk} , $r_{s\ solo}$ e θ .

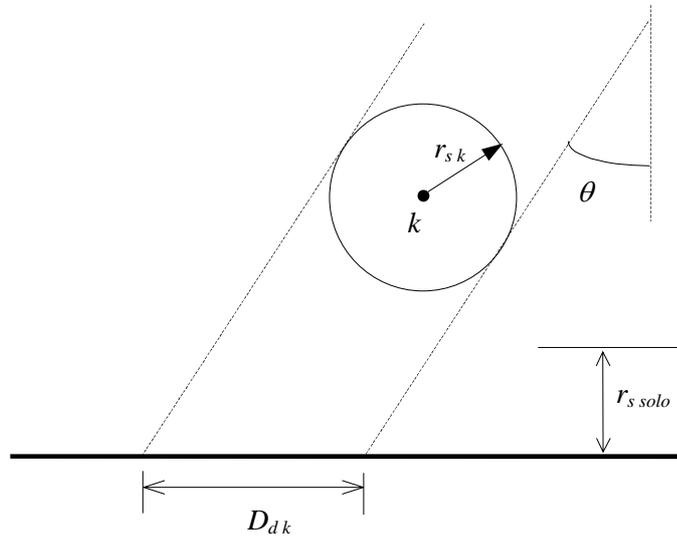


Figura 3.2-1 - Largura de faixa no solo na qual incidiriam as descargas que incidem no cabo de índice k , na ausência do cabo, em função de r_{sk} , $r_{s\ solo}$ e θ

Seja agora o caso de serem considerados todos os cabos da linha e, para exemplificação, seja uma linha trifásica com um cabo por fase (ou um cabo equivalente representativo de um feixe de cabos da fase) e com dois cabos pára-raios, como se mostra na Figura 3.2-2. Nesta figura, as larguras D_{d1} , D_{d3} , D_{d4} e D_{d5} correspondem às larguras de faixa no solo na qual incidiriam as descargas que incidem nos cabos de índices “1”, “3”, “4” e “5”, para os valores exemplificados de r_{sk} , $r_{s\ solo}$ e θ . Note-se que, para tais valores de r_{sk} , $r_{s\ solo}$ e θ , não incidem descargas no cabo de índice “2”, pelo fato de que este fica totalmente blindado pelos outros cabos.

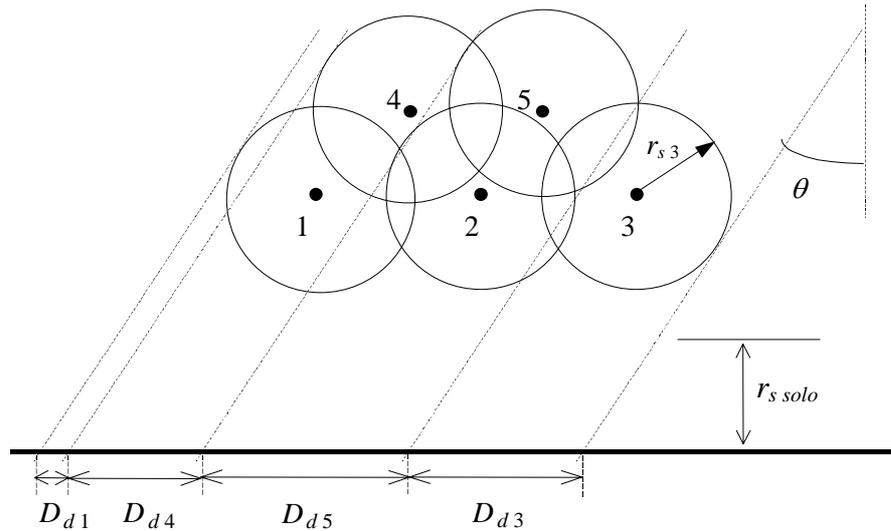


Figura 3.2-2 - Larguras de faixa no solo na qual incidiriam as descargas que incidem nos cabos, na ausência dos cabos, em função de $r_{s\ k}$, $r_{s\ solo}$ e θ

Para melhor entendimento, via concretização numérica, considere-se que a Figura 3.2-2 seja uma estilização da Figura 3.2-3 a seguir e seja o uso dos coeficientes (3.1-15).

Considerando-se esses dados, na Figura 3.2-4 apresenta-se a variação das larguras de faixa D_{d1} , D_{d2} e D_{d4} com o ângulo de incidência θ e para $I_o = 0,5\text{ kA}$. Considerou-se as alturas médias dos cabos ao longo do vão, calculadas para os cabos de fase com flechas iguais a 15 m e os cabos pára-raios com flechas iguais a 7,5 m. As variações das larguras de faixa D_{d3} e D_{d5} são simétricas em relação ao ângulo θ às variações das larguras D_{d1} e D_{d4} , respectivamente.

Dessas larguras individuais, pode-se obter as larguras de faixa agrupadas D_{d1-3} , D_{d4-5} e D_{d1-5} , as quais são dadas por:

$$\begin{cases} D_{d1-3} = D_{d1} + D_{d2} + D_{d3} \\ D_{d4-5} = D_{d4} + D_{d5} \\ D_{d1-5} = D_{d1} + D_{d2} + D_{d3} + D_{d4} + D_{d5} \end{cases} \quad ; \quad (3.2-1)$$

sendo:

- D_{d1-3} - largura da faixa, paralela à linha, na qual, na ausência da linha, incidiriam as descargas que incidem nos cabos de fase.

- D_{d4-5} - largura da faixa, paralela à linha, na qual, na ausência da linha, incidiriam as descargas que incidem nos cabos pára-raios.
- D_{d1-5} - largura da faixa, paralela à linha, na qual, na ausência da linha, incidiriam as descargas que incidem nos cabos de fase e nos cabos pára-raios.

É importante observar que, nos exemplos das Figura 3.2-1 e Figura 3.2-2, dados os valores pequenos das distâncias $r_{s k}$, não há interseção da reta horizontal de altura $r_{s solo}$ com os círculos de raio $r_{s k}$ centrados nos eixos de cada cabo de índice k . Entretanto, para valores elevados de $r_{s k}$, por exemplo para os valores r_s^{iii} e r_s^{iv} assinalados na Figura 3.1-4, tal interseção ocorre, e a mesma impõe uma redução dos valores das larguras de faixa associadas aos cabos mais afastados, pois parte das descargas passarão a atingir diretamente o solo, conforme se ilustra na Figura 3.2-5. Necessita-se, então, nesse caso, apenas calcular primeiramente tal interseção para o cálculo das larguras de faixa corretas. Nesse ensejo, tem efeito semelhante a influência de elementos situados próximos à linha, conforme o caso muito simplificado da Figura 3.2-6.

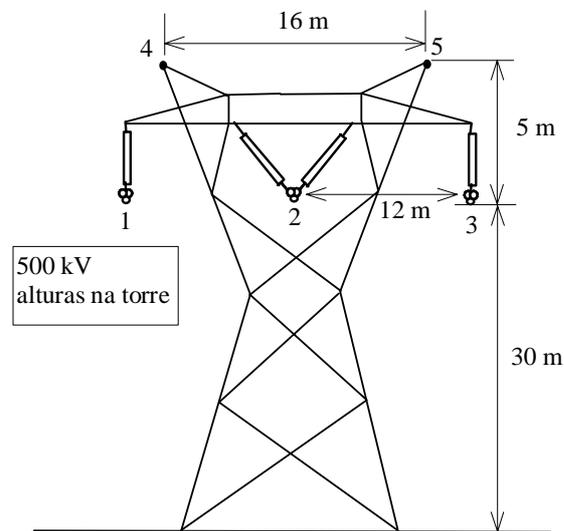


Figura 3.2-3 - Geometria para um exemplo de linha de transmissão trifásica com 2 cabos pára-raios

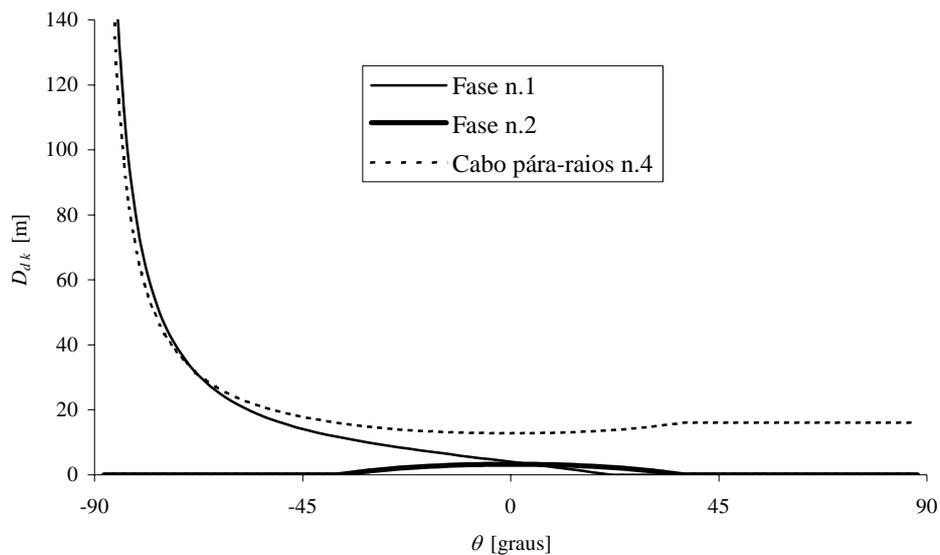


Figura 3.2-4 - Larguras de faixa D_{dk} em função do ângulo θ , para $I_o = 0,5$ kA

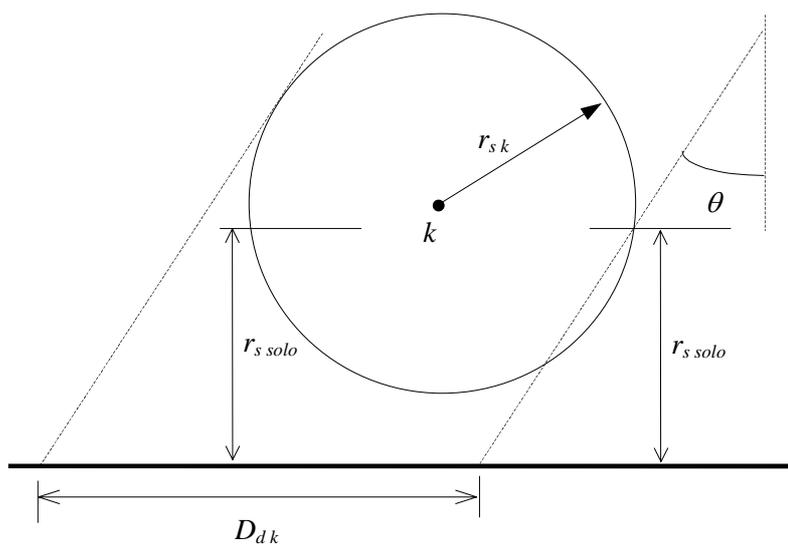


Figura 3.2-5 - Largura de faixa no solo na qual incidiriam as descargas que incidem no cabo de índice k , na ausência do cabo, em função de r_{sk} , $r_{s\ solo}$ e θ , e para um valor elevado de r_{sk}

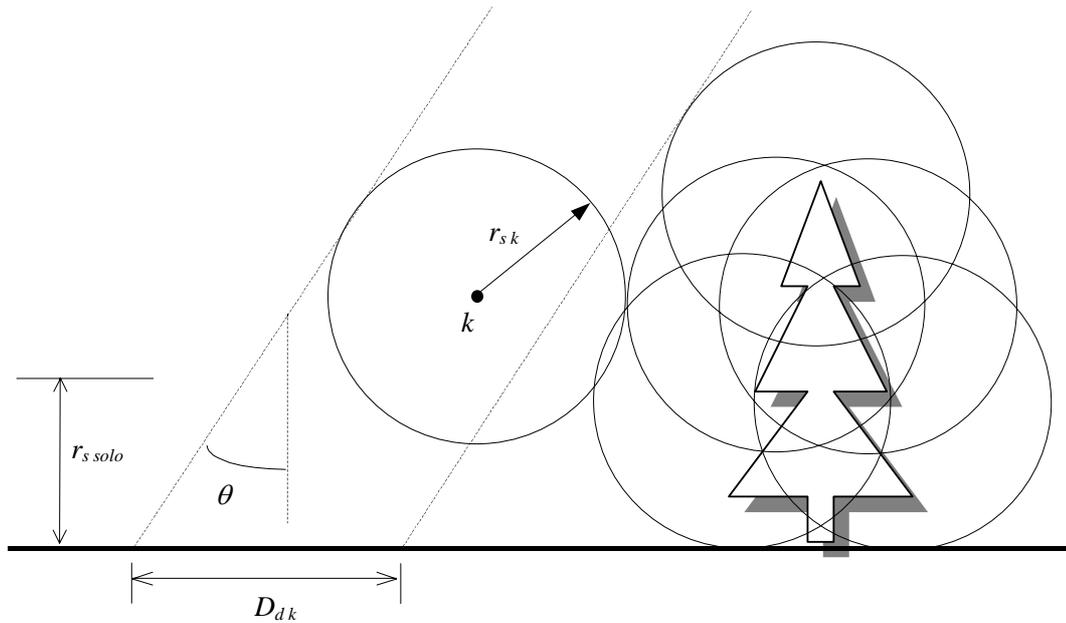


Figura 3.2-6 - Largura de faixa no solo na qual incidiriam as descargas que incidem no cabo de índice k , na ausência do cabo, em função de r_{sk} , $r_{s\ solo}$ e θ , e considerando uma árvore próxima

Voltando ao cabo da Figura 3.2-1, levando-se em conta, também, a densidade de probabilidade do ângulo θ dada por $p_{\theta}(\theta)$, tem-se $p_{\theta}(\theta) d\theta$ sendo a probabilidade do ângulo θ ter um valor na gama $(\theta, \theta + d\theta)$. Portanto, em termos probabilísticos, para cada valor de r_s , considerando-se toda a gama de valores de θ , a largura de faixa D_{dk} é dada por:

$$\bar{D}_{dk} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_{dk}(\theta, I_o) p_{\theta}(\theta) d\theta \quad (3.2-2)$$

Assim sendo, para o exemplo da Figura 3.2-3, utilizando-se a função $p_{\theta}(\theta)$ dada na equação (3.1-2), apresenta-se na Tabela 3.2-1 a variação das distâncias \bar{D}_{dk} em função de I_o . Para melhor visualização, apresenta-se graficamente na Figura 3.2-7 a mesma variação das distâncias \bar{D}_{d1} , \bar{D}_{d4} e \bar{D}_{d1-5} em função de I_o .

Tabela 3.2-1 - Larguras de faixa médias \bar{D}_{dk}

I_o [kA]	$r_{s fs pr}$ [m]	$r_{s solo}$ [m]	\bar{D}_{dk} [m]							
			1	2	3	4	5	1 - 3	4 - 5	1 - 5
0,5	6	5	5,8	1,7	5,8	15,1	15,1	13,3	30,3	43,5
1	10	8	6,5	0,0	6,5	19,9	19,9	13,0	39,8	52,8
2	16	13	7,4	0,0	7,4	25,7	25,7	14,9	51,3	66,2
3	20	16	7,5	0,0	7,5	30,4	30,4	15,0	60,8	75,8
4	25	20	7,2	0,0	7,2	34,6	34,6	14,3	69,1	83,5
5	28	23	6,7	0,0	6,7	38,4	38,4	13,4	76,7	90,1
6	32	26	6,1	0,0	6,1	41,9	41,9	12,3	83,8	96,0
7	35	28	5,5	0,0	5,5	45,2	45,2	11,0	90,4	101,4
8	39	31	4,9	0,0	4,9	48,4	48,4	9,7	96,7	106,4
9	42	33	4,2	0,0	4,2	51,4	51,4	8,4	102,7	111,1
10	45	36	3,5	0,0	3,5	54,3	54,3	7,0	108,5	115,5
12	50	40	2,1	0,0	2,1	59,8	59,8	4,2	119,6	123,7
14	56	44	0,7	0,0	0,7	65,0	65,0	1,4	129,9	131,3
16	61	49	0,0	0,0	0,0	69,4	69,4	0,0	138,7	138,7
18	65	52	0,0	0,0	0,0	73,0	73,0	0,0	146,0	146,0
20	70	56	0,0	0,0	0,0	76,4	76,4	0,0	152,9	152,9
25	81	65	0,0	0,0	0,0	84,3	84,3	0,0	168,6	168,6
30	91	73	0,0	0,0	0,0	91,5	91,5	0,0	183,0	183,0
35	101	81	0,0	0,0	0,0	98,1	98,1	0,0	196,2	196,2
40	110	88	0,0	0,0	0,0	104,3	104,3	0,0	208,7	208,7
45	119	95	0,0	0,0	0,0	110,2	110,2	0,0	220,4	220,4
50	127	102	0,0	0,0	0,0	115,8	115,8	0,0	231,6	231,6
60	143	115	0,0	0,0	0,0	126,3	126,3	0,0	252,6	252,6
70	158	127	0,0	0,0	0,0	136,1	136,1	0,0	272,2	272,2
80	173	138	0,0	0,0	0,0	145,3	145,3	0,0	290,6	290,6
90	186	149	0,0	0,0	0,0	154,1	154,1	0,0	308,1	308,1
100	200	160	0,0	0,0	0,0	162,5	162,5	0,0	324,9	324,9
110	212	170	0,0	0,0	0,0	170,5	170,5	0,0	341,0	341,0
120	225	180	0,0	0,0	0,0	178,3	178,3	0,0	356,6	356,6
130	237	189	0,0	0,0	0,0	185,8	185,8	0,0	371,6	371,6
140	248	199	0,0	0,0	0,0	193,1	193,1	0,0	386,2	386,2
150	260	208	0,0	0,0	0,0	200,2	200,2	0,0	400,4	400,4
160	271	217	0,0	0,0	0,0	207,1	207,1	0,0	414,3	414,3
170	282	225	0,0	0,0	0,0	213,9	213,9	0,0	427,8	427,8
180	292	234	0,0	0,0	0,0	220,5	220,5	0,0	441,0	441,0
190	303	242	0,0	0,0	0,0	227,0	227,0	0,0	454,0	454,0
200	313	250	0,0	0,0	0,0	233,4	233,4	0,0	466,7	466,7

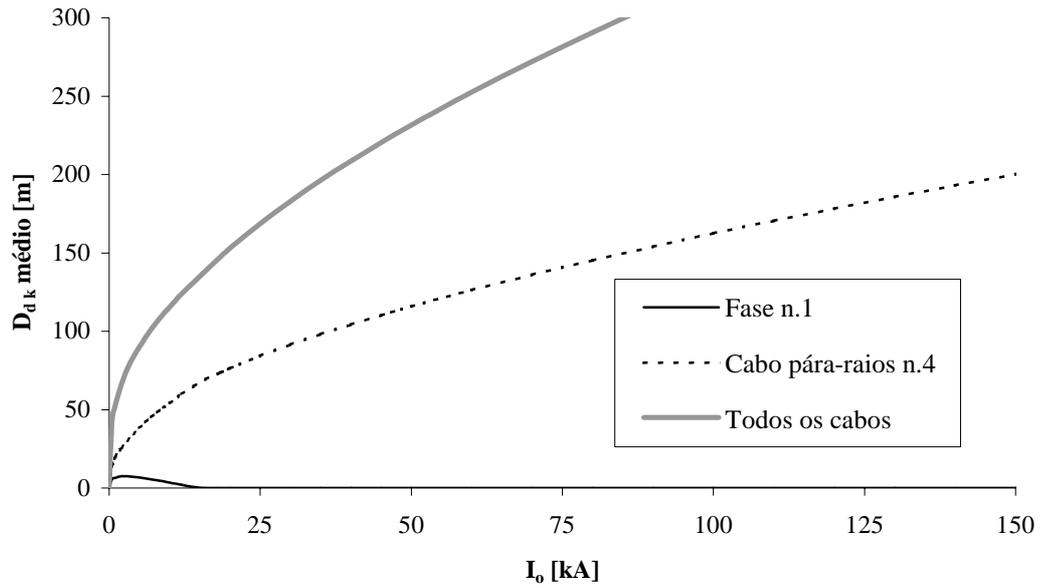


Figura 3.2-7 - Variação das larguras de faixa médias \bar{D}_{d1} (Fase n.1), \bar{D}_{d4} (Cabo pára-raios n.4) e \bar{D}_{d1-5} (Todos os cabos) em função da amplitude da corrente I_o

Podem ser obtidas as seguintes conclusões da Tabela 3.2-1 e da Figura 3.2-7:

- Para amplitudes da corrente de descarga superiores a um determinado valor entre 0,5 e 1 kA não incidem descargas no cabo de fase central.
- Para amplitudes máximas da corrente de descarga superiores a um determinado valor entre 14 e 16 kA não incidem descargas nos cabos de fase externos.

Suponha-se agora que as descargas que, na ausência da linha, incidiriam no solo, têm uma densidade de probabilidade da amplitude máxima da corrente igual a $p_{I_o}(I_o)$, tal que $p_{I_o}(I_o) dI_o$ corresponde à probabilidade da amplitude máxima da corrente ter um valor na gama $(I_o, I_o + dI_o)$. Assim sendo, considerando-se todo o comprimento da linha, l_{LT} , a área total no solo na qual incidiriam as descargas que incidem no cabo de índice k , na ausência do cabo, supondo-se que os parâmetros θ e I_o podem variar ao longo do comprimento da linha, é dada por:

$$\overline{A}_{dk} = \int_0^{l_{LT}} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_{dk}(\theta, I_o, x) p_{\theta}(\theta, x) p_{I_o}(I_o, x) d\theta dI_o dx ; \quad (3.2-3)$$

sendo x uma coordenada longitudinal ao longo do comprimento da linha.

No entanto, se, numa condição mais prática, assume-se a incidência num único vão ou trecho da linha, de comprimento l_{VT} , representativo para toda a linha, sendo então a linha composta por m trechos de comprimento l_{VT} , fica

$$\overline{A}_{dk} = m \int_0^{l_{VT}} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_{dk}(\theta, I_o, x) p_{\theta}(\theta, x) p_{I_o}(I_o, x) d\theta dI_o dx . \quad (3.2-4)$$

Se, além disso, ou por ser o trecho l_{VT} pequeno, ou por ser desprezível a variação da orografia no trecho l_{VT} , ou se é feito um cálculo em primeira aproximação, desprezando-se a variação da largura D_k e dos parâmetros θ e I_o com a coordenada x neste trecho, resulta a expressão bem mais simples:

$$\begin{aligned} \overline{A}_{dk} &= m l_{VT} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_k(\theta, I_o) p_{\theta}(\theta) p_{I_o}(I_o) d\theta dI_o = \\ &= l_{LT} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_k(\theta, I_o) p_{\theta}(\theta) p_{I_o}(I_o) d\theta dI_o \end{aligned} \quad (3.2-5)$$

Nesses termos, sendo N_g a densidade de descargas para o solo na região de instalação da linha em [descargas/km²/ano], o número de descargas diretas no cabo de índice k , por 100 km de linha (comprimento formalmente empregado nos estudos de desempenho) e por ano, é então dado por:

$$Nd_{dk} = K_g \overline{A}_{dk} ; \quad (3.2-6)$$

sendo:

- $K_g = 0,001 C N_g$;
- $C = 100$ (100 km de comprimento de linha);

- $\overline{\overline{D}}_{dk}$ - largura de faixa no solo [m], paralela à linha, na qual, na ausência da linha, incidiriam as descargas que incidem no cabo de índice k , dada por:

$$\overline{\overline{D}}_{dk} = \frac{\overline{\overline{A}}_{dk}}{l_{LT}} . \quad (3.2-7)$$

Tem-se então, aproximadamente, para cada 100 km de linha e por ano, os números de descargas diretas em todos os cabos de fase, em todos os cabos pára-raios e em todos os cabos da linha, respectivamente $Nd_{d \text{ fases}}$, $Nd_{d \text{ pr}}$ e $Nd_{d \text{ fases+pr}}$, dados por:

$$\begin{cases} Nd_{d \text{ fases}} = K_g \overline{\overline{D}}_{d \text{ fases}} \\ Nd_{d \text{ pr}} = K_g \overline{\overline{D}}_{d \text{ pr}} \\ Nd_{d \text{ fases+pr}} = K_g \overline{\overline{D}}_{d \text{ fases+pr}} \end{cases} ; \quad (3.2-8)$$

sendo

$$\begin{cases} \overline{\overline{D}}_{d \text{ fases}} = \frac{\overline{\overline{A}}_{d \text{ fases}}}{l_{LT}} \\ \overline{\overline{D}}_{d \text{ pr}} = \frac{\overline{\overline{A}}_{d \text{ pr}}}{l_{LT}} \\ \overline{\overline{D}}_{d \text{ fases+pr}} = \frac{\overline{\overline{A}}_{d \text{ fases}} + \overline{\overline{A}}_{d \text{ pr}}}{l_{LT}} \end{cases} . \quad (3.2-9)$$

Naturalmente, no caso de uma linha com uma quantidade genérica de fases, nf , e de cabos pára-raios, np , o cálculo das larguras $D_{d \text{ 1-nf}}$, $D_{d \text{ 1-np}}$ e $D_{d \text{ 1-(nf+np)}}$ é análogo, bastando realizar os somatórios (3.2-1).

Um desenvolvimento semelhante também pode ser feito no caso de uma determinada fase de índice i formada por um feixe de cabos cuja geometria requeira um cálculo isolado para cada subcondutor. Salienta-se que essa providência é particularmente útil para a modelagem de linhas de transmissão não convencionais do tipo com feixes de cabos com disposição assimétrica ou irregular, em que a aproximação do feixe de cabos por um único cabo no centro do feixe pode conduzir a significativa imprecisão dos resultados. Alguns exemplos dessas linhas não convencionais, projetadas para possuírem potência natural elevada (LPNE), podem ser

encontrados em ALEKSANDROV *et al.* (1988), SALARI FILHO (1993), GOMES JÚNIOR (1995) e PORTELA e GOMES JÚNIOR (1999).

3.2.2 Cálculo aproximado empregando o conceito de “raio de atração equivalente” das descargas pela linha

Em alguns trabalhos sugere-se calcular (aproximadamente) o número total de descargas anuais incidentes na linha considerando-se um “raio de atração equivalente” das descargas pela linha, com o qual então se calcula uma largura $\overline{\overline{D}}_{ra}$. Essa largura $\overline{\overline{D}}_{ra}$ tem significado semelhante ao da largura total média $\overline{\overline{D}}_{d \text{ fases} + pr}$, apesar de não ser referenciada como tal nos artigos técnicos sobre o tema, ou seja:

$$N_{d \text{ fases} + pr} = K_g \overline{\overline{D}}_{ra} . \quad (3.2-10)$$

As diversas equações desenvolvidas para o cálculo da largura $\overline{\overline{D}}_{ra}$ têm distinção em consequência do grau de sofisticação e dos fundamentos físicos com que foram elaboradas. Em sua maioria, essas equações têm o seguinte aspecto:

$$\overline{\overline{D}}_{ra} = 2 r_a + f \quad [\text{m}] ; \quad (3.2-11)$$

sendo r_a o raio de atração equivalente, que por sua vez é dado pela equação:

$$r_a = g H^h \quad [\text{m}] ; \quad (3.2-12)$$

que é obtida de outra equação do tipo:

$$r_a = I_o^k g' H^h \quad [\text{m}] ; \quad (3.2-13)$$

onde I_o é a amplitude máxima da corrente de descarga com probabilidade de ocorrência de 50 % e k, f, g, g' e h são constantes.

A altura H é associada à altura dos cabos pára-raios ou à média da altura dos cabos de fase, este no caso da linha não possuir cabos pára-raios. Pode-se ainda empregar a altura junto à torre ou a altura média do cabo ao longo do vão, dependendo da origem da equação. No caso da linha com cabos pára-raios, a constante f corresponde ao espaçamento horizontal entre cabos pára-raios [m], sendo igual a zero quando somente

se tem um cabo pára-raios; no caso de não haver cabos pára-raios na linha, costuma-se assumir a constante f igual ao espaçamento horizontal entre os cabos de fase mais afastados à direita e à esquerda. Por vezes, usam-se algumas variações da altura média de cada cabo em função do terreno ser plano, ondulado ou montanhoso.

Conforme os trabalhos publicados, diversos são os valores propostos para as constantes g e h , os quais são estimadas em função do número de descargas incidentes em estruturas reais, mas não necessariamente linhas de distribuição ou transmissão. De um modo geral, associa-se à distância $\overline{\overline{D_{ra}}}$ todas as descargas que incidem na linha, incluindo cabos e torres. Uma exceção são as equações propostas em GOLDE (1945), as quais contemplam separadamente as parcelas da distância $\overline{\overline{D_{ra}}}$ associadas à incidência nos cabos, $\overline{\overline{D_{ra\ cabos}}}$, e na torre, $\overline{\overline{D_{ra\ torre}}}$, sendo $\overline{\overline{D_{ra}}} = \overline{\overline{D_{ra\ cabos}}} + \overline{\overline{D_{ra\ torre}}}$, conforme detalhado mais à frente.

Salienta-se que não se pretende empregar nesta tese tais procedimentos, por se achar que formulações do tipo (3.2-8) são mais adequadas e precisas para as aplicações que serão aqui abordadas. Na realidade, com a equação (3.2-10) somente se calcula aproximadamente o número total de descargas incidentes na linha ($Nd_{d\ fases + pr}$); não se fazendo, portanto, uma separação dos valores por cabo atingido ($Nd_{d\ fases}$ e $Nd_{d\ pr}$). Tampouco se calcula a contribuição de cada gama de valores da corrente de descarga que contribui para o número de descargas incidentes. E, como será visto no capítulo 8, tais informações são necessárias para o cálculo preciso do número de curtos-circuitos na linha devidos a descargas atmosféricas utilizando-se o método numérico implementado.

Portanto, apenas como complementação, a seguir serão somente apresentados os principais valores das constantes g e h propostos pelos autores ao longo dos anos e, ao final do capítulo, serão feitas algumas comparações entre os resultados obtidos com este método aproximado e aqueles obtidos com o método de maior precisão descrito no item anterior.

- GOLDE (1945)

Sendo um dos primeiros a pesquisar o assunto, GOLDE (1945) apresentou um modelo simples para o cálculo de r_a , mas que separava as incidências na torre e nos cabos da

linha, considerando cada vão. Portanto, considerando as duas parcelas da distância $\overline{\overline{D}}_{ra}$ comentadas anteriormente, nomeadamente $\overline{\overline{D}}_{ra\ cabos}$ e $\overline{\overline{D}}_{ra\ torre}$, Golde obteve:

- Linha sem cabos pára-raios

$$\overline{\overline{D}}_{ra\ cabos} : \begin{cases} g = k \\ h = 1 \\ f = k f' \\ k = 1 - \frac{4 H_{torre}}{l_{VT}} \\ H \leftarrow \text{altura média dos cabos de fase} \\ H_{torre} \leftarrow \text{altura da torre} \\ f' \leftarrow \text{distância horizontal entre os cabos de} \\ \quad \text{fase mais afastados} \\ l_{VT} \leftarrow \text{comprimento do vão da linha} \end{cases} ; \quad (3.2-14)$$

$$\overline{\overline{D}}_{ra\ torre} = \frac{4 \pi H_{torre}^2}{l_{VT}} . \quad (3.2-15)$$

- Linha com um cabo pára-raios

$$\overline{\overline{D}}_{ra\ cabos} : \begin{cases} g = 1,5 k \\ h = 1 \\ f = 0 \\ k = 1 - \frac{3,2 H_{torre}}{l_{VT}} \\ H \leftarrow \text{altura média do cabo pára-raios} \\ H_{torre} \leftarrow \text{altura da torre} \end{cases} ; \quad (3.2-16)$$

$$\overline{\overline{D}}_{ra\ torre} = \frac{3,6 \pi H_{torre}^2}{l_{VT}} . \quad (3.2-17)$$

- Linha com dois cabos pára-raios

$$\overline{\overline{D}}_{ra\ cabos} : \begin{cases} g = 1,5 k \\ h = 1 \\ f = k f' \\ k = 1 - \frac{3 H_{torre}}{l_{VT}} \end{cases} ; \quad (3.2-18)$$

$H \leftarrow$ altura média do cabo pára-raios
 $H_{torre} \leftarrow$ altura da torre
 $f' \leftarrow$ distância horizontal entre os cabos pára-raios

$$\overline{\overline{D}}_{ra\ torre} = \frac{3,2 \pi H_{torre}^2}{l_{VT}} . \quad (3.2-19)$$

É interessante notar que, a despeito da existência das equações (3.2-14) a (3.2-19) em GOLDE (1945), costuma-se utilizar uma única equação e designá-la como o “Método de Golde”, a qual tem o sentido de considerar somente a incidência da descarga atmosférica nos cabos da linha, ou seja:

$$\overline{\overline{D}}_{ra} : \begin{cases} g = 2 \\ h = 1 \\ H \leftarrow \text{altura média dos cabos pára-raios} \end{cases} . \quad (3.2-20)$$

• ANDERSON (1975)

A expressão apresentada por Anderson foi um resultado de revisão de outras anteriores, a qual proporcionou na época uma melhor correlação com dados medidos, sendo:

$$\overline{\overline{D}}_{ra} : \begin{cases} g = 2 \\ h = 1,09 \\ H \leftarrow \text{altura média dos cabos pára-raios} \end{cases} . \quad (3.2-21)$$

• ERIKSSON (1987a)

A análise de Eriksson foi baseada em resultados de medições existentes para 3000 descargas incidindo em estruturas com alturas variando de 22 a 540 m de altura. Empregando uma representação do desenvolvimento do precursor de descarga por uma

carga vertical linearmente descendente, para alturas dos cabos pára-raios na torre situadas entre 10 e 100 m , Eriksson chegou aos seguintes coeficientes:

$$\overline{D}_{ra} : \begin{cases} g' = 0,67 \\ k = 0,74 \\ h = 0,6 \\ H \leftarrow \text{altura dos cabos pára-raios na torre} \end{cases} \quad (3.2-22)$$

Um aspecto importante é que, apesar de Eriksson ter obtido os coeficientes (3.2-22) considerando a altura das estruturas, ele concluiu que para a aplicação desses coeficientes visando o cálculo do número de descargas que incidem em uma linha de transmissão algumas vezes seria mais adequado empregar a altura média dos cabos pára-raios. Além disso, em função das incertezas dos dados utilizados e baseando-se num valor médio de corrente de descarga de 35 kA , Eriksson também desenvolveu outro grupo de coeficientes, com sentido de um valor médio do raio de atração equivalente, ou seja:

$$\overline{D}_{ra} : \begin{cases} g = 14 \\ h = 0,6 \\ H \leftarrow \text{altura dos cabos pára-raios na torre} \end{cases} \quad (3.2-23)$$

Esses coeficientes são os que foram recomendados em 1990 pelo Grupo de Trabalho do IEEE para o cálculo do desempenho de linhas de distribuição a descargas atmosféricas (IEEE, 1990) e novamente citados pelo IEEE na Norma nº 1410 em 1997 (IEEE, 1997).

- RIZK (1990)

Nas faixas de amplitude máxima da corrente de descarga entre 5 e 31 kA e de altura dos cabos entre 10 e 50 m , considerando a distribuição da probabilidade de ocorrência de cada amplitude máxima da corrente, Rizk obteve:

$$\overline{D}_{ra} : \begin{cases} g' = 1,57 \\ k = 0,69 \\ g = 19 \\ h = 0,45 \\ H \leftarrow \text{altura média dos cabos pára-raios} \end{cases} \quad (3.2-24)$$

Para uma análise comparativa entre essas diversas alternativas aproximadas para o cálculo do raio de atração da linha, seja o exemplo da Figura 3.2-8, cujos dados foram obtidos em ERIKSSON (1987a) e ANDERSON *et al.* (1993). Cada ponto assinalado significa o raio de atração de uma linha real estimado por intermédio da seguinte expressão:

$$Nd_{d \text{ fases} + pr} = 0,001 C N_g (2 r_a^1 + f) \quad \therefore \quad r_a = 0,5 \left(\frac{10 Nd_{d \text{ fases} + pr}}{N_g} - f \right) . \quad (3.2-25)$$

Nessa expressão utilizou-se a seguinte relação entre o nível cerâmico (N_i) e a densidade de descargas (N_g):

$$N_g = 0,1 N_i \quad . \quad (3.2-26)$$

Na Figura 3.2-8 cada símbolo designa as seguintes linhas com as respectivas incidências observadas (ERIKSSON, 1987a):

A - 49 descargas num período de 6 anos e em uma linha de distribuição teste com tensão de 11 kV e 10 km de comprimento.

B - 309 descargas num período de 8 anos e ao longo de 120 km de uma linha com tensão de 88 kV numa região de nível cerâmico médio igual a 54 .

C - 1077 descargas num período de 10 anos em sete linhas com tensões de 110 e 220 kV numa região de nível cerâmico entre 20 e 35 .

D, E, F, G - 1506 descargas num período de 8 anos em quatro linhas com tensões de 66 a 100 kV numa região de nível cerâmico entre 32 a 34 .

H, I - 70 descargas num período de 2 anos e ao longo de 30 a 50 km de uma linha com tensão de 345 kV numa região de nível cerâmico próximo de 45 .

A dispersão vertical em cada ponto estimado na figura traduz a dispersão do nível cerâmico entre os períodos estudados para cada caso e algumas incertezas com relação às descargas incidentes; a dispersão horizontal traduz a faixa de variação de altura. Pode-se notar claramente que é fraco o ajuste obtido com as curvas em relação aos

valores estimados, o que clarifica que o emprego de equações do tipo (3.2-10) a (3.2-13) deve ser feito com reservas.

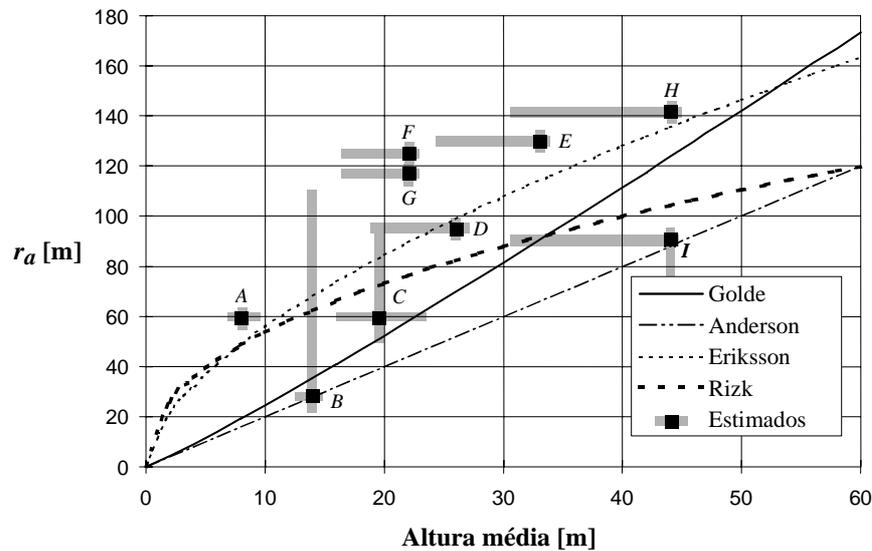


Figura 3.2-8 - Correlação entre o raio de atração e a altura média dos cabos pára-raios para diversas linhas

3.3 Cálculo do número de descargas atmosféricas que atingem o solo próximo à linha (descargas indiretas)

Para a análise da incidência de descargas em pontos do solo nas imediações da linha de transmissão, elaborou-se a seguir um modelo que, para uma linha com determinadas características físicas, considera que após certa distância lateral R_{lim} a contar do eixo central da linha, igual à esquerda e à direita, mas em princípio variável ao longo da linha, a incidência de uma descarga atmosférica no solo não provocará sobretensões significativas para que ocorra um curto-circuito na linha. Dessa forma, pode-se definir um número “finito” de descargas indiretas, que, efetivamente, contribuem para a análise do desempenho da linha à incidência de descargas atmosféricas.

Para melhor entendimento do problema, seja novamente a Figura 3.2-2, na qual se mostrou as larguras de faixa no solo nas quais incidiriam as descargas que incidem nos cabos, na ausência dos cabos. No exemplo dessa figura, elaborada para uma determinada distância de salto r_s e ângulo θ , à esquerda da distância D_{d1} e à direita da distância D_{d3} incidirão no solo as descargas que não incidem nos cabos, isto é, as descargas indiretas. Levando-se em conta a associação entre r_s e a amplitude da corrente de descarga I_o dada pela equação (3.1-1), o mesmo raciocínio poderia ser estabelecido

para uma combinação de I_o e θ . Portanto, em primeira aproximação, a distância R_{lim} pode ser calculada em função de um valor elevado de I_o , tipicamente em torno e não muito superior a 200 kA, que é um valor com uma probabilidade bem pequena de ser excedida (vide item 2.4.2).

Logo, considerando-se o cabo de índice k mostrado na Figura 3.2-1, tem-se na Figura 3.3-1 as larguras de faixa no solo D_{iek} e D_{idk} nas quais incidem as descargas que podem provocar sobretensões significativas no cabo, em função de r_{sk} , r_{solo} e θ . Além disso, para facilidade, definindo-se a largura de faixa no solo total D_{ik} como a soma das duas componentes à esquerda e à direita, fica:

$$D_{ik} = D_{iek} + D_{idk} \quad (3.3-1)$$

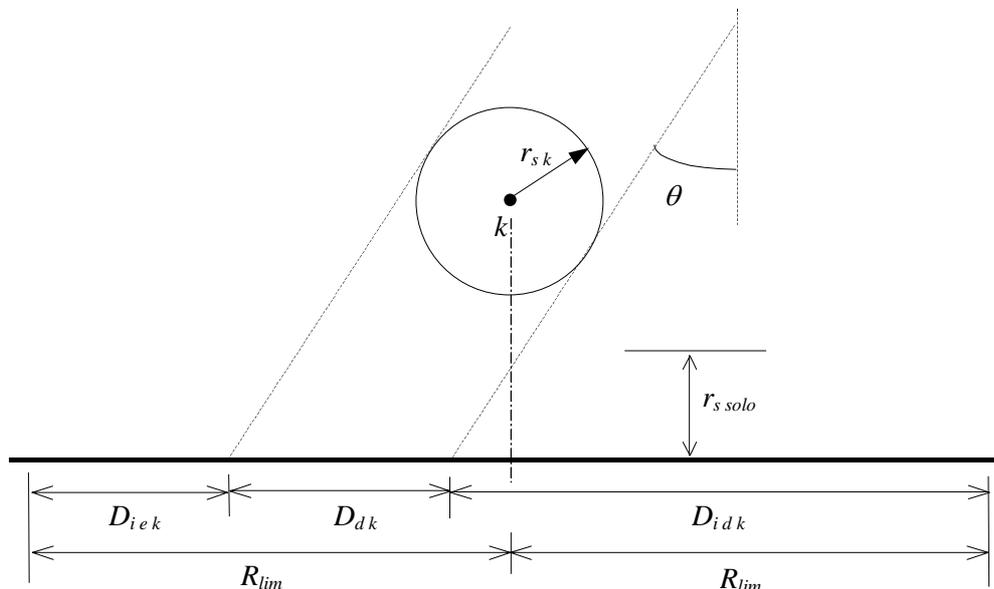


Figura 3.3-1 - Largura de faixa no solo D_{iek} e D_{idk} na qual incidem as descargas que podem provocar sobretensões significativas no cabo de índice k , em função de $r_{s\ k}$, $r_{s\ solo}$ e θ

Naturalmente, considerando-se todos os cabos da linha, semelhante ao modelo desenvolvido para as descargas diretas, pode-se calcular a largura de faixa total no solo D_i na qual incidem as descargas que podem provocar sobretensões significativas na linha.

Esse processo pode ser estendido considerando-se a probabilidade de ocorrência de toda a gama de valores do ângulo de incidência da descarga θ e da amplitude máxima da

corrente I_o , obtendo-se assim a área total no solo na qual incidem as descargas que podem provocar sobretensões significativas da linha, ou seja:

$$\bar{A}_i = \int_0^{l_{LT}} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_i(\theta, I_o, x) p_{\theta}(\theta, x) p_{I_o}(I_o, x) d\theta dI_o dx \quad . \quad (3.3-2)$$

Assumindo-se o trecho l_{VT} da linha como representativo para o estudo de todo o comprimento da linha, tal como feito para a obtenção da expressão (3.2-5), fica

$$\bar{A}_i = l_{LT} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_i(\theta, I_o) p_{\theta}(\theta) p_{I_o}(I_o) d\theta dI_o = 2 l_{LT} R_{lim} - \bar{A}_d \quad , \quad (3.3-3)$$

sendo \bar{A}_d a área relativa às descargas diretas em todos os cabos da linha.

Finalmente, o número de descargas indiretas “efetivas” na linha, por 100 km de linha e por ano, é dado por

$$Nd_i = K_g \bar{D}_i \quad , \quad (3.3-4)$$

sendo \bar{D}_i a largura de faixa no solo [m], paralela à linha, na qual incidem as descargas indiretas “efetivas” na linha, dada por:

$$\bar{D}_i = \frac{\bar{A}_i}{l_{LT}} \quad . \quad (3.3-5)$$

3.4 Exemplos de aplicação

Consideram-se a seguir seis exemplos de aplicação, nos quais se calcula o número de descargas diretas que atingem linhas de transmissão operando entre 34,5 e 500 kV .

Inicialmente, apresentam-se os resultados obtidos com o método que emprega as integrais numéricas dadas nas equações (3.2-8) e que será aqui designado por MEG. Neste caso, para todos os seis exemplos, foram utilizadas as alturas médias dos cabos em relação ao solo; calculou-se a densidade de probabilidade do ângulo de incidência da descarga $p_{\theta}(\theta)$ por meio da equação (3.1-2) e utilizando-se as constantes (3.1-5); calculou-se as distâncias críticas de salto para cabos e para o solo conforme a

equação (3.1-1) e utilizando-se as constantes (3.1-15); e calculou-se a densidade de probabilidade da amplitude da corrente I_o pela equação (2.4-1) e com os parâmetros (2.4-11), ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{\theta}(\theta) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta \\ c_{solo} = 10 \beta \\ c_{fs\ pr} = 10 \\ d = 0,65 \\ \mu_{I_o} = 30 \text{ kA} \\ \sigma_{I_o} = 0,53 \end{array} \right. \quad . \quad (3.4-1)$$

Ao final, tais resultados obtidos com o método MEG foram comparados com os resultados obtidos pelo método simplificado, que emprega a equação (3.2-10), usando-se os coeficientes apresentados em GOLDE (1945) (equação aproximada), ANDERSON (1975), ERIKSSON (1987a) e RIZK (1990).

Assumiou-se o parâmetro densidade de descargas na região de implantação da linha, N_g , como uma constante desconhecida, pelo fato deste não influenciar nas comparações efetuadas. Considerou-se o solo plano, sem obstáculos, e que a linha encontra-se afastada de quaisquer edificações, árvores, ou demais elementos que poderiam “captar” parte das descargas consideradas como incidentes na linha. Deve-se ainda notar que, nos exemplos relativos a linhas com um cabo por fase ou com feixes de cabos circulares tradicionais, considerou-se o feixe aproximado por um único condutor centrado no feixe, enquanto que no exemplo relativo à linha de 500 kV com feixes de cabos com geometria otimizada, para maior precisão dos resultados, tratou-se cada subcondutor isoladamente.

- **Linha de transmissão trifásica convencional de 34,5 kV com circuito simples e postes e cruzetas de madeira**

Este exemplo se refere a uma linha de distribuição trifásica com circuito simples de 34,5 kV, com estruturas do tipo normal, com postes de madeira de 12 m de comprimento (com comprimento do engastamento de 1,8 m), com cruzetas de madeira de 2,40 m de comprimento, com mãos-francesas planas metálicas e com isoladores de pino da classe de tensão 35 kV, conforme consta na Figura 3.4-1.

Cada fase da linha é constituída por um cabo CAA código *swan* e o cabo pára-raios é do tipo 1/4" EHS .

Considera-se o sistema de aterramento formado por três hastes verticais alinhadas, cravadas a 0,5 m da superfície do solo, com comprimento de 3 m e diâmetro de 1/2" cada, e sendo igual a 3 m a distância separação entre as hastes. Supõe-se que tanto o cabo de descida do aterramento do aterramento quanto o cabo de interligação das hastes têm diâmetro igual a 0,5 cm .

Considera-se o vão médio da linha igual a 120 m e que as flechas dos cabos de fase e do cabo pára-raios são iguais a 1,5 m e 0,7 m , respectivamente.

Portanto, os seguintes números de descargas que atingem a linha foram obtidos pelo método MEG:

$$\begin{cases} Nd_{fases} < 10^{-6} N_g \\ Nd_{dpr} = 7,92 N_g \text{ [descargas/100km/ano] .} \\ Nd_{d fases+pr} = 7,92 N_g \end{cases}$$

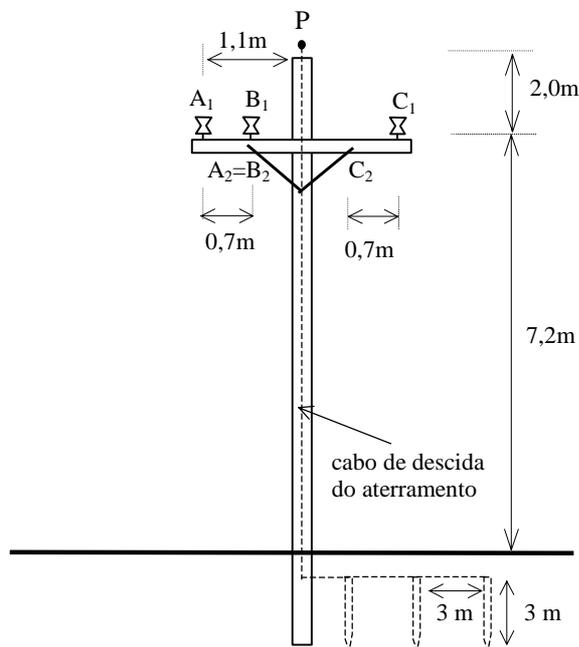


Figura 3.4-1 - Geometria das estruturas da linha de 34,5 kV

- **Linha de transmissão trifásica convencional em 69 kV com circuito simples e postes e cruzetas de concreto**

Este exemplo se refere a uma linha de distribuição trifásica em 69 kV com estruturas com cruzetas de concreto armado e poste de concreto de seção duplo T , conforme consta na Figura 3.4-2. Cada fase é constituída por um cabo CAA código *linnet* e o cabo pára-raios é do tipo 3/8" EHS . Considera-se o vão médio da linha igual a 120 m e que as flechas dos cabos de fase e do cabo pára-raios são iguais a 1,5 m e 0,7 m , respectivamente.

Portanto, os seguintes números de descargas que atingem a linha foram obtidos pelo método MEG:

$$\begin{cases} Nd_{d \text{ fases}} < 10^{-3} N_g \\ Nd_{d \text{ pr}} = 10,54 N_g \text{ [descargas/100km/ano]} \\ Nd_{d \text{ fases+pr}} = 10,54 N_g \end{cases}$$

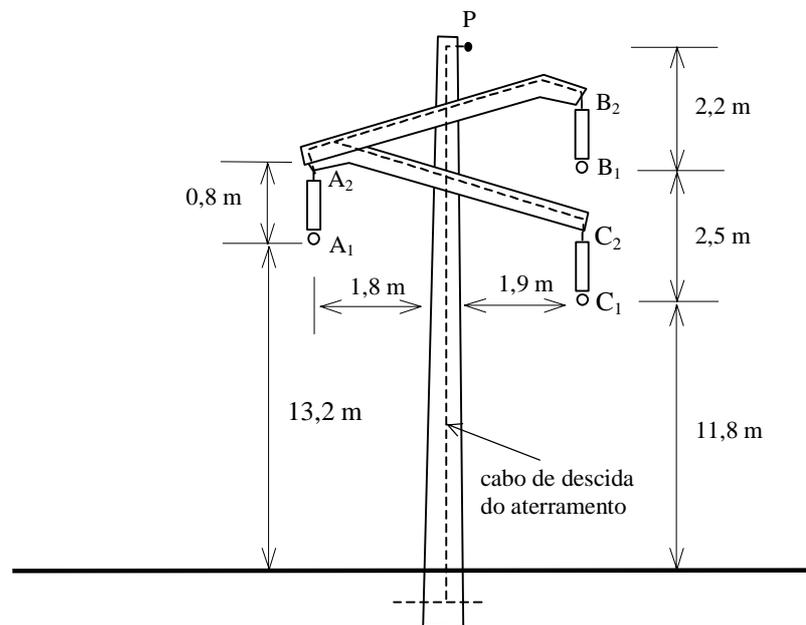


Figura 3.4-2 - Geometria das estruturas da linha de 69 kV

- **Linha de transmissão trifásica convencional de 138 kV com circuito simples e torres metálicas**

Este exemplo se refere a uma linha de transmissão trifásica convencional de 138 kV com circuito simples, um cabo pára-raios e torre metálica, onde se considerou as

distâncias típicas apresentadas na Figura 3.4-3. Cada fase da linha é constituída por um cabo CAA código *linnet* e o cabo pára-raios é do tipo 3/8" EHS . Considera-se o vão médio da linha igual a 300 m e que as flechas dos cabos de fase e do cabo pára-raios são iguais a 7 m e 4 m , respectivamente.

Portanto, os seguintes números de descargas que atingem a linha foram obtidos pelo método MEG:

$$\begin{cases} Nd_{d \text{ fases}} < 10^{-4} N_g \\ Nd_{d \text{ pr}} = 12,28 N_g \text{ [descargas/100km/ano]} \\ Nd_{d \text{ fases+pr}} = 12,28 N_g \end{cases}$$

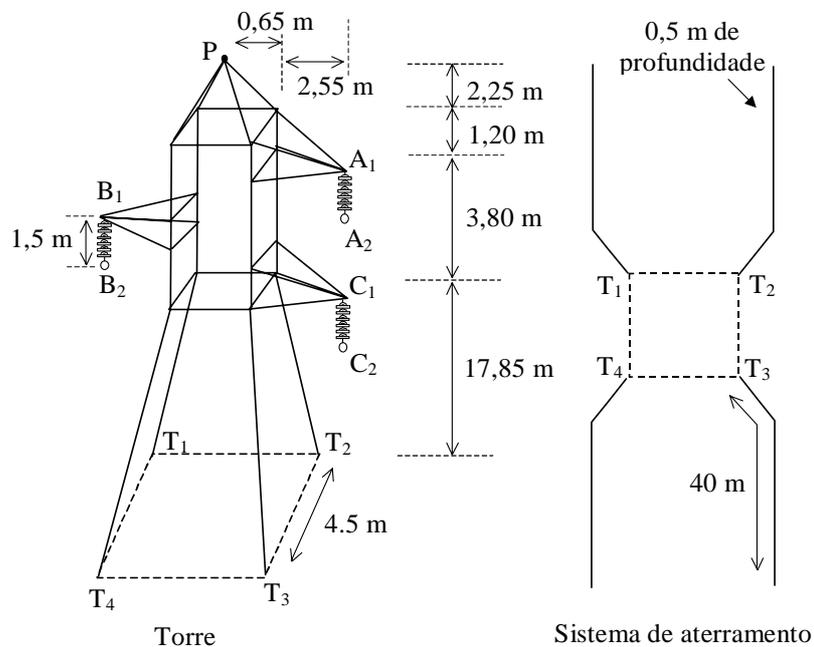


Figura 3.4-3 - Geometria das torres da linha de 138 kV

- **Linha de transmissão trifásica convencional de 230 kV com circuito simples e torres metálicas**

Este exemplo se refere a uma linha de transmissão trifásica convencional de 230 kV com circuito simples, dois cabos pára-raios e torre metálica, cujas distâncias típicas das torres e respectivos sistemas de aterramento estão apresentadas na Figura 3.4-4. Cada fase da linha é constituída por dois cabos ACSR código *rail*, espaçados de 0,4572 m , e os dois cabos pára-raios são do tipo 3/8" EHS. Considera-se o vão

médio da linha igual a 400 m e que as flechas dos cabos de fase e dos cabos pára-raios são iguais a 15 m e 6,5 m , respectivamente.

Portanto, os seguintes números de descargas que atingem a linha foram obtidos pelo método MEG:

$$\begin{cases} Nd_{d \text{ fases}} < 10^{-4} N_g \\ Nd_{d \text{ pr}} = 14,78 N_g \text{ [descargas/100km/ano]} \\ Nd_{d \text{ fases+pr}} = 14,78 N_g \end{cases}$$

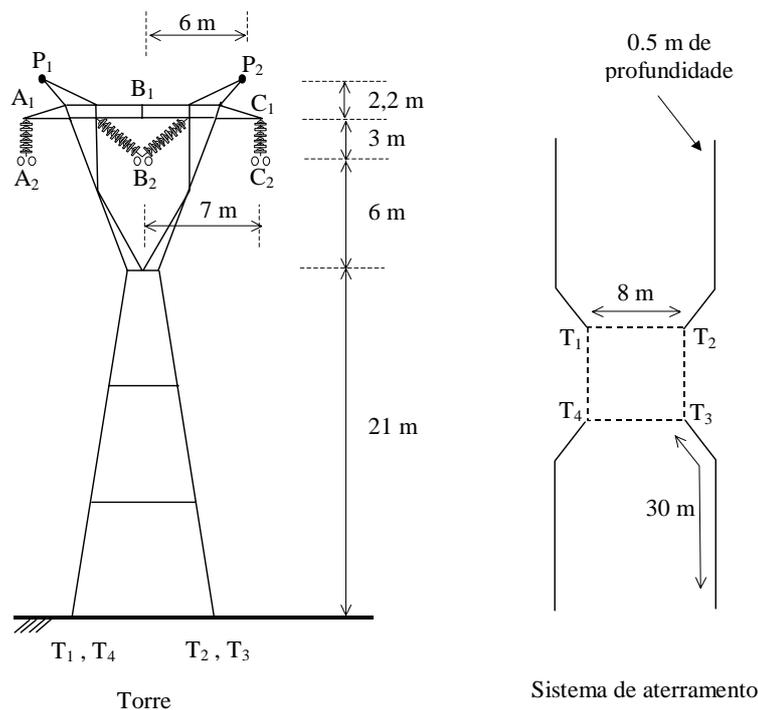


Figura 3.4-4 - Geometria das torres e dos respectivos sistemas de aterramento da linha de 230 kV

- **Linha de transmissão trifásica convencional de 500 kV com circuito duplo e torres metálicas**

Este exemplo se refere a uma linha de transmissão trifásica convencional de 500 kV com circuito duplo, torre metálica, quatro cabos código *lapwing* por fase, espaçados de 0,5 m , e dois cabos pára-raios do tipo 5/8" EHS, conforme a Figura 3.4-5. Considera-se o vão médio da linha igual a 450 m e que as flechas dos cabos de fase e dos cabos pára-raios são iguais a 18,5 m e 8 m , respectivamente.

Portanto, os seguintes números de descargas que atingem a linha foram obtidos pelo método MEG:

$$\begin{cases} Nd_{d \text{ fases}} &= 0,053 N_g \\ Nd_{d \text{ pr}} &= 22,26 N_g \text{ [descargas/100km/ano]} \\ Nd_{d \text{ fases+pr}} &= 22,31 N_g \end{cases}$$

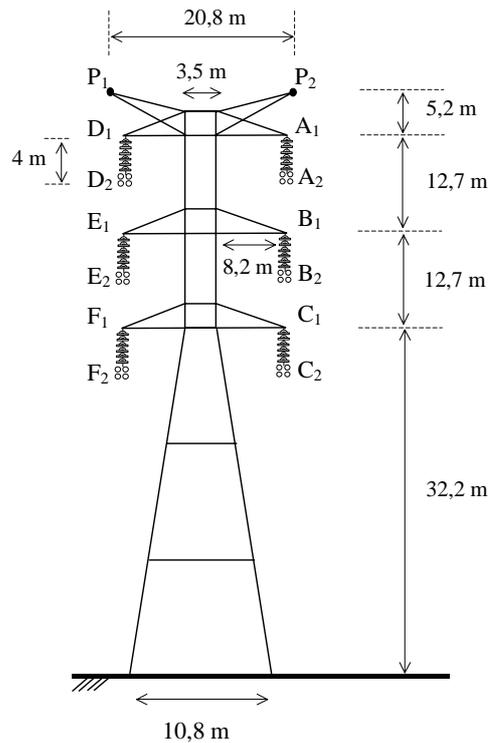


Figura 3.4-5 - Geometria das torres da linha de 500 kV

- **Linha de transmissão trifásica de potência natural elevada (LPNE) e de 500 kV com circuito simples e torres metálicas**

Este exemplo se refere a uma linha de transmissão de 500 kV com circuitos simples e torre metálica e com geometria dos feixes de cabos otimizados para aumento da potência natural da linha (LPNE), conforme a Figura 3.4-6, sendo as distâncias dos feixes às mísulas iguais a 4,0 m . Cada fase é composta por 6 subcondutores CAA código *stilt* e os dois cabos pára-raios são do tipo 3/8" EHS. Considera-se o vão médio da linha igual a 450 m e que as flechas dos cabos de fase e dos cabos pára-raios são iguais a 15 m e 7,5 m , respectivamente. As coordenadas dos cabos em relação ao ponto *O* da Figura 3.4-6 estão apresentadas na Tabela 3.4-1.

Portanto, os seguintes números de descargas que atingem a linha foram obtidos pelo método MEG:

$$\begin{cases} Nd_{d \text{ fases}} < 10^{-6} N_g \\ Nd_{d \text{ pr}} = 19,37 N_g \text{ [descargas/100km/ano]} \\ Nd_{d \text{ fases+pr}} = 19,37 N_g \end{cases}$$

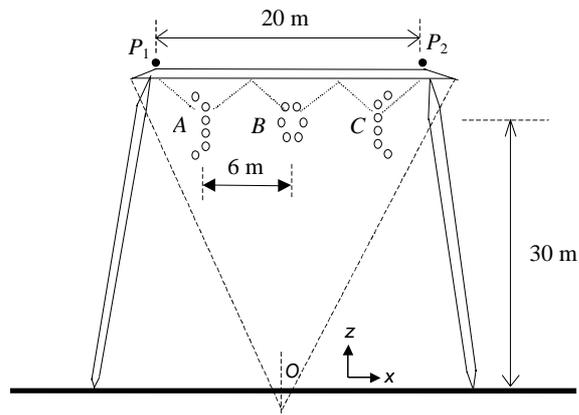


Figura 3.4-6 – Geometria das torres da LPNE de 500 kV

Tabela 3.4-1 – Coordenadas dos cabos da LPNE

Cabo	x [m]	z [m]
<i>A</i>	-6,35	31,80
	-5,75	31,55
	-5,75	31,20
	-5,75	30,60
	-5,75	30,25
	-6,35	30,00
<i>B</i>	0,32	31,45
	0,65	30,90
	0,32	30,00
	-0,32	30,00
	-0,65	30,90
	-0,32	31,45
<i>C</i>	6,35	31,80
	6,35	30,00
	5,75	30,25
	5,75	30,60
	5,75	31,20
	5,75	31,55
<i>P</i> ₁	-10,0	35,4
<i>P</i> ₂	10,0	35,4

Para a análise desses resultados, fez-se o seu agrupamento na Tabela 3.4-2, contudo considerando-se o parâmetro número total de descargas que incidem na linha em relação à densidade de descargas para o solo, ou seja, $Nd_{fases+pr} / N_g$, além de também constarem nesta tabela os resultados aproximados empregando-se a equação (3.2-10) e os coeficientes apresentados em GOLDE (1945), ANDERSON (1975), ERIKSSON (1987a) e RIZK (1990).

Tabela 3.4-2 – Relação entre o número de descargas diretas na linha e a densidade de descargas para o solo, $Nd_{d\text{ fases}+pr} / N_g$

Linha	MEG	GOLDE	ANDERSON	ERIKSSON	RIZK
LT 34,5 kV	7,92	3,49	4,25	10,60	5,04
LT 69 kV	10,54	6,41	8,23	15,05	6,62
LT 138 kV	12,28	8,97	11,87	19,36	7,70
LT 230 kV	14,78	12,35	16,24	23,68	9,69
LT 500 kV conv.	22,31	25,07	35,18	35,65	13,84
LT 500 kV LPNE	19,37	14,16	18,53	25,80	10,83

Em uma primeira análise desses resultados, tomando-se como referência os valores obtidos pelo método MEG, notou-se que os resultados obtidos pelas equações aproximadas são de ordem de grandeza diferentes, apesar de ter ocorrido, em média, uma redução desta divergência para as linhas com tensões mais elevadas. Nesse sentido, também em média, a equação proposta por ANDERSON (1975) foi a que proporcionou melhor ajuste com o método MEG, apesar desta equação não conduzir aos melhores resultados para a linha de 34,5 kV e, em quatro das seis linhas analisadas, conduzir à subestimativa do número de descargas incidentes.

Portanto, para estes exemplos, afigurou-se não haver um grupo de coeficientes aplicados ao método aproximado que proporcionasse regularidade de resultados. Divergências dessa natureza são realmente esperadas, dado que cada respectivo grupo de coeficientes apresentado pelos quatro autores teve diferente procedimento para a sua concepção e validação, nomeadamente com relação à faixa de amplitudes de corrente de descarga atmosférica empregadas, faixa de alturas das estruturas investigadas, forma de consideração do ângulo de incidência da descarga, e densidade de descargas atmosféricas na região e níveis de desempenho das linhas de transmissão empregadas para a validação dos resultados. Logo, conclui-se que, sempre que possível, tais formulações devem realmente ser evitadas.

CAPÍTULO 4 - Análise de algumas metodologias aplicáveis à modelagem de linhas de transmissão

4.1 Introdução

Considerando-se a representação mais geral possível da linha de transmissão para os estudos da incidência de descargas atmosféricas e do cálculo dos efeitos conseqüentes, recaí-se num problema de cálculo conjunto de circuitos ou redes elétricas, de linhas de transmissão e de campos eletromagnéticos tridimensionais.

Tal “circuito elétrico generalizado” pode, portanto, envolver o uso simultâneo de: elementos concentrados do tipo RLC com parâmetros lineares ou não lineares; cabos e eletrodos no ar, os quais podem compor ou representar linhas de transmissão, torres metálicas, estais, placas metálicas, cabos de descida dos sistemas de aterramento, canal da descarga atmosférica etc; cabos e eletrodos enterrados no solo, tais como hastes metálicas, sistemas de aterramento, tubos metálicos etc; transformadores; elementos não-lineares como varistores, pára-raios de linha e chaves controladas por tensão ou corrente; e fontes de tensão e corrente, entre vários outros elementos.

As conexões entre estes elementos são as mais variadas no referido “circuito elétrico”, e as tensões, correntes e o campo eletromagnético podem ser calculados em pontos do circuito ou no meio externo aos elementos do circuito resolvendo-se um conjunto de equações simultâneas.

As metodologias de cálculo existentes para a resolução desses circuitos podem ser desenvolvidas no domínio da freqüência, no domínio do tempo, ou num domínio híbrido freqüência-tempo, considerando-se intrinsecamente neste a natural dualidade entre os dois domínios.

É realmente farta a quantidade de metodologias que foram apresentadas na literatura ao longo dos anos, e, obviamente, cada uma tem as suas vantagens, desvantagens e domínios de aplicação, dependendo do tipo de estudo que se pretende realizar. Mesmo para os grupos principais, a tarefa de aqui descrevê-los em detalhes seria por demais extensa, além de se afastar do escopo principal desta tese. Portanto, a seguir, aponta-se somente alguns aspectos principais de alguns processos que são essenciais para o

melhor entendimento e desenvolvimento dos demais capítulos desta tese, além de também se apresentar dois exemplos de aplicação básicos, provendo-se assim uma comparação expedita entre diferentes métodos para o cálculo da propagação de descargas atmosféricas em linhas de transmissão.

4.2 Equações básicas de uma linha de transmissão

Para o melhor entendimento dos itens a seguir, convém apresentar inicialmente as equações básicas que relacionam as tensões e correntes em uma linha de transmissão. Estas equações serão desenvolvidas sob as seguintes considerações de cálculo:

- O solo é considerado plano, homogêneo e os cabos da linha são considerados horizontais e paralelos entre si, desprezando-se, portanto, os efeitos da variação da orografia e das flechas dos cabos.
- Os efeitos eletromagnéticos das estruturas são desprezados.
- Considera-se os cabos tendo o formato tubular, com raios externo e interno iguais a b e b_0 , respectivamente.
- A distância entre cabos é assumida muito maior do que a soma dos raios dos cabos.
- As grandezas elétricas em questão variam sinusoidalmente, com frequência elétrica f e pulsação $\omega = 2 \pi f$.
- O tempo de propagação em uma direção num plano perpendicular ao eixo da linha é desprezado, e, neste plano, os campos elétrico e magnético são estritamente relacionados no mesmo instante às correntes e as cargas por unidade de comprimento nos cabos.
- Os efeitos da interface de separação entre o ar e o solo no cálculo dos campos eletromagnéticos são considerados de forma aproximada.
- Eventuais conexões galvânicas entre cabos, como ocorre com condutores em feixe, e entre cabos e torres, como pode ocorrer com cabos pára-raios junto à torre, somente são consideradas quando indicado.

4.2.1 Linha monofásica

Sob as hipóteses anteriores, sendo a linha composta por somente um cabo, sem ocorrência do efeito coroa neste cabo *, as equações básicas que relacionam as tensões e correntes no cabo ao longo da coordenada longitudinal x conforme mostrado no trecho de comprimento infinitesimal dx na Figura 4.2-1 são as seguintes (HEDMAN, 1965, PORTELA, 1983):

$$\begin{cases} -\frac{dU}{dx} = Z I \\ -\frac{dI}{dx} = Y U \end{cases} ; \quad (4.2-1)$$

sendo:

U – tensão transversal do cabo [V];

I – corrente longitudinal no cabo [A];

Z – impedância longitudinal do cabo por unidade de comprimento [Ω/m];

Y – admitância transversal do cabo por unidade de comprimento [S/m].

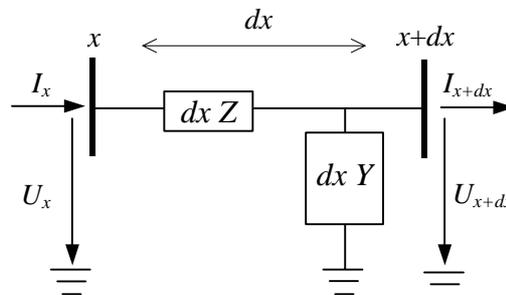


Figura 4.2-1 – Representação de um trecho de linha de transmissão monofásica com comprimento dx

A impedância longitudinal Z pode ser decomposta em três parcelas, ou seja:

$$Z = Z^0 + Z^s + Z^i ; \quad (4.2-2)$$

* Vide o item 6.1 para melhor entendimento deste fenômeno.

sendo:

Z^0 – parcela que considera os cabos e o solo comportando-se como condutores perfeitos, ou seja, com condutividade infinita;

Z^s – parcela que incorpora o efeito do solo real, não se comportando como um condutor ideal;

Z^i – parcela que incorpora o efeito do cabo real, não se comportando como um condutor ideal.

As equações (4.2-1) podem ser combinadas, resultando o sistema de equações

$$\begin{cases} \frac{d^2 U}{dx^2} = Z Y U \\ \frac{d^2 I}{dx^2} = Y Z I \end{cases}, \quad (4.2-3)$$

cuja solução é facilmente encontrada se U e I são dados por equações do tipo

$$\begin{cases} U = U_0 e^{\mp \gamma x} \\ I = I_0 e^{\mp \gamma x} \end{cases}, \quad (4.2-4)$$

onde U_0 e I_0 são complexos, dados por

$$\begin{cases} U_0 = U_{0r} + i U_{0i} = |U_0| e^{i \phi_u} \\ I_0 = I_{0r} + i I_{0i} = |I_0| e^{i \phi_i} \end{cases}, \quad (4.2-5)$$

sendo i a unidade imaginária, ou seja, $i = \sqrt{-1}$, e γ a constante de propagação [m^{-1}], que é calculada por

$$\gamma^2 = Z Y \Rightarrow \gamma = \pm \sqrt{Z Y} \Rightarrow \gamma = \alpha_\gamma + i \beta_\gamma, \quad (4.2-6)$$

onde α_γ é o fator de atenuação [neper/m] e β_γ é o fator de distorção ou de fase [rad/m].

Note-se nas equações (4.2-4) que U e I são apenas funções de x , mas não do tempo t . A inclusão da variação da tensão e da corrente com t , o que resulta no emprego dos parâmetros U e I , é feita incluindo-se o fator $e^{\mp i \omega t}$, dado por:

$$e^{\mp i \omega t} = \cos(\omega t) \mp i \sin(\omega t). \quad (4.2-7)$$

Assim sendo, em notação complexa, em função de x e de t , os complexos associados à tensão e à corrente são iguais a:

$$\begin{cases} U = U_0 e^{\mp \gamma x} e^{\mp i \omega t} \\ I = I_0 e^{\mp \gamma x} e^{\mp i \omega t} \end{cases}. \quad (4.2-8)$$

Cabe notar que, conforme empregado acima, os símbolos “ \mp ”, ou, respectivamente, “ \pm ”, denotam as duas usuais convenções encontradas nas literaturas da física e técnica. Além disso, na expressão (4.2-6), o sinal da raiz de γ deve ser escolhido para que resulte α_γ positivo, e, portanto, que resulte das funções do tipo $e^{-\gamma x}$ o efeito da atenuação do sinal com a propagação no sentido de x crescente.

No domínio real, as tensões e correntes em função de x e t podem ser dadas pela parte real ou pela parte imaginária do complexo. Por exemplo, para a parte real, traduzida pelo símbolo “ \Re ”, fica

$$\begin{cases} u(x,t) = \Re [U] = \Re [U_0 e^{\mp \gamma x} e^{\mp i \omega t}] \\ i(x,t) = \Re [I] = \Re [I_0 e^{\mp \gamma x} e^{\mp i \omega t}] \end{cases}; \quad (4.2-9)$$

ou ainda:

$$\begin{cases} u(x,t) = |U_0| e^{\mp \alpha_\gamma x} \cos(\phi_u \mp \beta_\gamma x \mp \omega t) \\ i(x,t) = |I_0| e^{\mp \alpha_\gamma x} \cos(\phi_i \mp \beta_\gamma x \mp \omega t) \end{cases}. \quad (4.2-10)$$

Pode-se também escrever as equações (4.2-10) numa forma cômoda para a análise por Série de Fourier ou por tensores, ou seja,

$$\begin{cases} u(x,t) = U_r \cos(\omega t) \pm U_i \sin(\omega t) \\ i(x,t) = I_r \cos(\omega t) \pm I_i \sin(\omega t) \end{cases}, \quad (4.2-11)$$

sendo

$$\begin{cases} U_r = |U_0| e^{\mp \alpha_\gamma x} \cos(\phi_u \mp \beta_\gamma x) \\ U_i = |U_0| e^{\mp \alpha_\gamma x} \sin(\phi_u \mp \beta_\gamma x) \end{cases} \quad (4.2-12)$$

e

$$\begin{cases} I_r = |I_0| e^{\mp \alpha_\gamma x} \cos(\phi_i \mp \beta_\gamma x) \\ I_i = |I_0| e^{\mp \alpha_\gamma x} \sin(\phi_i \mp \beta_\gamma x) \end{cases} \quad (4.2-13)$$

Para cada pulsação ω , uma estratégia genérica para a solução das equações (4.2-1) ou (4.2-3) pode ser obtida modelando-se a linha por um quadripolo equivalente, relacionando as tensões e as correntes nos dois terminais da linha. Assim sendo, após algumas manipulações matemáticas dessas equações, obtém-se que uma linha (ou parte da linha) de comprimento l_{LT} pode ser modelada pelo quadripolo mostrado na Figura 4.2-2, onde os terminais da linha estão designados pelos índices j e k , sendo:

$$\begin{cases} Z_e = Z_c \sinh(\gamma l_{LT}) \\ \frac{Y_e}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh\left(\frac{\gamma l_{LT}}{2}\right) \end{cases} ; \quad (4.2-14)$$

onde

$$\begin{cases} \gamma^2 = Z Y \\ Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \end{cases} \quad (4.2-15)$$

e

$$\begin{bmatrix} U_k \\ I_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ I_j \end{bmatrix} \quad (4.2-16)$$

Portanto, tem-se:

$$\mathbf{W}'_{LT} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l_{LT}) & -Z_c \sinh(\gamma l_{LT}) \\ -\frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l_{LT}) & \cosh(\gamma l_{LT}) \end{bmatrix} ; \quad (4.2-17)$$

ou ainda:

$$\mathbf{W}'_{LT} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_e Y_e}{2} & -Z_e \\ -Y_e \left(1 + \frac{Z_e Y_e}{4} \right) & 1 + \frac{Z_e Y_e}{2} \end{bmatrix} . \quad (4.2-18)$$

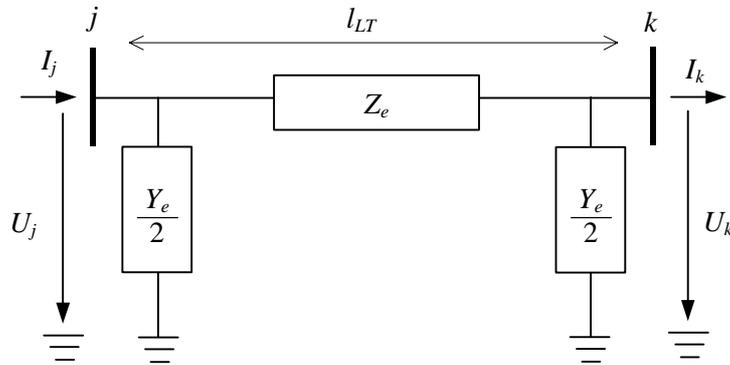


Figura 4.2-2 - Quadripolo π representativo de um trecho de linha de transmissão monofásica com comprimento l_{LT}

Logo, para o cálculo de tensões e correntes em pontos da linha considerando-se a injeção de sinais com forma de onda arbitrária no tempo, pode-se, por exemplo, calcular inicialmente os valores das tensões e correntes para diferentes frequências, e, então, utilizar as séries ou integrais de Fourier ou Laplace para que sejam obtidas as respostas no tempo, conforme consta no item 4.4.1 .

Por outro lado, buscando-se uma solução mais simples, se, para um determinado estudo aproximado, pode-se assumir o comportamento ideal da linha, isto é, pode-se considerar que os cabos e o solo têm condutividade infinita, tem-se que a impedância Z é composta por somente a impedância Z^0 . Assim, considerando-se as variações das tensões e correntes do tipo das equações (4.2-8), fica:

$$Z^0 = \mp i \omega L = \frac{\mp i \omega \mu_0}{2\pi} P ; \quad (4.2-19)$$

sendo:

μ_0 – permeabilidade magnética do vácuo [H/m] ($\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$ H/m);

L – indutância externa do cabo por unidade de comprimento [H/m]:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} P ; \quad (4.2-20)$$

P – coeficiente de geometria do cabo, sendo, para este caso de um único cabo, dado por:

$$P = \ln \left(\frac{2H}{b} \right) ; \quad (4.2-21)$$

H – altura do cabo em relação à superfície do solo (referida aproximadamente ao eixo do cabo) [m].

Por sua vez, para este caso de linha com um único cabo, a admitância transversal Y é dada por:

$$Y = G \mp i \omega C = G \mp \frac{i \omega 2 \pi \varepsilon_{ar}}{P} ; \quad (4.2-22)$$

sendo:

ε_{ar} – permissividade dielétrica do ar [F/m] ($\varepsilon_{ar} \cong 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m);

σ_{ar} – condutividade elétrica do ar [S/m];

C – capacitância do cabo por unidade de comprimento [F/m]:

$$C = \frac{2 \pi \varepsilon_{ar}}{P} ; \quad (4.2-23)$$

G – condutância por unidade de comprimento [Ω /m]:

$$G = \frac{\sigma_{ar}}{\varepsilon_{ar}} C . \quad (4.2-24)$$

Logo, para essa situação ideal da linha e desprezando-se a condutância do ar, o cálculo torna-se substancialmente mais simples e demonstra-se que as soluções de U e I dadas nas equações (4.2-8) passam a ser expressas por

$$\begin{cases} U = U_0 e^{\mp i \omega (t \pm x/v)} \\ I = I_0 e^{\mp i \omega (t \pm x/v)} \end{cases} , \quad (4.2-25)$$

sendo a velocidade de propagação v igual à velocidade das ondas eletromagnéticas no ar (v_o) e a constante de propagação γ dadas por

$$\begin{cases} v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{ar} \mu_0}} \\ \gamma = \frac{\mp i \omega}{v} \end{cases} \quad (4.2-26)$$

Como nas equações (4.2-25) U e I passam cada um apenas a depender de t e x no termo exponencial, sem a anterior dependência de Z e Y , ou seja, apenas com o termo $t \pm x/v$, tem-se uma representação ideal de ondas com forma arbitrária e que trafegam nos dois sentidos na direção da linha, positivo (p) e negativo (n) com velocidade $\pm v$, e sem atenuação e distorção. Por exemplo, para determinados tempo t e coordenada x , em referência à corrente i , tem-se

$$\begin{cases} i(x,t) = i_p(x,t) + i_n(x,t) = i_p(t - x/v) + i_n(t + x/v) \\ u(x,t) = Z_c i_p(x,t) - Z_c i_n(x,t) = Z_c i_p(t - x/v) - Z_c i_n(t + x/v) \end{cases} \quad (4.2-27)$$

$i_p(x,t)$ e $i_n(x,t)$ são funções arbitrárias de i nos sentidos positivo e negativo, respectivamente, e Z_c é a impedância de onda, dada por

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{ar}}} \cdot P \quad (4.2-28)$$

sendo o coeficiente P calculado pela equação (4.2-21).

Tem-se ainda, aproximadamente,

$$Z_c \cong 60 P = 60 \ln \left(\frac{2H}{b} \right) \quad (4.2-29)$$

Apesar das equações (4.2-27) serem úteis para uma análise direta no domínio do tempo, por vezes também é útil para uma análise neste domínio considerar que o efeito das perdas no cabo e no solo possam ser incorporados de modo que a impedância unitária Z possa ser representada pela resistência equivalente R e pela indutância equivalente L em série, e que a admitância unitária Y possa ser representada pela condutância G e pela capacitância C em paralelo, sendo ainda assumidos os parâmetros R , L , G e C

independentes da pulsação ω . Sob essas condições, as equações (4.2-1) passam a ter o seguinte aspecto em função de x e de t :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R u(x,t) + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G u(x,t) + C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \end{array} \right. \quad (4.2-30)$$

Deve-se notar que essa aproximação, em alguns casos, é razoavelmente correta para análise da propagação de ondas cujo espectro de frequências esteja associado a frequências baixas. No entanto, para variação rápida das grandezas no tempo, resultando num espectro de frequências elevado, a inspeção das equações das impedâncias de Z^0 , Z^s e Z^i (vide adiante equações (4.2-35) a (4.2-49)) denota que o emprego de R e L equivalentes constantes com ω perde validade, quando então a resistência R equivalente passa a ser proporcional a $\sqrt{\omega}$, gerando um efeito de atenuação numa frente de onda bem maior do que no caso associado à uma frequência baixa, e a indutância equivalente L passa a ter um termo constante somado a um termo que é função inversa de $\sqrt{\omega}$. Por outro lado, a condutância G e a capacitância C mantêm-se invariáveis com ω .

No caso de uma linha trifásica, por exemplo, variações semelhantes com ω também serão observadas para os parâmetros R e L equivalentes dos modos homopolar e não homopolar, os quais são comentados no próximo item.

4.2.2 Linha multifásica

No item anterior, com aspecto introdutório, considerou-se a linha composta por um único cabo sobre o solo. Todavia, para a linha com vários cabos, que é o caso mais comum, o tratamento requer procedimentos diferentes, posto que as tensões, correntes, impedâncias e admitâncias nas equações (4.2-1) e (4.2-3) são matrizes. Portanto, para uma linha com nc cabos, tem-se, conforme a Figura 4.2-3:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\mathbf{U}}{dx} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \\ -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} \end{array} \right. ; \quad (4.2-31)$$

ou ainda:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \mathbf{U}}{dx^2} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} \\ \frac{d^2 \mathbf{I}}{dx^2} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \end{cases} ; \quad (4.2-32)$$

sendo:

\mathbf{U} – vetor das tensões transversais dos cabos, com dimensão nc ;

\mathbf{I} – vetor das correntes longitudinais nos cabos, com dimensão nc ;

\mathbf{Z} – matriz das impedâncias longitudinais dos cabos por unidade de comprimento, com dimensão $nc \times nc$;

\mathbf{Y} – matriz das admitâncias transversais dos cabos por unidade de comprimento, com dimensão $nc \times nc$.

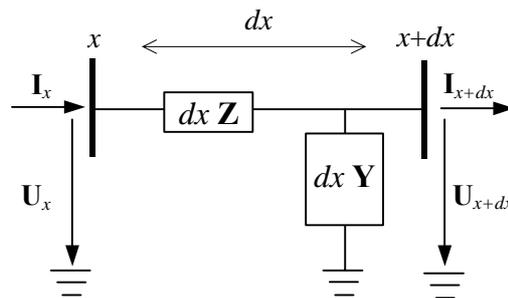


Figura 4.2-3 – Representação de um trecho de linha de transmissão multifásica com comprimento dx

Semelhante ao caso da linha monofásica, a solução das equações (4.2-32) é encontrada se \mathbf{U} e \mathbf{I} são equações do tipo:

$$\begin{cases} \mathbf{U} = e^{\mp \gamma_u x} \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{I} = e^{\mp \gamma_i x} \mathbf{I}_0 \end{cases} ; \quad (4.2-33)$$

onde agora \mathbf{U}_0 e \mathbf{I}_0 são vetores com elementos complexos, com dimensão nc cada, e γ_u e γ_i são matrizes com elementos também complexos e com dimensão $nc \times nc$, sendo:

$$\begin{cases} \gamma_u^2 = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \\ \gamma_i^2 = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \end{cases} . \quad (4.2-34)$$

Para o cálculo da matriz \mathbf{Z} , também semelhante ao caso monofásico, considera-se separadamente as contribuições das matrizes \mathbf{Z}^0 , \mathbf{Z}^s e \mathbf{Z}^i , sendo agora, para i e u com variações do tipo dadas nas equações (4.2-8):

- \mathbf{Z}^0 – parcela que considera os cabos e o solo comportando-se como condutores perfeitos, sendo igual a:

$$\mathbf{Z}^0 = \mp i \omega \mathbf{L} = \frac{\mp i \omega \mu_0}{2 \pi} \mathbf{P} ; \quad (4.2-35)$$

onde os elementos da matriz dos coeficientes de geometria da linha \mathbf{P} são dados por:

$$\begin{cases} P_{mm} = \ln \left(\frac{2 H_m}{b_m} \right) \\ P_{mn} = P_{nm} = \ln \left[\frac{\sqrt{(H_m - H_n)^2 + (D_m - D_n)^2}}{\sqrt{(H_m + H_n)^2 + (D_m - D_n)^2}} \right], \text{ para } m \neq n \end{cases} ; \quad (4.2-36)$$

significando b_m , H_m e D_m , o raio externo, a altura em relação à superfície do solo e a distância horizontal em relação a uma origem num plano transversal à direção da linha para o cabo de índice m , respectivamente.

- \mathbf{Z}^s – parcela que incorpora o efeito do solo real, sendo, por exemplo, de acordo com CARSON (1926), e considerando-se também o termo relativo à permissividade dielétrica do solo conforme apresentado em PORTELA e TAVARES (2001), posto que as equações originalmente propostas somente consideram o termo relativo à condutividade elétrica do solo:

$$\mathbf{Z}^s = \frac{\omega \mu_0}{2 \pi} \mathbf{J} ; \quad (4.2-37)$$

onde os elementos da matriz \mathbf{J} são dados por

$$\begin{cases} J_{mm} = J [2 \alpha_c H_m, 0] \\ J_{mn} = J_{nm} = J [\alpha_c (H_m + H_n), \alpha_c (D_m - D_n)], \text{ para } m \neq n \end{cases} ; \quad (4.2-38)$$

sendo:

$$\alpha_c = \sqrt{\omega \mu_0 (\sigma_{solo} \mp i \omega \varepsilon_{solo})} ; \quad (4.2-39)$$

σ_{solo} e ε_{solo} – condutividade elétrica [S/m] e permissividade dielétrica do solo [F/m], respectivamente, sendo ambas funções de ω .

$$J[\eta, \zeta] = 2 \int_0^{\infty} \left(\sqrt{\xi^2 + i} - \xi \right) e^{-\eta \xi} \cos(\zeta \xi) d\xi . \quad (4.2-40)$$

Uma metodologia aproximada para a consideração do efeito do solo real, e que dá resultados similares aos de Carson, entretanto, em princípio, com margem de erro maior, consiste no emprego do conceito de distância de penetração complexa, d_p . Tal conceito, já empregado desde a década de 60 para a modelagem de dipolos no ar (WAIT, 1969, BANNISTER, 1979, METWALLY e MAHMOUD, 1984, LINDELL e ALANEN, 1984), foi deduzido de outra maneira em DERI *et al.* (1981) e SEMLYEN e DERI (1985) para a modelagem de cabos horizontais, contudo, considerou-se nestes dois últimos trabalhos somente a condutividade elétrica do solo. Nesse sentido, PORTELA e TAVARES (2001) também estenderam a aplicação do modelo de DERI *et al.* e consideraram o termo relativo à permissividade dielétrica do solo, resultando na seguinte expressão mais geral, tal como também são as mencionadas aplicações a dipolos*:

$$d_p = \frac{1}{\sqrt{\mp i \omega \mu_0 (\sigma_{solo} \mp i \omega \varepsilon_{solo})}} = \frac{1}{\gamma_{solo}} ; \quad (4.2-41)$$

sendo γ_{solo} o coeficiente de propagação no solo.

* Vide o item B.4 do Apêndice B para melhor detalhamento da aplicação do conceito de distância complexa à modelagem de dipolos no ar.

Na verdade, a distância d_p deve ser adicionada a cada altura H utilizada no grupo de equações (4.2-36), resultando em valores complexos dos elementos da matriz \mathbf{P} , e, desta forma, o efeito do solo real fica implícito nas impedâncias Z^0 , ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{mm} = \ln \left(\frac{2 H'_m}{b_m} \right) \\ P_{mn} = P_{nm} = \ln \left[\frac{\sqrt{(H'_m - H'_n)^2 + (D_m - D_n)^2}}{\sqrt{(H'_m + H'_n)^2 + (D_m - D_n)^2}} \right], \text{ para } m \neq n . \\ H'_m = H_m + d_p \\ H'_n = H_n + d_p \end{array} \right. \quad (4.2-42)$$

- Z^i – parcela que incorpora o efeito do cabo real, sendo igual a (DWIGHT, 1918, DWIGHT, 1942):

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{mm}^i = \frac{1}{2 \pi b} \sqrt{\frac{\mp i \omega \mu_{cabo}}{\sigma_{cabo}}} \cdot \frac{I_0(\rho_1) K_1(\rho_0) + K_0(\rho_1) I_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1) K_1(\rho_0) - K_1(\rho_1) I_1(\rho_0)} ; \\ Z_{mn}^i = 0, \text{ para } m \neq n \end{array} \right. \quad (4.2-43)$$

sendo:

I_0 e I_1 – funções de Bessel modificadas de primeira espécie;

K_0 e K_1 – funções de Bessel modificadas de segunda espécie;

μ_{cabo} – permeabilidade magnética do material do cabo [H/m];

σ_{cabo} – condutividade elétrica do material do cabo situado entre os raios b_0 e b [S/m], supondo que esta é muito superior à condutividade elétrica do meio limitado pelo raio b_0 ;

$$\rho_0 = b_0 \sqrt{\mp i \omega \mu_{cabo} \sigma_{cabo}} ; \quad (4.2-44)$$

$$\rho_1 = b \sqrt{\mp i \omega \mu_{cabo} \sigma_{cabo}} . \quad (4.2-45)$$

Se o cabo é composto por um único material, tal que b_0 é igual a zero, a primeira das equações (4.2-43) se torna simplesmente igual a:

$$Z_{mm}^i = \frac{1}{2 \pi b} \sqrt{\frac{\mp i \omega \mu_{cabo}}{\sigma_{cabo}}} \cdot \frac{I_0(\rho_1)}{I_1(\rho_1)}. \quad (4.2-46)$$

Também para o cálculo da impedância interna, pode-se, aproximadamente, utilizar o conceito de distância de penetração complexa apresentado em DERI *et al.* (1981) e SEMLYEN e DERI (1985), sendo agora

$$d_p = \frac{1}{\sqrt{\mp i \omega \mu_{cabo} \sigma_{cabo}}}, \quad (4.2-47)$$

para

$$Z_{mn}^i = \sqrt{Z_0^i + Z_\infty^i}, \quad (4.2-48)$$

onde Z_0^i e Z_∞^i significam a impedância do cabo por unidade de comprimento para a frequência igual a zero e a impedância assintótica do cabo por unidade de comprimento quando a frequência tende para o infinito, dadas por:

$$\begin{cases} Z_0^i = \frac{1}{\pi (b^2 - b_0^2) \sigma_{cabo}} \\ Z_\infty^i = \frac{1}{2 \pi b d_p \sigma_{cabo}} \end{cases}. \quad (4.2-49)$$

Da mesma forma, para a linha com vários cabos, a matriz de admitâncias transversais \mathbf{Y} é dada por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} \mp i \omega \mathbf{C} = \mathbf{G} \mp i \omega 2 \pi \varepsilon_{ar} \mathbf{P}^{-1}; \quad (4.2-50)$$

sendo:

\mathbf{C} – matriz das capacitâncias dos cabos por unidade de comprimento [F/m];

\mathbf{G} – matriz das condutâncias do ar por unidade de comprimento [Ω /m];

\mathbf{P} – matriz de coeficientes de geometria da linha, cujo elementos são calculados pelas equações (4.2-36).

A solução das equações (4.2-31) e (4.2-32) pode ser feita de modo semelhante ao caso da linha monofásica usando-se, pelo menos, três estratégias diferentes, como a seguir descrito.

4.2.2.1 Cálculo em componentes de fase

Nesta primeira estratégia, trata-se as equações (4.2-31) e (4.2-32) diretamente em componentes de fase, e recai-se no cálculo de exponenciais de matrizes resultantes dos produtos entre as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} e \mathbf{Y} e \mathbf{Z} , conforme as equações (4.2-33) e (4.2-34).

Cada exponencial de matriz, de relativo labor matemático, mas que já conta atualmente com várias bibliotecas matemáticas, pode ser feito, por exemplo, expandindo-se em série de Taylor a função exponencial e, portanto, calculando-se uma série de produtos matriciais simples, ou usando-se técnicas de autovalores e autovetores, do tipo mencionada no item 4.2.2.2 adiante.

Assim sendo, posto que as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} são simétricas, tem-se,

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \\ \mathbf{M}^t = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \end{cases}, \quad (4.2-51)$$

e, por exemplo, para a matriz \mathbf{M} , vem o seguinte desenvolvimento em série

$$e^{-\mathbf{M}x} = \mathbf{1} - \frac{x}{1!} \mathbf{M} + \frac{x^2}{2!} \mathbf{M}^2 - \frac{x^3}{3!} \mathbf{M}^3 + \dots, \quad (4.2-52)$$

sendo $\mathbf{1}$ a matriz identidade.

Apesar de ser viável o emprego de tal estratégia, há outra estratégia de cálculo que leva a uma resolução do problema de modo substancialmente mais simples, a qual consiste em tratar a linha como composta por vários trechos eletricamente muito curtos, com o produto γl bastante reduzido*, em que se tem as funções $\sinh(x)$ e $\cosh(x)$ aproximadamente iguais a x e 1 , respectivamente, e, portanto, os elementos Z_e e Y_e nas equações (4.2-14) e (4.2-18) tendem respectivamente para os próprios elementos Z e Y

* De acordo com os testes aqui efetuados, com módulo não superior a valores da ordem de 0,01.

multiplicados por l_{LT} . Dessa forma, é suficiente empregar um simples cálculo em cascata de quadripolos cujos elementos envolvem apenas os elementos das matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} , sem a necessidade do cálculo de exponenciais de matrizes ou de autovalores e autovetores. Essa é a estratégia que foi adotada nos programas computacionais desenvolvidos no âmbito desta tese e que calculam o modelo de quadripolo da linha de transmissão no domínio da frequência, especificamente para a implementação das metodologias apresentadas nos capítulos 5 e 6.

Portanto, para um trecho de linha Δx “eletricamente” muito curto, pode-se considerar as equações (4.2-31) da seguinte forma:

$$\begin{cases} -\frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta x} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \\ -\frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta x} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} \end{cases} ; \quad (4.2-53)$$

sendo:

$\Delta \mathbf{U}$ – vetor das diferenças de tensão nos cabos, com dimensão nc , com cada elemento dado por:

$$\Delta U_m = U_{(x+\Delta x)m} - U_{xm} ; \quad (4.2-54)$$

sendo $U_{(x+\Delta x)m}$ e U_{xm} as tensões no cabo de índice m nas coordenadas $(x+\Delta x)$ e x , respectivamente;

$\Delta \mathbf{I}$ – vetor das correntes longitudinais nos cabos, com dimensão nc , com cada elemento dado por:

$$\Delta I_m = I_{(x+\Delta x)m} - I_{xm} ; \quad (4.2-55)$$

sendo $I_{(x+\Delta x)m}$ e I_{xm} as correntes longitudinais no cabo de índice m nas coordenadas $(x+\Delta x)$ e x , respectivamente.

Combinando-se as equações (4.2-53), (4.2-54) e (4.2-55) obtém-se, portanto, as seguintes equações:

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{x+\Delta x} = \mathbf{U}_x - \Delta x \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \\ \mathbf{I}_{x+\Delta x} = \mathbf{I}_x - \Delta x \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} \end{cases} \quad (4.2-56)$$

Para a solução dessas equações, necessita-se relacionar os vetores $\mathbf{U}_{x+\Delta x}$ e \mathbf{U}_x com os vetores $\mathbf{I}_{x+\Delta x}$ e \mathbf{I}_x tal que se obtenha

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{x+\Delta x} \\ \mathbf{I}_{x+\Delta x} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{LT}'' \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_x \\ \mathbf{I}_x \end{bmatrix}, \quad (4.2-57)$$

sendo

$$\mathbf{W}_{LT}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'' & \mathbf{B}'' \\ \mathbf{C}'' & \mathbf{D}'' \end{bmatrix}. \quad (4.2-58)$$

Numa aproximação inicial, pode-se considerar o circuito do tipo “gama” mostrado na Figura 4.2-4, com o ramo da admitância transversal à direita, ou seja, no ponto $x + \Delta x$, donde resultam as seguintes submatrizes da matriz \mathbf{W}_{LT}'' :

$$\begin{cases} \mathbf{A}'' = \mathbf{1} \\ \mathbf{B}'' = -\Delta x \mathbf{Z} \\ \mathbf{C}'' = -\Delta x \mathbf{Y} \\ \mathbf{D}'' = \mathbf{1} + \Delta x^2 \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \end{cases} \quad (4.2-59)$$

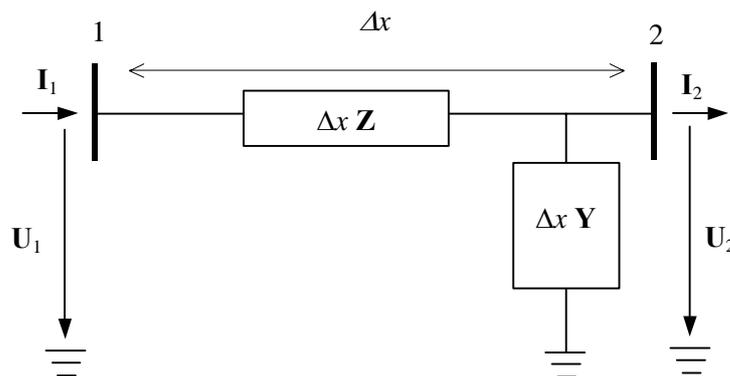


Figura 4.2-4 – Circuito gama representativo de um trecho de linha de transmissão com comprimento Δx

Entretanto, notou-se que uma aproximação que proporciona melhor ajuste consiste em considerar os valores das tensões e correntes médios nos pontos em x e $x + \Delta x$, isto é:

$$\bar{\mathbf{U}} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_{x+\Delta x} + \mathbf{U}_x) \quad (4.2-60)$$

e

$$\bar{\mathbf{I}} = \frac{1}{2}(\mathbf{I}_{x+\Delta x} + \mathbf{I}_x) \quad (4.2-61)$$

Essas aproximações têm um efeito semelhante a adotar-se um circuito gama “médio” com as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} , considerando-se um circuito gama visto à direita do ponto x e outro à esquerda do ponto $x + \Delta x$, donde agora resultam as seguintes submatrizes da matriz \mathbf{W}_{LT}'' :

$$\begin{cases} \mathbf{A}'' = \mathbf{1} + \frac{\Delta x^2}{4} \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \\ \mathbf{B}'' = -\Delta x \mathbf{E}'' \cdot \mathbf{Z} \\ \mathbf{C}'' = -\Delta x \mathbf{F}'' \cdot \mathbf{Y} \\ \mathbf{D}'' = \mathbf{1} + \frac{\Delta x^2}{4} \mathbf{F}'' \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \end{cases} ; \quad (4.2-62)$$

sendo

$$\begin{cases} \mathbf{E}'' = \left(\mathbf{1} - \frac{\Delta x^2}{4} \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \right)^{-1} \\ \mathbf{F}'' = \left(\mathbf{1} - \frac{\Delta x^2}{4} \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \right)^{-1} \end{cases} \quad (4.2-63)$$

Utilizando-se o sistema de equações (4.2-57), sendo o comprimento da linha l_{LT} dado pelo produto de p vezes Δx , $p \Delta x$, pode-se empregar um processo do tipo cascata de quadripolos para relacionar as tensões e correntes entre os dois terminais j e k de uma linha com qualquer comprimento e para qualquer pulsação ω , desde que o produto $\gamma \Delta x$ seja adequado, no sentido anteriormente indicado, ou seja:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{LT p}'' \cdot \mathbf{W}_{LT p-1}'' \cdots \mathbf{W}_{LT 1}'' \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_j \\ \mathbf{I}_j \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{LT}' \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_j \\ \mathbf{I}_j \end{bmatrix} ; \quad (4.2-64)$$

sendo

$$\mathbf{W}'_{LT} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{bmatrix} . \quad (4.2-65)$$

Passa-se, assim, a representar toda a linha conforme a Figura 4.2-5.

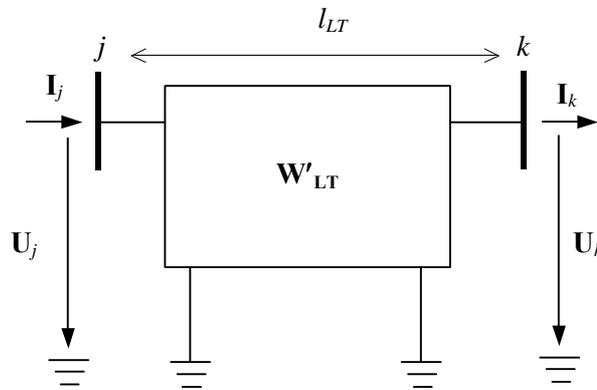


Figura 4.2-5 – Representação da linha de transmissão de comprimento l_{LT}

Além disso, posto que, nesse caso, todas as matrizes \mathbf{W}''_{LT} serão iguais, pode-se aproveitar a igualdade dos vários produtos a serem feitos e utilizar um comprimento Δx tal que

$$l_{LT} = \Delta x 2^p , \quad (4.2-66)$$

o que permite estabelecer um processo substancialmente mais rápido quadrando seguidamente as matrizes \mathbf{W}''_{LT} para que se obtenha a matriz \mathbf{W}'_{LT} equivalente entre os terminais da linha (PORTELA e TAVARES, 2001). Por exemplo, sendo $l_{LT} = 100$ km , utilizando-se $\Delta x = l_{LT}/1024$, ter-se-ia que realizar 1024 produtos matriciais de quadripolos em cascata, enquanto que quadrando cada produto matricial resultante faz-se apenas 10 produtos matriciais.

4.2.2.2 Cálculo em componentes de modo

Nesta estratégia, bastante típica nos cálculos de redes elétricas, interpreta-se a linha multifásica pelos seus modos naturais de propagação, e, ao se tratar isoladamente cada modo, para cada modo obtém-se soluções semelhantes ao caso monofásico (WEDEPOHL, 1963, HEDMAN, 1965, PORTELA, 1983). Todavia, é necessário calcular os autovalores e autovetores (WILKINSON, 1965) das matrizes resultantes dos

produtos entre as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} , e \mathbf{Y} e \mathbf{Z} , obtendo-se os valores respectivos a cada modo, e fazer então as transformações modo-fase.

Portanto, sendo \mathbf{T}_u e \mathbf{T}_i as matrizes dos autovetores das matrizes \mathbf{M} e \mathbf{M}^t , respectivamente, fica

$$\begin{cases} \mathbf{U} = \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{U}_m \\ \mathbf{I} = \mathbf{T}_i \cdot \mathbf{I}_m \end{cases}, \quad (4.2-67)$$

sendo \mathbf{U}_m e \mathbf{I}_m os vetores das tensões e corrente em componentes de modo.

Substituindo-se as equações (4.2-67) nas equações (4.2-31) e (4.2-32), resulta, respectivamente:

$$\begin{cases} -\frac{d\mathbf{U}_m}{dx} = \mathbf{T}_u^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{T}_i \cdot \mathbf{I}_m = \mathbf{Z}_m \cdot \mathbf{I}_m \\ -\frac{d\mathbf{I}_m}{dx} = \mathbf{T}_i^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{U}_m = \mathbf{Y}_m \cdot \mathbf{U}_m \end{cases}, \quad (4.2-68)$$

e

$$\begin{cases} \frac{d^2\mathbf{U}_m}{dx^2} = \mathbf{T}_u^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{U}_m = \mathbf{T}_u^{-1} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{U}_m = \mathbf{M}_m \cdot \mathbf{U}_m \\ \frac{d^2\mathbf{I}_m}{dx^2} = \mathbf{T}_i^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{T}_i \cdot \mathbf{I}_m = \mathbf{T}_i^{-1} \cdot \mathbf{M}^t \cdot \mathbf{T}_i \cdot \mathbf{I}_m = \mathbf{M}_m \cdot \mathbf{I}_m \end{cases}. \quad (4.2-69)$$

Posto que \mathbf{T}_u e \mathbf{T}_i são as matrizes dos autovetores de \mathbf{M} e \mathbf{M}^t , respectivamente, tem-se a matriz \mathbf{M}_m sendo uma matriz diagonal, cujos elementos são os quadrados dos autovalores de \mathbf{M} e \mathbf{M}^t , iguais a γ_r^2 para cada linha de índice r da matriz, tendo o autovalor γ_r , para cada modo r , o mesmo sentido da constante de propagação dada na expressão (4.2-6).

Assim sendo, o sistema de equações (4.2-69) pode ser resolvido separadamente, isto é, tem-se nc sistemas de equações desacopladas, iguais a

$$\begin{cases} \frac{d^2 U_{mr}}{dx^2} = \gamma_r^2 I_{mr} \\ \frac{d^2 I_{mr}}{dx^2} = \gamma_r^2 U_{mr} \end{cases}, \quad (4.2-70)$$

tendo cada sistema uma resolução análoga ao caso da linha monofásica.

Naturalmente, para o conhecimento dos valores das tensões e correntes em componentes de fase, basta fazer os produtos matriciais dados em (4.2-67).

Além disso, se, para um determinado estudo aproximado, tal como feito para o caso da linha com um único cabo, pode-se assumir o comportamento ideal da linha, desprezando-se as perdas nos cabos e nos solos e a condutância do ar, tem-se que as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} serão dadas por

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \frac{\mp i \omega \mu_0}{2\pi} \mathbf{P} \\ \mathbf{Y} = \mp i \omega 2\pi \varepsilon_{ar} \mathbf{P}^{-1} \end{cases}, \quad (4.2-71)$$

e, portanto, os autovetores serão iguais a

$$\gamma = \frac{\mp i \omega}{v}, \quad (4.2-72)$$

onde a velocidade v é dada pela primeira das equações (4.2-26) e a matriz dos coeficientes \mathbf{P} é obtida pelas equações (4.2-36).

Portanto, a propagação das tensão e corrente num determinado cabo da linha ao longo de uma linha com vários cabos e assumindo-se comportamento ideal da propagação também é caracterizada por funções arbitrárias do termo $t \mp x/v$, passando agora as equações (4.2-27) a ter o seguinte aspecto de sistema de equações matricial, ou seja,

$$\begin{cases} \mathbf{i}(x,t) = \mathbf{i}_p(x,t) + \mathbf{i}_n(x,t) \\ \mathbf{u}(x,t) = \mathbf{Z}_c \cdot \mathbf{i}_p(x,t) - \mathbf{Z}_c \cdot \mathbf{i}_n(x,t) \end{cases}; \quad (4.2-73)$$

sendo \mathbf{Z}_c a matriz das impedâncias de onda, que é dada por

$$\mathbf{Z}_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{ar}}} \cdot \mathbf{P} \Rightarrow \mathbf{Z}_c \cong 60 \mathbf{P} \quad . \quad (4.2-74)$$

Por fim, particularmente no caso da linha idealmente transposta, com representação completa ou representação ideal sem perdas, onde as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} passam a ter características especiais de modo que seus elementos próprios são iguais entre si e seus elementos mútuos são iguais entre si, nomeadamente os elementos iguais a Z_P e Z_M para \mathbf{Z} e iguais a Y_P e Y_M para \mathbf{Y} , o cálculo torna-se mais simples, havendo autovalores degenerados e facilmente calculáveis. Por exemplo, para uma linha trifásica idealmente transposta, tem-se dois modos iguais e um modo homopolar, que, de acordo com as conhecidas transformações de Clarke, correspondem às componentes α , β e $zero$, respectivamente, e, de acordo com as transformações de Fortescue, correspondem às seqüências *positiva*, *negativa* e *zero*, respectivamente.

Tal estratégia de representação por modos homopolares e não homopolares foi a adotada para a análise da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão diretamente no domínio do tempo, conforme apresentado no Apêndice A, conduzindo a um cálculo realmente eficiente para vários estudos e de simples implementação.

4.2.3 Redução de fases compostas por subcondutores em feixe a um único condutor equivalente e inclusão do efeito dos cabos pára-raios nos condutores equivalentes de fases

Considere-se os nc cabos da linha de transmissão constituindo um total de n_{fT} cabos formando todas as nf fases e os np cabos pára-raios. Em princípio, supõe-se que cada fase pode ser formada por condutores em feixe de ns subcondutores, ao passo que os cabos pára-raios são formados por um único cabo cada.

Para cada fase de índice p , sendo os subcondutores conectados eletricamente entre si através de espaçadores ao longo do vão, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{U}_{f_{p1}}}{dx} = \frac{d\mathbf{U}_{f_{p2}}}{dx} = \dots = \frac{d\mathbf{U}_{f_{pns}}}{dx} \\ \mathbf{U}_{f_{p1}} = \mathbf{U}_{f_{p2}} = \dots = \mathbf{U}_{f_{pns}} \\ \mathbf{I}_{f_{p1}} + \mathbf{I}_{f_{p2}} + \dots + \mathbf{I}_{f_{pns}} = \mathbf{I}_{f_p} \end{array} \right. \quad . \quad (4.2-75)$$

As relações (4.2-75) permitem facilmente a aplicação de um processo de redução das matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} nas equações (4.2-31) (PORTELA, 1983, SALARI FILHO, 1993), originalmente com dimensão $nc \times nc$, aos seus respectivos equivalentes representando cada fase por apenas um condutor, ou seja, \mathbf{Z}_2 e \mathbf{Y}_2 , com dimensão $(nf+np) \times (nf+np)$, resultando:

$$\begin{cases} -\frac{d\mathbf{U}}{dx} = \mathbf{Z}_2 \cdot \mathbf{I} \\ -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = \mathbf{Y}_2 \cdot \mathbf{U} \end{cases}; \quad (4.2-76)$$

tendo os vetores \mathbf{U} e \mathbf{I} agora a dimensão $(nf+np)$.

Em particular para o caso das fases formadas por subcondutores iguais dispostos simetricamente ao redor de círculos, sendo o espaçamento entre subcondutores igual a d e sendo D a menor distância entre fases, para valores da relação d/D bastante reduzidos, tal como ocorre nas linhas com espaçamentos entre fases tradicionais e com espaçamentos entre subcondutores vizinhos iguais a 0,4572 m, pode-se, em primeira aproximação, obter mais simplesmente a matriz \mathbf{Z}_2 substituindo-se diretamente cada fase em feixe por um único cabo centrado no centro geométrico da fase e com raio igual a

$$b_{eq} = \left\{ ns b \left[\frac{d}{2 \sin\left(\frac{\pi}{ns}\right)} \right]^{ns-1} \right\}^{\frac{1}{ns}}, \quad (4.2-77)$$

sendo b o raio externo dos subcondutores. O erro cometido com essa aproximação é tanto maior quanto maior é a relação d/D e, obviamente, no caso dos cabos de fase serem constituídos por subcondutores formando feixes com formas geométricas genéricas, como, por exemplo, os feixes com geometrias otimizadas empregados nas linhas com potência natural elevada (SALARI FILHO, 1993, GOMES JUNIOR, 1995), o processo de redução que emprega os condicionamentos (4.2-75) torna-se imperativo.

As condições de conexão dos cabos pára-raios junto às torres também permitem uma redução ainda maior nas equações (4.2-76), com certa aproximação, e com validade

restrita a alguns estudos normalmente em baixa frequência. Ou seja, no caso de cabos pára-raios isolados, podendo-se considerar nula a corrente em cada cabo pára-raios, ter-se-ia

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{t_1} = 0 \\ \mathbf{I}_{t_2} = 0 \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{t_{np}} = 0 \end{cases}, \quad (4.2-78)$$

e, para cabos pára-raios aterrados idealmente, através de impedância nula, ter-se-ia

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{t_1} = 0 \\ \mathbf{U}_{t_2} = 0 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{t_{np}} = 0 \end{cases}. \quad (4.2-79)$$

Tais condicionamentos conduzem, portanto, após algumas manipulações matemáticas, às matrizes \mathbf{Z}_3 e \mathbf{Y}_3 , com dimensão $nf \times nf$, resultando:

$$\begin{cases} -\frac{d\mathbf{U}}{dx} = \mathbf{Z}_3 \cdot \mathbf{I} \\ -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = \mathbf{Y}_3 \cdot \mathbf{U} \end{cases}; \quad (4.2-80)$$

tendo os vetores \mathbf{U} e \mathbf{I} agora a dimensão nf .

Naturalmente, como colocado, o caso anterior de aterramento ideal dos cabos pára-raios é bastante restrito, e formulações mais robustas considerando o efeito da torre e de seu sistema de aterramento estão apresentadas no capítulo 5 e no item 6.2.

4.3 Metodologias com núcleo de cálculo desenvolvido no domínio do tempo

4.3.1 Aspectos básicos

Entre as diversas metodologias de cálculo existentes para a análise da propagação de descargas atmosféricas em linhas diretamente no domínio do tempo, algumas bastante empregadas são particularmente comentadas neste item, sendo umas eventualmente combinadas, designadamente:

- Metodologia baseada no uso de diferenças finitas e elementos finitos (FDTD – *Finite Difference Time Domain*).
- Metodologia baseada na modelagem da rede por elementos de linhas de transmissão (TLM – *Transmission Line Modeling*).
- Metodologia empregada nos programas computacionais da Série EMTP (*Electromagnetic Transients Program*).

Em geral, a principal vantagem do emprego de metodologias no domínio do tempo em relação ao emprego de metodologias no domínio da frequência é que aquelas normalmente demandam menor tempo computacional (total) para os cálculos, desde que não sejam adotados intervalos de discretização do tempo e do espaço em estudo muito reduzidos, num sentido que ficará mais claro nos próximos itens. Outra vantagem importante das metodologias no domínio do tempo é o fato de permitirem com certa facilidade a modelagem de elementos não lineares ou de efeitos com comportamento não linear que ocorram no tempo. Por exemplo, nos programas da Série EMTP, os quais compreendem uma série de modelagens diferentes no domínio do tempo, é relativamente simples a análise da operação de um pára-raios ou varistor num circuito elétrico.

Entretanto, e o que também é de se esperar, a inclusão da variação com a frequência de qualquer elemento de circuito ou parâmetro do meio físico no qual se insere no circuito torna-se uma tarefa de difícil execução no domínio do tempo, como ocorre, por exemplo, com os modelos de cabos aéreos, de transformadores, de sistemas de aterramento e de solos reais, os quais têm nítida variação com a frequência, mormente para espectros elevados.

Há ainda as dificuldades associadas à simulação da propagação de descargas atmosféricas que incidam diretamente em elementos metálicos como torres, sistemas de aterramento, etc, o que resulta num grande circuito elétrico formado por eletrodos dispostos verticalmente, horizontalmente e em ângulo genérico em relação à superfície do solo. Tal simulação é ainda mais trabalhosa quando a descarga incide num ponto do solo próximo de uma linha de transmissão (descarga indireta) e se pretende calcular as tensões induzidas nos cabos da linha, situação em que é primordial considerar adequadamente o acoplamento eletromagnético entre o canal da descarga e a linha. Por motivos similares, é difícil a implementação precisa no domínio do tempo dos efeitos de refração e reflexão das ondas eletromagnéticas que têm origem em elementos situados em meios físicos diferentes.

De fato, para algumas dessas análises, uma prática de modelagem bastante comum no domínio do tempo, mas que tem diversas restrições de aplicação, e que em alguns casos pode levar a resultados razoavelmente diferentes da realidade, consiste em tratar aproximadamente a propagação da descarga pelas equações de ondas trafegantes, tal como desenvolvido no item 4.2 para uma linha de transmissão aérea com cabos dispostos horizontalmente (vide equações (4.2-27) e (4.2-73)). Sob as aproximações empregadas para a solução das equações de ondas trafegantes, do ponto de vista da teoria dos campos, os cabos atuam como guias de onda do campo eletromagnético no meio externo aos cabos, o que, na teoria de circuitos, corresponde a uma representação ideal de ondas de tensão e corrente com forma arbitrária e que trafegam nos dois sentidos na direção da linha, com velocidades de propagação constantes iguais a $+v$ e $-v$, e sem efeitos de atenuação e distorção. Os efeitos dos pontos terminais na linha ou pontos de mudança de impedância são incluídos por intermédio de equações básicas de coeficientes de reflexão e refração de ondas, obtidas da imposição das continuidades de tensão e de soma de correntes injetadas no ponto igual a zero.

Em alguns trabalhos adota-se o procedimento por ondas trafegantes também para a análise da propagação em elementos com posicionamento vertical, tais como uma torre ou o canal da descarga, obviamente sob as várias restrições já comentadas na introdução deste capítulo, e, naturalmente, nestes casos, distanciando-se ainda mais da propagação real. Para minimizar esses erros, no entanto, alguns autores consideram uma variação linear ou exponencial da amplitude ou da velocidade da onda ao longo do percurso

(OUFI *et al.*, 1994, RAKOV, 2001b, COORAY, 2003), mas que, ainda assim, não são suficientes para descaracterizar totalmente o aspecto aproximativo deste procedimento.

Ainda no que diz respeito a algumas dificuldades associadas à análise da propagação de ondas decorrentes da incidência de descargas atmosféricas, no caso da propagação em cabos aéreos, em face da elevada magnitude da corrente de descarga atmosférica, facilmente ocorre o efeito coroa, fenômeno não linear, invalidando o tratamento pelos tradicionais métodos de ondas trafegantes. Isso requer, portanto, estratégias de cálculo que mesmo no domínio do tempo podem demandar grande tempo computacional.

4.3.2 Metodologia baseada no uso de diferenças finitas ou elementos finitos (FDTD – *Finite Difference Time Domain*)

Na metodologia de cálculo no domínio do tempo baseada no uso de diferenças finitas ou elementos finitos (FDTD – *Finite Difference Time Domain*), tradicionalmente aplicada à solução de equações diferenciais parciais e ordinárias, lineariza-se as equações eletromagnéticas na forma de diferenças finitas para pequenos intervalos de tempo (Δt) e de espaço (Δx), tais como, por exemplo, as equações de linhas de transmissão, ou mesmo as equações básicas de Maxwell, e utiliza-se uma solução acumulativa no tempo e no espaço, considerando-se condições de fronteira preestabelecidas (YEE, 1966)*. O processo no tempo é continuado até que uma resposta ou estado permanente desejado seja alcançado.

Em princípio, não há restrições do tratamento matemático para uma ou várias direções no espaço, mas, para garantia da estabilidade do processo, deve-se garantir, para cada direção, uma relação mínima entre os intervalos no espaço e no tempo adotados, ou seja, a velocidade de propagação na direção (v). Assim, para o caso da dimensão x , seria:

$$v \leq \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad . \quad (4.3-1)$$

* Apesar de não ser discutido nesta tese, o processo de cálculo por diferenças finitas ou elementos finitos também pode ser aplicado no domínio da frequência, e o mesmo se aplica para o método TLM, comentado no item 4.3.3, embora sendo aparentemente menos comum, como, por exemplo, abordando-se as equações de Maxwell no domínio harmônico (HUBING, 1991, JOHNS e CHRISTOPOULOS, 1994).

Uma característica importante deste tipo de solução é que, de modo geral, não é necessário resolver sistemas de equações para a solução do problema, mas as matrizes onde serão armazenados os dados têm dimensões tão maiores quanto menores são os intervalos no tempo e no espaço adotados. Tal fato pode se constituir em um grande inconveniente de cálculo, sobretudo quando se necessita modelar efeitos de pontas, terminais, etc, a menos que se use técnicas específicas para tal.

Como um primeiro exemplo, considere-se as equações aproximadas da linha de transmissão dadas no grupo de equações (4.2-30). Linearizando-se essas equações no tempo e no espaço para intervalos iguais a Δt e Δx , respectivamente, e considerando-se diferenças finitas regressivas, vem:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{u(x,t)-u(x-\Delta x,t)}{\Delta x} = R i(x,t) + L \frac{i(x,t)-i(x,t-\Delta t)}{\Delta t} \\ -\frac{i(x,t)-i(x-\Delta x,t)}{\Delta x} = G u(x,t) + C \frac{u(x,t)-u(x,t-\Delta t)}{\Delta t} \end{array} \right. \quad (4.3-2)$$

Repetindo-se essa operação para diferenças finitas progressivas e combinando-se os dois resultados obtidos para que se obtenha diferenças finitas centrais, apresentando assim maior precisão, chega-se a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u(x,t)-u(x-\Delta x,t)+u(x,t-\Delta t)-u(x-\Delta x,t-\Delta t)}{\Delta x} = R [i(x,t)+i(x-\Delta x,t-\Delta t)] + \\ \quad + L \frac{i(x,t)-i(x,t-\Delta t)+i(x-\Delta x,t)-i(x-\Delta x,t-\Delta t)}{\Delta t} \\ -\frac{i(x,t)-i(x-\Delta x,t)+i(x,t-\Delta t)-i(x-\Delta x,t-\Delta t)}{\Delta x} = G [u(x,t)+u(x-\Delta x,t-\Delta t)] + \\ \quad + C \frac{u(x,t)-u(x,t-\Delta t)+u(x-\Delta x,t)-u(x-\Delta x,t-\Delta t)}{\Delta t} \end{array} \right. \quad (4.3-3)$$

Apesar de soluções como a das equações (4.3-3) poderem ser adotadas para a análise de propagação de ondas em linhas de transmissão, para maior segurança na estabilidade do processo e obtenção de precisão de ordem superior, é mais adequado linearizar as equações diferenciais criando maiores inter-relacionamentos entre cada resultado no tempo e no espaço, o que é obtido, por exemplo, desenvolvendo-se cada equação num ponto $t + \Delta t$ em torno do espaço $x + \Delta x/2$, e vice-versa. Outra opção interessante

consiste em desenvolver as eventuais derivadas de ordem superior em Série de Taylor com um maior número de elementos, obtendo-se precisões melhores do que com diferenças finitas centrais.

Como outro exemplo, sejam as equações básicas de Maxwell, relacionando os campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{H} no tempo, em um meio de permeabilidade magnética igual a μ , condutividade elétrica igual a σ e permissividade dielétrica igual a ε :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (4.3-4)$$

Na Figura 4.3-1 apresenta-se um elemento tridimensional básico onde as equações (4.3-4) são aplicadas para a modelagem da propagação dos campos \vec{E} e \vec{H} no meio. Note-se deste elemento que existem dois reticulados inter-relacionados, um primeiro contém os pontos onde o campo magnético é calculado, e outro contém os pontos onde o campo elétrico é calculado. Além disso, percebe-se que cada componente do vetor campo magnético é cercado por quatro componentes do vetor campo elétrico. Portanto, novamente usando diferenças finitas centrais, vem, para a primeira das equações (4.3-4):

$$\frac{1}{A} [E_z(z_1, t) + E_y(y_2, t) - E_z(z_3, t) - E_y(y_4, t)] = -\frac{\mu}{2 \Delta t} [H_x(x_0, t + \Delta t) - H_x(x_0, t - \Delta t)] \quad ; \quad (4.3-5)$$

sendo A a área de uma das faces do cubo da Figura 4.3-1.

Considerando-se que os valores anteriores ao tempo t foram calculados, resta apenas calcular na equação (4.3-5) a variável $H_x(x_0, t + \Delta t)$. Isso permite estabelecer um processo seqüencial para o cálculo do campo elétrico no tempo $t + 2 \Delta t$ após o cálculo do campo magnético no tempo $t + \Delta t$, após aplicar-se também uma linearização por diferenças finitas centrais na segunda das equações (4.3-4). Naturalmente, alternando-se o cálculo dos campos elétrico e magnético em cada instante de tempo, obtém-se a propagação dos campos por todo o meio.

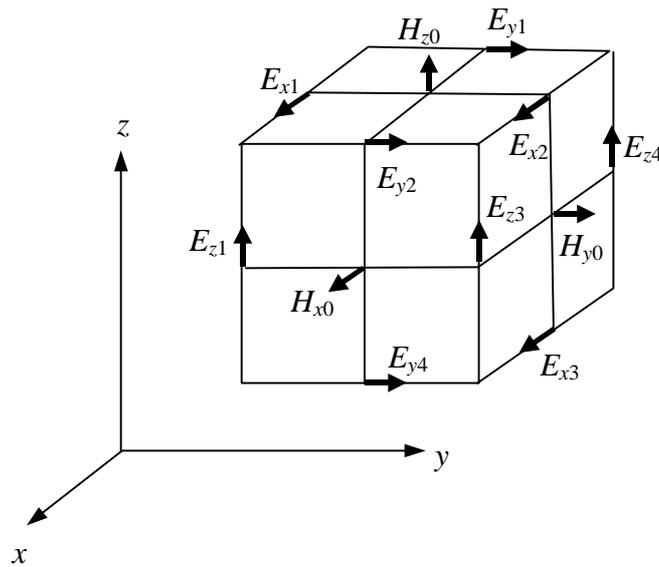


Figura 4.3-1 – Elemento tridimensional básico

Em linhas gerais, a despeito das tradicionais aproximações adotadas nas metodologias com base no domínio do tempo, e das conseqüentes restrições associadas ao uso destas equações para a análise da propagação de descargas atmosféricas em linhas de transmissão, sistemas de aterramento ou em outros elementos diretamente no domínio tempo, muitas vezes empregam-se equações do tipo (4.3-3) e algumas vezes modela-se outras partes da linha ou do circuito global também por elementos básicos RLC (RACHIDI *et al.*, 1999, RIBEIRO e MIRANDA, 2001, BABA *et al.*, 2003). Também é possível incorporar aproximadamente a variação dos parâmetros da linha com a frequência, resolvendo-se as convoluções que neste caso surgem por meio de diferenças finitas (ORLANDI e PAUL, 1996).

Contudo, análises combinadas com elementos genéricos de circuitos elétricos não são comuns através de uma metodologia exclusiva por diferenças finitas, sendo, quando for este o caso, geralmente utilizada uma integração com alguns programas simuladores existentes, como, por exemplo, os da Série EMTP (e.g., RIBEIRO e MIRANDA (2003)). Aliás, cumpre mencionar que a metodologia básica de cálculo dos programas da Série EMTP também faz uso de um processo do tipo diferenças finitas, mas somente para a variação dos parâmetros no tempo.

4.3.3 Metodologia baseada na modelagem da rede em elementos de linhas de transmissão (TLM – *Transmission Line Modeling*)

A metodologia TLM – *Transmission Line Modeling* –, ou também *Transmission Line Matrix*, apresenta várias semelhanças com o método do tipo FDTD descrito no item anterior, apesar de ter características particulares. Portanto, a análise tradicional também é feita no domínio do tempo, mas a base do processo é sempre utilizar um reticulado de linhas de transmissão ideais, em três dimensões, para interligar os diversos nós que possam formar o circuito elétrico em estudo.

Em síntese, pode-se descrever o método como um análogo discreto do princípio de Huygens, no qual cada cluster de segmentos de linha (um nó) atua como um radiador de ondas secundárias que contribuem para o fenômeno geral da propagação. Portanto, para tal modelagem, a formulação nodal simétrica e condensada introduzida por JOHNS (1987) tem se tornado uma espécie de padronização, e, desde então, o método TLM vem sendo bastante empregado. A Figura 4.3-2 apresenta a célula tridimensional básica empregada para a formulação do método, permitindo que cada nó do circuito seja conectado aos demais nós por linhas de transmissão ideais. O efeito das perdas no meio ou elementos passivos pode ser incluído indiretamente na formulação considerando-se tais perdas no próprio modelo da linha de transmissão, ou, diretamente, na própria formulação nodal. Pela própria natureza do método, efeitos de reflexão e refração das ondas de tensão e de corrente durante a propagação são facilmente incluídos na formulação básica.

Além disso, tal como no método FDTD, o processo de cálculo baseado no TLM torna-se cada vez mais moroso na medida em que se aumenta a quantidade de células de linhas de transmissão básicas para a simulação precisa de um determinado circuito. Há ainda algumas dificuldades para a inclusão do acoplamento mútuo entre as diversas células (a menos que se empregue soluções híbridas com outras metodologias de cálculo, como, por exemplo, no processo aproximado apresentado em MATTOS (2005)), e, naturalmente, pelo fato do processo tradicional se desenvolver no domínio do tempo, também é difícil a inclusão da variação dos parâmetros do(s) meio(s) no(s) qual(is) se insere o circuito com a frequência.

De qualquer forma, talvez uma vantagem razoável do método TLM em relação ao método FDTD seja o fato de que, apesar de consumir memória computacional bem maior para cada nó do circuito, para a modelagem de regiões de fronteira mais complexas, o processo é mais natural e simples.

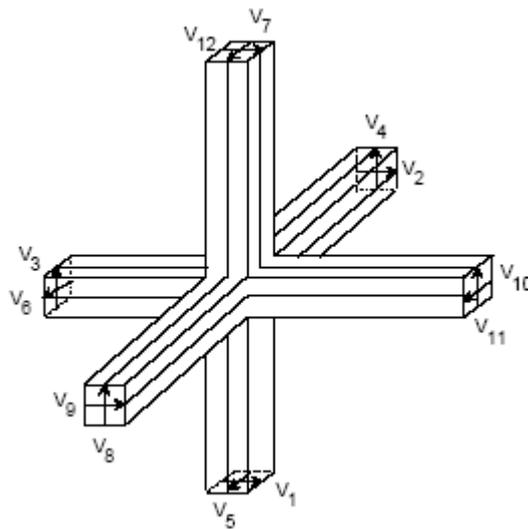


Figura 4.3-2 – Célula de linha de transmissão básica empregada no método TLM

4.3.4 Metodologia empregada nos programas computacionais da Série EMTP (*Electromagnetic Transients Program*)

Neste grupo aqui designado por “programas da Série EMTP”, enquadram-se os programas computacionais “EMTP”, “EMTP-RV”, “ATP”, “PSCAD/EMTDC”, “MICROTRAN” e “NETOMAC” (DOMMEL, 1986, LEHN *et al.*, 1995, PRIKLER e HØIDALEN, 1998, WOODFORD, 2001, MICROTRAN, 2002). Sem sombra de dúvida, essas são as ferramentas computacionais desenvolvidas para o cálculo de transitórios eletromagnéticos mais usadas e investigadas no Setor Elétrico considerando-se os últimos trinta anos.

Apesar da origem e da metodologia de cálculo desses programas serem praticamente as mesmas, sendo o EMTP o programa precursor, com o decorrer dos anos surgiram algumas transformações em certos módulos de cálculo e na facilidade de uso, principalmente migrando-se do uso inicial em computador de grande porte para microcomputadores e implementando-se facilidades visuais de entrada e saída de dados.

De qualquer forma, todos esses programas da Série EMTP já são bastante evoluídos atualmente.

Baseando-se no meritório trabalho de H. W. Dommel no final dos anos 60 (DOMMEL, 1969), de cunho extremamente inteligente e eficiente considerando-se as limitações de velocidade e armazenamento de dados dos computadores existentes nessa época, a estratégia de solução adotada nos programas da Série EMTP consiste em representar cada elemento do circuito geral por um circuito equivalente do tipo Norton, com impedância em paralelo com fonte de corrente, e uma solução acumulativa no tempo, aproveitando-se resultados num tempo anterior para o cálculo de resultados num tempo posterior (elementos históricos). Portanto, a representação de todo o circuito culmina num sistema matricial do tipo:

$$\mathbf{i}(t) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{i}_h(t - \Delta t) \quad ; \quad (4.3-6)$$

sendo os elementos \mathbf{H} , $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{i}(t)$ e $\mathbf{i}_h(t - \Delta t)$ a matriz de condutâncias nodais, o vetor de tensões nos nós no instante t (variáveis de estado), o vetor de correntes injetadas nos nós no instante t , e o vetor dos termos históricos calculados no instante t anterior, $t - \Delta t$, respectivamente.

Eventualmente, existindo tensões conhecidas nos nós, como, resulta, por exemplo, de fontes de tensão conectadas nos nós, o sistema matricial (4.3-6) sofre uma pequena alteração, posto que a variável de estado passa a ser uma corrente e não uma tensão.

Para melhor entendimento do processo básico de cálculo dos programas da Série EMTP, considere-se o clássico exemplo de um indutor isolado, cuja tensão entre terminais u_L é dada por

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = u_{L1} - u_{L2} \quad , \quad (4.3-7)$$

sendo L é a indutância, i_L a corrente circulante pelo indutor e u_{L1} e u_{L2} as tensões de cada terminal do indutor em relação à referência de potencial.

Linearizando-se a equação diferencial (4.3-7) para um intervalo de tempo Δt e aplicando-se diferenças finitas centrais, obtém-se:

$$\frac{u_L(t) + u_L(t - \Delta t)}{2} = L \frac{i_L(t) - i_L(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (4.3-8)$$

Rearrmando-se essa equação na forma da solução procurada, fica:

$$i_L(t) = G [u_{L1}(t) - u_{L2}(t)] + h(t - \Delta t) \quad ; \quad (4.3-9)$$

sendo

$$\begin{cases} G = \frac{\Delta t}{2L} \\ h(t - \Delta t) = i_L(t - \Delta t) + G [u_{L1}(t - \Delta t) - u_{L2}(t - \Delta t)] \end{cases} \quad (4.3-10)$$

Generalizando-se esse procedimento, pode-se combinar elementos básicos do tipo R , L e C , cujo valor pode variar ou não com o tempo, com a tensão entre os seus terminais ou com a corrente circulante; fontes de tensão e corrente; linhas de transmissão; transformadores; chaves; pára-raios; máquinas girantes; entre vários outros elementos. Como exemplo, apresenta-se nos exemplos do item 4.5 a formação das equações (4.3-6) para o caso de uma linha de transmissão aérea alimentada por uma fonte de corrente e alimentando uma carga resistiva.

Particularmente no caso do cálculo de linhas de transmissão, implementaram-se vários modelos nos programas da Série EMTP, desde os mais simples envolvendo as equações de ondas trafegantes sem perdas, até modelos mais elaborados, permitindo uma modelagem razoável dos parâmetros da linha com a frequência, os quais requerem tratamento específico para a sua adequação na forma da equação (4.3-6) (e.g., MARTI (1982), DOMMEL (1986), NODA *et al.* (1996), MORCHED *et al.* (1999)). Também foram desenvolvidos alguns modelos de linha que permitem considerar o efeito coroa nos cabos (e.g., AZEVEDO (1993), CARNEIRO *et al.* (1994)).

Uma grande vantagem dos programas da Série EMTP é o fato de permitirem uma modelagem específica de determinado elemento do circuito (ou conjunto de elementos) por parte do usuário, como, por exemplo, utilizando-se a rotina “CONNEC” ou rotinas similares, disponíveis em algumas versões dos programas (e.g., AZEVEDO (1993), CARNEIRO *et al.* (1994), SILVA *et al.* (1999), RICHTER (2001), TEIXEIRA *et al.* (2002), TORRES *et al.* (2003)), a linguagem de programação “MODELS”, própria dos

programas da Série EMTP (e.g., HØIDALEN (2003)), ou o módulo “TACS”. Em trabalhos mais recentes, mostrou-se que já é possível integrar os programas da Série EMTP com o programa MATLAB e outros semelhantes (*Open Systems Approach*), dando uma nova dimensão ao emprego destas ferramentas (GOLE *et al.*, 2001).

De qualquer forma, em síntese, considerando-se o tipo de análise que é abordado nesta tese, algumas dificuldades de modelagem ainda são claras numa ferramenta com base no domínio do tempo, como as da Série EMTP, por exemplo:

- Modelagem de transformadores considerando-se a interação entre uma descarga atmosférica e um transformador.
- Modelagem de cabos aéreos considerando-se a interação entre uma descarga atmosférica e os cabos da linha e, eventualmente, a interação com a torre e com o canal da descarga.
- Modelagem de sistemas de aterramento.
- Cálculo de campos eletromagnéticos.

É importante comentar que, conforme ficará claro no capítulo 5, essas dificuldades podem ser contornadas de modo bem mais simples quando se emprega adequadamente uma metodologia com base no domínio da frequência, e, eventualmente, num domínio híbrido frequência-tempo.

4.4 Metodologias com núcleo de cálculo desenvolvido no domínio da frequência

4.4.1 Aspectos básicos

Em síntese, as metodologias com núcleo de cálculo desenvolvido no domínio da frequência consideram sinais genéricos no tempo decompostos em pulsações sinusoidais do tipo do tipo $e^{\mp i \omega t}$, assim como foi apresentado no item 4.2, podendo-se desenvolver as formulações para cada componente das seguintes formas:

- Em função da pulsação ω (ou do parâmetro $i \omega$), e se consideram as próprias funções $e^{\mp i \omega t}$.

- Em função do parâmetro mais genérico s (ou p^*), igual a “ $a \mp i\omega$ ”, resultando no emprego de funções do tipo e^{st} , as quais, na verdade, são pulsações exponenciais sinusoidais.
- Em função do parâmetro z , igual ao termo $e^{\mp i\omega\Delta t}$, sendo Δt o intervalo de amostragem no tempo para o qual o cálculo é subsequente feito, ou seja, considera-se $t = m \Delta t$, variando-se o parâmetro m .

Note-se que o emprego de funções do tipo $e^{\mp i\omega t}$ ou e^{st} , principalmente nas equações eletromagnéticas básicas, é bastante conveniente, posto que a derivada da função no tempo é a própria função multiplicada pelo fator $\mp i\omega$ ou s , respectivamente, o que permite, na maioria dos casos, em tratar implicitamente a variação no tempo nos cálculos.

A inversão frequência-tempo para cada variável de saída ou função de transferência, ou seja, a obtenção da variação dos parâmetros no domínio do tempo, ponto no qual reside uma reconhecida dificuldade associada às metodologias desenvolvidas na frequência, pode, portanto, ser feita pelas Séries ou Integrais de Fourier ou de Laplace, seja utilizando-se somatório ou integração numérica dos valores discretos de cada frequência calculada, integrando-se diretamente funções racionais de zeros e pólos do tipo mostrado na equação (4.4-21) localizada adiante no texto, ou ainda empregando-se a transformada z .

Deve-se observar que tais funções racionais de variável complexa têm grande consistência física, se apresentam como uma solução mais compacta do que a integração contínua ou discreta em função de ω , e podem ser obtidas do cálculo direto dos zeros e pólos do sistema ou aproximadas por funções analíticas de variável complexa ajustadas para alguns valores discretos de frequência que tenham sido calculados (vide capítulo 5). Por outro lado, é importante citar que o cálculo de zeros e pólos (ou de

* Na literatura técnica sobre o tema, o símbolo p tem sua origem anterior à do símbolo s , mas atualmente há uma certa divisão de emprego de um ou outro símbolo, considerando-se os trabalhos publicados nas diversas partes do mundo. De qualquer forma, preferiu-se adotar nesta tese o símbolo s , já que o símbolo p é utilizado em demais partes do texto para referenciar outros parâmetros.

pólos e correspondentes resíduos) torna-se uma tarefa difícil quando a quantidade de zeros e pólos é elevada, o que ocorre quando se opera com algumas funções hiperbólicas ou com alguns modelos completos de solo, como o modelo apresentado no item 5.3 (PORTELA e TAVARES, 2001).

Tem-se, portanto (CLOSE, 1975, SPIEGEL, 1978):

- Transformadas e séries de Fourier:

- No desenvolvimento da função $f(t)$ por série de Fourier, considera-se que a função é periódica ou que a mesma pode ser aproximada como periódica, isto é, se repetindo continuamente a cada período de tempo igual a T . Para a convergência da série, a função $f(t)$ deve ter um número finito de máximos, mínimos e descontinuidades em qualquer período, ou uma infinidade numerável de descontinuidades, e a integral do módulo de $f(t)$ em relação a t variando de 0 a T deve ser um valor finito.

Logo, em geral, tem-se

$$f(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} F(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t} , \quad (4.4-1)$$

sendo p um número inteiro,

$$\omega_o = \frac{2 \pi}{T} , \quad (4.4-2)$$

e as funções f e F complexas.

Eventualmente, tem interesse escrever a equação (4.4-1) de modo diferente, ou seja:

$$f(t) = F_0 + \sum_{p=1}^{+\infty} (F_p e^{\mp i p \omega_o t} + F_{-p} e^{\mp i p \omega_o t}) ; \quad (4.4-3)$$

sendo:

$$\begin{cases} F_p = F(p \omega_o) = F_{r_p} + i F_{i_p} \\ F_{r_p} = \Re [F(p \omega_o)] \\ F_{i_p} = \Im [F(p \omega_o)] \end{cases} . \quad (4.4-4)$$

Além disso, para a condição específica da função $f(t)$ puramente real, típica para as análises de circuitos elétricos, verifica-se a igualdade:

$$F(-p \omega_o) = \overline{F(p \omega_o)} ; \quad (4.4-5)$$

onde, no termo à direita, o traço superior significa o complexo conjugado da função.

Logo, nesse caso, pode-se adotar

$$\begin{aligned} f(t) &= \Re \left[\sum_{p=-\infty}^{+\infty} F(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t} \right] = \\ &= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left\{ F_{r_p} \cos(p \omega_o t) \pm F_{i_p} \sin(p \omega_o t) \right\} \end{aligned} , \quad (4.4-6)$$

e, conseqüentemente,

$$\begin{aligned} f(t) &= \Re \left[2 \sum_{p=0}^{+\infty} F(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t} \right] = \\ &= 2 \sum_{p=0}^{+\infty} \left\{ F_{r_p} \cos(p \omega_o t) \pm F_{i_p} \sin(p \omega_o t) \right\} \end{aligned} , \quad (4.4-7)$$

tendo-se, portanto, um somatório de funções do tipo das equações (4.2-11).

Assim, sendo $f(t)$ real e dada pela equação (4.4-1) ou pela equação (4.4-7), para $p > 0$, $F(p \omega_o)$ é dada por

$$F(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt , \quad (4.4-8)$$

enquanto que, para $p = 0$, tem-se

$$F(p \omega_o) = \frac{1}{2T} \int_0^T f(t) dt \quad (4.4-9)$$

Tem-se também, separando-se as parcelas reais e imaginárias de F :

$$\begin{cases} F_{r_p} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cos(p \omega_o t) dt, & \text{para } p > 0 \\ F_{i_p} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \sin(p \omega_o t) dt, & \text{para } p > 0 \\ F_{r_p} = \frac{1}{2T} \int_0^T f(t) dt, & \text{para } p = 0 \\ F_{i_p} = 0, & \text{para } p = 0 \end{cases} \quad (4.4-10)$$

- No desenvolvimento da função $f(t)$ por integral de Fourier, considera-se que o período da função tende para infinito, podendo-se assim abordar funções não-periódicas. Igualmente ao caso da série, a função $f(t)$ deve ter um número finito de máximos, mínimos e descontinuidades, ou uma infinidade numerável de descontinuidades, e a integral do módulo de $f(t)$ em relação à t variando de $-\infty$ a $+\infty$ deve ser um valor finito.

Logo, em geral, tem-se *

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{\mp i \omega t} d\omega, \quad (4.4-11)$$

e, para a função $f(t)$ puramente real, tal que,

$$F(-\omega) = \overline{F(\omega)}, \quad (4.4-12)$$

onde, novamente, no termo à direita, o traço superior significa o complexo conjugado da função, a equação (4.4-11) simplifica-se para

* Na equação (4.4-11), adotou-se apenas uma das possíveis combinações envolvendo ou não o parâmetro 2π .

$$f(t) = \Re \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) e^{\mp i \omega t} d\omega \right] . \quad (4.4-13)$$

Portanto, sendo $f(t)$ dada pela equação (4.4-11) ou (4.4-13), $F(\omega)$ é dada por

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{\pm i \omega t} dt , \quad (4.4-14)$$

e, se $f(t)$ é nula até o tempo $t = 0$, por

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} f(t) e^{\pm i \omega t} dt . \quad (4.4-15)$$

- Transformadas de Laplace

No caso da transformada de Laplace, generaliza-se o parâmetro $\mp i \omega$ pelo parâmetro $s = a \mp i \omega$, resultando $ds = \mp i d\omega$, e, portanto, das equações (4.4-11) e (4.4-14), obtém-se:

$$f(t) = \frac{1}{\mp i 2 \pi} \int_{a \pm i \infty}^{a \mp i \infty} F(s) e^{st} ds \quad (4.4-16)$$

e

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-st} dt . \quad (4.4-17)$$

Além disso, similarmente aos dois casos anteriores, para a função $f(t)$ puramente real e, portanto, verificando-se a igualdade

$$F(a \mp i \omega) = \overline{F(a \pm i \omega)} , \quad (4.4-18)$$

a equação (4.4-16) simplifica-se para

$$f(t) = \Re \left[\frac{1}{\mp i \pi} \int_0^{a \mp i \infty} F(s) e^{st} ds \right] . \quad (4.4-19)$$

Por fim, pode-se também adotar

$$f(t) = \frac{1}{\mp i 2 \pi} \int_C F(s) e^{st} ds \quad , \quad (4.4-20)$$

sendo C uma curva fechada no plano complexo que engloba todos os pólos do sistema, e, neste caso, interessa o emprego da função $F(s)$ do tipo

$$F(s) = K \frac{\prod_j (s - z_j)}{\prod_i (s - \lambda_i)} = \sum_i \frac{R_i}{s - \lambda_i} + d \quad , \quad (4.4-21)$$

na qual K é uma constante, z_j e λ_i são os zeros e pólos do sistema, respectivamente, R_i é o resíduo associado a cada pólo e d é o termo direto, que corresponde ao valor de $F(s)$ quando s tende ao infinito, sendo as respostas ao impulso delta de Dirac e ao degrau dadas respectivamente por

$$g'_{impulso}(t) = \sum_i R_i e^{\lambda_i t} + \delta(t) d \quad (4.4-22)$$

e

$$g'_{degrau}(t) = \int_0^t g'_{impulso}(\tau) d\tau = \sum_i \frac{R_i}{\lambda_i} e^{\lambda_i t} + \sum_i -\frac{R_i}{\lambda_i} + d \quad . \quad (4.4-23)$$

Considerando-se a equação (4.4-1), (4.4-3), (4.4-6), (4.4-7), (4.4-11), (4.4-13), (4.4-16) ou (4.4-19), percebe-se claramente que o cálculo de $f(t)$ advém de um efeito de “superposição” de cada valor de $F(\omega)$ ou $F(s)$ calculado para cada pulsação ω ou parâmetro s , respectivamente, estando implícito o fator $e^{\mp i \omega t}$ ou e^{st} , respectivamente. Portanto, os valores de $F(\omega)$ ou $F(s)$ podem ser obtidos previamente para as frequências de interesse e então serem agrupados por série ou integral para a composição da função $f(t)$ no tempo.

Neste ponto, cabe citar um procedimento para a solução numérica otimizada da transformada inversa de Laplace, aqui designada por TNL – Transformada Numérica de

Laplace –, e que foi diagnosticado nesta tese como promissor *, sobretudo devido à sua simplicidade de implementação computacional e à sua aplicação eficiente a vários dos exemplos de aplicação apresentados no capítulo 7 . Basicamente, separando-se no termo exponencial do integrando da equação (4.4-19) as parcelas associadas ao fator a e ao fator $\mp i \omega$, assumindo-se a independente de t , e, conseqüentemente, passando-se a realizar a integração somente em $d\omega$, fica:

$$f(t) = \frac{e^{at}}{\pi} \cdot \Re \left[\int_0^{\infty} F(s) e^{\mp i \omega t} d\omega \right]. \quad (4.4-24)$$

Calculando-se o termo integral da equação (4.4-24) por série, e, conforme (WEDEPOHL, 1982), considerando-se somente os harmônicos de ordem ímpar, evitando-se assim algumas eventuais dificuldades de cálculo que tipicamente surgem para $\omega = 0$, fica:

$$f(t) = \frac{2 \omega_o e^{at}}{\pi} \cdot \Re \left\{ \sum_{p=0}^{+\infty} F[a \mp i(2p+1) \cdot \omega_o] e^{\mp i(2p+1) \cdot \omega_o t} \right\}; \quad (4.4-25)$$

sendo agora:

$$\omega_o = \frac{\pi}{T} . \quad (4.4-26)$$

O valor do fator a na equação (4.4-25) deve ser escolhido adequadamente, e deve ser maior do que a parte real de todos os pólos de $F(s)$ situados à direita do eixo imaginário, sendo apropriado, de acordo com vários testes aqui efetuados, situar o produto aT até em torno de uma dezena. Como exemplo, em YAMADA *et al.* (1995) e GÓMEZ *et al.* (2003) adotou-se eficazmente

$$a = 2 \omega_o , \quad (4.4-27)$$

* Há também outras formulações potenciais, apesar de não terem sido adotadas nesta tese, ou pelo fato do fator a variar com t , ou por serem de cálculo mais demorado, ou ainda por serem melhor aplicadas a cálculos específicos, nomeadamente os processos descritos em, e.g., DUBNER e ABATE (1968), CRUMP (1976), HOSONO (1981), AHMAD *et al.* (1992), CHANG e KANG (1992) e ABATE *et al.* (1999).

e, para vários dos exemplos de aplicação apresentados nesta tese, também esta relação proporcionou bons resultados.

Uma breve análise do efeito do fator a na equação (4.4-24) ou (4.4-25) denota um comportamento semelhante a realizar a transformada de Fourier da função $f(t)$ com o amortecimento exponencial igual a $a t$, ou seja, $f(t) e^{-a t}$. Portanto, por exemplo, considerando-se uma determinada função f_1 com variação no tempo do tipo

$$f_1(t) = e^{-a t} g'_{degrau}(t), \quad (4.4-28)$$

onde g'_{degrau} é a função degrau unitário, a aplicação da transformada de Fourier na função $f_1(t)$ seguida da transformada inversa série resulta facilmente na seguinte aproximação, $f_{1\text{aproxim}}(t)$ (WEDEPOHL, 1982):

$$f_{1\text{aproxim}}(t) = -a t + e^{-a(t+T)} + e^{-a(t+2T)} + e^{-a(t+3T)} + \dots ; \quad (4.4-29)$$

e, portanto:

$$f_{1\text{aproxim}}(t) = e^{-a t} \frac{1}{1 - e^{-a T}}. \quad (4.4-30)$$

Além disso, se o produto $a T$ é razoavelmente superior a 1, pode-se assumir

$$f_{1\text{aproxim}}(t) \cong e^{-a t} \cdot (1 + e^{-a T}) = f_1(t) \cdot (1 + e^{-a T}), \quad (4.4-31)$$

donde se obtém o seguinte erro da aproximação

$$\varepsilon = e^{-a T}. \quad (4.4-32)$$

Nessas condições, o valor do fator a é então dado por

$$a = -\frac{\ln(\varepsilon)}{T}, \quad (4.4-33)$$

e o que permite estimar as faixas de erro associados aos valores adotados do fator a , como, por exemplo, a relação dada na equação (4.4-27).

Ocasionalmente, pode-se ainda utilizar filtros $\sigma(\omega)$ em série com as funções $F(\omega)$ nas transformadas inversas dadas nas equações (4.4-1), (4.4-6), (4.4-7), (4.4-13), (4.4-24) e

(4.4-25) para atenuar o erro associado ao truncamento da máxima pulsação utilizada no cálculo, $\omega_{m\acute{a}x}$ (ou $p_{m\acute{a}x} \omega_o$). Investigou-se nesta tese o emprego dos filtros de Lanczos, Hamming, Von Hann (ou Hanning) e Blackman (WEDEPOHL, 1982, BRIGHAM, 1988), sendo as suas respectivas equações apresentadas na Tabela 4.4-1.

Tabela 4.4-1 – Filtros analisados

Tipo	Equação
Lanczos	$\sigma(\omega) = \frac{\sin(\pi \omega / \omega_{m\acute{a}x})}{\pi \omega / \omega_{m\acute{a}x}}$
Hamming	$\sigma(\omega) = \alpha + (1 - \alpha) \cos(2\pi \omega / \omega_{m\acute{a}x})$; valor usado: $\alpha = 0,53836$
Von Hann	$\sigma(\omega) = 0,50 [1 - \cos(2\pi \omega / \omega_{m\acute{a}x})]$
Blackman	$\sigma(\omega) = 0,42 - 0,50 \cos(2\pi \omega / \omega_{m\acute{a}x}) + 0,08 \cos(4\pi \omega / \omega_{m\acute{a}x})$

Para os casos analisados, realmente, o emprego dos filtros citados permitiu o emprego de um número menor de pulsações, acelerando o processo de cálculo, mas, por outro lado, em algumas situações, ocorreu a indevida atenuação de determinados picos reais nos sinais calculados. Esse último aspecto sinaliza a necessidade de cautela ao se usar filtros nas inversões frequência-tempo.

Uma cautela especial também deve ser dada ao valor escolhido para o fator a na equação (4.4-25), pois, apesar da equação (4.4-32) apontar que valores elevados de a reduzem o erro do processo, o termo e^{at} na equação (4.4-25) também aumenta rapidamente com a elevação de a , podendo-se assim incorrer em erros numéricos consideráveis e no crescimento dos erros associados ao truncamento da máxima frequência empregada e não eliminados totalmente pelos filtros dados na Tabela 4.4-1.

Além desses aspectos de otimização para o processo de inversão frequência-tempo, no caso de não haver elementos não-lineares no circuito, uma alternativa bastante interessante para o cálculo das respostas no tempo consiste no emprego do teorema da convolução, calculando-se a resposta $g(t)$ a uma função genérica no tempo $f(t)$ a partir da resposta $g'(t)$ a uma função conhecida no tempo, geralmente a partir da

resposta à função impulso delta de Dirac, $g'_{impulso}$, ou à função degrau unitário, g'_{degrau} , designadamente:

$$g(t) = \int_{-\infty}^t f(x) g'_{impulso}(t-x) dx \quad (4.4-34)$$

e

$$g(t) = \int_{-\infty}^t \frac{df(x)}{dx} g'_{degrau}(t-x) dx \quad (4.4-35)$$

Por exemplo, considere-se um estudo completo de desempenho de linhas de transmissão a surtos atmosféricos (vide capítulo 8), no qual, objetivando-se investigar todo o espectro possível das descargas atmosféricas na região de implantação da linha, para dezenas a centenas de forma de onda de corrente de descarga atmosférica, simula-se a injeção de cada corrente em pontos principais da linha ou no solo próximo e calculam-se as sobretensões nas cadeias de isoladores e entre cabos.

Nesse estudo, num processo desenvolvido adequadamente no domínio da frequência, mesmo para a maioria dos computadores atuais, cada simulação pode levar minutos, ou mesmo horas, dependendo da quantidade de vãos da linha que são considerados e da forma em que se representa cada torre, cabo e sistema de aterramento, como, por exemplo, por pequenos eletrodos cilíndricos.

Portanto, desde que não sejam empregados elementos não lineares na simulação, pode-se apenas uma vez calcular as respostas, por exemplo, ao impulso delta de Dirac*, e então, para cada forma de onda, num tempo computacional insignificante em relação ao tempo computacional total da simulação, fazer-se o cálculo da integral dada na equação (4.4-34).

Por outro lado, no caso de haver elementos não-lineares no estudo, como, por exemplo, chaves, pára-raios, etc, em princípio, o processo da convolução também poderia ser usado, mas a necessidade que surge de serem consideradas as correlações entre cada par

* Há casos em que a resposta ao impulso tem aspecto fortemente oscilatório, de difícil integração numérica, dificultando o emprego da estratégia da convolução de sinais.

de elementos não-lineares pode onerar bastante o processo, muitas vezes, inviabilizando-o. Esse aspecto é brevemente comentado no item 5.6.1.2.

4.4.2 Modelagens comumente adotadas

Considerando-se o escopo desta tese, na busca que se fez junto à literatura existente, concluiu-se que duas linhas básicas e distintas de modelagem no domínio da frequência, até então aparentemente não efetivamente combinadas no domínio da frequência, mas aqui comprovadas como plenamente viáveis de combinação, apesar de em geral requerem o emprego de um domínio híbrido frequência-tempo para o tratamento de não linearidades genéricas, são usualmente empregadas, quais sejam:

- Uma primeira, que emprega soluções do campo eletromagnético associado a eletrodos “fonte” que são usados para representar, e.g., torres metálicas, cabos aéreos com posicionamento genérico (cabos de linhas de transmissão, estais etc), sistemas de aterramento, e, menos freqüentemente, transformadores.
- Uma segunda, que utiliza modelos de elementos básicos de análises de redes elétricas, em função de ω ou de s , considerando, e.g., elementos lineares do tipo RLC, modelos de linhas de transmissão e transformadores e, menos freqüentemente, elementos não lineares, como, e.g., chaves controladas por tensão ou corrente e elementos RLC com parâmetros variáveis no tempo.

Realmente, dentre todo o material técnico pesquisado, apenas no plano na análise linear e em raros casos somente se citou uma combinação muito simples de elementos do tipo eletrodo com elementos do tipo RLC (para a maioria dos exemplos, unicamente, resistores) e com modelos simples de linhas de transmissão, modelagens estas que estão distantes do enfoque da generalização e do desenvolvimento analítico envolvendo vários elementos lineares e não lineares que se apresenta nesta tese.

A título exemplificativo, no programa computacional NEC – *Numerical Electromagnetic Code* (BURKE *et al.*, 1979, BURKE e MILLER, 1984) –, o qual é comentado adiante e se trata de uma ferramenta bastante validada, empregada e

constantemente atualizada desde a sua versão inicial *, é possível combinar modelos de eletrodos (não necessariamente cilíndricos) com elementos RLC e quadripolos conectados entre nós. Uma facilidade semelhante também existe no módulo HIFREQ – *High Frequency* – do pacote computacional CDEGS – *Current Distribution, Electromagnetic Fields, Grounding and Soil Structure Analysis* –, também comentado adiante.

Com relação a tais características de aplicativos semelhantes que foram desenvolvidos por outros autores, cita-se, por exemplo, que em SOARES JÚNIOR (2001) foram usados resistores para o casamento de impedâncias dos cabos nos pontos terminais de dois vãos de 300 m de uma linha de transmissão trifásica, cujos cabos, torres e sistemas de aterramento foram modelados por eletrodos cilíndricos. Em SILVEIRA *et al.* (2003), informa-se que, além dos modelos de eletrodos para a representação dos cabos de um trecho de 150 m de comprimento de uma linha de distribuição monofásica, usou-se resistores para a representação de cargas (consumo) conectadas entre o cabo de fase e de neutro, para a representação dos sistemas de aterramento dos cabos de descida do cabo neutro, e para a representação muito aproximada de um ponto de operação de pára-raios de linha. Outro exemplo encontra-se em METWALLY *et al.* (2003), onde também se empregou resistores para o casamento das impedâncias dos cabos nos terminais de um trecho de quatro vãos de uma linha de transmissão de 765 kV modelados por eletrodos cilíndricos. Como um último exemplo, seja a simulação efetuada por BABA e ISHII (2003) com o programa computacional NEC-2 para a representação simplificada de um canal da descarga atmosférica com 2800 m de comprimento, onde o efeito da redução da velocidade de propagação da corrente pelo canal foi conseguido modelando-se tal canal por eletrodos cilíndricos com valores específicos de resistência e indutância por unidade de comprimento.

Portanto, essas duas linhas de modelagem na frequência serão comentadas a seguir.

* Existe atualmente uma gama razoável de versões originadas do programa NEC original, com variância das rotinas de cálculo que foram implementadas e da forma em que a interface gráfica do programa foi implementada, como, por exemplo, os programas MiniNEC, NEC-2, NEC-3, NEC-4, SuperNEC, NEC-Win e 4NEC (vide <http://www.nec2.org> e <http://www.si-list.org/swindex2.html>).

4.4.2.1 Abordagem baseada nas equações eletromagnéticas

Num primeiro grupo de abordagem baseada nas equações eletromagnéticas, tem-se as metodologias que são voltadas para a modelagem dos elementos do circuito por eletrodos, geralmente cilíndricos, cada um com comprimento tal que se possa considerar distribuição uniforme das correntes longitudinais e transversais ao longo deste comprimento, e, é de opinião nesta tese que tal processo proporciona uma solução mais simples em relação à solução adotada no segundo grupo de abordagem apresentada adiante, a menos que sejam empregadas aproximações assintóticas válidas para certas faixas dos parâmetros envolvidos *. Deve-se notar que a referida simplificação associada à uniformidade das correntes não impede que se considere precisamente o efeito do tempo de propagação das ondas entre um ponto no eletrodo e um ponto no meio externo, o qual é substancialmente importante para a análise em frequências elevadas e para a inclusão do efeito de meios externos diferentes, como, por exemplo, solo e ar.

Essa modelagem por eletrodos cilíndricos, que facilmente pode ser estendida para a consideração de esferas, anéis e placas, pode ser aplicada à simulação de torres, cabos aéreos, sistemas de aterramento e até transformadores. Em termos de trabalhos nacionais, pode-se citar PORTELA (1985), VISACRO FILHO (1992), PORTELA (1997a), SOARES JÚNIOR (2001), SCHROEDER (2001), ARRUDA (2003), MIRANDA (2003), SILVA (2004), RODRIGUES (2004) e NOGUEIRA (2006). Em essência, todos estes trabalhos têm origem ou semelhança com a metodologia geral apresentada em PORTELA (1997a), referência que sintetiza parte da pesquisa desenvolvida para o tema em questão ao longo de vários anos pelo Prof. Carlos Portela, da COPPE/UFRJ. Nesses trabalhos, emprega-se soluções das equações dos potenciais retardados de Lorentz ou soluções do tipo ondas esféricas e as equações auxiliares dos potenciais escalar e vetor para o estudo da propagação no meio externo aos eletrodos.

Portanto, num outro grupo de abordagem, e que encerra trabalhos aparentemente mais antigos, também se emprega a simulação dos elementos do circuito por eletrodos cilíndricos; entretanto, desenvolve-se as equações eletromagnéticas em função dos potenciais de Hertz, eventualmente usando-se as funções de Green, considera-se que a corrente é variável ao longo de cada eletrodo, e inclui-se o efeito do solo por meio das

* Vide item B.4 do Apêndice B.

equações integrais de Sommerfeld. Em alguns casos, emprega-se o método dos momentos para a solução da variação das correntes ao longo dos eletrodos e propõe-se soluções simplificadas para as integrais de Sommerfeld^{*}, as quais têm difícil solução. Entre a extensa gama de trabalhos sobre o tema, cita-se, por exemplo, BURKE *et al.* (1979), BURKE e MILLER (1984), LINDELL e ALANEN (1984), KING (1985), GRCEV e DAWALIBI (1990), DAWALIBI e SELBY (1993), POLJACK e ROJE (1995), OLSEN e WILLIS (1996), WAIT (1998), ANDOLFATO *et al.* (2000), SARABANDI *et al.* (2002) e CUI *et al.* (2002).

Valendo-se de qualquer uma dessas duas metodologias, já perfazendo mais de 30 anos desde que os primeiros trabalhos foram lançados, combinando-se equações de tensões e correntes relacionando o comportamento eletromagnético de eletrodos metálicos que estejam no ar ou no solo, pode-se montar um sistema matricial de equações nodais para cada pulsação de interesse do tipo

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} , \quad (4.4-36)$$

sendo \mathbf{Y} a matriz de admitâncias nodais, \mathbf{U} o vetor de tensões nos nós e \mathbf{I} o vetor de correntes injetadas nos nós.

Cumprir comentar que em BURKE e MILLER (1984) e DAWALIBI e SELBY (1993) podem ser encontradas as bases das metodologias empregadas nos programas computacionais NEC e CDEGS/HIFREQ, respectivamente, aparentemente pouco conhecidos no Setor Elétrico Brasileiro, enquanto que em PORTELA (1997a) e PORTELA (1997b) constam as bases da metodologia do programa computacional TRANSMATER (Transitórios em Malha de Terra), elaborado em Linguagem *Mathematica*.

Por fim, é também interessante comentar que tais modelos de eletrodos cilíndricos são também empregados em formulações desenvolvidas diretamente no domínio do tempo, partindo-se das equações eletromagnéticas básicas. Como exemplo, tem-se o processo

* Arnold Sommerfeld, em 1909, foi um dos primeiros a investigar o efeito da irradiação de dipolos sob meios condutivos, publicando o clássico trabalho: “Über die Ausbreitung der Wellen in der Drahtlosen Telegraphie (*Propagação de Ondas em Telegrafia Sem Fio*)”, *Annalen der Physik*, 4th Folge, vol. 28, pp. 665-736.

implementado no programa computacional TWTDA (*Thin-Wire Time Domain Analysis Code*). Também datando cerca de 30 anos desde a sua implementação inicial (data semelhante à dos programas EMTP e NEC), nos últimos anos foram feitas algumas melhorias específicas no programa TWTDA, aproveitando-se o fato deste ser desenvolvido no domínio do tempo, especificamente incluindo-se o uso combinado dos modelos de eletrodos cilíndricos com alguns elementos não lineares, o que permite um número maior de análises (MOINI *et al.*, 1998, MOZUMI *et al.*, 2003).

4.4.2.2 Abordagem baseada no uso de elementos de redes elétricas

Nesta abordagem considera-se que o circuito elétrico em estudo é totalmente modelado no domínio da frequência por basicamente elementos do tipo RLC, transformadores e linhas de transmissão (e.g., NAGAOKA e AMETANI (1988) e GOMES JÚNIOR (2002)). Pode-se também agregar modelos de elementos girantes (e.g., SEMLYEN (1999), GOMES JÚNIOR (2002)). Em raros casos, empregam-se ou sugerem-se alguns modelos de chaves controladas por tensão e corrente, ou elementos não lineares simples modelados por combinações adequadas de algumas chaves (e.g., WEDEPOHL (1982), NAGAOKA e AMETANI (1988), e GÓMEZ *et al.* (2003)).

Portanto, considerando-se as relações entre tensões e correntes entre cada elemento do circuito, semelhante ao que é tradicionalmente feito nas análises de curto-circuito e de fluxo de carga em redes elétricas, valendo-se de componentes básicos de redes elétricas pode-se também para esta abordagem montar um sistema matricial do tipo (4.4-36), seja em função de ω ou de s . Além disso, se a matriz \mathbf{Y} é conhecida analiticamente em função de s , a inversão frequência-tempo pode ser realizada utilizando diretamente a transformada de Laplace em função dos zeros e pólos do sistema, podendo-se adotar, por exemplo, a metodologia apresentada em GOMES JÚNIOR (2002).

Por fim, salienta-se que modelagens do tipo equações de estado ou sistemas descritores poderiam também ser empregadas para a solução do problema em análise, mas, a despeito de algumas facilidades de tratamento com o seu uso, estas não foram aqui consideradas, já que são casos particulares em relação ao tratamento do tipo do sistema matricial (4.4-36), além do fato de dificultarem a generalização de solução que se pretende nesta tese.

4.4.3 A necessidade da combinação de modelagens

Como comentado, os modelos na frequência são muito mais robustos para cálculo de transitórios eletromagnéticos do que os desenvolvidos no domínio do tempo, pois é fácil a implementação da variação de qualquer parâmetro com a frequência, além de se estar num domínio de cálculo que é propício para o estudo de campos eletromagnéticos e da propagação de ondas.

Por exemplo, utilizando-se os modelos de eletrodos cilíndricos apresentados no item 5.4, para o estudo da propagação de ondas eletromagnéticas em torres metálicas com seus sistemas de aterramento, efeitos do tempo de retardo, distorção e atenuação da propagação e variação dos parâmetros do solo com a frequência podem ser diretamente incorporados nos equacionamentos utilizados no cálculo de cada componente de frequência utilizado para a representação dos sinais no tempo.

Por outro lado, tais modelos na frequência costumam demandar grande tempo computacional para os cálculos, podendo este problema ser crítico quando o circuito a ser modelado tem um número muito grande de elementos, exigindo uma quantidade excessiva de eletrodos, e/ou há necessidade do uso de muitos componentes em frequência, ou ainda, se é feito um tratamento por zeros e pólos, se estes têm um número muito grande. Também como colocado, a análise na frequência é sobretudo demorada num estudo completo de desempenho de linhas a descargas atmosféricas, no qual se deve considerar toda a distribuição estatística dos parâmetros principais da descarga, ao menos da amplitude máxima e do tempo de frente da corrente da descarga, posto que em geral o cálculo com cada combinação destes parâmetros se caracteriza como uma diferente simulação a ser feita. Uma redução deste tempo computacional ocorre, contudo, quando é possível empregar técnicas de função de transferência ou de funções de convolução de sinais.

Por exemplo, para a modelagem de apenas quatro vãos de uma linha de transmissão trifásica com um único cabo por fase e um cabo pára-raios e das respectivas cinco torres e seus sistemas de aterramento (vide, por exemplo, os casos dos itens 7.3.6 a 7.3.8), necessitar-se-ia facilmente de pelo menos cerca de mil eletrodos para a obtenção de uma primeira aproximação dos resultados. O processo ainda envolve, para cada pulsação

considerada, a manipulação de matrizes cheias, cujas dimensões são proporcionais à quantidade dos nós que caracterizam as extremidades de cada eletrodo considerado.

Na realidade, deve-se observar que problemas como esses já foram muito críticos no passado, onde os computadores tinham uma velocidade de processamento e capacidade de armazenamento de dados substancialmente inferiores aos dos computadores atuais. Talvez esse seja o maior motivo para as metodologias no domínio da frequência terem sido por tanto tempo utilizadas basicamente para análises específicas e somente a partir dos anos 90 terem ganho um impulso maior. Mesmo assim, deve-se ressaltar que ainda para um computador atual com capacidade de processamento típica, o cálculo do exemplo citado no parágrafo anterior, sem otimização de modelagem e de forma de solução, pode consumir facilmente várias horas.

Outra desvantagem do cálculo no domínio da frequência é que o mesmo não permite diretamente a inclusão de elementos com comportamento não linear, já que as mudanças de estado destes elementos são verificadas no domínio do tempo. Um contra-exemplo é a análise de alguns circuitos com comportamento periódico envolvendo diodos ou tiristores, com funções de chaveamento bem conhecidas, podendo tais funções ser combinadas com as equações nodais do circuito. Nesse caso de não linearidades, e em diversos outros, como, por exemplo, quando da incorporação do efeito da saturação de reatores, em geral recai-se em um processo híbrido frequência-tempo, que faz uso da intrínseca dualidade entre estes dois domínios.

Além disso, numa análise de uma linha de transmissão como um todo, requer-se comumente a inclusão de elementos típicos das análises de redes elétricas, como, por exemplo, elementos do tipo RLC, seja para a modelagem de cargas, casamento de impedâncias, representação de partes ou terminais de equipamentos etc. Eventualmente, para economia de esforço computacional, também seria interessante modelar alguns trechos da linha pelos modelos tradicionais de quadripolos e não pelos modelos de eletrodos, podendo-se assim reduzir sensivelmente a dimensão das matrizes, mas, naturalmente, devendo-se tomar o devido cuidado com a precisão dos resultados.

Contudo, apesar dessa necessidade de emprego de diferentes modelagens no domínio da frequência, embora existam algumas dificuldades de implementação computacional, e considerando-se as ferramentas computacionais pesquisadas no âmbito desta tese, não

se observou a existência de uma ferramenta única que permita a pronta e precisa análise de um circuito elétrico generalizado do tipo que possa englobar simultaneamente todos os elementos a seguir:

(i) Elementos típicos de cálculo de campos eletromagnéticos: cabos aéreos de linhas, elementos metálicos das torres, cabos de estais, componentes de sistemas de aterramento, elementos representativos do canal da descarga atmosférica, transformadores etc.

(ii) Elementos típicos de análises de redes elétricas:

- Lineares: cabos aéreos (modelos de linhas de transmissão), elementos RLC com parâmetros invariantes no tempo, transformadores e reatores não saturados etc.
- Não-lineares: pára-raios, chaves, elementos RLC com parâmetros não lineares, transformadores e reatores saturados etc.

No entanto, às custas de perda de precisão nos resultados, restringindo-se a simulação do comportamento físico real, podendo estas questões em vários casos ser significativas, costuma-se adotar algumas estratégias de cálculo, especialmente envolvendo a modelagem dos elementos do tipo (i), para que também nestas análises possa ser empregado diretamente um programa computacional que opere no domínio do tempo. Tal fato ocorre em função de algumas vantagens anteriormente mencionadas para os cálculos no domínio do tempo e, mais provavelmente, pela disseminação do uso dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos (e.g. programa SPICE) pelo mundo inteiro. Algumas dessas estratégias são as seguintes:

1. Modelam-se os elementos do tipo (i) por associações simples de elementos RLC e ou por modelos de linhas de transmissão (linha ideal, quadripolo etc), eventualmente combinados com elementos não-lineares, e eventualmente sem grande rigor físico, e recai-se, assim, nos elementos do tipo (ii) (e.g., VERMA e MUKHEDKAR (1981), SMITH e PURI (1989), ISHII *et al.* (1991), ANDERSON e SHORT (1993), YAMADA *et al.* (1995), IMECE *et al.* (1996), NAKADA *et al.* (1997), PIANTINI e MALAGODI (1999), MATA *et al.* (2000), TARCHINI *et al.* (2001), DE CONTI *et al.* (2001), DE FRANCO *et al.* (2002),

MOZUMI *et al.* (2003), NAKADA *et al.* (2003), VELASCO e ARANDA (2005), SADOVIC *et al.* (2005), AMETANI e KAWAMURA (2005)). Entre as aproximações comumente adotadas para que se obtenha tal facilidade, pode-se citar as seguintes, eventualmente combinadas:

- Desprezar o acoplamento eletromagnético entre diversos elementos do circuito sendo modelado.
 - Supor propagação transversal instantânea.
 - Considerar somente o “modo” de propagação transversal elétrico e magnético.
 - Utilizar modelos de linhas de transmissão elaborados para cabos com posicionamento horizontal (além de outras restrições) para cabos com posicionamento genérico.
 - Desprezar as perdas nos cabos e no solo.
 - Considerar somente uma frequência representativa do espectro para o cálculo do(s) elemento(s) RLC empregado(s) ou do modelo de linha de transmissão empregado.
2. Modela-se com maior precisão e no domínio frequência (ou faz-se medição em laboratório) os elementos do tipo (i), e assim se pode utilizar funções analíticas de variável complexa (expressas, por exemplo, em função dos respectivos zeros e pólos) obtidas a partir da resposta em frequência ou da determinação direta de zeros e pólos para representar o elemento visto dos seus terminais. Entre os procedimentos típicos para a interligação de processos como estes com um processo de cálculo principal no domínio do tempo, pode-se citar os seguintes, também eventualmente combinados (MORCHED *et al.*, 1993a, MORCHED *et al.*, 1993b, SEMLYEN e IRAVANI, 1993, MENTER e GRCEV, 1994, HEIMBACH e GRCEV, 1997, HENRIKSEN, 1997, GUSTAVSEN, 2002, LORENTZOU e HATZIARGYRIOU, 2003):

- Aproximar tais funções de zeros e pólos por circuitos RLC com resposta em frequência semelhante, e, assim, novamente, recaindo-se nos elementos lineares do tipo (ii).
 - No caso dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos, empregar diretamente as funções de zeros e pólos através de, por exemplo, modelos de linhas de transmissão existentes.
 - No caso do emprego dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos, empregar interfaces de comunicação existentes em alguns destes programas.
 - Usar certos elementos lineares do tipo (ii) para fazer tal papel de interligação, como, por exemplo, linhas de transmissão ideais, capacitores e indutores.
3. Modela-se no domínio do tempo os elementos do tipo (i) empregando-se equações eletromagnéticas básicas desenvolvidas neste domínio, e, eventualmente, aproxima-se tais equações por meio de linearizações utilizando-se diferenças finitas ou elementos finitos e empregam-se os parâmetros do meio onde se dá a propagação calculados para uma determinada frequência. Em alguns casos isolados, emprega-se as equações eletromagnéticas no domínio da frequência e faz-se as seguidas convoluções para o domínio do tempo em cada instante de tempo calculado. Estes procedimentos também demandam o emprego de interfaces ou elementos de interligação para a conexão com o programa computacional que opere no domínio do tempo (e.g., NUCCI *et al.* (1993), TELLERIA *et al.* (1998), SILVA *et al.* (1999), RIBEIRO e MIRANDA (2003), HØIDALEN (2003), XÉMARD *et al.* (2003), PAOLONE *et al.* (2005)).

Entretanto, existem alguns inconvenientes associados a esses três grupos de procedimentos, designadamente:

- De um modo geral, algumas dessas estratégias têm aplicação restrita a casos e circuitos elétricos específicos, e, somente nestas situações, podem realmente conduzir a resultados com precisão satisfatória. Com isso, obviamente, o uso indiscriminado dessas estratégias, sem consciência da sua faixa de aplicação e validade, pode conduzir a erros grosseiros.

- Nas estratégias 1 e 2 o cálculo (direto) de campos eletromagnéticos em pontos do meio externo ao circuito fica descaracterizado, assim como o cálculo (direto) da tensão entre dois pontos, associado à integração do campo elétrico total num caminho entre estes pontos, considerando a presença de cargas e de correntes nos elementos do circuito. Em princípio, esses parâmetros podem ser obtidos empregando-se a estratégia 3, mas numa fase posterior do cálculo principal; exigindo-se, portanto, um processo de cálculo adicional, além de também se incorrer na inerente imprecisão já comentada para os cálculos unicamente no domínio do tempo. No caso do emprego dos programas da Série EMTP ou semelhantes simuladores de circuitos elétricos, tal processo também demanda o emprego de interfaces de comunicação.
- O uso da estratégia 2 para um determinado elemento ou grupo de elementos, que é a estratégia que se caracteriza como a mais robusta entre as três, pode deixar de ser viável quando se necessita representar um número muito grande de zeros e pólos, ou se há uma quantidade elevada de elementos a serem modelados. Além disso, requer-se um cálculo na frequência para a sua elaboração.
- Ainda no caso dos programas da Série EMTP, o emprego de elementos de comunicação ou de interfaces de comunicação, como, por exemplo, os blocos especiais MODELS e TACS ou a rotina CONNEC, oneram o processo. O mesmo ocorre ao se fazer a integração com outros simuladores de circuitos elétricos ou programas matemáticos especiais, como, por exemplo, o programa MATLAB. Além disso, dependendo da modelagem usada, pode-se incorrer na defasagem do sinal que trafega pelo elemento de comunicação.
- Pode-se deixar de modelar adequadamente partes diferentes do circuito que possuam forte acoplamento eletromagnético. Por exemplo, modelando-se isoladamente uma torre de uma linha no domínio da frequência conforme a estratégia 2, e empregando-se os modelos de linha de transmissão existentes nos programas da Série EMTP para representar os vãos interligados, ao se estudar a propagação de uma descarga atmosférica pela torre, passa-se a não representar apropriadamente a interação entre a descarga, a torre e os cabos, ou a interação

entre estes e um transformador conectado, ou entre a torre e o seu sistema de aterramento, e assim para outras situações.

Esses aspectos motivaram a criação nesta tese de uma nova estratégia de solução para circuitos elétricos generalizados, na qual foram considerados os elementos lineares e não lineares dos tipos (i) e (ii) mencionados. No plano da análise linear, tal solução caracteriza-se como um processo com base de cálculo no domínio da frequência, enquanto que no plano da análise não linear a mesma caracteriza-se como um processo híbrido frequência-tempo. Além disso, tal como consta no capítulo 5 , se complementa no capítulo 6 e se exemplifica no capítulo 7 , elaborou-se um processo otimizado para o tipo de estudo principal abordado na tese, o qual é voltado à manipulação de matrizes cheias, de grandes dimensões e diferentes para cada pulsação considerada, além de ser normalmente necessário considerar várias pulsações, fatos estes que se caracterizam como um grande empecilho ao emprego de vários procedimentos já existentes.

4.5 Exemplos de aplicação

Para uma simples exemplificação dos emprego e faixas de validade de algumas das metodologias de cálculo comentadas anteriormente, e apontar a viabilidade de combinação de modelagens envolvendo elementos típicos de análises de redes elétricas e elementos típicos de cálculo de campos eletromagnéticos, sejam a seguir dois exemplos de aplicação básicos, puramente didáticos, nomeadamente envolvendo um cabo horizontal sobre o solo e um cabo vertical sobre o solo. Em ambos os casos injeta-se uma corrente representativa de uma descarga atmosférica numa das extremidades do cabo e faz-se o cálculo das tensões nas duas extremidades do cabo.

4.5.1 Cabo horizontal sobre o solo

Seja inicialmente o caso de um cabo perfeitamente paralelo em relação ao solo como ilustrado na Figura 4.5-1. Considere-se o cabo com 1000 m de comprimento, com altura H em relação ao solo de 20 m , e sendo o mesmo de alumínio e com raio externo b igual a 0,025 m . Injeta-se na extremidade 1 do cabo a corrente $i_s(t)$ com a forma de onda mostrada na Figura 2.4-9, utilizando-se:

$$\begin{cases} I_o = 1 \text{ A} \\ \alpha = 2 \\ t_f = 1,5 \mu\text{s} \\ t_1 = 20 \mu\text{s} \\ t_2 = 100 \mu\text{s} \end{cases} \quad (4.5-1)$$

Na extremidade 2 do cabo conecta-se uma carga com impedância Z_q . Deseja-se calcular por metodologias diferentes a forma de onda no tempo da tensão nas extremidades 1 e 2, isto é, as tensões $u_1(t)$ e $u_2(t)$. Considera-se três valores para a impedância da carga Z_q em função da impedância de onda da linha, Z_c , respectivamente os valores $0,5 Z_c$, Z_c e $1,5 Z_c$, sendo Z_c calculada conforme a equação (4.2-29), ou seja:

$$Z_c = 60 \ln \left(\frac{2 H}{b} \right) = 60 \ln \left(\frac{2 \cdot 20}{0,025} \right) = 442 \Omega \quad (4.5-2)$$

Quando a metodologia de cálculo empregada permite, contemplam-se as perdas no cabo e no solo, modelando-se o solo em função da frequência conforme a equação (5.3-1), utilizando-se os valores medianos dos parâmetros α e Δ_i dados nas equações (5.3-2) e a condutividade elétrica em baixa frequência σ_0 igual a 0,5 mS/m.

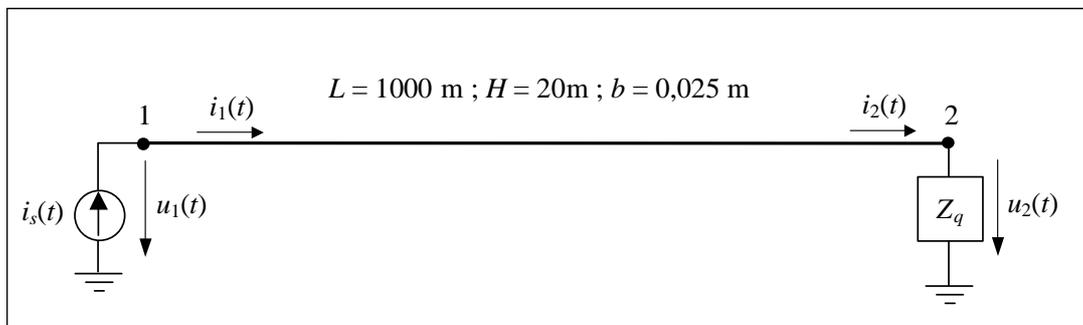


Figura 4.5-1 – Cabo horizontal sobre o solo

1. Análise no domínio do tempo: solução tradicional por ondas trafegantes considerando-se a velocidade de propagação e a impedância de onda constantes

Neste caso, faz-se uso de uma modelagem em que se assume o cabo e o solo comportando-se idealmente, isto é, com condutividade elétrica infinita, e pode-se empregar as equações (4.2-27). Como no Apêndice A este tipo de desenvolvimento

analítico será visto em detalhes, apresenta-se a seguir somente os passos principais do processo.

Portanto, nos pontos 1 e 2 do cabo, respeitando-se as relações entre tensões e correntes nestes dois pontos, tem-se:

$$\begin{cases} i(x=0,t) = i_1(t) = i_{1p}(t) + i_{1n}(t) = i_s(t) \\ i(x=L,t) = i_2(t) = i_{2p}(t) + i_{2n}(t) = \frac{u_2(t)}{Z_q} \end{cases} ; \quad (4.5-3)$$

$$\begin{cases} u(x=0,t) = u_1(t) = Z_c i_{1p}(t) - Z_c i_{1n}(t) \\ u(x=L,t) = u_2(t) = Z_c i_{2p}(t) - Z_c i_{2n}(t) \end{cases} . \quad (4.5-4)$$

Considerando-se o tempo τ como o tempo de propagação das ondas de corrente e de tensão ao longo dos 1000 m de comprimento do cabo, isto é, entre os pontos 1 e 2 do cabo, e assumindo-se que a propagação se dá aproximadamente na velocidade de propagação eletromagnética no ar, vem:

$$\tau = \frac{L}{v} = \frac{1000 \text{ m}}{300 \frac{\text{m}}{\mu\text{s}}} = 3,333 \mu\text{s} . \quad (4.5-5)$$

Para um tempo $t < \tau$, como as ondas de tensão e corrente ainda não atingiram o ponto 2, fica:

$$\begin{cases} i_{1p}(t) = i_s(t) \\ i_{1n}(t) = 0 \\ i_{2p}(t) = 0 \\ i_{2n}(t) = 0 \end{cases} . \quad (4.5-6)$$

Para $\tau \leq t < 2\tau$, já ocorreu a primeira reflexão no ponto 2; portanto:

$$\begin{cases} i_{1p}(t) = i_s(t) \\ i_{1n}(t) = 0 \\ i_{2p}(t) = i_s(t - \tau) \\ i_{2n}(t) = \beta_2 i_s(t - \tau) \end{cases} ; \quad (4.5-7)$$

sendo o fator de reflexão β_2 igual a:

$$\beta_2 = \frac{Z_c - Z_q}{Z_c + Z_q} . \quad (4.5-8)$$

Para $2\tau \leq t < 3\tau$, também já ocorreu a primeira reflexão no ponto 1 ; portanto:

$$\begin{cases} i_{1p}(t) = i_s(t) + \beta_1 \beta_2 i_s(t - 2\tau) \\ i_{1n}(t) = \beta_2 i_s(t - 2\tau) \\ i_{2p}(t) = i_s(t - \tau) \\ i_{2n}(t) = \beta_2 i_s(t - \tau) \end{cases} ; \quad (4.5-9)$$

sendo agora o fator de reflexão β_1 igual a:

$$\beta_1 = -1 . \quad (4.5-10)$$

A extensão das equações anteriores para tempos posteriores é análoga, e, após algumas manipulações matemáticas, obtém-se:

$$\begin{cases} i_{1p}(t) = i_s(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_1^n \beta_2^n i_s(t - 2n\tau) \\ i_{1n}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_1^{n-1} \beta_2^n i_s(t - 2n\tau) \\ i_{2p}(t) = i_s(t - \tau) + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_1^n \beta_2^n i_s(t - 2n\tau - \tau) \\ i_{2n}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_1^{n-1} \beta_2^n i_s(t - 2n\tau + \tau) \end{cases} . \quad (4.5-11)$$

Logo, utilizando-se as equações (4.5-4) e (4.5-11), obtém-se os valores das tensões $u_1(t)$ e $u_2(t)$.

2. Análise no domínio do tempo: solução iterativa por ondas trafegantes, do tipo adotada nos programas da Série EMTP

Apesar de existirem algumas variações de metodologias por ondas trafegantes que consideram trechos ideais de linha representando-se as perdas ao longo da linha por elementos resistivos somente nos terminais do trecho (DOMMEL, 1986), em função das limitações deste tipo de tratamento, preferiu-se aqui adotar o modelo mais

simples, sem a consideração das perdas, convertendo-se as formulações de ondas trafegantes do tipo (4.2-27) na forma de solução típica dos programas da Série EMTP, ou seja, conforme o sistema matricial (4.3-6).

Assim, de acordo com as equações (4.2-27), tem-se, numa coordenada x entre os pontos 1 e 2 :

$$\begin{cases} i(x,t) = i_p(t-x/v) + i_n(t+x/v) \\ u(x,t) = Z_c i_p(t-x/v) - Z_c i_n(t+x/v) \end{cases} \quad (4.5-12)$$

Essas duas equações podem ser combinadas, obtendo-se:

$$u(x,t) + Z_c i(x,t) = 2 Z_c i_p(t-x/v) \quad (4.5-13)$$

Logo, se o termo $t-x/v$ mantém-se constante, o valor à esquerda da equação (4.5-13) também não se altera. Tal fato permite estabelecer uma relação por recorrência entre as correntes nos pontos 1 e 2 na forma procurada, ou seja:

$$\begin{cases} u_2(t-\tau) - Z_c i_2(t-\tau) = u_1(t) - Z_c i_1(t) \quad \therefore i_1(t) = \frac{u_1(t)}{Z_c} + i_{h1}(t-\tau) \\ u_1(t-\tau) + Z_c i_1(t-\tau) = u_2(t) + Z_c i_2(t) \quad \therefore i_2(t) = -\frac{u_2(t)}{Z_c} - i_{h2}(t-\tau) \end{cases} \quad ; (4.5-14)$$

sendo:

$$\begin{cases} i_{h1}(t-\tau) = -\frac{u_2(t-\tau)}{Z_c} + i_2(t-\tau) \\ i_{h2}(t-\tau) = -\frac{u_1(t-\tau)}{Z_c} - i_1(t-\tau) \end{cases} \quad (4.5-15)$$

Nos pontos 1 e 2 tem-se também as seguintes relações:

$$\begin{cases} i_1(t) = i_s(t) \\ i_2(t) = \frac{u_2(t)}{Z_q} \end{cases} \quad (4.5-16)$$

Portanto, buscando-se uma solução do tipo nodal, após combinar-se as equações (4.5-14), (4.5-15) e (4.5-16), obtém-se o seguinte sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} i_s(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{h1}(t-\tau) \\ i_{h2}(t-\tau) \end{bmatrix} ; \quad (4.5-17)$$

sendo

$$\begin{cases} G_{11} = \frac{1}{Z_c} \\ G_{12} = G_{21} = 0 \\ G_{22} = \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_q} \end{cases} . \quad (4.5-18)$$

O sistema matricial (4.5-17) pode ser resolvido na forma dada, como usualmente feito, ou invertendo-se a matriz com os elementos G , ou seja:

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} i_s(t) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{h1}(t-\tau) \\ i_{h2}(t-\tau) \end{bmatrix} \right\} ; \quad (4.5-19)$$

Logo, para $t < \tau$ os valores dos termos históricos $i_{h1}(t-\tau)$ e $i_{h2}(t-\tau)$ são nulos, o que permite iniciar o processo; e, para tempos posteriores, deve-se calcular estes termos passo a passo para o respectivo cálculo de $u_1(t)$ e $u_2(t)$. Note-se que, se o passo de cálculo no tempo não é um inteiro múltiplo de τ , necessita-se fazer interpolação linear, e incorre-se em erros numéricos.

3. Análise no domínio da frequência: solução direta do quadripolo representativo de todo o cabo e para cada pulsação ω , com conversão para o domínio do tempo por meio de transformações frequência-tempo

Enquanto que nos dois casos anteriores as respectivas equações puderam ser desenvolvidas diretamente no domínio do tempo, neste caso 3 deve-se operar inicialmente com as equações da linha de transmissão no domínio da frequência. Portanto, similarmente ao comentado para o caso 1, como no capítulo 5 este tipo de desenvolvimento analítico será visto em detalhes, a seguir apresentam-se somente os passos principais do processo.

Assim, para cada determinada pulsação ω , sejam as equações (4.2-16) e (4.2-17), as quais relacionam as correntes e tensões nos dois pontos do cabo. Combinando-se essas equações com as relações impostas nos pontos 1 e 2 do cabo, ou seja,

$$\begin{cases} I_1 = I_s \\ I_2 = \frac{U_2}{Z_q} \end{cases}, \quad (4.5-20)$$

sendo os elementos I_1 , I_s , I_2 e U_2 os componentes complexos de $i_1(t)$, $i_s(t)$, $i_2(t)$ e $u_2(t)$ para a referida pulsação e expressos na forma da equação (4.2-8), após algumas manipulações matemáticas obtém-se o seguinte sistema de equações nodais:

$$\begin{bmatrix} I_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad (4.5-21)$$

sendo:

$$\begin{cases} Y_{11} = -B'^{-1} A' \\ Y_{12} = Y_{21} = B'^{-1} \\ Y_{22} = -D' B'^{-1} + \frac{1}{Z_q} \end{cases}. \quad (4.5-22)$$

Portanto, calculando-se os componentes U_1 e U_2 para todas as pulsações ω de interesse, pode-se obter valores das tensões u_1 e u_2 no tempo por qualquer uma das estratégias apresentadas no item 4.4.1 .

4. Análise no domínio da frequência: Solução direta modelando-se todo o comprimento do cabo por uma série de eletrodos cilíndricos para cada pulsação ω , sendo os diversos eletrodos traduzidos como “fontes de ondas esféricas”, com conversão para o domínio do tempo por meio de transformações frequência-tempo

Este procedimento também se encontra em detalhes no capítulo 5, especificamente no item 5.4, e, também para se evitar redundância de equações, preferiu-se não rerepresentá-lo neste item. Basicamente, repete-se o processo do caso anterior calculando-se o quadripolo equivalente de todo o comprimento do cabo por intermédio de matrizes de impedâncias longitudinais e transversais, cujos elementos

consideram os elementos mútuos e próprios dos vários eletrodos cilíndricos utilizados para a representação de todo o comprimento do cabo.

Os resultados das simulações estão apresentados nas Figura 4.5-2 e Figura 4.5-4 para a onda completa, e nas Figura 4.5-3 e Figura 4.5-5 para a frente da onda. As curvas com coloração mais fraca foram obtidas considerando-se o comportamento ideal do cabo e do solo, e correspondem aos métodos 1 e 2, não havendo diferença visual entre os resultados obtidos por um ou outro método. Para o emprego do método 4, subdividiu-se todo os 1000 m de comprimento do cabo em 80 trechos de igual comprimento.

As curvas com coloração mais forte foram obtidas considerando-se as perdas no cabo e as perdas no solo, e correspondem aos métodos 3 e 4, também aqui não havendo diferença visual entre os resultados obtidos por ambos os métodos.

Em síntese, sem a consideração das perdas no cálculo, analisando-se as curvas da tensão $u_2(t)$, que são calculadas no final do cabo, nota-se claramente o efeito da defasagem do sinal e os efeitos de aumento e de redução do valor máximo da tensão quando Z_q é superior e inferior a Z_c , respectivamente. Para as curvas da tensão $u_1(t)$, que são calculadas no ponto inicial do cabo, verificam-se os mesmos efeitos de aumento e redução do valor máximo em função de Z_q , entretanto sem a defasagem do sinal e somente após o tempo de $6,666 \mu s$, que é aproximadamente o tempo decorrido até que a onda que se reflete no final do cabo volte ao ponto inicial. Para ambas as tensões, naturalmente, quando Z_q é igual a Z_c , não há qualquer redução do valor máximo do sinal. Por outro lado, considerando-se as perdas, são nítidos os efeitos combinados de atenuação e distorção nas formas de onda das tensões $u_1(t)$ e $u_2(t)$, causando a redução das diversas inclinações existentes e, em praticamente todos os casos, a elevação dos valores máximos.

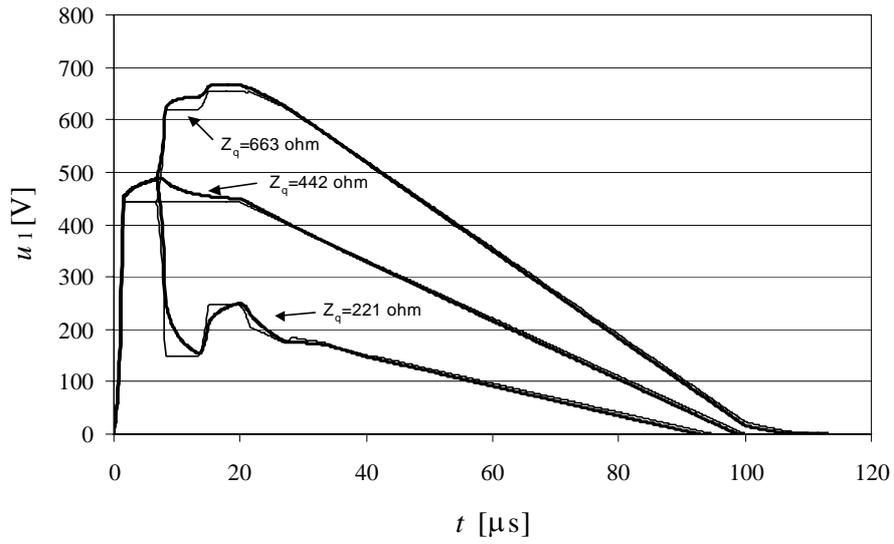


Figura 4.5-2 – Tensão no ponto de injeção da corrente (escala maior)

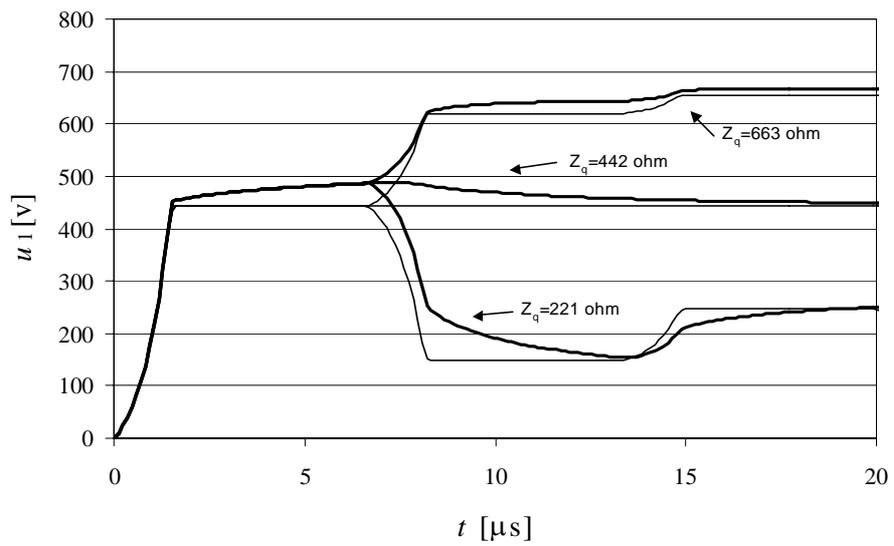


Figura 4.5-3 – Tensão no ponto de injeção da corrente (escala menor)

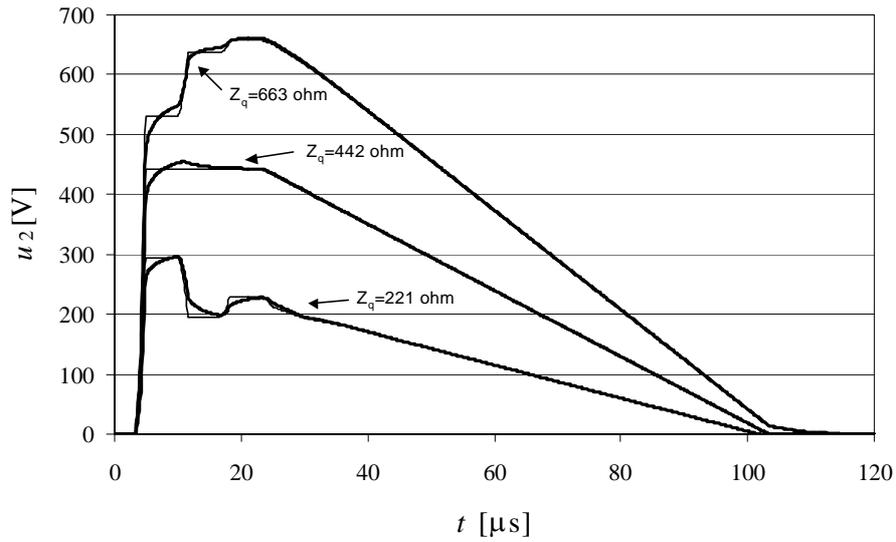


Figura 4.5-4 – Tensão junto à carga (escala maior)

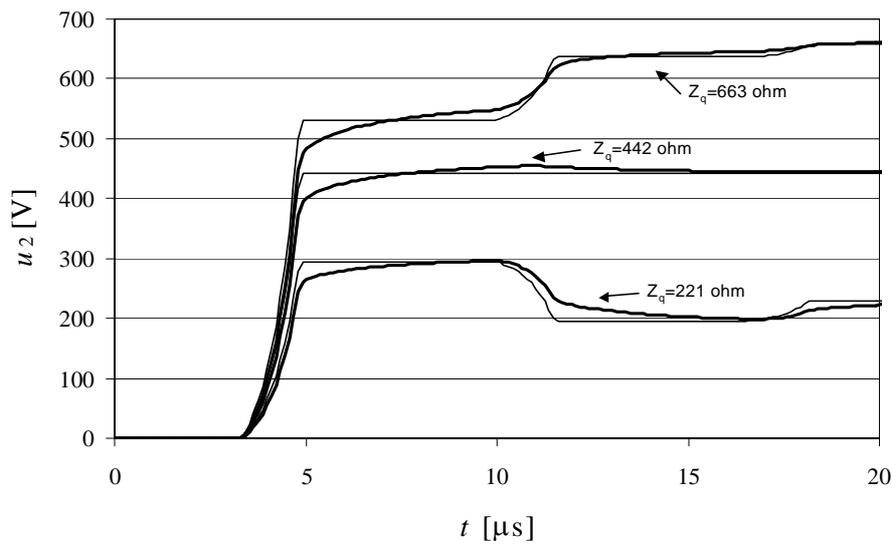


Figura 4.5-5 – Tensão junto à carga (escala menor)

4.5.2 Cabo vertical sobre o solo

Neste segundo exemplo, ilustrado na Figura 4.5-6, tem-se o caso de um cabo vertical sobre o solo. Para os fins da análise comparativa a ser realizada, também se considera o cabo de alumínio, com o raio externo b igual a 0,025 m e com o comprimento L igual a 1000 m .

Injeta-se na extremidade 1 do cabo a corrente $i_s(t)$ com a forma de onda mostrada na Figura 2.4-9 e com os dados das equações (4.5-1). Na extremidade 2 do cabo, para traduzir o efeito de uma impedância de aterramento equivalente, conecta-se a impedância Z_q , com os valores iguais a $0,5 Z_{cv}$, Z_{cv} e $2 Z_{cv}$, sendo a impedância Z_{cv} calculada por:

$$Z_{cv} = 60 \ln \left(\frac{2L}{b} \right) = 677 \Omega \quad . \quad (4.5-23)$$

Deseja-se também calcular por metodologias diferentes a forma de onda no tempo da tensão nas extremidades 1 e 2, ou seja, as tensões $u_1(t)$ e $u_2(t)$. Além disso, quando a metodologia empregada permite, contemplam-se as perdas no cabo e no solo, na forma dada nas equações (5.3-1) e (5.3-2) e com a condutividade elétrica em baixa frequência σ_0 igual a $0,5 \text{ mS/m}$.

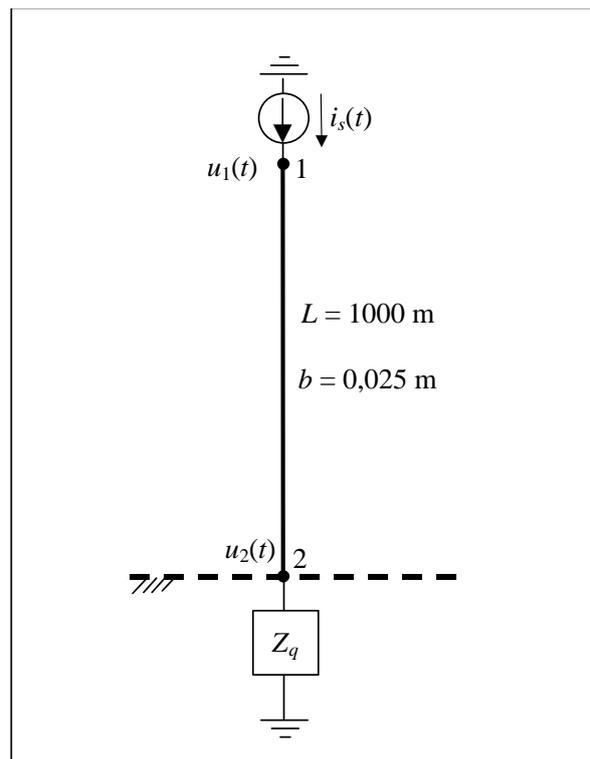


Figura 4.5-6 – Cabo vertical sobre o solo

1. Análise no domínio do tempo: solução tradicional por ondas trafegantes considerando-se a velocidade de propagação e a impedância de onda constantes

Fazendo-se considerações similares às do exemplo anterior, nos pontos 1 e 2 do cabo, respeitando-se as relações entre tensões e correntes nestes dois pontos, pode-se também obter:

$$\begin{cases} u_1(t) = Z'_c i_{1p}(t) - Z'_c i_{1n}(t) \\ u_2(t) = Z'_c i_{2p}(t) - Z'_c i_{2n}(t) \end{cases} ; \quad (4.5-24)$$

sendo Z'_c uma impedância de onda “equivalente” para o cabo vertical, para a modelagem simplificada adotada, em que tanto Z'_c quanto a velocidade de propagação são assumidos constantes ao longo do comprimento L . Considerou-se, por simplicidade, Z'_c igual a Z_{cv} .

As parcelas i_{1p} , i_{1n} , i_{2p} e i_{2n} são calculadas pelas equações (4.5-11), sendo que agora o fator de reflexão β_2 passa a ser dado por:

$$\beta_2 = \frac{Z'_c - Z_q}{Z'_c + Z_q} . \quad (4.5-25)$$

2. Análise no domínio do tempo: solução iterativa por ondas trafegantes, do tipo adotada nos programas da Série EMTP

Novamente, fazendo-se considerações similares às do exemplo anterior, nos pontos 1 e 2 do cabo pode-se também obter as equações (4.5-17), onde agora os elementos da matriz \mathbf{G} são dados por:

$$\begin{cases} G_{11} = \frac{1}{Z'_c} \\ G_{12} = G_{21} = 0 \\ G_{22} = \frac{1}{Z'_c} + \frac{1}{Z_q} \end{cases} . \quad (4.5-26)$$

Cumprе comentar que, como já exposto no item introdutório deste capítulo, para este caso do cabo vertical, dado que se afasta da propagação governada pelo modo

de propagação transversal elétrico e magnético, pressuposto para o emprego das equações anteriores, poder-se-ia obter uma melhoria do método nas soluções 1) e nesta 2) considerando-se uma variação linear ou exponencial da amplitude ou da velocidade de propagação das ondas de tensão e corrente ao longo do percurso (e.g., OUFI *et al.*, 1994, COORAY, 2003, RAKOV, 2001b). Contudo, posto que ainda assim não se descaracteriza suficientemente o aspecto aproximativo destes procedimentos, preferiu-se não contemplar tais estratégias no presente exemplo.

3. Análise no domínio da frequência: solução direta do quadripolo representativo de todo o comprimento do cabo e para cada pulsação ω , com conversão para o domínio do tempo por meio de transformações frequência-tempo

É fato que o modelo do quadripolo foi concebido para cabos com posicionamento horizontal (entre outras hipóteses listadas no início do item 4.2), e, em princípio, o mesmo não poderia ser empregado para a análise deste segundo exemplo, o qual envolve um cabo com posicionamento vertical.

Contudo, apenas para os fins da presente análise comparativa simplificada, e, às custas de certa violação do comportamento físico real, considere-se que os 1000 m de comprimento do cabo possam ser interpretados como uma seqüência de pequenos trechos de cabo horizontal, cuja altura corresponde à média das alturas associadas a cada uma das duas extremidades do trecho, e sendo cada um destes trechos calculado pelo modelo de quadripolo dado na equação (4.2-16).

Assim, novamente, calculando-se o quadripolo equivalente que resulta da cascata de quadripolos empregada para representar todo o cabo vertical (devendo-se fazer os produtos matriciais no sentido do quadripolo obtido para os cabos com as menores alturas ao quadripolo obtido para os cabos com as maiores alturas), pode-se também empregar as equações (4.5-20) a (4.5-22) para o cálculo das tensões u_1 e u_2 .

4. Análise no domínio da frequência: Solução direta modelando-se todo o comprimento do cabo por uma série de eletrodos cilíndricos para cada pulsação ω , sendo os diversos eletrodos traduzidos como “fontes de ondas esféricas”, com conversão para o domínio do tempo por meio de transformações frequência-tempo

A solução por eletrodos cilíndricos para este exemplo com cabo posicionado verticalmente não somente é aplicável, como também se constitui na melhor formulação, dada a sua total aplicabilidade a eletrodos com posicionamento espacial genérico, tal como será verificado pelos resultados que se seguem. Novamente, maiores detalhes sobre este processo podem ser encontrados no item 5.4.

Os resultados das simulações estão apresentados nas Figura 4.5-7 e Figura 4.5-8. As curvas cheias com coloração mais fraca foram obtidas considerando-se o comportamento ideal do cabo e do solo, e correspondem aos métodos 1 e 2, não havendo diferença visual entre os resultados obtidos por um ou outro método. As curvas tracejadas foram obtidas considerando-se as perdas no cabo e as perdas no solo por intermédio do método 3. As curvas cheias com coloração mais forte foram obtidas considerando-se o método 4. Nos métodos 1 e 2 utilizou-se Z'_c igual a 677Ω e nos métodos 3 e 4 dividiu-se os 1000 m de comprimento do cabo em 80 trechos com igual comprimento.

De um modo geral, conclusões semelhantes às do exemplo anterior são também aqui estabelecidas, sendo que a margem do erro dos métodos 1, 2 e 3 em relação ao método 4, que é o mais preciso entre todos, como esperado, sofreu um aumento. É também interessante observar a relativa efetividade do método 3, que proporcionou resultados razoavelmente próximos aos do método 4.

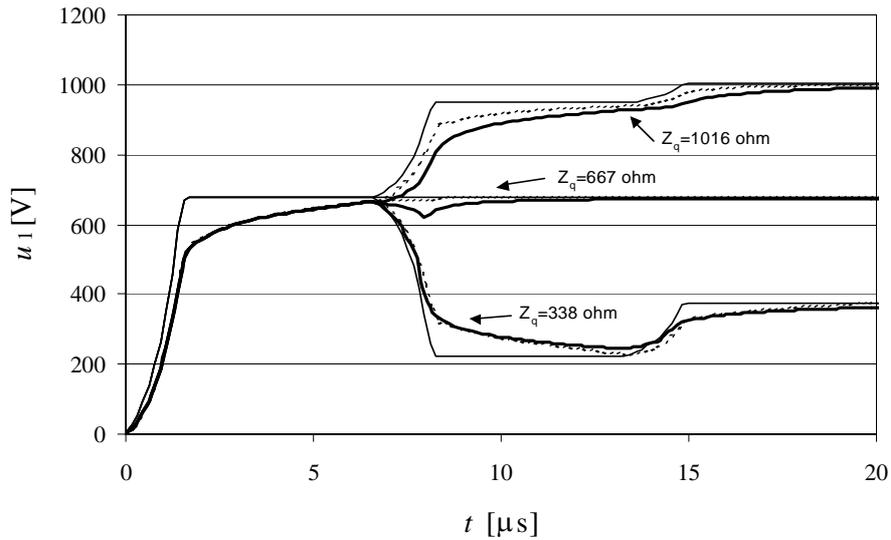


Figura 4.5-7 – Tensão no ponto de injeção da corrente

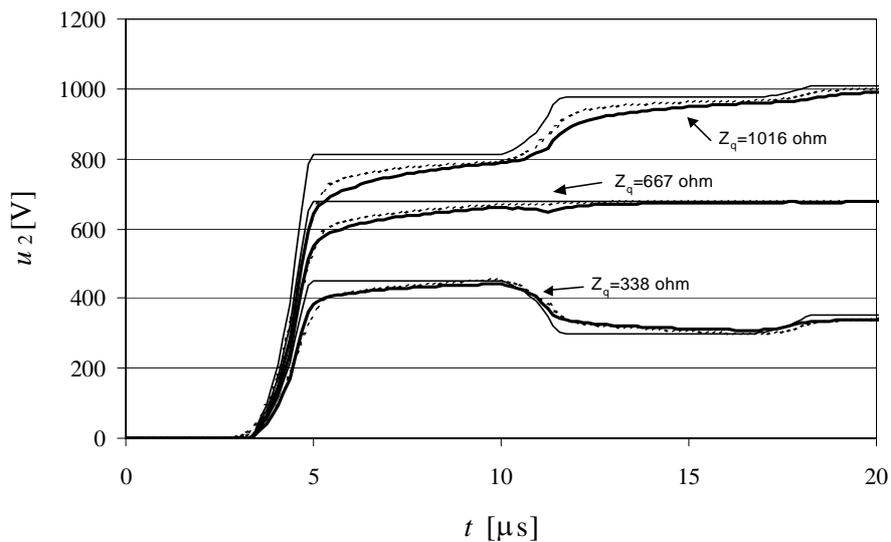


Figura 4.5-8 – Tensão junto à carga

4.5.3 Comentários gerais sobre os exemplos

Os dois exemplos anteriores tiveram a intenção de dar uma noção preliminar da efetividade de diferentes métodos de cálculo da propagação de sinais rápidos em cabos com posicionamento horizontal e vertical. Enquanto que no caso do cabo horizontal a adequação dos métodos 3 e 4 foi plena, no caso do cabo vertical, como esperado, comparado com o método 4, o método 3 apenas foi razoável e ao se empregar uma

estratégia não convencional da modelagem do cabo com posicionamento não horizontal por uma cascata de quadripolos. Além disso, para ambos os casos, pode-se dizer que os métodos 1 e 2 (nos quais não se considera as perdas no cabo e no solo) têm aplicação apenas para a estimativa do valor máximo das tensões, não sendo recomendados, portanto, para a obtenção da forma de onda com precisão. Com relação ao esforço computacional requerido, este aumenta na medida em que se passa do método 1 para o método 2, assim para o método 3 e, finalmente, para o método 4.

Se tal esforço computacional não é relevante, sendo a linha estudada multifásica, ou havendo elementos não-lineares na linha, ou incorporando-se a dependência dos parâmetros com a frequência, ou mesmo havendo a necessidade de análise de um circuito elétrico mais complexo, naturalmente, procede-se à seleção de uma metodologia mais robusta, e, neste caso, encaixam-se soluções semelhantes às dos métodos 3 e 4, sendo que no método 4 permite-se a análise precisa de cabos ou eletrodos com posicionamento vertical ou genérico e a inclusão dos acoplamentos eletromagnéticos com demais elementos do circuito em estudo, como torres, sistemas de aterramento, cabos isolados, canal da descarga atmosférica etc.

De qualquer forma, para um estudo global de uma linha de transmissão, pode-se inferir dos resultados obtidos para estes dois exemplos básicos que, em função dos recursos computacionais disponíveis e do nível de precisão numérica pretendida, sempre haverá uma solução, ou uma combinação de soluções, que se caracterizará como o procedimento mais otimizado para o estudo em pauta. Esse aspecto fortalece a necessidade de combinação de modelagens de elementos típicos de análises de redes elétricas com modelagens de elementos fontes de campo eletromagnético, o que é objetivo dos próximos capítulos desta tese, mormente os capítulos 5 e 6.

CAPÍTULO 5 - Modelagem genérica de uma linha de transmissão para o cálculo do seu desempenho à incidência de descargas atmosféricas diretas e indiretas

5.1 Introdução

Comentou-se e exemplificou-se brevemente no capítulo 4 algumas metodologias elaboradas nos domínios da frequência e do tempo para o cálculo da propagação de surtos oriundos da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão. Como um resultado dessa análise e da pesquisa junto à literatura técnica existente sobre o tema, observou-se que, no caso do domínio do tempo, os processos baseados nas equações de ondas trafegantes são bastante empregados e são facilmente aplicáveis no plano da análise linear, apesar de possuírem inerentes imprecisões de modelagem.

Portanto, inicialmente, buscou-se desenvolver nesta tese uma metodologia no domínio do tempo baseada nas equações de ondas trafegantes para o cálculo das tensões e correntes induzidas em linhas de transmissão em virtude da incidência direta de descargas atmosféricas na linha, mas que apresentasse melhorias em relação a outras metodologias de cálculo existentes. A síntese deste processo está apresentada no Apêndice A, e o mesmo se constitui numa extensão da metodologia de cálculo apresentada em PORTELA (1982).

Contudo, a despeito da grande vantagem associada ao reduzido tempo computacional requerido para a aplicação deste processo à análise da propagação de surtos em um trecho de linha de transmissão constituído por vários vãos, ainda há certas dificuldades de modelagem que restringem a sua generalização. Por exemplo, tem-se os naturais problemas de modelagem conjunta dos cabos da linha com as torres, transformadores e sistemas de aterramento, cujos elementos constitutivos têm comportamento dependente da frequência e podem ter disposição espacial tal que o campo elétrico ou o campo magnético gerados, ou ambos, tenham componentes significativos na direção da propagação*.

* Apesar de não ter sido explorada nesta tese, há a alternativa de emprego de elementos tridimensionais do tipo eletrodo cilíndrico diretamente no domínio do tempo (MOINI *et al.*, 1998, MOZUMI *et al.*, 2003), embora a inclusão da variação de parâmetros com a frequência requeira o emprego de seguidas convoluções para cada tempo de cálculo.

Em contrapartida, comentou-se exaustivamente em outros capítulos anteriores que os modelos desenvolvidos no domínio da frequência são muito mais robustos para o cálculo de transitórios eletromagnéticos do que os modelos desenvolvidos no domínio do tempo, pois é fácil a implementação da variação de qualquer parâmetro com a frequência, além de se estar num domínio de cálculo que é propício para os estudos de campos eletromagnéticos e da propagação de ondas. Não obstante, fez-se uma breve introdução sobre algumas dificuldades de tratamento de não linearidades diretamente no domínio da frequência, apesar destas serem perfeitamente contornáveis ao se empregar um processo de cálculo elaborado em um domínio híbrido frequência-tempo.

Citou-se também que, para o tipo de simulações em pauta nesta tese, as metodologias de cálculo elaboradas unicamente no domínio frequência são tipicamente desenvolvidas ou para a modelagem de elementos de redes elétricas (em sua maioria abrangendo somente elementos lineares), ou, com um enfoque totalmente diferente, para o cálculo de campos eletromagnéticos, e, para este, fazem uso de modelos de eletrodos (geralmente cilíndricos) para representar os elementos metálicos que compõem as torres, cabos, sistemas de aterramento e, menos freqüentemente, transformadores. Teceram-se também alguns comentários sobre certas dificuldades computacionais (tempo de cálculo e necessidade de armazenamento de dados excessivos) para se modelar por tais eletrodos um trecho razoável de uma linha de transmissão constituído pelos elementos citados anteriormente, posto que o processo de cálculo envolve a manipulação de matrizes cheias e com ambas as dimensões da ordem da quantidade de eletrodos utilizados. De fato, dependendo da quantidade de vãos da linha em estudo, pode-se facilmente ter que empregar alguns milhares de eletrodos e, conseqüentemente, matrizes realmente imensas, assim dificultando ou até inviabilizando a execução do cálculo em computadores de pequena capacidade, sobretudo se o estudo envolver elementos não lineares.

Contudo, tal dificuldade associada à dimensão elevada das matrizes pode ser reduzida grandemente e sem prejuízo sensível à precisão dos resultados ao se modelar adequadamente certos trechos ou partes da linha por elementos típicos das análises de redes elétricas, como, por exemplo, por elementos do tipo RLC e ou do tipo quadripolos de linhas de transmissão, os quais demandam bem menos uso de memória e tempo de cálculo. Aliás, elementos desta natureza estão sempre presentes em análises mais gerais

de linhas, como, por exemplo, para a modelagem de cargas, casamento de impedâncias, modelagem de elementos equivalentes de pontos terminais ou de continuidade da linha etc. Também é comum atualmente nas análises de linhas de transmissão a investigação da efetividade do emprego de pára-raios para a redução das sobretensões na linha, incluindo-se, assim, no estudo, elementos não-lineares. A análise não linear se dá, também, por exemplo, quando se busca modelar o efeito coroa nos cabos da linha ou o efeito de ionização do solo junto aos eletrodos de aterramento.

Assim sendo, considerando-se as estratégias de modelagem comumente adotadas em estudos dessa natureza, ficou claro que existe uma lacuna de modelagem adequada e otimizada do “circuito elétrico” representativo de uma linha de transmissão como um todo, que pode envolver simultaneamente qualquer um desses elementos típicos de análises de redes elétricas e típicos de cálculos de campos eletromagnéticos, inclusive elementos não lineares.

Portanto, visando solucionar-se essa questão, optou-se por não generalizar a metodologia de cálculo apresentada no Apêndice A , mas sim elaborar uma metodologia genérica no domínio da frequência que, em virtude da incidência de descargas atmosféricas tanto na linha quanto no solo próximo, proporcionasse o cálculo preciso das tensões e correntes induzidas em qualquer ponto do circuito elétrico utilizado para a modelagem da linha, além do campo eletromagnético no meio externo aos elementos do circuito.

Esta metodologia está devidamente descrita neste capítulo, e, além disto, pretende-se mostrar com a mesma que, no domínio da frequência, ou, de modo mais genérico, num domínio híbrido frequência-tempo, para o tratamento de não linearidades genéricas, é possível facilmente combinar equações nodais da teoria dos circuitos com equações da teoria dos campos eletromagnéticos, viabilizando-se migrar para um ou outro equacionamento dependendo do nível de precisão e modelagem que se pretende obter. Em função dessa facilidade, a aplicabilidade da metodologia desenvolvida não se restringe somente às análises de propagação de descargas atmosféricas abordadas nesta tese, mas pode também ser estendida para inúmeras análises de circuitos elétricos ou de linhas de transmissão, em condições sustentadas ou transitórias, considerando-se a injeção de sinais com qualquer variação no tempo.

5.2 Equações básicas

Antes que se apresente as diversas modelagens desenvolvidas no domínio da frequência para a representação dos circuitos elétricos investigados nesta tese, cumpre mostrar algumas equações básicas para a solução de circuitos elétricos no domínio da frequência ou num domínio híbrido frequência-tempo.

Portanto, seja uma determinada variável g de um circuito elétrico em estudo, por exemplo uma tensão ou uma corrente entre dois “nós” do circuito, ou o campo elétrico ou magnético num ponto do meio externo ao circuito, cuja forma de onda $g(t)$ no tempo possa ser calculada pela Série ou Integral de Fourier, isto é, envolvendo uma composição de funções sinusoidais do tipo:

$$G = G e^{\mp i \omega t} . \quad (5.2-1)$$

Logo, calculando-se $g(t)$, por exemplo, pela Série de Fourier, de acordo com as equações (4.4-1) e (4.4-3), tem-se:

$$g(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} G(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t} = G_0 + \sum_{p=1}^{+\infty} (G_p e^{\mp i p \omega_o t} + G_{-p} e^{\mp i \omega_o t}) ; \quad (5.2-2)$$

sendo $G_p = G(p \omega_o)$ um número complexo, p um número inteiro e ω_o a pulsação fundamental, no período de tempo T considerado.

Além disso, sendo $g(t)$ real e, portanto, na condição específica

$$G(-p \omega_o) = \overline{G(p \omega_o)} \quad \text{ou} \quad G_{-p} = \overline{G_p} , \quad (5.2-3)$$

em cujos termos à direita o traço superior significa o complexo conjugado da função, resulta

$$g(t) = 2 \sum_{p=0}^{+\infty} \left\{ G_{r_p} \cos(p \omega_o t) \pm G_{i_p} \sin(p \omega_o t) \right\} , \quad (5.2-4)$$

onde os elementos reais G_{r_p} e G_{i_p} são os componentes real e imaginário do elemento complexo G_p , ou seja:

$$G_p = G_{r_p} + i G_{i_p} \quad . \quad (5.2-5)$$

Considerando-se funções do tipo (5.2-2), pode-se estabelecer, para uma determinada pulsação de índice p , a relação entre o respectivo componente da variável g e de outra variável d por meio da função de transferência h , na forma

$$G_p = H_p \cdot D_p \quad , \quad (5.2-6)$$

sendo D_p e H_p os componentes de d e h para esta pulsação, respectivamente, também complexos, na mesma forma dada em (5.2-2).

Pode-se ainda escrever, separando-se as partes reais e imaginárias dos complexos:

$$G_{r_p} + i G_{i_p} = (H_{r_p} + i H_{i_p}) \cdot (D_{r_p} + i D_{i_p}) \quad . \quad (5.2-7)$$

Por outro lado, expressando-se as variáveis conforme a equação (5.2-4), estabelece-se também, para uma pulsação de índice p , uma relação tensorial do tipo:

$$\|G_p\| = \|H_p\| \cdot \|D_p\| \quad ; \quad (5.2-8)$$

sendo:

$$\|G_p\| = \begin{bmatrix} G_{r_p} \\ G_{i_p} \end{bmatrix} ; \quad \|D_p\| = \begin{bmatrix} D_{r_p} \\ D_{i_p} \end{bmatrix} ; \quad \|H_p\| = \begin{bmatrix} H_{r r_p} & H_{r i_p} \\ H_{i r_p} & H_{i i_p} \end{bmatrix} \quad . \quad (5.2-9)$$

Portanto, note-se das equações (5.2-9) que, no caso da usual representação complexa, em que H representa uma imitância com valor igual a $H_{r_p} + i H_{i_p}$, tem-se as condições particulares $H_{r r_p} = H_{i i_p} = H_{r_p}$ e $H_{r i_p} = -H_{i r_p} = -H_{i_p}$, com apenas dois graus de liberdade, enquanto que na representação tensorial tem-se quatro graus de liberdade. Como conseqüência, em análise incremental (vide item 5.6.2), aplicável ao tratamento de não linearidades, com tensores é possível interpretar relações diferentes entre acréscimos de duas variáveis, por exemplo, acréscimos de tensão e corrente num determinado elemento, o que não é possível com meros complexos.

Assim sendo, se é evidenciada uma relação linear entre as variáveis g e d , e estes elementos são modelados por complexos, ao se considerar todas as pulsações

(5.2-8). Os valores no tempo podem então ser obtidos por intermédio da equação (5.2-2) ou (5.2-4), respectivamente.

A extensão à análise de circuitos elétricos formados por vários componentes é similar, e, de acordo com a solução do tipo nodal adotada nesta tese, onde se relaciona cada corrente injetada em um nó do circuito com as tensões de todos os nós em relação à referência de potencial por meio da matriz de admitâncias próprias e mútuas entre elementos, para cada pulsação, resulta um sistema matricial dado pela equação (4.4-36), reescrita a seguir:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} ; \quad (5.2-13)$$

sendo \mathbf{Y} a matriz de admitâncias nodais, \mathbf{U} o vetor de tensões nos nós e \mathbf{I} o vetor de correntes injetadas nos nós, podendo ser estes elementos complexos ou tensores.

No caso do emprego da equação (5.2-13), os elementos do vetor \mathbf{I} são tipicamente conhecidos, e busca-se calcular os elementos de \mathbf{U} . Contudo, nas situações em que são conhecidas as tensões entre dois nós ou de nós do circuito (eventualmente em função do emprego de correntes “auxiliares”, como consta, e.g., no item 5.5.2), os vetores \mathbf{U} e \mathbf{I} são relacionados de uma forma inversa, isto é, empregam-se equações do tipo:

$$\mathbf{U} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{I} ; \quad (5.2-14)$$

sendo \mathbf{F} uma matriz função dos elementos utilizados. Essas situações estão presentes, por exemplo, quando se tem fontes de tensões aplicadas, utilizam-se elementos de conexão, necessita-se conhecer o valor da corrente entre nós do circuito, empregam-se modelos de transformadores ideais, ou modelam-se chaveamentos ou elementos não lineares genéricos.

Portanto, visando a generalização do cálculo, adotou-se uma representação de uma matriz de “imitâncias” globais, \mathbf{W} , que relaciona dois vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} , na forma

$$\mathbf{A} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{B} , \quad (5.2-15)$$

com o aspecto de um sistema de equações nodais “modificado”, onde os elementos tanto do vetor \mathbf{A} quanto do vetor \mathbf{B} podem representar as tensões U nos nós ou correntes I injetadas nos nós, comportando as diversas simulações que podem vir a ser feitas no

estudo.

Tal matriz \mathbf{W} pode ser construída buscando-se a sua simetria, facilitando os diversos cálculos envolvidos e reduzindo a quantidade de dados a serem armazenadas em memória. Esse é o processo que foi aqui implementado e que está descrito nos itens 5.4, 5.5 e 5.6.1, tratando-se os elementos das matrizes como complexos.

Ao final do cálculo, conhecidas as tensões nos nós dos elementos do tipo eletrodo, pode-se calcular o campo eletromagnético no meio externo aos mesmos por meio de equações adicionais, previamente estabelecidas quando da criação dos respectivos elementos da matriz \mathbf{W} (vide item 5.5.7).

Por outro lado, havendo elementos não lineares no circuito, apesar de ainda ser possível operar com a formulação nodal modificada, requer-se um tratamento não tão simples, posto que surgem acoplamentos entre elementos da matriz \mathbf{W} para pulsações diferentes. Nesse caso, elaborou-se nesta tese duas estratégias de solução, cada uma com um domínio de melhor aplicabilidade.

A primeira estratégia de solução, apresentada no item 5.6.1, constitui-se numa extensão do emprego das equações (5.2-15) para a inclusão dos elementos não lineares, e também faz uso dos elementos de \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{W} com a representação complexa, tratando para cada instante de tempo os elementos não lineares por fontes equivalentes de tensão ou de corrente ou uma combinação linear entre ambas, tornando o circuito totalmente linear a cada instante. Na sua implementação mais simples, o processo tem algumas limitações com relação à representação precisa e à generalização de não linearidades, mas tem a grande vantagem de permitir que o cálculo principal possa ser feito isoladamente para cada pulsação ω e não requerer procedimentos iterativos, além de permitir que se trate os sinais como periódicos ou não periódicos. Contudo, no modo para maior precisão dos resultados e para não linearidades genéricas, é imperativo utilizar procedimentos iterativos a cada instante de tempo. Após uma análise prévia de aspectos de otimização de tempo computacional, posteriormente corroborada pelos exemplos aplicativos apresentados no capítulo 7, esta primeira estratégia foi a empregada neste capítulo 5 para a modelagens de chaves, pára-raios de linha etc; no capítulo 6, a estratégia foi adotada para uma das modelagens da linha sob o efeito coroa, e também para a modelagem do efeito de ionização do solo junto aos eletrodos de aterramento.

Observou-se ainda a potencial utilização desta estratégia para a modelagem dinâmica do canal da descarga atmosférica.

A segunda estratégia de solução, apresentada no item 5.6.2, faz uso direto da intrínseca dualidade entre os domínios do tempo e da frequência, considerando os componentes de **A** e **B** na forma de componentes de tensores dada nas equações (5.2-9). Apesar de nesta solução ser necessária a abordagem direta de todos os acoplamentos entre os elementos da matriz **W** para todas as pulsações consideradas, trata-se de um processo bem mais geral a não linearidades e que permite englobar simultaneamente todos os elementos lineares e não lineares do circuito, mas é um processo de solução sempre iterativa e que aborda os sinais como periódicos. É interessante citar que neste tipo de solução, envolvendo simultaneamente todos os harmônicos, efetua-se a análise considerando-se todo o período de tempo de cálculo (mas o que não é uma restrição ao método), e não cada instante de tempo separadamente, como no caso da primeira estratégia.

Contudo, deve-se citar que, nesta segunda estratégia, pelo fato das análises principais efetuadas no âmbito desta tese requerem o uso de um número muito grande de pulsações para a representação adequada dos sinais no tempo, além de eventuais matrizes **W** “cheias”, fatos estes que podem aumentar sensivelmente o tempo computacional total despendido com esta segunda estratégia, preferiu-se não implementá-la de forma genérica, explorando-se assim todo o seu potencial, mas apenas para uma das modelagens de linhas aéreas cujos cabos possam estar sob o efeito coroa, nomeadamente a modelagem apresentada no item 6.1.4.3.

5.3 Modelagem do solo

Considerando-se o modelo linear, o solo pode ser caracterizado por suas permissividade dielétrica, ϵ_{solo} , permeabilidade magnética, μ_{solo} , e condutividade elétrica, σ_{solo} . Exceto para casos especiais (e.g., minérios de ferro baseados em $O_4 Fe_3$, mas não para minérios de ferro baseados em $O_3 Fe_2$), o parâmetro μ_{solo} é aproximadamente igual a permeabilidade magnética do vácuo, μ_0 . Entretanto, os parâmetros σ_{solo} e ϵ_{solo} , além de suas variações espaciais, dependem da umidade do solo, da temperatura e da frequência.

Assim sendo, baseando-se em várias medições para um número muito grande de solos, considerando-se desde frequências muito baixas até 2 MHz (PORTELA, 1998c,

PORTELA, 1999a, PORTELA, 2000, PORTELA, 2002b) e um critério com bases físicas para validar os resultados destas medições, apresentou-se em PORTELA e TAVARES (2001) a seguinte equação para representar a dependência dos parâmetros do solo com a frequência e que envolve apenas os três parâmetros σ_0 , α e Δ_i , os quais podem ser considerados estatisticamente independentes, ou seja:

$$\sigma_{solo} \mp i \omega \varepsilon_{solo} = \sigma_0 + \Delta_i \left[\cotang \left(\frac{\pi}{2} \alpha \right) \mp i \right] \left(\frac{\omega}{2 \cdot 10^6 \pi} \right)^\alpha \quad [\text{S/m}] ; \quad (5.3-1)$$

sendo:

ω – pulsação [rad/s] ; $\omega = 2 \pi f$, sendo f a frequência elétrica em [Hz] ;

σ_0 – condutividade elétrica do solo em baixa frequência [S/m] ;

α – parâmetro do modelo do solo [-] ;

Δ_i – parâmetro do modelo do solo [S/m] ;

σ_{solo} – parte real do resultado à direita na equação (5.3-1) [S/m] ;

ε_{solo} – parte imaginária do resultado à direita na equação (5.3-1) dividida por ω [S/m] .

O parâmetro σ_0 pode ser obtido por intermédio de procedimentos de medições usuais, em baixa frequência, como, por exemplo, o conhecido Método de Wenner.

Já para o conhecimento dos outros dois parâmetros, α e Δ_i , que definem a variação com a frequência, é necessário empregar uma técnica de medição especial, mas a qual se encontra bem detalhada em PORTELA (1999a).

Por outro lado, como esses dois parâmetros têm sua distribuição estatística bem representada pela distribuição de Weibull, conforme consta nas Figura 5.3-1 e Figura 5.3-2, não havendo maiores informações disponíveis ou ocorrendo dificuldades de medição, os dados destas duas figuras fornecem subsídios básicos para definir, aproximadamente, em termos estatísticos, valores razoáveis dos parâmetros α e Δ_i para vários estudos.

Por exemplo, considerando-se os resultados das avaliações do desempenho de sistemas de aterramento submetidos à injeção de correntes de descargas atmosféricas apresentadas em PORTELA (2002a), entre uma descrição detalhada do emprego dos parâmetros α e Δ_i neste trabalho, sugere-se, para solos com valores intermediários de σ_0 (e.g., para $100 \mu\text{S/m} < \sigma_0 < 10000 \mu\text{S/m}$):

- Para a obtenção de valores medianos:

$$\begin{cases} \alpha \cong 0,706 \\ \Delta_i \cong 11,71 \text{ mS/m} \end{cases} \quad (5.3-2)$$

- Para a obtenção de valores razoavelmente seguros:

$$\begin{cases} \alpha \cong 0,806 \\ \Delta_i \cong 9,23 \text{ mS/m} \end{cases} \quad (5.3-3)$$

ou

$$\begin{cases} \alpha \cong 0,856 \\ \Delta_i \cong 7,91 \text{ mS/m} \end{cases} \quad (5.3-4)$$

É interessante neste ponto ressaltar que, para valores elevados do campo elétrico no solo, pode ocorrer o efeito de ionização do solo, descaracterizando-se o seu comportamento linear. Para variações rápidas do campo elétrico, pode também ocorrer histerese. Uma solução prática para a abordagem de tal comportamento não linear no solo é apresentada no item 6.2 .

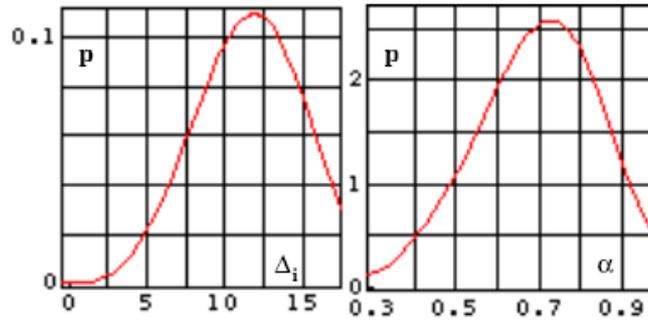


Figura 5.3-1 – Densidade de probabilidade, p , dos parâmetros Δ_i e α , considerados separadamente, com aproximações de Weibull baseadas em um número muito grande de amostras. A escala de p aplicada a Δ_i é graduada em m/mS e a escala de Δ_i é graduada em mS/m (PORTELA e TAVARES, 2001)

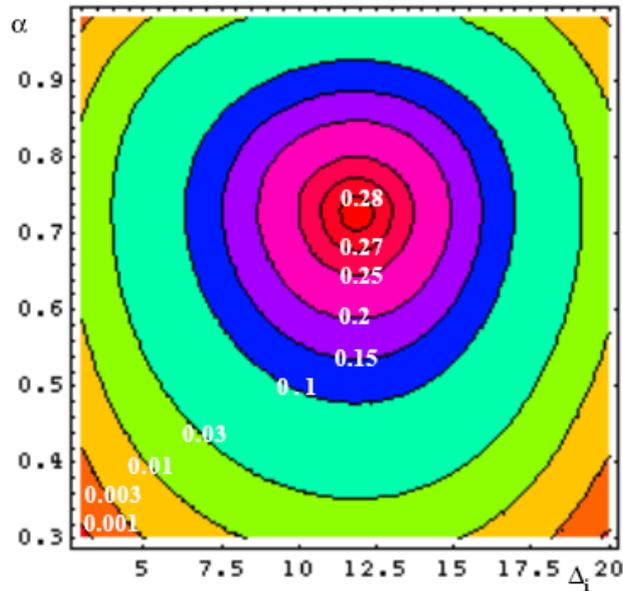


Figura 5.3-2 – Densidade de probabilidade, p , dos parâmetros Δ_i e α , considerados juntos, com aproximações de Weibull baseadas em um número grande de amostras. Sem correlação entre Δ_i e α . Os valores de p , em branco, são expressos em m/mS. A escala de Δ_i é graduada em mS/m (PORTELA e TAVARES, 2001)

5.4 Modelagem da linha por eletrodos

5.4.1 Equações eletromagnéticas básicas

Conforme introduzido no item 4.4.2, em linhas gerais, o campo eletromagnético em determinado meio pode ser caracterizado por uma sobreposição de ondas, sendo cada

onda uma solução particular das equações de campo. Assim sendo, no caso de fontes de carga ou de corrente de pequenas dimensões em um meio, são particularmente adequadas para o cálculo do campo eletromagnético no meio exterior a fonte as formulações em ondas esféricas e as equações baseadas nos potenciais retardados de Lorentz. Essa estratégia de solução conduz a resultados precisos, e requer uma implementação do cálculo em questão de modo relativamente mais simples quando se faz uma comparação com outras estratégias existentes.

Portanto, seja um meio linear, homogêneo e isotrópico, caracterizado por um coeficiente de propagação γ , para grandezas sinusoidais de pulsação ω , em representação complexa, associadas a um fator $e^{\mp i \omega t}$, sendo

$$\gamma^2 = \mp i \omega \mu (\sigma \mp i \omega \varepsilon) \Rightarrow \gamma = \alpha_\gamma + i \beta_\gamma, \quad (5.4-1)$$

onde μ , ε e σ são a permeabilidade magnética, a permissividade dielétrica e a condutividade elétrica do meio, respectivamente, e α_γ e β_γ são o fator de atenuação e o fator de distorção, respectivamente.

Sendo Q uma carga pontual, ou uma carga distribuída dentro de uma esfera de raio “muito pequeno”, r_o , em uma posição fixa neste meio e variando sinusoidalmente no tempo conforme a equação (5.2-1), ou seja,

$$Q = Q e^{\mp i \omega t}, \quad (5.4-2)$$

e sendo r a distância entre um ponto genérico no espaço P e o centro desta carga (ou o centro da esfera de raio r_o), o potencial escalar U e o vetor campo elétrico \vec{E}_c ,

associados à carga Q e sendo $r \gg r_o$, são dados por (PORTELA, 1997a)*:

$$\left\{ \begin{array}{l} U = K \frac{Q}{4\pi} h_{\frac{1}{2}}^{(1)}(\zeta) \\ \vec{E}_c = -\vec{\nabla} U = -K \frac{Q}{4\pi} h_{\frac{3}{2}}^{(1)}(\zeta) \frac{\gamma}{i} \vec{a}_r \end{array} \right. ; \quad (5.4-3)$$

sendo:

K – constante ;

\vec{a}_r – vetor unitário na direção de r ;

$h_{\frac{1}{2}}^{(1)}$ e $h_{\frac{3}{2}}^{(1)}$ – funções de Bessel esféricas, de argumento complexo ζ , sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{\frac{1}{2}}^{(1)}(\zeta) = -\frac{i}{\zeta} e^{i\zeta} \\ h_{\frac{3}{2}}^{(1)}(\zeta) = -\left(\frac{1}{\zeta} + \frac{i}{\zeta^2}\right) e^{i\zeta} \end{array} \right. ; \quad (5.4-4)$$

$$\zeta = -\frac{\gamma r}{i} . \quad (5.4-5)$$

Tem-se, portanto:

* Em PORTELA (1997a) empregou-se o parâmetro ζ igual a kr , associado a um coeficiente k definido por $k = \sqrt{\mu \varepsilon \omega^2 \pm \mu \sigma i \omega}$, e funções do tipo e^{ikr} , enquanto que aqui se preferiu adotar a definição dada na expressão (5.4-1) e funções do tipo $e^{-\gamma r}$, visando a combinação com as equações (4.2-4), (4.2-33) e (4.2-37) a (4.2-47). Portanto, a associação entre ambas as referências consiste em multiplicar o coeficiente k calculado pela equação acima pelo complexo $-i$, resultando no coeficiente de propagação γ . Além disso, na expressão (5.4-1), deve-se escolher o sinal da raiz de γ que resulta no coeficiente α_γ positivo, e, portanto, que resulte das funções do tipo $e^{-\gamma r}$ o efeito da atenuação do sinal com a propagação no sentido de r crescente; ou seja, em função do fator $e^{\mp i \omega t}$, para ω positivo ou negativo deve-se empregar $\mp \gamma$ ou $\pm \gamma$, respectivamente.

$$\begin{cases} U = -K \frac{Q}{4\pi} \frac{i}{\zeta} e^{i\zeta} = K \frac{Q}{4\pi} \frac{1}{\gamma r} e^{-\gamma r} \\ \vec{E}_c = -K \frac{Q}{4\pi} \left(\frac{1}{\zeta} + \frac{i}{\zeta^2} \right) e^{i\zeta} \frac{\gamma}{i} \vec{a}_r = K \frac{Q}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r} \right) e^{-\gamma r} \vec{a}_r \end{cases} \quad (5.4-6)$$

Para o cálculo da constante K , considerando-se o fluxo do campo elétrico através de uma esfera de raio r , centrada na carga Q , e fazendo r tender a um valor muito pequeno, de tal forma que se possa considerar

$$|\gamma r| \ll 1, \quad (5.4-7)$$

atendendo à equação fundamental de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_c = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (5.4-8)$$

obtém-se

$$K = \frac{\gamma}{\varepsilon}, \quad (5.4-9)$$

e, finalmente,

$$\begin{cases} U = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r} e^{-\gamma r} \\ \vec{E}_c = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r^2} (1 + \gamma r) e^{-\gamma r} \vec{a}_r \end{cases} \quad (5.4-10)$$

Empregando-se a relação entre a corrente total dI_t através de uma superfície esférica de raio r_o (muito pequeno), centrado na carga (igual à soma da corrente de condução dI_c e a corrente de deslocamento dI_d), e a carga Q , isto é,

$$Q = \frac{\varepsilon}{\sigma \mp i \omega \varepsilon} dI_t, \quad (5.4-11)$$

sendo

$$dI_t = dI_c e^{\mp i \omega t}, \quad (5.4-12)$$

obtém-se:

$$\begin{cases} U = \frac{dI_t}{4\pi(\sigma \mp i\omega\varepsilon)r} e^{-\gamma r} \\ \vec{E}_c = \frac{dI_t}{4\pi(\sigma \mp i\omega\varepsilon)r^2} (1 + \gamma r) e^{-\gamma r} \vec{a}_r \end{cases} \quad (5.4-13)$$

Considere-se agora um eletrodo cilíndrico, com raio b_s e comprimento $L_s = 2a$, definido pelos pontos extremos 1 e 2, como se mostra na Figura 5.4-1, e seja a condutividade elétrica deste eletrodo muito maior do que a condutividade elétrica do meio no qual o eletrodo está imerso.

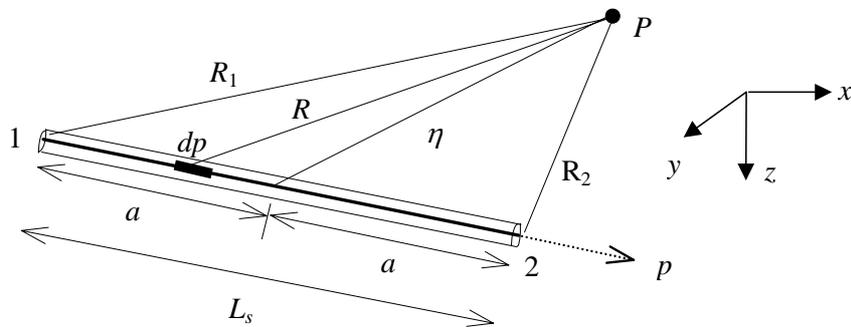


Figura 5.4-1 - Eletrodo cilíndrico e distâncias ao ponto P

Em princípio, aplicando-se a primeira das equações (5.4-13), o potencial escalar no ponto P , induzido pela corrente injetada no meio por todo o comprimento do eletrodo, é dado por:

$$U = \frac{1}{4\pi(\sigma \mp i\omega\varepsilon)} \int_{-a}^a dI_t(p) e^{\mp i\omega t} \frac{1}{R} e^{-\gamma R} dp \quad (5.4-14)$$

Contudo, assumindo-se que o comprimento total L_s é “pequeno”, em um sentido que se tornará claro adiante no texto, e com uma conseqüente precisão, tanto o potencial escalar em pontos externos ao eletrodo como o campo elétrico associado podem ser obtidos representando-se o eletrodo por um segmento linear que injeta no meio uma corrente total I_t , com distribuição de densidade uniforme ao longo de L_s , sendo:

$$I_t = I_t e^{\mp i\omega t} \quad (5.4-15)$$

Então, a corrente dI_t injetada no meio por cada elemento infinitesimal de L_s , dp , conforme a Figura 5.4-1, pode ser obtida por:

$$dI_t = \frac{I_t}{L_s} e^{\mp i \omega t} dp \quad . \quad (5.4-16)$$

Dessa maneira, usando-se a primeira das equações (5.4-13), o potencial escalar no ponto P , induzido pela corrente injetada no meio por todo o comprimento do eletrodo, assumindo L_s sendo “pequeno”, no sentido indicado, é dado por:

$$U = \frac{I_t}{4 \pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} e^{\mp i \omega t} \int_{-a}^a \frac{1}{R} e^{-\gamma R} dp \quad . \quad (5.4-17)$$

Além disso, sendo

$$|\gamma a| \ll 1 \quad , \quad (5.4-18)$$

tem-se

$$e^{-\gamma R} \cong e^{-\gamma \eta} \quad , \quad (5.4-19)$$

e a equação (5.4-14) passa a ter uma resolução ainda mais simples, ou seja,

$$U \cong e^{-\gamma \eta} U_0 \quad , \quad (5.4-20)$$

onde U_0 é o potencial escalar na condição “quase estacionária”:

$$U_0 = \frac{I_t}{4 \pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} e^{\mp i \omega t} \int_{-a}^a \frac{1}{R} dp = \frac{I_t}{4 \pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} e^{\mp i \omega t} \int_0^{L_s} \frac{1}{R} dp \quad . \quad (5.4-21)$$

Tem-se também, calculando-se a integral da expressão (5.4-21),

$$U_0 = \frac{I_t}{4 \pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} e^{\mp i \omega t} \ln N_f \quad , \quad (5.4-22)$$

sendo

$$N_f = \frac{R_1 + R_2 + L_s}{R_1 + R_2 - L_s} \quad . \quad (5.4-23)$$

Note-se na equação (5.4-20) que o termo $e^{-\gamma \eta}$ multiplica o potencial U_0 na condição “quase estacionária” para que se obtenha o valor correto do potencial no ponto P , isto é, o potencial U . Esse termo $e^{-\gamma \eta}$ significa o “erro” associado à aproximação quase estacionária, em que não se considera o efeito do tempo de propagação da onda da fonte até o ponto P , com características de atenuação e distorção da onda. Esse erro é baixo para fenômenos lentos, associados a valores reduzidos de ω , mas pode ser realmente grande para valores elevados de ω (PORTELA e TAVARES, 2001). Por exemplo, para a análise de sistemas de aterramento, sobretudo de grandes dimensões físicas, esse erro e outros associados à desconsideração da variação dos parâmetros do solo com a frequência se constituem nos pontos em que reside o maior erro quando se tenta aplicar as metodologias desenvolvidas para baixa frequência para fenômenos rápidos.

Observe-se também que, na equação (5.4-20), as superfícies equipotenciais, considerando-se a distribuição uniforme de corrente transversal ao longo do segmento L_s , são por forma que

$$N_f = \text{constante} . \quad (5.4-24)$$

Pode ser demonstrado que essa condição corresponde a elipsóides de revolução com focos nas extremidades do segmento. Quando N_f é dado, os semi-eixos maior p_1 (na direção de p) e menor p_2 (em qualquer direção ortogonal a p) do elipsóide são obtidos por:

$$\begin{cases} p_1 = \frac{L_s (N_f + 1)}{2 (N_f - 1)} \\ p_2 = \frac{L_s \sqrt{N_f}}{N_f - 1} = \frac{2 p_1 \sqrt{N_f}}{N_f + 1} \end{cases} . \quad (5.4-25)$$

Portanto, na condição quase estacionária, na ausência de outras fontes de corrente, de acordo com as hipóteses anteriormente consideradas, ao se substituir qualquer uma dessas superfícies elipsoidais por um condutor perfeito as equações de campo são satisfeitas para qualquer ponto externo.

Nesses termos, considerando-se distribuição uniforme de corrente ao longo do eletrodo, se ao invés da superfície elipsoidal tem-se a superfície cilíndrica do eletrodo em

questão, obviamente, não se terá potencial uniforme nessa superfície. Cumpre notar, entretanto, que é possível conseguir uma superfície equipotencial se é utilizada uma densidade não uniforme de corrente ao longo do eletrodo, apesar desta não ser a modelagem adotada nesta tese.

De fato, para a máxima minimização do tempo computacional total do cálculo de muitos eletrodos interligados, deve-se comparar o uso de um número menor de eletrodos com distribuição de corrente não uniforme ao longo de sua extensão (por exemplo, do tipo adotada nos programas computacionais NEC e HIFREQ, comentados no item 4.4.2.1), o que requer um cálculo mais demorado por eletrodo, com o uso de um número maior de eletrodos com distribuição uniforme de corrente, o que, por sua vez, requer um cálculo mais rápido por eletrodo. É de se esperar que o mínimo da função tempo total seja obtido com uma combinação dessas duas abordagens.

Portanto, usando-se um procedimento semelhante ao feito para o cálculo do potencial escalar U , tem-se que, no ponto P , o vetor campo elétrico \vec{E}_c induzido pela injeção da corrente I_t no meio, e o vetor potencial \vec{A} e o vetor campo magnético \vec{H} associados a uma corrente longitudinal I_t fluindo pelo eletrodo do ponto 1 ao ponto 2 (assumido como sentido positivo), igual a

$$I_t = I_t e^{\mp i \omega t} \quad , \quad (5.4-26)$$

são dados por:

$$\begin{cases} \vec{E}_c = -\vec{\nabla} U \cong (1 + \gamma \eta) e^{-\gamma \eta} \vec{E}_{oc} \\ \vec{A} \cong e^{-\gamma \eta} \vec{A}_o \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \cong (1 + \gamma \eta) e^{-\gamma \eta} \vec{H}_o \end{cases} \quad ; \quad (5.4-27)$$

sendo os campos elétrico e magnético \vec{E}_{oc} e \vec{H}_o e o potencial vetor \vec{A}_o os correspondentes valores de \vec{E}_c , \vec{H} e \vec{A} na condição “quase estacionária”, cujos componentes são obtidos por:

$$\begin{cases} \vec{E}_{oc} = E_{ox} \vec{a}_x + E_{oy} \vec{a}_y + E_{oz} \vec{a}_z \\ \vec{A}_o = A_{ox} \vec{a}_x + A_{oy} \vec{a}_y + A_{oz} \vec{a}_z ; \\ \vec{H}_o = H_{ox} \vec{a}_x + H_{oy} \vec{a}_y + H_{oz} \vec{a}_z \end{cases} \quad (5.4-28)$$

onde:

$$\begin{cases} E_{ox} = K_1 M_x ; E_{oy} = K_1 M_y ; E_{oz} = K_1 M_z \\ K_1 = \frac{I_t e^{\mp i \omega t}}{4 \pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \cdot \frac{2 L_s}{(R_1 + R_2 + L_s)(R_1 + R_2 - L_s)} ; \\ M_x = \frac{x_p - x_1}{R_1} + \frac{x_p - x_2}{R_2} ; M_y = \frac{y_p - y_1}{R_1} + \frac{y_p - y_2}{R_2} ; M_z = \frac{z_p - z_1}{R_1} + \frac{z_p - z_2}{R_2} \end{cases} \quad (5.4-29)$$

$$\begin{cases} A_{ox} = K_2 a_{x12} ; A_{oy} = K_2 a_{y12} ; A_{oz} = K_2 a_{z12} \\ K_2 = \frac{\mu I_l e^{\mp i \omega t}}{4 \pi} \ln N_f ; \\ a_{x12} = \frac{x_2 - x_1}{L_s} ; a_{y12} = \frac{y_2 - y_1}{L_s} ; a_{z12} = \frac{z_2 - z_1}{L_s} \end{cases} \quad (5.4-30)$$

$$\begin{cases} H_{ox} = K_3 (M_y a_{z12} - M_z a_{y12}) \\ H_{oy} = K_3 (M_z a_{x12} - M_x a_{z12}) \\ H_{oz} = K_3 (M_x a_{y12} - M_y a_{x12}) \\ K_3 = \frac{I_l e^{\mp i \omega t}}{4 \pi} \cdot \frac{2 L_s}{(R_1 + R_2 + L_s)(R_1 + R_2 - L_s)} \end{cases} \quad (5.4-31)$$

Os vetores \vec{a}_x , \vec{a}_y e \vec{a}_z são os vetores unitários nas direções x , y e z , respectivamente, e (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) e (x_p, y_p, z_p) são as coordenadas dos pontos 1, 2 e P , respectivamente.

O vetor campo elétrico total no ponto P , \vec{E} , considerando-se o vetor campo elétrico \vec{E}_c e o vetor campo elétrico \vec{E}_A , este associado ao vetor potencial \vec{A} , que é dado por

$$\vec{E}_A = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \pm i \omega \vec{A} \quad (5.4-32)$$

é igual então a

$$\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_A \quad . \quad (5.4-33)$$

Da mesma forma, a tensão entre dois pontos genéricos a e b , U_{ab} , é dada por

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{d}\ell = (U_{ac} - U_{bc}) + \int_a^b \vec{E}_A \cdot \vec{d}\ell ; \quad (5.4-34)$$

sendo:

$\vec{d}\ell$ – vetor unitário na direção do caminho de integração entre os pontos a e b ;

U_{ac} e U_{bc} – potenciais nos pontos a e b , respectivamente, devidos a somente o campo elétrico \vec{E}_c , e calculados por equações do tipo (5.4-17).

É interessante neste ponto ressaltar a relação geral entre a corrente longitudinal I_l ao longo do comprimento eletrodo e a corrente transversal dI_t em cada elemento infinitesimal dp , conforme ilustrado na Figura 5.4-1. Isto é, em princípio, considerando-se que ambas as correntes variam em função de p , seria

$$\begin{cases} I_l = I_l(p) \\ dI_t = \frac{dI_l}{dp} \end{cases}, \quad (5.4-35)$$

ao passo que se adotou anteriormente dI_t e I_l com distribuição uniforme ao longo do comprimento do eletrodo, o que culminou no cálculo de dI_t pela equação (5.4-16), e o que induz à necessidade de se incluir de alguma forma no processo de cálculo global a derivada de I_l em relação à p .

Nesse sentido, a solução adotada parte de uma associação com a teoria dos circuitos elétricos, considerando-se os circuitos do tipo gama mostrados na Figura 4.2-4, com o ramo em derivação à esquerda ou à direita, conforme a Figura 5.4-2. Nesta figura, as correntes longitudinais “auxiliares” I_{l1} e I_{l2} partem dos nós j e k para o eletrodo, respectivamente, U_j e U_k são as tensões nos nós do eletrodo em relação à referência de potencial, e Z_l e Z_t são as impedâncias longitudinal e transversal do eletrodo, respectivamente.

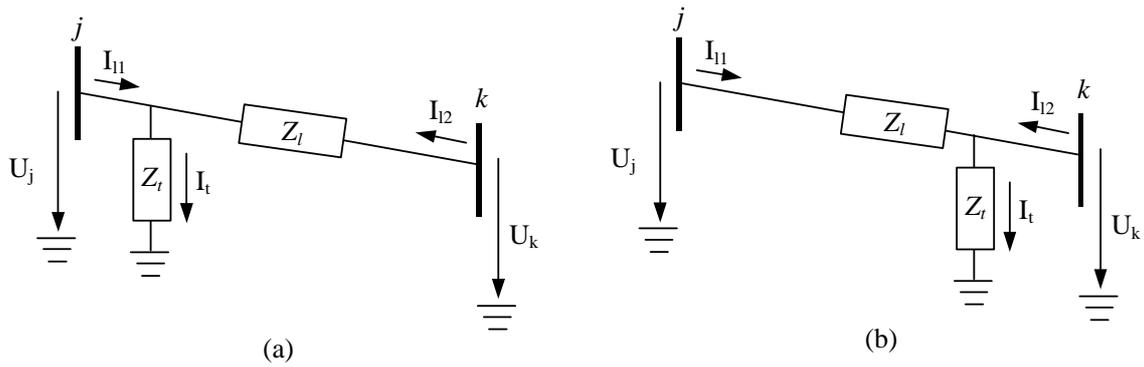


Figura 5.4-2 – Circuitos gama à esquerda (a) e à direita (b), representativos do eletrodo

Pode-se então estabelecer as seguintes equações a partir dos dois circuitos gama da Figura 5.4-2:

$$\begin{cases} U_j + Z_l I_{12} - U_k = 0 \\ U_j = Z_t I_t = Z_t (I_{11} + I_{12}) \end{cases} ; \quad (5.4-36)$$

e

$$\begin{cases} U_j - Z_l I_{11} - U_k = 0 \\ U_k = Z_t I_t = Z_t (I_{11} + I_{12}) \end{cases} . \quad (5.4-37)$$

Somando-se as equações (5.4-36) e (5.4-37), chega-se às seguintes equações:

$$\begin{cases} U_j - Z_l \left(\frac{I_{11} + I_{12}}{2} \right) - U_k = 0 \\ \frac{U_j + U_k}{2} - Z_t (I_{11} + I_{12}) = 0 \end{cases} ; \quad (5.4-38)$$

as quais traduzem um circuito gama “médio”, considerando-se as suas representações com os ramos em derivação à esquerda e à direita anteriores, na forma estilizada na Figura 5.4-3.

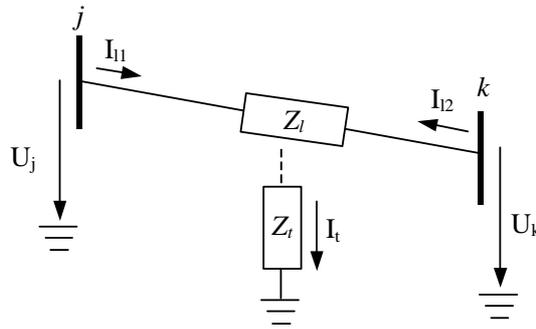


Figura 5.4-3 – Circuito gama “médio”, representativo do eletrodo

Portanto, as premissas anteriores de uniformidade de I_t e I_l ao longo do eletrodo se correlacionam com as equações (5.4-38) para:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_l \cong \frac{I_{11} - I_{12}}{2} \\ I_t = \int_0^L \frac{dI_l}{dp} dp \cong I_{12} - (-I_{11}) = I_{11} + I_{12} \quad ; \\ \bar{U} \cong \frac{U_j + U_k}{2} \end{array} \right. \quad (5.4-39)$$

sendo \bar{U} a tensão média no eletrodo em relação à referência de potencial*.

Empregando-se as várias equações anteriores, qualquer condutor cilíndrico ou “malha” de condutores cilíndricos pode ser tratado considerando-se “pequenos” segmentos, de modo que, para cada segmento, a condição dada na equação (5.4-18) seja válida e, para efeito de correntes transversais e de carga, uma distribuição uniforme ao longo do eixo do segmento possa ser assumida, e, para efeitos de correntes longitudinais, uma corrente longitudinal uniforme possa ser assumida.

Nessas condições, a manipulação matemática das equações se torna bastante simples e obtém-se um conjunto de expressões analíticas definindo impedâncias longitudinais e

* É possível estabelecer outras relações envolvendo as correntes I_l e I_t e as tensões U_j e U_k , como, por exemplo, modelando-se cada eletrodo de forma semelhante ao circuito π tipicamente empregado na modelagem de cabos de linhas de transmissão. Contudo, com tais providências, praticamente não se observou uma redução da quantidade de variáveis envolvidas no sistema global de equações para a solução do problema, não se oferecendo, assim, uma melhoria do processo de cálculo.

transversais próprias e mútuas entre todos os segmentos, como está apresentado a seguir.

5.4.2 Impedâncias transversais próprias e mútuas entre eletrodos

Retornando à equação (5.4-17), suponha-se que o ponto P está sobre a superfície de outro eletrodo cilíndrico, designado por eletrodo “receptor”, com raio externo b_r e comprimento L_r , sem corrente circulante, e definido pelos pontos extremos 3 e 4, como se mostra na Figura 5.4-4.

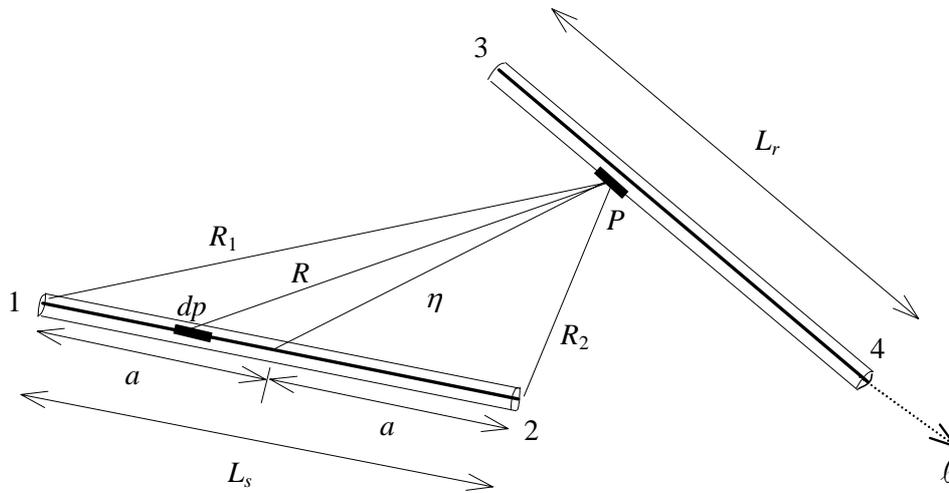


Figura 5.4-4 - Dois eletrodos cilíndricos e distâncias ao ponto P

Nessa situação e considerando-se a solução dada na equação (5.4-20), pode-se calcular o potencial escalar médio ao longo de uma direção na superfície do eletrodo receptor, \bar{U} , devido à corrente transversal I_t no eletrodo fonte, por:

$$\bar{U} \cong \frac{1}{L_r} \int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} U_o d\ell \quad (5.4-40)$$

Portanto, empregando-se a equação (5.4-22), vem:

$$\bar{U} = \frac{I_t e^{\mp i \omega t}}{4 \pi L_s L_r (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} \ln N_f d\ell \quad (5.4-41)$$

Considerando-se que o raio b_r é muito inferior à distância η , o potencial calculado pela equação (5.4-41) se aproxima do potencial médio por toda a superfície deste eletrodo

devido à corrente transversal I_t no eletrodo fonte*. Nesses termos, define-se a impedância transversal mútua Z_{tm} entre os dois eletrodos pela relação entre o potencial médio no eletrodo receptor pela corrente transversal no eletrodo fonte dada na equação (5.4-15), ou seja:

$$Z_{tm} = \frac{\bar{U}}{I_t} . \quad (5.4-42)$$

Assim sendo, fica:

$$Z_{tm} = \frac{1}{4 \pi L_s L_r (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} \ln N_f d\ell . \quad (5.4-43)$$

Naturalmente, define-se a impedância transversal própria Z_{tp} considerando-se que os pontos 3 e 4 estão sobre a superfície do próprio eletrodo fonte, situação em que é simples a resolução da integral, já que também se pode assumir $e^{-\gamma \eta} \cong 1$, obtendo-se:

$$Z_{tp} = \frac{1}{2 \pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{L_s}\right)^2} + 1}{\frac{b_s}{L_s}} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{L_s}\right)^2} + \frac{b_s}{L_s} \right] . \quad (5.4-44)$$

Além disso, se

$$\frac{b_s}{L_s} \ll 1 , \quad (5.4-45)$$

tem-se, mais simplesmente,

$$Z_{tp} = \frac{1}{2 \pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \left[\ln \left(\frac{2 L_s}{b_s} \right) - 1 \right] . \quad (5.4-46)$$

* Tal consideração, apesar de aparentemente com pouco efeito em termos de manipulação matemática, reduz sensivelmente as dificuldades do cálculo, recaindo-se em uma simples integral de linha.

5.4.3 Impedâncias longitudinais próprias e mútuas entre eletrodos

O cálculo da impedância mútua longitudinal entre os dois eletrodos da Figura 5.4-4 é análogo ao cálculo da impedância mútua transversal, considerando-se agora o vetor potencial ao longo da superfície do eletrodo receptor induzido pela corrente longitudinal I_1 no eletrodo fonte.

Portanto, utilizando-se as equações (5.4-32) e (5.4-34), tem-se que a tensão ΔU entre os pontos 3 e 4 do eletrodo receptor, suposto sem corrente circulante, devida apenas à corrente longitudinal I_1 no eletrodo fonte, é dada por:

$$\Delta U = \int_0^{L_r} -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{d}\ell = \pm i \omega \int_0^{L_r} \vec{A} \cdot \vec{d}\ell ; \quad (5.4-47)$$

sendo o vetor $\vec{d}\ell$ na direção definida pelos pontos 3 e 4, com sentido positivo de 3 para 4.

Substituindo-se na expressão (5.4-47) a expressão do vetor potencial \vec{A} dada pelas equações (5.4-27), (5.4-28) e (5.4-30), fica:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \pm i \omega \int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} \vec{A}_o \cdot \vec{d}\ell = \frac{\pm i \omega \mu I_1 e^{\mp i \omega t}}{4 \pi} \int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} \ln N_f \vec{a}_{12} \cdot \vec{d}\ell \\ &= \frac{\pm i \omega \mu I_1 e^{\mp i \omega t} \cos \phi}{4 \pi} \int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} \ln N_f d\ell \end{aligned} ; \quad (5.4-48)$$

sendo \vec{a}_{12} o vetor unitário na direção definida pelos pontos 1 e 2, com sentido positivo de 1 para 2, e ϕ o ângulo definido pelos cossenos diretores dos vetores \vec{a}_{12} e $\vec{d}\ell$, respectivamente (l_{12}, m_{12}, n_{12}) e (l_{34}, m_{34}, n_{34}) , ou seja:

$$\phi = \cos^{-1} (l_{12} l_{34} + m_{12} m_{34} + n_{12} n_{34}) ; \quad (5.4-49)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{12} = \frac{x_2 - x_1}{L_s} ; m_{12} = \frac{y_2 - y_1}{L_s} ; n_{12} = \frac{z_2 - z_1}{L_s} \\ l_{34} = \frac{x_4 - x_3}{L_r} ; m_{34} = \frac{y_4 - y_3}{L_r} ; n_{34} = \frac{z_4 - z_3}{L_r} \end{array} \right. . \quad (5.4-50)$$

Nesses termos, define-se a impedância longitudinal mútua Z_{lm} entre os dois eletrodos pela relação entre a tensão ΔU dada pela expressão (5.4-48) e a referida corrente longitudinal I_1 , ou seja

$$Z_{lm} = \frac{\Delta U}{I_1} . \quad (5.4-51)$$

Assim sendo, fica:

$$Z_{lm} = \frac{\pm i \omega \mu \cos \phi}{4 \pi} \int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} \ln N_f d\ell . \quad (5.4-52)$$

Similarmente ao feito para o cálculo da impedância transversal, define-se a impedância longitudinal própria Z_{lp} considerando-se que os pontos 3 e 4 estão sobre a superfície do próprio eletrodo fonte, e, neste caso, deve-se adicionar a impedância interna Z_l^i , que, para o caso do eletrodo cilíndrico, pode ser calculada aproximadamente por intermédio da equação (4.2-46) *, sendo

$$Z_l^i = L_s Z^i . \quad (5.4-53)$$

Portanto, fica:

$$Z_{lp} = \frac{\pm i \omega \mu}{4 \pi} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{L_s}\right)^2} + 1}{\frac{b_s}{L_s}} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{L_s}\right)^2} + \frac{b_s}{L_s} \right] + L_s Z^i . \quad (5.4-54)$$

É interessante notar que, no cálculo das impedâncias mútuas Z_{tm} e Z_{lm} , tal como consta

* A aproximação resulta do fato da equação ter sido desenvolvida sob os condicionamentos dados no item 4.2.

nas equações (5.4-43) e (5.4-52), é necessário o cálculo da integral

$$\int_0^{L_r} e^{-\gamma \eta} \ln N_f d\ell \quad , \quad (5.4-55)$$

o qual se constitui na dificuldade de cálculo principal do processo, sobretudo porque o termo $e^{-\gamma \eta}$ varia ao longo da distância ℓ , e porque, em princípio, a integral deve ser calculada para cada pulsação ω em estudo.

Entretanto, se os comprimentos L_r e L_s são razoavelmente inferiores à distância η , ou se é considerada uma primeira aproximação do cálculo, pode-se substituir a distância η por um valor igual à distância entre os pontos médios de cada eletrodo, designada por $\eta_{\text{médio}}$, resultando na seguinte equação de cálculo bem mais simples:

$$e^{-\gamma \eta_{\text{médio}}} \int_0^{L_r} \ln N_f d\ell \quad . \quad (5.4-56)$$

Assim, a parcela integral na equação (5.4-55) passa a ser independente de ω e ter valor real, e que pode ser calculada previamente, fazendo-se apenas à posteriori o seu produto pelo termo $e^{-\gamma \eta_{\text{médio}}}$ para a obtenção do resultado final.

5.4.4 Aspectos básicos sobre eletrodos imersos em um meio constituído por duas regiões homogêneas separadas por um plano

Nos itens 5.4.1, 5.4.2 e 5.4.3 foram desenvolvidas várias equações de fácil resolução e aplicáveis a eletrodos cilíndricos imersos em um meio uniforme. No entanto, na prática, tem-se eletrodos em meios diferentes. É o caso, por exemplo, de um trecho de linha de transmissão, onde os elementos das torres e os cabos das fases e cabos pára-raios encontram-se no ar, e os elementos dos sistemas de aterramento das torres encontram-se no solo.

Nesses últimos casos, a solução matemática não é tão simples, e, em geral, exige um tratamento especial, como, por exemplo, empregando-se coeficientes de reflexão e refração relacionando a formulação do dipolo de Hertz aplicada a cada meio, e um conjunto de imagens reproduzindo, em um meio, o efeito de todos os meios. Alguns exemplos de modelagem podem ser encontrados em, e.g., STRATTON (1941),

BANNISTER (1979), LINDELL e ALANEN (1984), METWALLY e MAHMOUD (1984), WAIT (1991), YANG *et al.* (1991), PORTELA (1999b) e LINDELL *et al.* (2000). Tipicamente, tais “imagens” podem ser obtidas considerando-se uma decomposição da fonte do campo eletromagnético em parcelas, e considerando-se, para cada uma destas parcelas, coeficientes de reflexão e refração específicos, por exemplo, do tipo aplicáveis a ondas planas e ao cálculo do campo eletromagnético próximo de um dipolo. Em algumas condições, uma dessas parcelas é dominante, o que permite simplificar sensivelmente o cálculo e considerar coeficientes de reflexão e refração “equivalentes”, com um pequeno erro aceitável. Nesse sentido, para a proposta e para as características específicas dos exemplos de aplicação abordados nesta tese, algumas simplificações foram assumidas, posto que proporcionam erros moderados para os resultados específicos analisados. Essa formulação simplificada está apresentada no Apêndice B*.

5.4.5 Montagem do sistema de equações de eletrodos

Conforme citado anteriormente, no caso real, vários eletrodos são empregados numa simulação computacional para representar as diversas partes de um determinado “circuito elétrico”, envolvendo, por exemplo, torres, cabos, sistemas de aterramento, etc, formando-se assim um circuito com vários eletrodos interligados (galvanicamente) ou não, tal como se exemplifica na Figura 5.4-5.

Logo, para que o acoplamento eletromagnético entre os diversos eletrodos seja expresso na forma matricial geral (5.2-15), deve-se considerar as relações entre as correntes longitudinais e transversais e as tensões em todos os eletrodos.

* Cumpre ressaltar que algumas das simplificações de cálculo adotadas no Apêndice B não devem ser estendidas para estudos gerais sem avaliação prévia. Por exemplo, para algumas análises, em algumas combinações de faixas do coeficiente de propagação γ , distância η , e parcelas real e imaginária do produto $\gamma \eta$, uma solução completa dos coeficientes de reflexão e refração é necessária, e tais simplificações adotadas tornam-se inadequadas, mesmo para propostas de apenas comparação entre metodologias de cálculo.

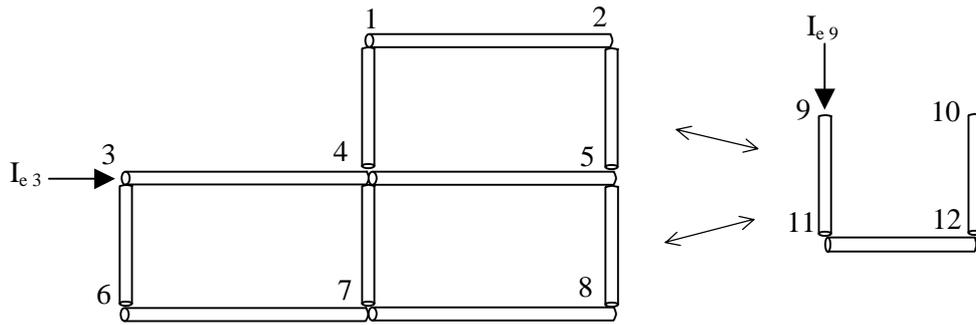


Figura 5.4-5 - Exemplo de “circuito elétrico” formado por treze eletrodos; as correntes I_{e3} e I_{e9} são injetadas externamente nos nós 3 e 9, respectivamente

Portanto, considerando-se que as correntes e tensões no eletrodo têm variação sinusoidal no tempo do tipo

$$\begin{cases} I_1 = I_l e^{\mp i \omega t} \\ I_t = I_t e^{\mp i \omega t} \\ I_{l1} = I_{l1} e^{\mp i \omega t} \\ I_{l2} = I_{l2} e^{\mp i \omega t} \\ U_j = U_j e^{\mp i \omega t} \\ U_k = U_k e^{\mp i \omega t} \end{cases}, \quad (5.4-57)$$

pode-se estabelecer, conforme as equações (5.4-39):

$$\begin{cases} I_l e^{\mp i \omega t} = \frac{I_{l1} e^{\mp i \omega t} - I_{l2} e^{\mp i \omega t}}{2} \quad \therefore I_l = \frac{I_{l1} - I_{l2}}{2} \\ I_t e^{\mp i \omega t} = I_{l1} e^{\mp i \omega t} + I_{l2} e^{\mp i \omega t} \quad \therefore I_t = I_{l1} + I_{l2} \\ \bar{U} e^{\mp i \omega t} = \frac{U_j e^{\mp i \omega t} + U_k e^{\mp i \omega t}}{2} \quad \therefore \bar{U} = \frac{U_j + U_k}{2} \end{cases}. \quad (5.4-58)$$

Dessa forma, conforme as equações (5.4-38) e (5.4-58), tem-se, inicialmente, considerando-se somente o eletrodo da Figura 5.4-2:

$$\begin{cases} U_j - Z_l I_l - U_k = 0 \\ \frac{U_j + U_k}{2} - Z_t I_t = 0 \end{cases}; \quad (5.4-59)$$

ou:

$$\begin{cases} -U_j + \frac{1}{2} Z_l I_{l1} - \frac{1}{2} Z_l I_{l2} + U_k = 0 \\ -\frac{U_j + U_k}{2} + Z_t (I_{l1} + I_{l2}) = 0 \end{cases} \quad (5.4-60)$$

Estendendo-se as equações (5.4-60) para os demais eletrodos do circuito, considerando-se devidamente os acoplamentos mútuos transversais e longitudinais entre todos os eletrodos, e, para correntes externas I_e injetadas nos nós dos eletrodos do circuito, do tipo

$$I_e = I_e e^{\mp i \omega t} \quad , \quad (5.4-61)$$

uma vez que, em cada nó, o somatório das correntes externas deve ser igual ao somatório das correntes longitudinais I_{l1} e I_{l2} , que partem deste nó, pode-se estabelecer o seguinte sistema matricial de equações (PORTELA, 1997a) * :

$$\begin{cases} \mathbf{A} \cdot \mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_l \cdot \mathbf{I}_{l1} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_l \cdot \mathbf{I}_{l2} = \mathbf{0} \\ \mathbf{B} \cdot \mathbf{U} + \mathbf{Z}_t \cdot \mathbf{I}_{l1} + \mathbf{Z}_t \cdot \mathbf{I}_{l2} = \mathbf{0} \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{I}_{l1} - \mathbf{D} \cdot \mathbf{I}_{l2} = \mathbf{I}_e \end{cases} \quad ; \quad (5.4-62)$$

sendo:

\mathbf{I}_{l1} – vetor das correntes longitudinais I_{l1} nos eletrodos, com dimensão m ;

\mathbf{I}_{l2} – vetor das correntes longitudinais I_{l2} nos eletrodos, com dimensão m ;

\mathbf{U} – vetor das tensões transversais U nos nós dos eletrodos, com dimensão n ;

\mathbf{Z}_t – matriz das impedâncias transversais próprias e mútuas entre eletrodos, com dimensão $m \times m$;

\mathbf{Z}_l – matriz das impedâncias longitudinais próprias e mútuas entre eletrodos, com

* Em PORTELA (1997a), a corrente i_{l2} tem sinal contrário, ou seja, parte do eletrodo para o nó k , enquanto que aqui se preferiu adotar a orientação da Figura 5.4-3, que é semelhante à utilizada para os demais modelos de elementos de circuito apresentados nos itens 5.5 e 5.6. Isso resultou em alguns sinais diferentes nas equações (5.4-62) em relação às respectivas equações apresentadas em PORTELA (1997a).

dimensão $m \times m$;

\mathbf{I}_e – vetor das correntes externas I_e injetadas nos nós dos eletrodos, com dimensão n ;

\mathbf{A} – matriz com dimensão $m \times n$ e elementos dados por:

$$\begin{cases} A_{p,j_p} = -1 \\ A_{p,k_p} = 1 \\ \text{demais elementos} = 0 \end{cases} ; \quad (5.4-63)$$

\mathbf{B} – matriz com dimensão $m \times n$ e elementos dados por:

$$\begin{cases} B_{p,j_p} = -\frac{1}{2} \\ B_{p,k_p} = -\frac{1}{2} \\ \text{demais elementos} = 0 \end{cases} ; \quad (5.4-64)$$

\mathbf{C} – matriz com dimensão $n \times m$ e elementos dados por:

$$\begin{cases} C_{j_p,p} = 1 \\ \text{demais elementos} = 0 \end{cases} ; \quad (5.4-65)$$

\mathbf{D} – matriz com dimensão $n \times m$ e elementos dados por:

$$\begin{cases} D_{k_p,p} = -1 \\ \text{demais elementos} = 0 \end{cases} ; \quad (5.4-66)$$

$\mathbf{0}$ – vetor nulo, com dimensão m ;

m – número total de eletrodos;

n – número total de nós nos eletrodos.

Rearrmando-se as equações (5.4-62) na forma do sistema global de equações (5.2-15), chega-se a

$$\mathbf{I}_e = \mathbf{W}_E \cdot \mathbf{U} \quad , \quad (5.4-67)$$

o qual é um sistema de equações nodais, e sendo

$$\mathbf{W}_E = (\mathbf{D}-\mathbf{C}) \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{Z}_t^{-1} \cdot \mathbf{B} \right) - (\mathbf{D}+\mathbf{C}) \cdot (\mathbf{Z}_1^{-1} \cdot \mathbf{A}) . \quad (5.4-68)$$

Similarmente, os vetores das correntes longitudinais \mathbf{I}_{11} e \mathbf{I}_{12} são obtidos por:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{11} = \left(-\mathbf{Z}_1^{-1} \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_t^{-1} \cdot \mathbf{B} \right) \cdot \mathbf{U} \\ \mathbf{I}_{12} = \left(+\mathbf{Z}_1^{-1} \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_t^{-1} \cdot \mathbf{B} \right) \cdot \mathbf{U} \end{cases} ; \quad (5.4-69)$$

donde, utilizando-se as relações (5.4-58), o vetor das correntes longitudinais médias \mathbf{I}_1 e o vetor das correntes transversais \mathbf{I}_t são obtidos por

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \frac{1}{2} (\mathbf{I}_{11} - \mathbf{I}_{12}) \\ \mathbf{I}_t = \mathbf{I}_{11} + \mathbf{I}_{12} \end{cases} , \quad (5.4-70)$$

cujos elementos são empregados para o cálculo das tensões, do vetor campo elétrico \vec{E}_c , do vetor potencial \vec{A} e do vetor campo magnético \vec{H} em pontos no meio externo aos eletrodos.

Eventualmente, não sendo grande a quantidade de eletrodos, para se evitar as inversões das matrizes \mathbf{Z}_t e \mathbf{Z}_1 , ao invés do emprego da equação (5.4-67) pode-se combinar as equações (5.4-62) num mesmo sistema matricial, explicitando-se todas as variáveis U , I_{11} e I_{12} , ou seja:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_e \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_E \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I}_{11} \\ \mathbf{I}_{12} \end{bmatrix} ; \quad (5.4-71)$$

sendo

$$\mathbf{W}'_E = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \frac{1}{2} \mathbf{Z}_1 & -\frac{1}{2} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{B} & \mathbf{Z}_t & \mathbf{Z}_t \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (5.4-72)$$

e sendo $\mathbf{0}$ o vetor ou matriz nula.

Nesse caso, todavia, perde-se a simetria da matriz de transferência.

Portanto, iniciando-se a elaboração do sistema global de equações nodais modificado (5.2-15) pelos elementos do tipo eletrodo, a equação (5.4-67) é a própria solução; caso contrário, deve-se adicionar a cada elemento W_{jk} da matriz de transferência \mathbf{W} já existente o respectivo elemento $W_{E,jk}$ da matriz \mathbf{W}_E , conforme será exemplificado a seguir no item 5.5.1.

5.5 Modelagem da linha por elementos lineares de circuitos elétricos

5.5.1 Modelagem de elementos RLC simples

Os elementos lineares passivos do tipo RLC são os componentes básicos para a modelagem dos diversos elementos dos sistemas elétricos, tais como resistores, indutores, capacitores, cargas (consumo), reatores não saturados etc.

Na Figura 5.5-1 mostra-se um trecho de circuito formado pelos elementos RLC conectados em série, sendo:

R – resistência [Ω];

L – indutância [H];

C – capacitância [F];

I_j e I_k – correntes que partem dos nós j e k para o elemento.

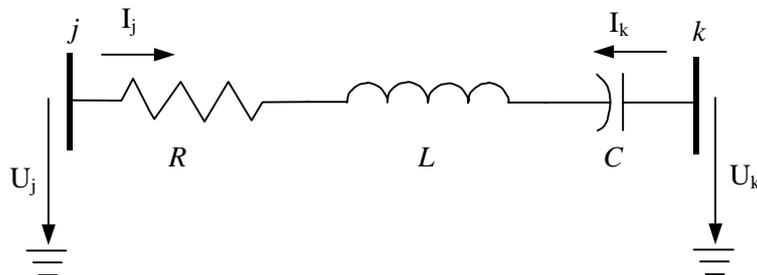


Figura 5.5-1 - Trecho RLC série

Portanto, podem ser estabelecidas as seguintes equações em função das correntes I_j e I_k :

$$\begin{cases} U_j - R I_j - L \frac{dI_j}{dt} - \frac{1}{C} \int I_j dt - U_k = 0 \\ I_j + I_k = 0 \end{cases} ; \quad (5.5-1)$$

sendo U_j e U_k as tensões dos nós j e k em relação à referência de potencial, respectivamente.

Considerando-se que as correntes I_j e I_k e as tensões U_j e U_k têm a variação no tempo da forma dada na equação (5.2-1), ou seja,

$$\begin{cases} I_j = I_j e^{\mp i \omega t} \\ I_k = I_k e^{\mp i \omega t} \\ U_j = U_j e^{\mp i \omega t} \\ U_k = U_k e^{\mp i \omega t} \end{cases} , \quad (5.5-2)$$

resultam as equações

$$\begin{cases} U_j e^{\mp i \omega t} - \left(R \mp i \omega L + \frac{1}{\mp i \omega C} \right) I_j e^{\mp i \omega t} - U_k e^{\mp i \omega t} = 0 \\ I_j e^{\mp i \omega t} + I_k e^{\mp i \omega t} = 0 \end{cases} , \quad (5.5-3)$$

nas quais também se pode eliminar o fator $e^{\mp i \omega t}$ e obter:

$$\begin{cases} U_j - \left(R \mp i \omega L + \frac{1}{\mp i \omega C} \right) I_j - U_k = 0 \\ I_j + I_k = 0 \end{cases} . \quad (5.5-4)$$

Portanto, após algumas manipulações matemáticas, escreve-se as equações (5.5-4) sob a forma do sistema matricial de impedâncias nodais procurado, ou seja,

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{\text{RLC}} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \end{bmatrix} , \quad (5.5-5)$$

sendo

$$\mathbf{W}_{\text{RLC}} = \begin{bmatrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{bmatrix} \quad (5.5-6)$$

e

$$Y = \frac{1}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \quad (5.5-7)$$

Obviamente, a modelagem de somente um elemento ou de um par dos elementos anteriores acarreta uma redução nos termos do denominador da equação (5.5-7) e, semelhantemente, para um trecho de circuito formado por um elemento do tipo RLC paralelo, como se mostra na Figura 5.5-2, pode-se também estabelecer o sistema matricial (5.5-5), sendo que, para este caso, a admitância Y passa a ser dada por:

$$Y = \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} + i\omega C \quad (5.5-8)$$

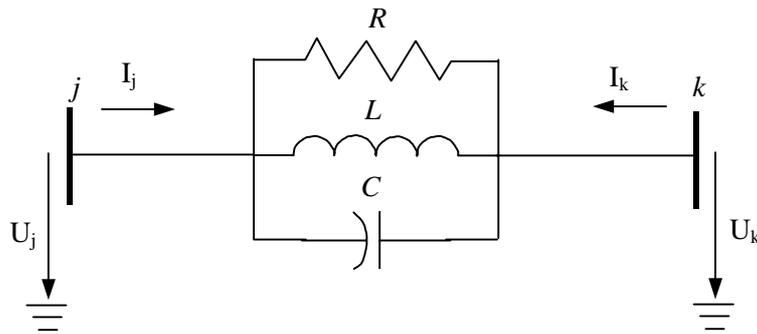


Figura 5.5-2 - Trecho RLC paralelo

Para entendimento da forma de inclusão das equações do elemento RLC no sistema matricial global (5.2-15) a ser resolvido, considere-se novamente o exemplo de circuito elétrico com doze nós apresentado na Figura 5.4-5 e a conexão do elemento RLC série entre os nós 1 e 3 deste circuito, conforme apresentado a seguir na Figura 5.5-3.

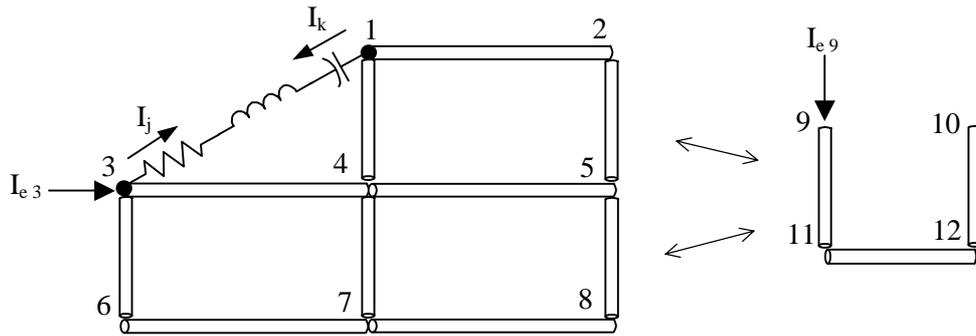


Figura 5.5-3 - Exemplo de “circuito elétrico” formado por vários eletrodos e com o elemento RLC série conectada entre os nós 1 e 3

Para esse simples exemplo, a relação matricial entre as tensões e as correntes totais injetadas nos doze nós do circuito é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} -I_k \\ 0 \\ I_{e3} - I_j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_{e9} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & W_{14} & W_{15} & W_{16} & W_{17} & \dots & \dots & W_{112} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} & W_{25} & W_{26} & \dots & \dots & \dots & W_{212} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} & W_{35} & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} & W_{45} & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ W_{51} & W_{52} & W_{53} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ W_{111} & \vdots & W_{1112} \\ W_{121} & W_{122} & \dots & W_{1212} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ U_{10} \\ U_{11} \\ U_{12} \end{bmatrix} ; \tag{5.5-9}$$

Logo, valendo-se de I_j e I_k funções de Y , U_j e U_k conforme as equações (5.5-5) e (5.5-6), e sendo $U_j = U_3$ e $U_k = U_1$, pode-se facilmente incorporar as equações do elemento RLC diretamente na matriz de admitâncias da equação (5.5-9), resultando:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{e3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_{e9} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} + Y & W_{12} & W_{13} - Y & W_{14} & W_{15} & W_{16} & W_{17} & \dots & \dots & W_{112} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} & W_{25} & W_{26} & \dots & \dots & \dots & W_{212} \\ W_{31} - Y & W_{32} & W_{33} + Y & W_{34} & W_{35} & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} & W_{45} & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ W_{51} & W_{52} & W_{53} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ W_{111} & \vdots \\ W_{121} & W_{122} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & W_{1211} & W_{1212} & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ U_{10} \\ U_{11} \\ U_{12} \end{bmatrix} \quad (5.5-10)$$

Portanto, generalizando-se o cálculo, a inclusão do elemento RLC no sistema matricial global (5.2-15), que contém a matriz de imitâncias globais \mathbf{W} , é feita simplesmente adicionando-se aos elementos próprios W_{jj} e W_{kk} a admitância Y e adicionando-se aos elementos mútuos W_{jk} e W_{kj} a admitância $-Y$.

5.5.2 Modelagem de transformadores

Como uma introdução à modelagem de transformadores, considere-se um transformador de dois enrolamentos (eventualmente equivalente à parte de um transformador de mais de dois enrolamentos ou a um transformador trifásico para as grandezas relativas a uma componente), sem incluir eventuais efeitos de saturação e histerese no núcleo do transformador, conforme consta na Figura 5.5-4 (PORTELA, 1970)*. Nesta figura, a impedância em paralelo Z_n representa as perdas no núcleo, a impedância em série Z_e representa as perdas nos enrolamentos e a é a relação de transformação das tensões entre os dois enrolamentos, em princípio variável com a pulsação ω e de valor real ou

* Há outras representações esquemáticas possíveis para o transformador, apesar de não terem sido contempladas neste texto, basicamente envolvendo posicionamentos diferentes das impedâncias Z_n e Z_e (PORTELA, 1970).

complexo \diamond .

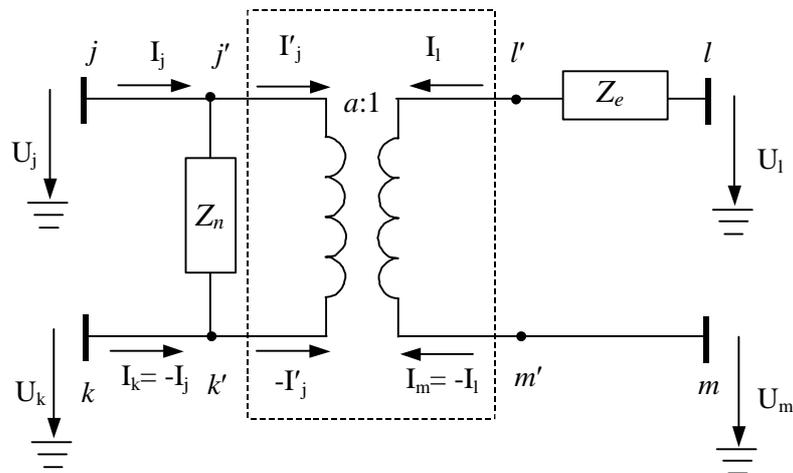


Figura 5.5-4 – Exemplo de modelagem de transformador de dois enrolamentos

Portanto, respeitando-se a invariância de potência entre o primário e o secundário do transformador, as seguintes relações básicas podem ser estabelecidas da Figura 5.5-4:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_j - U_k - a U'_1 + a U_m = 0 \\ I'_j + \frac{1}{a^*} I_1 = 0 \\ I_j - \frac{U_j - U_k}{Z_n} - I'_j = 0 \\ U_l + Z_e I_1 - U'_1 = 0 \\ I_k = -I_j \\ I_m = -I_1 \end{array} \right. ; \quad (5.5-11)$$

sendo a^* o complexo conjugado de a .

As equações (5.5-11) podem ser facilmente combinadas, e, considerando-se também que as correntes e tensões nos terminais do transformador tenham a mesma variação no tempo dada na equação (5.2-1), fica:

\diamond Uma relação de transformação complexa resulta, por exemplo, da representação das defasagens produzidas por diferentes ligações nos enrolamentos primário e secundário de transformadores trifásicos.

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_k \\ I_l \\ I_m \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{\text{TP}} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ U_l \\ U_m \end{bmatrix}; \quad (5.5-12)$$

sendo

$$\mathbf{W}_{\text{TP}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_n} + \frac{1}{a^* a Z_e} & -\frac{1}{Z_n} - \frac{1}{a^* a Z_e} & -\frac{1}{a^* Z_e} & \frac{1}{a^* Z_e} \\ -\frac{1}{Z_n} - \frac{1}{a^* a Z_e} & \frac{1}{Z_n} + \frac{1}{a^* a Z_e} & \frac{1}{a^* Z_e} & -\frac{1}{a^* Z_e} \\ -\frac{1}{a Z_e} & \frac{1}{a Z_e} & \frac{1}{Z_e} & -\frac{1}{Z_e} \\ \frac{1}{a Z_e} & -\frac{1}{a Z_e} & -\frac{1}{Z_e} & \frac{1}{Z_e} \end{bmatrix}. \quad (5.5-13)$$

Logo, para a inclusão das equações do referido modelo de transformador no sistema global de equações (5.2-15), similarmente ao caso anterior do elemento RLC, deve-se apenas adicionar a cada respectivo elemento W_{jk} da matriz global \mathbf{W} cada elemento $W_{TP\ jk}$ da matriz \mathbf{W}_{TP} .

É interessante observar que, para o caso em que a relação a possui parte imaginária não nula, a matriz \mathbf{W}_{TP} perde a simetria (e, conseqüentemente, também a matriz \mathbf{W} do sistema de equações (5.2-15)) e, além disso, no caso do transformador em vazio ($I_l = 0$), ou se os nós l e m não tiverem conexões com nenhum outro nó do circuito, mesmo que haja uma impedância conectada entre os nós j e k , ocorrerá uma divisão por zero no sistema de equações global a ser resolvido; ou seja, mesmo que as tensões U_j e U_k sejam conhecidas, apesar de assim ser perfeitamente possível e natural a partir do modelo do transformador calcular a diferença entre as tensões U_l e U_m (vide a primeira

das equações (5.5-11)), a tensão U_l e a tensão U_m , isoladas, terão infinitas soluções*.

A impedância Z_n pode ser obtida da medição de circuito aberto do transformador, ou seja, para

$$I_l = 0, \quad (5.5-14)$$

resulta, das equações (5.5-11):

$$Z_n = \frac{U_j - U_k}{I_j}. \quad (5.5-15)$$

Por sua vez, a impedância Z_e pode ser obtida da medição do transformador com o primário em curto-circuito, ou seja, para

$$U_j - U_k = 0, \quad (5.5-16)$$

resulta, das equações (5.5-11):

$$Z_e = \frac{U_l - U_m}{I_l}. \quad (5.5-17)$$

Deve-se também mencionar que, apesar de não ter sido contemplado neste item, é possível incluir o efeito de saturação no núcleo do transformador utilizando-se qualquer uma das modelagens de elementos não lineares descritas mais à frente nos itens 5.6.1 e 5.6.2. Além disso, para a aplicação do modelo à análise de fenômenos associados a frequências elevadas requer-se a consideração de capacitâncias entre enrolamentos, entre espiras, e em relação ao núcleo, estrutura e invólucro, sendo que, para frequências muito elevadas, requer-se considerar parâmetros distribuídos, que podem ser

* Uma estratégia para a solução aproximada deste problema consiste em conectar impedâncias de valor bastante elevado (da ordem de $M\Omega$) entre os nós l e m , e entre cada um destes nós e a terra. Contudo, essa estratégia é tipicamente viável numa resolução de equações nodais do tipo adotada neste capítulo, onde a eventual conexão de impedâncias da ordem de $M\Omega$ em derivação em um nó ou entre nós não costuma prejudicar a precisão dos valores das tensões e correntes calculados nos nós, apesar de ser recomendável sempre fazer uma análise prévia dos efeitos desta alteração no circuito elétrico original.

representados por matrizes de impedâncias longitudinais e transversais entre elementos dos enrolamentos, função da frequência (PORTELA (1970), VAESSEN (1988), MORCHED *et al.* (1993b)).

Por fim, para algumas análises ou representações de elementos de circuitos elétricos, interessa considerar apenas o transformador ideal, ou seja, sem incluir as parcelas do transformador referentes às perdas, conforme ilustrado na Figura 5.5-5. Neste caso, as equações (5.5-11) degeneram para:

$$\begin{cases} U_j - U_k - a U_l + a U_m = 0 \\ I_j + \frac{1}{a^*} I_l = 0 \\ I_k = -I_j \\ I_m = -I_l \end{cases} \quad (5.5-18)$$

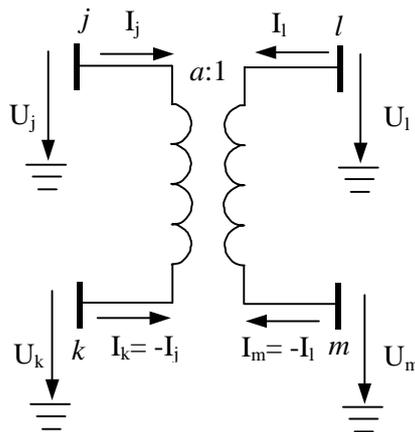


Figura 5.5-5 - Transformador monofásico ideal de dois enrolamentos

Contudo, uma breve inspeção das equações (5.5-18) aponta que, diferentemente do caso anterior em que se considerou as perdas do transformador, para a integração destas equações com o sistema global de equações (5.2-15) necessita-se que seja criada uma variável auxiliar, isto é, que se crie uma variável auxiliar igual a I_j ou I_l , significando o aumento de uma linha e de uma coluna no sistema de equações (5.2-15).

Portanto, considerando-se, por exemplo, a corrente I_j como a nova variável da matriz \mathbf{W} global (supondo-se que esta corrente circulará no enrolamento em questão), e que as correntes e tensões no transformador ideal também tenham a variação no tempo do tipo dado na equação (5.2-1), fica:

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_k \\ I_l \\ I_m \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{\text{TI}} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ U_l \\ U_m \\ I_j \end{bmatrix}; \quad (5.5-19)$$

sendo

$$\mathbf{W}_{\text{TI}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^* \\ 1 & -1 & -a & a & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.5-20)$$

e ocorrendo também os inconvenientes anteriores associados ao enrolamento secundário em vazio ou sem conexões com outros elementos e a perda de simetria da matriz \mathbf{W}_{TI} para o caso em que a relação a possui parte imaginária não nula.

Assim, considerando-se, por exemplo, que o sistema de equações (5.2-15) tenha seis nós, entre eles os nós j, k, l e m , a inclusão das equações do transformador ideal é feita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{e1} \\ I_{ej} \\ I_{ek} \\ I_{el} \\ I_{em} \\ I_{e6} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{1j} & W_{1k} & W_{1l} & W_{1m} & W_{16} & 0 \\ W_{j1} & W_{jj} & W_{jk} & W_{jl} & W_{jm} & W_{j6} & 1 \\ W_{k1} & W_{kj} & W_{kk} & W_{kl} & W_{km} & W_{k6} & -1 \\ W_{l1} & W_{lj} & W_{lk} & W_{ll} & W_{lm} & W_{l6} & -a^* \\ W_{m1} & W_{mj} & W_{mk} & W_{ml} & W_{mm} & W_{m6} & a^* \\ W_{61} & W_{6j} & W_{6k} & W_{6l} & W_{6m} & W_{66} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -a & a & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_j \\ U_k \\ U_l \\ U_m \\ U_6 \\ I_j \end{bmatrix} \leftarrow \text{Linha da corrente } I_j \quad (5.5-21)$$

5.5.3 Modelagem de elemento de conexão

Um elemento de conexão faz a ligação elétrica entre dois nós do circuito e, além desta função principal, pode ser utilizado para uma simulação de um curto-circuito (por exemplo, entre duas fases, ou entre uma fase e outro ponto qualquer do circuito ou a terra), para a ação de transposição de fases de uma linha, ou, ainda, para servir de

elemento de medição de corrente no circuito elétrico.

Logo, considerando-se que é nula a impedância no elemento de ligação entre os nós j e k , tal como se mostra na Figura 5.5-6, tem-se as seguintes relações entre tensões e correntes para estes nós:

$$\begin{cases} U_j - U_k = 0 \\ I_j + I_k = 0 \end{cases} \quad (5.5-22)$$

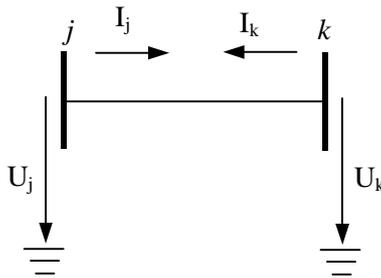


Figura 5.5-6 – Elemento de conexão entre dois nós

A inclusão das equações (5.5-22) no sistema global de equações (5.2-15) também requer que seja criada uma variável auxiliar, que pode ser a corrente I_j ou a corrente I_k . Procedendo-se, por exemplo, para a corrente I_j , e supondo-se as variações no tempo da forma dada na equação (5.2-1), fica:

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_k \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{EC} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ I_j \end{bmatrix}; \quad (5.5-23)$$

sendo:

$$\mathbf{W}_{EC} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.5-24)$$

Assim, considerando-se, por exemplo, que o sistema de equações (5.2-15) tenha seis nós, entre eles os nós j e k , a inclusão da conexão entre os nós j e k é feita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{e1} \\ I_{ej} \\ I_{ek} \\ I_{e4} \\ I_{e5} \\ I_{e6} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{1j} & W_{1k} & W_{14} & W_{15} & W_{16} & 0 \\ W_{j1} & W_{jj} & W_{jk} & W_{j4} & W_{j5} & W_{j6} & 1 \\ W_{k1} & W_{kj} & W_{kk} & W_{k4} & W_{k5} & W_{k6} & -1 \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} & W_{45} & W_{46} & 0 \\ W_{51} & W_{52} & W_{53} & W_{54} & W_{55} & W_{56} & 0 \\ W_{61} & W_{62} & W_{63} & W_{64} & W_{65} & W_{66} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_j \\ U_k \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ I_j \end{bmatrix} \leftarrow \text{Linha da corrente } I_j$$

(5.5-25)

5.5.4 Modelagem do cabo de uma linha de transmissão monofásica sem a presença do efeito coroa

Considerando-se o comportamento linear de uma linha de transmissão monofásica, nomeadamente sem a presença do efeito coroa no cabo, além das simplificações de cálculo apresentadas no item 4.2, e supondo-se a variação dos parâmetros no tempo do tipo dado na equação (5.2-1), as relações entre as tensões e correntes no cabo da linha entre dois pontos de índices j e k ao longo da linha são dadas pelas equações (4.2-16). No entanto, para que essas equações possam ser incluídas no sistema global de equações (5.2-15), deve-se agrupar os vetores das tensões e os vetores das correntes, e ajustar o sentido das duas correntes partindo dois pontos para a linha, obtendo-se uma nova relação matricial, ou seja:

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{LT} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \end{bmatrix} ; \tag{5.5-26}$$

sendo

$$\mathbf{W}_{LT} = \begin{bmatrix} I' & J' \\ K' & L' \end{bmatrix} \tag{5.5-27}$$

e

$$\begin{cases} I' = -B'^{-1} A' \\ J' = B'^{-1} \\ K' = J' = -C' + D' B'^{-1} A' \\ L' = I' = -D' B'^{-1} \end{cases} . \tag{5.5-28}$$

Portanto, para este caso monofásico, obtém-se a matriz

$$\mathbf{W}_{LT} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_e} + \frac{Y_e}{2} & -\frac{1}{Z_e} \\ -\frac{1}{Z_e} & \frac{1}{Z_e} + \frac{Y_e}{2} \end{bmatrix}, \quad (5.5-29)$$

cujos elementos têm o sentido apresentado no quadripolo da Figura 5.5-7.

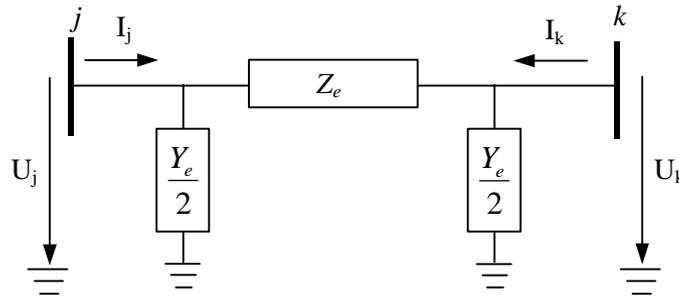


Figura 5.5-7 – Representação da linha monofásica

Genericamente, os elementos equivalentes Z_e e Y_e da matriz \mathbf{W}_{LT} são calculados pelas equações (4.2-14) e (4.2-15). Contudo, para a situação ideal, sem a consideração das perdas no cabo e no solo, resulta

$$\begin{cases} \gamma = \sqrt{(\mp i \omega L)(\mp i \omega C)} = \mp i \omega \sqrt{LC} = \frac{\mp i \omega}{v} \\ Z_c = \sqrt{\frac{\mp i \omega L}{\mp i \omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases}, \quad (5.5-30)$$

sendo L e C a indutância externa e a capacitância do cabo por unidade de comprimento, respectivamente, e v a velocidade de propagação.

Portanto, nesse caso, de modo bem mais simples, Z_e e Y_e passam a ser calculados por

$$\begin{cases} Z_e = Z_c \sinh\left(\frac{\mp i \omega l_{LT}}{v}\right) = \mp i Z_c \sin(\theta) \\ \frac{Y_e}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh\left(\frac{\mp i \omega l_{LT}}{2v}\right) = \mp i \frac{1}{Z_c} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases}, \quad (5.5-31)$$

sendo o ângulo elétrico θ igual a $\omega l_{LT} / v$, e precisando-se assim apenas conhecer a impedância característica Z_c , a velocidade de propagação v e o comprimento da linha

l_{LT}^* .

Logo, de forma semelhante às comentadas anteriormente para o elemento RLC e para o transformador com perdas, na matriz \mathbf{W} do sistema matricial global (5.2-15) a ser resolvido, aos elementos próprios e mútuos W_{jk} serão adicionados os elementos $W_{LT\ jk}$ da matriz \mathbf{W}_{LT} .

5.5.5 Modelagem dos cabos de uma linha de transmissão multifásica sem a presença do efeito coroa

Para o caso da linha de transmissão multifásica, sem a presença do efeito coroa nos cabos, a extensão das equações anteriores é imediata, tal como consta no item 4.2.2, especificamente na expressão (4.2-64). Assim sendo, as relações entre as tensões e correntes nos cabos da linha entre os dois pontos de índices j e k ao longo da linha, considerando o sentido das correntes partindo destes dois pontos para a linha, são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_j \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{LT} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_j \\ \mathbf{U}_k \end{bmatrix} ; \quad (5.5-32)$$

* É importante notar que, para o ângulo θ igual a $n\pi$, sendo n inteiro, Z_e torna-se nulo, e, portanto, a aplicação direta das equações (5.5-31) para a obtenção da matriz \mathbf{W}_{LT} dada na equação (5.5-27) conduz a elementos infinitos em toda esta matriz, aparentando uma solução indeterminada. Na verdade, neste caso, a linha passa a se comportar como um “elemento de conexão” para uma transmissão em “meia onda”, “onda completa”, “onda completa e meia onda”, e assim sucessivamente. Logo, a eliminação de tal indeterminação é conseguida modelando-se a linha conforme o item 5.5.3, mas tomando-se o cuidado para manter a defasagem do sinal, ou seja:

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_k \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -e^{\mp i n \pi} \\ 1 & -e^{\pm i n \pi} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ I_j \end{bmatrix} .$$

Outra opção de cálculo, contudo, aproximada, consiste em proceder um pequeníssimo aumento em l_{LT} , e então se pode operar diretamente com as equações (5.5-31). Observou-se para alguns casos exemplo investigados nesta tese que aumentos de l_{LT} em torno de 0,1% não causaram prejuízos importantes à precisão dos resultados.

onde o quadripolo \mathbf{W}_{LT} passa a ser calculado por

$$\mathbf{W}_{LT} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}' & \mathbf{J}' \\ \mathbf{K}' & \mathbf{L}' \end{bmatrix}, \quad (5.5-33)$$

sendo:

$$\begin{cases} \mathbf{I}' = -\mathbf{B}'^{-1} \cdot \mathbf{A}' \\ \mathbf{J}' = \mathbf{B}'^{-1} \\ \mathbf{K}' = \mathbf{J}' = -\mathbf{C}' + \mathbf{D}' \cdot \mathbf{B}'^{-1} \cdot \mathbf{A}' \\ \mathbf{L}' = \mathbf{I}' = -\mathbf{D}' \cdot \mathbf{B}'^{-1} \end{cases}. \quad (5.5-34)$$

No caso da representação dos cabos em apenas um vão da linha, entre duas torres, pode-se aplicar diretamente a equação (5.5-32), ou, no caso da linha monofásica, a equação (5.5-26). Contudo, para a representação de vários vãos situados entre dois pontos ao longo da linha por um único quadripolo equivalente, também se necessita modelar as torres destes vãos, e, conseqüentemente, os acoplamentos e conexões entre tais torres, seus sistemas de aterramento e os cabos da linha. Naturalmente que, empregando-se os elementos do tipo eletrodo apresentados no item 5.4, estes condicionamentos seriam mais facilmente atendidos, tal como consta, e.g., no item 7.3.6. Já para a modelagem dos cabos e torres por impedâncias equivalentes, como se explora neste item 5.5, há que se calcular inicialmente tais elementos, o que poderia inclusive ser conseguido a partir de uma modelagem empregando-se eletrodos.

Como exemplo de análise, seja a modelagem do trecho de linha de transmissão apresentado na Figura 5.5-8; ou seja, um trecho constituído por três vãos e as duas torres nos dois pontos intermediários do trecho. Designa-se os cabos de fase pelo símbolo f e os cabos pára-raios pelo símbolo t . Considere-se, para simplicidade de entendimento, que a linha possua um ou dois cabos pára-raios, que as impedâncias Z_{tp} e Z_{tq} representem as conexões dos cabos pára-raios à torre, e que a impedância Z_T' represente a impedância equivalente de cada torre com o seu respectivo sistema de aterramento. Um refinamento dessa representação, aqui não explorado, seria obtido incluindo-se também impedâncias representativas das “conexões” (e.g. através dos isoladores e pára-raios de linha) e acoplamentos entre os cabos de fase e a torre.

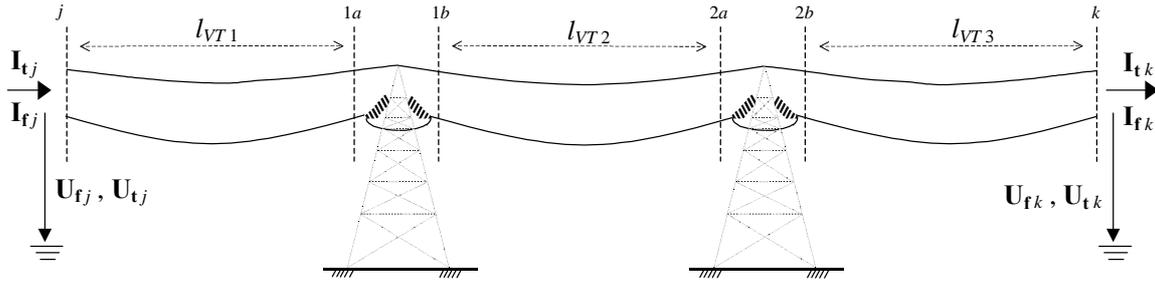


Figura 5.5-8 – Trecho de linha de transmissão

Para este exemplo, pode-se aplicar a expressão (4.2-64) para a modelagem dos trechos entre os nós j e $1a$, entre os nós $1b$ e $2a$, e entre os nós $2b$ e k . Os trechos entre os nós $1a$ e $1b$ e entre os nós $2a$ e $2b$ são modelados considerando-se as impedâncias Z_{tp} , Z_{tq} e Z_T' , sendo estas impedâncias em geral diferentes para cada torre. Portanto, tratando-se separadamente os vetores \mathbf{U}_f e \mathbf{U}_t , representativos das tensões nas fases e nos cabos pára-raios, respectivamente, e os vetores \mathbf{I}_f e \mathbf{I}_t , representativos das correntes nas fases e nos cabos pára-raios, no sentido indicado na Figura 5.5-8, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1a} \\ \mathbf{U}_{t1a} \\ \mathbf{I}_{f1a} \\ \mathbf{I}_{t1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{1ff} & \mathbf{A}'_{1ft} & \mathbf{B}'_{1ff} & \mathbf{B}'_{1ft} \\ \mathbf{A}'_{1tf} & \mathbf{A}'_{1tt} & \mathbf{B}'_{1tf} & \mathbf{B}'_{1tt} \\ \mathbf{C}'_{1ff} & \mathbf{C}'_{1ft} & \mathbf{D}'_{1ff} & \mathbf{D}'_{1ft} \\ \mathbf{C}'_{1tf} & \mathbf{C}'_{1tt} & \mathbf{D}'_{1tf} & \mathbf{D}'_{1tt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{fj} \\ \mathbf{U}_{tj} \\ \mathbf{I}_{fj} \\ \mathbf{I}_{tj} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LTj1a} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{fj} \\ \mathbf{U}_{tj} \\ \mathbf{I}_{fj} \\ \mathbf{I}_{tj} \end{bmatrix}; \quad (5.5-35)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2a} \\ \mathbf{U}_{t2a} \\ \mathbf{I}_{f2a} \\ \mathbf{I}_{t2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{2ff} & \mathbf{A}'_{2ft} & \mathbf{B}'_{2ff} & \mathbf{B}'_{2ft} \\ \mathbf{A}'_{2tf} & \mathbf{A}'_{2tt} & \mathbf{B}'_{2tf} & \mathbf{B}'_{2tt} \\ \mathbf{C}'_{2ff} & \mathbf{C}'_{2ft} & \mathbf{D}'_{2ff} & \mathbf{D}'_{2ft} \\ \mathbf{C}'_{2tf} & \mathbf{C}'_{2tt} & \mathbf{D}'_{2tf} & \mathbf{D}'_{2tt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1b} \\ \mathbf{U}_{t1b} \\ \mathbf{I}_{f1b} \\ \mathbf{I}_{t1b} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT1b2a} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1b} \\ \mathbf{U}_{t1b} \\ \mathbf{I}_{f1b} \\ \mathbf{I}_{t1b} \end{bmatrix}; \quad (5.5-36)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{fk} \\ \mathbf{U}_{tk} \\ \mathbf{I}_{fk} \\ \mathbf{I}_{tk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{3ff} & \mathbf{A}'_{3ft} & \mathbf{B}'_{3ff} & \mathbf{B}'_{3ft} \\ \mathbf{A}'_{3tf} & \mathbf{A}'_{3tt} & \mathbf{B}'_{3tf} & \mathbf{B}'_{3tt} \\ \mathbf{C}'_{3ff} & \mathbf{C}'_{3ft} & \mathbf{D}'_{3ff} & \mathbf{D}'_{3ft} \\ \mathbf{C}'_{3tf} & \mathbf{C}'_{3tt} & \mathbf{D}'_{3tf} & \mathbf{D}'_{3tt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2b} \\ \mathbf{U}_{t2b} \\ \mathbf{I}_{f2b} \\ \mathbf{I}_{t2b} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LTk2b} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2b} \\ \mathbf{U}_{t2b} \\ \mathbf{I}_{f2b} \\ \mathbf{I}_{t2b} \end{bmatrix}. \quad (5.5-37)$$

No caso do(s) cabo(s) pára-raios estar(em) isolado(s) nas torres, seria:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1b} \\ \mathbf{U}_{t1b} \\ \mathbf{I}_{f1b} \\ \mathbf{I}_{t1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1a} \\ \mathbf{U}_{t1a} \\ \mathbf{I}_{f1a} \\ \mathbf{I}_{t1a} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT1a1b} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1a} \\ \mathbf{U}_{t1a} \\ \mathbf{I}_{f1a} \\ \mathbf{I}_{t1a} \end{bmatrix} \quad (5.5-38)$$

e

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2b} \\ \mathbf{U}_{t2b} \\ \mathbf{I}_{f2b} \\ \mathbf{I}_{t2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2a} \\ \mathbf{U}_{t2a} \\ \mathbf{I}_{f2a} \\ \mathbf{I}_{t2a} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT2a2b} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2a} \\ \mathbf{U}_{t2a} \\ \mathbf{I}_{f2a} \\ \mathbf{I}_{t2a} \end{bmatrix} ; \quad (5.5-39)$$

enquanto que para o(s) cabo(s) pára-raios conectado(s) às respectivas torres, seria:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1b} \\ \mathbf{U}_{t1b} \\ \mathbf{I}_{f1b} \\ \mathbf{I}_{t1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}'_{T1} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1a} \\ \mathbf{U}_{t1a} \\ \mathbf{I}_{f1a} \\ \mathbf{I}_{t1a} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT1a1b} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f1a} \\ \mathbf{U}_{t1a} \\ \mathbf{I}_{f1a} \\ \mathbf{I}_{t1a} \end{bmatrix} \quad (5.5-40)$$

e

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2b} \\ \mathbf{U}_{t2b} \\ \mathbf{I}_{f2b} \\ \mathbf{I}_{t2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}'_{T2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2a} \\ \mathbf{U}_{t2a} \\ \mathbf{I}_{f2a} \\ \mathbf{I}_{t2a} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT2a2b} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{f2a} \\ \mathbf{U}_{t2a} \\ \mathbf{I}_{f2a} \\ \mathbf{I}_{t2a} \end{bmatrix} . \quad (5.5-41)$$

Nas expressões anteriores, todas as matrizes \mathbf{A}' , \mathbf{B}' , \mathbf{C}' e \mathbf{D}' são calculadas na forma exposta no item 4.2 e as matrizes \mathbf{Y}'_{T1} e \mathbf{Y}'_{T2} são obtidas a partir das impedâncias Z_{ip} , Z_{tq} e Z'_T para as torres de índices 1 e 2, respectivamente, ou seja:

- Para a linha com um cabo pára-raios, de índice p :

$$\begin{cases} \mathbf{Y}'_{T1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -Z_{ip1} - Z'_{T1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{Y}'_{T2} = \begin{bmatrix} 1 \\ -Z_{ip2} - Z'_{T2} \end{bmatrix} \end{cases} . \quad (5.5-42)$$

- Para a linha com dois cabos pára-raios, de índices p e q :

$$\begin{cases} \mathbf{Y}'_{T1} = \frac{1}{-Z_{ip1} Z_{iq1} - Z'_{T1} \cdot (Z_{ip1} + Z_{iq1})} \begin{bmatrix} Z_{iq1} + Z'_{T1} & -Z'_{T1} \\ -Z'_{T1} & Z_{ip1} + Z'_{T1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{Y}'_{T2} = \frac{1}{-Z_{ip2} Z_{iq2} - Z'_{T2} \cdot (Z_{ip2} + Z_{iq2})} \begin{bmatrix} Z_{iq2} + Z'_{T2} & -Z'_{T2} \\ -Z'_{T2} & Z_{ip2} + Z'_{T2} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.5-43)$$

Portanto, pode-se agrupar em cascata os cinco quadripolos representados pelas expressões (5.5-35) a (5.5-41), culminando o quadripolo equivalente \mathbf{W}'_{LTjk} , que relaciona as tensões e correntes nos terminais j e k do exemplo de trecho de linha de transmissão anterior, ou seja:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{fk} \\ \mathbf{U}_{tk} \\ \mathbf{I}_{fk} \\ \mathbf{I}_{tk} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LTk2b} \cdot \mathbf{W}'_{LT2a2b} \cdot \mathbf{W}'_{LT1b2a} \cdot \mathbf{W}'_{LT1a1b} \cdot \mathbf{W}'_{LTj1a} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{fj} \\ \mathbf{U}_{tj} \\ \mathbf{I}_{fj} \\ \mathbf{I}_{tj} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LTjk} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{fj} \\ \mathbf{U}_{tj} \\ \mathbf{I}_{fj} \\ \mathbf{I}_{tj} \end{bmatrix} \quad (5.5-44)$$

Para a inclusão da expressão (5.5-44) no sistema global de equações (5.2-15), deve-se então finalmente agrupar os vetores das tensões e os vetores das correntes, e ajustar o sentido das correntes partindo dos dois pontos j e k para a linha, obtendo-se uma nova relação matricial semelhante à equação (5.5-32).

Neste ponto, a despeito da facilidade demonstrada no exemplo anterior, em que se pode representar vários elementos de um trecho de linha por um único quadripolo equivalente ao trecho, cabe considerar alguns pontos contra e a favor associados ao emprego do modelo básico de quadripolo dado na equação (5.5-32) para representar cabos de linhas de transmissão, ao invés da modelagem mais precisa por eletrodos cilíndricos apresentada no item 5.4.

De fato, o modelo básico do quadripolo para a representação de cabos tem duas importantes deficiências, reduzindo a precisão da simulação, nomeadamente:

- a) Entre várias considerações implícitas, o modelo não incorpora alguns efeitos eletromagnéticos que surgem na região próxima de ambos os terminais da linha, não considera o efeito das catenárias dos cabos, e negligencia o tempo de propagação em uma direção perpendicular ao eixo dos cabos.

- b) O acoplamento eletromagnético mútuo entre os cabos e os elementos metálicos das torres e o canal da descarga (este no caso da simulação de descargas atmosféricas) é eliminado.

Por outro lado, enquanto que cada cabo modelado pelo modelo do quadripolo demanda somente dois nós para a representação de seus dois terminais no circuito elétrico global, para a modelagem do mesmo cabo por um grupo de eletrodos cilíndricos, cada eletrodo empregado é associado a dois nós. Portanto, por exemplo, para representar três cabos paralelos por eletrodos cilíndricos, modelando cada cabo por m_c eletrodos seria necessário um total de $(3 m_c + 3)$ nós, enquanto que pelo modelo do quadripolo trifásico somente seriam necessários 6 nós, reduzindo-se assim drasticamente as dimensões das matrizes no sistema de equações (5.2-15).

Em geral, uma modelagem híbrida considerando-se ambos os modelos do eletrodo cilíndrico e do quadripolo conduzem à solução mais eficiente para a representação de cabos, conforme exemplificado nos itens 7.3.6 a 7.3.8 e 8.4.

5.5.6 Modelagem de fontes de corrente e de tensão

5.5.6.1 Fonte de corrente

A inclusão das equações de um elemento fonte de corrente no sistema de equações global (5.2-15) é imediata, já que este se caracteriza como um sistema de equações nodais.

Assim sendo, considerando-se uma fonte de corrente com o valor I_{ec} , com a variação no tempo da forma dada na equação (5.2-1), partindo do nó j ao nó k da forma mostrada na Figura 5.5-9, tem-se as seguintes inclusões no sistema de equações global:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ I_{ej} - I_{ec} \\ I_{ek} + I_{ec} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & W_{jj} & W_{jk} & \cdots & \\ & W_{kj} & W_{kk} & \cdots & \\ & & & \cdots & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ U_j \\ U_k \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{Linha do nó } j \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \end{matrix} \quad (5.5-45)$$

Obviamente, sendo a conexão da fonte de corrente entre um nó do circuito e a referência de potencial, deve-se apenas adicionar no vetor de correntes injetadas \mathbf{I} a corrente do nó do circuito.

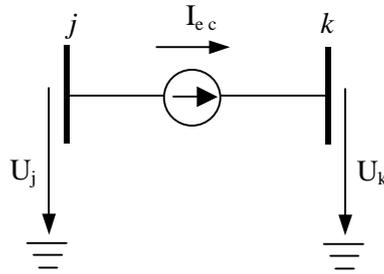


Figura 5.5-9 – Fonte de corrente entre dois nós

5.5.6.2 Fonte de tensão

A inclusão das equações de um elemento fonte de tensão conectado entre dois nós do circuito (ou de elementos com tensão conhecida entre seus terminais) no sistema de equações global (5.2-15) requer tratamento semelhante ao apresentado para o transformador ideal de dois enrolamentos e para o elemento de conexão, necessitando-se a criação de uma variável auxiliar no sistema de equações, que é a corrente circulante no elemento.

Portanto, seja como na Figura 5.5-10, onde U_{ft} é a tensão entre os dois nós j e k do circuito, e I_{ft} é a corrente circulante entre estes dois nós, ou seja:

$$U_{ft} = U_j - U_k \quad . \quad (5.5-46)$$

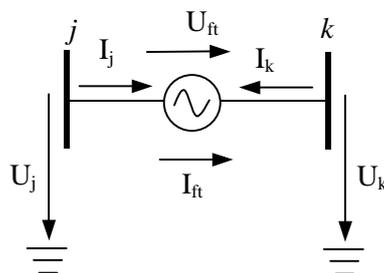


Figura 5.5-10 – Fonte de tensão entre dois nós

Considerando-se I_{ft} como a variável auxiliar, a equação (5.5-46), e supondo-se as variações no tempo da forma dada na equação (5.2-1), fica:

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_k \\ U_{ft} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{FT} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ I_{ft} \end{bmatrix}; \quad (5.5-47)$$

sendo

$$\mathbf{W}_{FT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.5-48)$$

Assim, considerando-se, novamente, por exemplo, que o sistema de equações (5.2-15) tenha seis nós, entre eles os nós j e k , a inclusão da fonte de tensão de valor U_{ft} entre os nós j e k é feita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{e1} \\ I_{ej} \\ I_{ek} \\ I_{e4} \\ I_{e5} \\ I_{e6} \\ U_{ft} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{1j} & W_{1k} & W_{14} & W_{15} & W_{16} & 0 \\ W_{j1} & W_{jj} & W_{jk} & W_{j4} & W_{j5} & W_{j6} & 1 \\ W_{k1} & W_{kj} & W_{kk} & W_{k4} & W_{k5} & W_{k6} & -1 \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} & W_{45} & W_{46} & 0 \\ W_{51} & W_{52} & W_{53} & W_{54} & W_{55} & W_{56} & 0 \\ W_{61} & W_{62} & W_{63} & W_{64} & W_{65} & W_{66} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_j \\ U_k \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ I_{ft} \end{bmatrix} \leftarrow \text{Linha da corrente } I_{ft} \quad (5.5-49)$$

5.5.6.3 Fonte com forma de onda conhecida no tempo

Algumas formas de onda típicas de corrente ou tensão são geralmente usadas nas simulações de transitórios eletromagnéticos. Vislumbrando-se o horizonte desta tese, a seguir apresentam-se alguns modelos, considerando-se o cálculo de $F(\omega)$ conforme as equações (4.4-8) e (4.4-9), sendo ω igual a $p \omega_0$, e sendo o período de tempo de cálculo entre 0 e T .

- Dupla exponencial:

$$\begin{cases} f(t) = \eta F_o (e^{-at} - e^{-bt}), \text{ para } 0 \leq t \leq T \\ a = \frac{1}{\tau_1} \\ b = \frac{1}{\tau_2} \end{cases} ; \quad (5.5-50)$$

$$\begin{cases} F(\omega) = -\frac{\eta F_o}{2T} \left[\frac{1-e^{-Ta}}{-a} - \frac{1-e^{-Tb}}{-b} \right], \text{ para } \omega = 0 \\ F(\omega) = -\frac{\eta F_o}{T} \left[\frac{1-e^{T(\pm i \omega - a)}}{(\pm i \omega - a)} - \frac{1-e^{T(\pm i \omega - b)}}{(\pm i \omega - b)} \right], \text{ para } \omega > 0 \end{cases} . \quad (5.5-51)$$

Deve-se notar que, na prática, como comentado no item 2.4.3, não se conhece os parâmetros η , a e b , mas sim a amplitude máxima do sinal, F_o , o tempo de frente, t_f , o tempo de meia onda, t_{mo} , e a forma em que t_f é definido (vide item 2.4.1).

Portanto, para a obtenção dos valores de η , a e b , precisa-se resolver iterativamente um conjunto de cinco equações não lineares (associadas às funções h_1 , h_2 , h_3 , h_4 e h_5), que também envolvem mais duas variáveis auxiliares, t_1 e t_2 , nomeadamente:

- Amplitude máxima (F_o):

$$\begin{cases} \frac{\partial f(t, \eta, a, b)}{\partial t} = 0 \therefore \eta F_o (-a e^{-at} + b e^{-bt}) = F_o \\ \Rightarrow h_1 = 1 - \eta \left(\frac{a}{b} \right)^{\frac{a}{b-a}} \left(\frac{b-a}{b} \right) = 0 \end{cases} . \quad (5.5-52)$$

- Tempo de meia onda (t_{mo}):

$$\begin{cases} f(t = t_{mo}, \eta, a, b) = \frac{F_o}{2} \\ \Rightarrow h_2 = e^{-at} - e^{-bt} - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} \right)^{\frac{a}{b-a}} \left(\frac{b-a}{b} \right) = 0 \end{cases} . \quad (5.5-53)$$

- Tempo de frente de onda (t_f):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_o}{t_f} = \frac{(c_2 - c_1)F_o}{t_2 - t_1} \\ \Rightarrow h_3 = t_f - \frac{t_2 - t_1}{c_2 - c_1} = 0 \\ \Rightarrow h_4 = c_1 - \eta \left(e^{-at_1} - e^{-bt_1} \right) = 0 \\ \Rightarrow h_5 = c_2 - \eta \left(e^{-at_2} - e^{-bt_2} \right) = 0 \end{array} \right. \quad (5.5-54)$$

Nas equações (5.5-52) a (5.5-54), deve-se realizar as seguintes associações:

- Para t_f definido indiretamente pelo tempo $t_{f10/90}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = t_{10} \\ t_2 = t_{90} \\ c_1 = 0,1 \\ c_2 = 0,9 \end{array} \right. \quad (5.5-55)$$

- Para t_f definido indiretamente pelo tempo $t_{f30/90}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = t_{30} \\ t_2 = t_{90} \\ c_1 = 0,3 \\ c_2 = 0,9 \end{array} \right. \quad (5.5-56)$$

- Para t_f definido diretamente entre o tempo a contar do inicial do sinal até o tempo $t_{máx}$ em que ocorre o seu valor máximo:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0 \\ t_2 = t_{máx} \\ c_1 = 0 \\ c_2 = 1 \end{array} \right. \quad (5.5-57)$$

Nesta tese, implementou-se computacionalmente a solução das equações (5.5-52) a (5.5-54) utilizando-se um algoritmo modificado de Powell e uma aproximação por diferenças finitas para o cálculo da matriz Jacobiana

(VISUAL NUMERICS, 1997). Para vários casos, obteve-se boa convergência partindo-se dos seguintes valores iniciais dos parâmetros:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta^{(0)} = 1 \\ a^{(0)} = \frac{1}{t_f} \\ b^{(0)} = \frac{1}{t_{mo}} \\ t_1^{(0)} \leftarrow c_1 t_f \\ t_2^{(0)} \leftarrow c_2 t_f \end{array} \right. \quad (5.5-58)$$

Como exemplo, na Tabela 5.5-1 apresentam-se os valores calculados por tal programa computacional para algumas formas de ondas padronizadas, tendo sido algumas destas empregadas em exemplos de aplicação apresentados no capítulo 7 .

Tabela 5.5-1 – Parâmetros para ondas do tipo dupla exponencial *

Tipo	t_f definido por $t_{f30/90}$			t_f definido por $t_{m\acute{a}x}$		
	η	a [s ⁻¹]	b [s ⁻¹]	η	a [s ⁻¹]	b [s ⁻¹]
0,1 × 50 μs	1,00381	13938,99	32055871,1	1,00155	13893,91	87492445,7
1,2 × 50 μs	1,03709	14591,40	2469720,2	1,02025	14263,86	4876268,8
6 × 12 μs	8,22924	139050,90	158223,06	-	-	-
6 × 20 μs	15,7046	122903,89	146160,07	1,90779	66620,22	319962,76
8 × 20 μs	10,9176	109340,45	135776,43	6,60490	108436,97	164189,21
10 × 350 μs	1,04391	2103,205	292367,30	1,02443	2049,379	563764,68
250 × 2500 μs	1,17062	340,271	9697,851	1,10433	316,9557	16004,376

* Para a combinação 6 × 12 μs e t_f definido por $t_{m\acute{a}x}$, não foi possível um ajuste da função dupla exponencial com precisão suficiente; para a combinação 8 × 20 μs, apesar de se apresentar a solução encontrada na Tabela 5.5-1, obteve-se precisão apenas razoável.

- Formato de surto dado na Figura 2.4-9:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(t) = F_o \frac{t}{t_f} \quad , \quad \text{para } \alpha = 0 \text{ e } 0 \leq t \leq t_f \\ f(t) = F_o \frac{e^{\frac{\alpha t}{t_f}} - 1}{e^\alpha - 1} \quad , \quad \text{para } \alpha \neq 0 \text{ e } 0 \leq t \leq t_f \quad ; \\ f(t) = F_o \quad , \quad \text{para } t_f < t \leq t_1 \\ f(t) = F_o \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} \quad , \quad \text{para } t_1 < t \leq t_2 \leq T \end{array} \right. \quad (5.5-59)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F(\omega) = \frac{F_o}{2T} \left\{ t_1 - \frac{t_f}{2} + g_0 \right\} \quad , \quad \text{para } \alpha = 0 \text{ e } \omega = 0 \\ F(\omega) = \frac{F_o}{2T} \left\{ t_1 - t_f + \frac{t_f}{e^\alpha - 1} \left(\frac{e^\alpha - 1}{\alpha} - 1 \right) + g_0 \right\} \quad , \quad \text{para } \alpha \neq 0 \text{ e } \omega = 0 \\ g_0 = \frac{1}{t_2 - t_1} \left(\frac{t_2^2 + t_1^2}{2} - t_2 t_1 \right) \\ F(\omega) = \frac{F_o}{T} \left[\frac{e^{\pm i \omega t_f}}{\pm i \omega} \left(1 - \frac{1}{\pm i \omega t_f} \right) - \frac{1}{\omega^2 t_f} + g_\omega \right] \quad , \quad \text{para } \alpha = 0 \text{ e } \omega > 0 \\ F(\omega) = \frac{F_o}{T} \left\{ \frac{t_f}{e^\alpha - 1} \left[\frac{1}{\alpha \pm i \omega t_f} \left(e^{(\alpha \pm i \omega t_f)} - 1 \right) - \frac{1}{\pm i \omega t_f} \left(e^{\pm i \omega t_f} - 1 \right) \right] \right\} \\ \quad , \quad \text{para } \alpha \neq 0 \text{ e } \omega > 0 \\ g_\omega = \frac{1}{\pm i \omega} \left[\frac{e^{\pm i \omega t_1} - e^{\pm i \omega t_2}}{\pm i \omega (t_2 - t_1)} - e^{\pm i \omega t_f} \right] \end{array} \right. \quad (5.5-60)$$

- Senoidal:

$$f(t) = F_o \cos(\omega' t + \phi) + K \quad , \quad 0 \leq t \leq T \quad ; \quad (5.5-61)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
F(\omega) = \frac{F_o}{2\omega'T} [\sin(\omega'T + \phi) - \sin\phi] + K, \text{ para } \omega = 0 \\
F(\omega) = \frac{F_o}{2T} \left\{ \cos\phi \left(\frac{e^{\pm i 2\omega T}}{\pm i 2\omega} + T - \frac{1}{\pm i 2\omega} \right) \mp \right. \\
\left. \mp \frac{\sin\phi}{i} \left(\frac{e^{\pm i 2\omega T}}{\pm i 2\omega} - T - \frac{1}{\pm i 2\omega} \right) \right\} + \frac{K(e^{\pm i\omega T} - 1)}{\pm i\omega T} \\
, \text{ para } \omega = \omega' > 0 \\
F(\omega) = \frac{F_o}{T} \left\{ \frac{e^{\pm i\omega T}}{\omega'^2 - \omega^2} [\cos(\omega'T) \cdot (\pm i\omega \cos\phi + \omega' \sin\phi) + \right. \\
\left. + \sin(\omega'T) \cdot (\omega' \cos\phi \mp i\omega \sin\phi)] \mp i\omega \cos\phi - \omega' \sin\phi \right\} + \\
\left. + \frac{K(e^{\pm i\omega T} - 1)}{\pm i\omega T}, \text{ para } \omega \neq \omega' > 0 \right. \quad . \quad (5.5-62)
\end{array} \right.$$

- Degrau:

$$\left\{ \begin{array}{l}
f(t) = 0, \text{ para } t < t_1 \\
f(t) = 0, \text{ para } t > t_2 \\
f(t) = F_o, \text{ para } t_1 \leq t \leq t_2, t_1 \geq 0 \text{ e } t_2 < T
\end{array} \right. ; \quad (5.5-63)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
F(\omega) = \frac{F_o(t_2 - t_1)}{2T}, \text{ para } \omega = 0 \\
F(\omega) = \frac{F_o(e^{\pm i\omega t_2} - e^{\pm i\omega t_1})}{\pm i\omega T}, \text{ para } \omega \neq 0
\end{array} \right. . \quad (5.5-64)$$

5.5.6.4 Fonte com forma de onda genérica no tempo

Neste caso, considera-se que a função $f(t)$ é caracterizada por um vetor de n pontos, com valor igual a f_j cada, calculado em função do tempo t_j , sendo o índice j variando de 1 até n , tal como consta na Figura 5.5-11.

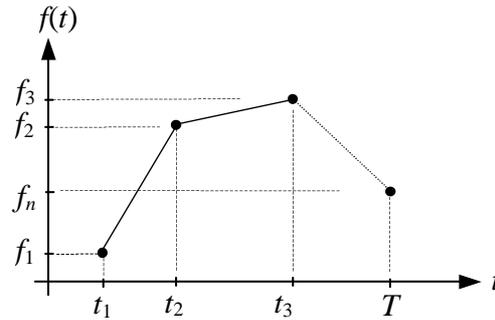


Figura 5.5-11 - Representação de uma função genérica no tempo

Logo, considerando-se o cálculo de $F(\omega)$ conforme as equações (4.4-8) e (4.4-9), sendo ω igual a $p \omega_0$, sendo o período de tempo entre 0 e T , e interpolando-se a função $f(t)$ entre dois pontos consecutivos por uma reta, fica:

$$\left\{ \begin{array}{l} F(\omega) = \frac{1}{2T} \sum_{j=1}^{n-1} \left[\frac{(f_{j+1} - f_j) \cdot (t_{j+1}^2 - t_j^2)}{2(t_{j+1} - t_j)} + t_{j+1} f_j - t_j f_{j+1} \right], \text{ para } \omega = 0 \\ F(\omega) = \frac{1}{\pm i \omega T} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{(t_{j+1} - t_j)} \left\{ e^{\pm i \omega t_{j+1}} \left[t_{j+1} f_{j+1} - t_j f_{j+1} - \frac{f_{j+1} - f_j}{\pm i \omega} \right] - \right. \\ \left. - e^{\pm i \omega t_j} \left[t_{j+1} f_j - t_j f_j - \frac{f_{j+1} - f_j}{\pm i \omega} \right] \right\}, \text{ para } \omega > 0 \end{array} \right. \quad (5.5-65)$$

É interessante observar que no caso particular do passo de tempo entre 0 e T ser o mesmo por todo o período, pode-se desenvolver um algoritmo de cálculo bem mais rápido; ou seja, para uma função $f(t)$ caracterizada por n pontos, sendo o passo no tempo Δt dado por

$$\Delta t = \frac{T}{n-1}, \quad (5.5-66)$$

pode-se empregar:

$$\left\{ \begin{array}{l} F(\omega) = \frac{1}{2T} \sum_{j=1}^{n-1} \int_{j \Delta t}^{(j+1) \Delta t} f(t) dt, \text{ para } \omega = 0 \\ F(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{n-1} \int_{j \Delta t}^{(j+1) \Delta t} f(t) e^{\pm i \omega t} dt, \text{ para } \omega > 0 \end{array} \right. \quad (5.5-67)$$

No integrando dos termos integrais das equações (5.5-67), se é assumido que a função $f(t)$ é constante e igual a $f(j \Delta t)$, mas não o termo exponencial, resulta, para $\omega > 0$:

$$F(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{n-1} \int_{j \Delta t}^{(j+1)\Delta t} f(j \Delta t) e^{\pm i \omega t} dt = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{n-1} f(j \Delta t) \int_{j \Delta t}^{(j+1)\Delta t} e^{\pm i \omega t} dt =$$

$$= \frac{1 - e^{\pm i \omega \Delta t}}{\mp i \omega} \cdot \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{n-1} f(j \Delta t) e^{\pm i \omega j \Delta t} \quad (5.5-68)$$

Percebe-se então do último termo da expressão (5.5-68) que o produto à direita se assemelha ao termo empregado no conhecido algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT) *, existente em várias bibliotecas matemáticas, podendo-se escrever:

$$F(\omega) = \frac{e^{\pm i \omega \Delta t} - 1}{\pm i \omega} \cdot \text{FFT}(n, \pm \omega, T) \quad (5.5-69)$$

Outra opção que também se mostrou efetiva foi a aproximação da função f em cada intervalo de tempo por uma *spline* cúbica, resultando, portanto, das equações (5.5-68):

$$\left\{ \begin{array}{l} F(\omega) = \frac{1}{2T} \sum_{j=1}^{n-1} \int_{j \Delta t}^{(j+1)\Delta t} (A_j + B_j t + C_j t^2 + D_j t^3) dt, \text{ para } \omega = 0 \\ F(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{n-1} \int_{j \Delta t}^{(j+1)\Delta t} (A_j + B_j t + C_j t^2 + D_j t^3) e^{\pm i \omega t} dt, \text{ para } \omega > 0 \end{array} \right. \quad (5.5-70)$$

As equações (5.5-70) têm solução analítica simples e os parâmetros A_j , B_j , C_j e D_j são obtidos de uma mera manipulação matemática dos coeficientes de *splines* cúbicas. O cálculo desses coeficientes também se encontra disponível em várias bibliotecas matemáticas.

5.5.7 Modelagem de medidores de corrente, de campo elétrico, de campo magnético e de tensão

Medidores de corrente conectados num trecho do circuito são modelados da mesma forma que os elementos de conexão apresentados no item 5.5.3, onde a corrente medida I_j , para cada pulsação ω , passa a ser a variável de saída e não a variável auxiliar.

* FFT – *Fast Fourier Transform*

Já de acordo com a metodologia de cálculo elaborada neste capítulo, as medições de campos elétrico e magnético podem ser realizadas quando forem empregados elementos do tipo eletrodo cilíndrico. Considera-se que, em cada eletrodo, existe uma corrente longitudinal, I_l , assumida distribuída uniformemente ao longo do eletrodo, e uma corrente transversal, I_t , também assumida uniforme ao longo do eletrodo. O fluxo das correntes I_l e I_t nos vários eletrodos induz o campo eletromagnético no meio no qual se inserem os eletrodos.

Portanto, para cada pulsação ω , conhecidas as tensões em todos os nós do circuito por meio da resolução do sistema matricial global (5.2-15), inicialmente as correntes longitudinais “auxiliares” I_{l1} e I_{l2} são calculadas por meio das equações (5.4-69) ou (5.4-71), e, então, por meio das equações (5.4-70), as correntes I_l e I_t são calculadas para todos os eletrodos. Finalmente, calcula-se por meio das equações (5.4-27) a (5.4-33) (vide também as equações apresentadas no Apêndice B para o caso de eletrodos imersos em um meio constituído por duas regiões homogêneas separadas por um plano) o campo eletromagnético em pontos do meio externo ao circuito formado pelos eletrodos.

Este procedimento também inclui a medição das tensões, que aqui pode ser enquadrada em quatro casos, quais sejam:

1. Entre um nó do circuito e um ponto muito afastado (e.g., entre o topo de uma torre e o ponto de referência de potencial).
2. Entre dois nós do circuito (e.g., entre um cabo de fase e o ponto de fixação da cadeia de isoladores na torre, ou entre dois cabos).
3. Entre um nó do circuito e um ponto próximo do meio externo ao circuito (e.g., entre um ponto de um cabo de descida do sistema de aterramento e um ponto próximo na superfície do solo, para o cálculo de uma tensão de toque).
4. Entre dois pontos do meio externo ao circuito (e.g., entre dois pontos separados de cerca de 1 m sobre a superfície do solo, para o cálculo de uma tensão de passo).

O caso 1 é solucionado naturalmente pelo sistema de equações (5.2-15), onde as tensões dos nós em relação à referência de potencial são sempre variáveis de saída.

O caso 2 exige que se faça a integração do campo elétrico total num caminho que una os dois nós do circuito, sendo tal integração dependente do caminho adotado, e, naturalmente, este caso também encerra o caso 1. Apesar de ser natural proceder-se à solução da integração numérica direta do campo elétrico total, para facilidade e para minimizar erros numéricos, notou-se aqui que é conveniente usar a formação à direita na expressão (5.4-34), posto que a contribuição do campo devida às correntes transversais nos eletrodos também surge naturalmente da solução do sistema de equações nodais (no caso da expressão (5.4-34), as tensões U_{ac} e U_{bc}), restando então apenas a integração do campo \vec{E}_A devido às correntes longitudinais nos eletrodos. Além disso, no processo de integração elaborado nesta tese, obteve-se uma sensível melhoria de precisão fazendo-se uma discretização do caminho de integração bem maior junto aos dois nós (usando-se pelo menos cerca de 4 a 6 pontos), até a região em que o campo elétrico cai a cerca de 10% do seu valor inicial, após uma estimativa do decaimento exponencial do campo a partir destes pontos. Essa estimativa é efetuada tomando-se como base a equação do campo elétrico dada em (5.4-10), donde resulta:

$$|\vec{E}| = E_r \cong \frac{a}{r_0^b} |e^{-\gamma r_0}| ; \quad (5.5-71)$$

sendo a e b constantes, onde b é da ordem de 2, e r_0 significa uma distância (próxima) a partir do ponto de cálculo em que se pretende estimar o decaimento do campo elétrico.

Portanto, se a distância r_0 é conhecida, pode-se estimar da seguinte forma que numa distância r_1 próxima e superior a r_0 se terá o decaimento do campo igual a ζ (em por unidade):

$$r_1 = r_0 \left| \sqrt[b]{\frac{e^{-\gamma(r_1-r_0)}}{\zeta}} \right| . \quad (5.5-72)$$

Note-se que a equação (5.5-72) é transcendental e tem solução iterativa, o que pode ser realizado partindo-se do valor inicial r_0 .

Finalmente, os casos 3 e 4 são uma mera extensão do caso 2, em que se necessita integrar o campo elétrico total, uma vez que não estão envolvidos simultaneamente dois nós do circuito.

Obtidos os valores do parâmetro em medição para cada pulsação ω utilizada no cálculo, a determinação da variação no tempo pode ser feita utilizando-se a série ou a integral inversa de Fourier.

5.6 Modelagem da linha por elementos não lineares de circuitos elétricos

Elementos com comportamento não linear estão inerentemente presentes nas análises de circuitos elétricos e, como já comentado, se constituem numa dificuldade de tratamento no domínio da frequência. Pode-se citar, por exemplo, as chaves, os pára-raios e os reatores saturados; tem-se ainda, particularmente para as abordagens efetuadas no âmbito desta tese, os eletrodos de aterramento com solo circunvizinho ionizado, o canal da descarga atmosférica e os cabos aéreos sob o efeito coroa.

Apenas para exemplificar o problema das não linearidades, considere-se o conhecido e simples cálculo da tensão $u_L(t)$ entre os terminais de um indutor por intermédio do fluxo magnético ϕ no mesmo, ou seja,

$$u_L(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad , \quad (5.6-1)$$

sendo tal fluxo magnético função da corrente circulante no indutor, i_L , ou vice-versa, isto é:

$$\phi = f(i_L) \quad (5.6-2)$$

ou

$$i_L = g(\phi) \quad . \quad (5.6-3)$$

Em princípio, se a corrente no indutor varia linearmente com o fluxo magnético ϕ , ao menos numa gama estreita de valores de ϕ , na forma

$$i_L = \frac{1}{K} \phi \quad , \quad (5.6-4)$$

tem-se, nesta região, que a constante K é igual à indutância L do indutor, e a equação (5.6-1) degenera para a conhecida equação:

$$u_L(t) = L \frac{d i_L(t)}{dt} . \quad (5.6-5)$$

Logo, se ϕ é uma função da pulsação ω igual a $p \omega_0$ conforme a equação (5.2-4), já estando implícito no valor dos parâmetros o fator multiplicador 2 , ou seja,

$$\phi = \sum_{p=0}^{+\infty} \left[\Psi_{r_p} \cos (p \omega_0 t) \pm \Psi_{i_p} \sin (p \omega_0 t) \right] , \quad (5.6-6)$$

a menos de constantes, para cada pulsação, equações semelhantes serão obtidas para i_L e u_L , sem, portanto, interação entre pulsações diferentes.

Essa situação é a que foi abordada nos itens 5.4 e 5.5 deste capítulo, combinando-se elementos lineares dos mais variados tipos no sistema matricial global de equações (5.2-15), podendo o cálculo ser feito de forma isolada para cada pulsação ω e podendo-se obter os valores no tempo por intermédio da série ou integral inversa de Fourier.

No entanto, havendo componentes não lineares no circuito, precisa-se recorrer a procedimentos não tão simples, posto que surgem acoplamentos mútuos entre elementos do cálculo associados a pulsações diferentes. Para melhor entendimento desta situação, considere-se novamente o exemplo anterior do indutor, mas na situação em que a corrente i_L é uma função não linear do fluxo magnético ϕ ; isto é, seja, por exemplo, uma função do tipo (PORTELA, 1970)

$$i_L = a \phi + b \phi^c , \quad (5.6-7)$$

sendo a , b e c em princípio também variáveis com ϕ , mas razoavelmente constantes em determinadas gamas de valores de ϕ .

Apenas a título ilustrativo, considere-se uma condição específica, puramente didática, na qual, na equação (5.6-7), a e b são postos iguais a 1 e c é posto igual a 3 , e, além disso, considere-se que o fluxo magnético é dado apenas pela pulsação fundamental, ou seja:

$$\begin{cases} i_L = \phi + \phi^3 \\ \phi = \Psi_r \cos(\omega_o t) \end{cases} . \quad (5.6-8)$$

Portanto, após algumas manipulações matemáticas, obtém-se:

$$i_L = \left(\Psi_r + \frac{3}{4} \Psi_r^3 \right) \cos(\omega_o t) + \frac{1}{4} \Psi_r^3 \cos(3 \omega_o t) . \quad (5.6-9)$$

Considerando-se agora um pequeno incremento do fluxo $\Delta\phi$ a partir de uma condição inicial $\phi^{(0)}$, ou seja,

$$\phi = \phi^{(0)} + \Delta\phi , \quad (5.6-10)$$

sendo

$$\Delta\phi = \Delta\Psi_r \cos(\omega_o t) , \quad (5.6-11)$$

e

$$i_L = i_L^{(0)} + \Delta i_L , \quad (5.6-12)$$

vem, aproximadamente, após aplicar-se esses valores na equação (5.6-9) e desprezar-se os termos com magnitudes bem inferiores:

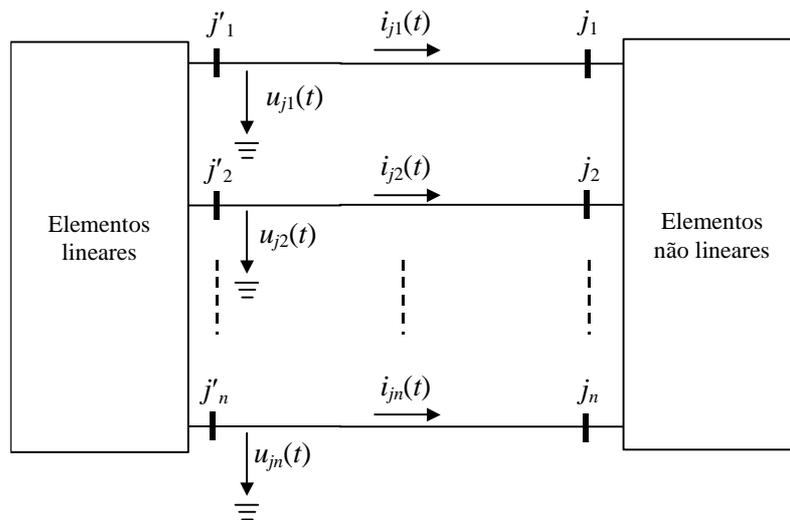
$$\Delta i_L \cong \left(1 + \frac{9}{4} \Psi_r^2 \right) \Delta\Psi_r \cos(\omega_o t) + \frac{3}{4} \Psi_r^2 \Delta\Psi_r \cos(3 \omega_o t) . \quad (5.6-13)$$

Logo, avaliando-se os termos presentes na equação (5.6-13), percebe-se claramente que o incremento $\Delta\phi$ relativo à pulsação fundamental ω_o corresponde a incrementos em Δi_L nesta pulsação e também na pulsação $3 \omega_o$, provando a existência da interação entre pulsações diferentes quando da modelagem de elementos não lineares. Para caracterização numérica, se, na equação (5.6-13), assume-se Ψ_r igual a 1, nota-se que a contribuição da pulsação $3 \omega_o$ é substancial, ou seja, cerca de 23% da contribuição da pulsação fundamental.

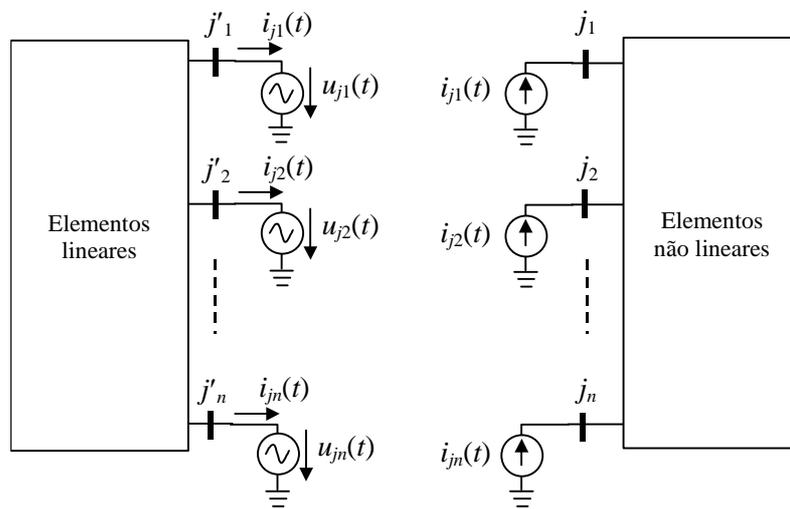
De um modo geral, considerando-se ao menos a modelagem dos elementos lineares no domínio da freqüência, a resolução de problemas como o anterior e de muitos outros

envolvendo circuitos com elementos não lineares costuma se apresentar de duas formas básicas, quais sejam:

1. Separa-se o circuito em estudo em dois subcircuitos, um contendo todos os elementos lineares e o outro contendo os elementos não lineares, conforme se apresenta de forma estilizada na Figura 5.6-1(a). Passa-se então a tratar isoladamente cada subcircuito, e são comuns soluções que fazem uso da representação dos terminais dos subcircuitos por fontes de corrente e ou de tensão, de valor igual àquele quando ambos os subcircuitos estavam conectados, como consta na Figura 5.6-1(b). Dependendo do processo utilizado, cada elemento não linear precisa ser caracterizado como um subcircuito isolado; precisa-se ou não estabelecer uma solução iterativa; necessita-se ou não considerar diretamente os acoplamentos entre elementos para as diferentes pulsações; e ou são empregados elementos de conexão “adequados” entre os subcircuitos lineares e não lineares, tais como linhas de transmissão, capacitores ou indutores, mas necessitando-se contornar a defasagem do sinal que se propaga por tal elemento de conexão. Considerando-se as várias soluções como um todo, pode-se citar como representativos os trabalhos de, e.g., NAKHLA e VLACH (1976), WEDEPOHL (1982), WALI *et al.* (1986), NAKHLA (1989), XU *et al.* (1991), USHIDA *et al.* (1992), GRIFFITH e NAKHLA (1992), SEMLYEN e IRAVANI (1993), LAI *et al.* (1994), CHUNG e IOINOVICI (1994), SEMLYEN e MEDINA (1995), LOMBARD *et al.* (1995), MURERE *et al.* (1995) e ACHAR e NAKHLA (1998)).
2. Considera-se a modelagem única de todo o circuito, ou seja, com todos os seus elementos lineares e não lineares. Neste caso, opera-se unicamente num domínio híbrido frequência-tempo, aborda-se os sinais como periódicos, necessita-se calcular os acoplamentos entre elementos para as diferentes pulsações, e recai-se numa solução iterativa. Pode-se elaborar soluções em regime permanente, úteis para a fase de inicialização dos cálculos de transitórios eletromagnéticos, e soluções para a análise dinâmica de circuitos. Cita-se, por exemplos, os trabalhos de PORTELA (1970), SEMLYEN *et al.* (1988), ARRILLAGA *et al.* (1995), MADRIGAL e ACHA (2000), GOMES JÚNIOR (2002), RICO *et al.* (2003) e NODA *et al.* (2004).



(a) interligados



(b) isolados

Figura 5.6-1 – Estilização da divisão do circuito em dois subcircuitos

Analisando-se os aspectos básicos dessas duas metodologias típicas de cálculo para o problema das não linearidades, decidiu-se elaborar nesta tese duas estratégias de solução, as quais estão apresentadas nos itens 5.6.1 e 5.6.2 a seguir. A primeira estratégia, não necessariamente iterativa, é associada à forma de cálculo “1” anterior, recalculando-se, em geral, os elementos não lineares para cada instante de tempo. A segunda estratégia, de cunho inerentemente iterativo, é associada à forma de cálculo “2” anterior.

5.6.1 Primeira estratégia de solução

Considere-se novamente duas variáveis g e d , o tempo de cálculo t , situado entre 0 e o

tempo final de cálculo T , e seja uma relação não linear entre essas duas variáveis g e d no tempo. Em princípio, tal relação não linear pode ser estabelecida de duas formas, empregando-se as funções f_1 e f_2 , ou seja:

$$\begin{cases} g(t,d) = f_1[d(t)] \\ f_2[g(d,t), d(g,t)] = 0 \end{cases} \quad (5.6-14)$$

Apenas por comodidade de tratamento matemático, seja a solução empregando a função f_1 e seja o desenvolvimento de g em Série de Taylor ao redor do ponto $d^{(r-1)}$, ocorrente no tempo $t^{(r-1)}$, até o termo de primeira derivada, e, em princípio, com validade entre os tempos $t^{(r-1)}$ e $t^{(r)}$, sendo $t^{(r)}$ igual a $t^{(r-1)} + \Delta t$ (vide Figura 5.6-2):

$$g(t,d) = g(t, d^{(r-1)}) + \frac{\partial g(t, d^{(r-1)})}{\partial d} \frac{(d - d^{(r-1)})}{1!} \quad (5.6-15)$$

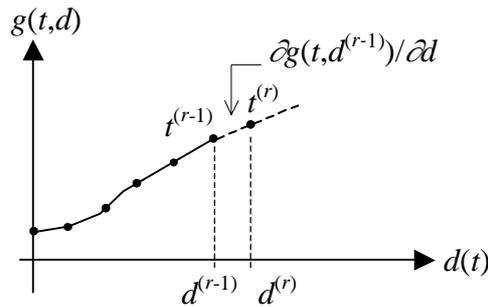


Figura 5.6-2 – Variação da função $g(t,d)$ com $d(t)$

Além disso, considere-se que a equação (5.6-15) pode também ser posta na seguinte forma:

$$\beta g(t,d) + \eta d(t) = \alpha \quad (5.6-16)$$

donde resulta:

$$\begin{cases} \beta = 1 \\ \eta = -\frac{\partial g(t, d^{(r-1)})}{\partial d} \\ \alpha = g(t, d^{(r-1)}) - \frac{\partial g(t, d^{(r-1)})}{\partial d} d^{(r-1)} \end{cases} \quad (5.6-17)$$

Deve-se observar que o desenvolvimento da segunda das equações (5.6-14) em Série de

Taylor também conduziria a uma equação do tipo (5.6-16), contudo com os parâmetros β , η e α diferentes, posto que estes passariam a ser calculados em função das derivadas parciais da função f_2 em relação à g e à d . De qualquer forma, a base do processo descrito neste item apenas requer, para cada instante de tempo de cálculo, uma relação linear entre as variáveis g e d conforme a equação (5.6-16).

Nesse sentido, de acordo com a equação (4.4-8), os componentes de $g(t)$ e $d(t)$ para a pulsação $p \omega_o$, obtidos entre 0 e T , respectivamente $G(p \omega_o)$ e $D(p \omega_o)$, são iguais a *

$$\begin{cases} G(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ D(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^T d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \end{cases}, \quad (5.6-18)$$

sendo que estas equações integrais podem ainda ser separadas em três termos correspondentes aos períodos de tempo entre 0 e $t^{(r-1)}$, $t^{(r-1)}$ e $t^{(r)}$, e $t^{(r)}$ e T , ou seja:

$$\begin{cases} G(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{1}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{1}{T} \int_{t^{(r)}}^T g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ D(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{1}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{1}{T} \int_{t^{(r)}}^T d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \end{cases} \quad (5.6-19)$$

Multiplicando-se a primeira e a segunda das equações (5.6-19) por β e η , respectivamente, e, considerando-se que, para o cálculo entre $t^{(r-1)}$ e $t^{(r)}$, a terceira integral nas duas equações (entre $t^{(r)}$ e T) em nada interfere nos resultados no período de tempo entre $t^{(r-1)}$ e $t^{(r)}$, vem:

$$\begin{cases} \beta G(p \omega_o) = \frac{\beta}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{\beta}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ \eta D(p \omega_o) = \frac{\eta}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{\eta}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \end{cases} \quad (5.6-20)$$

Somando-se as duas equações (5.6-20), e, em seguida, combinando-se o resultado com a

* Para facilidade, neste item 5.6 as equações para os componentes harmônicos em função de $p \omega_o$ serão somente apresentadas para $p > 0$, devendo-se, pois, para o caso de $p = 0$, aplicar o fator 1/2 conforme consta na equação (4.4-9).

equação (5.6-16), tem-se:

$$\beta G(p \omega_o) + \eta D(p \omega_o) = \frac{\beta}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{\eta}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt + \frac{\alpha}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} e^{\pm i p \omega_o t} dt \quad (5.6-21)$$

A equação (5.6-21) pode também ser colocada de modo mais compacto, ou seja:

$$\beta G(p \omega_o) + \eta D(p \omega_o) = \alpha' ; \quad (5.6-22)$$

sendo

$$\alpha' = \beta G'(p \omega_o) + \eta D'(p \omega_o) + \alpha K_1(p \omega_o) \quad (5.6-23)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} G'(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} g(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ D'(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} d(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} e^{\pm i p \omega_o t} dt = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o} \right) \end{array} \right. \quad (5.6-24)$$

Portanto, com tal procedimento, partindo da equação (5.6-16), acaba-se por estabelecer um processo simples para a implementação de elementos não lineares no domínio da frequência. Ou seja, iniciando-se o processo no tempo t igual a zero, as parcelas $G'(p \omega_o)$ e $D'(p \omega_o)$ na equação (5.6-23) são iguais a zero, e deve-se então conhecer apenas os parâmetros β , η e α neste início de cálculo. Isso permitirá a determinação dos componentes $G(p \omega_o)$ e $D(p \omega_o)$, e, por conseqüência, o conhecimento das parcelas $G'(p \omega_o)$ e $D'(p \omega_o)$ para o tempo de cálculo seguinte, e assim sucessivamente.

Além disso, note-se da última das equações (5.6-24) que se faz a correção da função K_1 sempre no sentido de um tempo $t^{(r)}$ crescente em direção ao tempo final T . Há uma variante deste processo, eventualmente mais conveniente para algumas modelagens, que consiste em fazer a correção de K_1 no sentido inverso, ou seja, do tempo final T para o

tempo $t^{(r)}$. Essa variante é útil, por exemplo, quando é pequeno o número de pontos que caracteriza a curva de g em função de d , e assim não é necessário recalculas as funções $G'(p \omega_o)$ e $D'(p \omega_o)$ para cada instante de tempo. Nesse caso, a função K_1 é calculada por:

$$K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_{t^{(r-1)}}^T e^{\pm i p \omega_o t} dt = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o T} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o} \right). \quad (5.6-25)$$

A extensão do processo para o caso de elementos não lineares com várias portas é imediata; isto é, para o caso em que a função g é, por exemplo, do tipo

$$g(t, d_1, d_2, \dots, d_n) = f_1[d_1(t), d_2(t), \dots, d_n(t)] \quad , \quad (5.6-26)$$

do desenvolvimento de $g(t)$ em série de Taylor ao redor dos pontos $d_1^{(r-1)}$, $d_2^{(r-1)}$, ..., $d_n^{(r-1)}$, resulta, considerando-se somente os termos de primeira derivada:

$$g(t, d_1, d_2, \dots, d_n) = g(t, d_1^{(r-1)}, d_2^{(r-1)}, \dots, d_n^{(r-1)}) + \frac{\partial g}{\partial d_1} \frac{(t, d_1 - d_1^{(r-1)})}{1!} + \frac{\partial g}{\partial d_2} \frac{(t, d_2 - d_2^{(r-1)})}{1!} + \dots + \frac{\partial g}{\partial d_n} \frac{(t, d_n - d_n^{(r-1)})}{1!}. \quad (5.6-27)$$

Portanto, nesse caso, aplicando-se a equação (5.6-26) também para as demais variáveis, passa-se a usar uma combinação do tipo (5.6-16) entre matrizes, e não entre escalares, isto é:

$$\beta \cdot g + \eta \cdot d = \alpha \quad \Rightarrow \quad \beta \cdot G + \eta \cdot D = \alpha' \quad . \quad (5.6-28)$$

Finalmente, cumpre ressaltar duas características importantes desta primeira estratégia que foi aqui elaborada para a inclusão de elementos não lineares no circuito elétrico global em estudo. Em primeiro lugar, é necessário calcular para cada instante de tempo (ou apenas para alguns instantes de tempo, dependendo do aspecto da curva $g \times d$) os valores dos parâmetros dados na equação (5.6-22) (ou na expressão (5.6-28)). Em segundo lugar, nota-se que o ponto crucial da aproximação do método está associado ao desacoplamento dos harmônicos causado pela aproximação do valor da função que caracteriza o elemento não linear num tempo posterior por uma derivada de primeira ordem desta função (ou por uma função de controle, no caso dos elementos de

chaveamento) calculada num tempo imediatamente anterior.

Com relação à segunda questão anterior, uma melhoria da precisão do método pode ser conseguida fazendo algumas iterações do processo para cada novo tempo de cálculo, e, desta forma, obviamente, perde-se naturalmente a vantagem da não iteratividade. Nesse caso, seja a equação (5.6-15) reescrita da seguinte forma:

$$\Delta d = d - d^{(r-1)} = \frac{g(t, d) - g(t, d^{(r-1)})}{\frac{\partial g(t, d^{(r-1)})}{\partial d}} \quad (5.6-29)$$

O incremento Δd da equação (5.6-29) pode ser empregado para corrigir o valor do parâmetro d no novo tempo $t^{(r)}$, e, por recorrência, um novo valor de g será obtido, devendo-se refazer o processo. Por outro lado, deve-se comentar que, de acordo com alguns testes que se fez no âmbito desta tese, notou-se que embora esta providência iterativa melhore a precisão e a convergência da solução, a mesma pode aumentar sensivelmente o tempo total do cálculo, e, dependendo do estudo, pode não ser justificada, preferindo-se optar por reduzir o passo de tempo do cálculo para a melhoria da precisão dos resultados.

A seguir apresentam-se algumas aplicações de modelagem de elementos não lineares com esta primeira estratégia de solução.

5.6.1.1 Modelagem de elemento não linear genérico simples com relação entre correntes e tensões nos seus terminais conhecida analiticamente no tempo

Seja um elemento não linear genérico com apenas dois terminais, conectado num circuito elétrico global através dos nós j e k , conforme está mostrado na Figura 5.6-3. Seja, num determinado instante de tempo $t^{(r-1)}$, u_{jk} a tensão entre os nós j e k do elemento e i_{jk} a corrente que circula pelo elemento.

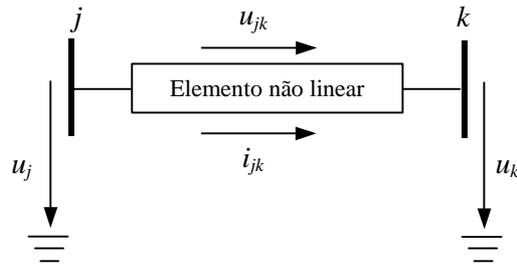


Figura 5.6-3 – Elemento não linear genérico

Para esta situação, pode-se aplicar o procedimento descrito no início deste item 5.6.1, considerando-se, por exemplo, que a função g representa a tensão u_{jk} e d representa a corrente i_{jk} , sendo os componentes harmônicos de u_{jk} e i_{jk} iguais a U_{jk} e I_{jk} , respectivamente.

Portanto, de acordo com a equação (5.6-22), fica:

$$\beta U_{jk}(p\omega_o) + \eta I_{jk}(p\omega_o) = \alpha' ; \quad (5.6-30)$$

restando apenas calcular adequadamente os parâmetros β , η e α' para cada instante de tempo, onde:

$$\alpha' = \beta U'_{jk}(p\omega_o) + \eta I'_{jk}(p\omega_o) + \alpha K_1(p\omega_o) \quad (5.6-31)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} U'_{jk}(p\omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} u_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ I'_{jk}(p\omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r-1)}} i_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ K_1(p\omega_o) = \frac{1}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} e^{\pm i p \omega_o t} dt = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o} \right) \end{array} \right. \quad (5.6-32)$$

Assim sendo, para fins de inclusão das equações associadas ao elemento não linear no sistema global de equações (5.2-15), este pode ser tratado por uma fonte de tensão, utilizando-se a equação (5.5-47), considerando-se U_{ft} igual a U_{jk} e I_{ft} igual a I_{jk} , sendo que aqui tanto U_{jk} quanto I_{jk} passam a ser variáveis do sistema. Naturalmente, o equilíbrio da quantidade de equações e variáveis é obtido incluindo-se também a

equação (5.6-30) no sistema de equações (5.2-15), num sentido que ficará claro adiante no texto quando da descrição do item 5.6.1.6.

Para detalhes iniciais da implementação desta modelagem no cálculo passo a passo no tempo, suponha-se que, no tempo $t^{(r-1)}$, a tensão u_{jk} no elemento não linear é conhecida, ou a corrente i_{jk} que circula pelo elemento é conhecida. Em princípio, se a função não linear entre u_{jk} e i_{jk} é facilmente determinada analiticamente neste tempo $t^{(r-1)}$, é simples adotar estes valores iniciais e a estratégia de solução que envolve a equação (5.6-30) para o cálculo num tempo $t^{(r)}$ imediatamente posterior, igual a $t^{(r-1)} + \Delta t$.

Portanto, para o tempo $t^{(r-1)}$, pode-se calcular inicialmente em função da curva de operação do elemento os valores dos parâmetros β , η , α , e incluir-se assim a equação (5.6-30) no conjunto de equações a ser resolvido para o cálculo das tensões e correntes no tempo $t^{(r)}$.

Fica então, para o tempo $t^{(r)}$, conforme as equações (5.6-30) e (5.6-31):

$$\begin{cases} \beta^{(r-1)} U_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(r-1)} I_{jk}(p \omega_o) = \alpha^{(r-1)} \\ \alpha^{(r-1)} = \beta^{(r-1)} U'_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(r-1)} I'_{jk}(p \omega_o) + \alpha^{(r-1)} K_1(p \omega_o) \end{cases} \quad (5.6-33)$$

Logo, considerando-se que u_{jk} pode ser expresso em função de i_{jk} conforme a equação (5.6-15), tem-se:

$$\begin{cases} \beta^{(r-1)} = 1 \\ \eta^{(r-1)} = -\frac{\partial u_{jk}(t, i_{jk}^{(r-1)})}{\partial i_{jk}} \\ \alpha^{(r-1)} = u_{jk}(t, i_{jk}^{(r-1)}) - \frac{\partial u_{jk}(t, i_{jk}^{(r-1)})}{\partial i_{jk}} i_{jk}^{(r-1)} \\ K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o} \right) \text{ ou } K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o T} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o} \right) \end{cases} \quad (5.6-34)$$

Similarmente, para o cálculo no tempo $t^{(r+1)}$, igual a $t^{(r)} + \Delta t$, seria:

$$\begin{cases} \beta^{(r)} U_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(r)} I_{jk}(p \omega_o) = \alpha^{(r)} \\ \alpha^{(r)} = \beta^{(r)} U'_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(r)} I'_{jk}(p \omega_o) + \alpha^{(r)} K_1(p \omega_o) \end{cases}; \quad (5.6-35)$$

tendo-se agora

$$\begin{cases} U''_{jk}(p \omega_o) = U'_{jk}(p \omega_o) + \frac{1}{T} \int_{t^{(r)}}^{t^{(r+1)}} u_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ I''_{jk}(p \omega_o) = I'_{jk}(p \omega_o) + \frac{1}{T} \int_{t^{(r)}}^{t^{(r+1)}} i_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \end{cases} \quad (5.6-36)$$

e

$$\begin{cases} \beta^{(r)} = 1 \\ \eta^{(r)} = -\frac{\partial u_{jk}(t, i_{jk}^{(r)})}{\partial i_{jk}} \\ \alpha^{(r)} = u_{jk}(t, i_{jk}^{(r)}) - \frac{\partial u_{jk}(t, i_{jk}^{(r)})}{\partial i_{jk}} i_{jk}^{(r)} \\ K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r+1)}} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}}}{\pm i p \omega_o} \right) \text{ ou } K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o T} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}}}{\pm i p \omega_o} \right) \end{cases}, \quad (5.6-37)$$

sendo U'_{jk} e I'_{jk} calculados pelas equações (5.6-32).

Para tempos posteriores, o desenvolvimento é análogo.

Note-se que, para extrema eficiência da implementação computacional desse processo para cada tempo de cálculo, pode-se armazenar em memória os valores de $U'_{jk}(p \omega_o)$ e $I'_{jk}(p \omega_o)$, calculados no instante de tempo anterior, restando apenas nas equações (5.6-36) o cálculo de duas integrais simples, o qual, aliás, pode também ser otimizado empregando-se a técnica usada na expressão (5.5-68).

5.6.1.2 Modelagem de elementos de chaveamento com operação controlada no tempo

Os elementos de chaveamento se constituem num caso particular do elemento não linear genérico apresentado no item 5.6.1.1. De um modo geral, os processos de abertura ou fechamento dos contatos de um elemento de chaveamento podem ser controlados pelo

valor da corrente na chave, pelo valor da tensão entre os terminais da chave, ou pelo valor da corrente ou tensão em qualquer outro elemento do circuito, e ainda sem restrições a repetições durante o tempo empregado na simulação.

Estas facilidades são bastante interessantes, podendo-se empregar os elementos de chaveamento para vários fins, sendo alguns destes:

- Abertura de disjuntores e chaves quando da passagem do módulo da corrente próximo de zero.
- Fechamento de disjuntores e chaves quando da passagem do módulo da tensão próximo de zero.
- Operação de diodos e tiristores.
- Modelagem aproximada da operação de elementos não lineares que possam ter sua ter a relação entre a corrente circulante e a tensão entre os seus terminais modelada por uma seqüência de trechos lineares – a conhecida *piecewise approximation*.

Portanto, para a inclusão das equações do elemento de chaveamento no sistema global de equações (5.2-15), em geral, pode-se perfeitamente adotar uma solução do tipo apresentada no item 5.6.1.1. Dada a versatilidade de uso dos elementos de chaveamento descrita acima, contudo, julgou-se atraente investigar também algumas formulações alternativas para a facilitação do processo de cálculo geral, apesar destes processos adicionais terem se mostrado menos eficientes, mas a experiência obtida merece ser descrita, como se apresenta a seguir.

De fato, no item 5.5.3, abordou-se elementos de conexão entre dois nós, os quais, naturalmente, podem ser empregados para a representação de um elemento de chaveamento cujos contatos se encontram fechados durante todo o tempo de simulação, o que não altera o caráter linear do circuito. No entanto, raramente esse é o caso, e, quando tal fechamento dos contatos, ou a abertura dos contatos, se dá ao longo do tempo de simulação, deve-se investigar as eventuais alterações no sistema de equações (5.2-15) no tempo em que ocorre cada mudança de estado do elemento.

Numa metodologia de cálculo desenvolvida diretamente no domínio do tempo, apesar

das várias simplificações e aproximações de cálculo inerentes a este tipo de metodologia já comentadas no capítulo 4, realmente a análise da operação de chaves é bem simples, posto que basta que num tempo $t^{(r)}$ em que ocorre a operação da chave se altere o circuito elétrico em estudo (topologicamente ou analiticamente), conectando-se ou desconectando-se os dois nós da chave, respectivamente no caso de fechamento ou abertura da mesma. Por exemplo, numa metodologia do tipo adotada nos programas da Série EMTP, é comum se utilizar um processo do tipo “eliminação de nós” para representar uma operação de fechamento dos contatos de uma chave, traduzida pela tensão entre os dois nós igual a zero (DOMMEL, 1986). Nesse exemplo, o mesmo efeito seria obtido refazendo a matriz \mathbf{H} na equação (4.3-6) considerando-se os dois nós conectados e formando um único nó.

Contudo, a situação não é tão simples quando se adota uma estratégia tradicional elaborada unicamente no domínio da freqüência, na qual se faz inicialmente o cálculo da matriz \mathbf{W} e dos elementos conhecidos dos vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} para cada pulsação ω (vide o sistema matricial (5.2-15)), sendo que os componentes harmônicos destas matrizes são calculados empregando-se por exemplo a Integral de Fourier por todo o período de tempo de cálculo (entre 0 e T). Isto é, na solução tradicional, não é possível “alterar” o circuito elétrico num momento em que há uma alteração do estado de operação da chave, pois isto resultaria na alteração da matriz \mathbf{W} do sistema global de equações, e, em princípio, dada a imposição de linearidade no cálculo tradicional, a matriz \mathbf{W} deve ser a mesma por todo o tempo de cálculo. Não obstante, deve-se notar que, como já introduzido no texto, é possível sim, de forma adequada, modificar os elementos dos vetores \mathbf{A} e ou \mathbf{B} , ou uma combinação linear entre ambos, durante o tempo de cálculo.

Também é importante observar que a complexidade dos cálculos com chaveamentos aumenta rapidamente na medida em que um número maior de chaves é utilizado no circuito.

Por exemplo, numa solução elaborada no domínio da freqüência e que envolva a inversão da matriz \mathbf{W} , se a inclusão do efeito da operação de uma chave num tempo $t^{(r)}$ pudesse ser feita apenas por uma alteração em alguns elementos do vetor \mathbf{A} , sem que fosse inserida qualquer alteração no cálculo até este tempo $t^{(r)}$, a estratégia seria ótima, pois se poderia guardar em memória para cada pulsação ω as linhas e colunas da matriz

W que estão associados a valores não nulos do vetor **A** , e então fazer o cálculo passo a passo no tempo até que houvesse uma alteração do estado da chave, onde apenas os novos elementos de **A** seriam calculados para a obtenção dos novos valores do vetor **B** .

Nesse sentido, inicialmente, investigou-se o emprego de pequenos e grandes resistores conectados entre dois nós para representar o efeito de um fechamento ou abertura dos contatos de uma chave instalada entre estes dois nós. Também se investigou o uso de elementos RLC conectados entre dois nós para traduzir o efeito de chaveamentos, com formação de L e C em série e/ou paralelo, variáveis para cada pulsação ω , de tal modo a se obter uma grande impedância ou uma pequena impedância para cada pulsação, criando-se intencionalmente ressonâncias e anti-ressonâncias, proporcionando um efeito de abertura e fechamento dos contatos da chave, respectivamente, quando de injeção de uma corrente específica nos seus terminais.

Por exemplo, seja a Figura 5.6-4, onde se tem um esquema equivalente para abertura de uma chave conectada entre os dois nós j e k no tempo $t^{(r)}$, estando até então a chave fechada, situação que é representada por um baixíssimo valor da resistência R . Neste exemplo, enquanto o valor da corrente $-i_{jk}$ injetada entre os dois nós é nula, se a resistência R é realmente pequena em relação às eventuais impedâncias conectadas entre cada um dos dois nós e o restante do circuito (Z_{eq}), para toda a gama de pulsações analisadas, tem-se o efeito (aproximado) da chave fechada. Portanto, se, sob as bases anteriores, sendo R muito pequena, a partir do tempo $t^{(r)}$, injeta-se a corrente $-i_{jk}$ com módulo exatamente igual à corrente i_{jk} que circula no trecho até este tempo, porém com sinal contrário, a corrente no trecho tende a se anular (eventualmente após algumas iterações), dando o efeito da abertura da chave.

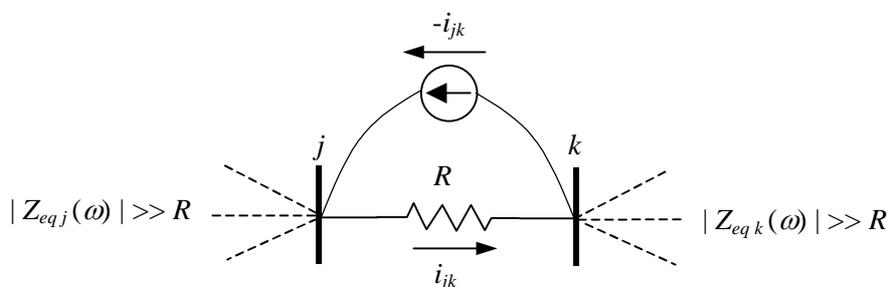


Figura 5.6-4 – Representação da ação de abertura aproximada do elemento de chaveamento por injeção de corrente nos seus terminais

Apesar do aparente funcionamento desse esquema, notou-se que, diferentemente do que ocorre com o emprego de resistências elevadas, o emprego de resistências com valores muito pequenos numa metodologia de cálculo que utilize equações nodais costuma gerar problemas numéricos, muitas vezes acarretando a distorção dos resultados.

Assim sendo, também inicialmente investigou-se outra opção de cálculo para os chaveamentos, a qual consiste em obter as respostas $u(t)$ no tempo a injeções de sinais de $i(t)$ conhecidos, injetados nos nós das chaves, por exemplo, o sinal degrau ou impulso Delta de Dirac, e então, por convolução, obter os valores de $u(t)$ para os valores de $i(t)$ genéricos no tempo. O mesmo processo seria adotado para as demais fontes de tensão ou corrente que existam no circuito elétrico. Em síntese, tal solução mostrou-se realmente efetiva quando se tem apenas uma chave no circuito, mas passou a ser extremamente complicada na medida em que se aumenta o número de chaves no circuito, pois se necessita considerar as diversas combinações de operação de chaves que possam ocorrer durante todo o tempo de cálculo, e guardar em memória todas as respostas ao impulso ou degrau para cada combinação. Por exemplo, num simples circuito com três chaves, que possam abrir e fechar, tem-se oito combinações; já num circuito com cinco chaves, tem-se trinta e duas combinações; e assim sucessivamente.

Dessa forma, considerando-se as dificuldades associadas a esses dois processos e outros semelhantes elaborados inicialmente, decidiu-se abandoná-los, e adotou-se a solução descrita no item 5.6.1.1, em que a chave é modelada por uma fonte de tensão, sendo ora conhecida a tensão na chave e ora conhecida a corrente na chave, dependendo se o estado da chave é aberto ou fechado, respectivamente. Nos subitens a seguir dá-se maior detalhamento a essa questão.

a) Abertura dos contatos do elemento

Para a análise da abertura dos contatos de uma chave em um tempo $t^{(r)}$, tem-se, como condição de contorno, a corrente no elemento igual a zero a partir de então, até que a chave volte a fechar os seus contatos.

Portanto, para essa condição, durante o tempo $t^{(r)}$ em que a chave abre até o momento em que a chave volte a fechar, nas equações (5.6-30) e (5.6-31), fica:

$$\begin{cases} \beta = 0 \\ \eta = 1 \\ \alpha = 0 \end{cases} \quad (5.6-38)$$

e

$$I'_{jk}(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r)}} i_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt . \quad (5.6-39)$$

Note-se que este processo equivale a representar o elemento por uma fonte de tensão com corrente conhecida, de tal modo que, quando da abertura da chave num tempo $t^{(r)}$, o valor da corrente da fonte passe a ser nulo até que a chave volte a fechar. Assim sendo, representando-se as tensões nos nós j e k do elemento em relação à referência de potencial pelas tensões $u_j(t)$ e $u_k(t)$, respectivamente, tem-se o esquema da Figura 5.6-5. A corrente $i_{jk}(t)$ é a corrente circulante do nó j ao nó k .

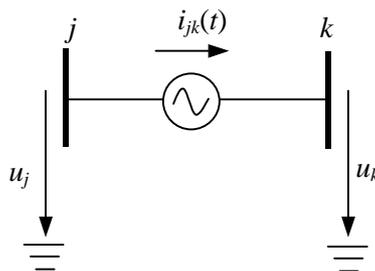


Figura 5.6-5 – Representação do elemento de chaveamento

b) Fechamento dos contatos do elemento

A estratégia adotada para a inclusão da operação de fechamento de um elemento de chaveamento no circuito é dual da estratégia de abertura apresentada no subitem anterior, e consiste em representar o elemento por uma fonte de tensão com tensão conhecida, de tal modo que, quando do fechamento da chave num tempo $t^{(r)}$, a tensão da fonte seja nula a partir deste tempo até que a chave volte a abrir.

Assim sendo, tem-se o esquema da Figura 5.6-6, na qual a tensão $u_{jk}(t)$ é a fonte de tensão conectada entre os nós j e k do elemento de chaveamento.

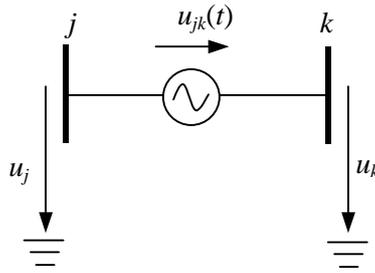


Figura 5.6-6 – Representação do elemento de chaveamento

Portanto, durante o tempo $t^{(r)}$ em que a chave é fechada até o momento em que a chave volte a abrir, nas equações (5.6-30) e (5.6-31), fica:

$$\begin{cases} \beta = 1 \\ \eta = 0 \\ \alpha = 0 \end{cases} \quad (5.6-40)$$

e

$$U'_{jk}(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r)}} u_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt . \quad (5.6-41)$$

É importante observar que, como tal cálculo é efetuado em tempos discretos seqüenciais, tanto neste caso do fechamento dos contatos da chave quanto no caso anterior da abertura dos contatos, tem-se o fato da aproximação do tempo “real” em que a chave opera. Para exemplificação, na Figura 5.6-7 ilustra-se o processo de abertura dos contatos da chave num tempo após a passagem da corrente por zero. Naturalmente, para este exemplo, o processo pode ser melhorado calculando-se por interpolação linear o tempo onde ocorre a passagem da corrente por zero, ou implementando-se um processo iterativo para a localização precisa do ponto de anulação da corrente. Salienta-se que, num processo que envolva várias chaves, caso se decida por localizar precisamente o tempo em que cada chave opera, deve-se recomençar o cálculo no tempo seguinte igual ao menor tempo obtido entre os tempos de operação de todas as chaves.

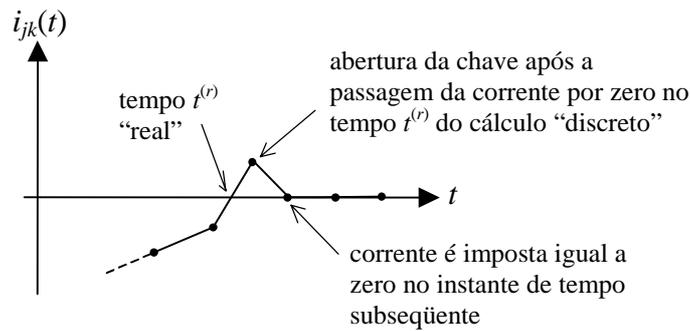


Figura 5.6-7 – Processo de abertura de uma chave

5.6.1.3 Modelagem de resistores não lineares

A modelagem de resistores não lineares pode ser feita empregando-se os equacionamentos básicos anteriores, a partir do conhecimento da sua curva característica de operação $u \times i$, onde u e i representam a tensão entre os terminais e a corrente circulante no resistor não linear, respectivamente.

Tal curva característica pode ser aproximada por uma função interpolante, eventualmente uma função exponencial, ou, numa outra forma bastante simples, por uma seqüência de trechos lineares (*piecewise approximation*), como consta na Figura 5.6-8. Nesta figura, o trecho da curva inferior à esquerda representa a operação do resistor não linear para a tensão com polaridade contrária.

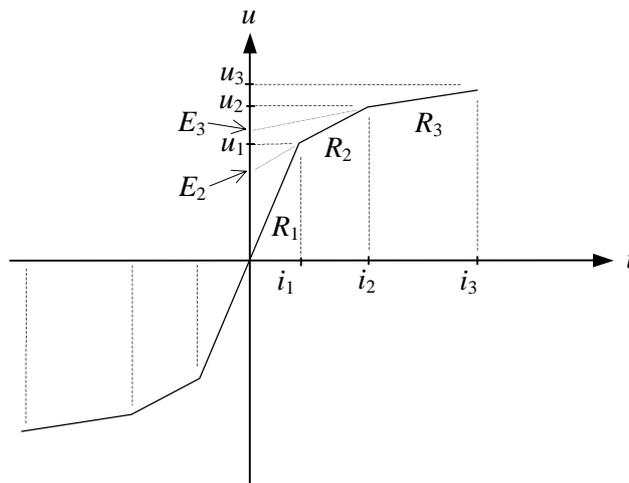


Figura 5.6-8 – Representação estilizada da curva de operação de um resistor não linear

Esquemas como este são muito utilizados diretamente no domínio do tempo nos programas da Série EMTP tanto para a representação de resistores não lineares como

para indutores e capacitores não lineares (DOMMEL, 1986). No domínio da frequência, na forma aqui implementada, percebeu-se que existem raras citações, podendo-se citar, e.g., WEDEPOHL (1982) e NAGAOKA e AMETANI (1988). Nesse sentido, em princípio, tal estratégia pode ser estendida para a modelagem de pára-raios, da curva de saturação de transformadores e da curva $q \times u$ típica quando da ocorrência do efeito coroa em cabos. Obviamente, às custas de maior esforço computacional, quanto maior é o número de trechos, melhor é a aproximação da curva estilizada em relação à curva real.

Dada a característica estilizada da Figura 5.6-8, elaborou-se a seguir duas estratégias para a modelagem em questão.

a) Primeira estratégia de modelagem

Para o detalhamento desta primeira estratégia de modelagem, considere-se inicialmente o elemento com três componentes apresentado na Figura 5.6-9, nomeadamente formado pela chave S , aberta, pelo resistor R (linear) e pela fonte de tensão em corrente contínua com valor E , e com os nós terminais j e k .

Se a chave S fecha no tempo $t^{(r)}$, a tensão na chave $u_{jka}(t)$ deve ser igual a $[u_{jk}(t) - E]$ até este tempo, e nula a partir de então, sendo $u_{jk}(t)$ a tensão entre os dois nós j e k .

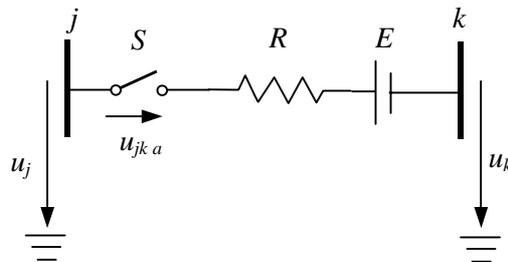


Figura 5.6-9 – Representação do elemento equivalente entre os nós j e k

Por outro lado, após o tempo $t^{(r)}$, a relação entre a tensão u_{jk} e a corrente i_{jk} que passa a circular no elemento no sentido de j para k é obtida por

$$u_{jk}(t) - R i_{jk}(t) = E \quad (5.6-42)$$

Nota-se que a equação (5.6-42) é a equação de uma reta, relacionando u_{jk} em função de i_{jk} , com inclinação igual a R , que cruza o eixo da tensão u_{jk} no valor igual a E , e que se

assemelha à equação (5.6-16) desde que se faça

$$\begin{cases} \beta = 1 \\ \eta = -R \\ \alpha = E \end{cases} \quad (5.6-43)$$

Assim sendo, cada trecho da curva de operação do resistor não linear do tipo mostrada na Figura 5.6-8 pode ser representado pelo elemento básico da Figura 5.6-9, e, para a representação de toda a curva do resistor não linear, tem-se o circuito equivalente entre os seus terminais j e k apresentado na Figura 5.6-10.

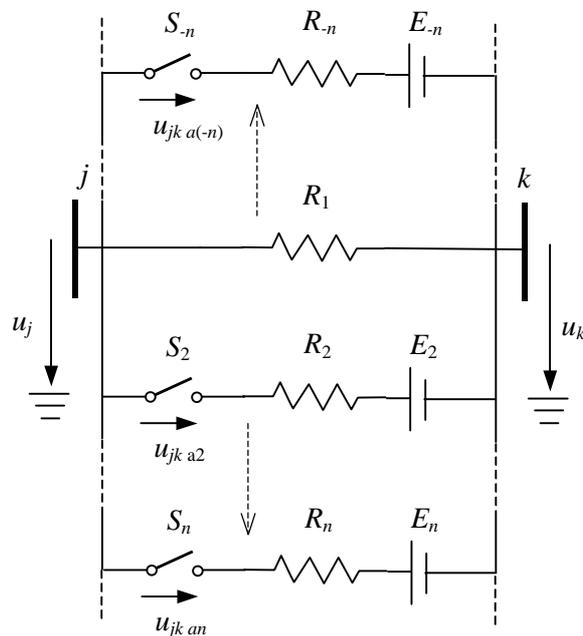


Figura 5.6-10 – Representação do circuito equivalente entre os nós j e k de um resistor não linear

Para a implementação do modelo junto ao circuito elétrico global, necessita-se apenas calcular inicialmente os valores dos resistores R e das fontes de tensão E , o que pode ser feito de duas formas, dependendo do modo em que as chaves operarão, ou seja:

1. Faz-se isoladamente cada chaveamento, isto é, quando a corrente no resistor não linear situa-se na faixa entre a corrente i_m e i_{m-1} , apenas a chave do trecho m fica fechada, ficando as demais chaves abertas; portanto:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{u_1}{i_1} \\ R_2 = \frac{u_2 - u_1}{i_2 - i_1} \\ \vdots \\ R_n = \frac{u_{n+1} - u_n}{i_{n+1} - i_n} \\ \vdots \end{array} \right. ; \quad (5.6-44)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_2 = u_1 - R_2 i_1 = (R_1 - R_2) i_1 \\ E_3 = u_2 - R_3 i_2 = (R_2 - R_3) i_2 + E_2 \\ \vdots \\ E_n = u_{n-1} - R_n i_{n-1} = (R_{n-1} - R_n) i_{n-1} + E_{n-1} \\ \vdots \end{array} \right. . \quad (5.6-45)$$

2. Fecha-se sequencialmente as chaves, na medida em que se vai para a parte da curva à esquerda ou à direita; portanto:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{u_1}{i_1} \\ R'_2 = \frac{u_2 - u_1}{i_2 - i_1} \\ \vdots \\ R'_n = \frac{u_{n+1} - u_n}{i_{n+1} - i_n} \\ \vdots \end{array} \right. ; \quad (5.6-46)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_2} = \frac{1}{R_2} \\ \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_3} = \frac{1}{R_3} \\ \vdots \\ \frac{1}{R_{n-1}} + \frac{1}{R'_n} = \frac{1}{R_n} \\ \vdots \end{array} \right. ; \quad (5.6-47)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{E_1}{R_1} + \frac{E'_2}{R'_2} = \frac{E_2}{R_2} \\ \vdots \\ \frac{E_{n-1}}{R_{n-1}} + \frac{E'_n}{R'_n} = \frac{E_n}{R_n} \\ \vdots \end{array} \right. \quad (5.6-48)$$

Em geral, esse processo pode ser implementado computacionalmente e facilmente utilizando-se resistores, fontes em corrente contínua e chaves. Assim, cada chave deve operar na medida em que o resistor não linear (e não a chave) se encontre com a corrente circulante correspondente ao trecho da curva $u \times i$ correspondente.

b) Segunda estratégia de modelagem

A despeito das facilidades de implementação da primeira estratégia de modelagem de resistores não lineares (sobretudo pelo fato da mesma poder ser implementada em vários simuladores de circuitos, sem a necessidade de que já exista no simulador um elemento não linear com tais características, pois a estratégia apenas necessita uma combinação de elementos lineares básicos), como para cada trecho da curva $u \times i$ necessita-se empregar uma chave, o processo acaba sendo limitado à simulação de poucos elementos não lineares.

Realmente, mesmo se considerando que cada modelo de resistor não linear requer um número moderado de chaves para uma representação precisa de sua curva $u \times i$, a quantidade total de chaves a ser empregada em circuitos práticos pode ser realmente grande, e até inviável em computadores de pequena capacidade. Nessa situação, é mais atraente empregar diretamente a equação (5.6-22), cuja aplicação já foi detalhada no item 5.6.1.1, considerando-se que a curva de operação do resistor não linear possa ser discretizada em um número relativamente pequeno de trechos, e assim não haverá a necessidade de recalculá-los os parâmetros β , η e α para cada tempo de cálculo.

Basicamente, suponha-se que no tempo inicial de cálculo ($t = t^{(r=0)} = 0$) o resistor não linear opere num determinado trecho de índice m da representação em trechos lineares da Figura 5.6-8 e, que, em princípio, neste trecho de operação o resistor não linear ficaria até o tempo final de cálculo, T . Portanto, tem-se para os próximos tempos de cálculo, até que o resistor não linear passe a operar em outro trecho representativo de

sua curva $u \times i$ característica:

$$u_{jk}(t) = R_m i_{jk}(t) + E_m ; \quad (5.6-49)$$

sendo u_{jk} a tensão entre os terminais do resistor não linear e i_{jk} a corrente circulante no mesmo, e R_m e E_m os parâmetros associados ao trecho em questão.

Resulta então, conforme as equações (5.6-30) e (5.6-31) e calculando-se K_1 conforme a última das equações (5.6-32):

$$\begin{cases} \beta^{(0)} U_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(0)} I_{jk}(p \omega_o) = \alpha^{(0)} \\ \alpha^{(0)} = \beta^{(0)} U'_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(0)} I'_{jk}(p \omega_o) + \alpha^{(0)} K_1(p \omega_o) \end{cases} ; \quad (5.6-50)$$

sendo:

$$\begin{cases} U'_{jk}(p \omega_o) = 0 \\ I'_{jk}(p \omega_o) = 0 \end{cases} \quad (5.6-51)$$

e

$$\begin{cases} \beta^{(0)} = 1 \\ \eta^{(0)} = -R_m \\ \alpha^{(0)} = E_m \\ K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o T} - 1}{\pm i p \omega_o} \right) \end{cases} . \quad (5.6-52)$$

Considere-se agora que para um determinado tempo de cálculo posterior $t^{(r)}$ o resistor não linear passou a operar em outro trecho de sua curva $u \times i$ característica, designadamente no trecho de índice n . Neste caso, procede-se similarmente como no passo anterior, ficando então para o tempo $t^{(r)}$ e superiores, até que o resistor não linear passe a operar em outro ponto de sua curva característica:

$$\begin{cases} \beta^{(r)} U_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(r)} I_{jk}(p \omega_o) = \alpha^{(r)} \\ \alpha^{(r)} = \beta^{(r)} U''_{jk}(p \omega_o) + \eta^{(r)} I''_{jk}(p \omega_o) + \alpha^{(r)} K_1(p \omega_o) \end{cases} ; \quad (5.6-53)$$

sendo:

$$\begin{cases} U_{jk}''(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r)}} u_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \\ I_{jk}''(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r)}} i_{jk}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \end{cases} \quad (5.6-54)$$

e

$$\begin{cases} \beta^{(r)} = 1 \\ \eta^{(r)} = -R_n \\ \alpha^{(r)} = E_n \\ K_1(p \omega_o) = \frac{1}{T} \left(\frac{e^{\pm i p \omega_o T} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}}}{\pm i p \omega_o} \right) \end{cases} \quad (5.6-55)$$

Obviamente, este processo deverá ser feito sempre que o resistor não linear passe a operar em um novo trecho de sua curva característica.

Salienta-se que a aplicabilidade do modelo de resistor não linear é evidente para a representação de pára-raios ou varistores, como tipicamente usado em vários programas computacionais. Além disso, para uma modelagem mais geral de pára-raios, pode-se melhorar o modelo básico com apenas o resistor não linear, combinando-o com uma chave em série, que apenas fecha os seus contatos quando a tensão nos seus terminais (em módulo) é superior a um determinado valor u_d , simulando-se a tensão de disparo em um pára-raios.

É interessante também notar que essas duas alternativas de modelagem de pára-raios apresentam maior precisão para a operação do pára-raios considerando-se a propagação de sinais lentos. Para a aplicação a sinais rápidos, como os associados a descargas atmosféricas, modelos mais elaborados têm sido propostos na literatura, na tentativa de se aproximar melhor a característica dinâmica do pára-raios verificada nestes casos. Esses modelos mais completos fazem uso combinado do modelo básico de resistor não linear (eventualmente mais de um simultaneamente) com filtros passa-baixa, capacitores, indutores, etc (e.g., IEEE (1992), KIM *et al.* (1996), PINCETI e GIANNETTONI (1999), FERNANDEZ e DIAZ (2001) e BAYADI *et al.* (2003)). É fato, também, que o emprego de tais modelos é impactado pela difícil determinação precisa dos valores dos elementos adicionais e da comum indisponibilidade de dados

essenciais pelos fabricantes do equipamento. De qualquer forma, tal combinação apenas exige que sejam agregados ao modelo básico do pára-raios alguns elementos lineares do tipo RLC descritos anteriormente no texto.

5.6.1.4 Modelagem de indutores e capacitores não lineares

Como ressaltado anteriormente, para a aplicação do método apresentado no item 5.6.1.1 à modelagem de elementos não lineares em geral, requer-se apenas em cada instante de tempo estabelecer uma relação do tipo (5.6-16).

Assim, para a modelagem de indutores não lineares, considere-se novamente a equação (5.6-1), isto é,

$$u_L(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}, \quad (5.6-56)$$

e seja a equação (5.6-2) dada por:

$$\phi(t) = L(t)i_L(t); \quad (5.6-57)$$

donde resulta:

$$u_L(t) = \frac{dL(t)}{dt}i_L(t) + L(t)\frac{di_L(t)}{dt}. \quad (5.6-58)$$

Tal como feito para a equação (4.3-8), pode-se linearizar a equação (5.6-58) ao redor do tempo $t^{(r)}$ empregando-se diferenças finitas centrais, ou seja, combinando-se as seguintes equações:

$$\begin{cases} u_L(t^{(r-1)}) - \frac{L(t^{(r)}) - L(t^{(r-1)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} i_L(t^{(r-1)}) + L(t^{(r-1)}) \frac{i_L(t^{(r)}) - i_L(t^{(r-1)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} = 0 \\ u_L(t^{(r)}) - \frac{L(t^{(r)}) - L(t^{(r-1)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} i_L(t^{(r)}) + L(t^{(r)}) \frac{i_L(t^{(r)}) - i_L(t^{(r-1)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} = 0 \end{cases}; \quad (5.6-59)$$

resultando:

$$u_L(t^{(r)}) - \frac{2L(t^{(r)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} i_L(t^{(r)}) = -u_L(t^{(r-1)}) - \frac{2L(t^{(r-1)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} i_L(t^{(r-1)}) ; \quad (5.6-60)$$

que é a forma procurada.

Contudo, para à aplicação da equação (5.6-60) na solução geral descrita no item 5.6.1.6, necessita-se estimar o valor da indutância $L(t^{(r)})$. Uma aproximação razoável para muitas análises é empregar o próprio valor $L(t^{(r-1)})$; uma opção melhor consiste em calcular esta indutância empregando-se interpolação linear a partir de valores calculados para os tempos $t^{(r-2)}$ e $t^{(r-1)}$.

Capacitores não lineares também são modelados semelhantemente, partindo-se da relação básica entre a carga $q(t)$ e a tensão $u_C(t)$ em um capacitor, ou seja:

$$q(t) = C(t)u_C(t). \quad (5.6-61)$$

A corrente $i_C(t)$ é então obtida por:

$$i_C(t) = \frac{d q(t)}{dt} = \frac{d C(t)}{dt} u_C(t) + C(t) \frac{d u_C(t)}{dt}; \quad (5.6-62)$$

culminando desta vez em:

$$\frac{2 C(t^{(r)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} u_C(t^{(r)}) - i_C(t^{(r)}) = \frac{2 C(t^{(r-1)})}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} u_C(t^{(r-1)}) + i_C(t^{(r-1)}); \quad (5.6-63)$$

sendo também aqui necessária uma estimativa do valor de $C(t^{(r)})$.

5.6.1.5 Modelagem de elemento não linear genérico sem relação no tempo entre correntes e tensões nos seus terminais conhecida analiticamente

Nos casos em que não é simples obter uma função analítica entre u_{jk} e i_{jk} nos terminais do elemento não linear, ou se este “elemento” resulta de um agrupamento de elementos lineares e não lineares (vide, por exemplo, as modelagens do efeito coroa apresentadas no capítulo 6), ou ainda nos casos em que os “terminais” do elemento resultam de nós de comunicação do programa computacional principal com um programa ou rotina computacional externa, é conveniente adotar uma variante do processo descrito no item 5.6.1.1, como se apresenta a seguir.

Portanto, suponha-se inicialmente um elemento não linear com dois terminais, e que, no tempo inicial de cálculo ($t = t^{(r=0)} = 0$), por exemplo a tensão u_{jk} entre os terminais do

elemento não linear seja conhecida, partindo-se, por exemplo, de uma condição linear do elemento, e esta tensão seja igual a $u_{jk}^{(r=0)}$. Nesse caso, também é de se esperar que a corrente $i_{jk}^{(r=0)}$ seja conhecida.

Assim sendo, para os fins do cálculo do valor da tensão u_{jk} no elemento não linear no tempo de cálculo seguinte $t^{(r=1)}$, igual a $t^{(r=0)} + \Delta t$, suponha-se que o intervalo de tempo Δt é suficientemente pequeno, tal que, em $t^{(r=1)}$, a corrente i_{jk} tem, inicialmente, e aproximadamente, o mesmo valor de $t^{(r=0)}$, ou seja:

$$i_{jk}^{(r=1)} = i_{jk}^{(r=0)} . \quad (5.6-64)$$

Logo, para o cálculo em $t^{(r=1)}$, pode-se considerar que a corrente i_{jk} é um degrau de corrente entre o tempo $t^{(r=0)}$ e o tempo final de cálculo T , conforme consta na Figura 5.6-11. Tem-se então que a estimativa da componente de i_{jk} para cada pulsação $p \omega_o$ e para o cálculo em $t^{(r=1)}$, $I_{jk}^{(r=1)}(p \omega_o)$, é dada por:

$$I_{jk}^{(r=1)}(p \omega_o) = \frac{i_{jk}^{(r=0)}}{T} \int_{t^{(r=0)}}^T e^{\pm i p \omega_o t} dt ; \quad (5.6-65)$$

ou seja:

$$I_{jk}^{(r=1)}(p \omega_o) = \frac{i_{jk}^{(r=0)} (e^{\pm i p \omega_o T} - 1)}{\pm i p \omega_o T} . \quad (5.6-66)$$

Portanto, de forma similar à descrita para a operação de abertura de chaves, a equação (5.6-66) corresponde a estabelecer nas equações (5.6-30) e (5.6-31):

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = 0 \\ \eta = 1 \\ \alpha = 0 \\ I'_{jk}(p \omega_o) = I_{jk}^{(r=1)}(p \omega_o) \end{array} \right. . \quad (5.6-67)$$

Incluindo-se tal equação do elemento não linear nas equações globais representativas do circuito elétrico global em estudo, obtém-se cada componente harmônico de u_{jk} em $t^{(r=1)}$, $U_{jk}^{(r=1)}(p \omega_o)$, e, conseqüentemente, aplicando-se a transformada inversa, o valor de u_{jk} para $t^{(r=1)}$.

Naturalmente, dada a aproximação do processo, ao se incluir este valor $u_{jk}^{(r=1)}$ na função

de operação do elemento não linear *, resultará outro valor de i_{jk} para $t^{(r-1)}$, ou seja, $i_{jk}^{(r-1)}$. Esse novo valor $i_{jk}^{(r-1)}$ pode então ser empregado para uma primeira aproximação do cálculo em $t^{(r-2)}$, onde se adicionará a cada componente harmônico $I_{jk}(p \omega_o)$ calculado pela equação (5.6-66) a parcela referente ao degrau de corrente obtido da diferença entre $i_{jk}^{(r-1)}$ e $i_{jk}^{(r-2)}$, culminando no valor $I_{jk}^{(r-2)}(p \omega_o)$.

Note-se que não é possível empregar para o cálculo em $t^{(r-2)}$ o novo degrau calculado a partir de $t^{(r-1)}$, pois isto traria uma inconsistência no cálculo já efetuado em $t^{(r-1)}$, mas sim a partir de $t^{(r-2)}$, conforme consta na Figura 5.6-11. Neste caso, entretanto, pode-se adicionar uma “parcela de correção”, que é a área triangular também apresentada nesta figura.

Portanto, para um tempo $t^{(r)}$ genérico, seria:

$$\begin{aligned}
 I_{jk}^{(r)}(p \omega_o) &= I_{jk}^{(r-1)}(p \omega_o) + \frac{\left(i_{jk}^{(r-1)} - i_{jk}^{(r-2)}\right)}{T} \int_{t^{(r-1)}}^T e^{\pm i p \omega_o t} dt + \\
 &+ \frac{1}{T} \int_{t^{(r-1)}}^{t^{(r)}} (a t + b) e^{\pm i p \omega_o t} dt = \quad ; \quad (5.6-68) \\
 &= I_{jk}^{(r-1)}(p \omega_o) + \Delta I_{jk}^{(r)}(p \omega_o)
 \end{aligned}$$

onde:

* No domínio da frequência, isto corresponde, por exemplo, a empregar-se um sistema matricial do tipo da equação (5.2-15), e, no domínio do tempo, por exemplo, a empregar-se uma função do tipo $u \times i$ ou empregar-se uma conexão com um programa computacional externo.

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta I_{jk}^{(r)}(p \omega_o) &= \frac{(i_{jk}'^{(r)} - i_{jk}^{(r)}) \cdot (e^{\pm i p \omega_o T} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}})}{\pm i p \omega_o T} + \\ &+ \frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}}}{\pm i p \omega_o T} \left(a t^{(r)} - \frac{a}{\pm i p \omega_o} + b \right) - \\ &- \frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o T} \left(a t^{(r-1)} - \frac{a}{\pm i p \omega_o} + b \right) \quad . \quad (5.6-69) \\ a &= \frac{i_{jk}'^{(r-1)} - i_{jk}^{(r-1)}}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} \\ b &= - \frac{i_{jk}'^{(r-1)} t^{(r-1)} - i_{jk}^{(r-1)} t^{(r)}}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} \end{aligned} \right.$$

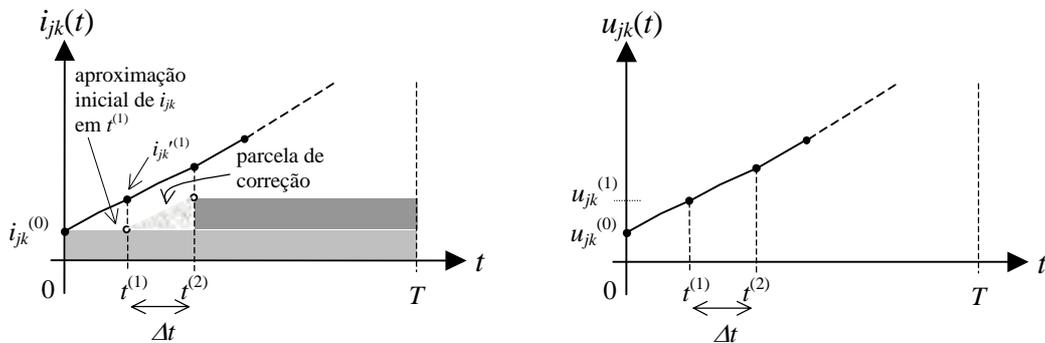


Figura 5.6-11 – Aproximação da corrente $i_{jk}(t)$ e tensão $u_{jk}(t)$ para os tempo $t^{(1)}$ e $t^{(2)}$ utilizando “degraus” entre $t^{(0)}$ e T e entre $t^{(1)}$ e T

É interessante notar que para alguns dos casos analisados com tal estratégia utilizando o degrau relativo ao incremento da função entre o tempo de cálculo $t^{(r)}$ e o tempo final T o processo mostrou instabilidades, enquanto que ao se empregar no cálculo toda a integral da função no intervalo de tempo entre $t^{(r)}$ e $t^{(r)} + \Delta t$, ou seja, para o caso do exemplo anterior, para o tempo $t^{(r)}$, semelhante a adotar-se um impulso com área igual a $i_{jk}'^{(r-1)} \Delta t$, o processo mostrou melhor convergência, conforme consta na Figura 5.6-12, onde também se incluiu a “parcela de correção”, com o mesmo sentido anterior. Portanto, a aplicação dessa providência no exemplo anterior resultaria no seguinte valor do incremento $\Delta I_{jk}^{(r)}(p \omega_o)$ a ser empregado na expressão (5.6-68):

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta I_{jk}^{(r)}(p\omega_o) &= \frac{i_{jk}^{(r-1)} \left[e^{\pm i p \omega_o (t^{(r)} + \Delta t)} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}} \right]}{\pm i p \omega_o T} + \\ &+ \frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}}}{\pm i p \omega_o T} \left(a t^{(r)} - \frac{a}{\pm i p \omega_o} + b \right) - \\ &- \frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o T} \left(a t^{(r-1)} - \frac{a}{\pm i p \omega_o} + b \right) . \end{aligned} \right. \quad (5.6-70)$$

$$a = \frac{i_{jk}^{(r-1)} - i_{jk}^{(r-1)}}{t^{(r)} - t^{(r-1)}}$$

$$b = -\frac{i_{jk}^{(r-1)} t^{(r-1)} - i_{jk}^{(r-1)} t^{(r)}}{t^{(r)} - t^{(r-1)}}$$

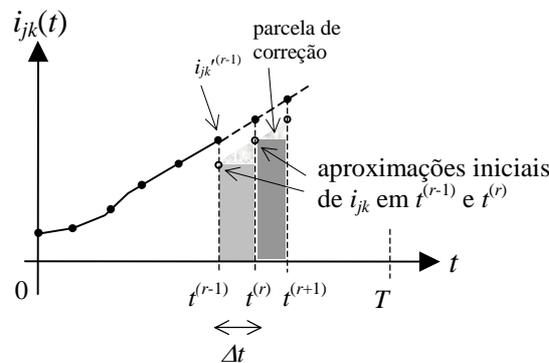


Figura 5.6-12 – Aproximação da corrente $i_{jk}(t)$ para o tempo $t^{(r)}$ utilizando um degrau entre $t^{(r-1)}$ e $t^{(r)}$

Observe-se que ainda há outra variante, eventualmente mais estável, alternando-se sucessivamente ao longo do tempo de cálculo o emprego da resposta ao degrau para os incrementos de i_{jk} e u_{jk} . Em outras palavras, isso corresponde a tratar alternadamente o elemento não linear como simplesmente uma fonte de corrente ou de tensão para cada instante de tempo.

De qualquer forma, conforme já comentado, somente com um refinamento iterativo, para cada tempo de cálculo, consegue-se obter a melhor precisão do método, apesar de, em algumas soluções típicas no domínio da frequência, esta providência conduzir a um excessivo tempo computacional total.

Em princípio, esses procedimentos podem ser estendidos para um elemento não linear

mais complexo, com múltiplas portas. No exemplo da Figura 5.6-13 tem-se um elemento não linear genérico com n portas, cujas representações por fontes de corrente estão mostradas na Figura 5.6-14.

Fazendo-se a representação deste elemento não linear por fontes de corrente i_j conectando cada porta à terra, tem-se tais correntes e as tensões u_j de cada porta em relação à terra como variáveis; ou seja, para o exemplo, tem-se $2n$ variáveis, que serão ajustadas pela mesma quantidade de equações relacionando as tensões e correntes nas portas no elemento não linear. Portanto, se num determinado instante de tempo $t^{(r-1)}$ as correntes i_j em todas as portas do elemento são conhecidas (por exemplo, partindo-se de um ponto de linearização do elemento não linear), com estes valores pode-se calcular os incrementos necessários das tensões u_j através das equações do modelo do elemento não linear, cujo valor deverá ser empregado no tempo seguinte $t^{(r)}$, igual a $t^{(r-1)} + \Delta t$, para o conhecimento das novas correntes i_j , estabelecendo-se assim um processo de recorrência por todo o tempo de cálculo.

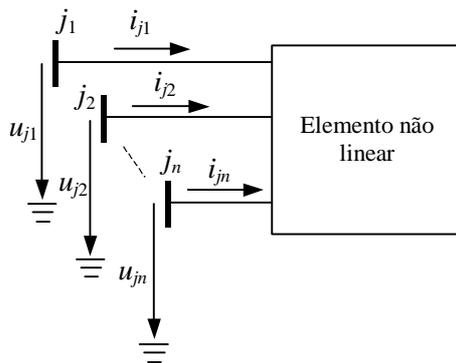


Figura 5.6-13 – Elemento não linear genérico com múltiplas portas

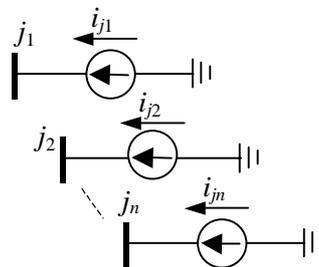


Figura 5.6-14 – Elemento não linear genérico com múltiplas portas representado por fontes de corrente

5.6.1.6 Resolução do sistema geral de equações

a) Aspectos básicos

Nos itens anteriores mostrou-se as relações matriciais entre as tensões e correntes nos nós dos diversos elementos do circuito, em função da pulsação ω , na forma apropriada à sua incorporação no sistema matricial global (5.2-15). Este sistema deverá ser resolvido para cada pulsação e então os valores no tempo serão obtidos utilizando-se a transformada inversa de Fourier.

Contudo, para redução do esforço computacional total, interessa estabelecer as características topológicas da matriz de imitâncias \mathbf{W} do sistema (5.2-15), tal que a mesma seja construída eficientemente na medida em que cada elemento tenha as suas equações incorporadas. Nesse sentido, após uma série de experiências, concluiu-se que a solução a seguir seria adequada, ou seja:

$$\begin{bmatrix} I_{ee} \\ I_{el} \\ U_{ft} \\ 0 \\ \dots \\ U_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Eletrodos} \\ \text{Elementos lineares: RLC, LT, trafo, quadripolos etc} \\ \text{Fontes de tensão} \\ \text{Correntes medidas e auxiliares (trafo ideal, conexões etc)} \\ \text{-----} \\ \text{Chaves e elementos não lineares genéricos} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_e \\ U_l \\ I_{ft} \\ I_m \\ \dots \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.6-71)$$

Note-se que, como as fontes de correntes injetadas nos nós dos eletrodos (I_{ee}) e nos demais elementos lineares (I_{el}) e as fontes de tensão nos nós (U_{ft}) são dados de entrada para o estudo, para a solução do sistema (5.6-71), deve de alguma forma ser conhecida a tensão (U_c) ou a corrente (I_c) em cada elemento não linear. Além disso, pode-se resolver o sistema por uma solução direta ou solução iterativa aplicável a sistemas lineares, como, por exemplo, o Método de Gauss ou o Método dos Gradientes Conjugados, respectivamente, ou realizar-se a inversão da matriz \mathbf{W} , procedimento que também já conta com alguns métodos de cálculo nas tradicionais bibliotecas matemáticas. Ainda, em ambas as soluções pode-se explorar a simetria da matriz \mathbf{W} , e cada alternativa tem suas vantagens e desvantagens, dependendo da aplicação que se pretende realizar.

Particularmente no caso de não existirem elementos não lineares, e somente executando-

se a análise uma única vez, é mais adequado resolver diretamente o sistema de equações para cada pulsação, guardando em memória apenas os respectivos valores das tensões e corrente que se pretende conhecer, e então se calculando os valores no tempo por meio da transformada inversa de Fourier. De qualquer forma, sendo possível, a tarefa da resolução do sistema de equações sem a inversão de matriz é sempre de execução mais rápida, sobretudo se o sistema contém um número maior de “elementos típicos de circuitos elétricos”, que tornam a matriz **W** bastante esparsa e então se poderia empregar técnicas de esparsidade, ao contrário do que ocorre com os “elementos do tipo eletrodo”, os quais sempre possuem acoplamentos mútuos entre si e, assim, tornam a matriz “cheia”.

Portanto, em princípio, para o caso da resolução do sistema de equações lineares, uma estratégia interessante consiste em adicionar uma nova equação ao sistema para cada elemento não linear que exista. Por exemplo, para chaves, tal equação seria do tipo $U_c = \alpha_u$ ou $I_c = \alpha_i$, se é conhecida a tensão ou a corrente na chave, respectivamente, e ambas as variáveis são mantidas no sistema. Essa estratégia está exemplificada no sistema matricial (5.6-72) a seguir, considerando-se que o circuito tem duas chaves, uma com tensão conhecida (chave 1) e outra com corrente conhecida (chave 2).

$$\begin{bmatrix} I_{ee} \\ I_{el} \\ U_{ft} \\ 0 \\ \text{---} \\ 0 \\ 0 \\ \text{---} \\ \alpha_{u1} \\ \alpha_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Eletrodos} & | & 0 & 0 \\ \text{Elementos lineares: RLC, LT, trafo, quadripolos etc} & | & 0 & 0 \\ \text{Fontes de tensão} & | & 0 & 0 \\ \text{Correntes medidas e auxiliares (trafo ideal, conexões etc)} & | & 0 & 0 \\ \text{---} & & & \\ \dots & | & -1 & 0 \\ \dots & | & 0 & -1 \\ \text{---} & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & | & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & | & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_e \\ U_l \\ I_{ft} \\ I_m \\ \text{---} \\ I_{c1} \\ I_{c2} \\ \text{---} \\ U_{c1} \\ U_{c2} \end{bmatrix} .$$

(5.6-72)

Assim fazendo-se, e empregando-se, por exemplo, um método de solução direta do tipo Gauss, e se não existem muitas chaves no circuito, uma opção de cálculo eficiente consiste em inicialmente diagonalizar toda a matriz até a linha anterior a linha da corrente da primeira chave (no caso do exemplo anterior, até $m-2$), sendo m a dimensão

da matriz \mathbf{W} original). Logo, para qualquer alteração de estado de uma chave, é suficiente continuar o processo de diagonalização a partir das linhas das tensões nas chaves, mas ao final será necessário fazer a retrosubstituição de todas as linhas da matriz para o conhecimento das variáveis, o que pode ser uma tarefa demorada quando existirem muitas mudanças de estado das chaves durante o cálculo e/ou se o sistema for de grande dimensão. Já no caso da solução por um método do tipo iterativo, por exemplo pelo Método dos Gradientes Conjugados, poderia se aproveitar os resultados de uma análise imediatamente anterior para a análise corrente, acelerando-se o processo de solução do sistema. Note-se que os métodos iterativos (“numéricos”) têm se demonstrado bem mais rápidos do que os métodos diretos para sistemas de grande porte. Além disso, é possível elaborar um método numérico específico que resolva o sistema na própria formação da equação (5.6-71).

Por outro lado, um processo que faz uso de inversão de matriz é adequado para tratar a matriz \mathbf{W} diretamente na forma da equação (5.6-71), se adapta bem para o caso de existirem vários elementos não lineares, é relativamente justificável se são utilizados muitos elementos do tipo eletrodo, o que, como já esclarecido, torna nesta região a matriz “cheia”, e minimiza a quantidade de cálculos no caso da análise do desempenho de linhas a descargas atmosféricas, onde se tem que fazer seguidas simulações para diferentes correntes de descarga atmosférica injetadas no circuito elétrico que representa a linha (vide o capítulo 8).

Nesse último caso, onde se calcula o desempenho da linha, enquanto que pela estratégia de resolução do sistema de equações dever-se-ia repetir todo o processo para cada corrente injetada, o que poderia ser extremamente demorado dependendo do porte do circuito e do número de simulações, calculando-se a inversa da matriz \mathbf{W} para cada pulsação necessita-se apenas guardar em memória os elementos de transferência entre as fontes de corrente e de tensão com os elementos não lineares, com os elementos em medição, e com os elementos do tipo eletrodo se pretende-se calcular o campo eletromagnético no meio externo ao circuito.

Por fim, em qualquer uma dessas alternativas, pode-se ainda reduzir o sistema de equações (5.6-71) se observar-se simetria “física” a partir do ponto em que se conecta a fonte no circuito, no caso de ser esta única. Por exemplo, na análise de uma linha de

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{U}_c - \mathbf{I}_c = \mathbf{K} ; \quad (5.6-75)$$

sendo

$$\mathbf{K} = -\mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} I_{ee} \\ I_{el} \\ U_{ft} \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (5.6-76)$$

A equação (5.6-75) isolada, contudo, não possui solução. Para tal solução, requer-se adicionar uma equação matricial auxiliar, que caracteriza as condições dos elementos não lineares, sendo esta do tipo

$$\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{U}_c + \boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{I}_c = \boldsymbol{\alpha}' , \quad (5.6-77)$$

donde resulta o seguinte sistema a ser resolvido:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{1} \\ \boldsymbol{\beta} & \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_c \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \boldsymbol{\alpha}' \end{bmatrix} . \quad (5.6-78)$$

No caso geral, as matrizes $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\eta}$ podem ser relativamente cheias e com elementos complexos (vide, e.g., itens (6.1-5) e (6.2-4)), e, no caso dos elementos não lineares formulados nos itens 5.6.1.2 a 5.6.1.5, há tipicamente elementos somente na diagonal. Por exemplo, para um circuito com três elementos não lineares simples, formulados pela equação (5.6-30)* e designados pelos índices “1”, “2” e “3”, vem, para determinados tempo de cálculo e pulsação :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{c1} \\ U_{c2} \\ U_{c3} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} I_{c1} \\ I_{c2} \\ I_{c3} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \alpha'_1 \\ \alpha'_2 \\ \alpha'_3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} . \quad (5.6-79)$$

Assim sendo, no sistema matricial do tipo (5.6-79), deve-se empregar seguidamente

* Vide também as degenerações da equação (5.6-30) quando os coeficientes dados nas equações (5.6-38) e (5.6-40) são aplicados.

para cada tempo de cálculo desde o tempo inicial até o final do período de tempo considerado:

- No caso do elemento não linear ser uma chave simples, de índice j , e esta manter o seu estado operativo num tempo $t^{(r)}$:
 - Se a chave está aberta, conhece-se a variação no tempo da corrente circulante na chave até o tempo $t^{(r)}$; portanto, tem-se, para a pulsação $\omega = p \omega_o$, conforme as equações (5.6-30), (5.6-31) e (5.6-38):

$$\begin{cases} \beta_j = 0 \\ \eta_j = 1 \\ \alpha_j = 0 \\ I'(p \omega_o) = \text{componente da corrente na chave para a pulsação } p \omega_o \end{cases} \quad . \quad (5.6-80)$$

- Se a chave está fechada, conhece-se a variação no tempo da tensão entre os seus terminais até o tempo $t^{(r)}$; portanto, tem-se, para a pulsação $\omega = p \omega_o$, conforme as equações (5.6-30), (5.6-31) e (5.6-40):

$$\begin{cases} \beta_j = 1 \\ \eta_j = 0 \\ \alpha_j = 0 \\ U'(p \omega_o) = \text{componente da tensão na chave para a pulsação } p \omega_o \end{cases} \quad . \quad (5.6-81)$$

Note-se que, para o tempo de cálculo inicial, no caso da chave aberta, o valor da corrente circulante na chave é igual a zero, e, no caso da chave fechada, o valor da tensão entre os terminais da chave é igual a zero. Isso permite inicializar o processo e calcular as tensões e correntes em todas as chaves para tempos ulteriores.

- No caso do elemento não linear ser uma chave, de índice j , e esta alterar o seu estado operativo num tempo $t^{(r)}$:
 - Se a chave abre os seus contatos, o que corresponde a ser nula a corrente circulante na chave após o tempo $t^{(r)}$, tem-se, para a pulsação $\omega = p \omega_o$, conforme as equações (5.6-30), (5.6-31), (5.6-38) e (5.6-39):

$$\begin{cases} \beta_j = 0 \\ \eta_j = 1 \\ \alpha_j = 0 \\ I'(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r)}} i(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \end{cases} \quad (5.6-82)$$

- Se a chave fecha os seus contatos, o que corresponde a ser conhecido o valor da tensão entre os terminais da chave após o tempo $t^{(r)}$, tem-se, para a pulsação $\omega = p \omega_o$, conforme as equações (5.6-30), (5.6-31), (5.6-40) e (5.6-41):

$$\begin{cases} \beta_j = 1 \\ \eta_j = 0 \\ \alpha_j = 0 \\ U'(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^{t^{(r)}} u(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt \end{cases} \quad (5.6-83)$$

- No caso do elemento não linear ser do tipo genérico, e este alterar o seu estado operativo num tempo $t^{(r)}$:

Deve-se adotar qualquer uma das estratégias definidas nos subitens 5.6.1.1, 5.6.1.3, 5.6.1.4 ou 5.6.1.5, e recalculer os componentes das tensões nos terminais do elemento e ou da corrente circulante no elemento.

Observe-se também a grande esparsidade do sistema matricial (5.6-79), o que permite uma sensível otimização no processo de sua solução e alocação em memória, pois somente os elementos β , η e α sofrerão alterações ao longo do tempo de simulação, na medida em que um elemento não linear tenha o seu estado operativo alterado.

Ao final do cálculo principal para todo o tempo de simulação, sendo, portanto, conhecidos, os valores das tensões U_c para todas os elementos não lineares e para cada pulsação, estes são incluídos no sistema matricial (5.6-73), onde então se pode facilmente calcular as demais variáveis do sistema. Os valores no tempo são obtidos por intermédio da transformada inversa de Fourier.

5.6.1.7 Aspectos adicionais de implementação computacional

Os vários modelos de elementos lineares descritos nos itens 5.4 e 5.5 e de elementos não lineares descritos no item 5.6.1 foram implementados no programa computacional FDETP. Utilizou-se a linguagem de programação Fortran 90. Alguns aspectos importantes foram observados durante tal implementação computacional, nomeadamente:

- Na fase inicial do processo, faz-se necessário guardar em memória ou arquivo de dados, para cada pulsação calculada (ou frequência complexa s , no caso do uso das integrais de Laplace), parte do conteúdo das matrizes das equações (5.6-73) e (5.6-78). No caso de se utilizar arquivos de dados, esta fase tornou-se substancialmente mais rápida e consumidora de menor memória computacional ao se empregar o formato binário, ao invés do decimal.
- Foi testado o emprego dos filtros de Lanczos, Hamming, Von Hann e Blackman (vide Tabela 4.4-1) para a redução do erro associado ao truncamento da frequência máxima no cálculo da inversão frequência-tempo. Os filtros de Lanczos e Hamming proporcionaram bons resultados, permitindo, em muitos casos, o emprego de um número bem menor de pulsações. Contudo, observou-se que a aplicação de filtros a sinais fortemente oscilatórios pode eventualmente reduzir picos que realmente ocorram no sinal calculado.
- O emprego da Série de Fourier para o processo de inversão frequência-tempo na solução de circuitos elétricos com constantes de tempo muito grandes demandou a adoção de períodos de tempo muito longos, aumentando excessivamente o tempo computacional total. Tal fato pode ser um empecilho para computadores de pequena capacidade de processamento.
- O problema anterior foi resolvido ao se empregar a solução pelas Integrais de Fourier ou de Laplace, e, de forma otimizada, aproveitando-se as soluções estratégicas comentadas no item 4.4.1. Nesse sentido, duas soluções mostraram-se promissoras, nomeadamente o emprego de funções interpolantes de zeros e pólos e a solução numérica da Integral de Laplace (TNL) dada na equação (4.4-25). Entretanto, dada a extrema praticidade da TNL, esta foi a opção implementada no

programa computacional FDETP (e também nos programas computacionais TLCOR e GROUNDSI comentados nos itens 6.1.5 e 6.2.4, respectivamente), e optou-se por implementar o processo com funções interpolantes somente numa etapa futura.

Cumpra observar que, em qualquer emprego das transformações de Laplace, requer-se o desenvolvimento de todos os modelos dos elementos do circuito elétrico em estudo em função da variável complexa s igual a $a \mp i \omega$. Nas equações apresentadas nos itens 5.2 a 5.5 e 5.6.1 esta substituição é direta, posto que foram desenvolvidas como funções analíticas da variável também complexa $\mp i \omega$; ou seja, necessita-se apenas substituir em todas estas equações o parâmetro $\mp i \omega$ pelo parâmetro s . Uma exceção ocorre na equação (5.3-1), na qual se tem a variação apenas com o parâmetro real ω , e o que requer substituir, portanto, o parâmetro ω pelo parâmetro complexo $s/\mp i$, resultando:

$$\sigma_{solo} + s \varepsilon_{solo} = \sigma_0 + \Delta_i \left[\cotang \left(\frac{\pi}{2} \alpha \right) \mp i \right] \left(\frac{s}{\mp i 2 \cdot 10^6 \pi} \right)^\alpha. \quad (5.6-84)$$

Outra exceção ocorre na equação (4.2-40) quando se emprega o fator α_c calculado pela equação (4.2-39), mas que também pode ser contornada empregando-se uma equação integral alternativa.

Para os diversos exemplos de aplicação apresentados nos capítulos 7 e 8, testou-se a equação (4.4-25) com produto aT situado até em torno de uma dezena, incluindo o valor calculado pela equação (4.4-27), obtendo-se em praticamente todos os casos ótimo ajuste. Contudo, é importante ressaltar que valores muito elevados de a eventualmente resultaram em fortes oscilações dos sinais no tempo próximo do período de cálculo, pelos motivos já descritos no item 4.4.1, sendo este um ponto que também merece maior investigação no futuro.

5.6.2 Segunda estratégia de solução

Para a descrição desta segunda estratégia de solução, considere-se novamente as duas variáveis genéricas g e d analisadas no item 5.6.1, entretanto expressas agora em regime periódico conforme a expressão (5.2-2). Seja também a relação não linear entre essas duas variáveis dada pela função f_1 conforme a primeira das equações (5.6-14) e o

desenvolvimento de $g(t)$ em série de Taylor ao redor do ponto $d^{(r-1)}$ e até o termo de primeira derivada dado na equação (5.6-15).

Da equação (5.6-15), pode-se obter, para pequenos incrementos de g e d , designadamente iguais a $\Delta g(t)$ e $\Delta d(t)$, a relação:

$$\Delta g(t) \cong h(t) \Delta d(t) ; \quad (5.6-85)$$

sendo a função $h(t)$ igual a derivada parcial de g em relação à variável d :

$$h(t) = \frac{\partial g(t, d)}{\partial d} ; \quad (5.6-86)$$

e sendo:

$$\begin{cases} \Delta g(t) = g(t, d) - g(t, d^{(r-1)}) \\ \Delta d(t) = d(t) - d^{(r-1)} \end{cases} . \quad (5.6-87)$$

Nesse caso, os incrementos $\Delta g(t)$ e $\Delta d(t)$ serão também periódicos, assim como também é a função $h(t)$, sendo, portanto, as relações dos componentes ΔG , ΔD e H , também conforme a equação (5.2-2), ou seja:

$$\begin{cases} \Delta g(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \Delta G(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t} = \Delta G_0 + \sum_{p=1}^{+\infty} (\Delta G_p e^{\mp i p \omega_o t} + \Delta G_{-p} e^{\mp i p \omega_o t}) \\ \Delta d(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \Delta D(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t} = \Delta D_0 + \sum_{p=1}^{+\infty} (\Delta D_p e^{\mp i p \omega_o t} + \Delta D_{-p} e^{\mp i p \omega_o t}) . \\ h(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} H(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t} = H_0 + \sum_{p=1}^{+\infty} (H_p e^{\mp i p \omega_o t} + H_{-p} e^{\mp i p \omega_o t}) \end{cases} \quad (5.6-88)$$

Note-se que para o caso em que $g(t)$ é função de mais de uma variável, na forma já apresentada nas equações (5.6-26) e (5.6-27), obtém-se

$$\Delta g(t) \cong h_1(t) \Delta d_1(t) + h_2(t) \Delta d_2(t) + \dots + h_n(t) \Delta d_n(t) , \quad (5.6-89)$$

sendo cada função $h_k(t)$ igual a derivada parcial de g em relação à variável d_k .

Em princípio, para a solução deste problema, pode-se dar dois tratamentos para a equação (5.6-85), isto é*:

1. Faz-se uso dos componentes complexos de $\Delta g(t)$, $\Delta d(t)$ e $h(t)$ dados nas equações (5.6-88), ou seja, ΔG , ΔD e H , e, após algumas manipulações matemáticas, pode-se estabelecer a seguinte relação matricial, cujos elementos são complexos:

$$\Delta \mathbf{G} = \mathbf{H} \cdot \Delta \mathbf{D} ; \quad (5.6-90)$$

sendo:

$$\Delta \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta G_{-p} \\ \vdots \\ \Delta G_{-2} \\ \Delta G_{-1} \\ \Delta G_0 \\ \Delta G_1 \\ \Delta G_2 \\ \vdots \\ \Delta G_p \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ e } \Delta \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta D_{-p} \\ \vdots \\ \Delta D_{-2} \\ \Delta D_{-1} \\ \Delta D_0 \\ \Delta D_1 \\ \Delta D_2 \\ \vdots \\ \Delta D_p \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (5.6-91)$$

e

* É importante citar que também existem outras formulações elaboradas num domínio híbrido tempo-frequência e que não foram aqui exploradas, pelo fato de considerar-se que as mesmas não são otimizadas para os exemplos de aplicação abordados nesta tese, como, por exemplo, o *Harmonic Balance Method* (NAKHLA e VLACH, 1976).

Logo, diferentemente do que ocorre com o sistema (5.6-90) da solução “1”, a resolução do sistema de equações (5.6-93) exige um tratamento diferenciado daquele convencional, no qual os elementos são reais ou complexos, pois se passa a operar com submatrizes e não com elementos.

O processo de cálculo, no entanto, não apresenta grandes complexidades, e encontra-se bem detalhado em PORTELA (1970), o qual, por sua vez, é o trabalho pioneiro neste outro tipo de desenvolvimento.

Todavia, um processo de cálculo mais semelhante ao convencional é o aqui designado como aquele que faz uso dos “elementos representativos de tensores”, no qual se monta o sistema (5.6-93) com os elementos dos tensores. Nesse caso, para o exemplo anterior, seria:

$$\begin{bmatrix} \Delta G_r \\ \Delta G_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{rr} & H_{ri} \\ H_{ir} & H_{ii} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta D_r \\ \Delta D_i \end{bmatrix} . \quad (5.6-96)$$

Portanto, considerando-se várias pulsações, a extensão do sistema (5.6-96) resulta em:

$$\Delta \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \Delta G_{r_0} \\ \Delta G_{i_0} \\ \Delta G_{r_1} \\ \Delta G_{i_1} \\ \Delta G_{r_2} \\ \Delta G_{i_2} \\ \vdots \\ \Delta G_{r_p} \\ \Delta G_{i_p} \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ e } \Delta \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Delta D_{r_0} \\ \Delta D_{i_0} \\ \Delta D_{r_1} \\ \Delta D_{i_1} \\ \Delta D_{r_2} \\ \Delta D_{i_2} \\ \vdots \\ \Delta D_{r_p} \\ \Delta D_{i_p} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (5.6-97)$$

e

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{r_0 r_0} & H_{r_0 i_0} & H_{r_0 r_1} & \cdots & \cdots & H_{r_0 r_p} & H_{r_0 i_p} & \cdots \\ H_{i_0 r_0} & H_{i_0 i_0} & H_{i_0 r_1} & & & \vdots & \vdots & \\ H_{r_1 r_0} & H_{r_1 i_0} & H_{r_1 i_1} & & & & & \\ H_{i_1 r_0} & & \ddots & & & & & \\ \vdots & & & & & & & \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots & \\ H_{r_p r_0} & \cdots & & & & H_{r_p r_p} & H_{r_p i_p} & \\ H_{i_p r_0} & \cdots & & & \cdots & H_{i_p r_p} & H_{i_p i_p} & \\ \vdots & & & & & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} . \quad (5.6-98)$$

Voltando à equação (5.6-90) ou (5.6-93), considerando-se que a linearização é efetuada em torno de um ponto genérico $[g(t, d^{(0)}), d^{(0)}]$, e, portanto, que se assumiu, para cada componente em frequência,

$$\begin{cases} \Delta G = G - G^{(0)} \\ \Delta D = D - D^{(0)} \end{cases} , \quad (5.6-99)$$

pode-se também escrever:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{G}_h ; \quad (5.6-100)$$

sendo o vetor \mathbf{G}_h dado por

$$\mathbf{G}_h = \mathbf{G}^{(0)} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{D}^{(0)} , \quad (5.6-101)$$

onde $\mathbf{G}^{(0)}$ e $\mathbf{D}^{(0)}$ são os vetores que contêm os elementos $G^{(0)}$ e $D^{(0)}$, respectivamente*.

Portanto, note-se que a equação (5.6-100) permite estabelecer um processo iterativo, em que os valores do vetor \mathbf{G} são corrigidos em cada iteração adicionando-se os respectivos elementos do vetor \mathbf{G}_h , o qual tem o sentido do “erro” associado à cada iteração do

* Sugere-se, para melhor entendimento do processo, fazer uma comparação entre o emprego dos vetores \mathbf{G} e \mathbf{G}_h na equação (5.6-100) com o emprego dos vetores \mathbf{i} e \mathbf{i}_h na equação (4.3-6), a despeito dos diferentes domínios do tempo e da frequência empregados para a formulação dessas soluções.

processo. Além disso, obviamente, havendo somente elementos lineares no circuito em estudo, a matriz \mathbf{H} do regime linear é a mesma do regime incremental, e o vetor \mathbf{G}_h possui elementos nulos, ou seja, tem-se:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{D} \quad . \quad (5.6-102)$$

Nesta tese, após uma análise preliminar das duas soluções anteriores, optou-se por adotar a solução “2”, utilizando-se os elementos representativos dos tensores. Assim sendo, no texto a seguir exemplifica-se a forma em que é incluída a contribuição de cada elemento do circuito elétrico em estudo para a formação do sistema matricial global a ser resolvido. Inicia-se com um simples caso de circuito totalmente linear e, em seguida, modifica-se tal esquema para a inclusão de uma não linearidade.

5.6.2.1 Introdução à resolução de circuitos tensoriais

Para melhor entendimento do processo de solução de circuitos “tensoriais”, a seguir reapresentam-se três modelagens de elementos lineares de redes elétricas apresentadas no item 5.5 , no entanto com o aspecto à aplicação à “análise tensorial”.

a) Modelagem de elementos RLC série

Neste caso, seja novamente a Figura 5.5-1 onde constam os elementos RLC passivos lineares conectados em série.

Para uma determinada pulsação ω , considere-se que as tensões u_j e u_k e as correntes i_j e i_k têm a variação no tempo do tipo dado na equação (5.2-4), já estando implícito no valor dos componentes o fator multiplicador 2 , ou seja,

$$\begin{cases} u_j = U_{j_r} \cos(\omega t) \pm U_{j_i} \sin(\omega t) \\ u_k = U_{k_r} \cos(\omega t) \pm U_{k_i} \sin(\omega t) \\ i_j = I_{j_r} \cos(\omega t) \pm I_{j_i} \sin(\omega t) \\ i_k = I_{k_r} \cos(\omega t) \pm I_{k_i} \sin(\omega t) \end{cases} \quad . \quad (5.6-103)$$

Em função das equações (5.5-1), pode-se estabelecer:

$$\begin{cases} U_{jr} \cos(\omega t) \pm U_{ji} \sin(\omega t) - R [I_{jr} \cos(\omega t) \pm I_{ji} \sin(\omega t)] - \\ - L \omega [-I_{jr} \sin(\omega t) \pm I_{ji} \cos(\omega t)] - \frac{1}{C \omega} [I_{jr} \sin(\omega t) \mp I_{ji} \cos(\omega t)] - \\ - U_{kr} \cos(\omega t) \pm U_{ki} \sin(\omega t) = 0 \\ I_{jr} \cos(\omega t) \pm I_{ji} \sin(\omega t) + I_{kr} \cos(\omega t) \pm I_{ki} \sin(\omega t) = 0 \end{cases} \quad (5.6-104)$$

Agrupando-se nas equações (5.6-104) os termos relativos aos cossenos e os termos relativos aos senos para que se obtenha uma equação similar à equação (5.2-15), porém sendo os elementos das matrizes conforme a equação (5.6-96) e eliminando-se em seguida os termos $\cos(\omega t)$ e $\sin(\omega t)$, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} I_{jr} \\ I_{ji} \\ I_{kr} \\ I_{ki} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{\text{RLC}} \cdot \begin{bmatrix} U_{jr} \\ U_{ji} \\ U_{kr} \\ U_{ki} \end{bmatrix} ; \quad (5.6-105)$$

sendo:

$$\mathbf{W}_{\text{RLC}} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} & A_{12} & B_{12} \\ C_{11} & D_{11} & C_{12} & D_{12} \\ A_{22} & B_{22} & A_{22} & B_{22} \\ C_{12} & D_{12} & C_{22} & D_{22} \end{bmatrix} ; \quad (5.6-106)$$

e sendo:

$$\begin{cases} A_{11} = \frac{R}{K_2} ; B_{11} = \frac{K_1}{K_2} ; C_{11} = -B_{11} ; D_{11} = A_{11} \\ A_{12} = -\frac{R}{K_2} ; B_{12} = -\frac{K_1}{K_2} ; C_{12} = -B_{12} ; D_{12} = A_{12} \\ A_{22} = \frac{R}{K_2} ; B_{22} = \frac{K_1}{K_2} ; C_{22} = -B_{22} ; D_{22} = A_{22} \\ K_1 = \mp \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right) \\ K_2 = R^2 + \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2 \end{cases} \quad (5.6-107)$$

Portanto, para a inclusão do elemento RLC série na matriz \mathbf{W} do sistema matricial global tensorial de imitâncias a ser resolvido (com o aspecto da equação (5.2-15)), a cada elemento W_{pq} relacionando a corrente de índice p com a tensão de índice q deve ser adicionado o elemento $W_{RLC\,pq}$.

Generalizando-se esse processo, para uma admitância complexa $Y = Y_r + i Y_i$ que conecte os nós j e k tem-se as equações:

$$\begin{bmatrix} U_{jr} - U_{kr} \\ U_{ji} - U_{ki} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_r & -Y_i \\ Y_i & Y_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{jr} \\ I_{ji} \end{bmatrix} \quad (5.6-108)$$

e

$$\begin{cases} I_{jr} + I_{kr} = 0 \\ I_{ji} + I_{ki} = 0 \end{cases} \quad (5.6-109)$$

Combinando-se as equações (5.6-108) e (5.6-109), chega-se facilmente à equação (5.6-105), com os elementos da matriz \mathbf{W}_{RLC} dados por:

$$\begin{cases} A_{11} = Y_r ; B_{11} = -Y_i ; C_{11} = Y_i ; D_{11} = Y_r \\ A_{12} = -Y_r ; B_{12} = Y_i ; C_{12} = -Y_i ; D_{12} = -Y_r \\ A_{22} = A_{11} ; B_{22} = B_{11} ; C_{22} = C_{11} ; D_{22} = D_{11} \end{cases} \quad (5.6-110)$$

Logo, note-se dos coeficientes (5.6-110) que, quando a admitância Y corresponde ao elemento RLC série, ou seja, quando

$$\begin{aligned} Y &= Y_r + i Y_i = \\ &= \frac{1}{R \mp i \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)} = \frac{R}{R^2 + \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2} + \frac{\pm i \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)}{R^2 + \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2}, \quad (5.6-111) \end{aligned}$$

são obtidos os mesmos valores dados em (5.6-107).

Deve-se também observar que, como o elemento RLC série é um elemento linear, a matriz de elementos de transferência \mathbf{W}_{RLC} no regime incremental é a mesma a ser aplicada em (5.6-105). Portanto, para pequenos incrementos de i e u , tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{jr} \\ \Delta I_{ji} \\ \Delta I_{kr} \\ \Delta I_{ki} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{\text{RLC}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_{jr} \\ \Delta U_{ji} \\ \Delta U_{kr} \\ \Delta U_{ki} \end{bmatrix} . \quad (5.6-112)$$

b) Modelagem de fonte de corrente

Considerando-se uma fonte de corrente i_{ec} , com a variação no tempo da forma dada na equação (5.2-4) e com os componentes I_{ecr} e I_{eci} , partindo do nó j ao nó k de modo similar ao mostrado na Figura 5.5-9, é suficiente adicionar tais componentes no sistema matricial global da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ I_{ejr} - I_{ecr} \\ I_{eji} - I_{eci} \\ \vdots \\ I_{ekr} + I_{ecr} \\ I_{eki} + I_{eci} \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \vdots \\ U_{jr} \\ U_{ji} \\ \vdots \\ U_{kr} \\ U_{ki} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{Linha do nó } j \text{ e componente } r \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \text{ e componente } i \\ \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \text{ e componente } r \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \text{ e componente } i \end{matrix} ; \quad (5.6-113)$$

sendo as correntes I_{ejr} , I_{eji} , I_{ekr} e I_{eki} os componentes das correntes das fontes externas de corrente injetadas nos nós; ou seja, sem considerar a corrente i_{ec} .

Para o caso em que a fonte de corrente é um valor a ser determinado durante o processo de cálculo, adota-se formação semelhante à do elemento de conexão entre dois nós apresentado no item 5.5.3, onde a corrente i_{ec} passa a ser a variável de saída e não variável auxiliar. Portanto, o sistema matricial global é aumentado da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ I_{e jr} \\ I_{e ji} \\ \vdots \\ I_{e kr} \\ I_{e ki} \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \vdots \\ U_{jr} \\ U_{ji} \\ \vdots \\ U_{kr} \\ U_{ki} \\ \vdots \\ I_{ecr} \\ I_{eci} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Linha do nó } j \text{ e componente } r \\ \leftarrow \text{Linha do nó } j \text{ e componente } i \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \text{ e componente } r \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \text{ e componente } i \\ \leftarrow \text{Linha da corrente } i_{ec} \text{ e componente } r \\ \leftarrow \text{Linha da corrente } i_{ec} \text{ e componente } i \end{array} \quad ; \quad (5.6-114)$$

sendo:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & & & & & & 0 & 0 \\ \cdots & W_{jj rr} & W_{jj ri} & \cdots & W_{jk rr} & W_{jk ri} & \cdots & 1 & 0 \\ & W_{jj ir} & W_{jj ii} & & W_{jk ir} & W_{jk ii} & & 0 & 1 \\ & & & & & & & 0 & 0 \\ W_{kj rr} & W_{kj ri} & & W_{kk rr} & W_{kk ri} & & & -1 & 0 \\ W_{kj ir} & W_{kj ii} & & W_{kk ir} & W_{kk ii} & & & 0 & -1 \\ & & & & & \ddots & & 0 & 0 \\ \cdots & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Linha do nó } j \text{ e comp. } r \\ \leftarrow \text{Linha do nó } j \text{ e comp. } i \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \text{ e comp. } r \\ \leftarrow \text{Linha do nó } k \text{ e comp. } i \\ \leftarrow \text{Linha da corrente } i_{ec} \text{ e comp. } r \\ \leftarrow \text{Linha da corrente } i_{ec} \text{ e comp. } i \end{array} \quad (5.6-115)$$

Dada a linearidade dos elementos da matriz \mathbf{W} , tem-se semelhante relação para o regime incremental de tensões e correntes.

c) Linha de transmissão monofásica sem a presença do efeito coroa nos cabos

Neste caso, conforme representado na Figura 5.5-7, e considerando-se que para uma determinada pulsação ω as correntes i_j e i_k e as tensões u_j e u_k têm a variação no tempo do tipo dado na equação (5.2-4), representa-se a impedância Z e a admitância Y por unidade de comprimento de forma semelhante à feita para o elemento RLC na equação (5.6-105), ou seja, separando-se as suas partes real e imaginária, respectivamente iguais a Z_r e Z_i , e Y_r e Y_i , donde resultam as seguintes equações do tipo das equações (4.2-1):

$$\left\{ \begin{array}{l} - \left[\begin{array}{c} \frac{dU_r}{dx} \\ \frac{dU_i}{dx} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} Z_r & -Z_i \\ Z_i & Z_r \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} I_r \\ I_i \end{array} \right] \\ - \left[\begin{array}{c} \frac{dI_r}{dx} \\ \frac{dI_i}{dx} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} Y_r & -Y_i \\ Y_i & Y_r \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} U_r \\ U_i \end{array} \right] \end{array} \right. \quad (5.6-116)$$

Portanto, pode-se também aqui estabelecer uma relação semelhante à equação (4.2-16) para as tensões e correntes nos dois nós terminais da linha, de índices j e k , utilizando-se qualquer uma das estratégias apresentadas no item 4.2, no entanto operando-se com matrizes com elementos reais, ou seja:

$$\left[\begin{array}{c} U_{kr} \\ U_{ki} \\ I_{kr} \\ I_{ki} \end{array} \right] = \mathbf{W}'_{LT} \cdot \left[\begin{array}{c} U_{jr} \\ U_{ji} \\ I_{jr} \\ I_{ji} \end{array} \right]; \quad (5.6-117)$$

sendo

$$\mathbf{W}'_{LT} = \left[\begin{array}{cccc} A'_{rr} & A'_{ri} & B'_{rr} & B'_{ri} \\ A'_{ir} & A'_{ii} & B'_{ir} & B'_{ii} \\ C'_{rr} & C'_{ri} & D'_{rr} & D'_{ri} \\ C'_{ir} & C'_{ii} & D'_{ir} & D'_{ii} \end{array} \right] \quad (5.6-118)$$

e sendo os elementos A' , B' , C' e D' função de Z_r , Z_i , Y_r , Y_i e do comprimento da linha.

Finalmente, manipula-se as submatrizes do quadripolo \mathbf{W}'_{LT} por forma a se obter o seguinte sistema matricial, propício para a solução nodal:

$$\left[\begin{array}{c} I_{jr} \\ I_{ji} \\ I_{kr} \\ I_{ki} \end{array} \right] = \mathbf{W}_{LT} \cdot \left[\begin{array}{c} U_{jr} \\ U_{ji} \\ U_{kr} \\ U_{ki} \end{array} \right]; \quad (5.6-119)$$

sendo os elementos da matriz \mathbf{W}_{LT} inclusos no sistema matricial global de forma

semelhante à do elemento RLC .

Novamente, em regime incremental, dada a linearidade dos elementos da matriz \mathbf{W}_{LT} , tem-se semelhante relação para os incrementos de corrente e de tensão.

A extensão desse processo às demais modelagens de elementos lineares apresentadas nos itens 5.4 e 5.5 é análoga. Por exemplo, no caso da representação da linha de transmissão anterior pelos modelos de eletrodos cilíndricos apresentados no item 5.4, se obteria uma equação semelhante à equação (5.6-119) através da equação (5.4-67), onde as correntes I seriam as correntes I_e injetadas nos nós dos eletrodos, as tensões U seriam as tensões nos nós dos eletrodos e os elementos da matriz \mathbf{W}_E também seriam inclusos no sistema matricial global na forma detalhada para o elemento RLC .

5.6.2.2 Resolução do sistema geral de equações

Como exemplo de aplicação, seja o circuito elétrico da Figura 5.6-15, no qual uma fonte de tensão em série com um resistor alimenta outro resistor e um indutor. Deseja-se calcular a tensão u_L no indutor.

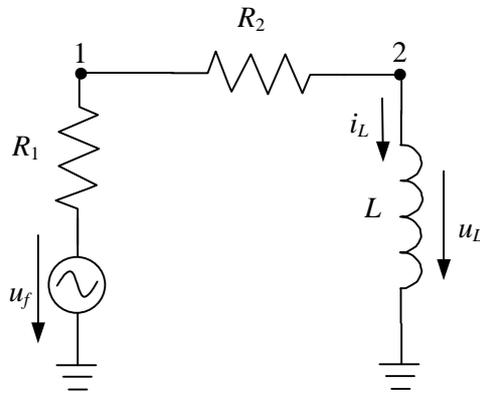


Figura 5.6-15 – Circuito exemplo para aplicação da modelagem tensorial

Para a resolução desse circuito, considerando-se o conjunto fonte de tensão e resistor em série como uma fonte de corrente i_f igual a u_f / R_1 em paralelo com a resistência R_1 , tal que se possa empregar a equação (5.6-113) para i_f e a equação (5.6-105) separadamente para o resistor R_1 , para o resistor R_2 e para o indutor L , chega-se ao seguinte sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} U_{f_r}/R_1 \\ U_{f_i}/R_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/R_1 + 1/R_2 & 0 & -1/R_2 & 0 \\ 0 & 1/R_2 & 0 & -1/R_2 \\ -1/R_2 & 0 & 1/R_2 & 1/(\mp L \omega) \\ 0 & -1/R_2 & 1/(\pm L \omega) & 1/R_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1_r} \\ U_{1_i} \\ U_{2_r} \\ U_{2_i} \end{bmatrix} ; \quad (5.6-120)$$

cujas fácil solução permite o conhecimento dos componentes U_{2_r} e U_{2_i} , que são os próprios componentes de u_L .

Naturalmente, como comentado anteriormente, para a análise de sinais com forma arbitrária no tempo, sendo o circuito somente formado por elementos lineares, pode-se efetuar o cálculo isolado para cada pulsação ω de interesse e então compor os resultados no domínio do tempo por meio da transformada inversa de Fourier. Assim, para o exemplo em questão, considerando-se o cálculo até a pulsação de índice h , vem:

$$u_L(t) = \sum_{p=0}^h \left[U_{2_r}(p \omega_o) \cos(p \omega_o t) \pm U_{2_i}(p \omega_o) \sin(p \omega_o t) \right] . \quad (5.6-121)$$

No entanto, havendo elementos não lineares no circuito, como exposto no início deste item 5.6.2, requer-se análise tensorial incremental, e necessita-se considerar simultaneamente todas as pulsações de interesse. Ou seja, opera-se com o sistema

$$\Delta \mathbf{A} = \mathbf{W} \cdot \Delta \mathbf{B} , \quad (5.6-122)$$

no qual os vetores $\Delta \mathbf{A}$ e $\Delta \mathbf{B}$ contêm os valores incrementais dos elementos de \mathbf{A} e \mathbf{B} , respectivamente, para todas as pulsações consideradas. A matriz \mathbf{W} é a matriz de imitâncias globais incrementais, a qual contém elementos mútuos entre diferentes pulsações, associados aos elementos não lineares do circuito, e é recalculada em cada iteração.

Por exemplo, suponha-se que o vetor $\Delta \mathbf{A}$ corresponda ao vetor dos incrementos de corrente $\Delta \mathbf{I}$ e que o vetor $\Delta \mathbf{B}$ corresponda ao vetor dos incrementos de tensão $\Delta \mathbf{U}$. Fazendo-se o desenvolvimento da equação (5.6-121) até a pulsação de índice h e, por comodidade de representação gráfica, considerando-se um circuito com três nós, obtém-se o sistema matricial (5.6-123) a seguir. Neste sistema, os elementos $W_{ab r_p r_d}$, $W_{ab i_p i_d}$, $W_{ab r_p i_d}$ ou $W_{ab i_p r_d}$ estão associados aos nós de índices a e b e às pulsações de ordem p e

d .

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{1 r_0} \\ \Delta I_{1 i_0} \\ \Delta I_{2 r_0} \\ \Delta I_{2 i_0} \\ \Delta I_{3 r_0} \\ \Delta I_{3 i_0} \\ \vdots \\ \Delta I_{1 r_h} \\ \Delta I_{1 i_h} \\ \Delta I_{2 r_h} \\ \Delta I_{2 i_h} \\ \Delta I_{3 r_h} \\ \Delta I_{3 i_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11 r_0 r_0} & W_{11 r_0 i_0} & W_{12 r_0 r_0} & W_{12 r_0 i_0} & W_{13 r_0 r_0} & \cdots & W_{13 r_0 i_h} \\ W_{11 i_0 r_0} & W_{11 i_0 i_0} & W_{12 i_0 r_0} & W_{12 i_0 i_0} & \cdots & \ddots & \vdots \\ W_{21 r_0 r_0} & W_{21 r_0 i_0} & W_{22 r_0 r_0} & W_{22 r_0 i_0} & \cdots & & \\ W_{21 i_0 r_0} & W_{21 i_0 i_0} & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ W_{31 r_0 r_0} & \vdots & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ W_{31 r_h r_0} & \vdots & & & \ddots & \vdots & \\ W_{31 i_h r_0} & W_{31 i_h i_0} & \cdots & & \cdots & W_{33 i_h i_h} & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_{1 r_0} \\ \Delta U_{1 i_0} \\ \Delta U_{2 r_0} \\ \Delta U_{2 i_0} \\ \Delta U_{3 r_0} \\ \Delta U_{3 i_0} \\ \vdots \\ \Delta U_{1 r_h} \\ \Delta U_{1 i_h} \\ \Delta U_{2 r_h} \\ \Delta U_{2 i_h} \\ \Delta U_{3 r_h} \\ \Delta U_{3 i_h} \end{bmatrix} \quad (5.6-123)$$

Em síntese, para a solução do problema, parte-se de um ponto de operação do sistema, caracterizado pelo índice “0”, onde são conhecidos os valores de U e I para as várias pulsações; ou seja, são conhecidos todos os elementos iniciais dos vetores $\mathbf{U}^{(0)}$ e $\mathbf{I}^{(0)}$. Inicia-se então o processo iterativo calculando-se os valores de I e U em cada iteração de índice q por:

$$\begin{cases} \mathbf{U}^{(q)} = \mathbf{U}^{(q-1)} + \Delta \mathbf{U} \\ \mathbf{I}^{(q)} = \mathbf{I}^{(q-1)} + \Delta \mathbf{I} \end{cases} \quad (5.6-124)$$

O processo deve ser continuado até que os desvios $\Delta \mathbf{U}$ e $\Delta \mathbf{I}$ sejam muito pequenos em relação aos respectivos valores de \mathbf{U} e \mathbf{I} .

Eventualmente, para redução do tempo computacional total, pode-se aplicar fatores de aceleração nas equações (5.6-124), sendo estes entre 0 e 1, e, em princípio, diferentes para os incrementos de tensão ou de corrente, respectivamente iguais a α_u e α_i , ou seja:

$$\begin{cases} \mathbf{U}^{(q)} = \mathbf{U}^{(q-1)} + (1 + \alpha_u) \Delta \mathbf{U} \\ \mathbf{I}^{(q)} = \mathbf{I}^{(q-1)} + (1 + \alpha_i) \Delta \mathbf{I} \end{cases} \quad (5.6-125)$$

A escolha do valor adequado dos fatores α_u e α_i é feita em função da comparação com

casos semelhantes ou por tentativas. Por exemplo, de acordo com algumas análises efetuadas em PORTELA (1970) para o cálculo de fluxo de potência em redes elétricas, valores do fator α da ordem de 0,5 a 0,8 costumam acelerar apreciavelmente o processo; valores menores de α , da ordem de 0,2 a 0,5, aceleram em geral o processo sem perturbar o processo incremental; valores altos de α , da ordem de 0,9, aceleram a convergência para alguns nós do sistema, introduzindo, porém, um caráter alternado e, por vezes, flutuações acentuadas.

Como exemplo de aplicação, retornando ao simples caso da Figura 5.6-15, se o conjunto do resistor R_2 em série com o indutor L corresponde a um reator saturado, passando-se assim a se ter uma não linearidade no circuito, a simplicidade do circuito passa a inexistir, e pode-se recorrer a estratégia anterior à solução do problema.

Portanto, sejam novamente as equações (5.6-1), (5.6-2) e (5.6-3), com as quais pode-se escrever:

$$u_L(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{d\phi}{di_L} \cdot \frac{di_L(t)}{dt} ; \quad (5.6-126)$$

donde resulta

$$u_L(t) = r(t) \cdot \frac{di_L(t)}{dt} , \quad (5.6-127)$$

sendo a função no tempo $r(t)$ a derivada do fluxo magnético no indutor em relação à corrente circulante, a qual pode ser obtida numericamente, graficamente ou derivando-se analiticamente funções interpolantes comumente empregadas, como, por exemplo, a equação (5.6-7).

No caso linear, como apresentado anteriormente, obviamente, a função $r(t)$ é constante e igual a L , e o emprego de uma formulação do tipo da equação (5.6-123) é desnecessário, já que todos os elementos mútuos entre pulsações diferentes na matriz \mathbf{W} são iguais a zero. Entretanto, no caso geral, se é assumido que as funções $u_L(t)$ e $i_L(t)$ são periódicas, do tipo da equação (5.6-6), a derivada no tempo $di_L(t)/dt$ também o será, assim como também deverá ser a função $r(t)$. Logo, devido ao produto à direita na equação (5.6-127), nos elementos da matriz \mathbf{W} da equação (5.6-123) referentes ao

indutor L surgem elementos mútuos não nulos relacionados a pulsações diferentes. Essa situação é a que foi exemplificada no início deste item 5.6.

Portanto, linearizando-se a equação (5.6-127) para pequenos incrementos no tempo de u_L e i_L , vem a seguinte equação:

$$\Delta u_L(t) = r(t) \cdot \frac{d\Delta i_L(t)}{dt} ; \quad (5.6-128)$$

ou ainda, para melhor operação a seguir na matriz de imitâncias incrementais globais \mathbf{W} e utilizando-se a função auxiliar y , a ser calculada, e que, por sua vez, é função de r e de ω , vem

$$\Delta i_L(t) = y(t) \cdot \Delta u_L(t) , \quad (5.6-129)$$

e, na forma procurada de componentes reais das pulsações, considerando-se um total de h pulsações, fica:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{L r_0} \\ \Delta I_{L i_0} \\ \vdots \\ \Delta I_{L r_h} \\ \Delta I_{L i_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{r_0 r_0} & Y_{r_0 i_0} & \dots & Y_{r_0 i_h} \\ & Y_{i_0 r_0} & & \vdots \\ & \vdots & & \\ & & & \\ & Y_{i_h r_0} & \dots & Y_{i_h i_h} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_{L r_0} \\ \Delta U_{L i_0} \\ \vdots \\ \Delta U_{L r_h} \\ \Delta U_{L i_h} \end{bmatrix} . \quad (5.6-130)$$

Assim sendo, utilizando-se a equação (5.6-130) para a representação do indutor L e para os demais elementos do circuito exemplo utilizando-se o mesmo desenvolvimento feito para o caso linear, vem:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{f r_0} \\ \Delta I_{f i_0} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta I_{f r_n} \\ \Delta I_{f i_n} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_{1 r_0} \\ \Delta U_{1 i_0} \\ \Delta U_{2 r_0} \\ \Delta U_{2 i_0} \\ \vdots \\ \Delta U_{1 r_n} \\ \Delta U_{1 i_n} \\ \Delta U_{2 r_n} \\ \Delta U_{2 i_n} \\ \vdots \end{bmatrix} ; \quad (5.6-131)$$

sendo:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -\frac{1}{R_2} & 0 & \frac{1}{R_2} + Y_{r_0 r_0}^{(q)} & Y_{r_0 i_0}^{(q)} & \dots & 0 & 0 & Y_{r_0 r_n}^{(q)} & Y_{r_0 i_n}^{(q)} & \dots \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & Y_{i_0 r_0}^{(q)} & \frac{1}{R_2} + Y_{i_0 i_0}^{(q)} & \dots & 0 & 0 & Y_{i_0 r_n}^{(q)} & Y_{i_0 i_n}^{(q)} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_2} & \dots \\ 0 & 0 & Y_{r_n r_0}^{(q)} & Y_{r_n i_0}^{(q)} & \dots & -\frac{1}{R_2} & 0 & \frac{1}{R_2} + Y_{r_n r_n}^{(q)} & Y_{r_n i_n}^{(q)} & \dots \\ 0 & 0 & Y_{i_n r_0}^{(q)} & Y_{i_n i_0}^{(q)} & \dots & 0 & -\frac{1}{R_2} & Y_{i_n r_n}^{(q)} & \frac{1}{R_2} + Y_{i_n i_n}^{(q)} & \dots \\ \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

(5.6-132)

Logo, calculando-se em cada iteração os elementos da matriz \mathbf{Y} e, portanto, os elementos da matriz \mathbf{W} , repete-se o processo até que os incrementos $\Delta \mathbf{U}$ sejam muito pequenos em relação aos respectivos valores de \mathbf{U} .

5.6.2.3 Aspectos adicionais de implementação computacional

Em síntese, o processo elaborado neste item 5.6.2 se constitui numa importante alternativa para o cálculo de elementos não lineares em circuitos elétricos genéricos, e, devido a sua característica inerentemente iterativa, permite tratar precisamente os acoplamentos entre harmônicos, ao contrário do processo descrito no item 5.6.1, onde foram adotadas algumas simplificações.

Contudo, sendo necessário abarcar um número muito grande de harmônicos, e sendo necessário modelar elementos cujas relações entre tensões e correntes resultam em matrizes “cheias”, como é o caso dos elementos do tipo eletrodo, nos primeiros testes realizados nesta tese, o método demonstrou-se grande consumidor de tempo e memória

computacional, sendo realmente difícil manipular matrizes com pouca esparsidade e com um número grande de harmônicos. Um atenuante para essa questão associada a um número elevado de harmônicos, mas não solução, é também o emprego de filtros (Lanczos, Hamming, Von Hann etc), tal como já foi comentado no item 5.6.1.7.

Nesse sentido, considerando-se o escopo desta tese e as demais modelagens de elementos não lineares que aqui também foram desenvolvidas, optou-se por aplicar este processo somente para uma das modelagens desenvolvidas para a linha de transmissão cujos cabos estejam sob o efeito coroa, um fenômeno não linear. Procedeu-se assim, quando for o caso, a integração de tal modelo da linha de transmissão com o circuito total em estudo pelas estratégias desenvolvidas nos itens 5.6.1.5.

CAPÍTULO 6 - Modelagens especiais

Apresenta-se neste capítulo três grupos de modelagens especiais a serem combinadas com as demais modelagens de elementos lineares e não lineares apresentadas no capítulo 5, nomeadamente a modelagem dos cabos de uma linha de transmissão aérea sob o efeito coroa, a modelagem de sistemas de aterramento com o solo circunvizinho ionizado e a modelagem do canal da descarga atmosférica.

Trata-se de modelagens que envolvem não linearidades, que, de certa forma, caracterizam um efeito de ionização do meio imediatamente ao redor de um elemento situado no ar ou no solo, daí o seu agrupamento neste capítulo.

Dessa forma, na primeira parte deste capítulo aborda-se o efeito coroa nos cabos de uma linha de transmissão aérea, apresentando-se três estratégias de solução que foram elaboradas no âmbito desta tese e que incorporam o modelo básico de quadripolos para a representação dos cabos da linha, mas com algumas alterações para a inclusão da não linearidade causada pelo efeito coroa. Designadamente, a primeira estratégia, mais semelhante aos processos de cálculo tradicionais, envolve a alteração das matrizes de capacitâncias transversais da linha ao longo do seu comprimento, para cada tempo de cálculo, dependendo se, neste tempo de cálculo, junto a algum cabo da linha passa-se para um nível diferente de intensidade do efeito coroa ou retorna-se ao estado sem coroa. Trata-se de um processo acumulativo no tempo, considerando-se uma superposição de degraus de corrente e tensão se propagando pela linha, e que considera parte da modelagem apresentada em SANTIAGO (1982). Nas segunda e terceira estratégias, diferentemente, a forma de inclusão do efeito coroa nos cabos da linha é feita através de fontes de correntes transversais “auxiliares” ao longo da linha, sendo que na terceira estratégia adota-se uma solução baseada na Análise Tensorial (PORTELA, 1970), que, por sua vez, é um processo inerentemente iterativo e que considera simultaneamente todo o período de tempo de cálculo. A aplicação destes processos está exemplificada no item 7.4.1.

Na segunda parte do capítulo elaborou-se uma metodologia para a incorporação do efeito de ionização do solo na região circunvizinha a determinados elementos do sistema

de aterramento submetidos à circulação de correntes de alta intensidade. Representam-se os elementos do sistema de aterramento pelos modelos de eletrodos cilíndricos apresentados no capítulo 5. O processo envolve a alteração das matrizes de impedâncias transversais entre eletrodos, para cada tempo de cálculo, dependendo se, neste tempo de cálculo, junto a algum eletrodo, o solo passa a um nível diferente de ionização ou retorna ao estado sem ionização. A aplicação deste processo está exemplificada no item 7.4.2.

Finalmente, na terceira e última parte deste capítulo descrevem-se duas estratégias para uma primeira aproximação de modelagem do canal da descarga atmosférica, também por eletrodos cilíndricos, buscando-se incorporar os diversos efeitos associados à atenuação e à alteração da velocidade de propagação ao longo do canal. Contudo, cumpre notar que tais modelagens do canal da descarga possuem diversas restrições e as mesmas têm apenas a intenção de permitir a avaliação da importância do canal da descarga nas análises dos efeitos da incidência de descargas atmosféricas no desempenho de linhas de distribuição e transmissão, tal como consta em alguns exemplos de aplicação dos capítulos 7 e 8. Portanto, reserva-se para uma etapa futura a esta tese uma modelagem refinada do canal da descarga atmosférica.

6.1 Modelagem dos cabos de uma linha de transmissão multifásica com a consideração do efeito coroa

No capítulo anterior, especificamente no item 5.5.5, resumiu-se a modelagem no domínio da frequência dos cabos de uma linha de transmissão multifásica sem a consideração do efeito coroa nos cabos. Essa modelagem, linear, de simples implementação no domínio da frequência, envolvendo um quadripolo equivalente visto dos terminais da linha, válida para linhas curtas ou longas, e que considera os cabos como sendo horizontais (além de outras simplificações comentadas nos capítulos 4 e 5), mostrou-se perfeitamente combinada com os demais modelos de elementos lineares e não lineares apresentados nos itens 5.4, 5.5 e 5.6.

Apresentou-se também no item 4.2.2.1 que tal quadripolo equivalente pode ser obtido da manipulação matemática de um quadripolo básico que representa adequadamente um pequeno trecho de comprimento Δx da linha de transmissão. Esse quadripolo básico é obtido para cada pulsação ω calculando-se inicialmente a matriz de impedâncias

longitudinais por unidade de comprimento, \mathbf{Z} , e a matriz de admitâncias transversais por unidade de comprimento, \mathbf{Y} . A matriz \mathbf{Y} , por sua vez, é obtida a partir da matriz de capacitâncias transversais, \mathbf{C} , conforme a expressão (4.2-50). Tal modelo dos cabos pode então ser facilmente incorporado no sistema global de equações nodais (5.2-15) por intermédio da matriz de transferência entre os terminais da linha, \mathbf{W}_{LT} , empregando-se a equação (5.5-32).

Adicionalmente, a estratégia de modelagem dos cabos da linha por eletrodos cilíndricos detalhada no item 5.4 apresenta-se como uma solução bem mais geral (vide a matriz de transferência \mathbf{W}_E na equação (5.4-67)) em relação ao modelo do quadripolo. De fato, os modelos de eletrodos permitem modelar as catenárias dos cabos, os efeitos dos pontos terminais da linha e, principalmente, incorporam naturalmente os acoplamentos eletromagnéticos entre os cabos da linha e elementos metálicos de torres, elementos de sistemas de aterramento, canal de descarga etc. Não obstante, a maior precisão com o emprego do modelo de eletrodos demanda muito maior alocação de memória e tempo computacional, quando se faz uma comparação com o modelo do quadripolo.

No caso da análise de propagação nos cabos da linha de transmissão sem a ocorrência do efeito coroa, durante todo o tempo de cálculo as matrizes \mathbf{W}_{LT} e \mathbf{W}_E podem ser calculadas independentes para cada pulsação ω , e então ser combinadas para a formação do sistema de equações do circuito elétrico global que representa a linha. Dessa forma, obtém-se facilmente os parâmetros de interesse no domínio do tempo por meio das transformações inversas de Fourier ou Laplace.

No entanto, se em um determinado tempo ao longo da simulação e em alguma coordenada longitudinal x ao longo da linha evidencia-se o efeito coroa em algum dos cabos da linha, passa-se a operar em regime não linear, invalidando-se assim o emprego de qualquer um dos métodos tradicionais de análise linear de redes elétricas. Esse aspecto pode ser interpretado, por exemplo, pelo surgimento de acoplamentos entre elementos das matrizes \mathbf{W}_{LT} e \mathbf{W}_E calculados para pulsações diferentes.

Deve-se ainda notar que o efeito coroa pode ocorrer simultaneamente em mais de um cabo e em vários pontos ao longo da linha, dificultando bastante a análise.

Portanto, a modelagem dos cabos da linha sob a condição não linear da ocorrência do efeito coroa tem sido alvo de muita pesquisa ao longo dos anos, publicando-se muitos trabalhos com aplicação a fenômenos rápidos, sendo a grande maioria voltados à aplicação nos programas da Série EMTP (e.g., LEE (1983), WEI-GANG e SEMLYEN (1987), AZEVEDO (1993), CARNEIRO JÚNIOR *et al.* (1994), GUILLIER e RIOUAL (1995), BARROS *et al.* (1995), NODA *et al.* (1999), NUCCI *et al.* (2000) e GALLAGHER e DUDURYCH (2004)). Dessa forma, em menor número tem-se trabalhos com aplicação a programas computacionais genéricos ou específicos para fenômenos lentos (e.g., ZKHAR-ITKIN (1975), GARY e MOREAU (1976), SANTIAGO (1982), MARUVADA *et al.* (1989), LI *et al.* (1989), MORENO O. (1998), PORTELA e SANTIAGO (1991), JUNQUEIRA (1991), CABRAL (1994), LESER (1995), DE BARROS (1995), HOFMANN e OSWALD (2002), MAMIS (2003) e DÁVILA *et al.* (2005)).

É interessante observar que, dentre a literatura técnica aqui pesquisada, não se encontrou qualquer menção a trabalhos com aplicação aos modelos de eletrodos para a representação dos cabos da linha, mas, apenas, basicamente, conforme citado anteriormente, aplicações envolvendo modelos de linhas de transmissão do tipo quadripolo, modelos com grupos de elementos RLC ou modelos tipicamente aplicados no domínio do tempo para os programas da Série EMTP.

Em síntese, as características básicas desses trabalhos denotam as dificuldades e a importância da modelagem do efeito coroa em cabos de linhas de transmissão, sendo estes os elementos motivadores para a elaboração do presente item deste capítulo, como se apresenta a seguir.

6.1.1 Aspectos básicos sobre o efeito coroa

Seja inicialmente um cabo sob a aplicação de uma tensão u variável no tempo, por exemplo, uma tensão do tipo impulsiva, donde resulta a tradicional curva $q \times u$ com o aspecto da Figura 6.1-1. Esta curva pode ser obtida por medição ou por simulação computacional, sendo este a partir do equacionamento dinâmico do campo elétrico na superfície do cabo para início do efeito coroa. Nesta figura, C_o é a capacitância na ausência do efeito coroa e é aplicável até o ponto em que inicia o efeito coroa (u_o, q_o), e a capacitância do ramo que descende é da ordem de C_o .

Considerando-se todo o ciclo do efeito coroa, uma aproximação razoável consiste em discretizar tal ciclo por segmentos de reta – a aproximação *estática*. Tais segmentos são definidos, no caso do exemplo da Figura 6.1-1, simplesmente, para facilidade de entendimento, pelos pontos $(0, 0)$, (u_1, q_1) , (u_2, q_2) e $(0, q_2)$. Portanto, tem-se para primeiro ramo ascendente e para o ramo descendente subsequente as capacitâncias incrementais, C_i :

$$\begin{cases} C_i = C_o = \frac{q_o}{u_o} \\ C_i = C_1 = \xi C_o = \frac{q_2 - q_1}{u_2 - u_1} \end{cases} \quad (6.1-1)$$

Dessa forma, da simples estilização da curva $q \times u$ com apenas três ramos apresentados na Figura 6.1-1, pode-se estabelecer que a influência do efeito coroa se dará para (PORTELA e SANTIAGO (1991)):

$$q > q_o, \frac{dq}{dt} > 0 \Rightarrow C_i = C_1 \quad (6.1-2)$$

ou

$$u > u_o, \frac{du}{dt} > 0 \Rightarrow C_i = C_1 ; \quad (6.1-3)$$

enquanto que o contrário, ou seja, sem a influência do efeito coroa, será para:

$$\begin{cases} q < q_o, \frac{dq}{dt} > 0 \Rightarrow C_i = C_o \\ \frac{dq}{dt} < 0 \Rightarrow C_i = C_o \end{cases} \quad (6.1-4)$$

ou

$$\begin{cases} u < u_o, \frac{du}{dt} > 0 \Rightarrow C_i = C_o \\ \frac{du}{dt} < 0 \Rightarrow C_i = C_o \end{cases} \quad (6.1-5)$$

Deve-se observar que, em princípio, este tipo de discretização da curva $q \times u$ real pode ser estendido para um número maior de segmentos, melhorando-se a aproximação à curva real. Além disso, como opção a tal processo, pode-se empregar aproximações empíricas ou formulações específicas que proporcionam o conhecimento contínuo da capacitância incremental – a modelagem *dinâmica* (e.g. SULICIU e SULICIU (1981), DE BARROS (1995)).

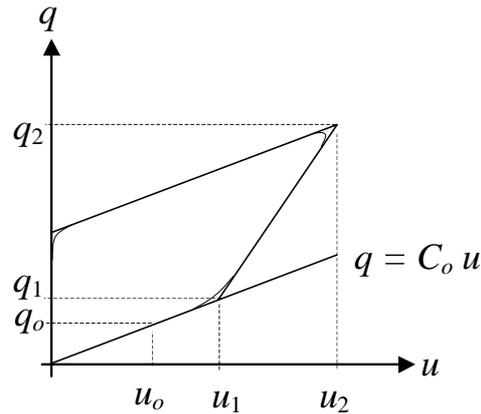


Figura 6.1-1 – Representação estilizada da curva $q \times u$

Para este simples caso do cabo sem demais cabos próximos, na ausência do efeito coroa, tem-se a seguinte relação entre a capacitância C_o e o coeficiente de geometria P_o (vide equação (4.2-23)):

$$C_o = 2 \pi \varepsilon_{ar} P_o^{-1} = 2 \pi \varepsilon_{ar} \left[\ln \left(\frac{2H}{b} \right) \right]^{-1} ; \quad (6.1-6)$$

sendo H e b a altura em relação ao solo e o raio externo do cabo, respectivamente.

Considerando-se a relação da capacitância incremental do ramo sob coroa C_1 dada nas equações (6.1-1), resulta:

$$P_1 = \frac{1}{\eta} P_o ; \quad (6.1-7)$$

sendo

$$C_1 = 2 \pi \varepsilon_{ar} P_1^{-1} = 2 \pi \varepsilon_{ar} \eta P_o^{-1} . \quad (6.1-8)$$

No caso de uma linha de transmissão multifásica, ou seja, constituída por nc cabos, para uma determinada coordenada longitudinal x ao longo da linha e designada pelo ponto de índice n , a relação no tempo entre o vetor das tensões nos cabos em relação à referência de potencial, \mathbf{u}_n , e o vetor das cargas nestes cabos por unidade de comprimento, \mathbf{q}_n , é dada pela seguinte equação matricial:

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{C}_n \cdot \mathbf{u}_n ; \quad (6.1-9)$$

sendo \mathbf{q}_n e \mathbf{u}_n com dimensão nc e \mathbf{C}_n uma matriz com dimensão $nc \times nc$.

Para este caso da linha multifásica, a matriz de capacitâncias \mathbf{C}_n é dada então por:

$$\mathbf{C}_n = 2 \pi \varepsilon_{ar} \mathbf{P}_n^{-1}; \quad (6.1-10)$$

onde \mathbf{P}_n é a matriz dos coeficientes de geometria da linha.

Sem a ocorrência do efeito coroa nos cabos, os elementos de \mathbf{P}_n são calculados pelas equações (4.2-36), reescritas a seguir para os cabos de índices a e b :

$$\begin{cases} P_{aa} = \ln \left(\frac{2 H_a}{b_a} \right) \\ P_{ab} = P_{ba} = \ln \left[\frac{\sqrt{(H_a - H_b)^2 + (D_a - D_b)^2}}{\sqrt{(H_a + H_b)^2 + (D_a - D_b)^2}} \right], \text{ para } a \neq b \end{cases} \quad (6.1-11)$$

No entanto, ocorrendo o efeito coroa em algum cabo da linha, a simples aplicação da equação (6.1-11) perde validade, e deve-se recorrer a estratégias de cálculo específicas, algumas com dificuldade matemática excessiva.

Uma solução simples e eficiente, todavia, foi apresentada em PORTELA e SANTIAGO (1991). De acordo com este processo, ocorrendo o efeito coroa em algum cabo da linha, por exemplo, no cabo de índice a , considera-se que o efeito coroa pode ser incorporado no cálculo alterando-se adequadamente o coeficiente de geometria próprio deste cabo, P_{aa} ; isto é, de acordo com as expressões (6.1-1), (6.1-6) e (6.1-8), ter-se-ia:

$$P_{aa} = \frac{1}{\xi} \ln \left(\frac{2 H_a}{b_a} \right). \quad (6.1-12)$$

Com essa estratégia, na equação (6.1-12), o efeito coroa no cabo de índice a afeta apenas o elemento de índice (a, a) da diagonal da matriz de coeficientes, \mathbf{P}_n , enquanto que após a inversão da matriz \mathbf{P}_n para a obtenção da matriz de capacitâncias, \mathbf{C}_n , a presença do efeito coroa no cabo de índice a afeta todos os elementos da matriz \mathbf{C}_n , dando robustez física à estratégia. A praticidade desse processo é evidente, e o mesmo ou semelhantes têm sido empregados desde então (e.g., AZEVEDO (1993), BARROS *et al.* (1995), DÁVILA *et al.* (2005)).

Para uso ulterior neste capítulo, cumpre também considerar, ao invés da matriz \mathbf{C}_n na equação (6.1-10), a parcela das capacitâncias associada apenas ao efeito coroa, dada pela matriz \mathbf{C}'_n , ou seja:

$$\mathbf{C}'_n = \mathbf{C}_n - \mathbf{C}_{o_n} ; \quad (6.1-13)$$

onde a matriz de capacitâncias \mathbf{C}_{o_n} é calculada sem a presença do efeito coroa nos cabos pelas equações (6.1-10) e (6.1-11).

Nesse caso, define-se o vetor dos incrementos das cargas nos cabos devidos apenas ao efeito coroa, \mathbf{q}'_n , por:

$$\mathbf{q}'_n = \mathbf{C}'_n \cdot \mathbf{u}_n . \quad (6.1-14)$$

Finalmente, para o cálculo da matriz de admitâncias transversais por unidade de comprimento da linha de transmissão, \mathbf{Y} , emprega-se a expressão (4.2-50), elaborada no domínio da pulsação ω e reescrita a seguir para o ponto de índice n ao longo da linha:

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{G}_n \mp i \omega \mathbf{C}_n = \mathbf{G}_n \mp i \omega 2 \pi \varepsilon_{ar} \mathbf{P}_n^{-1} ; \quad (6.1-15)$$

sendo \mathbf{G}_n a matriz associada à condutância do ar por unidade de comprimento, e que aqui, por comodidade analítica, será desprezada.

Note-se que a matriz \mathbf{C}_n relaciona no tempo os vetores das tensões \mathbf{u}_n e das cargas \mathbf{q}_n nos cabos, como consta na equação (6.1-9), assim como também proporciona o cálculo da matriz das admitâncias \mathbf{Y}_n para a pulsação ω por intermédio do fator $\mp i \omega 2 \pi \varepsilon_{ar}$, como consta na expressão (6.1-15).

Deve-se ainda mencionar que as equações básicas anteriores estão associadas à modelagem dos cabos da linha pelo modelo de quadripolo de linha de transmissão, conforme será exposto no próximo item, enquanto que também se poderia tê-las descrito a partir das equações da modelagem dos cabos por eletrodos cilíndricos. Contudo, como já comentado no item introdutório, devido ao maior tempo computacional e às dificuldades de modelagem requeridas pela estratégia que emprega os eletrodos cilíndricos, preferiu-se apresentar neste capítulo apenas os processos mais simples por quadripolos, além do fato destes também serem bastante eficientes para várias análises, como pode ser observado, por exemplo, nos exemplos do item 7.3. Não obstante, a partir do texto do item 6.2, onde se aplica os modelos de eletrodos cilíndricos para a representação do efeito de ionização do solo junto a sistemas de aterramento, dada a similaridade dos respectivos processos, pode-se ter uma boa noção da estratégia de modelagem do efeito coroa nos cabos da linha por intermédio de eletrodos cilíndricos, basicamente considerando-se como condicionamento limite o campo elétrico crítico no ar e não no solo.

6.1.2 Relações básicas entre tensões e correntes num trecho de linha

Em ausência do efeito coroa nos cabos de uma linha multifásica, as relações entre os vetores das tensões \mathbf{U} e das correntes \mathbf{I} nos cabos da linha ao longo da coordenada longitudinal x , conforme mostrado no trecho de comprimento infinitesimal dx da Figura 4.2-3, são dadas pelas equações (4.2-31), as quais são independentes para cada pulsação ω , conforme se reescreve a seguir:

$$\begin{cases} -\frac{d\mathbf{U}}{dx} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \\ -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} \end{cases} \quad (6.1-16)$$

A solução das equações (6.1-16) em função de x é encontrada para \mathbf{U} e \mathbf{I} expressos matricialmente conforme as equações (4.2-33).

Para um comprimento l_{LT} da linha (podendo este ser parte ou toda a linha), as condições de contorno nos dois terminais da linha e a estratégia eficiente de cálculo apresentada no item 4.2.2.1 conduzem ao quadripolo equivalente \mathbf{W}'_{LT} , o qual relaciona

independentemente para cada pulsação ω os vetores das tensões \mathbf{U} e das correntes \mathbf{I} nos dois terminais da linha, designados pelos índices j e k , ou seja:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_j \\ \mathbf{I}_j \end{bmatrix} ; \quad (6.1-17)$$

sendo \mathbf{W}'_{LT} obtido em função de l_{LT} e das matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} .

Contudo, conforme já foi introduzido neste capítulo, ocorrendo o efeito coroa em algum dos cabos da linha em um determinado tempo de cálculo t e em uma determinada coordenada x ao longo da linha, dada a não linearidade do fenômeno, surgem acoplamentos entre os elementos da matriz \mathbf{W}'_{LT} calculados para pulsações diferentes, mormente para as parcelas associadas aos parâmetros transversais da linha. Nesse caso, pode-se tratar o efeito da não linearidade nas várias formas já comentadas no item 5.6, criando-se um processo de “correção” de parâmetros específicos das equações (6.1-16).

Esses aspectos foram investigados inicialmente nesta tese de três formas, designadamente:

1. Variação no tempo da matriz de admitâncias transversais, \mathbf{Y} , obtida em função da pulsação ω , por intermédio da variação no tempo da matriz de capacitâncias, \mathbf{C} .
2. Inclusão dos componentes na pulsação ω de fontes de correntes transversais “auxiliares”, \mathbf{D}' , variáveis a cada instante de tempo, com sentido semelhante ao da solução “1”.
3. Inclusão dos componentes na pulsação ω de fontes de correntes longitudinais “auxiliares” variáveis a cada instante de tempo.

A solução “1” apresenta certa semelhança às soluções tradicionalmente adotadas nas publicações técnicas, apesar de aqui ser elaborada no domínio da frequência, enquanto que a solução “2”, na forma em que a mesma é apresentada, trata-se de uma nova proposta. A solução “3”, após alguns testes iniciais que foram realizados, se mostrou para vários casos divergente, e preferiu-se abandoná-la.

A solução “2” está ilustrada na Figura 6.1-2, onde consta um trecho infinitesimal de comprimento dx da linha. Logo, apresentando-se como uma extensão das equações (6.1-16), obtém-se desta figura as seguintes equações para cada pulsação ω :

$$\begin{cases} -\frac{dU}{dx} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \\ -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} + \mathbf{D}' = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}' = \mathbf{D}_T \end{cases} \quad (6.1-18)$$

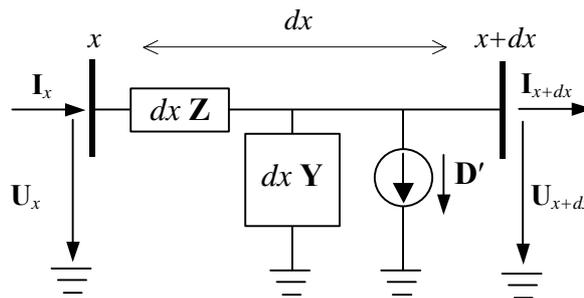


Figura 6.1-2 – Representação de um trecho de linha de transmissão e vetor de densidades de correntes transversais “auxiliares” \mathbf{D}'

Na segunda das equações (6.1-18), a soma matricial $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} + \mathbf{D}'$, igual ao vetor \mathbf{D}_T , representa a corrente transversal total no trecho dx . O vetor \mathbf{D}' significa a ocorrência do efeito coroa no(s) cabo(s) e o produto $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}$, igual ao vetor \mathbf{D}_0 , significa a corrente transversal sem a presença do efeito coroa.

No domínio do tempo, a composição de todos os componentes harmônicos de \mathbf{D}_T , \mathbf{D}_0 e \mathbf{D}' resulta nos vetores $\delta_T(t)$, $\delta_0(t)$ e $\delta'(t)$, respectivamente, ou seja,

$$\delta_T(t) = \delta_0(t) + \delta'(t) \quad (6.1-19)$$

os quais serão abordados adiante no texto.

Deve-se notar que a análise da solução das equações (6.1-18) denota que, assim como ocorre com \mathbf{I} e \mathbf{U} , o vetor \mathbf{D}' também é função da coordenada x , o que dificulta extremamente a obtenção de uma simples função de \mathbf{I} , \mathbf{U} e \mathbf{D}' com a coordenada x da forma apresentada nas equações (4.2-33). Essa questão também é tratada adiante, especificamente no item 6.1.4.

Sintetizando, pode-se afirmar que ambas as soluções do tipo “1” e “2” têm vantagens e desvantagens, nomeadamente:

- A solução do tipo “1”:

Esta solução é mais facilmente implementada computacionalmente nos tradicionais programas de transitórios eletromagnéticos com base de cálculo no domínio do tempo, mas geralmente requer, para maior precisão, a discretização da linha em muitos trechos. Naturalmente, a modelagem da variação dos parâmetros da propagação com a frequência exige providências especiais, mas que já se encontram razoavelmente solucionadas em alguns trabalhos técnicos que abordam a propagação de surtos em linhas de transmissão.

Por outro lado, existem algumas dificuldades associadas para a implementação desta solução no domínio da frequência. De fato, a alteração da impedância transversal da linha ao longo de seu comprimento exige que se refaça todo o cálculo da propagação em cada instante de tempo, por exemplo utilizando-se os processos apresentados nos itens 5.6.1.4 ou 5.6.1.5, ou que se faça o cálculo iterativamente considerando todo o período de cálculo, por exemplo aproveitando-se o processo apresentado no item 5.6.2.

No caso do processo do item 5.6.1.4, as capacitâncias variáveis no tempo a serem incluídas ao longo da linha são obtidas da equação (6.1-13) e considerando-se o seu acúmulo ao longo do trecho da linha em representação. Já para a opção de cálculo baseada no item 5.6.1.5, a qual facilita a comunicação do cálculo específico da linha de transmissão sob o efeito coroa com um programa computacional externo, e que considera a propagação de degraus de incrementos de tensão e corrente pela linha, para cada tempo de cálculo, esbarra-se na necessidade de se considerar adequadamente no cálculo o tempo de propagação dos degraus em cada trecho e entre trechos diferentes da linha. Os testes que foram aqui realizados comprovaram tal dificuldade, e apontaram a necessidade de pesquisa futura de melhoria desta estratégia empregando a superposição de degraus de tensão e corrente pela linha. Mesmo assim, dada a importância do desenvolvimento deste tipo de modelagem para o cálculo da propagação de surtos em linhas de transmissão, optou-se por aplicá-la à situação específica

abordada a seguir no item 6.1.3 , onde as dificuldades associadas ao tráfego dos degraus pelos vários trechos da linha não acontecem e pode-se comprovar a viabilidade da estratégia.

- A solução do tipo “2”:

Esta solução exige a criação de programas computacionais ou módulos de cálculo específicos para a sua implementação, além das dificuldades de cálculo previamente mencionadas, mas tem a grande vantagem de não exigir a alteração das impedâncias transversais da linha, e sim apenas de fontes de corrente transversais conectadas à linha. Essa característica é favorável nos processos elaborados no domínio da frequência, conforme foi exposto, por exemplo, no item 5.6.1.2, para a modelagem de chaves.

Nesse sentido, optou-se por elaborar nesta tese duas estratégias, sendo que na segunda utiliza-se a técnica da Análise Tensorial (vide item 5.6.2), apesar de haver dificuldades para a aplicação desta estratégia para o cálculo da propagação de sinais rápidos na linha, pelo fato deste envolver simultaneamente um número muito grande de pulsações e assim conduzir à manipulação de matrizes de grandes dimensões.

De um modo geral, comparada à solução do tipo “1”, observou-se que a solução do tipo “2” pode ser estabelecida com um número menor de trechos para representar a linha.

Portanto, para facilidade de exposição dos processos elaborados nesta tese, a seguir apresentam-se as formas em que se implementou computacionalmente as soluções “1” e “2”. Também, por comodidade, apresentam-se tais processos considerando-se os valores no tempo obtidos pela Série de Fourier conforme a expressão (4.4-7), ou seja, envolvendo componentes de pulsações positivas proporcionais à pulsação fundamental, ω_0 , apesar de ser possível aplicar as soluções “1” e “2” em conjunto com as Integrais Inversas de Fourier ou Laplace.

6.1.3 Estratégia de modelagem do efeito coroa representando os cabos por quadripolos e considerando a variação das capacitâncias transversais dos cabos ao longo da linha

Nesta modelagem da linha sob o efeito coroa, combina-se a estratégia de modelagem de elemento genérico apresentada no item 5.6.1.5 com a estratégia de modelagem de linha monofásica sob o efeito coroa apresentada em SANTIAGO (1982).

Basicamente, consideram-se fontes de tensão e ou corrente numa extremidade da linha de transmissão e na outra extremidade uma carga (em geral, multifásica). Faz-se o cálculo de trecho em trecho empregados para a representação da linha, da fonte em direção à carga, atualizando-se em cada trecho toda a forma de onda das tensões e correntes nos nós iniciais do trecho. Cada cálculo de propagação é efetuado considerando-se degraus de tensão e corrente que se propagam do trecho em questão à extremidade final da linha, superpondo-se estes degraus para compor o sinal completo.

Portanto, são os seguintes os passos necessários à implementação computacional desta modelagem:

1. Definição dos dados fundamentais para o processo:

m – quantidade de trechos (não necessariamente com o mesmo comprimento*) para representar todo o comprimento da linha na simulação, l_{LT} , definindo-se assim $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha e m trechos de comprimento Δl_m . Nos passos a seguir, cada trecho é associado ao inteiro it ; ou seja, it varia de 1 até m ;

Δt e T – passo de tempo e período de tempo total de cálculo, respectivamente, definindo-se assim a pulsação fundamental $\omega_0 = 2 \pi / T$;

h_u – quantidade de pulsações para a representação da variação das tensões, correntes e cargas dos cabos em função do tempo. Nos passos a seguir, h_u é associado ao inteiro p ; ou seja, p varia de 0 até h_u ;

* O emprego de trechos com mesmo comprimento não se constitui em uma obrigatoriedade, mas facilita a manipulação das matrizes envolvidas e reduz a quantidade de matrizes a serem armazenadas em memória.

Curva $q \times u$ – definição da curva típica $q \times u$ para os cabos empregados na linha, considerando-se a gama de parâmetros e as formas de onda das tensões a que os cabos serão submetidos.

Além destes dados, obviamente, necessita-se também as coordenadas e os dados físicos e elétricos dos cabos.

2. Definição ou cálculo das tensões na extremidade inicial da linha, nomeadamente nos nós de índice j , para todo o tempo entre 0 e T :

No caso do cálculo isolado da linha de transmissão, é natural conhecer-se a forma de onda por todo o tempo entre 0 e T das fontes de tensão (ou fontes de corrente e impedâncias) conectadas nos dois terminais da linha, tornando óbvio este passo. Já no caso da integração deste modelo de cálculo com um programa computacional externo, conforme se comenta no item 6.1.5, tais valores no tempo podem ser calculados de forma acumulativa a cada intervalo de tempo entre 0 e T , considerando-se incrementos de degraus de tensão e ou corrente injetados na linha.

3. Cálculo das tensões na extremidade final do trecho it da linha, para todo o tempo entre 0 e T :

- a. Cálculo dos componentes dos incrementos das tensões conhecidas nos nós iniciais do trecho de índice it da linha, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação $p \omega_0$:

Considera-se, como exemplificado na Figura 6.1-3 para a tensão no cabo de índice a e no nó de índice “ $it-1$ ” da linha, $u_{a, it-1}(t)$, o degrau referente ao incremento da tensão entre o tempo $t^{(r-1)}$ e $t^{(r)}$, e sendo tal degrau calculado da integração entre o tempo $t^{(r-1)}$ e T , incluindo-se também a “parcela de correção”, conforme indicado nesta figura. Portanto, para este exemplo, o componente para cada pulsação $p \omega_0$ do incremento de tensão, $\Delta U_{a, p, it-1}^{(r)}$, conforme as equações (4.4-8) e (4.4-9), é dado por:

$$\left\{ \begin{aligned}
\Delta U_{a p, it-1}^{(r)}(p \omega_o) &= \frac{(u_{a, it-1}^{(r)} - u_{a, it-1}^{(r-1)}) \cdot (T - t^{(r)})}{2T} + \\
&+ \frac{1}{T} (a t^{(r)2} + 2 b t^{(r)}) - \\
&- \frac{1}{T} (a t^{(r-1)2} + 2 b t^{(r-1)}), \text{ para } p = 0 \\
\Delta U_{a p, it-1}^{(r)}(p \omega_o) &= \frac{(u_{a, it-1}^{(r)} - u_{a, it-1}^{(r-1)}) \cdot (e^{\pm i p \omega_o T} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}})}{\pm i p \omega_o T} + \\
&+ \frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}}}{\pm i p \omega_o T} \left(a t^{(r)} - \frac{a}{\pm i p \omega_o} + b \right) - \\
&- \frac{e^{\pm i p \omega_o t^{(r-1)}}}{\pm i p \omega_o T} \left(a t^{(r-1)} - \frac{a}{\pm i p \omega_o} + b \right), \text{ para } p > 0 \\
a &= \frac{u_{a, it-1}^{(r)} - u_{a, it-1}^{(r-1)}}{t^{(r)} - t^{(r-1)}} \\
b &= - \frac{u_{a, it-1}^{(r)} t^{(r-1)} - u_{a, it-1}^{(r-1)} t^{(r)}}{t^{(r)} - t^{(r-1)}}
\end{aligned} \right.$$

(6.1-20)

Note-se que, no caso do primeiro trecho da linha, as tensões $u_{a, it-1}^{(r)}$ já foram conhecidas no passo 2, enquanto que para os demais trechos estas tensões advêm do passo 3.f.

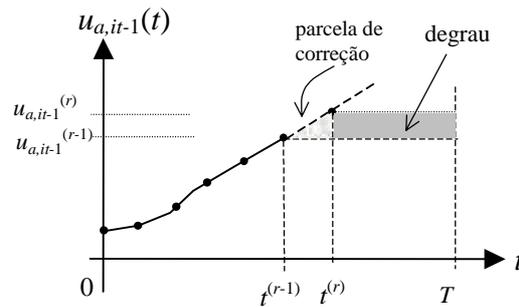


Figura 6.1-3 – Degrau referente ao incremento da tensão $u_{a, it-1}(t)$ entre os tempos $t^{(r-1)}$ e $t^{(r)}$

- b. Cálculo dos quadripolos equivalentes \mathbf{W}'_{LT} do trecho de índice it ao último trecho da linha, e do quadripolo equivalente a este grupo de trechos, $\mathbf{W}'_{LT \text{ eq } it}$, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação $p \omega_0$:

Inicialmente, calcula-se a matriz das impedâncias longitudinais por unidade de comprimento, \mathbf{Z} , pelas equações (4.2-35) a (4.2-49). Posto que a matriz \mathbf{Z} não mudará ao longo do tempo de cálculo, em virtude do efeito coroa somente ser representado nesta estratégia pela alteração da matriz de impedâncias transversais, para redução de tempo computacional, é interessante guardar em memória os respectivos valores de \mathbf{Z} calculados para o primeiro tempo de cálculo.

Em seguida, para cada um dos “ $m - it + 1$ ” trechos ao longo da linha e para cada pulsação $p \omega_0$, conhecendo-se a matriz das capacitâncias transversais (ocorrendo ou não o efeito coroa no(s) cabo(s) no(s) ponto(s) ao longo do trecho em que se fez o cálculo das capacitâncias) no tempo $t^{(r-1)}$, ou seja, no tempo de cálculo imediatamente anterior (vide o passo 4 adiante), calcula-se pela expressão (6.1-15) a matriz de admitâncias transversais por unidade de comprimento, \mathbf{Y} .

Assim sendo, o conhecimento das matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} para cada trecho da linha permite o cálculo do quadripolo equivalente \mathbf{W}'_{LT} para cada um destes trechos (vide Figura 6.1-4 para todos os trechos da linha), de forma similar à apresentada na expressão (4.2-64), ou seja, relacionando-se as tensões U e as correntes I nos nós terminais de cada trecho.

Por conseqüência, associando-se os “ $m - it + 1$ ” quadripolos em cascata, o quadripolo equivalente $\mathbf{W}'_{LT \text{ eq } it}$ entre o início do trecho de índice it da linha e o final da linha, que relaciona os incrementos das tensões e correntes nos nós de índices “ $it-1$ ” e k , é obtido da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_k \\ \Delta \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT k} \cdot \mathbf{W}'_{LT m-1} \cdots \mathbf{W}'_{LT it} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{it-1} \\ \Delta \mathbf{I}_{it-1} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT \text{ eq } it} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{it-1} \\ \Delta \mathbf{I}_{it-1} \end{bmatrix}; \quad (6.1-21)$$

sendo:

$$\mathbf{W}'_{LT \text{ eq } it} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{\text{eq } it} & \mathbf{B}'_{\text{eq } it} \\ \mathbf{C}'_{\text{eq } it} & \mathbf{D}'_{\text{eq } it} \end{bmatrix}. \quad (6.1-22)$$

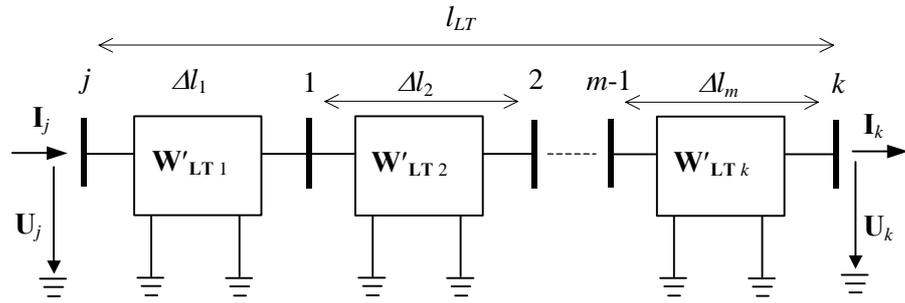


Figura 6.1-4 – Representação da linha de transmissão multifásica por m quadripolos equivalentes \mathbf{W}'_{LT}

- c. Cálculo dos componentes dos incrementos das correntes desconhecidas nos nós iniciais do trecho de índice it da linha, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação $p \omega_o$:

Considerando-se que no final da linha conecta-se uma carga, representada pela matriz \mathbf{Z}_q , tem-se:

$$\Delta \mathbf{U}_k = \mathbf{Z}_q \cdot \Delta \mathbf{I}_k ; \quad (6.1-23)$$

e, das expressões (6.1-21) e (6.1-22), tem-se:

$$\Delta \mathbf{I}_{it-1} = -(\mathbf{Z}_q \cdot \mathbf{D}'_{\text{eq } it} - \mathbf{B}'_{\text{eq } it})^{-1} \cdot (\mathbf{Z}_q \cdot \mathbf{C}'_{\text{eq } it} - \mathbf{A}'_{\text{eq } it}) \cdot \Delta \mathbf{U}_{it-1} . \quad (6.1-24)$$

- d. Cálculo dos componentes dos incrementos das tensões desconhecidas nos nós finais do trecho de índice it da linha, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação $p \omega_o$:

Tendo sido conhecidas as correntes $\Delta \mathbf{I}_{it-1}$ no passo 3.c, calcula-se os incrementos das tensões no final do trecho, $\Delta \mathbf{U}_{it}$, por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{it-1} \\ \Delta \mathbf{I}_{it-1} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT it} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{it} \\ \Delta \mathbf{I}_{it} \end{bmatrix} \quad \therefore \quad \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{it} \\ \Delta \mathbf{I}_{it} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT it}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{it-1} \\ \Delta \mathbf{I}_{it-1} \end{bmatrix} . \quad (6.1-25)$$

- e. Atualização dos componentes das tensões desconhecidas nos nós finais do trecho de índice it da linha, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação $p \omega_o$:

Simplemente, adiciona-se os incrementos das tensões ΔU_{it} calculados no tempo $t^{(r)}$ aos componentes das tensões calculados no tempo $t^{(r-1)}$. Assim, por exemplo, para o cabo de índice a , seria:

$$U_{a p, it}^{(r)}(p \omega_o) = U_{a p, it}^{(r-1)}(p \omega_o) + \Delta U_{a p, it}^{(r)}(p \omega_o). \quad (6.1-26)$$

- f. Cálculo dos valores das tensões no final do trecho de índice it da linha e para o tempo $t^{(r)}$:

Por intermédio da transformada inversa de Fourier, dada pela expressão (4.4-7), obtém-se para cada cabo de índice a a tensão no tempo $t^{(r)}$, $u_{a, it}(t^{(r)})$, por:

$$u_{a, it}(t^{(r)}) = \Re \left[2 \sum_{p=0}^{h_u} U_{a p, it}^{(r)}(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t^{(r)}} \right]. \quad (6.1-27)$$

Caso ainda não se tenha atingido o tempo final de cálculo T , aumenta-se o tempo de cálculo corrente $t^{(r)}$ em Δt , ou seja, $t^{(r+1)} = t^{(r)} + \Delta t$, e retorna-se ao passo 3.a; caso contrário, passa-se ao passo 4.

4. Verificação da ocorrência do efeito coroa no trecho de índice it da linha para cada tempo $t^{(r)}$ entre 0 e T :

Tendo sido calculadas para todos os tempos $t^{(r)}$ entre 0 e T as tensões nas duas extremidades da trecho de índice it da linha pelo passo 3.f, e empregando-se, por exemplo, uma curva $q \times u$ como a dada na Figura 6.1-1, para o cabo de índice a do trecho da linha, considera-se que o cabo está sob o efeito coroa quando:

$$\begin{cases} u_{a, it}(t^{(r)}) > 0: & u_{a, it}(t^{(r)}) > u_1 \quad \text{e} \quad \frac{du_{a, it}(t^{(r)})}{dt} > 0 \\ u_{a, it}(t^{(r)}) < 0: & u_{a, it}(t^{(r)}) < -u_1 \quad \text{e} \quad \frac{du_{a, it}(t^{(r)})}{dt} < 0 \end{cases}; \quad (6.1-28)$$

caso contrário, considera-se que o cabo não está sob o efeito coroa.

Naturalmente, discretizando-se a curva $q \times u$ de operação do cabo em mais trechos lineares, a extensão deste processo é imediata. Note-se também que, para maior precisão, a tensão $u_{a,it}$ pode ser assumida como a média das tensões entre as duas extremidades do trecho.

Portanto, de acordo com as indicações de ocorrência do efeito coroa dadas nas equações (6.1-28), para o cálculo do próximo trecho da linha, obtém-se as novas matrizes de capacitâncias C_n para cada tempo de cálculo com as equações (6.1-10) a (6.1-12).

5. Novo trecho de cálculo:

Caso ainda não se tenha atingido o último trecho da linha, passa-se para o trecho seguinte e retorna-se ao passo 3; caso contrário, finaliza-se o cálculo.

6.1.4 Estratégias de modelagem do efeito coroa representando os cabos por quadripolos e considerando a variação das correntes transversais nos cabos ao longo da linha

Conforme comentado anteriormente, a solução simultânea do vetor das tensões transversais \mathbf{U} com o vetor das correntes longitudinais na linha \mathbf{I} e com o vetor das densidades de correntes transversais auxiliares \mathbf{D}' em função da coordenada longitudinal x ao longo da linha, a partir das equações (6.1-18), se constitui num grande inconveniente de cálculo.

Realmente, tal dificuldade fica evidente ao se observar a formulação apresentada em MORENO O. (1998), onde, aparentemente numa primeira vez, empregou-se a Análise Tensorial e o modelo de quadripolos para o cálculo do efeito coroa em uma linha de transmissão trifásica com um cabo por fase. De qualquer forma, apesar de algumas simplificações que foram adotadas *, os resultados de MORENO O. (1998) apontaram o

* O modelo de MORENO O. (1998) restringiu-se ao uso de somente uma pulsação, o que dificulta a análise da propagação na linha de ondas com formato arbitrário, considerou-se regime balanceado para a propagação das ondas de tensão e corrente nas três fases, e considerou-se que no máximo uma fase estaria em coroa em cada instante de tempo, reduzindo assim bastante a aplicabilidade do modelo.

emprego da Análise Tensorial como uma solução interessante para o cálculo da propagação em linhas sob o efeito coroa.

Contudo, também após alguns testes preliminares efetuados no âmbito da presente tese, observou-se que se consegue estabelecer um processo de cálculo bem mais simples, e razoavelmente convergente, se for considerado que a linha possa ser dividida em alguns trechos, de comprimento Δl e com valor adequado às características da propagação, e representando-se o integral do efeito coroa no trecho por uma única fonte de corrente transversal em cada fase, J' , concentrada no final de cada trecho. Ou seja, para a componente J' associada à pulsação ω , ter-se-ia:

$$J'(\omega) = \int_0^{\Delta l} D'(\omega, x) dx \quad . \quad (6.1-29)$$

Portanto, mostra-se na Figura 6.1-5 um trecho da linha de comprimento Δl , cujos terminais são designados pelos índices “1” e “2”, onde o quadripolo W'_{LT} representa o trecho Δl da linha e J' é o vetor das fontes de corrente “coroa” concentradas em cada fase e no final do trecho, J' .

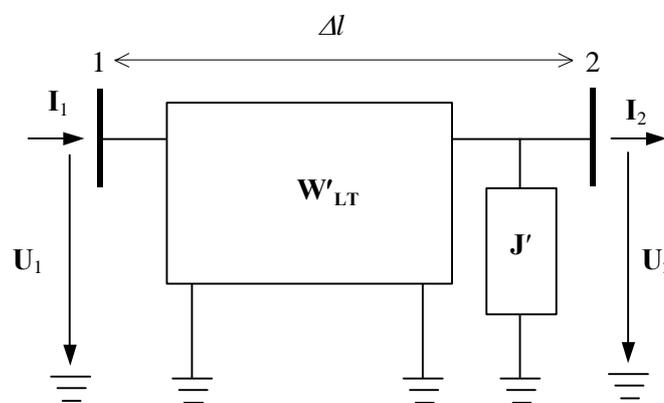


Figura 6.1-5 – Representação de um trecho Δl de linha de transmissão sob o efeito coroa

Para a representação de todo o comprimento l_{LT} da linha, este pode ser dividido em m trechos iguais de comprimento Δl , culminando na representação em cascata de quadripolos da Figura 6.1-6.

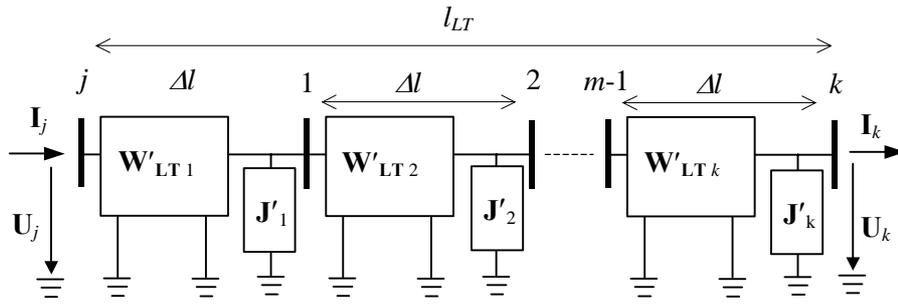


Figura 6.1-6 – Representação da linha de transmissão multifásica por m quadripolos equivalentes \mathbf{W}'_{LT} com comprimento $\Delta l = l_{LT} / m$ e pelas fontes de corrente “coroa” \mathbf{J}' concentradas no final de cada trecho

Em princípio, para a inclusão deste modelo de linha num sistema matricial global que envolva simultaneamente todos os elementos do circuito elétrico em estudo, poder-se-ia considerar somente os elementos dos vetores \mathbf{J}' como os elementos não lineares, e os demais elementos dos quadripolos \mathbf{W}'_{LT} como lineares, ou considerar toda a linha vista dos seus terminais como um único elemento não linear com vários terminais.

Visando o futuro emprego do modelo em um circuito elétrico global que integre o trecho da linha de transmissão, a segunda alternativa mostrou-se mais interessante. Nesse sentido, tem-se as seguintes relações entre as correntes e as tensões nos $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_j \\ \mathbf{I}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT2} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_2 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m-1} \\ \mathbf{I}_{m-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_k \end{bmatrix} \end{cases} \quad (6.1-30)$$

As equações (6.1-30) podem ainda ser combinadas para explicitar apenas as tensões e correntes nos nós de índices j e k , obtendo-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT\text{eq}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_j \\ \mathbf{I}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}'_u \\ \mathbf{J}'_i \end{bmatrix}; \quad (6.1-31)$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\begin{bmatrix} \mathbf{J}'_u \\ \mathbf{J}'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_k \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{m-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_{m-1} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{m-2} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_{m-2} \end{bmatrix} + \dots + \mathbf{R}_2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_2 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_1 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}'_1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{W}'_{LT\text{eq}} = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \cdots \mathbf{W}'_{LT3} \cdot \mathbf{W}'_{LT2} \cdot \mathbf{W}'_{LT1} \\
\mathbf{R}_{m-1} = \mathbf{W}'_{LTk} \\
\mathbf{R}_{m-2} = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} = \mathbf{R}_{m-1} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \\
\vdots \\
\mathbf{R}_2 = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \cdots \mathbf{W}'_{LT3} = \mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{W}'_{LT3} \\
\mathbf{R}_1 = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \cdots \mathbf{W}'_{LT3} \cdot \mathbf{W}'_{LT2} = \mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{W}'_{LT2}
\end{array} \right. \quad (6.1-32)$$

Além disso, na solução iterativa implementada no item 6.1.4.3, opera-se em regime incremental, ou seja, opera-se iterativamente com pequenos incrementos dos elementos dos vetores \mathbf{U} , \mathbf{I} e \mathbf{J}' , respectivamente iguais a $\Delta\mathbf{U}$, $\Delta\mathbf{I}$ e $\Delta\mathbf{J}'$. Nesse caso, para uma determinada iteração de índice q , as equações (6.1-31) e (6.1-32) tornam-se iguais a:

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{U}_k^{(q)} \\ \Delta\mathbf{I}_k^{(q)} \end{bmatrix} = \mathbf{W}'_{LT\text{eq}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{U}_j^{(q)} \\ \Delta\mathbf{I}_j^{(q)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{J}'_u^{(q)} \\ \Delta\mathbf{J}'_i^{(q)} \end{bmatrix}; \quad (6.1-33)$$

sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{J}'_u^{(q)} \\ \Delta\mathbf{J}'_i^{(q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{J}'_k^{(q)} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{m-1}^{(q)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{J}'_{m-1}^{(q)} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{m-2}^{(q)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{J}'_{m-2}^{(q)} \end{bmatrix} + \dots + \\
+ \mathbf{R}_2^{(q)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{J}'_2^{(q)} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_1^{(q)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{J}'_1^{(q)} \end{bmatrix} \quad (6.1-34)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l}
\mathbf{W}'_{LT\text{eq}} = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \cdots \mathbf{W}'_{LT3} \cdot \mathbf{W}'_{LT2} \cdot \mathbf{W}'_{LT1} \\
\mathbf{R}_{m-1}^{(q)} = \mathbf{W}'_{LTk} \\
\mathbf{R}_{m-2}^{(q)} = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} = \mathbf{R}_{m-1}^{(q)} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \\
\vdots \\
\mathbf{R}_2^{(q)} = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \cdots \mathbf{W}'_{LT3} = \mathbf{R}_3^{(q)} \cdot \mathbf{W}'_{LT3} \\
\mathbf{R}_1^{(q)} = \mathbf{W}'_{LTk} \cdot \mathbf{W}'_{LTm-1} \cdots \mathbf{W}'_{LT3} \cdot \mathbf{W}'_{LT2} = \mathbf{R}_2^{(q)} \cdot \mathbf{W}'_{LT2}
\end{array} \right. \quad (6.1-35)$$

Para a obtenção dos vetores \mathbf{J}' , necessita-se calcular as derivadas das equações (6.1-9) e (6.1-14) em relação ao tempo, ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{q}_n}{dt} = \frac{d\mathbf{C}_n}{dt} \cdot \mathbf{u}_n + \mathbf{C}_n \cdot \frac{d\mathbf{u}_n}{dt} \\ \frac{d\mathbf{q}'_n}{dt} = \frac{d\mathbf{C}'_n}{dt} \cdot \mathbf{u}_n + \mathbf{C}'_n \cdot \frac{d\mathbf{u}_n}{dt} \end{array} \right. ; \quad (6.1-37)$$

significando o índice n um ponto de cálculo ao longo da linha.

Em princípio, as derivadas nas equações (6.1-37) podem ser obtidas numericamente, aproximando-se o intervalo infinitesimal dt pelo intervalo de tempo discreto de cálculo Δt . Assim, utilizando-se, por exemplo, diferenças finitas regressivas, fica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{q}_n(t)}{dt} \cong \frac{1}{\Delta t} [\mathbf{q}_n(t) - \mathbf{q}_n(t - \Delta t)] \\ \frac{d\mathbf{q}'_n(t)}{dt} \cong \frac{1}{\Delta t} [\mathbf{q}'_n(t) - \mathbf{q}'_n(t - \Delta t)] \\ \frac{d\mathbf{C}_n(t)}{dt} \cong \frac{1}{\Delta t} [\mathbf{C}_n(t) - \mathbf{C}_n(t - \Delta t)] \\ \frac{d\mathbf{C}'_n(t)}{dt} \cong \frac{1}{\Delta t} [\mathbf{C}'_n(t) - \mathbf{C}'_n(t - \Delta t)] \\ \frac{d\mathbf{u}_n(t)}{dt} \cong \frac{1}{\Delta t} [\mathbf{u}_n(t) - \mathbf{u}_n(t - \Delta t)] \end{array} \right. . \quad (6.1-38)$$

Uma formulação semelhante, utilizando-se diferenças finitas centrais, é obtida da equação (5.6-63).

Contudo, soluções “numéricas” do tipo das equações (6.1-38), apesar da sua extrema simplicidade, têm algumas limitações, principalmente no que diz respeito ao tamanho do passo de tempo Δt , devendo ser este bastante reduzido para muitas análises.

Nesse sentido, uma solução analítica, menos restritiva, foi conseguida fazendo-se a representação de $u(t)$ e $q(t)$ conforme a expressão (4.4-7); ou seja, por exemplo, para a tensão $u_{a,n}(t)$ no cabo de índice a da linha e para o ponto n ao longo da linha, adotando-se:

$$u_{a,n}(t) = 2 \sum_{p=0}^{h_u} \left[U_{ar_p,n} \cos(p \omega_o t) \pm U_{ai_p,n} \sin(p \omega_o t) \right] ; \quad (6.1-39)$$

sendo h_u o número máximo de pulsações consideradas para a representação da variação das tensões em função do tempo.

Logo, como conforme a equação (6.1-9) a carga $q_{a,n}(t)$ no cabo é igual a

$$q_{a,n}(t) = \sum_{b=1}^{nc} C_{ab,n}(t) u_{b,n}(t), \quad (6.1-40)$$

da combinação desta equação com a equação (6.1-39), obtém-se:

$$q_{a,n}(t) = 2 \sum_{b=1}^{nc} \left\{ C_{ab,n}(t) \cdot \sum_{p=0}^{h_u} \left[U_{br_p,n} \cos(p \omega_o t) \pm U_{bi_p,n} \sin(p \omega_o t) \right] \right\}. \quad (6.1-41)$$

Desenvolvendo-se também cada elemento $C_{ab,n}$ da matriz de capacitâncias C_n conforme a expressão (4.4-7), vem

$$C_{ab,n}(t) = \sum_{v=0}^{h_c} \left[C_{abr_v,n} \cos(v \omega_o t) \pm C_{abi_v,n} \sin(v \omega_o t) \right], \quad (6.1-42)$$

sendo h_c o número de pulsações para a representação da variação das capacitâncias próprias e mútuas entre cabos em função do tempo.

Portanto, combinando-se as equações anteriores, as derivadas de $u_{a,n}$, $q_{a,n}$ e $C_{ab,n}$ em relação ao tempo podem ser dadas por:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{du_{a,n}(t)}{dt} &= 2 \sum_{p=0}^{h_u} \left[-p \omega_o U_{ar_p,n} \sin(p \omega_o t) \pm p \omega_o U_{ai_p,n} \cos(p \omega_o t) \right] \\ \frac{dC_{ab,n}(t)}{dt} &= \sum_{v=0}^{h_c} \left[-v \omega_o C_{abr_v,n} \sin(v \omega_o t) \pm v \omega_o C_{abi_v,n} \cos(v \omega_o t) \right] \quad ; \\ \frac{dq_{a,n}(t)}{dt} &= \sum_{b=1}^{nc} \left[\frac{dC_{ab,n}(t)}{dt} \cdot u_{b,n}(t) + C_{ab,n}(t) \cdot \frac{du_{b,n}(t)}{dt} \right] \end{aligned} \right. \quad (6.1-43)$$

donde resulta:

$$\begin{aligned} \frac{dq_{a,n}(t)}{dt} &= 2 \sum_{b=1}^{nc} \left\{ \frac{dC_{ab,n}(t)}{dt} \sum_{p=0}^{h_u} \left[U_{br_p,n} \cos(p \omega_o t) \pm U_{bi_p,n} \sin(p \omega_o t) \right] + \right. \\ &\quad \left. + C_{ab,n}(t) \sum_{p=0}^{h_u} \left[-p \omega_o U_{br_p,n} \sin(p \omega_o t) \pm p \omega_o U_{bi_p,n} \cos(p \omega_o t) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.1-44)$$

Tem-se também, de modo mais compacto:

$$\frac{dq_{a,n}(t)}{dt} = 2 \sum_{b=1}^{nc} \sum_{p=0}^{h_u} \left\{ \left[\frac{dC_{ab,n}(t)}{dt} U_{br_p,n} \pm C_{ab,n}(t) p \omega_o U_{bi_p,n} \right] \cos(p \omega_o t) + \left[\pm \frac{dC_{ab,n}(t)}{dt} U_{bi_p,n} - C_{ab,n}(t) p \omega_o U_{br_p,n} \right] \sin(p \omega_o t) \right\} \quad (6.1-45)$$

A aplicação desse desenvolvimento também para as derivadas de $q'_{a,n}$ e $C'_{ab,n}$ em relação ao tempo permite obter:

$$\left\{ \frac{dC'_{ab,n}(t)}{dt} = \sum_{v=0}^{h_c} \left[-v \omega_o C'_{abr_v,n} \sin(v \omega_o t) \pm v \omega_o C'_{abi_v,n} \cos(v \omega_o t) \right] \right. ; \quad (6.1-46)$$

$$\left. \frac{dq'_{a,n}(t)}{dt} = \sum_{b=1}^{nc} \left[\frac{dC'_{ab,n}(t)}{dt} \cdot u_{b,n}(t) + C'_{ab,n}(t) \cdot \frac{du_{b,n}(t)}{dt} \right] \right\}$$

donde resulta:

$$\frac{dq'_{a,n}(t)}{dt} = 2 \sum_{b=1}^{nc} \sum_{p=0}^{h_u} \left\{ \left[\frac{dC'_{ab,n}(t)}{dt} U_{br_p,n} \pm C'_{ab,n}(t) p \omega_o U_{bi_p,n} \right] \cos(p \omega_o t) + \left[\pm \frac{dC'_{ab,n}(t)}{dt} U_{bi_p,n} - C'_{ab,n}(t) p \omega_o U_{br_p,n} \right] \sin(p \omega_o t) \right\} \quad (6.1-47)$$

Cumprer notar que, nas equações (6.1-43) a (6.1-47), a inclusão dos termos de C e C' e de suas derivadas com o tempo resulta em alguns produtos nulos nos somatórios envolvidos, o que permite uma simplificação ainda maior nos cálculos.

6.1.4.1 Correntes transversais ao longo da linha

Elaborou-se duas formas para o cálculo do vetor das correntes transversais \mathbf{J}' para cada trecho da linha, a ser incluído no final dos respectivos trechos para representar o integral do efeito coroa ao longo destes comprimentos. Nomeadamente:

- a) Solução empregando as relações entre a carga q e a capacitância C

Opera-se com as relações entre q e C , donde se obteve as equações (6.1-43), sendo que a derivada $dq_{a,n}(t)/dt$ representa a densidade de corrente transversal total $\delta_{T_{a,n}}(t)$ no cabo de índice a e no ponto n ao longo da linha, a qual inclui a parcela

associada apenas à presença do efeito coroa, $\delta'_{a,n}(t)$, e a parcela restante, $\delta_{o,a,n}(t)$; ou seja:

$$\delta_{T_{a,n}}(t) = \frac{dq_{a,n}(t)}{dt} = \delta_{o,a,n}(t) + \delta'_{a,n}(t) . \quad (6.1-48)$$

Portanto, usando-se a Transformada de Fourier dada nas equações (4.4-8) e (4.4-9), a componente complexa de $\delta_{T_{a,n}}$ para a pulsação de índice p , $D_{T_{a,p,n}}$, é dada por:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{T_{a,p,n}}(p \omega_o) = \frac{1}{2T} \int_0^T \delta_{T_{a,n}}(t) dt , \text{ para } p = 0 \\ D_{T_{a,p,n}}(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^T \delta_{T_{a,n}}(t) e^{\pm i p \omega_o t} dt , \text{ para } p > 0 \end{array} \right. ; \quad (6.1-49)$$

e, na forma dos componentes real e complexo, designados respectivamente por $D_{T_{a r_p,n}}$ e $D_{T_{a i_p,n}}$, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{T_{a r_p,n}}(p \omega_o) = \frac{1}{2T} \int_0^T \delta_{T_{a,n}}(t) dt , \text{ para } p = 0 \\ D_{T_{a i_p,n}}(p \omega_o) = 0 , \text{ para } p = 0 \\ D_{T_{a r_p,n}}(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^T \delta_{T_{a,n}}(t) \cos(p \omega_o t) dt , \text{ para } p > 0 \\ D_{T_{a i_p,n}}(p \omega_o) = \frac{1}{T} \int_0^T \delta_{T_{a,n}}(t) \sin(p \omega_o t) dt , \text{ para } p > 0 \end{array} \right. . \quad (6.1-50)$$

Também para as equações (6.1-49) e (6.1-50), note-se que a inclusão dos termos de $\delta_{T_{a,n}}(t)$ (ou $dq_{a,n}(t)/dt$) dados na equação (6.1-45) resulta em alguns produtos nulos nos integrandos, o que permite uma maior simplificação nos cálculos.

Portanto, para o cabo de índice a e para a pulsação de índice p , repetindo-se o cálculo para todos os $m+1$ pontos ao longo da linha, pode-se determinar uma distribuição de $D_{T_{a,p}}$ (ou dos componentes $D_{T_{a r_p}}$ e $D_{T_{a i_p}}$) com a coordenada x . Isso possibilita a determinação de funções interpolantes dos valores de $D_{T_{a,p}}(x)$ (ou de $D_{T_{a r_p}}(x)$ e $D_{T_{a i_p}}(x)$) para todo comprimento da linha, e, por conseguinte,

através de integração numérica direta, o cálculo da corrente total J_T para cada pulsação $p \omega_o$ e em cada um dos $m+1$ pontos, ou seja:

$$J_{T a p, n}(p \omega_o) = \int_{x_{n-1}}^{x_n} D_{T a p, n}(p \omega_o, x) dx \quad (6.1-51)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{T a r_p, n}(p \omega_o) = \int_{x_{n-1}}^{x_n} D_{T a r_p, n}(p \omega_o, x) dx \\ J_{T a i_p, n}(p \omega_o) = \int_{x_{n-1}}^{x_n} D_{T a i_p, n}(p \omega_o, x) dx \end{array} \right. \quad (6.1-52)$$

Implementou-se nesta tese o processo de interpolação das funções $D_{T p}(p \omega_o, x)$ (ou $D_{T r_p}(p \omega_o, x)$ e $D_{T i_p}(p \omega_o, x)$) por intermédio de *splines* cúbicas, obtendo-se ótimo ajuste.

Deve-se ainda notar que não se está interessado neste segundo grupo de soluções na corrente $J_{T a p, n}$, mas sim na corrente $J'_{a p, n}$, associada apenas ao efeito coroa, devendo-se, pois, separar de $J_{T a p, n}$, tal contribuição.

b) Solução empregando as relações entre a carga q' e a capacitância C'

Podendo-se operar diretamente com as relações entre q' e C' , culminando na equação (6.1-47), a derivada $dq'_{a, n}(t)/dt$ é a própria densidade de corrente $\delta'_{a, n}(t)$, associada a apenas o efeito coroa no cabo de índice a e ao ponto n ao longo da linha.

Portanto, equações similares às equações (6.1-51) e (6.1-52) são estabelecidas para o cálculo dos componentes harmônicos de $\delta'_{a, n}(t)$, $D'_{a p, n}$, permitindo-se o cálculo da distribuição de $D'_{a p, n}$ ao longo da linha, e, conseqüentemente, obter-se:

$$J'_{a p, n}(p \omega_o) = \int_{x_{n-1}}^{x_n} D'_{a p, n}(p \omega_o, x) dx \quad (6.1-53)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} J'_{a r_p, n}(p \omega_o) = \int_{x_{n-1}}^{x_n} D'_{a r_p, n}(p \omega_o, x) dx \\ J'_{a i_p, n}(p \omega_o) = \int_{x_{n-1}}^{x_n} D'_{a i_p, n}(p \omega_o, x) dx \end{array} \right. \quad (6.1-54)$$

A seguir apresentam-se as duas estratégias elaboradas para a implementação do efeito coroa na linha utilizando-se os equacionamentos anteriores.

6.1.4.2 Primeira estratégia

Nesta primeira estratégia, o processo de inclusão do efeito coroa no cálculo também é efetuado a cada instante de tempo $t^{(r)}$, até o período de tempo final T , com semelhança à estratégia do item 6.1.3, tratando-se aproximadamente os acoplamentos entre diferentes harmônicos conforme as estratégias apresentadas no item 5.6.1.5.

Contudo, há aqui uma diferença importante, pois é possível empregar no processo diretamente os componentes em ω das tensões e correntes ao longo da linha, posto que as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} e o quadripolo \mathbf{W}'_{LT} para cada trecho da linha não se alteram durante o tempo de cálculo, mas sim as densidades de correntes transversais auxiliares δ' , as quais são atualizadas adequadamente para cada tempo de cálculo e introduzidas ao longo da linha para representar o efeito coroa nos cabos.

Tais densidades de corrente δ' podem ser incluídas nesta estratégia de cálculo das duas formas citadas no item 6.1.4.1, ou seja, conforme a solução a), incluindo-as indiretamente nas equações através da densidade de corrente total δ_T , ou conforme a solução b), incluindo-as diretamente nas equações através do emprego dos parâmetros \mathbf{q}'_n , \mathbf{C}'_n e \mathbf{u}_n . Por comodidade, optou-se pela solução b), sendo os seguintes os passos para a sua implementação computacional:

1. Definição dos dados fundamentais para o processo:

Idem ao passo 1 do item 6.1.3, sendo que, no caso de se empregar as soluções analíticas das derivadas no tempo de \mathbf{q}'_n , \mathbf{C}'_n e \mathbf{u}_n , isto é, por meio das

equações (6.1-46), deve-se também definir a quantidade máxima de pulsações h_c para a inclusão da variação das capacitâncias com o tempo.

2. Definição ou cálculo das tensões e ou correntes conhecidas nos dois terminais da linha, nomeadamente nos nós de índices j e k , para o tempo $t^{(r)}$:

Idem ao passo 2 do item 6.1.3 .

3. Cálculo dos componentes das tensões para os $m+1$ pontos ao longo da linha, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação $p \omega_o$:

- a. Cálculo dos componentes das tensões e ou correntes conhecidas nos nós de índices j e k no passo 2:

Inicialmente, calcula-se os incrementos das tensões e correntes conhecidas nestes dois nós, podendo-se adotar para tal duas soluções, sendo que uma destas é a mesma apresentada no passo 3.a do item 6.1.3 e que foi ilustrada na Figura 6.1-3.

A outra solução, eventualmente numericamente mais estável do que a primeira solução, consiste em utilizar todo o degrau entre $t^{(r)}$ e $t^{(r+1)}$, sendo $t^{(r+1)}$ igual a $t^{(r)} + \Delta t$, conforme ilustrado na Figura 6.1-7. Logo, também para o exemplo do incremento da componente da tensão $U_{ap,j}^{(r)}$, $\Delta U_{ap,j}^{(r)}$, conforme as equações (4.4-8) e (4.4-9), fica:

$$\begin{cases} \Delta U_{ap,j}^{(r)}(p \omega_o) = \frac{u_{a,j}^{(r)}(t^{(r+1)} - t^{(r)})}{2T}, & \text{para } p = 0 \\ \Delta U_{ap,j}^{(r)}(p \omega_o) = \frac{u_{a,j}^{(r)}(e^{\pm i p \omega_o t^{(r+1)}} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}})}{\pm i p \omega_o T}, & \text{para } p > 0 \end{cases} \quad (6.1-55)$$

Assim sendo, o componente $U_{ap,j}^{(r)}$ para o tempo $t^{(r)}$ é calculado por:

$$U_{ap,j}^{(r)}(p \omega_o) = U_{ap,j}^{(r-1)}(p \omega_o) + \Delta U_{ap,j}^{(r)}(p \omega_o). \quad (6.1-56)$$

Novamente, para o caso dos incrementos das demais tensões correntes e para o nó de índice k , equações análogas às equações (6.1-55) e (6.1-56) seriam obtidas.

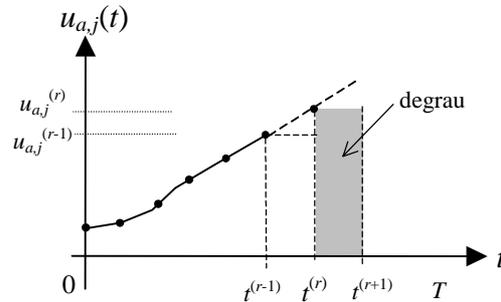


Figura 6.1-7 – Degrau da tensão $u_{a,j}(t)$ entre os tempos $t^{(r)}$ e $t^{(r+1)}$

- b. Cálculo dos quadripolos equivalentes \mathbf{W}'_{LT} para cada um dos m trechos ao longo da linha e do quadripolo equivalente $\mathbf{W}'_{LT\text{ eq}}$ para todo o comprimento l_{LT} da linha:

Inicialmente, calcula-se as matrizes das impedâncias longitudinais \mathbf{Z} e transversais \mathbf{Y} , por unidade de comprimento, para cada pulsação $p \omega_0$, pelas equações (4.2-35) a (4.2-50).

Então, calcula-se o quadripolo equivalente \mathbf{W}'_{LT} para cada trecho da linha e para cada pulsação $p \omega_0$ também de forma similar à apresentada na expressão (4.2-64), sendo este o mesmo para todos os trechos no caso de trechos com mesmo comprimento, posto que o efeito coroa é incluído externamente pelos vetores das fontes de correntes transversais auxiliares \mathbf{D}' . Isso também permite calcular o quadripolo equivalente $\mathbf{W}'_{LT\text{ eq}}$ e as matrizes \mathbf{R} pelas equações (6.1-31) e (6.1-32).

- c. Cálculo dos componentes das tensões e correntes desconhecidas nos nós de índices j e k :

Conhecendo-se os vetores dos componentes das correntes transversais “auxiliares” \mathbf{J}' para os m pontos de cálculo ao longo da linha (para $t = 0$ estes são assumidos iguais a zero; caso contrário, advêm do passo 8, descrito adiante), e incluindo-se os valores dos componentes das tensões

e correntes conhecidas nos nós de índices j e k obtidos no passo 3.a , obtém-se todos os componentes das tensões e correntes nos nós de índices j e k por intermédio da equação (6.1-31).

- d. Cálculo dos componentes das tensões nos $m-1$ pontos intermediários ao longo da linha:

Conhecidos todos os componentes das tensões e correntes nos dois terminais da linha pelo passo anterior, os componentes das tensões nos $m-1$ pontos intermediários ao longo da linha também são facilmente obtidos pelas equações (6.1-30).

4. Cálculo dos valores das tensões para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha e para o tempo $t^{(r)}$:

Mesma aplicação da equação (6.1-27) dada no passo 3.f do item 6.1.3 .

5. Verificação da ocorrência do efeito coroa nos $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha e cálculo das novas matrizes de capacitâncias C_n e C'_n , para o tempo $t^{(r)}$:

Idem ao passo 4 do item 6.1.3 , contudo apenas para o tempo $t^{(r)}$ e incluindo-se também o emprego da equação (6.1-13) para o cálculo da matriz C'_n .

6. Cálculo das densidades de corrente transversais δ' para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha e para o tempo $t^{(r)}$:

- Solução numérica:

Para cada um dos $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha, calculada a matriz de capacitâncias C'_n no passo 5, faz-se a multiplicação pelo respectivo vetor de tensões transversais \mathbf{u}_n conforme a equação (6.1-14), obtendo-se assim o vetor das cargas \mathbf{q}'_n nos cabos para o tempo $t^{(r)}$. Posto que as cargas \mathbf{q}'_n já foram calculadas no tempo anterior $t^{(r-1)}$, o vetor das densidades de corrente transversais δ'_n é obtido da derivada numérica dada na segunda das equações (6.1-38).

- Solução analítica:

Para cada um dos $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha, calculada a matriz de capacitâncias C'_n no passo 5, obtém-se diretamente o vetor das correntes transversais δ'_n pela equação (6.1-47).

É interessante notar que, com esta segunda solução, analítica, observou-se uma sensível redução em alguns picos indesejáveis nas curvas das correntes transversais no tempo t^* . Esses picos surgem com a solução numérica, no tempo de cálculo em que a matriz de capacitâncias sofre cada alteração, ou seja, quando um cabo passa a estar sob um nível diferente do efeito coroa ou volta ao estado sem coroa.

7. Cálculo dos componentes das densidades de correntes transversais δ' para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha, D' , para cada pulsação $p \omega_o$ e para o tempo $t^{(r)}$:

Nesse caso, observou-se efetividade apenas com uma solução do tipo da segunda solução apontada no passo 3.a para as tensões, sendo, portanto, para o exemplo do cabo de índice a e para o ponto de índice n ao longo da linha:

$$D'_{a p, n}{}^{(r)}(p \omega_o) = D'_{a p, n}{}^{(r-1)}(p \omega_o) + \Delta D'_{a p, n}{}^{(r)}(p \omega_o); \quad (6.1-57)$$

onde

$$\begin{cases} \Delta D'_{a p, n}{}^{(r)}(p \omega_o) = \frac{\delta'_{a, n}{}^{(r)}(t^{(r+1)} - t^{(r)})}{2T}, & \text{para } p = 0 \\ \Delta D'_{a p, n}{}^{(r)}(p \omega_o) = \frac{\delta'_{a, n}{}^{(r)}(e^{\pm i p \omega_o t^{(r+1)}} - e^{\pm i p \omega_o t^{(r)}})}{\pm i p \omega_o T}, & \text{para } p > 0 \end{cases}, \quad (6.1-58)$$

e podendo-se também considerar a “parcela de correção” ilustrada na Figura 5.6-12.

* No caso da solução numérica, tais picos indesejáveis também foram minimizados substituindo-se os valores associados aos picos pelas médias dos valores obtidos nos tempos imediatamente anterior e posterior.

8. Cálculo dos componentes das fontes de corrente transversais “auxiliares” acumuladas, J' , associadas às densidades de corrente transversais δ' , para os m pontos de cálculo ao longo da linha, para cada pulsação $p \omega_0$ e para o tempo $t^{(r)}$:

Inicialmente, calculada no passo 7 a distribuição dos componentes em $p \omega_0$ das densidades de correntes transversais D' em função da coordenada x ao longo da linha, determina-se uma função interpolante de D' com x . Então, pela equação (6.1-53), determina-se as correntes transversais acumuladas J' nos $m+1$ pontos ao longo da linha.

9. Novo tempo de cálculo:

Caso ainda não se tenha atingido o tempo final de cálculo T , aumenta-se o tempo de cálculo corrente $t^{(r)}$ em Δt , ou seja, $t^{(r+1)} = t^{(r)} + \Delta t$, e retorna-se ao passo 2; caso contrário, finaliza-se o cálculo.

6.1.4.3 Segunda estratégia

Nesta segunda estratégia, adota-se para a inclusão do efeito coroa na linha fontes de corrente transversais auxiliares ao longo da linha, calculadas conforme o item 6.1.4.1, sendo importante ressaltar duas diferenças básicas que aqui se apresentam em relação ao processo descrito anteriormente no item 6.1.4.2:

- Faz-se o cálculo iterativamente e considerando-se ao mesmo tempo todo o período de cálculo T , e não a cada tempo de cálculo.
- Emprega-se a técnica da Análise Tensorial, e procede-se semelhantemente ao feito para o exemplo simplificado do reator saturado no item 5.6.2.2, sendo aqui também necessário calcular para cada iteração uma matriz de admitâncias incrementais \mathbf{Y}^i em alguns pontos ao longo da linha. Com isso, os vetores das fontes de correntes transversais auxiliares \mathbf{J}' ao longo da linha são tratados como o “erro” associado ao processo iterativo, e sua influência é incluída em cada iteração corrigindo-se os elementos dos vetores das tensões \mathbf{U} e correntes \mathbf{I} ao longo da linha até que seus valores sejam mínimos.

Apresenta-se a seguir os passos adotados para a implementação computacional desta solução:

1. Definição dos dados fundamentais para o processo:

Idem ao passo 1 do item 6.1.4.2.

2. Definição ou cálculo das tensões e ou correntes conhecidas nos dois terminais da linha, nomeadamente nos nós de índices j e k , para todo o tempo entre 0 e T :

Idem ao passo 2 do item 6.1.4.2.

3. Cálculo dos componentes das tensões e ou correntes conhecidas nos dois terminais da linha, nomeadamente nos nós de índices j e k , para cada pulsação $p \omega_0$:

Simplesmente, aplica-se as equações (4.4-10), considerando-se, para cada cabo de índice a , as tensões $u_{a,j}(t)$ e $u_{a,k}(t)$, e as correntes $i_{a,j}(t)$ e $i_{a,k}(t)$.

4. Cálculo dos valores iniciais das tensões e correntes longitudinais para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha e para todo o tempo entre 0 e T :

Neste início do cálculo iterativo, designadamente na iteração de índice “0”, considera-se que nenhum cabo da linha está sob o efeito coroa, e, portanto, que os vetores \mathbf{J}' são nulos e que as equações (6.1-30) a (6.1-32) degeneram para a solução trivial da expressão (4.2-64).

Assim sendo, obtendo-se inicialmente os componentes para todas as pulsações $p \omega_0$ das tensões e correntes conhecidas nos dois terminais da linha pelo passo 3, pode-se empregar para o cálculo das tensões e correntes desconhecidas nos demais pontos da linha qualquer uma das estratégias para análise linear de linhas de transmissão descritas no capítulo 5.

5. Cálculo da matriz tensorial de impedâncias longitudinais \mathbf{Z} por unidade de comprimento, considerando-se todas as pulsações $p \omega_0$:

Considera-se a matriz tensorial de impedâncias longitudinais \mathbf{Z} a mesma para todos os m trechos ao longo da linha, sendo seu aspecto envolvendo os

elementos representativos de tensores, conforme a equação (5.6-98), e assim se considerando simultaneamente todas as pulsações. Deve-se notar que na matriz tensorial \mathbf{Z} não há os elementos inter-harmônicos, posto que a não linearidade do efeito coroa somente será incorporada nos parâmetros transversais do presente modelo de cálculo.

6. Cálculo para a iteração de índice q , da matriz tensorial de admitâncias incrementais $\mathbf{Y}^{i(q)}$ para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha, considerando-se todas as pulsações $p \omega_0$:

A matriz $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$, para cada ponto de índice n ao longo da linha, é definida considerando-se pequenos incrementos das densidades de correntes totais, dados pelo vetor $\Delta \mathbf{D}_{Tn}^{(q)}$, e pequenos incrementos das tensões, dados pelo vetor $\Delta \mathbf{U}_n^{(q)}$, a partir da segunda das equações (6.1-18), donde resulta:

$$\Delta \mathbf{D}_n^{(q)} = \mathbf{Y}_n^{i(q)} \cdot \Delta \mathbf{U}_n^{(q)} ; \quad (6.1-59)$$

sendo o aspecto destas matrizes também envolvendo os elementos representativos de tensores, conforme exemplificado nas equações (5.6-97) e (5.6-98).

Note-se que, na ausência do efeito coroa, ou no início do processo iterativo, as matrizes tensoriais incrementais $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$ possuem aspecto semelhante ao da matriz tensorial \mathbf{Z} , ou seja, sem elementos inter-harmônicos. Contudo, ocorrendo o efeito coroa, deve-se considerar nas matrizes $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$ tal acoplamento entre harmônicos, e, apesar de possível, uma solução analítica é de difícil obtenção, enquanto que uma solução numérica mostrou-se de implementação bem mais simples.

Em maiores detalhes, seja inicialmente um estado de operação da linha, associado à iteração de índice q , donde se pode estabelecer:

$$\mathbf{D}_{Tn}^{(q)} = \mathbf{Y}_n^{i(q)} \cdot \mathbf{U}_n^{(q)} . \quad (6.1-60)$$

Linearizando-se a equação (6.1-60) nesse estado de operação, pode-se calcular cada elemento de $\mathbf{Y}_n^{(q)}$, do tipo $Y_{ab r_c r_d}^{i(q)}$, $Y_{ab r_c i_d}^{i(q)}$, $Y_{ab i_c r_d}^{i(q)}$ ou $Y_{ab i_c i_d}^{i(q)}$, associado aos cabos de índices a e b e às pulsações de ordem c e d , fazendo-se um pequeno incremento apenas no respectivo elemento de $\mathbf{U}_n^{(q)}$, deixando os demais elementos de $\mathbf{U}_n^{(q)}$ constantes, e calculando-se o novo valor de $\mathbf{D}_{Tn}^{(q)}$, ou seja:

$$\mathbf{D}_{Tn}^{(q)} + \Delta \mathbf{D}_{Tn}^{(q)} = \mathbf{Y}_n^{i(q)} \cdot (\mathbf{U}_n^{(q)} + \Delta \mathbf{U}_n^{(q)}) ; \quad (6.1-61)$$

tendo, portanto, o vetor $\Delta \mathbf{U}_n^{(q)}$, somente o elemento onde ocorre o incremento de tensão.

Logo, considerando-se, por exemplo, o incremento da parcela real da tensão $U_n^{(q)}$ do cabo da linha de índice b e para a pulsação da tensão de ordem c , tem-se, para a densidade de corrente transversal total no cabo de índice a :

$$D_{T a r_c, n}^{(q)} + \Delta D_{T a r_c, n}^{(q)} = Y_{11 r_0 r_0, n}^{i(q)} U_{1 r_0, n}^{(q)} + Y_{12 r_0 r_0, n}^{i(q)} U_{2 r_0, n}^{(q)} + \dots + Y_{ab r_c r_c, n}^{i(q)} (U_{b r_c, n}^{(q)} + \Delta U_{b r_c, n}^{(q)}) + \dots \quad (6.1-62)$$

Por outro lado, da equação (6.1-60), obtém-se a seguinte equação:

$$D_{T a r_c, n}^{(q)} = Y_{11 r_0 r_0, n}^{i(q)} U_{1 r_0, n}^{(q)} + Y_{12 r_0 r_0, n}^{i(q)} U_{2 r_0, n}^{(q)} + \dots + Y_{ab r_c r_c, n}^{i(q)} U_{b r_c, n}^{(q)} + \dots \quad (6.1-63)$$

Assim sendo, combinando-se as equações (6.1-62) e (6.1-63), resulta:

$$\Delta D_{T a r_c, n}^{(q)} = Y_{ab r_c r_c, n}^{i(q)} \Delta U_{b r_c, n}^{(q)} ; \quad (6.1-64)$$

ou ainda:

$$Y_{ab r_c r_c, n}^{i(q)} = \frac{\Delta D_{T a r_c, n}^{(q)}}{\Delta U_{b r_c, n}^{(q)}} ; \quad (6.1-65)$$

que é o elemento procurado.

Repetindo-se o processo para todos os elementos do vetor $\mathbf{U}_n^{(q)}$, são obtidos todos os elementos da matriz de admitâncias incrementais $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$.

Cumpra ressaltar que, para cada elemento da matriz $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$ obtido pela equação (6.1-65), o respectivo incremento $\Delta D_T^{(q)}$ é calculado similarmente ao passo 8.

7. Cálculo, para a iteração de índice q , do quadripolo equivalente $\mathbf{W}_{LT}^{r(q)}$ para cada um dos m trechos ao longo da linha, considerando-se todas as pulsações $p \omega_0$:

O quadripolo $\mathbf{W}_{LT}^{r(q)}$, para cada trecho da linha, é calculado do modo citado no item 5.6.2.1.c, incorporando-se todos os elementos associados às várias pulsações $p \omega_0$ consideradas, empregando-se, portanto, as matrizes tensoriais \mathbf{Z} e $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$ calculadas respectivamente nos passos 5 e 6 anteriores.

Contudo, enquanto que se considera na presente estratégia a matriz \mathbf{Z} constante ao longo de toda a linha, a matriz $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$, além de variar em cada iteração, também varia ao longo de cada trecho da linha, em função da eventual variação das tensões ao longo deste comprimento, impondo assim uma grande complicação para o cálculo de $\mathbf{W}_{LT}^{r(q)}$. Essa dificuldade, entretanto, foi eliminada após algumas investigações preliminares sobre o emprego de funções interpolantes aplicadas a cada valor de $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$ obtido ao longo da linha, em que se observou que, para cada trecho, o emprego de uma única matriz $\mathbf{Y}_{médio}^{i(q)}$ cujos elementos são as médias dos respectivos valores de $\mathbf{Y}_n^{i(q)}$ calculados entre os dois nós extremos do trecho proporcionou bons resultados.

8. Cálculo, para a iteração de índice q , dos incrementos das tensões e correntes para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha, considerando-se todas as pulsações $p \omega_0$:
 - a. Definição dos incrementos nulos de tensão e corrente nos dois nós de índices j e k da linha, associados às tensões e correntes conhecidas nestes pontos, para cada pulsação $p \omega_0$:

Todas as tensões e correntes conhecidas nos dois nós terminais da linha e calculadas no passo 3 caracterizam os respectivos incrementos

$\Delta U^{(q)}$ ou $\Delta I^{(q)}$ iguais a zero. Por exemplo, para um cabo de índice a com tensão conhecida no nó de índice j e corrente conhecida no nó de índice k , seria:

$$\begin{cases} \Delta U_{a r_p, j}^{(q)} = 0 ; \Delta U_{a i_p, j}^{(q)} = 0 \\ \Delta I_{a r_p, k}^{(q)} = 0 ; \Delta I_{a i_p, k}^{(q)} = 0 \end{cases} \quad (6.1-66)$$

- b. Cálculo dos componentes dos incrementos das tensões e correntes desconhecidas nos nós de índices j e k , para todas as pulsações $p \omega_o$:

Dado que os incrementos $\Delta \mathbf{J}'_n$ foram calculados na iteração anterior para cada ponto de índice n ao longo da linha, e considerando-se os incrementos de tensão e corrente nulos definidos no passo 8.a, aplica-se as equações (6.1-34) e (6.1-35) para o cálculo dos demais incrementos de tensão e corrente em cada nó de índice n , nomeadamente $\Delta \mathbf{U}_n^{(q)}$ e $\Delta \mathbf{I}_n^{(q)}$. Nessas equações, para cada um dos m trechos ao longo da linha, o quadripolo $\mathbf{W}'_{LT}{}^{(q)}$ é calculado utilizando-se a matriz $\mathbf{Y}^{i(q)}_{médio}$ calculada no passo 7.

9. Cálculo, para a iteração de índice q , das tensões e correntes para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha, considerando-se todas as pulsações $p \omega_o$:

Simplesmente, adiciona-se os incrementos das tensões e correntes calculados no passo 8 aos componentes das respectivas tensões e correntes calculados na iteração anterior. Assim, por exemplo, para o cabo de índice a e para o ponto de índice n ao longo da linha, seria:

$$\begin{cases} U_{a r_p, n}^{(q)}(p \omega_o) = U_{a r_p, n}^{(q-1)}(p \omega_o) + (1 + \alpha_u) \Delta U_{a r_p, n}^{(q)}(p \omega_o) \\ U_{a i_p, n}^{(q)}(p \omega_o) = U_{a i_p, n}^{(q-1)}(p \omega_o) + (1 + \alpha_u) \Delta U_{a i_p, n}^{(q)}(p \omega_o) \\ I_{a r_p, n}^{(q)}(p \omega_o) = I_{a r_p, n}^{(q-1)}(p \omega_o) + (1 + \alpha_i) \Delta I_{a r_p, n}^{(q)}(p \omega_o) \\ I_{a i_p, n}^{(q)}(p \omega_o) = I_{a i_p, n}^{(q-1)}(p \omega_o) + (1 + \alpha_i) \Delta I_{a i_p, n}^{(q)}(p \omega_o) \end{cases} ; \quad (6.1-67)$$

sendo α_u e α_i os fatores de aceleração dos incrementos das tensões e correntes, respectivamente (vide comentário no item 5.6.2.2).

10. Cálculo, para a iteração de índice q , das correntes transversais totais \mathbf{J}_T para os m pontos de cálculo ao longo da linha, considerando-se todas as pulsações $p \omega_o$:

- a. Cálculo para todo o tempo entre 0 e T , das tensões $u_{a,n}^{(q)}(t)$ para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha:

Simplesmente, aplica-se a equação (6.1-39).

- b. Verificação para todo o tempo entre 0 e T , da ocorrência do efeito coroa nos $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha e cálculo das novas matrizes de capacitâncias \mathbf{C}_n em função do tempo:

Idem ao passo 4 do item 6.1.3, considerando-se as tensões $u_{a,n}^{(q)}(t)$.

- c. Cálculo para todo o tempo entre 0 e T , das densidades de correntes transversais $\delta_T^{(q)}$ para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha:

Utiliza-se a equação (6.1-38) ou a equação (6.1-45) para a obtenção da derivada $dq_{a,n}^{(q)}(t)/dt$, que é o próprio parâmetro $\delta_T^{(q)}$.

- d. Cálculo dos componentes para as pulsações $p \omega_o$ das densidades de correntes transversais totais $\delta_T^{(q)}$ para os $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha, $D_T^{(q)}$:

Simplesmente, aplica-se as equações (6.1-50).

- e. Cálculo dos componentes para as pulsações $p \omega_o$ das fontes de corrente transversais “auxiliares” acumuladas J_T , associadas às densidades de correntes transversais δ_T , para os m pontos de cálculo ao longo da linha:

Inicialmente, conhecida pelo passo 10.d anterior a distribuição dos componentes em $p \omega_o$ das densidades de correntes transversais $D_T^{(q)}$ em

função da coordenada x ao longo da linha, determina-se uma função interpolante de $D_T^{(q)}$ com x . Então, pelas equações (6.1-52), determina-se as correntes transversais acumuladas $J_T^{(q)}$ nos m pontos de cálculo ao longo da linha.

11. Cálculo, para a iteração de índice q , dos incrementos das parcelas das correntes transversais totais \mathbf{J}_T associadas à apenas o efeito coroa e para os m pontos de cálculo ao longo da linha, $\Delta \mathbf{J}'$, considerando-se todas as pulsações $p \omega_0$:

Tendo sido calculadas no passo 9 e para a iteração anterior todas as correntes longitudinais $I^{(q)}$ para os $m+1$ pontos ao longo da linha, as correntes transversais totais “para ajuste do erro do processo”, $J_{Te}^{(q)}$, para o cabo de índice a , em cada ponto de índice n ao longo da linha, relativas a todo o trecho definido situado entre os pontos $n-1$ e n , podem ser obtidas por:

$$\begin{cases} J_{Te a r_p, n}^{(q)} = I_{a r_p, n}^{(q)} - I_{a r_p, n-1}^{(q)} \\ J_{Te a i_p, n}^{(q)} = I_{a i_p, n}^{(q)} - I_{a i_p, n-1}^{(q)} \end{cases} \quad (6.1-68)$$

Portanto, a diferença entre cada valor obtido das equações (6.1-68) e o correspondente calculado no passo 10.e, $J_{Ta}^{(q)}$, dá o valor do incremento $\Delta \mathbf{J}'$ procurado, ou seja:

$$\begin{cases} \Delta J'_{a r_p, n}^{(q)} = J_{Te a r_p, n}^{(q)} - J_{Ta a r_p, n}^{(q)} \\ \Delta J'_{a i_p, n}^{(q)} = J_{Te a i_p, n}^{(q)} - J_{Ta a i_p, n}^{(q)} \end{cases} \quad (6.1-69)$$

12. Verificação de convergência:

Verificam-se as relações entre os desvios $\Delta \mathbf{U}$ e $\Delta \mathbf{I}$ e os respectivos valores de \mathbf{U} e \mathbf{I} nos $m+1$ pontos de cálculo ao longo da linha. Se estes forem inferiores a limites preestabelecidos interrompe-se o processo; caso contrário, retorna-se ao passo 6, formando o laço iterativo.

Finalmente, deve-se citar uma providência extremamente eficiente para a melhoria da convergência desse processo. Em síntese, nas primeiras iterações do processo (até cerca de no máximo 5 iterações), calcula-se as matrizes de impedâncias longitudinais \mathbf{Z}

(passo 5) e admitâncias transversais incrementais Y^i (passo 6) considerando-se que a linha é idealmente transposta, e então, nas iterações seguintes, passa-se a tratar a linha real, ou seja, considerando-se os modos de propagação reais da linha.

Esse procedimento evita divergências comuns em processo iterativos para o tratamento de elementos fortemente não-lineares, como a análise do efeito coroa em pautas, a exemplo do que foi observado outrora no cálculo de fluxo de potência em linhas multifásicas apresentado em SALARI FILHO (1993).

6.1.5 Aspectos adicionais de implementação computacional

As estratégias de modelagem da linha de transmissão sob o efeito coroa elaboradas neste item 6.1 foram implementados no programa computacional TLCOR. Utilizou-se a linguagem de programação Fortran 90.

Na presente versão, o programa TLCOR pode ser empregado isoladamente para algumas análises expeditas, envolvendo apenas a linha, fonte e carga multifásicas. A proposta futura é a de integrar tal módulo de cálculo com o cálculo do circuito elétrico global que compreende a linha de transmissão.

Nesse segundo caso, a linha de transmissão sob o efeito coroa pode ser caracterizada como um único elemento não linear com várias portas, designadamente, os nós nos dois extremos da linha, e a inclusão das suas equações no sistema global de equações (5.2-15) pode ser feita empregando-se a estratégia apresentada no item 5.6.1.5 e resolvendo-se o sistema de equações exemplificado nas equações (5.6-79).

Portanto, necessita-se apenas incluir no sistema de equações (5.6-79) as equações adicionais associadas ao elemento não linear. Assim, no início do cálculo do circuito global (ou no estado de operação linear), modela-se a linha de transmissão sem a consideração do efeito coroa, e tais equações adicionais são as próprias equações (4.2-64) (ou também as equações (5.5-32)) ajustadas na forma desejada, ou seja:

$$\begin{cases} \mathbf{A}' \cdot \mathbf{U}_j - \mathbf{1} \cdot \mathbf{U}_k + \mathbf{B}' \cdot \mathbf{I}_j + \mathbf{0} \cdot \mathbf{I}_k = \mathbf{0} \\ \mathbf{C}' \cdot \mathbf{U}_j + \mathbf{0} \cdot \mathbf{U}_k + \mathbf{D}' \cdot \mathbf{I}_j + \mathbf{1} \cdot \mathbf{I}_k = \mathbf{0} \end{cases}; \quad (6.1-70)$$

sendo $\mathbf{1}$ a matriz unitária e $\mathbf{0}$ o vetor ou matriz nula.

desta “impedância” com a ocorrência do efeito de ionização do solo (vide o exemplo do item 7.4.2.2). No que diz respeito a uma “impedância longitudinal equivalente”, o efeito da ionização do solo também implica na “redução” desta impedância, porém esta redução é tipicamente desprezível. Naturalmente, como o fenômeno em questão é não-linear, o conceito de impedância, no sentido usual, não se aplica em um sentido exato.

É também importante citar que, diferentemente do comportamento relativamente simétrico verificado na ocorrência do efeito coroa no cabo aéreo, na realidade, o efeito de ionização do solo não é exatamente bem caracterizado por um volume cilíndrico, ou cônico, ou semelhante, de material razoavelmente condutor e uniforme ao redor do eletrodo, mas sim por uma região formada por vários canais difusos, que, apesar da maioria se encerrar dentro de um determinado volume principal, podem alguns se propagar no solo a pontos bem mais distantes que a maioria, sobretudo nos casos de solo não uniforme e ou da dispersão de correntes de altíssimas intensidades para o solo.

Além disso, dado que nos sistemas de aterramento a distribuição de corrente é de fato desigual pelos eletrodos que compõem o sistema, principalmente nos sistemas de grandes dimensões, e, mais ainda, quando da propagação de surtos, a ionização do solo será mais intensa junto aos eletrodos próximos do ponto de injeção da corrente no sistema. Outro exemplo interessante ocorre nos sistemas de pequeno porte, com solo fortemente ionizado, onde pode até descaracterizar-se a geometria do sistema, dada a grande abrangência da zona ionizada. Esses efeitos estão ilustrados na Figura 6.2-1 .

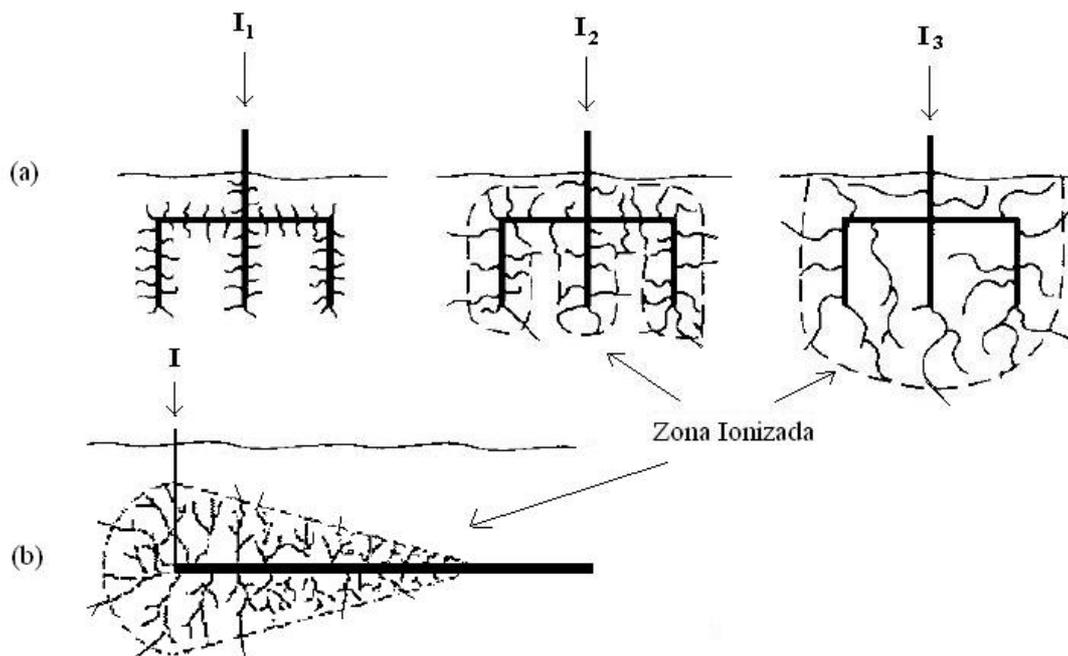


Figura 6.2-1 – Representação estilizada da ionização do solo junto aos eletrodos de dois sistemas de aterramento submetidos à injeção da corrente I e sendo $I_3 > I_2 > I_1$. Considera-se que comprimento do sistema (b) seja bem maior do que as dimensões do sistema (a)

Em função desses aspectos, o efeito de ionização do solo é mais relevante para eletrodos de aterramento de pequenas dimensões e submetidos a correntes de alta intensidade. Conseqüentemente, para os sistemas de aterramento típicos das linhas de distribuição, formados geralmente por pequenas hastes verticais interligadas, o fenômeno merece ser investigado com cautela, enquanto que para a análise dos sistemas de aterramento tipicamente empregados nas torres de linhas de transmissão, os quais possuem grandes dimensões, mesmo para os estudos de propagação de correntes de descargas atmosféricas, a ionização do solo costuma não se caracterizar como um aspecto de maior importância.

6.2.2 Campo elétrico na superfície dos eletrodos

Seja um determinado eletrodo do sistema de aterramento, de comprimento L_s e raio b , e seja a aplicação das equações (5.4-27) para o cálculo do campo elétrico \vec{E}_c na superfície deste eletrodo devido somente a sua corrente transversal, I_t . Portanto, na direção \vec{a}_r ,

transversal ao eixo do eletrodo e passando pelo ponto médio do eletrodo, o componente do campo elétrico para cada pulsação ω , igual a $p \omega_0$, é dado por:

$$E_c(\omega = p \omega_0) = \frac{I_t(\omega)(1 + \gamma b) e^{-\gamma b}}{\pi(\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \cdot \frac{1}{(2R + L_s)(2R - L_s)} \left(\frac{b}{R}\right); \quad (6.2-1)$$

sendo:

$$R^2 = \left(\frac{L_s}{2}\right)^2 + b^2. \quad (6.2-2)$$

Dado que o fator $|\gamma b|$ é pequeno, pode-se estabelecer a partir da equação (6.2-1):

$$E_c(\omega) \cong \frac{I_t(\omega)}{2\pi b L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon) \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2L_s}\right)^2}}; \quad (6.2-3)$$

ou ainda, no caso particular da relação b/L_s muito reduzida, tem-se:

$$E_c(\omega) \cong \frac{I_t(\omega)}{2\pi b L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)}. \quad (6.2-4)$$

Cumprir notar que a equação (6.2-4), geralmente com a desconsideração da parcela $\mp i \omega \varepsilon$ e sem o acompanhamento da dedução completa anterior, e a qual resulta diretamente da tradicional e difundida formulação em regime estacionário, é a equação costumeiramente apresentada nas referências técnicas sobre o tema.

Além disso, para a consideração das demais corrente “imagem” (vide Apêndice B) deste eletrodo e correntes “fonte” e “imagem” dos outros eletrodos do sistema de aterramento, deve-se aplicar o efeito de superposição destas correntes no cálculo de E_c . Para tal, vislumbrou-se duas opções, quais sejam:

- a) Emprego de uma parcela adicional Δ_E ao campo E_c

Aproveitando-se a formulação apresentada no item 5.4.2, simplesmente, faz-se o cálculo das contribuições de cada corrente I_t para a obtenção do valor total do campo E_c , resultando na adição da parcela Δ_E a E_c , sendo que Δ_E pode ser assumida como

independente de b . Portanto, o campo elétrico total devido às correntes transversais em todos os eletrodos, E_{cT} , é obtido por:

$$E_{cT}(\omega) = \frac{I_t(\omega)}{2\pi b L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon) \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2L_s}\right)^2}} + \Delta_E(\omega); \quad (6.2-5)$$

ou ainda, no caso particular da relação b/L_s muito reduzida:

$$E_{cT}(\omega) \cong \frac{I_t(\omega)}{2\pi b L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} + \Delta_E(\omega). \quad (6.2-6)$$

Sendo possível, o emprego da equação (6.2-6) é realmente útil, pois permite explicitar o raio do eletrodo, b , também na função equivalente de E_{cT} no tempo. Ou seja, por exemplo, por intermédio da transformada inversa de Fourier dada pela expressão (4.4-7), obtém-se para cada eletrodo de índice a do total de m_e eletrodos o valor do campo elétrico médio superficial total no tempo $t^{(r)}$, $e_{cT a}(t)$, isto é:

$$e_{cT a}(t^{(r)}) \cong \frac{1}{b} f_1 + f_2; \quad (6.2-7)$$

sendo:

$$\begin{cases} f_1 = \Re \left[2 \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{I_t(p \omega_o)}{2\pi L_s (\sigma \mp i p \omega_o \varepsilon)} e^{\mp i p \omega_o t^{(r)}} \right] \\ f_2 = \Re \left[2 \sum_{p=0}^{+\infty} \Delta_E(p \omega_o) e^{\mp i p \omega_o t^{(r)}} \right] \end{cases}. \quad (6.2-8)$$

b) Emprego de uma corrente equivalente I_{tE} que incorpora o efeito de todas as correntes “fonte” e “imagem” nos eletrodos

Neste caso, parte-se da equação do potencial médio dada na última das equações (5.4-39) e do cálculo da impedância transversal própria dado pelas equações (5.4-42) e (5.4-44). Portanto, designando-se por j e k os índices dos dois nós do eletrodo, e sendo as tensões $U_j(\omega)$ e $U_k(\omega)$ calculadas para a pulsação ω

considerando-se as correntes longitudinais e transversais em todos os eletrodos, pode-se estabelecer:

$$I_{tE}(\omega) = \frac{\pi L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon) [U_j(\omega) + U_k(\omega)]}{\ln \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{L_s}\right)^2} + 1}{\frac{b_s}{L_s}} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{L_s}\right)^2} + \frac{b_s}{L_s}} . \quad (6.2-9)$$

Portanto:

$$E_{cT}(\omega) = \frac{I_{tE}(\omega)}{2 \pi b L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon) \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2 L_s}\right)^2}} ; \quad (6.2-10)$$

ou ainda, no caso particular da relação b/L_s muito reduzida:

$$E_{cT}(\omega) \cong \frac{I_{tE}(\omega)}{2 \pi b L_s (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \quad (6.2-11)$$

e

$$e_{cT a}(t^{(r)}) \cong \frac{1}{b} f_3 ; \quad (6.2-12)$$

sendo, por exemplo, por intermédio da transformada de Fourier dada pela expressão (4.4-7):

$$f_3 = \Re \left[2 \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{I_{tE}(p \omega_o)}{2 \pi L_s (\sigma \mp i p \omega_o \varepsilon)} e^{\mp i p \omega_o t^{(r)}} \right]. \quad (6.2-13)$$

Em ambas as opções a) e b) anteriores, para cada um dos eletrodos do sistema de aterramento, considera-se que a ionização do solo ocorre para:

$$e_{cT a}(t^{(r)}) > e_{crit\ solo} . \quad (6.2-14)$$

6.2.3 Estratégia de modelagem do efeito de ionização do solo representando os componentes do sistema de aterramento por eletrodos cilíndricos e considerando a variação dos parâmetros transversais dos eletrodos

A despeito de diversas outras questões não abordadas nos itens anteriores e também associadas à inclusão do efeito de ionização do solo no processo de cálculo de sistemas de aterramento, optou-se por elaborar neste item também um processo de cálculo relativamente simples, envolvendo os modelos de eletrodos cilíndricos apresentados no item 5.3, mas que busca considerar aspectos relevantes do fenômeno da ionização do solo para as análises efetuadas nesta tese, sendo, entre estes:

- a) Para cada eletrodo cilíndrico utilizado, considera-se que a zona do solo ionizado ao seu redor possa ser aproximada por um volume cilíndrico, mas que é variável para cada eletrodo.
- b) Considera-se que a zona ionizada tenha as características elétricas de um bom condutor, o que permite adotar, para fins de cálculo de parâmetros transversais e para a representação aproximada de tal ionização, o eletrodo cilíndrico como possuindo um raio maior.
- c) Considera-se que a ionização do solo ocorra somente quando o campo elétrico na superfície do eletrodo supera um determinado valor crítico, $e_{crit\ solo}$. Em geral, o campo $e_{crit\ solo}$ pode variar de eletrodo para eletrodo e ao longo do tempo da simulação.

Em princípio, tal alteração dos parâmetros transversais pode ser feita por duas estratégias na equação (5.4-67), quais sejam:

1. Indiretamente, empregando-se um vetor de fontes de correntes transversais “auxiliares”, I_t' ;
2. Diretamente na matriz de impedâncias transversais entre eletrodos, Z_t .

Na estratégia 1, com semelhança à equação básica (6.1-19), requer-se uma adaptação da equação (5.4-67) para a inclusão das fontes de correntes transversais auxiliares. Logo, considerando-se a adição de I_t' a I_t nas equações (5.4-58) a (5.4-60), utilizadas para a

concepção da equação (5.4-67), sendo que \mathbf{I}'_t representa somente a “parcela” associada ao efeito de ionização do solo, resulta:

$$\begin{cases} \mathbf{A} \cdot \mathbf{U} + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_1 \cdot \mathbf{I}_{11} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_1 \cdot \mathbf{I}_{12} = \mathbf{0} \\ \mathbf{B} \cdot \mathbf{U} + \mathbf{Z}_t \cdot \mathbf{I}_{11} + \mathbf{Z}_t \cdot \mathbf{I}_{12} = -\mathbf{Z}_t \cdot \mathbf{I}'_t \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{I}_{11} - \mathbf{D} \cdot \mathbf{I}_{12} = \mathbf{I}_e \end{cases} ; \quad (6.2-15)$$

e, portanto,

$$\mathbf{I}_e + \frac{1}{2}(\mathbf{D} - \mathbf{C}) \cdot \mathbf{I}'_t = \mathbf{W}_E \cdot \mathbf{U} . \quad (6.2-16)$$

Em cada iteração, a estimativa da corrente \mathbf{I}'_t é feita a partir da equação (6.2-3); ou seja, conhecendo-se toda a variação do campo elétrico no tempo entre 0 e T , determina-se a parcela que excede a condição dada na equação (6.2-14), faz-se a devida conversão para o domínio harmônico conforme as equações (4.4-8) e (4.4-9), e, em seguida, calcula-se \mathbf{I}'_t por intermédio da equação (6.2-5), (6.2-6), (6.2-10) ou (6.2-11).

A equação (6.2-16) poderia então ser resolvida incrementalmente, por exemplo adotando-se a formulação por tensores, conforme o processo descrito no item 6.1.4 ; contudo, cumpre notar que neste caso se teria o inconveniente do emprego de vários harmônicos e de muitos eletrodos, e, conseqüentemente, da operação de matrizes com dimensões realmente grandes. Uma outra opção, também iterativa, consiste em desconsiderar o acoplamento inter-harmônico na matriz \mathbf{Z}_t e resolver a equação (6.2-16) isoladamente para cada harmônico, e então operar diretamente com os complexos. Como nessa segunda opção pode ocorrer divergência, é interessante nas primeiras iterações empregar um valor elevado de $e_{crit\ solo}$, praticamente não conduzindo ao efeito de ionização do solo, e somente após algumas iterações decrescê-lo até o valor correto. Com uma ou outra opção, a estratégia 1 melhor se adapta quando se conhece à priori toda a forma de onda injetada das fontes de tensão e ou corrente injetadas no sistema de aterramento, e, por este motivo, também há o inconveniente da combinação deste processo com a solução de um circuito elétrico global que envolva o sistema de aterramento.

Na estratégia 2, pode-se adotar um processo acumulativo no tempo do tipo mencionado no item 5.6.1.5, considerando-se as diversas respostas ao degrau das fontes de tensão e ou corrente conectadas no sistema de aterramento. Contudo, em princípio, conforme salientado anteriormente no caso análogo da modelagem do efeito coroa em cabos aéreos, seria necessário levar em conta o efeito da propagação de cada degrau de corrente e ou tensão em cada eletrodo empregado para a representação do sistema de aterramento. Por outro lado, um processo acumulativo no tempo, dessa natureza, se adapta facilmente com a solução de um circuito elétrico global que envolva o sistema de aterramento.

Portanto, após avaliar-se os aspectos positivos e negativos dessas duas estratégias, considerando-se que é nos sistemas de aterramento de pequenas dimensões que o efeito de ionização do solo é mais relevante, sendo, portanto, pequeno, o tempo de propagação entre os eletrodos que constituem estes sistemas, e visando-se a fácil integração da estratégia numa solução global, que envolva um circuito elétrico com vários sistemas de aterramento que possam apresentar o solo circunvizinho ionizado, optou-se por implementar computacionalmente a estratégia 2, tendo sido obtidos bons resultados com a sua aplicação, conforme apresentado no item 7.4.2.

Basicamente, no processo elaborado, faz-se o cálculo a cada instante de tempo $t^{(n)}$, até o período de tempo final T , “alterando-se” adequadamente o raio externo dos eletrodos cujo campo elétrico superficial supera o valor crítico $e_{crit\ solo}$. Para facilidade de entendimento, a seguir apresentam-se os passos principais para a implementação computacional deste processo:

1. Definição dos dados fundamentais para o processo:

m_e – número de eletrodos cilíndricos que compõem o sistema de aterramento;

b – raio externo de cada um dos m_e eletrodos [m];

Δt e T – passo de tempo e período de tempo total de cálculo, respectivamente, definindo-se assim a pulsação fundamental $\omega_0 = 2 \pi / T$;

h_u – quantidade de pulsações para a representação da variação das tensões e correntes nos eletrodos em função do tempo. Nos passos a seguir, h_u é associado ao inteiro p ; ou seja, p varia de 0 até h_u ;

Além destes dados, obviamente, necessita-se também as coordenadas e demais dados físicos e elétricos dos eletrodos.

2. Definição ou cálculo das tensões e ou correntes conhecidas nos terminais do sistema de aterramento conectados com o circuito elétrico global em estudo para o tempo $t^{(r)}$:

Cálculo ou obtenção, por equação analítica estabelecida ou por um resultado da interligação com um programa computacional externo, das tensões e ou correntes nos nós do sistema de aterramento conectados ao circuito elétrico global, por forma a estabelecer a solução do sistema de equações (6.2-19) adiante. Por exemplo, para um sistema de aterramento com dois nós de conexão, resultam duas tensões e duas correntes a serem calculadas nos dois terminais do sistema, e, portanto, quatro incógnitas. Necessita-se, assim, conhecer, para o cálculo no tempo $t^{(r)}$, o valor de pelo menos dois desses parâmetros.

3. Cálculo dos componentes das correntes transversais em todos os m_e eletrodos, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação p ω_b :

- a. Cálculo dos componentes dos incrementos das tensões e ou correntes conhecidas nos nós de conexão do sistema de aterramento no passo 2 :

Idem ao passo 3.a do item 6.1.3 , sendo que aqui se considera ao invés do nó do trecho da linha de transmissão o nó do eletrodo do sistema de aterramento que se conecta com o circuito elétrico externo.

- b. Cálculo das matrizes das impedâncias transversais e longitudinais entre os m_e eletrodos:

Inicialmente, calcula-se a matriz de impedâncias longitudinais entre eletrodos, \mathbf{Z}_l , pelas equações (5.4-52) e (5.4-54) (vide também as equações do Apêndice B). Posto que a matriz \mathbf{Z}_l não mudará ao longo do tempo de cálculo, em virtude do efeito de ionização do solo somente ser

representado nesta estratégia de solução pela alteração da matriz de impedâncias transversais, para redução de tempo computacional, é interessante guardar em memória os respectivos valores de \mathbf{Z}_1 calculados para o primeiro tempo de cálculo. O mesmo se sucede para as matrizes de conexão \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{D} das equações (5.4-62).

Em seguida, para cada um dos m_e eletrodos, conhecendo-se o seu raio externo b para o cálculo dos parâmetros transversais (ocorrendo ou não o efeito de ionização do solo junto a algum eletrodo que compõe o sistema de aterramento) no tempo $t^{(r-1)}$, ou seja, no tempo de cálculo imediatamente anterior (vide o passo 6 adiante), calcula-se pelas equações (5.4-43) e (5.4-44) (vide também as equações do Apêndice B) a matriz de impedâncias transversais, \mathbf{Z}_t .

Portanto, conhecendo-se as matrizes \mathbf{Z}_1 e \mathbf{Z}_t , obtém-se a matriz de transferência \mathbf{W}_E pela equação (5.4-68).

- c. Cálculo dos componentes dos incrementos das tensões desconhecidas nos nós dos m_e eletrodos do sistema de aterramento:

Resolvendo-se a equação (5.4-67) para pequenos incrementos de \mathbf{I}_e , $\Delta\mathbf{I}_e$, tem-se:

$$\Delta\mathbf{I}_e = \mathbf{W}_E \cdot \Delta\mathbf{U} \quad ; \quad (6.2-17)$$

sendo $\Delta\mathbf{U}$ o respectivo incremento das tensões nos nós dos m_e eletrodos.

Além disso, considerando-se que nos nós de comunicação do sistema de aterramento com o circuito elétrico global pode-se ter tensões conhecidas, necessita-se agregar à equação (6.2-17), para cada tensão conhecida, um grupo de equações do tipo da equação (5.5-47).

Logo, generalizando-se a equação (6.2-17), passa-se a ter:

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{I}_e \\ \Delta\mathbf{U}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_E & \mathbf{W}' \\ \mathbf{W}' & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{U} \\ \Delta\mathbf{I}_{ft} \end{bmatrix} \quad ; \quad (6.2-18)$$

donde resulta:

$$\mathbf{W}_E \cdot \Delta \mathbf{U} = \Delta \mathbf{I}_e - \mathbf{W}' \cdot \Delta \mathbf{I}_{ft} ; \quad (6.2-19)$$

sendo $\Delta \mathbf{I}_e$ e $\Delta \mathbf{U}_e$ os vetores dos incrementos das tensões e correntes conhecidas nos nós de comunicação do sistema de aterramento e calculadas no passo 3.a, \mathbf{W}' uma matriz com elementos iguais a 0, 1 e -1, e $\Delta \mathbf{I}_{ft}$ o vetor do incremento das correntes nas “fontes” de tensão conhecidas, conforme a equação (5.5-47).

Portanto, introduzindo-se na equação (6.2-19) os componentes dos incrementos das tensões e ou correntes conhecidas no tempo $t^{(r)}$ e calculados no passo 3.a, são obtidos os demais incrementos das tensões desconhecidas nos nós dos m_e eletrodos, $\Delta \mathbf{U}$.

- d. Cálculo dos componentes dos incrementos das correntes transversais nos m_e eletrodos do sistema de aterramento:

Aplicando-se as equações (5.4-69) para os pequenos incrementos $\Delta \mathbf{U}$, resulta:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{I}_{I1} = \left(-\mathbf{Z}_1^{-1} \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_t^{-1} \cdot \mathbf{B} \right) \cdot \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{I}_{I2} = \left(+\mathbf{Z}_1^{-1} \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_t^{-1} \cdot \mathbf{B} \right) \cdot \Delta \mathbf{U} \end{cases} ; \quad (6.2-20)$$

e, portanto:

$$\Delta \mathbf{I}_t = \Delta \mathbf{I}_{I1} + \Delta \mathbf{I}_{I2} \quad . \quad (6.2-21)$$

4. Atualização dos componentes das correntes transversais nos m_e eletrodos, para o tempo $t^{(r)}$ e para cada pulsação $p \omega_0$:

Simplemente, adiciona-se os incrementos das correntes transversais calculados no tempo $t^{(r)}$ aos componentes das correntes transversais calculados no tempo $t^{(r-1)}$. Assim, por exemplo, para o eletrodo de índice a e para o ponto de índice n ao longo do sistema de aterramento, seria:

$$I_{t a p, n}^{(r)}(p \omega_o) = I_{t a p, n}^{(r-1)}(p \omega_o) + \Delta I_{t a p, n}^{(r)}(p \omega_o). \quad (6.2-22)$$

5. Cálculo dos valores dos campos elétricos superficiais médios nos m_e eletrodos para o tempo $t^{(r)}$:

Procede-se conforme colocado no item 6.2.2 .

6. Verificação, para o tempo $t^{(r)}$, da ocorrência do efeito de ionização do solo junto aos eletrodos:

Para cada um dos m_e eletrodos, considera-se que a ionização do solo ocorre para:

$$e_{cT a}(t^{(r)}) > e_{crit\ solo}. \quad (6.2-23)$$

Portanto, na condição limite, calcula-se o raio externo equivalente b_{eq} por:

$$\frac{1}{b_{eq}} f_1 + f_2 = e_{crit\ solo} \quad \therefore \quad b_{eq} = \frac{f_1}{e_{crit\ solo} - f_2}; \quad (6.2-24)$$

ou

$$\frac{1}{b_{eq}} f_3 = e_{crit\ solo} \quad \therefore \quad b_{eq} = \frac{f_3}{e_{crit\ solo}}. \quad (6.2-25)$$

Assim, se, para um determinado eletrodo e para o tempo $t^{(r)}$, $e_{cT a}$ é inferior a $e_{crit\ solo}$, no passo 3.b a ser calculado em $t^{(r+1)}$ emprega-se o próprio valor b para o seu raio externo, caso contrário, emprega-se o raio b_{eq}^* .

* É importante citar que, em algumas análises aqui efetuadas, a redução brusca do raio externo equivalente de um eletrodo para o raio original b_{eq} ocasionou no tempo de cálculo seguinte alguns picos indesejáveis nos valores da tensão e do campo elétrico na superfície do respectivo eletrodo. Este problema foi minimizado de duas formas: a) de modo semelhante ao comentado na segunda estratégia de modelagem do efeito coroa nos cabos, substituindo-se o raio equivalente do eletrodo em questão pela média dos raios obtidos nos tempos imediatamente anterior e posterior; b) empregando-se um raio equivalente não inferior àquele obtido pela equação (6.2-24) ou (6.2-25).

7. Novo tempo de cálculo:

Idem ao passo 9 do item 6.1.4.2.

6.2.4 Aspectos adicionais de implementação computacional

A estratégia anterior de modelagem de sistemas de aterramento considerando-se o efeito de ionização do solo foi implementada no programa computacional GROUND SI . Utilizou-se a linguagem de programação Fortran 90.

O programa GROUND SI também pode ser empregado isoladamente para uma gama razoável de análises de sistemas de aterramento, e, neste caso, conta com todos os modelos de elementos lineares descritos no item 5.5, ou pode também ser integrado com o circuito elétrico global que compreende o sistema de aterramento.

Nesse segundo caso, a forma de integração é semelhante à apresentada no item 6.1.5 , que considera a modelagem do efeito coroa nos cabos. Portanto, no início do cálculo (ou no estado de operação linear), modela-se o sistema de aterramento, por exemplo, pela equação (5.4-67), devendo-se ajustar tal equação na forma necessária à solução das equações do tipo (5.6-79), sendo também útil operar com a inversa da matriz \mathbf{W}_E , incluindo-se assim somente os elementos de transferência entre os nós de comunicação com o circuito elétrico global, ou seja:

$$\mathbf{W}_E^{-1} \cdot \mathbf{I}_e - \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad . \quad (6.2-26)$$

Por exemplo, para dois nós de comunicação do sistema de aterramento com o resto do circuito, seria:

$$\begin{bmatrix} -1 & & W_{E11}^{-1} & W_{E12}^{-1} \\ & -1 & W_{E21}^{-1} & W_{E22}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{c1} \\ U_{c2} \\ I_{c1} \\ I_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad (6.2-27)$$

sendo:

$$\begin{cases} I_{c1} \leftarrow I_{e1} \\ I_{c2} \leftarrow I_{e2} \\ U_{c1} \leftarrow U_1 \\ U_{c2} \leftarrow U_2 \end{cases} \quad (6.2-28)$$

Para tempos posteriores, se o sistema de aterramento do caso anterior é representado, por exemplo, por fontes de tensão conectadas em cada um dos seus nós, de valor α' cada, seria:

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{c1} \\ U_{c2} \\ I_{c1} \\ I_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha'_1 \\ \alpha'_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.2-29)$$

6.3 Modelagem do canal da descarga atmosférica

6.3.1 Introdução

O canal da descarga atmosférica se caracteriza nitidamente como um capítulo à parte no processo de modelagem das linhas de transmissão para a incidência de descargas atmosféricas, na linha ou no solo próximo. Por um lado, é fácil concluir que um processo de modelagem preciso para cálculos desta natureza necessita incluir adequadamente os efeitos do “envelope coroa”, das perdas, do plasma, da tortuosidade, da conexão entre os precursores ascendentes e descendentes do canal final, da alteração da velocidade de propagação ao longo do canal e ainda da interação entre o canal e a linha. Há também a necessidade de consideração das eventuais descargas atmosféricas subseqüentes à primeira descarga, trafegando pela região ainda ionizada pela primeira descarga, ou por outras regiões, neste último caso formando um “novo” canal. Por outro lado, considerando-se o horizonte dos últimos 40 anos, enquanto que é notória a imensa quantidade de publicações técnicas sobre o tema, também é notória a constante menção às dificuldades para se obter um modelo preciso do canal da descarga. Um forte motivo deve-se ao fato de serem muito imprecisos os resultados de medições em instalações reais que permitam aferir tais modelos do canal da descarga.

A despeito dessas dificuldades, e necessidades, e tendo em vista o escopo desta tese, buscou-se também aqui modelar o canal da descarga atmosférica, por eletrodos

cilíndricos, e por meio de duas diferentes estratégias, muito aproximadas, e com várias restrições de uso, mas tal que fosse possível avaliar a importância do canal no cálculo do desempenho das linhas de distribuição e transmissão, assim como consta em alguns exemplos de aplicação dos capítulos 7 e 8 . Portanto, reserva-se também para uma etapa futura a esta tese uma modelagem refinada do canal da descarga atmosférica, e os resultados obtidos com as presentes modelagens devem ser reconhecidos apenas como uma primeira aproximação.

6.3.2 Estratégia de modelagem simplificada do canal da descarga considerando a alteração das características dielétricas do meio físico ao redor do canal ou a inclusão de elementos lineares distribuídos ao longo do canal

Nesta solução, modela-se toda a extensão do canal da descarga atmosférica por eletrodos cilíndricos e, para que a velocidade de propagação e a atenuação da descarga ao longo do canal sejam ajustadas em valores próximos daqueles obtidos de medições experimentais, “altera-se” adequadamente as características dielétricas do meio ao redor do canal ou inclui-se elementos lineares “auxiliares” distribuídos ao longo do canal. Note-se que tais estratégias são implementadas, basicamente, no cálculo das impedâncias longitudinais ou transversais próprias dos eletrodos, dependendo do parâmetro de ajuste. Por exemplo, MOINI *et al.* (2000) consideraram a permissividade dielétrica do meio ao redor do canal da ordem de $5,3 \epsilon_0$ ($\cong 47$ pF/m) para a obtenção da velocidade de propagação no canal igual a 130 m/ μ s , enquanto que BABA e ISHII (2003) empregaram ao longo do canal resistências adicionais entre $0,1$ e $1 \Omega/m$ e indutâncias adicionais entre 3 e $6 \mu H/m$ para a obtenção de velocidades de propagação entre 130 e 170 m/ μ s .

Com relação a valores plausíveis para a velocidade de propagação no canal, CHOWDHURI *et al.* (2005) apresentaram uma compilação dos resultados de várias medições, onde constam velocidades médias do canal da descarga entre 42 m/ μ s e 150 m/ μ s e entre 36 m/ μ s e 130 m/ μ s para canais associados às primeiras descargas e às descargas subsequentes, respectivamente, apesar de citar-se que erros de até 60% foram estimados para algumas dessas medições. Além disso, CHOWDHURI *et al.* (2005) propuseram a seguinte equação para a estimativa da velocidade do canal, v_C , em função da amplitude da corrente, I_o :

$$v_C(I_o) = 0,5 \cdot \operatorname{erf}(0,016 I_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{0,016 I_o} e^{-x^2} dx \quad (6.3-1)$$

Portanto, considere-se inicialmente a propagação ao longo do canal sem perdas e na velocidade constante igual à velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no ar dada na primeira das equações (4.2-26), ou seja:

$$v = v_o = \frac{1}{\sqrt{L_o C_o}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{ar} \mu_0}} \quad (6.3-2)$$

sendo L_o e C_o a indutância e a capacitância de “onda” equivalente do canal, respectivamente, por unidade de comprimento, associadas a impedância de onda equivalente do canal, nas condições anteriores, Z_{C_o} , por:

$$Z_{C_o} = \sqrt{\frac{L_o}{C_o}} \quad (6.3-3)$$

Logo, para que seja $v = v_C$, pode-se assumir:

$$v_C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_o \mu_0}} \quad (6.3-4)$$

donde resulta a permissividade dielétrica equivalente ϵ_r do meio ao redor do canal:

$$\epsilon_r = \left(\frac{v_o}{v_C} \right)^2 \quad (6.3-5)$$

Um procedimento diferente, mas com propriedades físicas semelhantes, é obtido impondo-se uma determinada capacitância por unidade de comprimento ao longo do canal, C_C ; ou seja, para $v = v_C$, pode-se estabelecer:

$$\begin{cases} Z_{C_o} = \sqrt{\frac{L_o}{C_o}} = L_o v_o = \frac{1}{C_o v_o} \\ Z_C = \sqrt{\frac{L_o}{C_C}} = L_o v_C = \frac{1}{C_C v_C} \end{cases} \quad (6.3-6)$$

donde se obtém:

$$C_C = C_o \cdot \left(\frac{v_o}{v_C} \right)^2 = \frac{v_o}{Z_{C_o} v_C^2} \cdot \quad (6.3-7)$$

Note-se que essas duas estratégias são semelhantes àquelas adotadas no item 6.1.3 para a modelagem do efeito coroa nos cabos e no item 6.2.3 para a modelagem do efeito de ionização do solo, e atuam, basicamente, no cálculo da impedâncias transversais dos elementos. Contudo, no presente caso do canal da descarga atmosférica, é ainda possível adotar uma outra estratégia, que proporciona resultados numéricos semelhantes, apesar de se afastar desses procedimentos com base física mais coerente à representação do efeito de ionização do meio ao redor do elemento cabo ou eletrodo de aterramento; ou seja, pode-se impor uma determinada indutância por unidade de comprimento ao longo do canal, L_C , para que seja $v = v_C$, resultando:

$$Z_C = \sqrt{\frac{L_C}{C_o}} = L_C v_C = \frac{1}{C_o v_C} \quad ; \quad (6.3-8)$$

donde se obtém:

$$L_C = L_o \cdot \left(\frac{v_o}{v_C} \right)^2 = \frac{Z_{C_o} v_o}{v_C^2} \cdot \quad (6.3-9)$$

Cumpra ainda comentar que, nas equações (6.3-7) e (6.3-9), considera-se o valor total da capacitância e da indutância, respectivamente, enquanto que no caso de serem empregados os elementos “capacitância auxiliar” ou “indutância auxiliar”, estes resultam da subtração entre os elementos C_C e C_o , e entre os elementos L_C e L_o , respectivamente.

6.3.3 Estratégia de modelagem simplificada do canal da descarga considerando somente o acoplamento eletromagnético mútuo entre o canal e a linha de transmissão

Para a elaboração desta estratégia, considere-se na modelagem por eletrodos cilíndricos dada nas equações (5.4-62) que os vetores e as matrizes envolvidas sejam particionados em submatrizes, associadas aos índices α e β . O índice α refere-se somente à parte do circuito que envolve todos os seus componentes exceto o canal da descarga, enquanto que o índice β refere-se somente ao canal da descarga. Para facilidade de cálculo, na

formação destas matrizes, considerando-se uma linha ou coluna de índice j de cada matriz, com um total de k elementos, os respectivos elementos da linha ou coluna de números 1 a j estão associados aos índices α , enquanto que os elementos de números $j+1$ a k estão associados aos índices β . Nesses termos, nas equações (5.4-62), as diversas matrizes podem ser subdivididas em submatrizes, na seguinte forma:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_\alpha \\ \mathbf{U}_\beta \end{bmatrix} ; \quad (6.3-10)$$

$$\mathbf{I}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{11\alpha} \\ \mathbf{I}_{11\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-11)$$

$$\mathbf{I}_{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{12\alpha} \\ \mathbf{I}_{12\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-12)$$

$$\mathbf{I}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{e\alpha} \\ \mathbf{I}_{e\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-13)$$

$$\mathbf{Z}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{t\alpha\alpha} & \mathbf{Z}_{t\alpha\beta} \\ \mathbf{Z}_{t\beta\alpha} & \mathbf{Z}_{t\beta\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-14)$$

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{1\alpha\alpha} & \mathbf{Z}_{1\alpha\beta} \\ \mathbf{Z}_{1\beta\alpha} & \mathbf{Z}_{1\beta\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-15)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\alpha\alpha} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\beta\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-16)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\alpha\alpha} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{\beta\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-17)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\alpha\alpha} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\beta\beta} \end{bmatrix} ; \quad (6.3-18)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\alpha\alpha} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\beta\beta} \end{bmatrix} . \quad (6.3-19)$$

Logo, a despeito desta separação de variáveis, a solução de todo o circuito global envolvendo o canal da descarga é a mesma já detalhada no item 5.6.1.6.

Contudo, para facilidade de aplicação, e às custas de um reduzido erro numérico (vide os exemplos do item 7.4.2), admita-se agora apenas o acoplamento eletromagnético entre o canal da descarga e a linha; ou seja, despreze-se o acoplamento eletromagnético “inverso” entre a linha e o canal da descarga *. Tal fato consiste em supor nulas as submatrizes $Z_{t\beta\alpha}$ e $Z_{1\beta\alpha}$ nas equações (6.3-14) e (6.3-15). Logo, inicialmente, a partir dessa aproximação, pode-se determinar a corrente que circulará em cada eletrodo cilíndrico representativo do canal da descarga (nomeadamente as correntes $I_{11\beta}$ e $I_{12\beta}$), considerando-se o canal isolado do resto do circuito, e, em seguida, resolver todo o circuito global em estudo tratando as correntes longitudinais e transversais nos eletrodos empregados para a simulação do canal como elementos do tipo fontes de corrente conhecidas, e não como variáveis do processo de cálculo, resultando:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{aa} \cdot \mathbf{U}_a + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{1aa} \cdot \mathbf{I}_{11a} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{1aa} \cdot \mathbf{I}_{12a} = \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{B}_{aa} \cdot \mathbf{U}_a + \mathbf{Z}_{taa} \cdot \mathbf{I}_{11a} + \mathbf{Z}_{taa} \cdot \mathbf{I}_{12a} = \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{C}_{aa} \cdot \mathbf{I}_{11a} - \mathbf{D}_{aa} \cdot \mathbf{I}_{12a} = \mathbf{I}_{ea} \end{cases} ; \quad (6.3-20)$$

sendo:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_1 = -\frac{1}{2} \mathbf{Z}_{1a\beta} \cdot \mathbf{I}_{11\beta} + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{1a\beta} \cdot \mathbf{I}_{12\beta} \\ \mathbf{K}_2 = -\mathbf{Z}_{ta\beta} \cdot \mathbf{I}_{11\beta} - \mathbf{Z}_{ta\beta} \cdot \mathbf{I}_{12\beta} \end{cases} . \quad (6.3-21)$$

Buscando-se uma solução do tipo da equação (5.4-67), fica então:

$$\mathbf{I}'_{ea} = \mathbf{W}_{Ea\beta} \cdot \mathbf{U}_a ; \quad (6.3-22)$$

* Procedimentos de cálculo típicos elaborados no domínio do tempo partem deste princípio (e.g., NUCCI et al. (1993), HØIDALEN (2003), COORAY (2003)), enquanto que aqui o processo será desenvolvido no domínio da frequência em conjunto com os modelos de eletrodos cilíndricos detalhados no item 5.4.

sendo:

$$\mathbf{W}_{E\alpha\beta} = (\mathbf{D}_{aa} - \mathbf{C}_{aa}) \cdot \left(\frac{1}{2} \mathbf{Z}_{taa}^{-1} \cdot \mathbf{B}_{aa} \right) - (\mathbf{D}_{aa} + \mathbf{C}_{aa}) \cdot \left(\mathbf{Z}_{1aa}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{aa} \right) \quad (6.3-23)$$

e

$$\mathbf{I}'_{e\alpha} = \mathbf{I}_{e\alpha} + (\mathbf{D}_{aa} - \mathbf{C}_{aa}) \cdot \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{taa}^{-1} \cdot \mathbf{K}_2 - (\mathbf{D}_{aa} + \mathbf{C}_{aa}) \cdot \mathbf{Z}_{1aa}^{-1} \cdot \mathbf{K}_1 \quad (6.3-24)$$

Vem ainda:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{11\alpha} = \left(-\mathbf{Z}_{1aa}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{aa} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{taa}^{-1} \cdot \mathbf{B}_{aa} \right) \cdot \mathbf{U}_\alpha + \mathbf{Z}_{1aa}^{-1} \cdot \mathbf{K}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{taa}^{-1} \cdot \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{I}_{12\alpha} = \left(+\mathbf{Z}_{1aa}^{-1} \cdot \mathbf{A}_{aa} - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{taa}^{-1} \cdot \mathbf{B}_{aa} \right) \cdot \mathbf{U}_\alpha - \mathbf{Z}_{1aa}^{-1} \cdot \mathbf{K}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_{taa}^{-1} \cdot \mathbf{K}_2 \end{cases} ; \quad (6.3-25)$$

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{1\alpha} = \frac{1}{2} (\mathbf{I}_{11\alpha} - \mathbf{I}_{12\alpha}) \\ \mathbf{I}_{t\alpha} = \mathbf{I}_{11\alpha} + \mathbf{I}_{12\alpha} \end{cases} ; \quad (6.3-26)$$

onde $\mathbf{I}_{1\alpha}$ e $\mathbf{I}_{t\alpha}$ são o vetor das correntes longitudinais médias e o vetor das correntes transversais nos eletrodos que compõem o circuito sem o canal da descarga, respectivamente.

A simplificação anterior é realmente útil, e permite que se faça o cálculo das correntes ao longo do canal da descarga por qualquer metodologia, considerando-se ou não uma modelagem dinâmica do canal, e necessitando-se apenas conhecer, para cada pulsação, o valor das correntes longitudinais I_{11} e I_{12} para cada eletrodo que forma o canal.

Por exemplo, apesar de não ter sido exposta nesta tese, investigou-se preliminarmente uma modelagem dinâmica do canal da descarga semelhante ao processo adotado para a modelagem dos sistemas de aterramento com o solo ionizado. Basicamente, considerou-se o início do processo com a progressão de um precursor da descarga descendente e de outro ascendente, este se formando do solo em direção à nuvem. Ambos os precursores são modelados por eletrodos cilíndricos. Após a conexão dos dois precursores, dando-se, portanto, o canal de retorno da descarga, e a reflexão do precursor anteriormente ascendente, altera-se adequadamente os parâmetros longitudinais e ou transversais dos

eletrodos que formam estes dois elementos por forma a se aproximar do fenômeno real envolvendo as perdas do canal, a formação do plasma e o efeito de ionização do ar. Considerou-se o emprego de resistências e indutâncias distribuídas ao longo do canal, a alteração do raio dos eletrodos e ou a alteração da permissividade dielétrica do meio ao redor dos eletrodos. Portanto, faz-se o cálculo passo a passo no tempo, representando-se cada incremento de corrente nos eletrodos que constituem os dois precursores (ou canais) por degraus de corrente, com semelhança ao algoritmo descrito no item 6.2.3 . No tempo de cálculo final ficam então caracterizadas as correntes longitudinais I_{l1} e I_{l2} em cada eletrodo que forma todo o canal.

Como um exemplo de aplicação muito simples, meramente ilustrativo, considere-se que, para efeito do cálculo da corrente $i(t, z)$ no tempo t e ao longo do canal, sendo z uma coordenada positiva no sentido crescente da base ao topo do canal, seja:

$$i(t, z) = f\left(t - \frac{z}{v}\right) e^{-\frac{\alpha_\gamma z}{v}} ; \quad (6.3-27)$$

onde f é uma função genérica no tempo e v e α_γ são a velocidade e o fator de atenuação da propagação ao longo do canal, respectivamente, sendo que v e α_γ podem ser constantes ou funções de z .

Logo, aplicando-se a transformada de Fourier na equação (6.3-27), tem-se, para cada pulsação $p \omega_o$:

$$I(p \omega_o, z) = e^{-\frac{(\alpha_\gamma \pm i p \omega_o) z}{v}} F(p \omega_o) ; \quad (6.3-28)$$

sendo F a transformada de Fourier da função f .

Considerando-se, por exemplo, o canal com um comprimento L_c , dividido em m_c eletrodos com igual comprimento, e sendo $i_{e\beta}(t, z=0) = f_{e\beta}(t)$ a corrente que é injetada na base do canal, ter-se-ia, nos pontos inicial e final do eletrodo de índice k , as correntes longitudinais $I_{l1 \beta k}$ e $I_{l2 \beta k}$:

$$\begin{cases} I_{11\beta k}(p\omega_o, z=0) = F_{e\beta}(p\omega_o) \\ I_{12\beta k}\left(p\omega_o, z = \frac{L_c}{vm_c}\right) = -e^{-(\alpha_\gamma \pm i p\omega_o)\frac{L_c}{vm_c}} F_{e\beta}(p\omega_o) \end{cases}, \text{ para } k=1, \quad (6.3-29)$$

e

$$\begin{cases} I_{11\beta k}\left(p\omega_o, z = \frac{(k-1)L_c}{vm_c}\right) = e^{-(\alpha_\gamma \pm i p\omega_o)\frac{(k-1)L_c}{vm_c}} F_{e\beta}(p\omega_o) \\ I_{12\beta k}\left(p\omega_o, z = \frac{kL_c}{vm_c}\right) = -e^{-(\alpha_\gamma \pm i p\omega_o)\frac{kL_c}{vm_c}} F_{e\beta}(p\omega_o) \end{cases}, \text{ para } k > 1 ; \quad (6.3-30)$$

sendo $F_{e\beta}$ a transformada de Fourier de $f_{e\beta}$.

A inclusão dos valores das equações (6.3-29) e (6.3-30) nas equações (6.3-21) permite calcular os vetores \mathbf{K}_1 e \mathbf{K}_2 , e, então, calcular as tensões e correntes no restante do circuito a partir da resolução da equação (6.3-20).

Um comentário importante sobre esta segunda estratégia refere-se à sua aplicação ao cálculo de desempenho da linha à incidência de descargas atmosféricas no solo próximo, onde se necessita modelar seguidamente várias incidências de descargas no solo (vide item 8.2). Nesse caso, poder-se-ia adotar duas soluções:

1. Para cada incidência da descarga a ser considerada, modela-se novamente a linha e o novo canal, e faz-se o cálculo das sobretensões nos pontos principais da linha.
2. Modela-se ao mesmo tempo a linha e todos os canais da descarga “em paralelo”, evitando-se assim as várias repetições de cálculo como ocorrerá na solução 1. Para cada incidência, entretanto, deve-se considerar somente a corrente injetada no respectivo canal, e, para os demais canais, assumir-se nula a corrente injetada.

Na solução 1, observa-se que há o inconveniente de se repetir várias vezes um cálculo que manipula matrizes menores, pois somente se modela um canal no circuito global. Na solução 2, apesar de se calcular as matrizes uma única vez, há o sério inconveniente de ter se que se manipular matrizes realmente imensas, dada a incorporação de todos os eletrodos que compõem os vários canais. Portanto, é fácil observar que, em relação à

estratégia de modelagem do canal da descarga apresentada no item 6.3.2 anterior, a estratégia de modelagem apresentada neste item 6.3.3 , que desconsidera o acoplamento entre o resto do circuito e o canal, permite que se modele simultaneamente o circuito sem os canais, e, à parte, os canais, facilitando e acelerando bastante o processo do cálculo do desempenho da linha à incidência de descargas atmosféricas. Os exemplos de aplicação apresentados no item 7.4.3 clarificam essas questões.

6.3.4 Aspectos adicionais de implementação computacional

Considerando-se as características das modelagens anteriores, não foi necessário elaborar um programa computacional específico para a modelagem do canal da descarga atmosférica*.

De fato, a primeira estratégia de modelagem anterior já trata o canal como parte do circuito elétrico global, sendo que, no caso de se adotar a alteração da permissividade dielétrica do meio ao redor do canal, esta deve ser somente aplicada para o cálculo das correntes longitudinais e transversais no canal, devendo-se, pois, no momento do cômputo dos campos eletromagnéticos no meio externo, considerar-se este meio igual ao ar.

Apenas na segunda estratégia de modelagem necessita-se calcular previamente as correntes longitudinais e transversais ao longo do canal por um cálculo à parte, o qual pode também ser do tipo da primeira estratégia de modelagem. Nesse caso, para facilidade, incluiu-se uma condição específica nos modelos de eletrodos cilíndricos implementados no programa computacional FDETP , comentado no item 5.6.1.7.

* Exceto para a comentada modelagem dinâmica do canal investigada preliminarmente.

CAPÍTULO 7 - Exemplos de cálculo de circuitos básicos e da propagação de descargas atmosféricas em cabos aéreos, sistemas de aterramento e linhas de transmissão

Conforme já foi comentado, para a análise dos efeitos em linhas de transmissão causados pela incidência de descargas diretamente na linha ou no solo próximo, necessita-se modelar um circuito elétrico global constituído por elementos típicos de análises de redes elétricas e elementos do tipo “fonte de campo eletromagnético”. A modelagem desses componentes foi adequadamente formulada nos capítulos 5 e 6 e complementada nos Apêndices A e B .

Portanto, neste capítulo 7 , elaborou-se uma seqüência de exemplos de aplicação, envolvendo algumas análises clássicas, com dificuldade de modelagem crescente, avaliando-se a efetividade de vários dos modelos elaborados e de sua combinação para compor todo um trecho de linha de transmissão, nomeadamente:

- Inicia-se com alguns exemplos bem simples, envolvendo circuitos elétricos básicos em corrente contínua e alternada sinusoidal, com e sem elementos não lineares, com a mera intenção de aferir alguns dos modelos de elementos típicos de análises de redes elétricas que foram elaborados e dos processos de inversão frequência-tempo que foram desenvolvidos.
- Em seguida, para a aferição dos modelos de eletrodos cilíndricos, apresentam-se algumas aplicações envolvendo cabos aéreos com posicionamento horizontal e vertical e sistemas de aterramento, calculando-se o campo eletromagnético e tensões no meio externo aos eletrodos. Faz-se algumas comparações dos valores calculados com valores medidos disponibilizados na literatura.
- Dadas tais aferições, passa-se a efetuar análises mais complexas e mais objetivas desta tese, combinando-se os referidos modelos de componentes típicos de análises de redes elétricas com modelos de eletrodos cilíndricos para o estudo da propagação de descargas atmosféricas em cabos aéreos, linhas de transmissão, sistemas de aterramento etc.

- Finalmente, apresentam-se alguns exemplos envolvendo as modelagens especiais elaboradas no capítulo 6, designadamente as modelagens do efeito coroa nos cabos, do efeito de ionização do solo junto aos eletrodos de aterramento e do canal da descarga atmosférica.

7.1 Cálculo de circuitos básicos em corrente contínua e alternada sinusoidal

7.1.1 Circuito RC série

Como usual quando da aferição básica dos programas de transitórios eletromagnéticos, apresenta-se na Figura 7.1-1 o simples circuito linear RC série alimentado por um degrau de tensão, u_f , cuja forma de onda no tempo está mostrada na Figura 7.1-2. Considerando-se o valor de 1Ω para o resistor, interessa calcular pela metodologia aqui desenvolvida a forma de onda no tempo da tensão no capacitor, u_C , assumindo que este tenha uma capacitância igual a $0,1$ ou 1 F , resultando em duas combinações da constante RC , ou seja, $0,1$ e 1 s .

Portanto, os resultados obtidos também estão apresentados na Figura 7.1-2, donde se pode observar que, para o reduzido valor da constante RC , ou seja, igual a $0,1 \text{ s}$, há um forte efeito atenuante no sinal após o tempo em que a tensão aplicada se anula (1 s), sendo a tensão u_C praticamente nula para um tempo superior a 1 s . Diferentemente, para a constante RC relativamente elevada, igual a 1 s , como esperado, a atenuação é bem lenta, e a tensão u_C é aproximadamente nula somente a partir de 6 s .

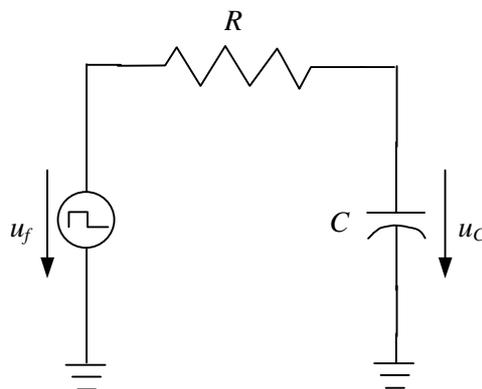


Figura 7.1-1 – Circuito RC série

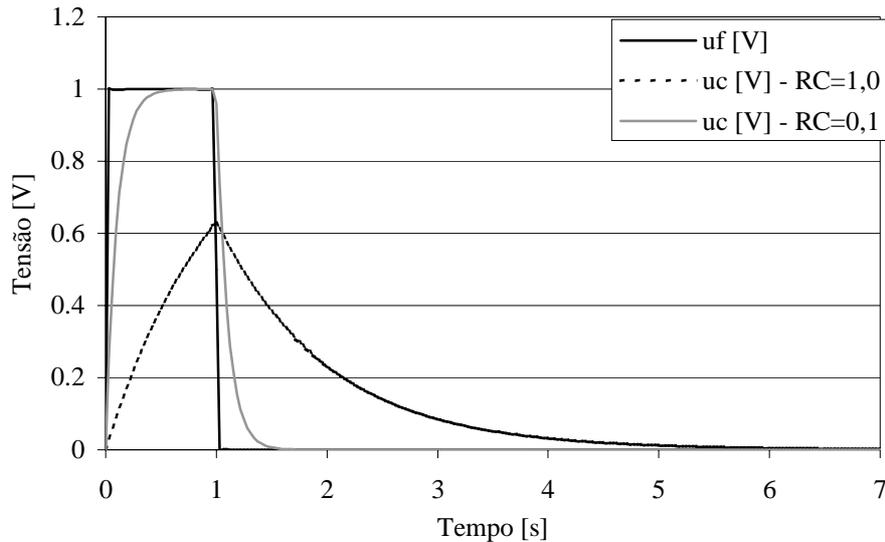


Figura 7.1-2 – Variação no tempo das tensões u_f e u_c

Neste ponto, cabe fazer um comentário importante quanto ao método de cálculo a ser utilizado no processo de inversão frequência-tempo. Para a solução inicial deste exemplo, aplicou-se o processo de inversão frequência-tempo por meio da Série de Fourier, o qual requer o estabelecimento prévio de um intervalo de tempo igual a T para a análise dos sinais, e supor-se que tais sinais sejam aproximados como periódicos, ou seja, repetindo-se no intervalo de tempo de T a $2T$, de $2T$ a $3T$, e assim sucessivamente.

Ocorre que, quando as constantes de tempo do circuito em análise são longas, necessita-se de períodos de tempo T demasiadamente longos para que não se tenha a influência do período seguinte no período de tempo em análise, além de um número cada vez maior de frequências por forma a se representar todo o sinal no tempo sem se violar o critério básico de Nyquist (BRIGHAM, 1988), nomeadamente:

$$\omega_{Nyquist} = \frac{\pi}{\Delta t} ; \quad (7.1-1)$$

sendo $\omega_{Nyquist}$ a frequência de Nyquist, a qual é teoricamente a maior frequência de interesse para o cálculo de um sinal no tempo utilizando-se um passo de tempo igual a Δt .

Esse aspecto já se torna aparente neste simples exemplo do circuito com a constante RC igual a 1 s, onde é necessário que o período de tempo seja pelo menos igual a 6 s.

Naturalmente que, para um valor ainda maior da constante RC , como, por exemplo, para RC igual a 10 s , seria necessário que o valor de T fosse substancialmente maior.

Portanto, resolveu-se novamente o presente exemplo empregando-se a transformada numérica de Laplace (TNL) dada na equação (4.4-25). Desta vez, o efeito da constante de tempo longa foi eliminado praticamente por completo, tendo sido testados períodos de cálculo inclusive bem menores do que 1 s , provando assim a eficiência deste segundo processo de cálculo, o qual foi então empregado para os demais exemplos de aplicação deste capítulo.

7.1.2 Circuito com chaveamento de capacitor

Neste exemplo, cujos dados constam em DOMMEL (1986), investiga-se o chaveamento de um capacitor de $22000\text{ }\mu\text{F}$ através de uma chave ideal, a qual interrompe a corrente circulante imediatamente após a primeira passagem desta por zero. O elemento chave caracteriza a não linearidade deste circuito e é modelado conforme descrito no item 5.6.1.2. Alimenta-se o circuito com uma fonte de tensão sinusoidal (u_f), da maneira descrita nas Figura 7.1-3 e Figura 7.1-4.

É interessante novamente notar que, para a solução efetiva por Série de Fourier, teve-se que empregar um período de tempo bem maior do que a janela de tempo mostrada na Figura 7.1-4, designadamente igual a $0,03\text{ s}$, e adoção de uma estratégia especial, como, por exemplo, forçar-se a tensão da fonte u_f a ser nula após o tempo de $0,03333\text{ s}$. Já na solução pela TNL foi possível efetuar diretamente o cálculo com o período de $0,03\text{ s}$, demonstrando-se também a efetividade deste processo para o cálculo de elementos não lineares.

Portanto, analisando-se o comportamento da tensão no nó 2 do circuito, u_2 , percebe-se a consistência física da derivada de u_2 em relação ao tempo igual a zero para o tempo inicial, e o esperado forte efeito oscilatório e amortecido deste sinal após o chaveamento.

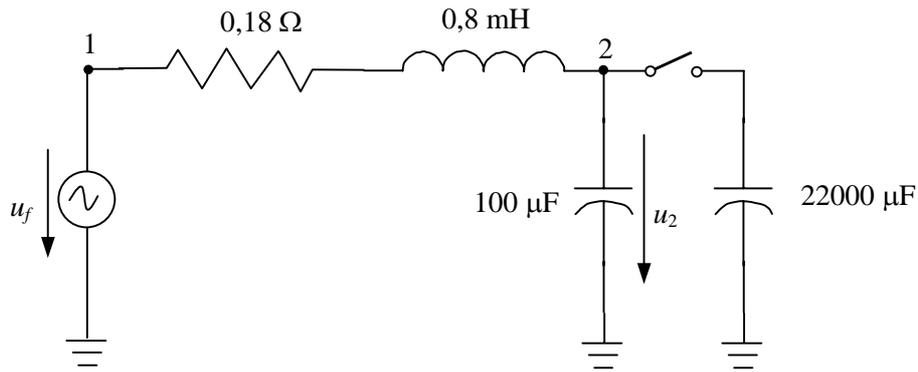


Figura 7.1-3 – Chaveamento de capacitor

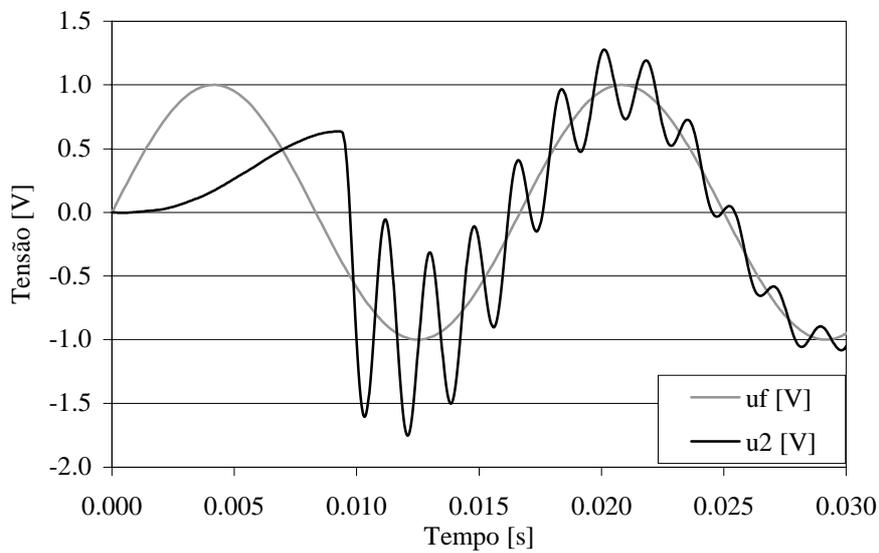


Figura 7.1-4 – Variação no tempo das tensões u_f e u_2

7.1.3 Fonte retificadora a meia onda alimentando uma carga resistiva através de indutor

A análise da operação de diodos alimentados por fontes sinusoidais é também um bom teste para programas de transitórios eletromagnéticos elaborados no domínio da frequência e que analisam sinais periódicos, onde alternativamente fecha-se e abre-se uma chave.

Portanto, neste exemplo, apresentado na Figura 7.1-5, tem-se a fonte retificadora mais simples, ou seja, do tipo meia onda, alimentando uma carga resistiva igual a 5Ω através de um indutor de 10 mH . Deseja-se conhecer a forma de onda da tensão no resistor, u_R , para a tensão u_f senoidal e na forma dada na Figura 7.1-6.

Utilizando-se um período de tempo igual a 0,06667 s , calculou-se por Série de Fourier a forma de onda de u_R , donde se pode observar plenamente a periodicidade do sinal retificado.

Note-se que, neste tipo de análise, em que a fonte de tensão e a resposta são periódicas, o tratamento por Série de Fourier é natural, não se configurando os problemas mencionados nos dois exemplos anteriores em relação ao mínimo período de tempo de cálculo.

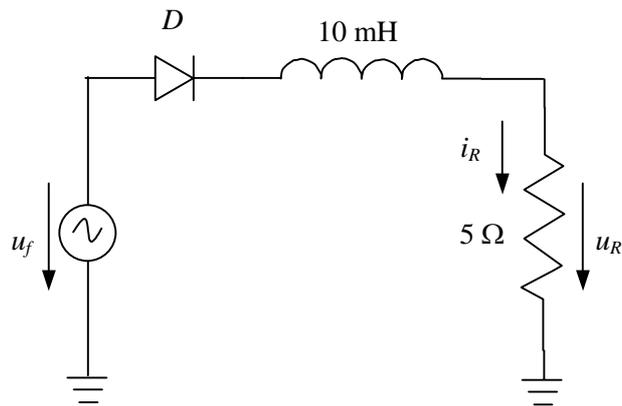


Figura 7.1-5 – Fonte retificadora meia onda com carga resistiva e indutor

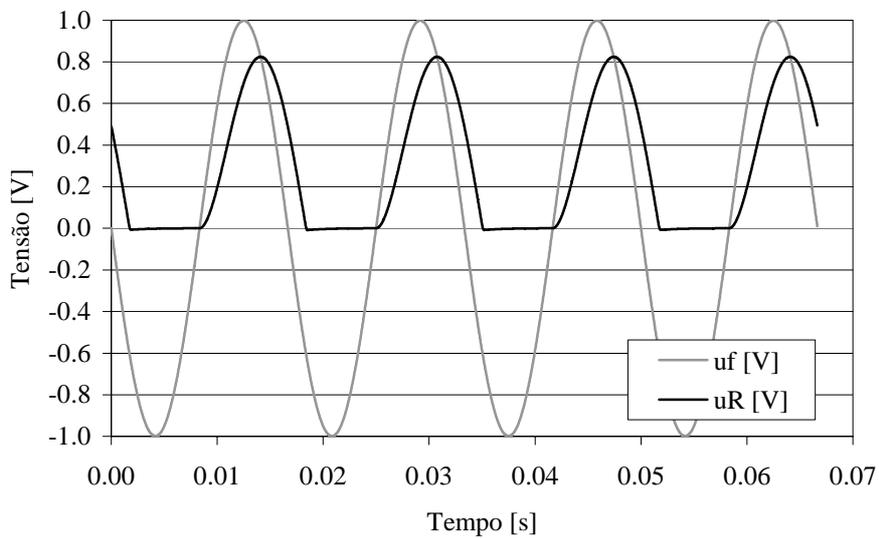


Figura 7.1-6 – Variação no tempo das tensões u_f e u_R

7.1.4 Fonte retificadora onda completa alimentando uma carga puramente resistiva

Neste exemplo faz-se uma extensão do exemplo anterior, e passa-se para um retificador de onda completa alimentando uma carga resistiva igual a R , conforme consta na Figura 7.1-7. A intenção deste exemplo é averiguar se o método de cálculo atende à manutenção do valor máximo da tensão no resistor u_R , que deve ser igual ao da tensão na fonte u_f , independente do valor de R .

Dos resultados apresentados na Figura 7.1-8, obtidos tanto pela Série de Fourier quanto pela TNL, note-se que esse condicionamento é perfeitamente atendido, tendo sido empregados valores rigorosamente baixos e elevados do resistor R .

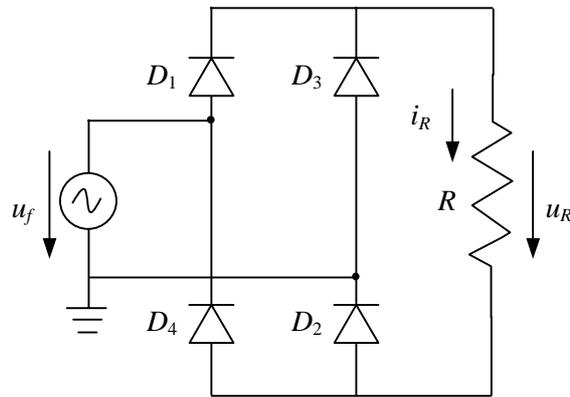


Figura 7.1-7 – Fonte retificadora meia onda com carga puramente resistiva

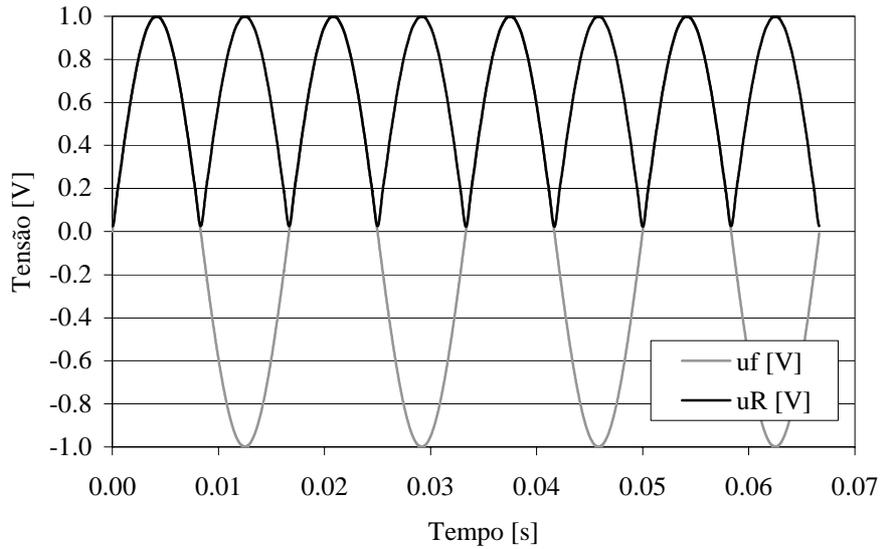


Figura 7.1-8 – Variação no tempo das tensões u_f e u_R

7.2 Cálculo de circuitos básicos modelados por eletrodos cilíndricos, considerando apenas um componente em frequência

Neste subitem, aplica-se os modelos de eletrodos cilíndricos descritos no item 5.4 à modelagem de cabos aéreos e cabos sob o solo. Faz-se a análise injetando-se no circuito sinais simples com somente um componente de frequência, e, neste caso, apresentam-se as respostas somente em função dos valores máximos no tempo.

7.2.1 Tensões de passo e de toque em um sistema de aterramento formado por cinco hastes verticais em paralelo e interligadas por cabos horizontais

Analisa-se neste exemplo o sistema de aterramento apresentado na Figura 7.2-1, o qual é constituído de 5 hastes de aterramento com 3 m de comprimento, formando um quadrado com lado igual a 12 m e estando a extremidade superior de cada haste a 0,5 m da superfície do solo. Todas as hastes são interligadas por cabos horizontais. Considera-se que tanto as hastes como os cabos têm raios externos iguais a 7 mm, que possuem as características elétricas do cobre e que estão em contato direto com o solo.

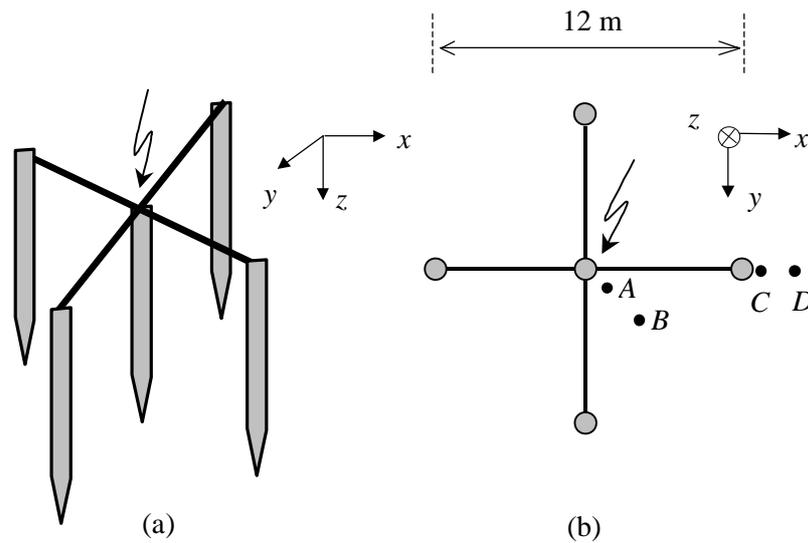


Figura 7.2-1 – Exemplo de sistema de aterramento simples, tipicamente usado em redes de distribuição: (a) vista lateral; (b) vista de topo

Para ilustrar o comportamento na frequência deste exemplo de sistema de aterramento, utilizou-se no cálculo o modelo do solo em função da frequência conforme a equação (5.3-1), com os valores médios dos parâmetros α e Δ_i dados nas equações (5.3-2) e a condutividade elétrica em baixa frequência σ_0 igual a 1 mS/m .

Os valores calculados dos perfis dos módulos das tensões de toque e de passo na superfície do solo estão apresentados nas Figura 7.2-3 a Figura 7.2-6, considerando-se uma corrente sinusoidal com módulo igual a 1 A injetada no centro do sistema, assumido como a origem (0,0) dos eixos ortogonais (x,y) apresentados na Figura 7.2-1.

Cada tensão de passo plotada para cada ponto central $P(x,y)$ corresponde ao valor máximo calculado entre quatro direções cruzando este ponto P (formando um ângulo de 45° entre cada direção), considerando-se, entre cada direção, dois pontos equidistantes a P com uma distância de separação igual a 1 m (vide Figura 7.2-2).

As tensões de toque foram calculadas num caminho situado entre o ponto na superfície do solo e o nó do sistema de aterramento que se encontra mais próximo, como também consta na Figura 7.2-2. Tanto no cálculo das tensões de passo como no cálculo das tensões de toque fez-se a integração do campo elétrico total, de acordo com a expressão (5.4-34).

As Figura 7.2-3 e Figura 7.2-4 foram calculadas para a frequência de 1 pHz e as Figura 7.2-5 e Figura 7.2-6 para a frequência de 1 MHz .

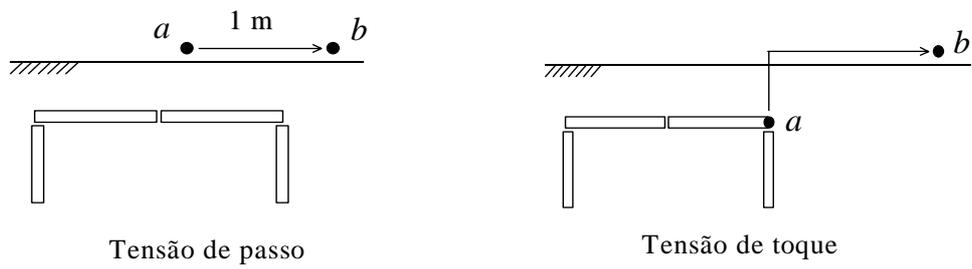


Figura 7.2-2 – Caminhos de integração para o cálculo das tensões de passo e de toque (exemplo didático de segmentação de eletrodos)

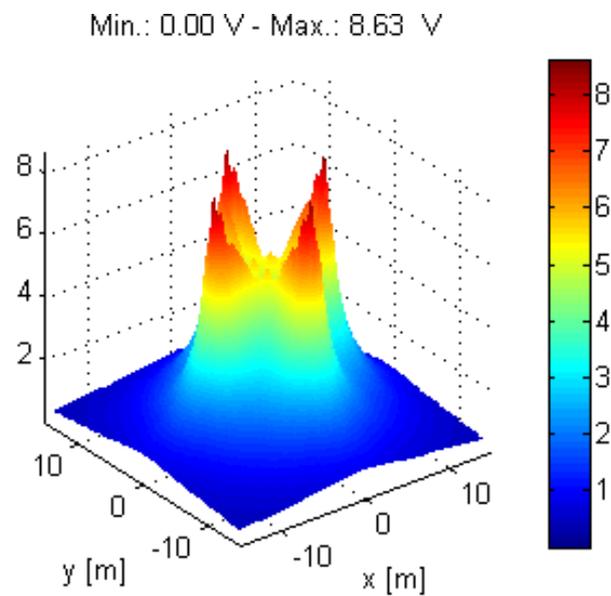


Figura 7.2-3 – Tensão de passo na superfície do solo ($f = 1$ pHz)

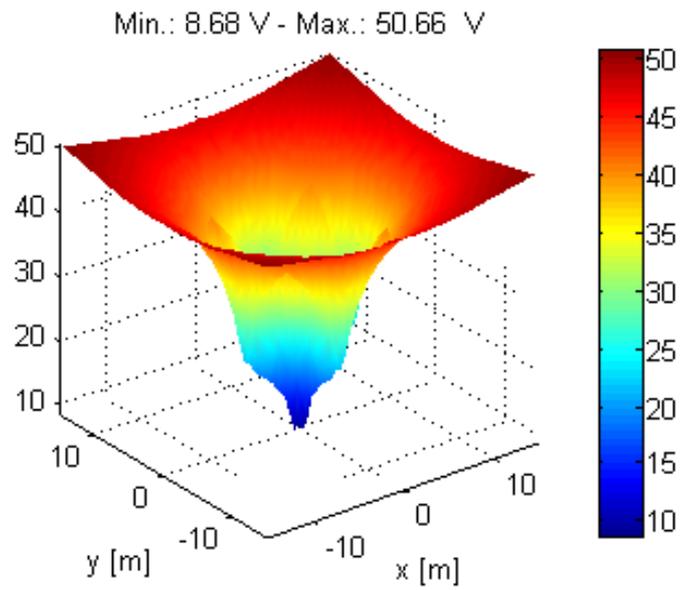


Figura 7.2-4 – Tensão de toque na superfície do solo, com relação ao eletrodo do sistema de aterramento mais próximo ($f = 1$ pHz)

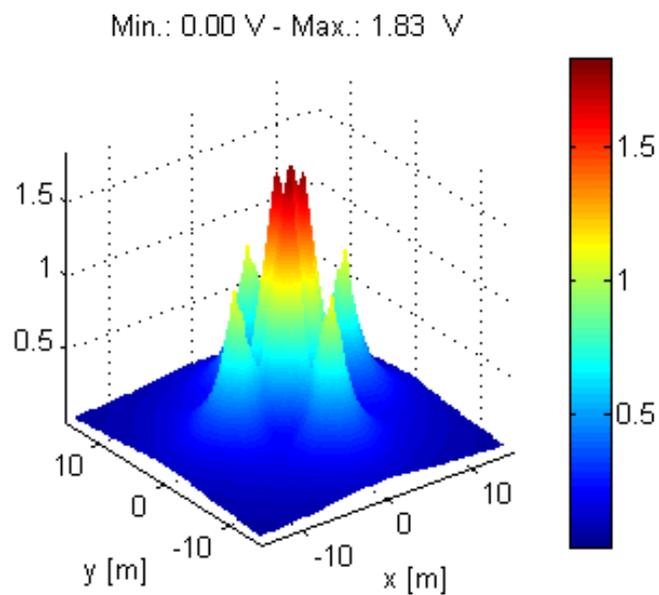


Figura 7.2-5 – Tensão de passo na superfície do solo ($f = 1$ MHz)

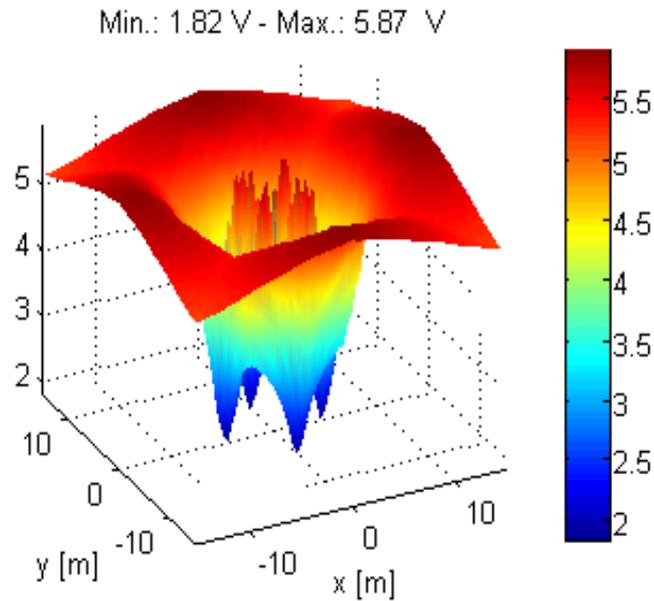


Figura 7.2-6 – Tensão de toque na superfície do solo, com relação ao eletrodo do sistema de aterramento mais próximo ($f = 1 \text{ MHz}$)

7.2.2 Tensões de passo e de toque em um sistema de aterramento formado por cabos horizontais

Neste exemplo estende-se a análise anterior para um sistema de aterramento de médio porte, tal como representado na Figura 7.2-7. O sistema é composto por eletrodos somente horizontais, situados a 0,5 m abaixo da superfície do solo e formando uma malha quadrada com a dimensão de 100 m \times 100 m. Cada subdivisão da malha corresponde a quadrados com a dimensão 16,66 m \times 16,66 m. Considera-se que o raio externo dos eletrodos é igual a 7 mm e que estes têm as características elétricas do cobre. O solo é modelado da mesma forma que no exemplo anterior.

Nas Figura 7.2-8 a Figura 7.2-11 apresentam-se os perfis calculados para as amplitudes das tensões de passo e de toque, considerando-se uma corrente sinusoidal com 1 A de amplitude injetada na coordenada (x,y) igual a $((-33,33),(33,33))$. O centro da malha é assumido como a origem $(0,0)$ dos eixos ortogonais (x,y) . Adotou-se o mesmo procedimento ilustrado na Figura 7.2-2. As Figura 7.2-8 e Figura 7.2-9 foram obtidas para a frequência de 1 pHz e as Figura 7.2-10 e Figura 7.2-11 para a frequência de 1 MHz.

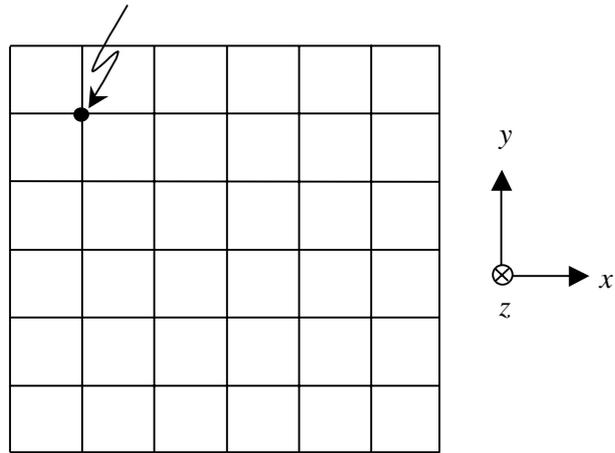


Figura 7.2-7 – Malha de aterramento quadrada (vista de topo)

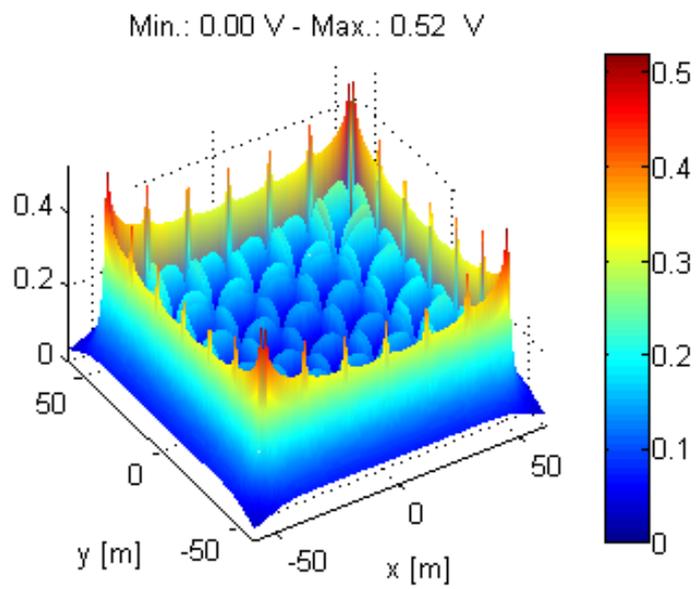


Figura 7.2-8 – Tensão de passo na superfície do solo ($f = 1$ pHz)

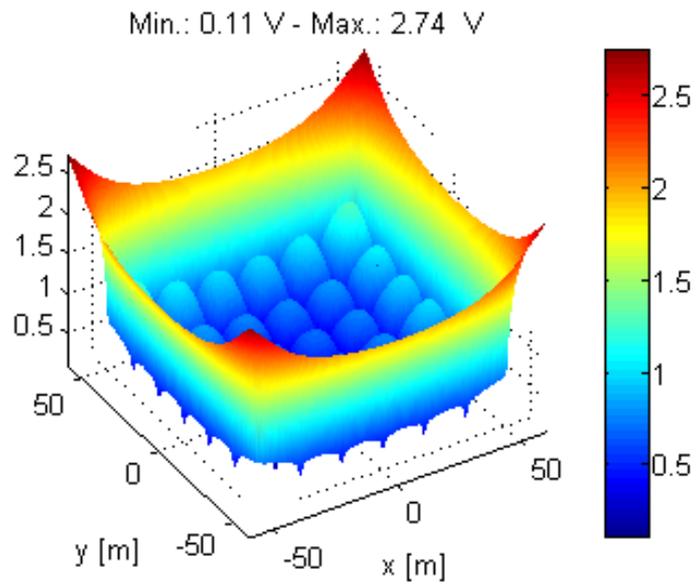


Figura 7.2-9 – Tensão de toque na superfície do solo, com relação ao eletrodo do sistema de aterramento mais próximo ($f = 1$ pHz)

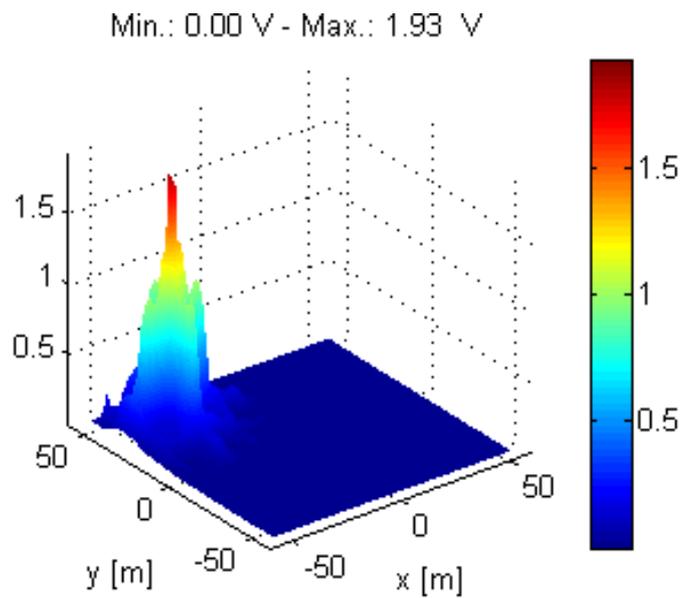


Figura 7.2-10 – Tensão de passo na superfície do solo ($f = 1$ MHz)

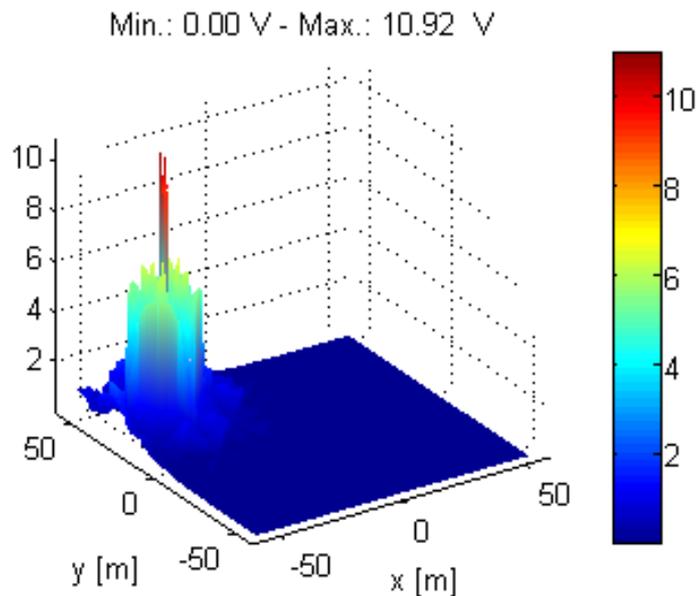


Figura 7.2-11 – Tensão de toque na superfície do solo, com relação ao eletrodo do sistema de aterramento mais próximo ($f = 1$ MHz)

Pode-se concluir dos resultados deste exemplo e do exemplo anterior do sistema de aterramento simplificado que, para transitórios lentos e malhas de aterramento com dimensões não muito excessivas, no espectro dominante de frequências, o comportamento usual é apresentado nas Figura 7.2-8 e Figura 7.2-9, o qual é praticamente independente da frequência e do ponto em que a corrente é injetada. Além disso, nesse caso, as equações do modelo matemático tornam-se mais simples e seria possível desenvolver um procedimento de cálculo mais rápido e expedito, semelhante àqueles costumeiramente utilizados nos estudos de baixa frequência.

Por outro lado, para transitórios rápidos, dentro do espectro de frequências significativo, os resultados são fortemente dependentes da frequência, como pode ser notado das Figura 7.2-10 e Figura 7.2-11, e também existe uma forte influência do ponto em que a corrente é injetada na malha, com fortes efeitos de atenuação a partir deste ponto. Quanto maiores são as dimensões da malha, maiores são essas diferenças.

7.3 Cálculo da propagação de surtos e descargas atmosféricas

7.3.1 Trecho de subestação

Analisa-se neste exemplo o comportamento de um trecho de subestação idealizado na Figura 7.3-1, representado-o basicamente por um barramento, um pára-raios e um

transformador, quando se submete no início do barramento uma onda de tensão do tipo rampa, com amplitude de 3800 kV e frente de onda de $1 \mu\text{s}$. Trata-se de um exemplo tipicamente abordado em cursos de utilização do programa computacional ATP e cujos dados básicos podem ser encontrados em AMON FILHO e PEREIRA (1996).

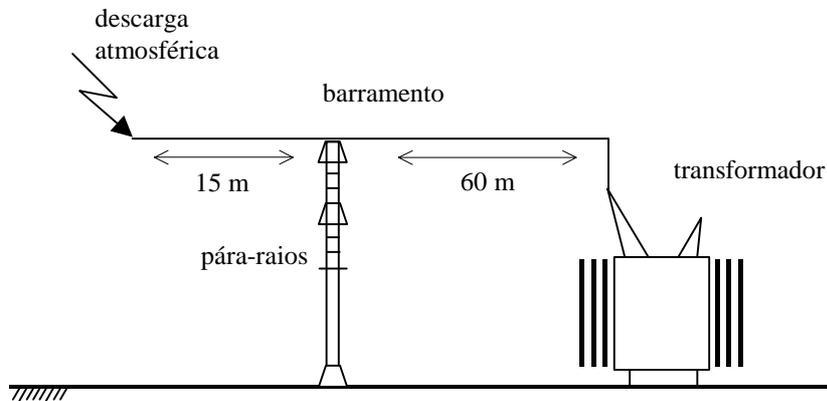


Figura 7.3-1 – Injeção de surto em transformador protegido por pára-raios

É importante ressaltar que a intenção de aqui apresentar este exemplo é apenas aferir o emprego do equacionamento que foi desenvolvido no item 5.6.1.3 para a modelagem básica do elemento pára-raios, isto é, simplesmente considerando-se a característica entre a tensão e a corrente do resistor não linear, e não tecer críticas sobre o rigor da modelagem adotada para os três componentes do exemplo, a qual, aliás, é de extrema simplicidade, possui restrita faixa de aplicação, sobretudo para os fins deste exemplo teórico, e tem precisão limitada.

Portanto, considera-se a instalação como sendo monofásica, modelam-se os dois trechos do barramento por linhas de transmissão ideais sem perdas e, numa modelagem extremamente simples, representa-se o transformador por uma capacitância igual a 3 nF , buscando-se empregar um valor semelhante àquele existente entre o terminal de alta tensão e a terra para o espectro de frequências em causa.

O circuito apresentado na Figura 7.3-2 detalha melhor esses elementos, sendo utilizados $Z_c = 320 \Omega$ e $v = 300 \text{ Mm/s}$, onde Z_c representa a impedância de onda do barramento e v representa a velocidade de propagação. Os comprimentos L_1 e L_2 são iguais a 15 m e 60 m, respectivamente.

Usa-se o resistor R com valor igual a Z_c , ou seja, 320Ω , evitando-se o efeito das reflexões causadas pelas ondas que retornariam do barramento em direção à fonte de tensão, o que dá o efeito do sistema equivalente visto à esquerda do nó 1 ter um comprimento muito elevado (em relação ao tempo total do sinal injetado), simulando-se uma linha transmissão com comprimento muito grande que alimentaria a subestação.

Utilizou-se a seguinte característica tensão \times corrente para o resistor não linear que representa o pára-raios, ambos em valores de crista:

- 1 A \Rightarrow 457 kV
- 10 A \Rightarrow 481 kV
- 100 A \Rightarrow 517 kV
- 500 A \Rightarrow 554 kV
- 1 kA \Rightarrow 573 kV
- 3 kA \Rightarrow 610 kV
- 5 kA \Rightarrow 631 kV
- 10 kA \Rightarrow 673 kV
- 15 kA \Rightarrow 708 kV
- 20 kA \Rightarrow 743 kV

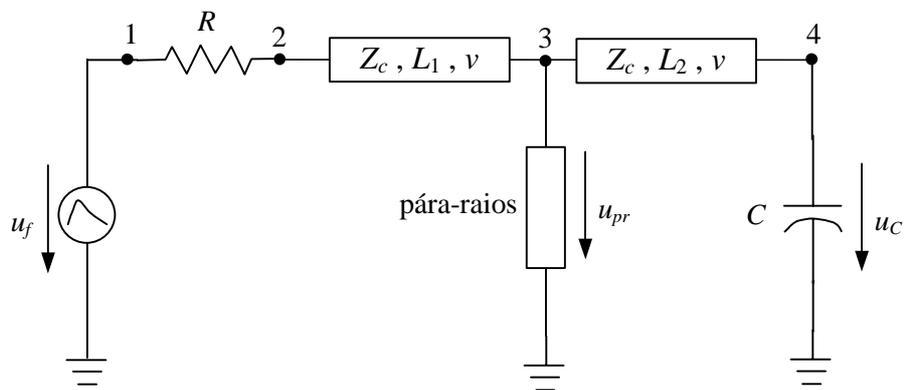


Figura 7.3-2 – Modelagem equivalente da instalação

Considerando-se tais dados, apresenta-se na Figura 7.3-3 as formas de onda da tensão da fonte e das tensões calculadas no pára-raios e no capacitor, respectivamente u_f , u_{pr} e u_C , donde se pode observar a adequada operação do pára-raios para a redução da tensão junto ao transformador (capacitor equivalente).

A despeito de diferenças mínimas associadas a imprecisões numéricas, as mesmas curvas foram obtidas calculando-se tal circuito no programa computacional ATP, o que reforça a efetividade das modelagens de elementos não lineares desenvolvidas neste capítulo. Não obstante, dada a simplificada modelagem que foi empregada para o pára-raios, seria interessante refazer este exemplo considerando-se uma modelagem mais adequada do pára-raios para sinais rápidos conforme comentado no item 5.6.1.3. O mesmo se aplica à representação extremamente simples do transformador. Reserva-se essas tarefas para uma etapa futura.

Por fim, também para este exemplo o emprego da TNL mostrou-se mais eficiente do que o emprego da Série de Fourier, que, por sua vez, exigiu um período de tempo bem superior aos 10 μs da janela de tempo mostrada na Figura 7.3-3 e um número bem mais elevado de frequências para que se obtivesse a mesma precisão dos resultados.

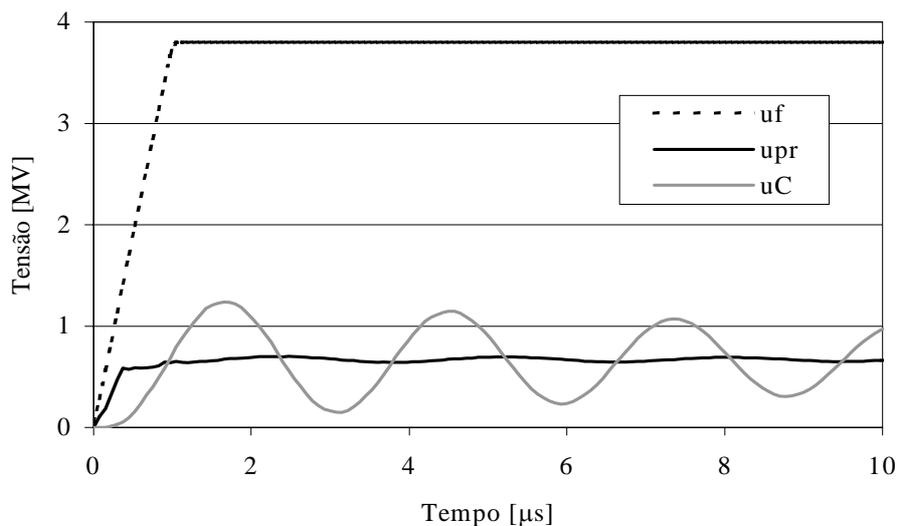


Figura 7.3-3 – Tensões u_f , u_{pr} e u_C

7.3.2 Sistema de aterramento formado por cinco hastes verticais em paralelo e interligadas por cabos horizontais

Considera-se neste exemplo novamente o sistema de aterramento formado por cinco hastes verticais em paralelo apresentado na Figura 7.2-1, em cujo centro é injetada uma corrente de descarga atmosférica com a forma de onda estilizada mostrada na Figura 2.4-9, utilizando-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_o = 1 \text{ A} \\ \alpha = 2 \\ t_f = 2 \mu\text{s} \\ t_1 = 20 \mu\text{s} \\ t_2 = 100 \mu\text{s} \end{array} \right. \quad (7.3-1)$$

Calculou-se a tensão induzida neste mesmo ponto central, em relação a um ponto afastado a uma grande distância, e as tensões de passo entre os pontos *A* e *B*, e entre os pontos *C* e *D* apresentados na Figura 7.2-1(b). As coordenadas (*x,y*) dos pontos *A*, *B*, *C* e *D* são iguais a ((0,5),(0,5)), ((1,2),(1,2)), (6,0) e (7,0), respectivamente.

Para cada uma dessas análises, foi investigado o efeito de dois modelos de solo, ou seja:

Solo 1 - solo representado por somente sua condutividade elétrica (desprezando-se a permissividade dielétrica) e supondo-a independente da frequência e igual à condutividade elétrica em baixa frequência σ_0 , como é feito, inadequadamente, em alguns procedimentos usuais. Adotou-se σ_0 igual a 1 mS/m ;

Solo 2 - solo com a correta variação dos parâmetros com a frequência conforme a equação (5.3-1), com os valores médios dos parâmetros α e Δ_i dados nas equações (5.3-2) e a condutividade elétrica em baixa frequência σ_0 igual a do modelo “Solo 1”.

Em síntese, considerando-se os resultados obtidos e apresentados nas Figura 7.3-4, Figura 7.3-5 e Figura 7.3-6, em relação às curvas obtidos com o modelo “Solo 1”, duas diferenças básicas podem ser vistas nas curvas obtidas com o modelo “Solo 2”, isto é, uma grande redução na inclinação inicial, e uma redução da ordem de 18% nas amplitudes máximas. Essa conclusão é importante, e mostra que devem ser evitados alguns procedimentos usuais que não levam em conta a correta modelagem do solo com a frequência, o que ocorre quando se emprega uma metodologia de cálculo mais simples, geralmente desenvolvida no domínio do tempo ou com aplicação restrita ao regime quase estacionário.

Além disso, para o período de cálculo de 140 μs apresentado, em que o sinal já se apresenta praticamente nulo, resultados bastante semelhantes foram obtidos tanto pela

Série de Fourier quanto pela TNL, sendo que, pelo segundo método, poder-se-ia adotar sem maiores problemas períodos de cálculo bem menores.

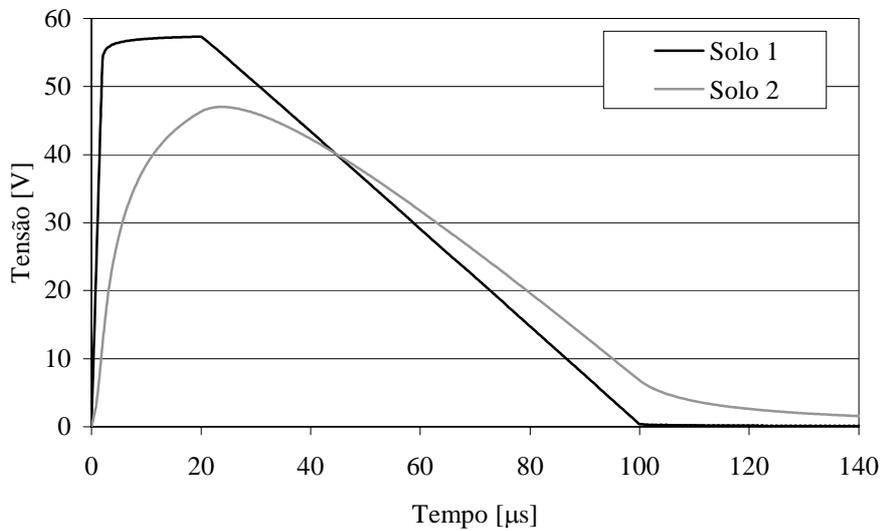


Figura 7.3-4 - Tensão entre o centro da malha e um ponto a uma grande distância

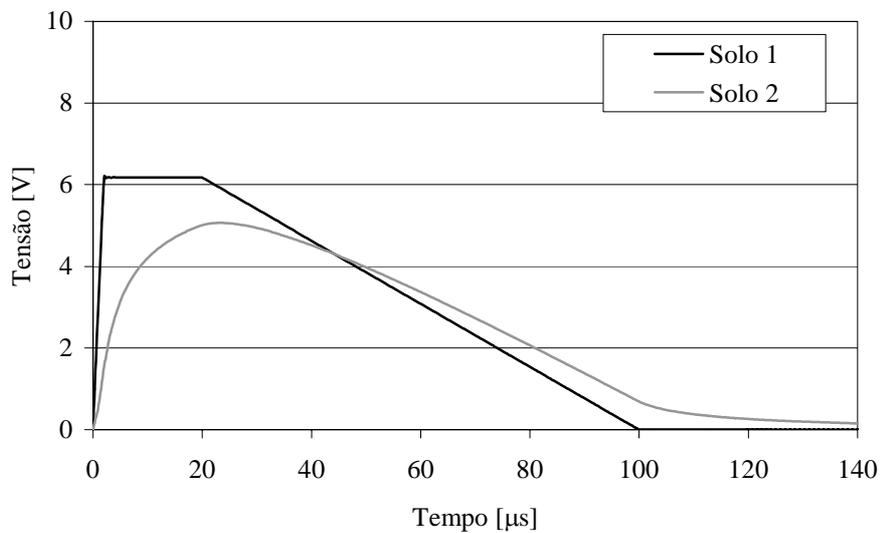


Figura 7.3-5 - Tensão de passo entre os pontos A e B

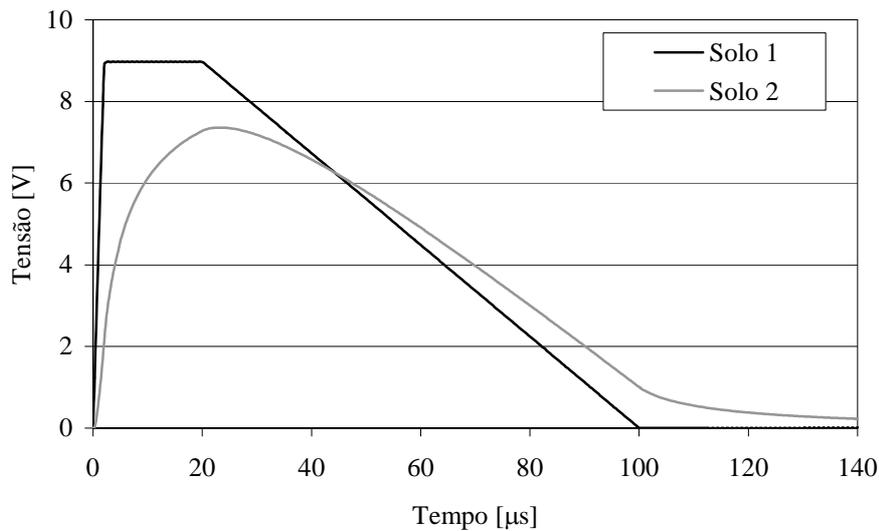


Figura 7.3-6 - Tensão de passo entre os pontos *C* e *D*

7.3.3 Sistemas de aterramentos formados por um eletrodo horizontal ou por um eletrodo vertical

Analisa-se neste exemplo dois sistemas de aterramento bem simples, os quais fazem parte de um conjunto de sistemas de aterramento medidos pela *Electricité de France* (EDF).

Basicamente, mediu-se as tensões em pontos dos sistemas de aterramento considerando-se a injeção de correntes com frente de onda bem íngreme, resultando em dados bastante utilizados na literatura para a aferição de modelos de cálculo de sistemas de aterramento. Um desses modelos de cálculo foi apresentado em GRCEV (1996) e outro foi apresentado em OTERO *et al.* (1999), ambos fundamentados em modelos de eletrodos cilíndricos e no domínio da frequência, sendo que no primeiro utiliza-se uma metodologia de cálculo mais robusta e semelhante à do programa computacional NEC, já comentado brevemente no item 4.4, e no segundo faz-se um cálculo aproximado, sem considerar o termo do tipo $e^{-\gamma z}$ (vide item 5.4.1) associado ao efeito do tempo de propagação das ondas da fonte até o ponto de cálculo.

Portanto, a intenção deste exemplo é proporcionar uma primeira comparação entre os resultados obtidos com a metodologia de cálculo desenvolvida nesta tese com aqueles obtidos da medição real em sistemas de aterramento.

O primeiro sistema de aterramento está apresentado na Figura 7.3-7 e corresponde a um cabo horizontal de cobre, com raio igual a 12 mm, com 15 m de comprimento, e enterrado a 0,6 m da superfície do solo. De acordo com poucas informações encontradas nos artigos referenciados, cita-se apenas que o solo tem resistividade elétrica de $70 \Omega \text{ m}$ e permissividade dielétrica estimada igual a 15 vezes a permissividade dielétrica do ar, não sendo mencionadas quaisquer variações destes parâmetros com a frequência. Também não há maiores detalhes sobre a injeção da corrente no cabo e sobre a forma em que as medições foram efetuadas, mas apenas que a injeção da corrente foi feita numa das extremidades do cabo, com a forma de onda apresentada na Figura 7.3-8, e que foram medidas as tensões nesse ponto de injeção e a 3,5 m e 7 m do mesmo, em relação a um ponto suficientemente afastado.

Em função dessas informações, para que a simulação computacional pudesse ser realizada, teve-se que assumir alguns condicionamentos, nomeadamente:

- Considerou-se a injeção da corrente feita por uma fonte ideal, sem perdas, com a forma de onda apresentada na Figura 7.3-8, adaptada de GRCEV (1996), e exatamente numa das extremidades do cabo horizontal.
- Utilizou-se um modelo de solo com condutividade elétrica σ_{solo} e permissividade dielétrica ε_{solo} invariantes com a frequência e iguais a:

$$\begin{cases} \sigma_{solo} = \frac{1}{70} \text{ S/m} \\ \varepsilon_{solo} = 15 \varepsilon_0 \text{ S/m} \end{cases} \quad (7.3-2)$$

Sob essas considerações, empregando-se a TNL, foram obtidos os resultados das Figura 7.3-9, Figura 7.3-10 e Figura 7.3-11, onde também constam as tensões medidas e calculadas apresentados em GRCEV (1996).

De um modo geral, o ajuste entre valores medidos e calculados foi razoável, sendo o melhor ajuste obtido na Figura 7.3-11, corroborando novamente a eficiência da metodologia desenvolvida nesta tese. Deve-se notar, contudo, que esta conclusão foi estabelecida após se defasar o tempo inicial dos sinais medidos das Figura 7.3-10 e Figura 7.3-11 em cerca de mais $0,05 \mu\text{s}$ e $0,12 \mu\text{s}$, respectivamente, posto que em GRCEV (1996) (e também em OTERO *et al.* (1999)) apresentou-se todos os sinais

medidos começando no tempo igual a zero, o que se caracteriza como uma incoerência física, dada a existência de um tempo de propagação do ponto de injeção da corrente ao ponto de medição da tensão, nos casos em que estes pontos são diferentes.

Além disso, acredita-se que com uma melhor modelagem da injeção de corrente no cabo (considerando-se a parcela da corrente que flui entre a superfície do solo e o cabo), com a representação correta do tempo inicial a partir do qual os sinais foram medidos e com a modelagem adequada da variação dos parâmetros do solo com a frequência, seriam obtidos valores calculados bem mais próximos dos valores medidos disponibilizados.

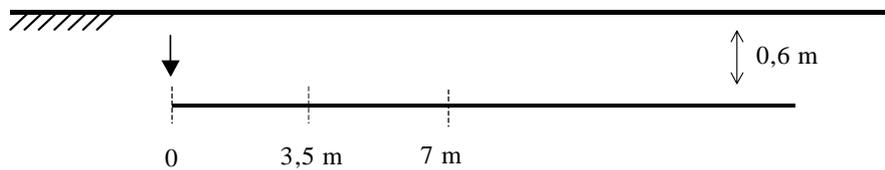


Figura 7.3-7 – Cabo horizontal com 15 m de comprimento

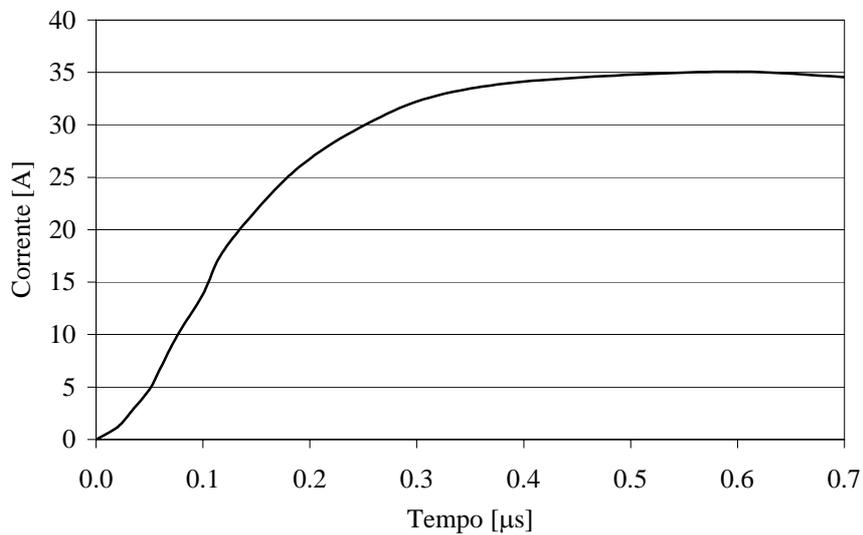


Figura 7.3-8 – Corrente injetada no cabo horizontal

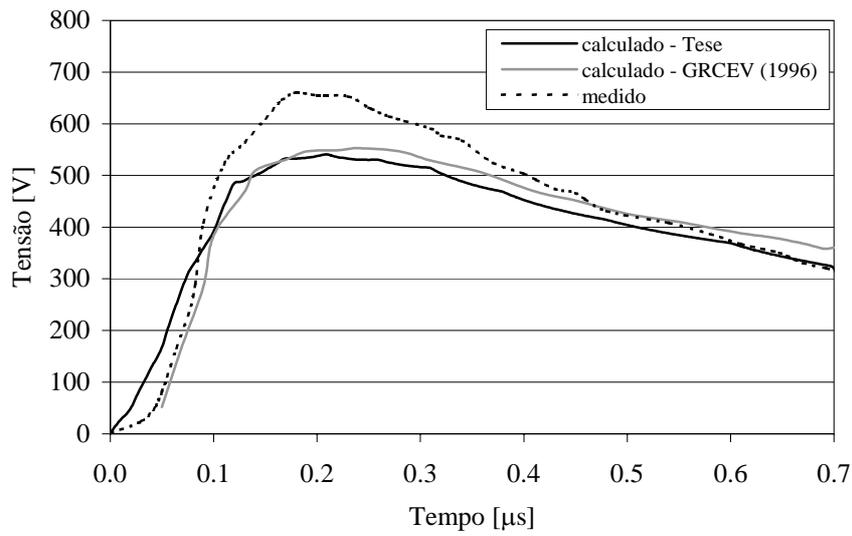


Figura 7.3-9 – Tensões medidas e calculadas na extremidade do cabo horizontal com corrente injetada

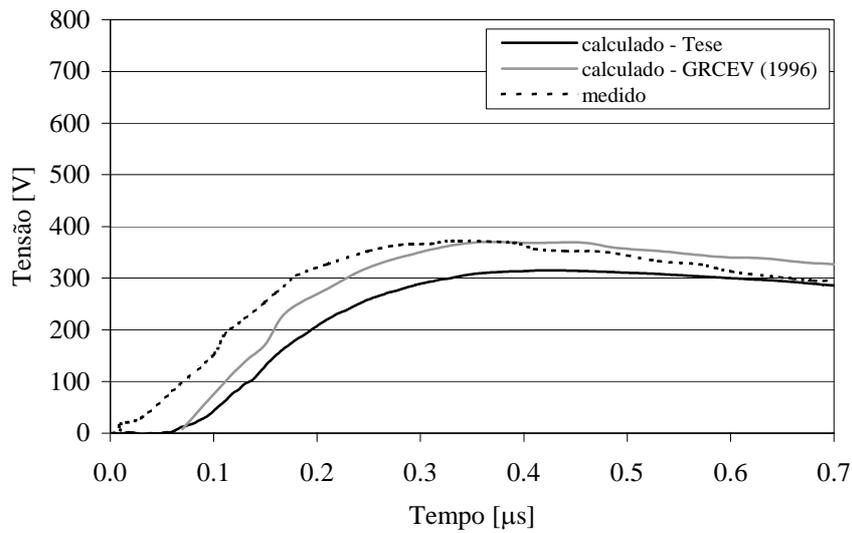


Figura 7.3-10 – Tensões medidas e calculadas a 3,5 m da extremidade do cabo horizontal na qual se injeta a corrente

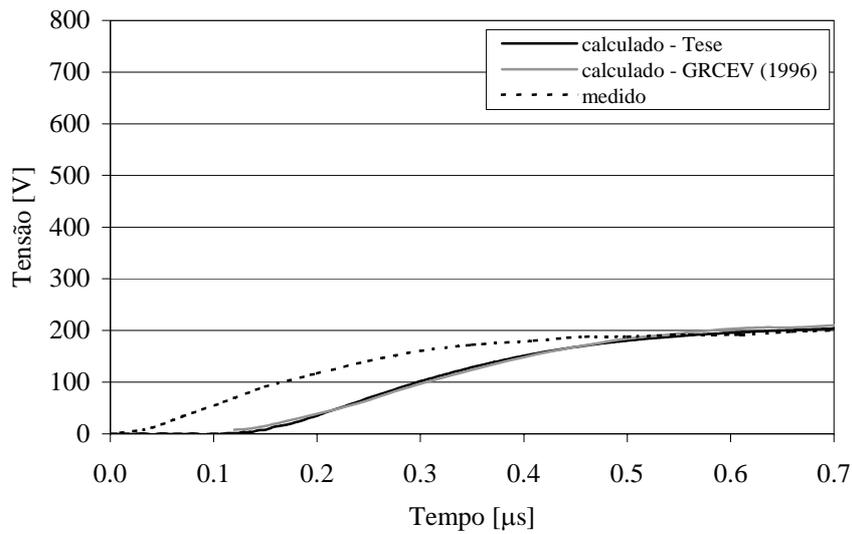


Figura 7.3-11 – Tensão medidas e calculadas a 7 m da extremidade do cabo horizontal na qual se injeta a corrente

O segundo sistema de aterramento é uma haste vertical com 6 m de comprimento e raio igual a 16 mm, tal como se mostra na Figura 7.3-12. De modo semelhante ao caso anterior, informa-se nas referências apenas que o solo tem resistividade elétrica igual a $50 \Omega \text{ m}$ e indica-se usar a mesma permissividade dielétrica da análise anterior, sem qualquer menção à variação destes parâmetros com a frequência. Informa-se também apenas que a corrente injetada na extremidade superior da haste tem a forma de onda dada na Figura 7.3-13 e que se mediu a tensão neste ponto em relação a um ponto suficientemente afastado. Também não há menção sobre a profundidade de cravação da extremidade superior da haste, apesar de uma pequena variação deste parâmetro geralmente não causar grandes variações nos resultados.

Portanto, os seguintes condicionamentos foram assumidos para o cálculo:

- Considerou-se a injeção da corrente feita por uma fonte ideal, sem perdas, com a forma de onda apresentada na Figura 7.3-13, e exatamente na extremidade superior da haste.
- Utilizou-se um modelo de solo com condutividade elétrica σ_{solo} e permissividade dielétrica ϵ_{solo} invariantes com a frequência e iguais a:

$$\begin{cases} \sigma_{solo} = \frac{1}{50} \text{ S/m} \\ \varepsilon_{solo} = 15 \varepsilon_0 \text{ S/m} \end{cases} \quad (7.3-3)$$

- Considerou-se a extremidade superior da haste a 0,5 m da superfície do solo.

Na Figura 7.3-14 encontram-se os resultados obtidos, juntamente com os valores medidos e calculados apresentados em GRCEV (1996), donde podem ser estabelecidas as mesmas conclusões apresentadas para o caso anterior do cabo horizontal.

É interessante aqui tecer um comentário sobre a pequena diferença existente na Figura 7.3-14 entre a curva calculada conforme a metodologia desta tese e a curva calculada apresentada em GRCEV (1996). De fato, esta diferença é igualmente proporcional por todas as duas curvas, e notou-se que um pequeno aumento de exatamente 10% na resistividade elétrica do solo, culminando no valor de $55 \Omega \text{ m}$, acarreta resultados praticamente idênticos entre estas duas curvas. Esse pode ser um dos motivos de tal diferença, a qual também ocorreu na Figura 7.3-10.

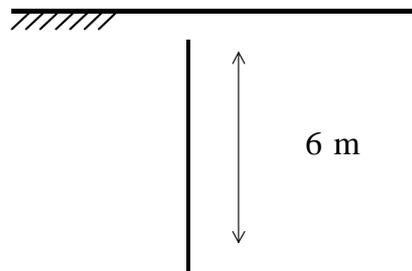


Figura 7.3-12 – Haste vertical com 6 m de comprimento

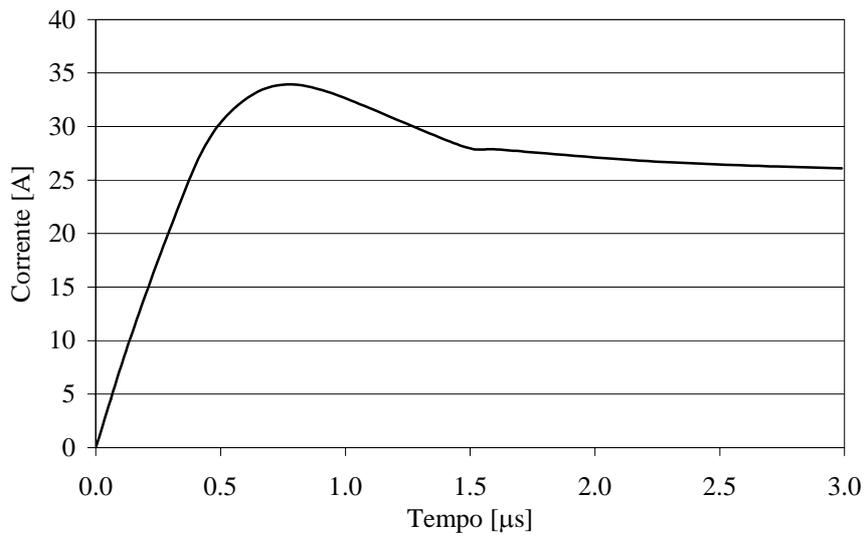


Figura 7.3-13 – Corrente injetada no cabo vertical

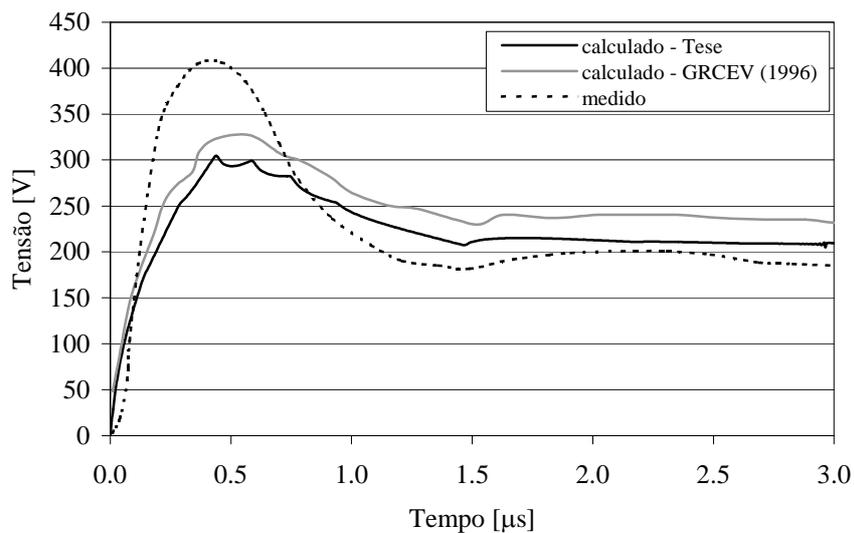


Figura 7.3-14 – Tensões medidas e calculadas na haste vertical em relação a um ponto muito afastado

7.3.4 Cabos horizontal e vertical sobre o solo

Os dados deste exemplo foram apresentados em NODA e YOKOYAMA (2002), onde se apresentou uma metodologia para as simulações em pauta baseada na solução das equações de Maxwell no domínio do tempo por diferenças finitas (FDTD). Portanto, constam nessa referência os resultados das simulações pelo método FDTD e das

medições efetuadas em um cabo aéreo horizontal com 4 m de comprimento, alimentado por uma fonte de tensão através de um cabo vertical com 0,5 m de comprimento, conforme se mostra na Figura 7.3-15. O raio dos cabos horizontal e vertical são respectivamente iguais a 15 mm e 10 mm e o conjunto se situa sobre uma chapa metálica de cobre.

A fonte de tensão (u_f) tem a forma de onda apresentada na Figura 7.3-16 e uma resistência interna R de 50Ω . Fez-se as medições da tensão e da corrente injetada no ponto G assinalado na Figura 7.3-15.

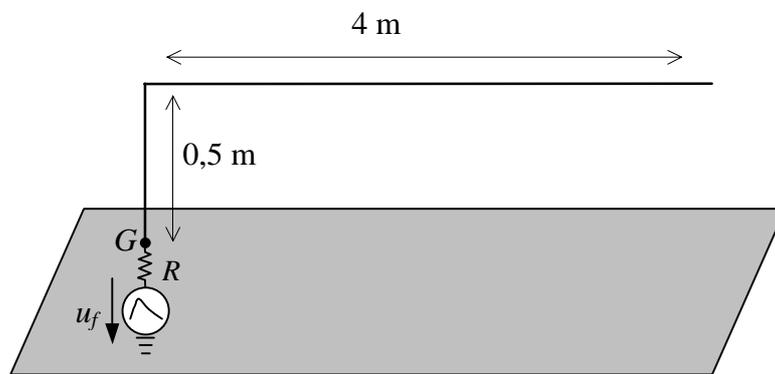


Figura 7.3-15 – Conductor horizontal sobre o solo submetido a injeção de tensão através do ponto G (sem escala)

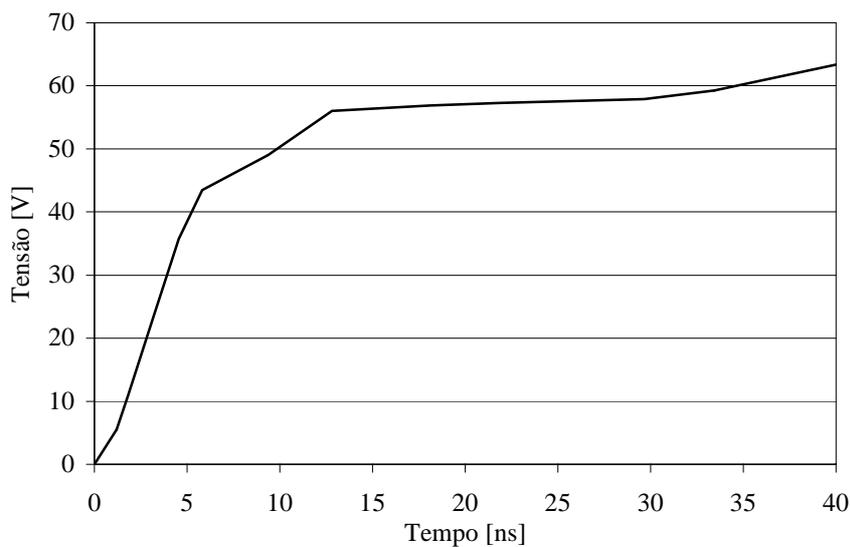


Figura 7.3-16 – Tensão injetada no sistema (u_f)

Portanto, para a simulação computacional, modelou-se ambos os condutores por eletrodos cilíndricos de cobre e com os respectivos raios mencionados, e a chapa metálica por um “solo” com condutividade bem elevada, da ordem de 10^7 S/m .

Os resultados calculados empregando-se a TNL e apenas 64 frequências estão apresentados nas Figura 7.3-17 e Figura 7.3-18, onde também constam os valores medidos e calculados apresentados em NODA e YOKOYAMA (2002). Destes resultados, percebe-se claramente que os formatos das ondas medidas e calculadas são muito semelhantes.

É interessante também citar para este exemplo que, procedendo-se o cálculo pela Série de Fourier, foi necessário um período de cálculo extremamente superior a 40 ns e um número muito grande de frequências para a obtenção dos resultados apresentados sem qualquer efeito da periodicidade inerente a série, enquanto que com a TNL tal dificuldade praticamente não ocorreu.

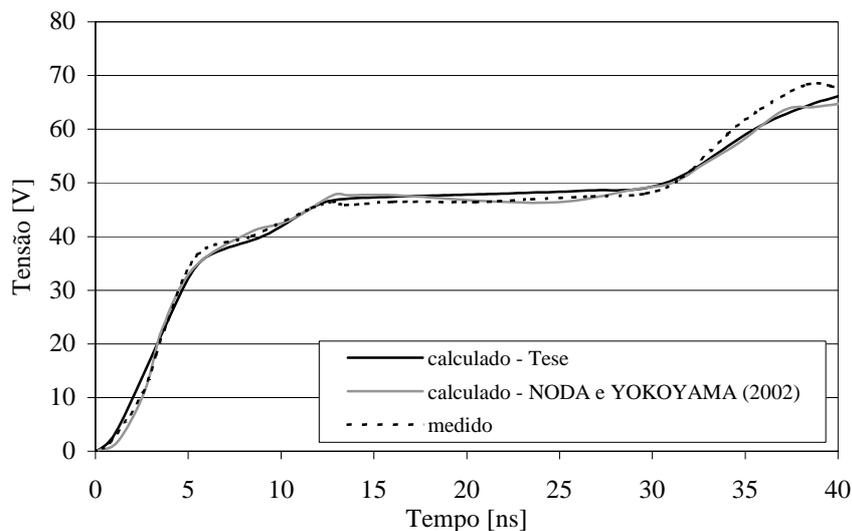


Figura 7.3-17 – Tensões medidas e calculadas no ponto G

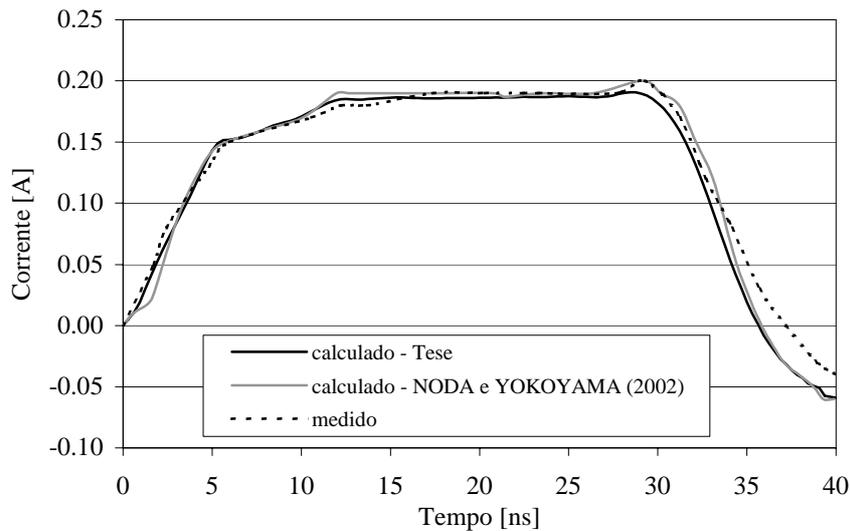


Figura 7.3-18 – Correntes medidas e calculadas no ponto G

7.3.5 Conjunto de cabos sobre o solo interligados a sistemas de aterramento

Faz-se a simulação neste exemplo de um esquema para medição de um sistema de aterramento, em escala real, conforme apresentado em TANABE (2001). Novamente, a intenção deste exemplo é proporcionar uma comparação entre os resultados obtidos com a metodologia de cálculo desenvolvida nesta tese com aqueles obtidos da medição real em sistemas de aterramento.

De acordo com o texto apresentado em TANABE (2001), o sistema de aterramento ocupa uma área de $0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$, tem “comprimento” de 3 m e utiliza hastes de ferro com raio de 10 mm e cabos de ferro de 2,5 mm de raio.

O cabo para injeção de corrente tem comprimento de 20 m, diâmetro de 0,135 m, está à altura de 1 m e está aterrado numa extremidade por um sistema com 3 hastes de cobre com diâmetro de 0,01 m e dispostas simetricamente ao redor de um círculo com 0,135 m de diâmetro. O cabo para medição de tensão possui seção transversal de 2 mm^2 , 50 m de comprimento, está à altura de 1,5 m e está aterrado numa extremidade por seis hastes de cobre com 0,01 m de diâmetro dispostas simetricamente em um círculo de 0,25 m de diâmetro. Informa-se ainda que a profundidade desses dois sistemas de aterramento é de 1,5 m e os cabos para injeção de corrente e para medição de tensão são instalados transversalmente.

Em TANABE (2001) também se informa que o gerador de impulso utilizado, o qual pode ser tratado como uma fonte de tensão (u_f), é localizado no topo do sistema de aterramento em medição e em série com uma resistência (R) de 800Ω , sendo que o tempo de frente deste impulso é de $0,063 \mu s$, o tempo de meia onda é de $500 \mu s$ e a amplitude da tensão é de $410 V$. Finalmente, comenta-se que o solo onde se encontra o sistema em medição possui permissividade dielétrica igual a 50 vezes a permissividade do ar e condutividade elétrica de $2,28 \text{ mS/m}$.

Deve-se notar que, para a efetiva simulação computacional pela metodologia desenvolvida nesta tese, entre vários dados, seriam necessários maiores detalhamentos sobre a profundidade de cravação dos sistemas de aterramentos e da conexão dos cabos de interligação entre as hastes de aterramento, uma descrição precisa dos pontos do circuito elétrico que foram utilizados para a medição da tensão e, principalmente, uma descrição clara do sistema de aterramento em medição.

Em função dessas informações, para que a simulação computacional pudesse ser realizada, teve-se que assumir alguns condicionamentos, nomeadamente:

- Considerou-se o circuito ensaiado conforme ilustrado na Figura 7.3-19 e estimou-se que a medição da tensão foi efetuada entre os pontos A e B , afastados de $0,25 \text{ m}$.
- Utilizou-se um modelo de solo com condutividade elétrica σ_{solo} e permissividade dielétrica ε_{solo} invariantes com a frequência e iguais a:

$$\begin{cases} \sigma_{solo} = 2,28 \text{ mS/m} \\ \varepsilon_{solo} = 50 \varepsilon_0 \text{ S/m} \end{cases} \quad (7.3-4)$$

- Estimou-se que as hastes dos sistemas de aterramento dos cabos de injeção de corrente e medição de tensão estão cravadas a $0,5 \text{ m}$ da superfície do solo, e, portanto, que tais hastes têm 1 m de comprimento.
- Estimou-se que o sistema de aterramento em medição é formado por quatro hastes verticais, cravadas também a $0,5 \text{ m}$, com $2,5 \text{ m}$ de comprimento e interligadas por cabos horizontais formando um quadrado com $0,5 \text{ m} \times 0,5 \text{ m}$ de comprimento.

- Considerou-se uma pequena variação de até 5% nos comprimentos dos cabos para injeção de corrente e medição de potencial, para levar em conta efeitos de flecha e de desvio do cabo da posição retilínea. Esta estratégia conduziu a um melhor ajuste entre os resultados da simulação e da medição.

Sob essas considerações e empregando-se a TNL com cerca de 100 frequências, foram obtidos os resultados da Figura 7.3-20, onde constam os valores calculados pela metodologia aqui desenvolvida e os valores medidos apresentados em TANABE (2001). Destes resultados, pode-se notar que, apesar da ausência de alguns dados importantes para a simulação computacional, o ajuste entre valores medidos e calculados foi também muito bom.

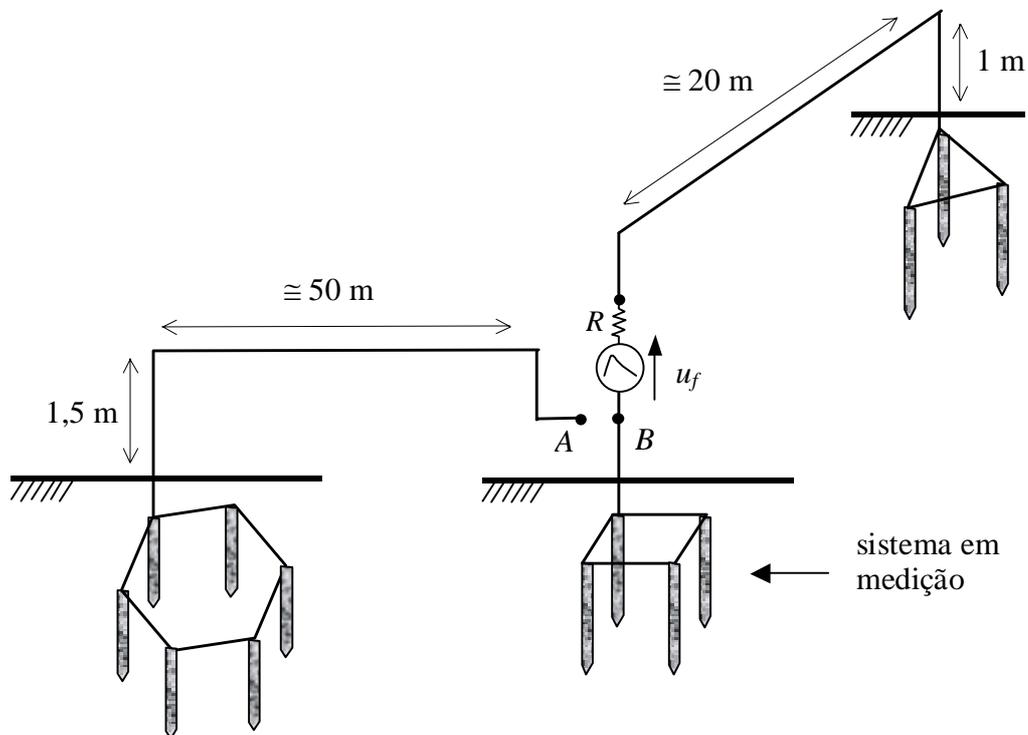


Figura 7.3-19 – Esquema para medição de um sistema de aterramento (sem escala)

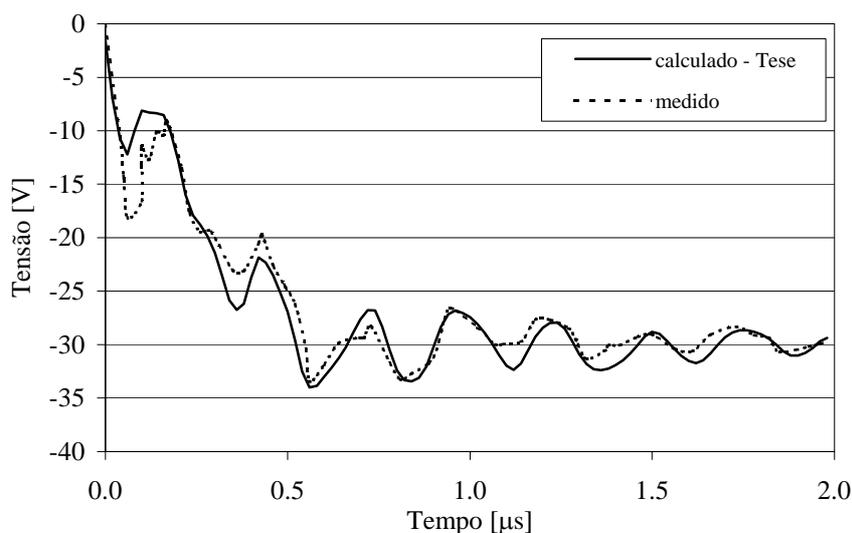


Figura 7.3-20 – Tensões medidas e calculadas na extremidade do cabo horizontal com corrente injetada

7.3.6 Trecho de linha de transmissão trifásica convencional de 138 kV com circuito simples e torres metálicas

Este exemplo, teórico, leva em consideração a incidência direta de uma descarga atmosférica na linha de transmissão trifásica com circuito simples e de 138 kV apresentada no item 3.4 (vide Figura 3.4-3) e o cálculo das sobretensões conseqüentes em pontos críticos ao longo de um trecho da linha.

As modelagens adotadas para este exemplo se constituem numa extensão das adotadas nas análises anteriores, e as mesmas envolvem simultaneamente o uso de modelos de eletrodos cilíndricos no ar e sob o solo, modelos de quadripolos de linhas de transmissão, modelos de resistores e modelos de pára-raios de linha, exigindo, assim, grande parte do potencial da ferramenta de cálculo que foi desenvolvida no capítulo 5 .

Considerou-se quatro tipos de cálculo e analisou-se os efeitos da correta modelagem do solo, da modelagem do canal da descarga e do emprego de pára-raios na linha, ou seja:

- TO-TO – cálculo das sobretensões nas cadeias de isoladores para a incidência da descarga no ponto de fixação do cabo pára-raios junto à torre em que se situam tais cadeias.

- MV-TO – cálculo das sobretensões nas cadeias de isoladores da torre adjacente para a incidência da descarga no cabo pára-raios a meio do vão.
- MV-MV – cálculo da sobretensão entre cabo de fase e cabo pára-raios a meio do vão para a incidência da descarga no cabo pára-raios também a meio do vão.
- FS – cálculo das sobretensões nas cadeias de isoladores para a incidência da descarga em um cabo de fase.

A Figura 7.3-21 representa a modelagem adotada para os cálculos “TO-TO” e “FS” (quatro vãos), e a Figura 7.3-22 representa a modelagem para ambos os cálculos “MV-TO” e “MV-MV” (três vãos). Considerou-se os efeitos das flechas dos cabos no estudo, simulando-se adequadamente as catenárias e, para reduzir eventuais efeitos de reflexão e refração de ondas nos pontos terminais dos trechos da linha, procedeu-se o casamento das impedâncias nestes pontos.

Adotou-se a forma de onda da corrente estilizada dada na Figura 2.4-9 e os parâmetros dados nas equações (7.3-1), exceto a amplitude da corrente I_o , que foi aqui assumida com polaridade negativa e, para os cálculos “TO-TO”, “MV-TO” e “MV-MV”, com o valor típico de 30 kA, e, para os cálculos “FS”, após uma análise prévia através do modelo eletrogeométrico (vide item 3.1), resultando em possíveis descargas diretas nos cabos de fase até em torno de 12 kA, com o valor de 6 kA (média aritmética entre 0 e 12 kA) e a incidência na fase A, a qual é a fase mais sujeita à falha de blindagem do cabo pára-raios.

Os pára-raios de linha têm tensão e corrente nominais iguais a 120 kV e 10 kA, respectivamente. Para os cálculos “TO-TO” e “FS”, os pára-raios foram incluídos somente na torre com incidência da descarga. Para os cálculos “MV-TO” e “MV-MV”, incluiu-se os pára-raios em ambas as torres adjacentes ao vão onde incide a descarga. É a seguinte a característica tensão × corrente adotada para cada pára-raios, sendo ambos dados em valores de crista:

- 0,1 kA \Rightarrow 279 kV
- 1 kA \Rightarrow 308 kV
- 5 kA \Rightarrow 343 kV
- 10 kA \Rightarrow 363 kV
- 20 kA \Rightarrow 403 kV
- 40 kA \Rightarrow 454 kV

Utilizou-se as duas modelagens para o solo empregadas no exemplo do item 7.3.2 , ou seja, modelo “Solo 1” e modelo “Solo 2”, sendo que aqui se adotou σ_0 igual a 0,5 mS/m .

Para considerar o acoplamento eletromagnético entre o canal da descarga, as torres, os sistemas de aterramento e os cabos da linha, modelou-se estes elementos por eletrodos cilíndricos, exceto os cabos dos vãos distantes do ponto de incidência da descarga, os quais foram modelados por quadripolos, como descrito a seguir.

Portanto, o canal da descarga foi simulado por eletrodos de cobre, com raio igual a 0,1 m , e compreendendo um total de 1000 m de comprimento, retilíneo. Investigou-se preliminarmente as cinco variações do canal apresentadas na Figura 7.3-23 e foi também avaliado o efeito do posicionamento do canal em relação a um plano transversal à direção da linha, nomeadamente vertical, inclinado a 45°, ou horizontal. Deve-se mencionar, entretanto, que estas modelagens aproximadas do canal tiveram no presente exemplo somente a intenção de mostrar a importância e a necessidade da modelagem do canal para estudos de propagação de descargas atmosféricas. Portanto, os resultados aqui apresentados devem ser considerados apenas como uma aproximação inicial, e, para uma análise um pouco mais detalhada, elaborou-se os exemplos do item 7.4.3 .

Todas as torres foram modeladas por eletrodos cilíndricos de aço com raio igual a 0,1 m , e todos os sistemas de aterramento foram modelados por eletrodos de cobre com raio igual a 5 mm . Os sistemas de aterramento se encontram instalados à profundidade de 0,5 m e sua geometria também consta na Figura 3.4-3.

Para os cabos pára-raios e cabos de fase, valendo-se das facilidades da metodologia de cálculo elaborada nos itens 5.4 e 5.5 , empregou-se uma modelagem híbrida, combinando-se o uso de eletrodos cilíndricos com quadripolos de linhas de transmissão.

Designadamente, modelou-se somente os cabos do vão onde incide a descarga (cálculos “MV-TO” e “MV-MV”) ou os cabos dos vãos adjacentes à torre onde incide a descarga (cálculos “TO-TO” e “FS”) por eletrodos cilíndricos e os cabos dos demais vãos por quadripolos (vide linhas tracejadas nas Figura 7.3-21 e Figura 7.3-22 representando as torres, sistemas de aterramento e cabos modelados por eletrodos). Esta nova estratégia de modelagem, que é diferente das modelagens tradicionais dos cabos usando somente eletrodos, levou, para o presente exemplo, as matrizes da equação (5.2-15) a terem no máximo cerca de 500×500 elementos e a resultados suficientemente precisos, ao passo que a modelagem dos cabos de todos os vãos do trecho da linha por eletrodos tornaria tais matrizes nitidamente maiores *. Esta última situação deve ser evitada sempre que possível; caso contrário, o tempo computacional total envolvido pode ser realmente grande e até proibitivo para computadores de pequena capacidade, principalmente no caso de análises com elementos não-lineares. Com relação ao processo de conversão frequência-tempo, empregou-se a TNL, e, para a janela de tempo mostrada nos resultados, o cálculo envolveu apenas 200 frequências.

Cumprir ainda notar que, para a proposta e condições deste exemplo, não se considerou a eventual ocorrência de curtos-circuitos entre cabos e entre cabos e terra, e também a eventual ocorrência do efeito coroa nos cabos e do efeito de ionização do solo junto aos eletrodos dos sistemas de aterramento. Esses efeitos estão exemplificados nos itens 7.4.1 e 7.4.2 .

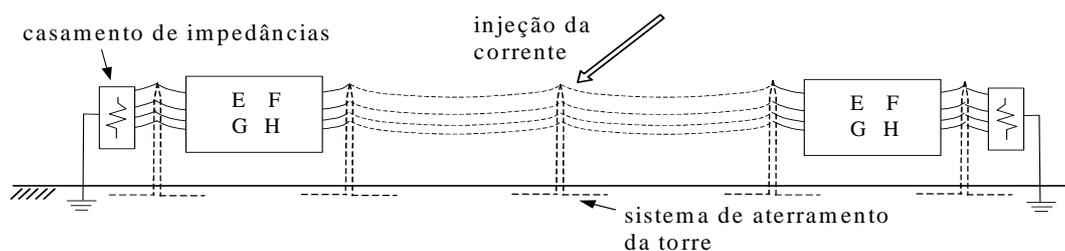


Figura 7.3-21 - Modelagem do trecho da linha para os cálculos da incidência da descarga junto à torre – cálculos “TO-TO” e “FS”

* Vide uma otimização ainda maior de modelagem, apresentada no item 8.4, para o caso de ser considerado um número maior de vãos, nomeadamente modelando-se as torres dos vãos mais afastados por associações de linhas de transmissão ideais com parâmetros adequadamente calculados.

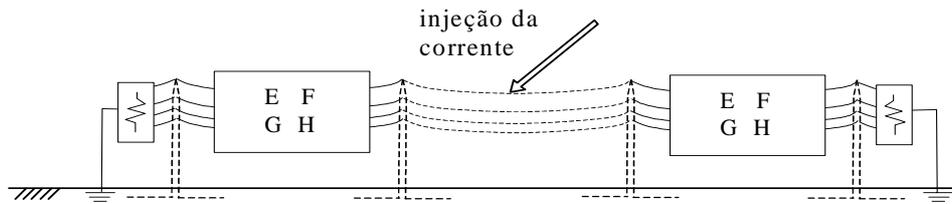


Figura 7.3-22 – Modelagem do trecho da linha para os cálculos da incidência da descarga a meio do vão – cálculos “MV-TO” e “MV-MV”

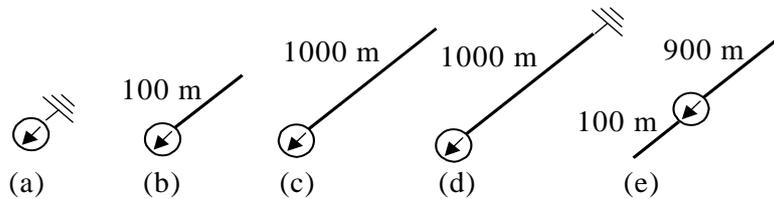


Figura 7.3-23 - Modelagens do canal de descarga

- **Análise da modelagem do canal da descarga, do solo e dos cabos**

Apresenta-se neste item somente os resultados obtidos para o cálculo “TO-TO” e para a fase A , pelo fato dos resultados para as demais fases proporcionarem interpretação semelhante.

Portanto, inicialmente, nas Figura 7.3-24 (“Solo 1”) e Figura 7.3-25 (“Solo 2”) constam as tensões na cadeia de isoladores da fase A calculadas considerando-se as cinco hipóteses do canal da descarga apresentadas na Figura 7.3-23 e posicionando o canal verticalmente. Pode-se perceber claramente destes resultados que, independente do modelo do canal adotado ou sem o canal, o emprego do modelo de solo mais preciso, “Solo 2”, proporcionou amplitudes das tensões bem menores, o que indica a importância da correta modelagem do solo nos estudos de transitórios rápidos, como o aqui apresentado. Já com relação à presença do canal da descarga, foram verificadas amplitudes das tensões superiores àquelas calculadas sem o canal. Quanto aos quatro modelos do canal utilizados, considerando-se alguns dados de medições reais existentes na literatura, o modelo (b), canal curto, o modelo (d), canal longo aterrado na extremidade, e o modelo (e), originando correntes que, inicialmente, se propagam em sentidos opostos a partir do ponto a 100 m , não proporcionaram correlações esperadas, sobretudo os modelos (b) e (e), sendo, assim, o modelo (c), com canal longo aberto na extremidade, foi o que proporcionou os melhores resultados.

O efeito da inclinação do canal do modelo (c) com o Solo 2 foi então investigado, e, da Figura 7.3-26, percebe-se que, para os primeiros picos das oscilações, é modesta a influência do ângulo de inclinação do canal, sendo um pouco maiores os valores associados ao emprego do canal com as disposições vertical e inclinado; para os picos subseqüentes, esta diferença se torna mínima.

Em seguida, avaliou-se o efeito da modelagem dos cabos de todos os vãos simplesmente por quadripolos, posto que os resultados das Figura 7.3-24, Figura 7.3-25 e Figura 7.3-26 foram obtidos empregando-se a já comentada modelagem híbrida usando-se eletrodos, a qual proporciona maior precisão. Portanto, mostra-se na Figura 7.3-27 os resultados obtidos para essa comparação, onde a designação “eletrodo” refere-se à modelagem híbrida dos cabos, e a designação “quadripolo” refere-se à modelagem de todos os cabos pelo modelo expedito do quadripolo.

Em síntese, percebe-se destes resultados que, considerando-se o canal da descarga, o erro associado à modelagem “quadripolo” é claro na Figura 7.3-27, em função do acoplamento eletromagnético existente entre o canal da descarga, torres e cabos, efeito que não é considerado com tal simples modelagem. Por outro lado, sem a inclusão do canal da descarga, tal erro torna-se bem menor. Resultados e conclusões similares foram também estabelecidos para os cálculos “MV-MV” e “MV-TO”.

- **Análise do efeito do emprego de pára-raios de linha para a redução das sobretensões**

Avaliou-se o efeito do emprego de pára-raios de linha somente na fase *C*, que é a fase de menor altura em relação ao solo, como sugerido em algumas referências técnicas sobre o tema, e o efeito do emprego de pára-raios nas três fases. Portanto, para os cálculos “TO-TO” (Figura 7.3-28 e Figura 7.3-29), o emprego do pára-raios somente na fase *C* somente foi efetivo para reduzir as sobretensões nesta fase, enquanto que empregando-se os pára-raios nas três fases houve uma redução das sobretensões das três fases e um efeito de amortecimento. Os resultados para os cálculos “MV-TO” levaram às mesmas conclusões (Figura 7.3-30). Para os cálculos “FS” (Figura 7.3-31), como esperado, a maior sobretensão foi observada na fase *A*, e, também, somente empregando-se pára-raios nas três fases esta sobretensão foi reduzida.

Por outro lado, para os cálculos “MV-MV” (Figura 7.3-32), praticamente não houve influência do emprego dos pára-raios nas torres adjacentes na redução das sobretensões entre cabos de fase e o cabo pára-raios no meio do vão. Portanto, essa conclusão aponta que, para a topologia da linha avaliada neste exemplo, para o comprimento do vão utilizado, e para correntes de descarga atmosférica com tempos de frente muito curtos, o emprego de pára-raios de linha não é eficiente para a redução do número de curtos-circuitos causados por descargas atmosféricas desta espécie a meio do vão. Assim, se este tipo de contingência for importante, deve ser adotado um outro procedimento, como, e.g., aumentar a diferença das flechas entre cabos de fase e cabo pára-raios, ou elevar os pontos de fixação do cabo pára-raios na torre*.

Em relação à dissipação de energia nos pára-raios, para as descargas em questão, observou-se para os cálculos “TO-TO”, “MV-TO” e “MV-MV” valores máximos em torno de 3,2 kJ, e que para os cálculos “FS” tal energia alcançou o máximo de 76 kJ.

- **Análise da modelagem simplificada das torres e dos sistemas de aterramento**

Como última análise deste exemplo, executou-se os cálculos “TO-TO”, “MV-TO” e “MV-MV” representando-se as torres por impedâncias de onda, reais, e os sistemas de aterramento por impedâncias equivalentes, reais, e ainda desconsiderou-se as perdas nos cabos e considerou-se a linha idealmente transposta, conforme a metodologia aproximada apresentada no Apêndice A. Para tal, necessitou-se estimar o valor dos seguintes parâmetros:

- Velocidade de propagação na torre (v_T);
- Impedância de onda das torres (Z_T);
- Impedância equivalente do sistema de aterramento das torres (Z_{at}).

* Para uma análise detalhada do efeito do emprego de pára-raios de linha, considerando adequadamente a distribuição de probabilidade de importantes parâmetros que caracterizam a forma de onda da corrente da descarga atmosférica, traduzida pelo número médio total de curtos-circuitos na linha por 100 km e por ano, vide os exemplos do item 8.4.

A impedância Z_T foi calculada aproximadamente a partir dos resultados obtidos da modelagem da torre por um pequeno grupo eletrodos cilíndricos e através da relação entre a tensão induzida no topo da torre e a corrente injetada neste ponto. Como Z_T varia pouco em função do modelo de solo adotado, seu valor foi obtido analisando-se diretamente a resposta no tempo das respectivas tensão e corrente, resultando o valor de 195Ω para a velocidade v_T de 280 Mm/s. Cumpre notar que este valor é em torno de 30% superior em relação àqueles obtidos através de equações aproximadas (e.g. ANDERSON, 1982).

Por sua vez, a estimativa da impedância de onda do sistema de aterramento, Z_{at} , exigiu uma análise mais detalhada, pelo fato deste parâmetro ser fortemente dependente do modelo do solo com parâmetros variando com a frequência, e, conseqüentemente, por caracterizar-se diferentes valores de Z_{at} para diferentes tempos de frente do sinal injetado.

Para melhor entendimento desse efeito, considere-se a Figura 7.3-33, na qual se apresenta o módulo e o ângulo do complexo representativo da impedância equivalente do sistema de aterramento em função da frequência $f = 2 \pi \omega$, Z_{atf} , considerando-se o sistema de aterramento isolado e considerando-se os modelos “Solo 1” e “Solo 2”. Em síntese, enquanto que para o “Solo 1” verifica-se que há uma característica relativamente constante do módulo Z_{atf} e um comportamento indutivo em uma faixa de frequências importantes para a caracterização de várias frentes de onda típicas para a análise em questão, sendo tal módulo em torno de 30Ω , para o “Solo 2” verifica-se uma característica fortemente oscilatória e um comportamento alternado entre o indutivo e o capacitivo, com variações do módulo entre 4 e 31Ω e tendendo-se somente após 0,5 MHz ao valor de $6,5 \Omega$.

Esses aspectos podem também ser observados das Figura 7.3-34 e Figura 7.3-35, nas quais se apresenta a variação de uma “impedância equivalente” do sistema de aterramento com o tempo de frente da corrente da descarga, respectivamente para os modelos “Solo 1” e “Solo2”. Tal “impedância equivalente” foi calculada a partir das respostas no tempo das tensões e correntes no ponto de injeção da corrente no sistema de aterramento, e representa a relação entre o valor máximo da tensão induzida e o valor máximo da corrente injetada.

Sendo assim, para a forma de onda da corrente injetada no trecho de linha do presente exemplo, em que o tempo de frente é igual a $2 \mu\text{s}$, para o “Solo 1” adotou-se Z_{at} igual a 30Ω , enquanto que para o “Solo 2” adotou-se o valor $6,5 \Omega$. Cumpre ressaltar que, para tempos de frente superiores e principalmente para o “Solo 2”, como comentado, necessita-se empregar diferentes valores para Z_{at} , a partir do comportamento apresentado nas Figura 7.3-34 e Figura 7.3-35.

Os resultados obtidos, sem a consideração do canal da descarga e representando-se os cabos pelo modelo de quadripolo, estão apresentados nas Figura 7.3-36 a Figura 7.3-38. Por comodidade de visualização, somente constam nestas figuras os valores obtidos para a fase A, pelo fato dos resultados para as demais fases proporcionarem interpretação semelhante. Seguindo a lógica anterior, a designação “quadripolo” refere-se à modelagem de todos as torres e sistemas de aterramento por eletrodos cilíndricos e de todos os cabos pelo modelo de quadripolo. A nova designação, “simplificada”, refere-se à modelagem simplificada investigada neste item, em que as torres e os sistemas de aterramentos são representados por impedâncias e, ainda, são desconsideradas as perdas nos cabos.

Em síntese, pode-se notar uma pequena diferença entre os resultados obtidos por ambas as metodologias de cálculo com relação à frente da onda e aos valores máximos, elementos de maior importância para os estudos de desempenho de linhas de transmissão quando da propagação de descargas atmosféricas, e um moderado afastamento entre os resultados das duas metodologias para tempos posteriores. Análises adicionais comprovaram que essas diferenças são devidas basicamente à desconsideração das perdas nos cabos e à consideração de transposição ideal de fases no modelo de cálculo simplificado. Ou seja, no exemplo acima, empregando-se o modelo “quadripolo” apenas para os cabos, e representando-se cada torre por quatro linhas de transmissão ideal em série, com a impedância de onda de 195Ω e com os comprimentos de 3,45, 1,90, 1,90 e 17,85 m (vide a Figura 7.3-39, representativa da Figura 3.4-3), obteve-se uma ótima aproximação dos resultados obtidos para o modelo “quadripolo” completo. Deve-se notar que ajustes desta natureza também foram observados considerando-se outros tempos de frente e para linhas de transmissão com outras configurações de fases e com dois cabos pára-raios.

Estas conclusões reforçam a aplicabilidade da metodologia de cálculo no domínio do tempo elaborada no Apêndice A para vários estudos no plano da análise linear.

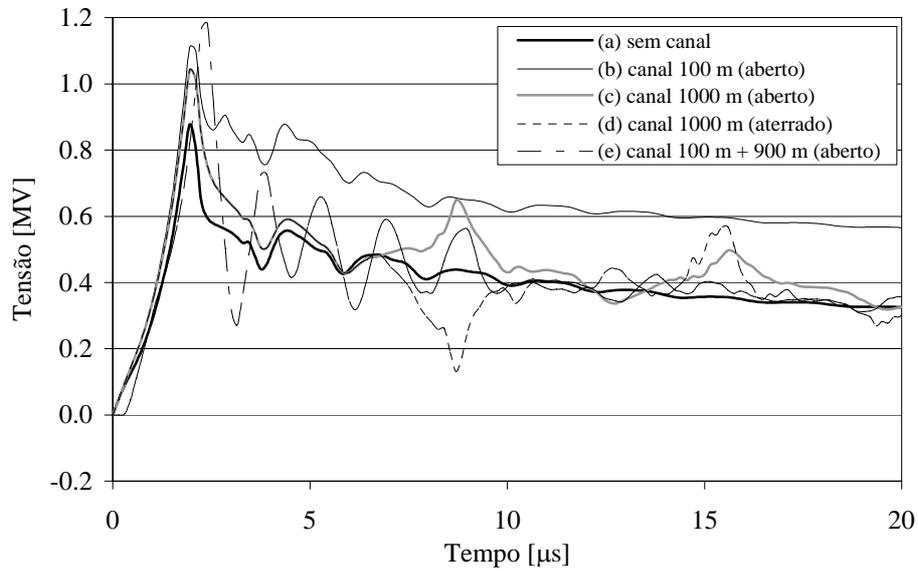


Figura 7.3-24 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” e para algumas variações do canal de descarga – “Solo 1”

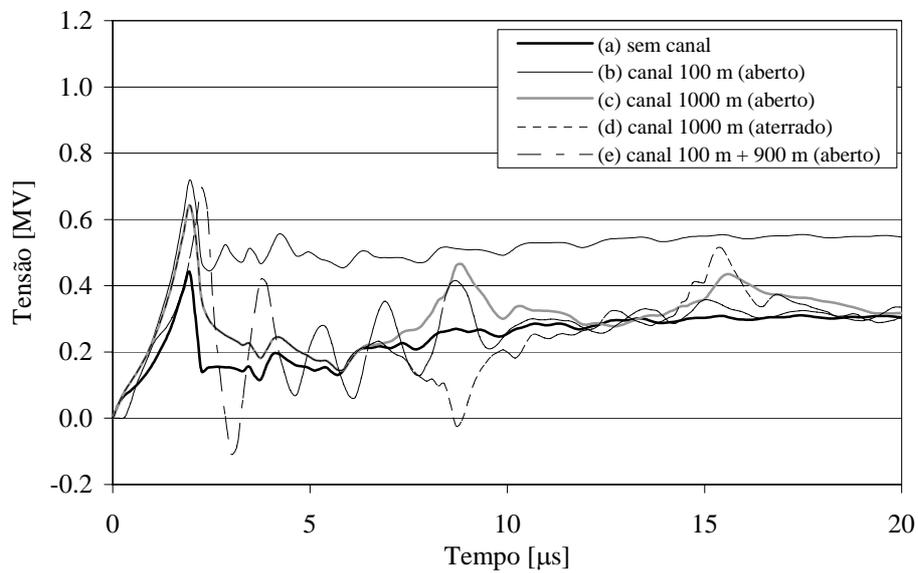


Figura 7.3-25 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” e para algumas variações do canal de descarga – “Solo 2”

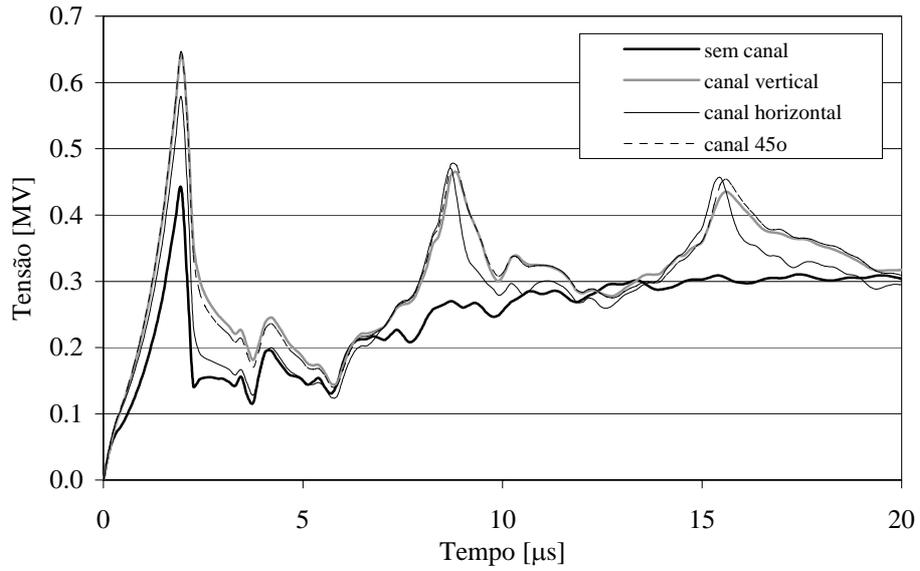


Figura 7.3-26 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” - sem pára-raios de linha - variação da inclinação do canal – “Solo 2”

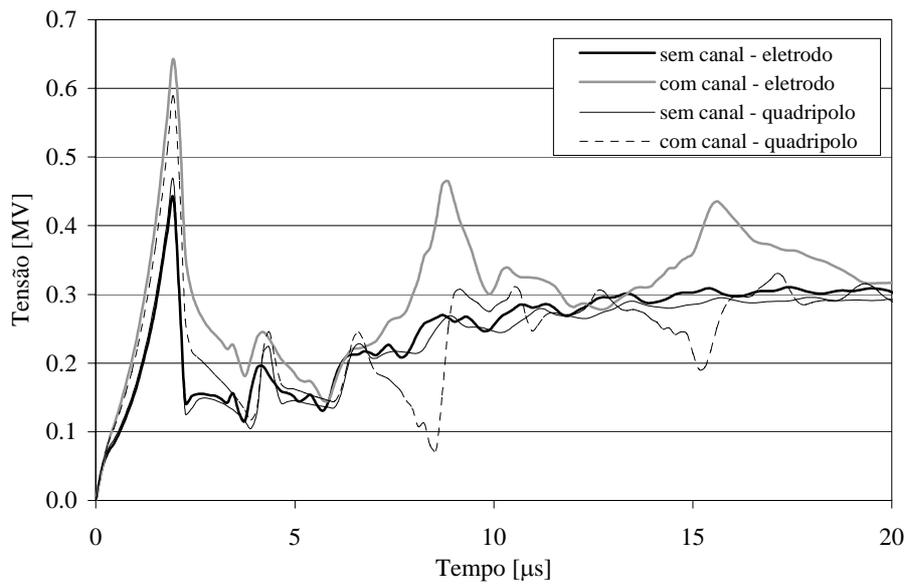


Figura 7.3-27 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – sem pára-raios de linha – modelagens “eletrodo” e “quadripolo” – “Solo 2”

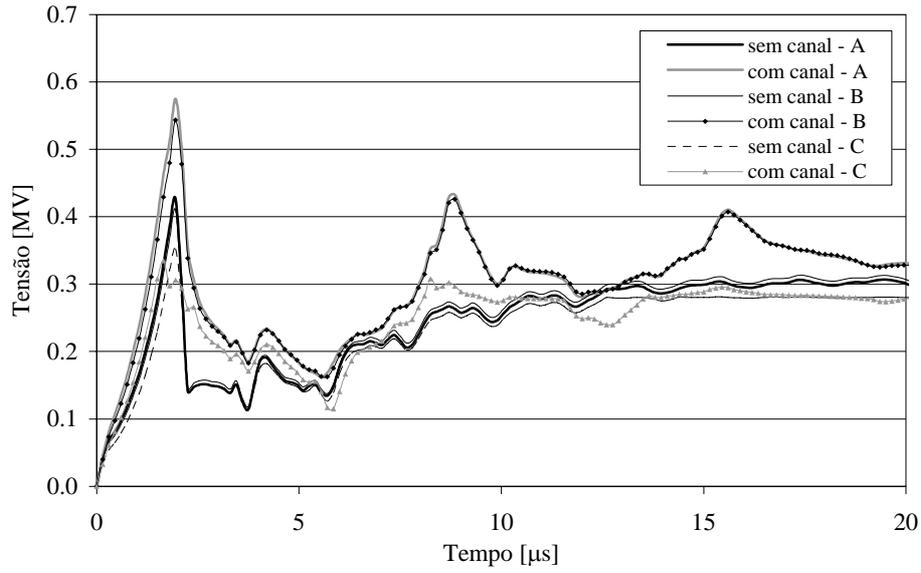


Figura 7.3-28 – Tensões nas três fases para o cálculo “TO-TO” – pára-raios na fase C – “Solo 2”

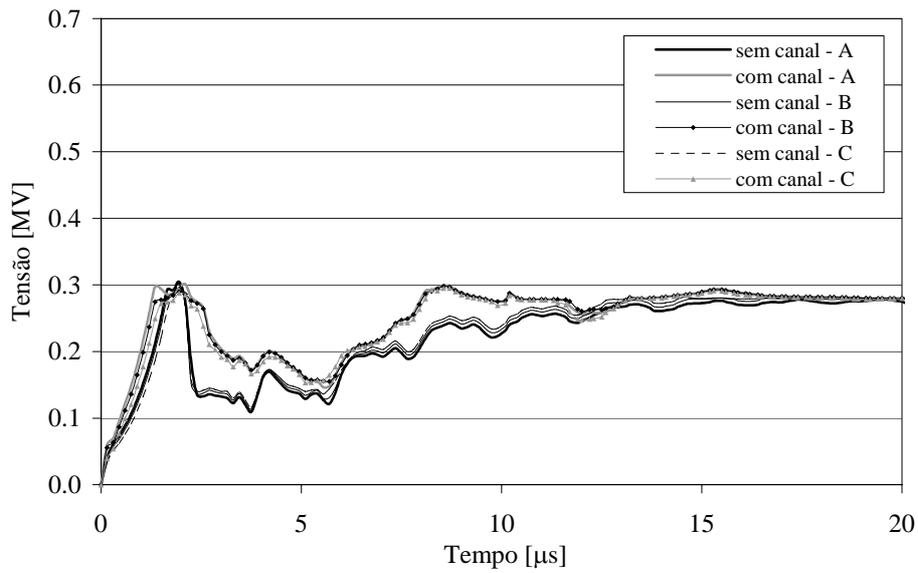


Figura 7.3-29 – Tensões nas três fases para o cálculo “TO-TO” – pára-raios nas três fases – “Solo 2”

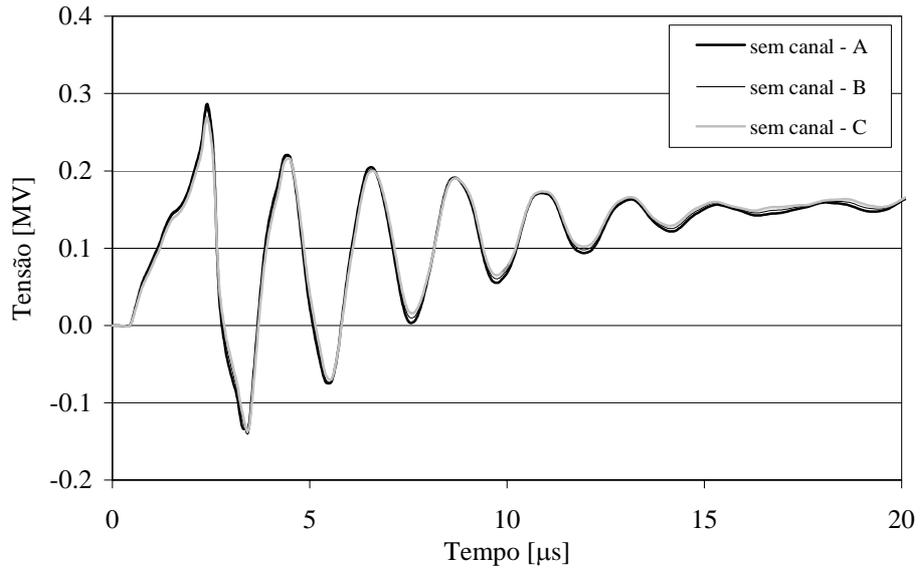


Figura 7.3-30 – Tensões nas três fases para o cálculo “MV-TO” – pára-raios nas três fases – “Solo 2”

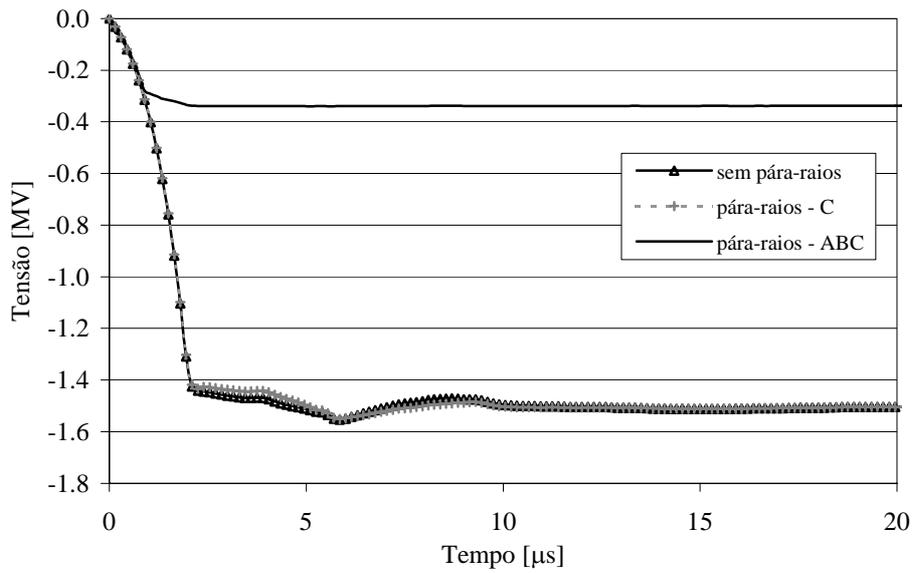


Figura 7.3-31 – Tensões na fase A para o cálculo “PH” – “Solo 2”

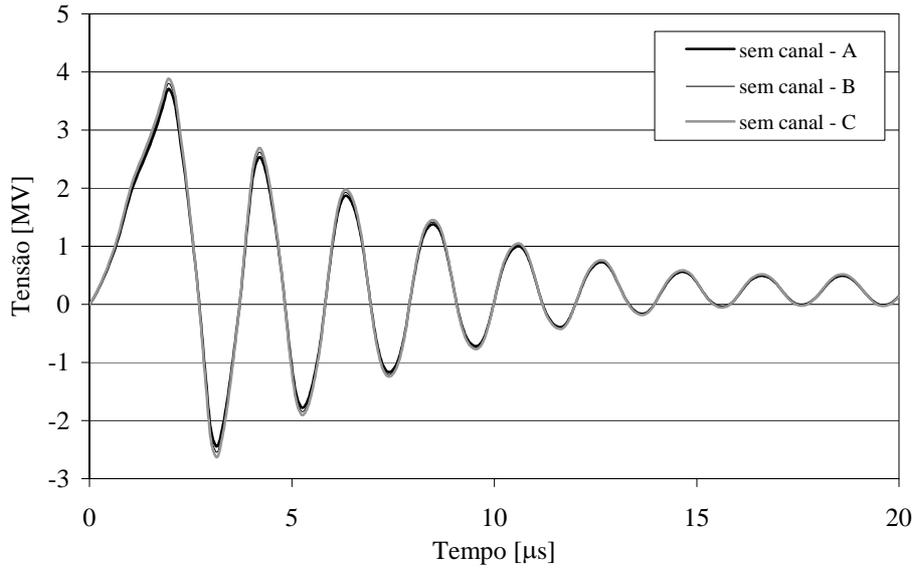


Figura 7.3-32 – Tensões nas três fases para o cálculo “MV-MV” – sem pára-raios de linha – “Solo 2”

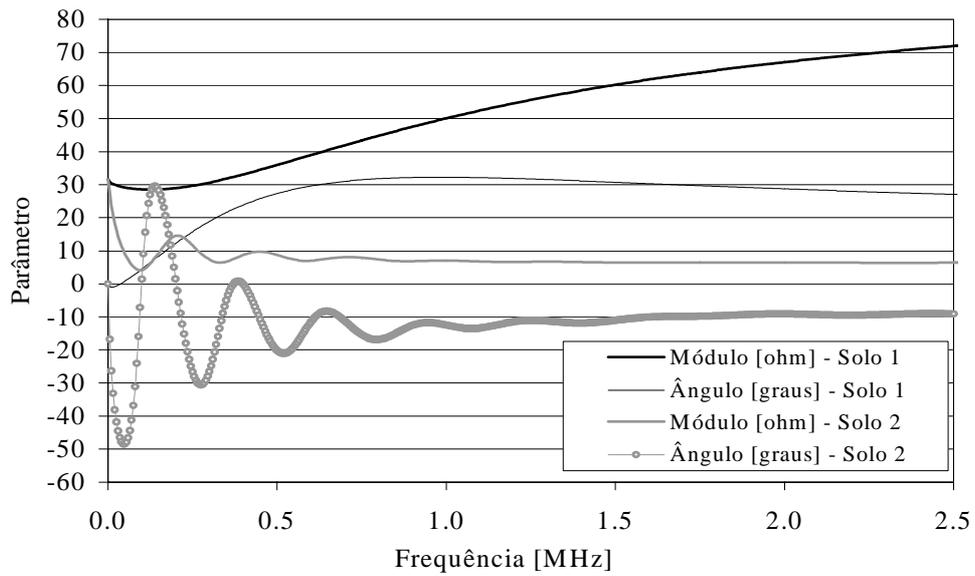


Figura 7.3-33 – Variação do módulo e do ângulo da impedância equivalente do sistema de aterramento em função da frequência

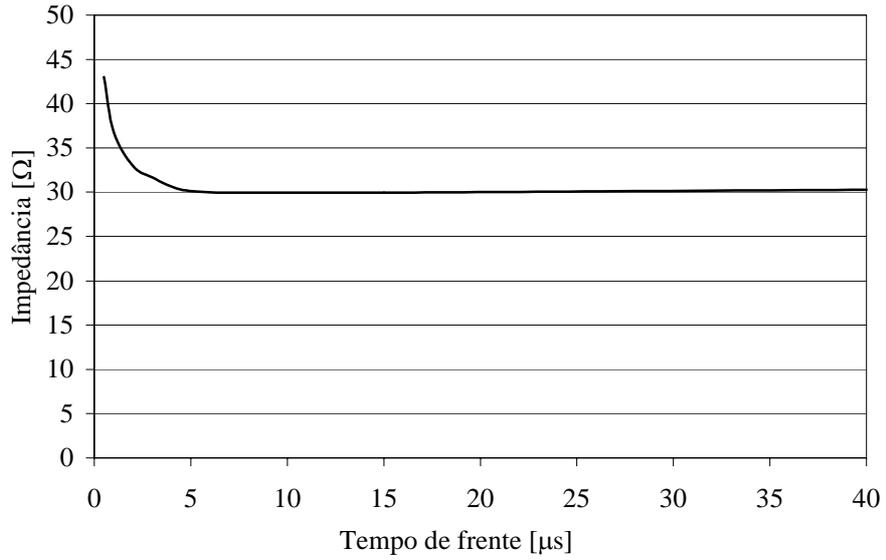


Figura 7.3-34 – Variação da “impedância equivalente” do sistema de aterramento em função do tempo de frente – “Solo 1”

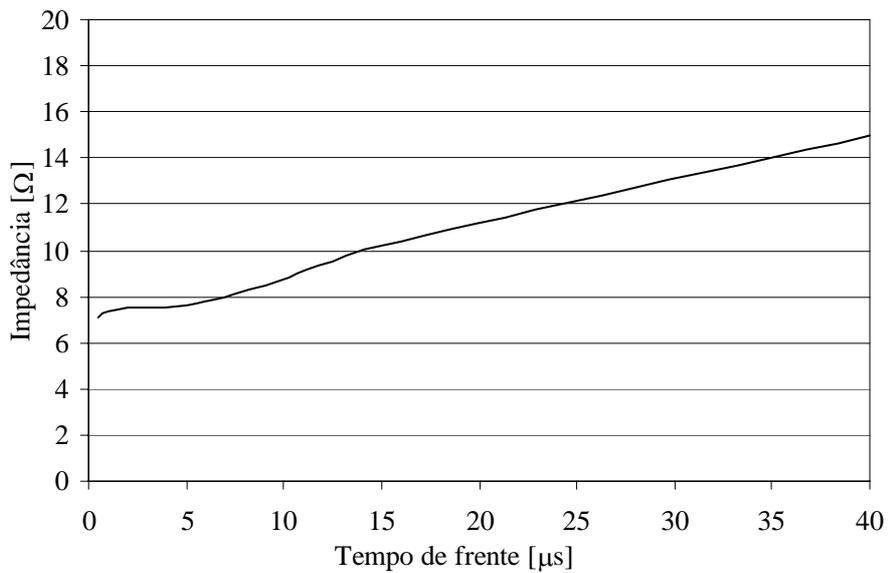


Figura 7.3-35 – Variação da “impedância equivalente” do sistema de aterramento em função do tempo de frente – “Solo 2”

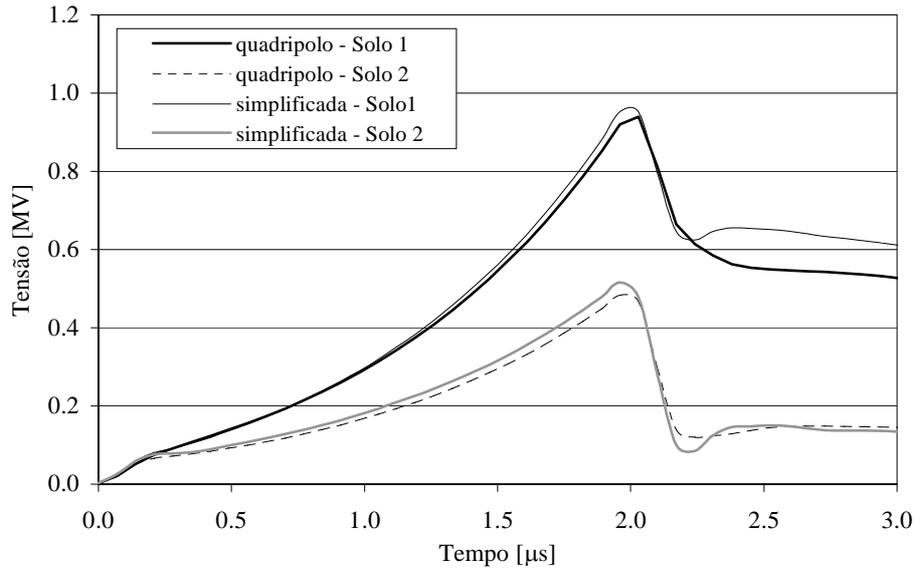


Figura 7.3-36 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – sem pára-raios de linha – modelagens “quadripolo” e “simplificada” – “Solo 1” e “Solo 2”

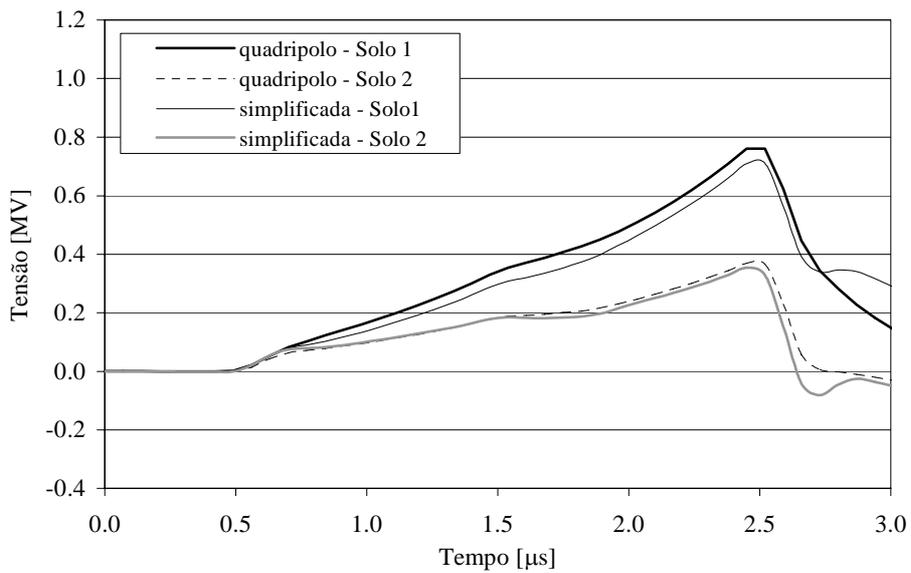


Figura 7.3-37 – Tensões na fase A para o cálculo “MV-TO” – sem pára-raios de linha – modelagens “quadripolo” e “simplificada”

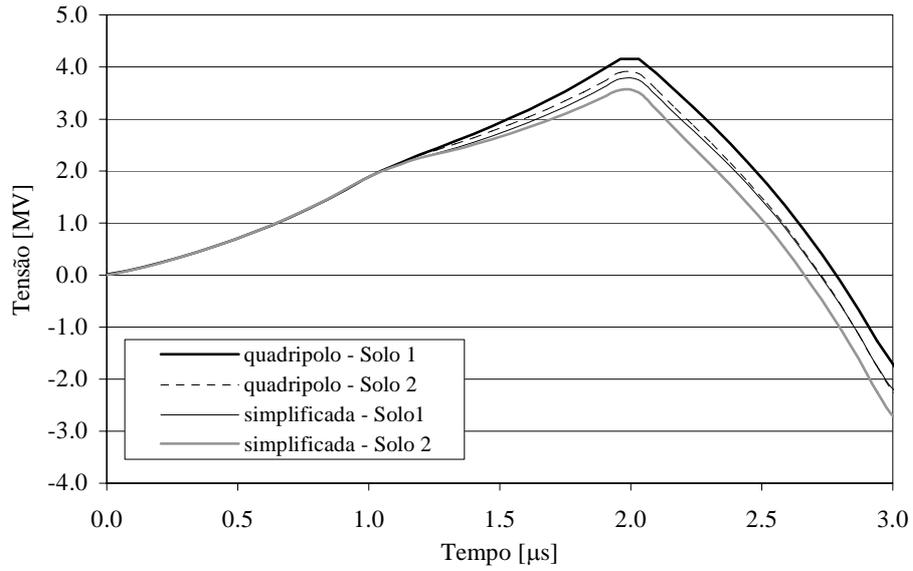


Figura 7.3-38 – Tensões na fase A para o cálculo “MV-MV” – sem pára-raios de linha – modelagens “quadripolo” e “simplificada”

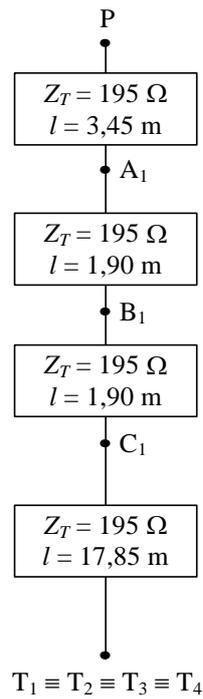


Figura 7.3-39 – Representação simplificada das torres da linha de 138 kV

7.3.7 Trecho de linha de transmissão trifásica convencional de 230 kV com circuito simples e torres metálicas

Este exemplo é análogo ao anterior, sendo que aqui se considera a linha de transmissão trifásica típica de 230 kV apresentada no item 3.4 (vide Figura 3.4-4).

Por simplicidade, apenas foram realizados os cálculos “TO-TO”, “MV-TO” e “MV-MV”, e considerou-se a incidência da descarga no cabo pára-raios de índice P_1 (assimétrica), sendo que, nos cálculos “MV-MV”, calculou-se as tensões entre o respectivo cabo de fase e o cabo pára-raios mais próximo, ou seja, as tensões entre as fases A e B e o cabo pára-raios P_1 , e as tensões entre a fase C e o cabo pára-raios P_2 . Além disso, nos cálculos “TO-TO”, desconsiderou-se as duas torres mais afastadas, e, com relação à modelagem do canal da descarga, somente se considerou o modelo do canal vertical com 1000 m de comprimento e extremidade superior aberta (modelo (c) anterior).

Nos três tipos de cálculos também se empregou a modelagem “eletrodo” definida no exemplo anterior, onde todas as torres, sistemas de aterramento, canal da descarga e cabos de fase e cabos pára-raios dos vãos são modelados por eletrodos cilíndricos, sendo somente os cabos dos vãos afastados do ponto de incidência da descarga modelados por quadripolos. Essa facilidade culminou na manipulação de matrizes com no máximo cerca de 550×550 elementos. Novamente, empregou-se a TNL e fez-se o cálculo para 200 frequências.

Adotou-se também os dados das equações (7.3-1), com o parâmetro I_o igual a -60 kA, e os pára-raios com tensão e corrente nominais iguais a 192 kV e 10 kA, respectivamente, sendo a seguinte a sua característica tensão \times corrente adotada e sendo ambos dados em valores de crista:

- 0,1 kA \Rightarrow 443 kV
- 1 kA \Rightarrow 488 kV
- 5 kA \Rightarrow 545 kV
- 20 kA \Rightarrow 638 kV
- 40 kA \Rightarrow 720 kV

Os resultados obtidos e seus comentários estão apresentados a seguir.

- **Análise da modelagem do canal da descarga, do solo e dos cabos**

Também para este exemplo comentam-se somente os resultados obtidos para o cálculo “TO-TO” e para a fase *A*, pelo fato dos resultados para as demais fases proporcionarem interpretação semelhante.

Portanto, conforme sintetizado na Figura 7.3-40, pode-se concluir que, independente da modelagem do canal, o emprego do modelo “Solo 2” também proporcionou sobretensões menores na fase *A*, e, incluindo-se o canal, em ambos os casos as sobretensões foram maiores em relação aos respectivos casos sem a modelagem do canal.

- **Análise do efeito do emprego de pára-raios de linha para a redução das sobretensões**

Apresenta-se na Figura 7.3-41 as sobretensões calculadas nas cadeias de isoladores das fases *A*, *B* e *C* para os cálculos “TO-TO” e considerando-se os pára-raios instalados nas duas fases externas, *A* e *C*. Na Figura 7.3-42 apresentam-se as mesmas tensões no caso dos pára-raios instalados nas três fases. Pode-se observar em ambas as situações o efeito da redução do nível das sobretensões e um efeito de amortecimento. Os resultados obtidos para os cálculos “MV-TO” conduzem a conclusões semelhantes (Figura 7.3-43), e, também para o exemplo de linha em questão, para os cálculos “MV-MV”, considerando o comprimento do vão empregado e o curto tempo de frente da corrente injetada, praticamente não houve a influência do emprego dos pára-raios de linha na redução das sobretensões entre cabos (Figura 7.3-44).

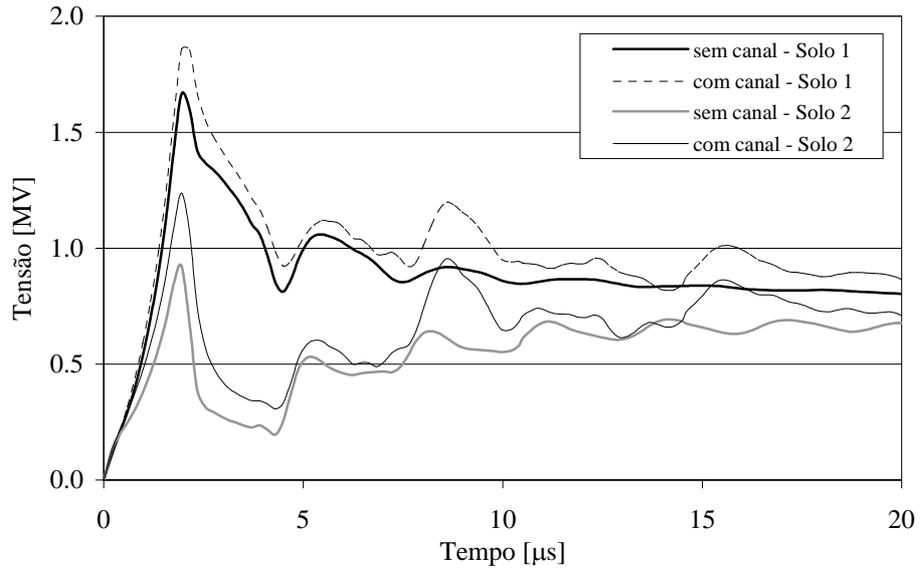


Figura 7.3-40 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO”

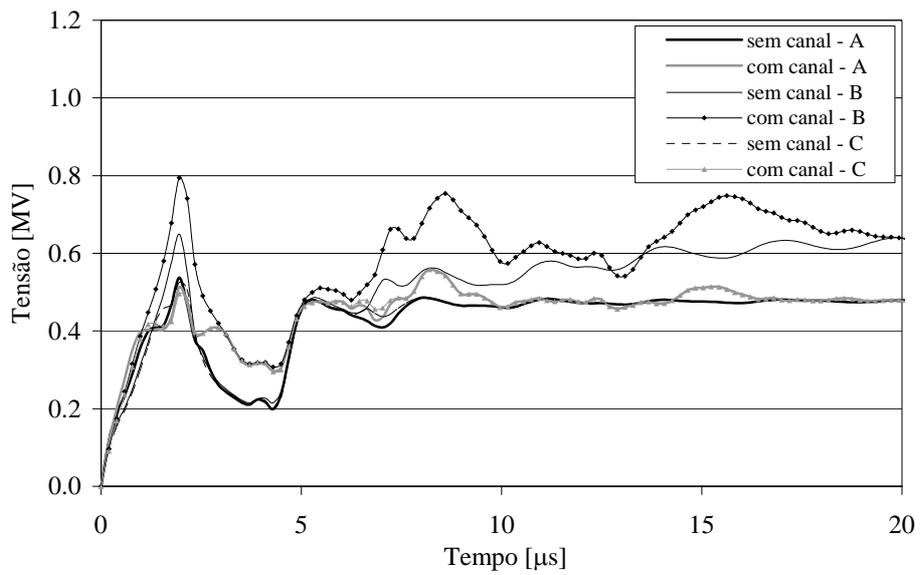


Figura 7.3-41 – Tensões nas três fases para o cálculo “TO-TO” – pára-raios nas fases B e C – “Solo 2”

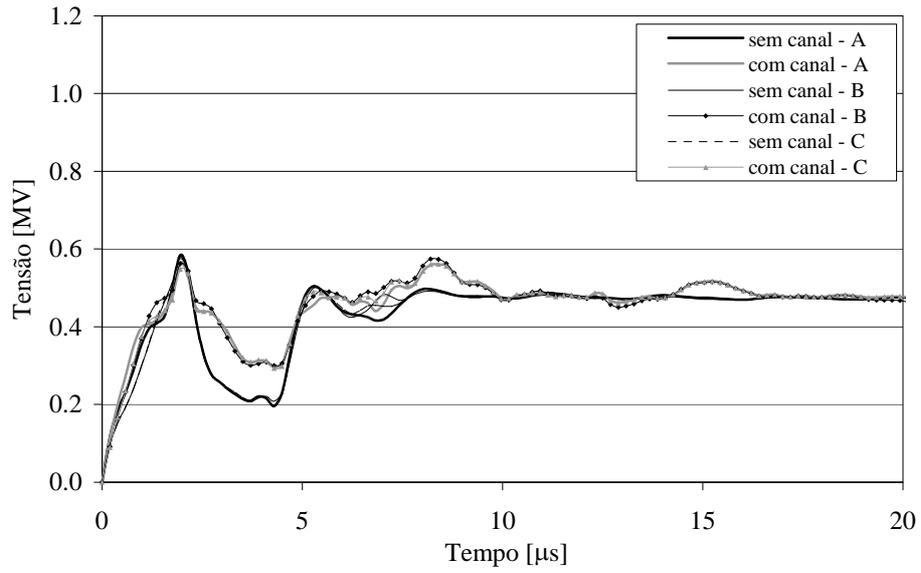


Figura 7.3-42 – Tensões nas três fases para o cálculo “TO-TO” – pára-raios nas três fases – “Solo 2”

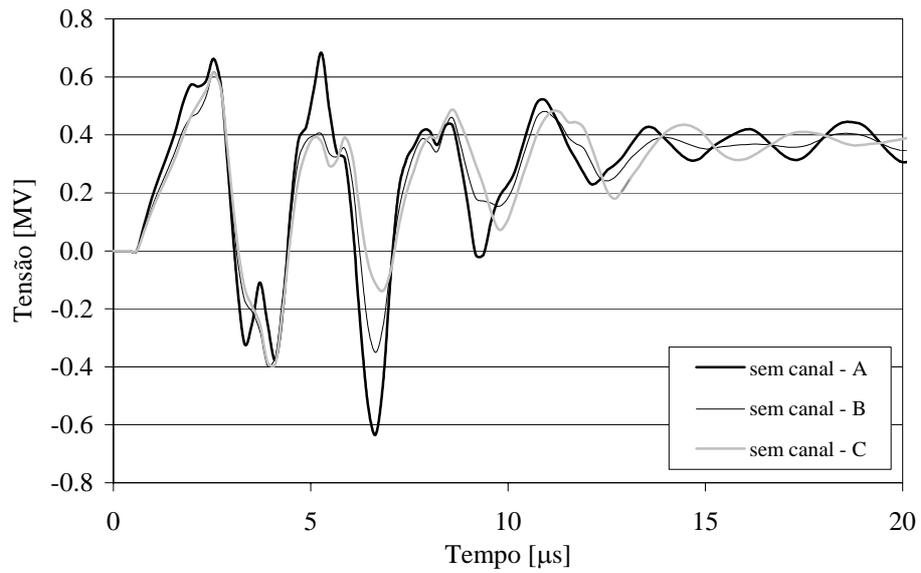


Figura 7.3-43 – Tensões nas três fases para o cálculo “MV-TO” – pára-raios nas três fases – “Solo 2”

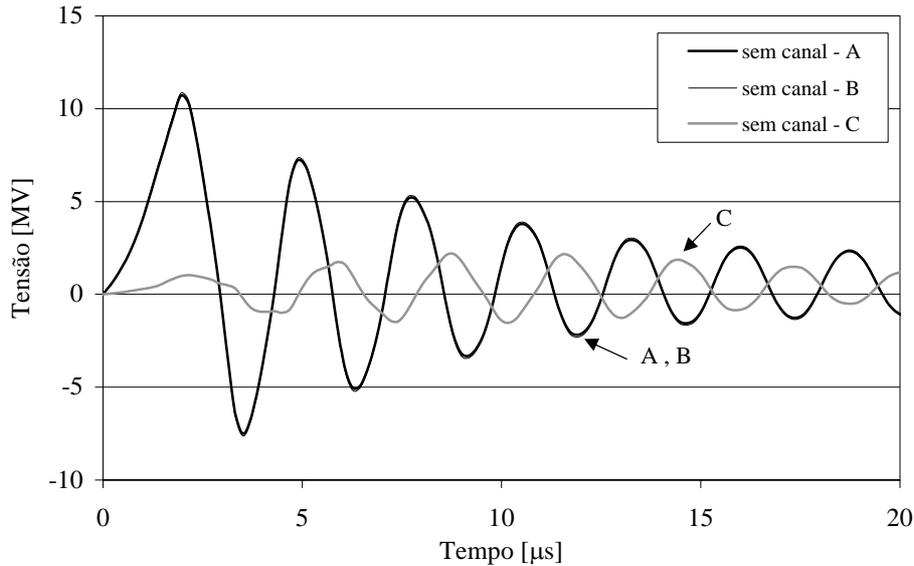


Figura 7.3-44 – Tensões nas três fases para o cálculo “MV-MV” – sem pára-raios de linha – “Solo 2”

7.3.8 Trecho de linha de transmissão trifásica convencional de 500 kV com circuito duplo e torres metálicas

Neste terceiro exemplo de trecho de linha de transmissão encerra-se o respectivo bloco de cálculo da propagação de descargas atmosféricas em linhas, fazendo-se, no entanto, uma comparação entre valores medidos em uma linha real e os respectivos valores calculados pela metodologia desenvolvida nesta tese.

Utilizam-se, portanto, os resultados dos experimentos efetuados em um trecho de linha de transmissão trifásica em 500 kV e apresentados em ISHII *et al.* (1991), sendo estes dados bastante empregados para a aferição de modelagens de torres para a propagação de surtos em linhas de transmissão (e.g., DE BARROS e ALMEIDA (1996), GUTIÉRREZ *et al.* (2004) e VISACRO FILHO e SOARES JÚNIOR (2005)).

Conforme ISHII *et al.* (1991), a linha de transmissão em questão possui circuito duplo com dois cabos pára-raios, cujas fases são compostas por quatro subcondutores por fase, com raio igual a 19,2 mm cada, espaçados simetricamente de 0,5 m, e sendo igual a 8,75 mm o raio de cada cabo pára-raios. Informa-se ainda que a resistência do sistema de aterramento das torres é igual a 17Ω e que a condutividade elétrica do solo é igual a 2 mS/m.

Segundo apresentado em ISHII *et al.* (1991), na Figura 7.3-45(b) tem-se a silhueta da torre em cujo cabo pára-raios foi injetada a corrente e onde foi feita a medição das tensões induzidas nas cadeias de isoladores das fases (Torre no. 7), enquanto que na Figura 7.3-45(a) mostram-se as demais torres envolvidas, sendo que os cabos pára-raios foram desconectados da Torre no. 6, por forma a serem evitados os efeitos de reflexão das ondas nesta torre tão próxima do ponto de injeção de corrente. Na Figura 7.3-46 apresentam-se as alturas médias entre cabos e entre cabos e solo para os três vãos da linha, como também informado nesse artigo.

A corrente injetada no cabo pára-raios tem a forma da frente de onda do tipo rampa, com tempo de frente igual a $3 \mu\text{s}$ e valor máximo em torno de $3,4 \text{ A}$, conforme consta na Figura 7.3-47(a). As formas de onda das tensões medidas nas cadeias de isoladores estão apresentadas nas Figura 7.3-47(b), Figura 7.3-47(c) e Figura 7.3-47(d), associadas, respectivamente, às fases de altura superior (C'), intermediária (B') e inferior (A'). De acordo com ISHII *et al.* (1991), a intenção do emprego de corrente com tal baixa amplitude visou evitar a ocorrência de fenômenos não-lineares e, desta forma, facilitar eventuais análises comparativas, já que no artigo investigou-se a aplicabilidade de uma modelagem simplificada da torre de transmissão por elementos R e L concentrados combinados com trechos de linha de transmissão ideal sem perdas.

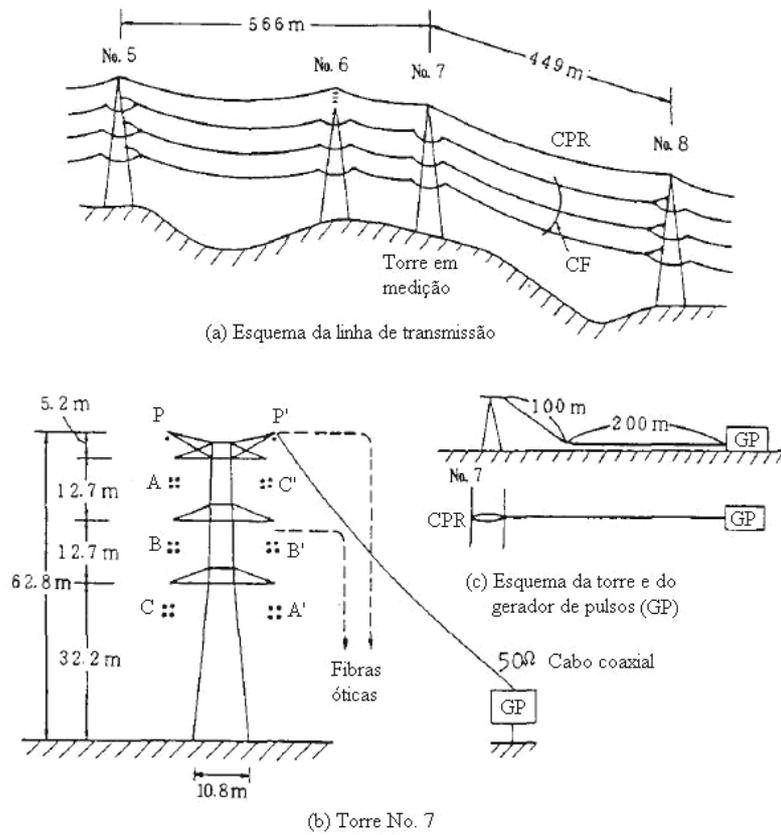


Figura 7.3-45 – Detalhamento da medição na torre de 500 kV (adaptada de ISHII *et al.* (1991))

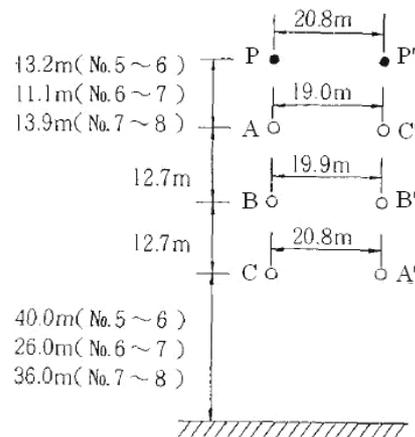


Figura 7.3-46 – Alturas médias entre cabos para os três vãos da linha considerados (adaptada de ISHII *et al.* (1991))

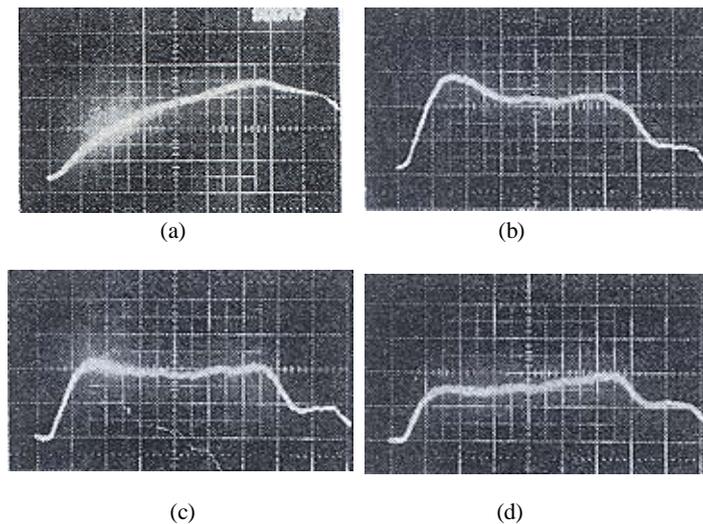


Figura 7.3-47 – (a) Corrente injetada (escala 1,13 A/div); (b) tensão medida na fase superior – C' (escala 23 V/div); (c) tensão medida na fase intermediária – B' (escala 23 V/div); (d) tensão medida na fase inferior (escala 30 V/div) – A' ; escala de tempo: 0,5 μ s/div

Para a adequada simulação computacional deste exemplo, no entanto, seriam necessários dados adicionais que não constam em ISHII *et al.* (1991), incluindo detalhamento do modelo do solo, do sistema de aterramento da torre, da geometria das torres, das flechas dos cabos, da variação do ponto de fixação dos cabos nas torres, do posicionamento e localização dos cabos para medição das tensões e injeção da corrente, e ainda melhor resolução das curvas obtidas do osciloscópio. Portanto, foi necessário assumir algumas simplificações, designadamente:

- Modelou-se apenas a torre com corrente injetada e os três vãos próximos conforme mostrado na Figura 7.3-45(a).
- A torre foi modelada por eletrodos cilíndricos de aço e com raio igual a 0,1 m , conforme a Figura 3.4-5, e os cabos dos três vãos foram modelados pelo expedito modelo de quadripolo, considerando-se as distâncias médias apresentadas na Figura 7.3-46. Deve-se notar que a viabilidade desta modelagem híbrida foi analisada previamente no exemplo do item 7.3.6 e complementada no exemplo do item 7.3.7 (vide, nestes exemplos, a modelagem “quadripolo”).

- Considerou-se o cabo 5/8" EHS para a representação de cada cabo pára-raios, e o cabo CAA código *lapwing* para a representação de cada cabo de fase. Os quatro cabos de cada fase foram espaçados simetricamente de 0,5 m * .
- Modelou-se o solo com parâmetros variáveis com a frequência conforme a equação (5.3-1), com os valores médios dos parâmetros α e Δ_i dados nas equações (5.3-2) e a condutividade elétrica em baixa frequência σ_0 igual ao valor de 2 mS/m . Para a representação do efeito do sistema de aterramento, conectou-se no final de cada uma das quatro pernas da torre um resistor com valor igual a quatro vezes o valor de 17 Ω dado (tal que o efeito da associação em paralelo dos quatro resistores resulte no próprio valor de 17 Ω) e não se considerou as resistências mútuas entre os quatro elementos.

Com tais dados, calculou-se a tensão induzida em cada cadeia de isoladores em virtude da injeção direta da corrente no ponto de fixação do cabo pára-raios de índice P' na torre através de uma fonte de corrente sem perdas. Em virtude da espessura grossa da curva da corrente medida apresentada Figura 7.3-47(a), cujos valores máximos e mínimos para cada tempo conduz a tensões significativamente diferentes, optou-se por utilizar na simulação uma curva com valores próximos dos pontos máximos para cada tempo, tal como consta na Figura 7.3-48.

Portanto, as tensões calculadas nas cadeias de isoladores das fases de índices A' , B' e C' estão apresentadas nas Figura 7.3-49 a Figura 7.3-51, juntamente com os valores calculados pela metodologia apresentada em VISACRO FILHO e SOARES JÚNIOR (2005), referência na qual se apresenta uma modelagem envolvendo também elementos do tipo eletrodos cilíndricos e o domínio da frequência. Note-se que se incluiu nestas figuras as curvas associadas aos respectivos valores medidos apresentados em ISHII *et al.* (1991).

* Em ISHII *et al.* (1991) apenas se informou o diâmetro externo dos cabos de fase e dos cabos pára-raios, e os cabos *lapwing* e 5/8" EHS são aqueles cujos diâmetros mais se aproximam dos valores informados. Não obstante, para o tipo de simulação em questão, uma pequena alteração do diâmetro externo dos cabos pouco influencia nas sobretensões calculadas.

Destes resultados, percebe-se claramente que, mesmo com a dificuldade para a modelagem precisa da linha real, foi muito boa a adequação entre os valores calculados pela metodologia desenvolvida nesta tese e os valores medidos. É interessante notar que para a obtenção destes resultados, na janela de tempo mostrada, empregando-se a TNL, utilizou-se apenas 40 frequências.

Além disso, dado que todos os cabos foram modelados por quadripolos, necessitando-se assim somente modelar a torre por eletrodos cilíndricos, aproveitando-se novamente o potencial da metodologia de modelagem híbrida elaborada nesta tese, o esforço computacional total foi sensivelmente reduzido, envolvendo a manipulação de matrizes com cerca de 200×200 elementos, diferentemente do excessivo esforço computacional que ocorreria na modelagem tradicional com apenas eletrodos cilíndricos. Naturalmente que, modelando-se também os cabos por eletrodos, o ajuste entre valores calculados e medidos seria ainda melhor.

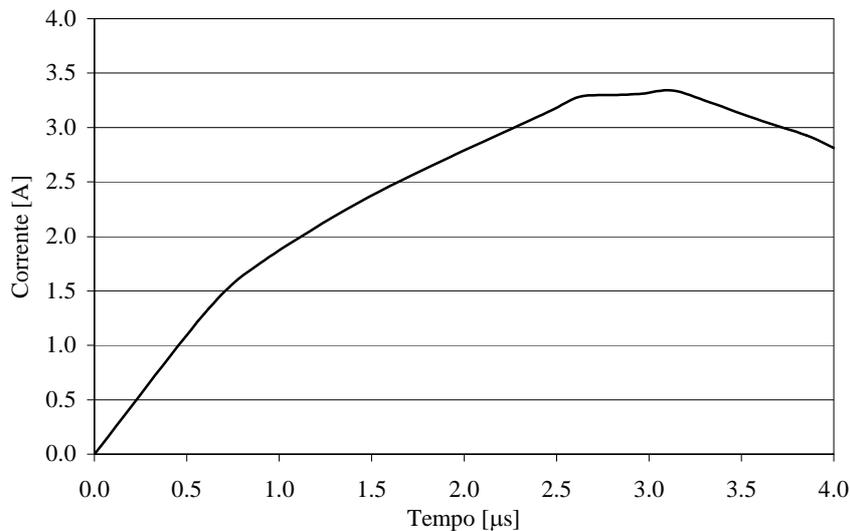


Figura 7.3-48 – Forma de onda da corrente injetada no cabo pára-raios de índice P'

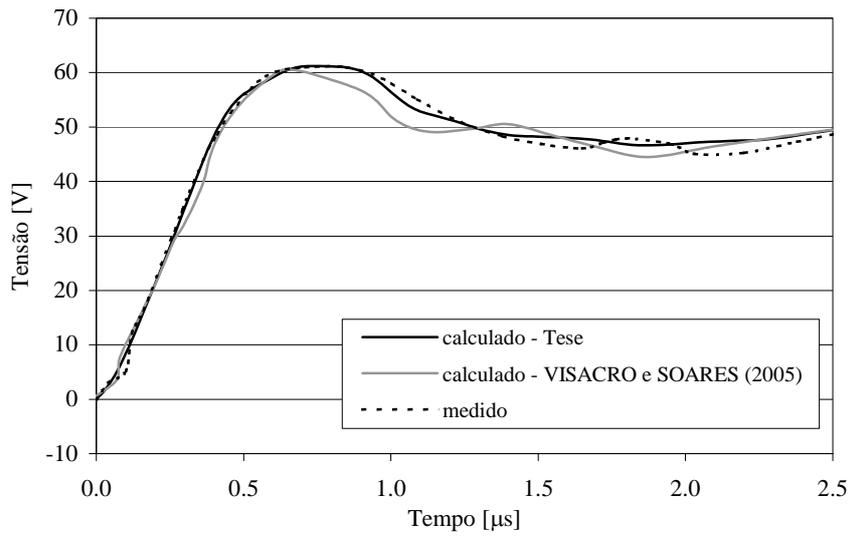


Figura 7.3-49 – Tensões medidas e calculadas na cadeia de isoladores da fase superior (C')

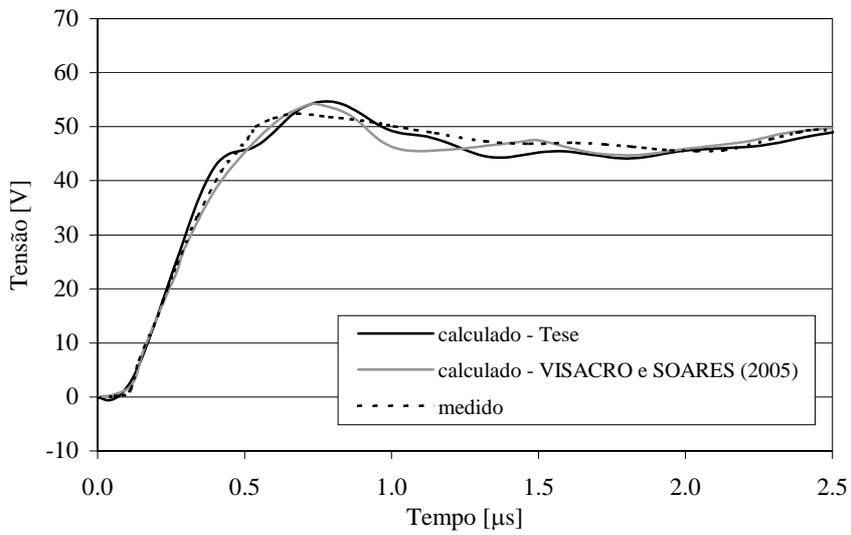


Figura 7.3-50 – Tensões medidas e calculadas na cadeia de isoladores da fase intermediária (B')

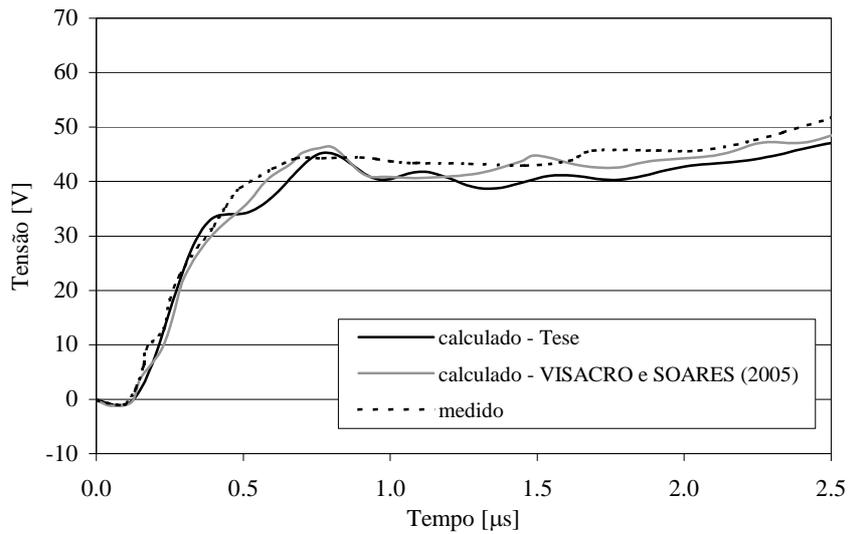


Figura 7.3-51 – Tensões medidas e calculadas na cadeia de isoladores da fase inferior (A')

7.4 Modelagens especiais

7.4.1 Modelagem do efeito coroa em linhas de transmissão

Neste item, aplicam-se as metodologias de cálculo desenvolvidas no item 6.1 para o cálculo de linhas de transmissão considerando-se a ocorrência do efeito coroa nos cabos na linha.

7.4.1.1 Aplicação à propagação de descargas atmosféricas

Neste primeiro exemplo, aplica-se o processo de cálculo descrito no item 6.1.3 à análise da propagação de um surto atmosférico com amplitude de 1 MV por uma linha de transmissão com 250 km de comprimento, conforme consta em SANTIAGO (1982).

Trata-se de uma linha monofásica, constituída por um cabo CAA código *crow*, com a altura de 7,5 m em relação ao solo, e sendo o solo com condutividade elétrica de 1 mS/m. Ao final da linha conecta-se uma carga formada por três impedâncias em paralelo, ou seja, uma com uma resistência de 1 Ω em série com uma indutância de 1 H, outra com uma resistência de 1000 Ω e a outra com um capacitor de 0,1 μF .

Também se informa em SANTIAGO (1982) que a forma de onda da tensão aplicada é do tipo dupla exponencial (vide equações (5.5-45)), sendo os parâmetros η , a e b iguais a 1,1090, 15900 s⁻¹ e 767700 s⁻¹, respectivamente, e que, para a representação da curva $q \times u$ do cabo, emprega-se a simples modelagem dada na Figura 6.1-1 e as equações (6.1-1) calculadas com a tensão u_o igual a 400 kV e as capacitâncias C_1 e C_o iguais a 13,2 e 7,9 pF/m, respectivamente.

Portanto, aplicando-se a mencionada metodologia de cálculo com a TNL, e empregando-se cerca de 250 frequências e trechos com comprimento de 0,5 km ao longo da linha, foram obtidos os resultados apresentados na Figura 7.4-1, donde se pode observar a ótima correspondência com as curvas apresentadas em SANTIAGO (1982). É interessante observar nesta figura os esperados efeitos de atenuação, atraso e distorção do sinal que se propaga pela linha sob o efeito coroa, tão maiores na medida em que se afasta do início da linha.

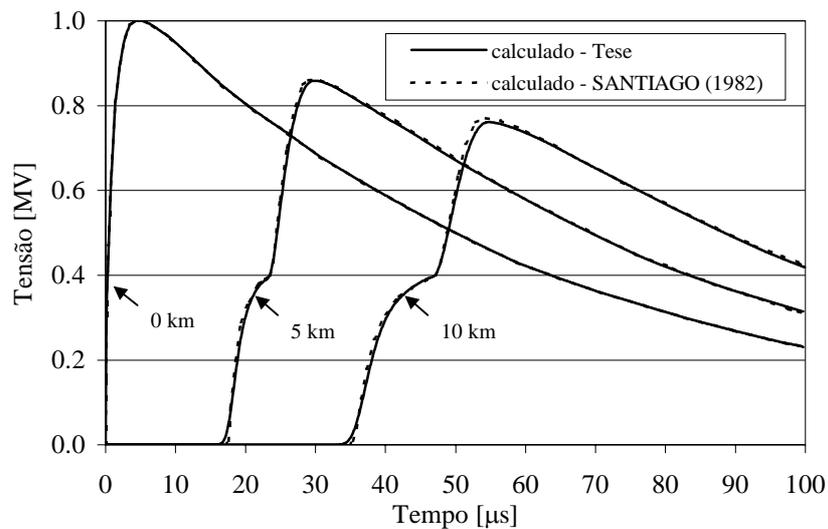


Figura 7.4-1 – Tensões na linha monofásica considerando a ocorrência do efeito coroa e para as distâncias a 0, 5 e 10 km ao longo da linha

7.4.1.2 Aplicação à propagação de sinais lentos

Neste segundo exemplo, aplica-se as duas estratégias de cálculo descritas no item 6.1.4 para a análise de uma linha energizada numa extremidade com tensões sinusoidais

equilibradas, de valor máximo fase-terra igual a 75,5 kV , à pulsação fundamental, ω_0 , igual a $2\pi 60$ rad/s , e estando em vazio a outra extremidade. A idéia da análise da linha em vazio é provocar tensões nos cabos superiores àquela responsável pelo início do efeito coroa, posto que na medida em que se aproxima do ponto em vazio surgem naturalmente sobretensões elevadas.

Portanto, fez-se o cálculo das tensões nas fases da linha ao longo do seu comprimento, o qual foi suposto (didaticamente) igual a 200, 400 e 800 km , e verificou-se as reduções destas tensões com a ocorrência do efeito coroa. A intenção do uso de grandes comprimentos da linha é também a de elevar significativamente o efeito coroa nos cabos, facilitando o estudo comparativo. Considerou-se a linha sendo monofásica ou trifásica e sem cabos pára-raios.

Adotou-se os demais dados da linha semelhantemente àqueles de MORENO O. (1998), ou seja, cada fase constituída por um cabo com o raio de 0,0067 m , à altura média de 13,72 m em relação ao solo e espaçadas de 3,05 m . Novamente, fez-se a representação da curva $q \times u$ do cabo empregando-se a simples modelagem dada na Figura 6.1-1, sendo que agora as equações (6.1-1) são calculadas com a tensão u_0 igual a 72 kV e com a relação entre as capacitâncias C_1 e C_0 igual a 3 . Considerou-se a linha dividida em quinze trechos ($m = 15$) *.

No caso da solução exposta no item 6.1.4.2, designada aqui como “Solução A”, utilizou-se a TNL e cerca de 150 freqüências. No caso da solução exposta no item 6.1.4.3, designada aqui como “Solução B”, fez-se o cálculo com até o terceiro harmônico ímpar, ou seja, com ω igual a $5\omega_0$, não foram utilizados filtros, e utilizou-se ambos os fatores de aceleração α_u e α_i dos incrementos das tensões e correntes iguais a 0,1 .

* De acordo com os testes realizados, para convergência do processo, a análise da linha com comprimentos inferiores, até cerca de 400 km , não requer uma grande discretização da linha, e, neste caso, um número menor de trechos já seria suficiente. Por outro lado, na medida em que se utiliza um número maior de freqüências, precisa-se aumentar o número de trechos.

Como um primeiro grupo de resultados, apresenta-se nas Tabela 7.4-1 e Tabela 7.4-2 os valores obtidos para o caso da linha monofásica, empregando-se a “Solução A” e a “Solução B”, respectivamente. Os índices “1/3”, “2/3” e “3/3” significam o cálculo a respectivamente $1/3$, $2/3$ e $3/3$ do comprimento total da linha. Como complemento, apresenta-se na Figura 7.4-2 a variação no tempo das tensões para a linha monofásica com 800 km, considerando-se ou não o efeito coroa e empregando-se a “Solução A”, enquanto que na Figura 7.4-3 apresenta-se as tensões para esta mesma linha, sob o efeito coroa, para os três pontos ao longo da linha, e empregando-se a “Solução B”.

Percebe-se claramente destes resultados que, também para a propagação de sinais lentos, a presença do efeito coroa nos cabos provoca a atenuação e o atraso das ondas de tensão em relação àquelas sem a consideração do efeito coroa. Além disso, apesar das “Solução A” e “Solução B” terem concepção matemática totalmente diferente, e também envolverem um número total de frequências substancialmente diferente, observou-se pouca divergência entre os valores encontrados, indicando a potencialidade de ambas as soluções para análises futuras. Contudo, cumpre notar que, para o caso do emprego da “Solução A” à análise da propagação de sinais periódicos, como é o caso do presente exemplo, foi preciso empregar pelo menos cerca de 8 períodos até que o comportamento transitório inicial fosse razoavelmente eliminado, conforme consta na Figura 7.4-2.

Para o caso da linha trifásica, considerou-a inicialmente com transposição ideal de fases, ou seja, com as matrizes de parâmetros transversais e longitudinais possuindo elementos próprios iguais entre si e aos respectivos valores médios, e o mesmo para os elementos mútuos destas matrizes. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela 7.4-3, sendo que, neste caso de transposição ideal, com a propagação dominada por um modo equilibrado, as reduções das tensões são as mesmas entre as fases. Esse equilíbrio, contudo, não acontece no caso da linha sem transposição de fases, em função da assimetria de distribuição das tensões e correntes ao longo da linha, como se exemplifica na Tabela 7.4-4 para o caso da linha trifásica com 400 km.

Tabela 7.4-1 – Reduções percentuais das amplitudes das tensões fase-terra no cabo da linha monofásica considerando o efeito coroa, para os três comprimentos da linha e para os três pontos ao longo destes comprimento – Solução “A”

Ponto de cálculo	Comprimento da linha [km]		
	200	400	800
1/3 – Fase 1	1,4	6,0	32,3
2/3 – Fase 1	1,8	8,3	31,0
3/3 – Fase 1	2,0	7,2	26,3

Tabela 7.4-2 – Reduções percentuais das amplitudes das tensões fase-terra no cabo da linha monofásica considerando o efeito coroa, para os três comprimentos da linha e para os três pontos ao longo destes comprimentos – Solução “B”

Ponto de cálculo	Comprimento da linha [km]		
	200	400	800
1/3 – Fase 1	1,3	5,5	28,8
2/3 – Fase 1	2,0	8,5	30,1
3/3 – Fase 1	2,1	8,6	24,7

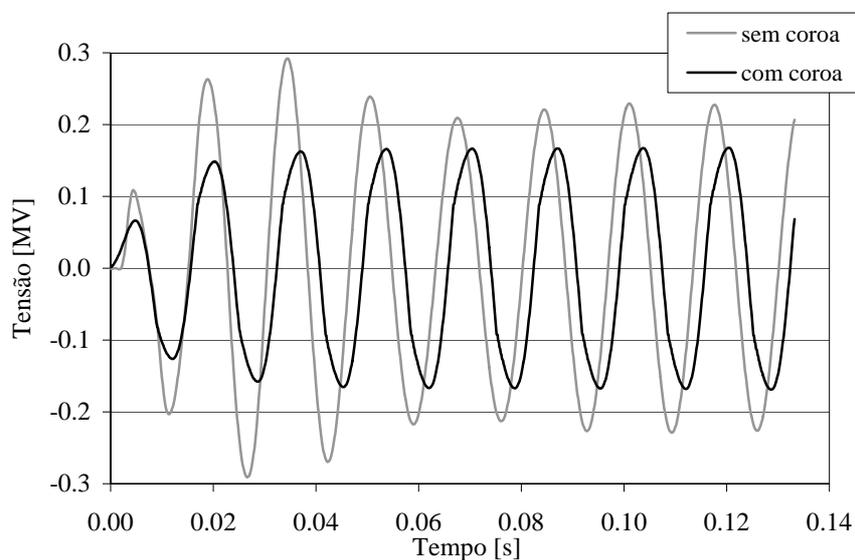


Figura 7.4-2 – Tensões fase-terra para a linha monofásica de 800 km , a 3/3 do comprimento da linha, considerando ou não o efeito coroa, e empregando-se a “Solução A”

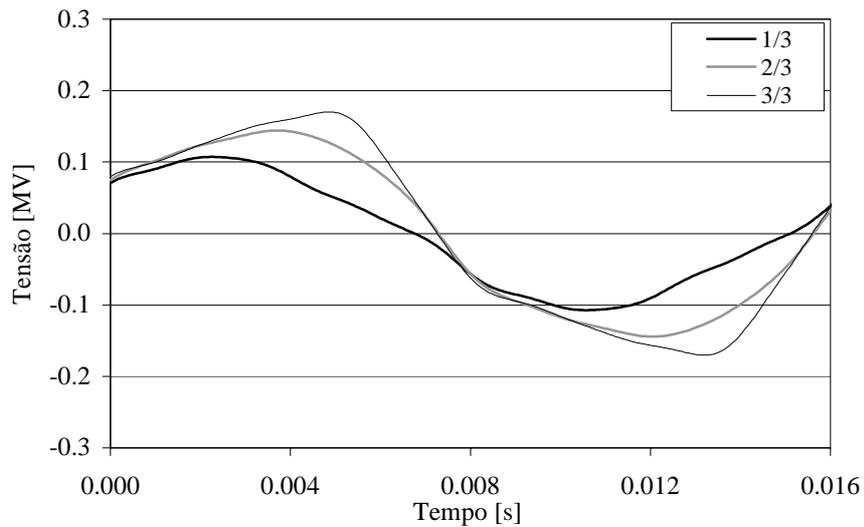


Figura 7.4-3 – Tensões fase-terra para a linha monofásica de 800 km , a 1/3 , 2/3 e 3/3 do comprimento da linha, considerando o efeito coroa, e empregando-se a “Solução B”

Tabela 7.4-3 – Reduções percentuais das amplitudes das tensões fase-terra nos cabos da linha trifásica considerando o efeito coroa, considerando transposição ideal de fases, para os três comprimentos da linha e para os três pontos ao longo destes comprimentos – Solução “B”

Ponto de cálculo	Comprimento da linha [km]		
	200	400	800
1/3 – Fases 1 , 2 e 3	0,6	5,4	8,3
2/3 – Fases 1 , 2 e 3	0,9	8,1	5,8
3/3 – Fases 1 , 2 e 3	1,0	8,4	5,4

Tabela 7.4-4 – Reduções percentuais das amplitudes das tensões fase-terra nos cabos da linha trifásica de 400 km considerando o efeito coroa, para os três pontos ao longo deste comprimento e sem empregar transposição de fases – Solução “B”

Ponto de cálculo	Comprimento da linha [km]
	400
1/3 – Fase 1	6,8
2/3 – Fase 1	9,4
3/3 – Fase 1	9,6
1/3 – Fase 2	6,2
2/3 – Fase 2	8,8
3/3 – Fase 2	9,0
1/3 – Fase 3	3,8
2/3 – Fase 3	4,4
3/3 – Fase 3	4,2

7.4.2 Modelagem do efeito de ionização do solo junto a eletrodos de aterramento

Neste item, aplica-se a metodologia de cálculo desenvolvida no item 6.2 para o cálculo de sistemas de aterramento reais submetidos a correntes de alta intensidade e com solo circunvizinho ionizado, fazendo-se comparações com valores medidos e com valores calculados por outros programas computacionais, além de análises teóricas.

7.4.2.1 Sistemas de aterramento formados por um eletrodo horizontal

Analisa-se neste primeiro exemplo um sistema de aterramento bem simples, formado por um cabo horizontal com 5 m de comprimento, com raio de 4 mm e situado a 0,6 m da superfície do solo, conforme consta na Figura 7.4-4.

Em GERI e GARBAGNATI (1992) apresentou-se os resultados da medição das tensões induzidas neste sistema de aterramento quando submetido à injeção da corrente com a forma de onda mostrada na Figura 7.4-5, sendo a magnitude de tal corrente suficiente para provocar a ionização do solo próximo.

Em um trabalho mais recente, GERI (1999) apresentou uma metodologia de cálculo no domínio do tempo e utilizando elementos concentrados do tipo RLC lineares e não

lineares para a modelagem de sistemas de aterramento considerando-se a ionização do solo, e a aplicou ao sistema da Figura 7.4-4. Informa-se nesses artigos que o solo tem resistividade elétrica de $40,5 \Omega \text{ m}$ e permissividade dielétrica igual a 10 vezes a permissividade dielétrica do ar, e não são mencionadas quaisquer variações destes parâmetros com a frequência.

Portanto, simulou-se pela metodologia elaborada nesta tese esse sistema de aterramento com os dados anteriores e considerando-se um valor fixo do campo elétrico crítico no solo ($e_{crit\ solo}$) igual a 300 kV/m , valor este que é sugerido em MOUSA (1994). Empregando-se a TNL e cerca de 150 frequências, foi obtida a curva apresentada na Figura 7.4-6, na qual também constam as tensões medidas e calculadas apresentados em GERI (1999).

Nota-se claramente desta figura o excelente ajuste entre os valores medidos e os valores calculados pela metodologia aqui desenvolvida.

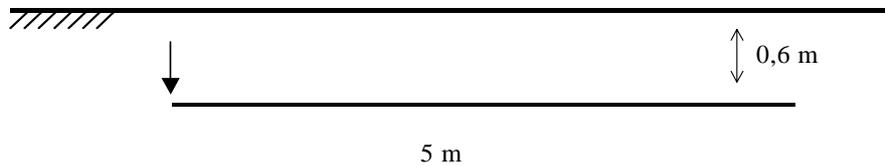


Figura 7.4-4 – Cabo horizontal com 5 m de comprimento

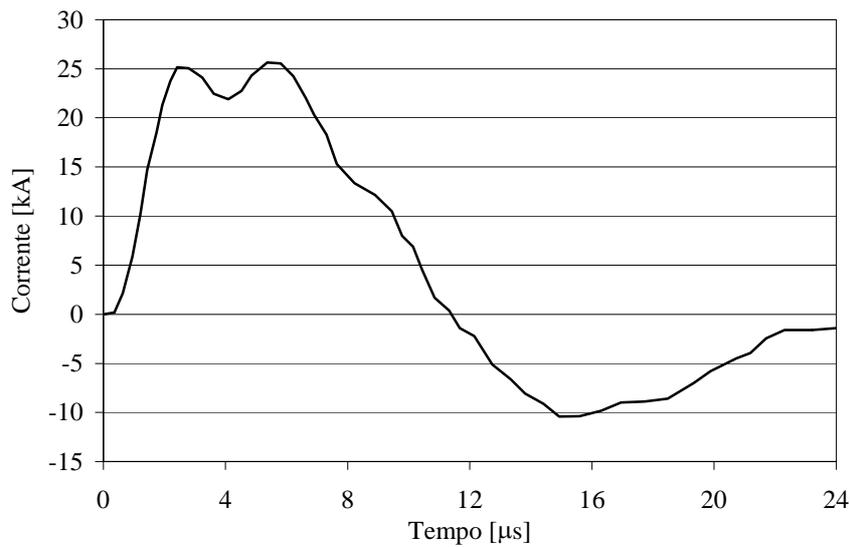


Figura 7.4-5 – Corrente injetada no cabo horizontal

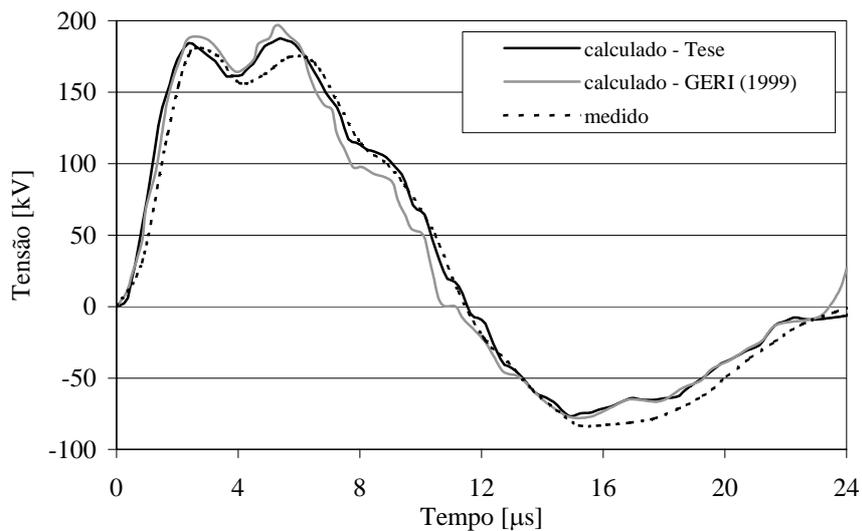


Figura 7.4-6 – Tensões medidas e calculadas na extremidade do cabo horizontal com corrente injetada

Como outro exemplo, considerou-se também um sistema de aterramento formado por apenas um cabo horizontal, contudo, com 8,1 m de comprimento, situado a 1 m da superfície do solo e com seção transversal de 60 mm^2 . Na verdade, conforme SEKIOKA *et al.* (1998), tal cabo é um dos segmentos componentes de uma malha de terra retangular com área igual $34 \text{ m} \times 24,8 \text{ m}$ e instalada em um solo cuja resistividade elétrica é de $200 \Omega \text{ m}$, sendo que, para a medição em pauta, desconectou-se o segmento

da malha, injetou-se numa das extremidades do segmento a corrente com a forma de onda dada na Figura 7.4-7 e procedeu-se a medição da tensão neste mesmo ponto.

Portanto, apresenta-se na Figura 7.4-8 tais valores medidos e os valores calculados pela metodologia elaborada nesta tese, simulando-se apenas o cabo horizontal, e simulando-se também a malha de terra desconectada do cabo. Empregou-se a TNL e 100 frequências no intervalo de tempo entre 0 e 25 μs . Para este exemplo, obteve-se melhor ajuste ao se adotar o campo elétrico crítico para ionização igual a 600 kV/m, ou seja, um pouco superior àquele recomendado em CIGRE (1991), que é o valor de 400 kV/m.

Pode-se notar destes resultados que, considerando-se toda a malha, o valor máximo da tensão calculada ficou muito próximo do valor medido, apesar de haver uma pequena divergência entre as curvas calculada e medida após este ponto. Infere-se que essa divergência seja decorrente principalmente da imprecisão do emprego de um valor constante para o campo elétrico crítico para o solo em questão. Com relação aos resultados obtidos para a simulação de somente o cabo horizontal, nota-se que ocorreram maiores divergências. Portanto, constata-se destes resultados que se deve também modelar os cabos da malha desconectada em simulações desta natureza.

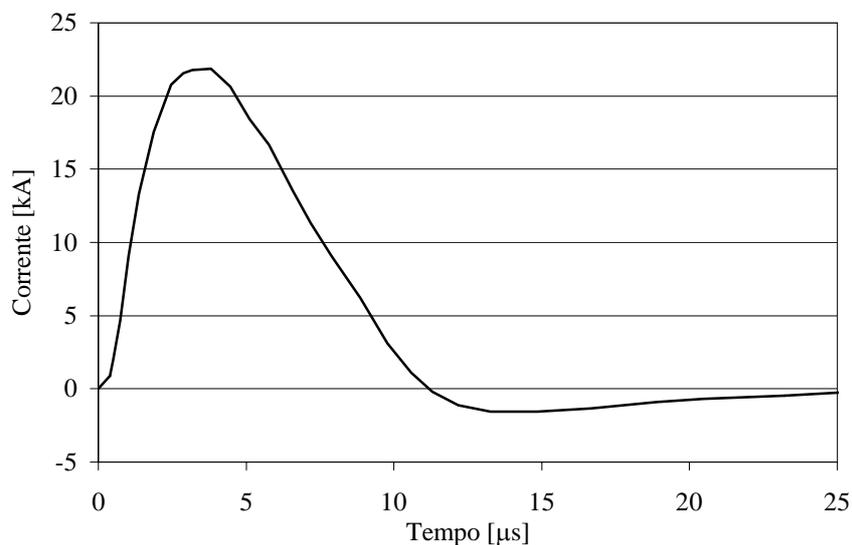


Figura 7.4-7 – Corrente injetada no cabo horizontal

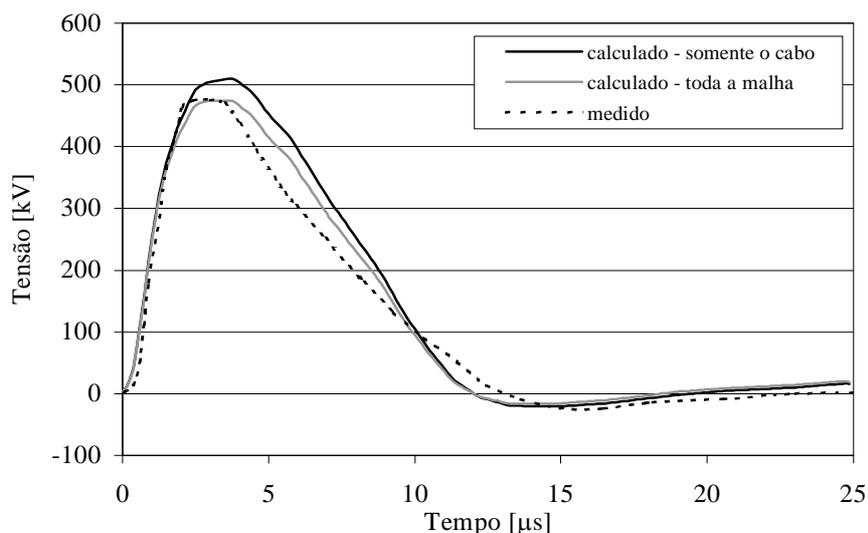


Figura 7.4-8 – Tensões medidas e calculadas na extremidade do cabo horizontal com corrente injetada

7.4.2.2 Sistemas de aterramento formados por hastes verticais interligadas

Considera-se neste exemplo sistemas de aterramento formados por uma, duas e quatro hastes verticais com 3,05 m de comprimento e separadas da mesma distância. Trata-se dos arranjos medidos por LIEW e DARVENIZA (1974), cujos resultados são bastante investigados na literatura técnica para a aferição de métodos de cálculo de sistemas de aterramento considerando-se a ionização do solo (e.g., CHISHOLM e JANISCHEWSKYJ (1989), CIDRÁS *et al.* (2000), ZHANG *et al.* (2005)).

Nos três casos, injetou-se no sistema de aterramento uma corrente com a forma de onda do tipo rampa, com tempo de frente igual a 4 μs e analisou-se uma “impedância equivalente” do sistema de aterramento, assumida como igual à relação entre o valor máximo da tensão no tempo e o valor máximo da corrente no tempo injetada no sistema. Tal amplitude da corrente foi variada de um valor muito baixo, sem ocorrência de ionização do solo, até cerca de 100 kA, onde é extremamente forte o efeito de ionização do solo.

Na Figura 7.4-9 apresentam-se os resultados obtidos pela metodologia aqui elaborada, incluindo os valores medidos apresentados em LIEW e DARVENIZA (1974) e os calculados pela metodologia apresentada em CIDRÁS *et al.* (2000), referência em que

se apresenta um processo aproximado no domínio da frequência para a modelagem do sistema de aterramento também por eletrodos cilíndricos, isto é, sem considerar o termo associado ao efeito do tempo de propagação das ondas da fonte até o ponto de cálculo (mas o que não conduz a erros importantes para os sistemas de aterramento de pequeno porte do presente exemplo).

Empregou-se a TNL e cerca de 100 frequências para a obtenção dos resultados em um intervalo de tempo entre 0 e 10 μs , sendo que, por falta de maiores informações, não se incluiu a variação dos parâmetros do solo com a frequência, mas apenas o solo com resistividade constante e igual a 100 $\Omega\text{ m}$ e com permissividade dielétrica relativa igual a 10. Novamente, adotou-se o campo elétrico crítico para ionização do solo constante e igual a 300 kV/m.

Considerando-se os resultados apresentados nesta figura, percebe-se mais uma vez o ótimo ajuste entre os valores medidos e os valores calculados pela metodologia desenvolvida nesta tese. Além disso, como esperado, nota-se duas características básicas da análise em questão:

- Para os três sistemas de aterramento, ocorre a redução da “impedância equivalente” do sistema de aterramento com o aumento da corrente injetada no sistema, isto é, com o aumento do efeito de ionização do solo.
- Ocorre uma atenuação do efeito anterior na medida em que a dimensão do sistema cresce, ou seja, de 1 haste para 2 hastes e, então, para as 4 hastes. Tal fato se deve à circulação de correntes de menores amplitudes nas hastes e cabos dos sistemas de aterramentos maiores, e, portanto, redução do efeito de ionização do solo circunvizinho a estes elementos. Nesse sentido, para um sistema de aterramento com um número de hastes bastante superior, o efeito de ionização do solo se torna bastante discreto para o cálculo da impedância equivalente do sistema. Em síntese, observou-se as seguintes reduções da “impedância equivalente” para os três sistemas de hastes considerando-se o patamar de 100 kA injetados no sistema, em relação a mesma impedância obtida para um valor inicial de corrente bem reduzido:

- 1 haste: 69% ;

- 2 hastes: 53% ;

- 4 hastes: 39% .

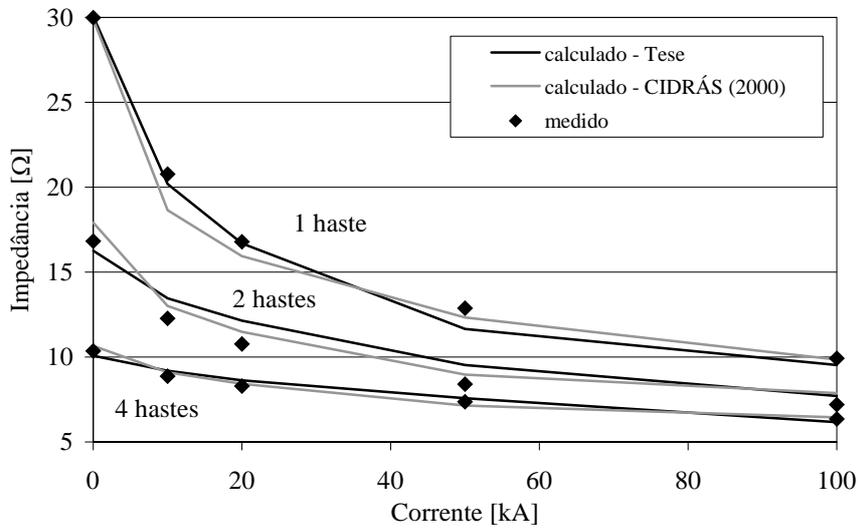


Figura 7.4-9 – Impedância equivalente do sistema de aterramento

7.4.2.3 Sistemas de aterramento de uma linha de transmissão trifásica convencional de 34,5 kV com circuito simples e postes e cruzetas de madeira

Considera-se neste exemplo o sistema de aterramento da linha de transmissão de 34,5 kV apresentada no item 3.4, conforme consta na Figura 3.4.1, incluindo-se também na simulação o cabo de descida do sistema de aterramento, os três cabos de fase e o cabo pára-raios.

Com a intenção de apenas investigar o efeito da ionização do solo nas sobretensões induzidas nas fases da linha, fez-se uma análise do tipo “TO-TO”, conforme definido no exemplo do item 7.3.6, considerando-se dois vãos da linha; ou seja, uma torre e os dois vãos adjacentes, semelhante ao esquema descrito na Figura 7.3-21. Adotou-se a forma de onda da corrente estilizada dada na Figura 2.4-9 e os parâmetros dados nas equações (7.3-1), sendo a amplitude da corrente I_o igual a 10, 30 ou 60 kA. Utilizou-se as duas modelagens para o solo empregadas no exemplo do item 7.3.2; ou seja, modelo “Solo 1” e modelo “Solo 2”, sendo que aqui se adotou σ_0 igual a 0,5 mS/m. Assumiu-se o campo elétrico crítico para ionização do solo constante e igual a 300 kV/m. Não se considerou o emprego de pára-raios de linha e a corrente é injetada diretamente junto ao poste, sem a modelagem do canal da descarga atmosférica.

Portanto, para o poste em que se injeta a corrente, fez-se o cálculo da tensão induzida entre os pontos A_1 e A_2 (fase A), sendo os resultados obtidos apresentados nas Figura 7.4-10, Figura 7.4-11 e Figura 7.4-12, associadas às correntes de 10, 30 e 60 kA, respectivamente. Empregou-se a TNL e cerca de 100 frequências para a obtenção dos resultados no intervalo de tempo entre 0 e 25 μs .

Pode-se notar destes resultados que, como esperado, considerando-se o efeito de ionização do solo, as sobretensões são bem menores, em função da redução da “impedância” equivalente do sistema de aterramento, mas sendo tal efeito de redução menos severo para a corrente de menor amplitude. Tal fato caracteriza a importância de se considerar nos estudos de desempenho das linhas com sistemas de aterramento de pequeno porte o efeito de ionização do solo, principalmente no caso da investigação das correntes de maior amplitude.

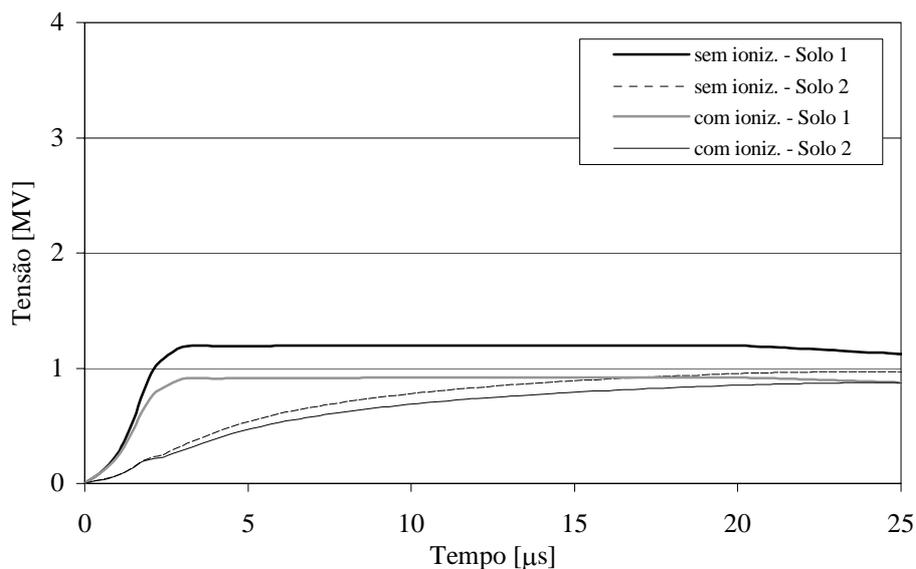


Figura 7.4-10 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – Corrente com 10 kA

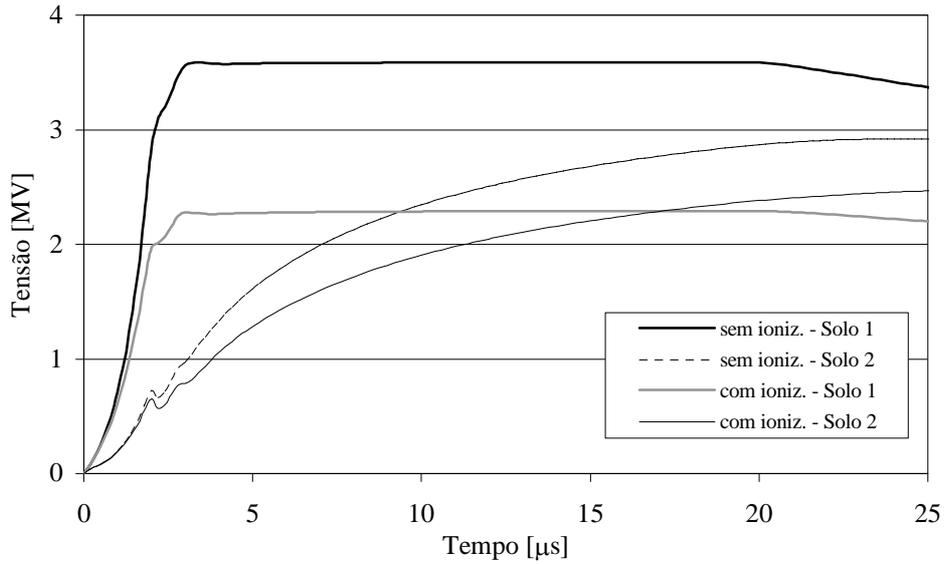


Figura 7.4-11 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – Corrente com 30 kA

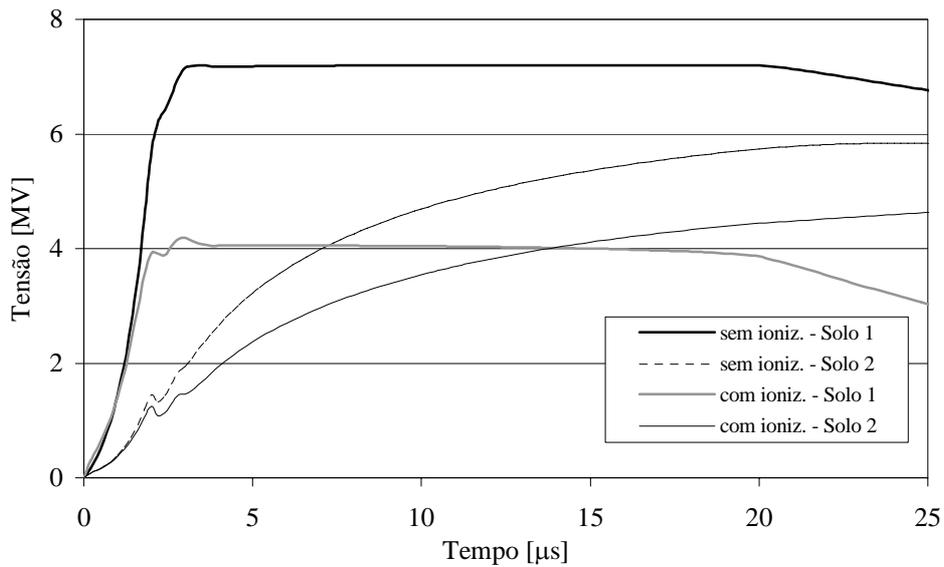


Figura 7.4-12 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – Corrente com 60 kA

7.4.2.4 Sistemas de aterramento de uma linha de transmissão trifásica convencional de 138 kV com circuito simples e torres metálicas

Considera-se neste exemplo o sistema de aterramento da linha de transmissão de 138 kV apresentada no item 3.4, conforme consta na Figura 3.4.3, incluindo-se também na simulação a torre, os três cabos de fase e o cabo pára-raios. Tal como no exemplo

anterior da linha de 34,5 kV , fez-se uma análise do tipo “TO-TO”, considerou-se as mesmas formas de onda da corrente injetada, avaliou-se os modelos de solo “Solo 1” e “Solo 2” e assumiu-se o campo elétrico crítico para ionização do solo constante e igual a 300 kV/m . Também não se considerou o emprego de pára-raios de linha e a corrente é injetada diretamente junto à torre, sem a modelagem do canal da descarga atmosférica.

Portanto, para a torre em que se injeta a corrente, fez-se o cálculo da tensão induzida entre os pontos A_1 e A_2 (fase A), sendo os resultados obtidos apresentados nas Figura 7.4-13, Figura 7.4-14 e Figura 7.4-15, associadas às correntes de 10, 30 e 60 kA , respectivamente. Empregou-se a TNL e cerca de 150 frequências para a obtenção dos resultados no intervalo de tempo entre 0 e 25 μs .

Nota-se destas figuras que, para este exemplo, apesar do efeito de ionização do solo também conduzir a sobretensões menores, tal redução foi bem mais discreta do que no caso anterior da linha de 34,5 kV , posto que aqui o sistema de aterramento possui um porte bem maior e, portanto, somente para o nível de 60 kA observou-se com maior significância reduções do valor máximo da sobretensão induzida. Caracteriza-se, assim, a menor importância do efeito de ionização do solo nos estudos de desempenho das linhas com sistemas de aterramento de grande porte, principalmente no caso da investigação das correntes de menor amplitude.

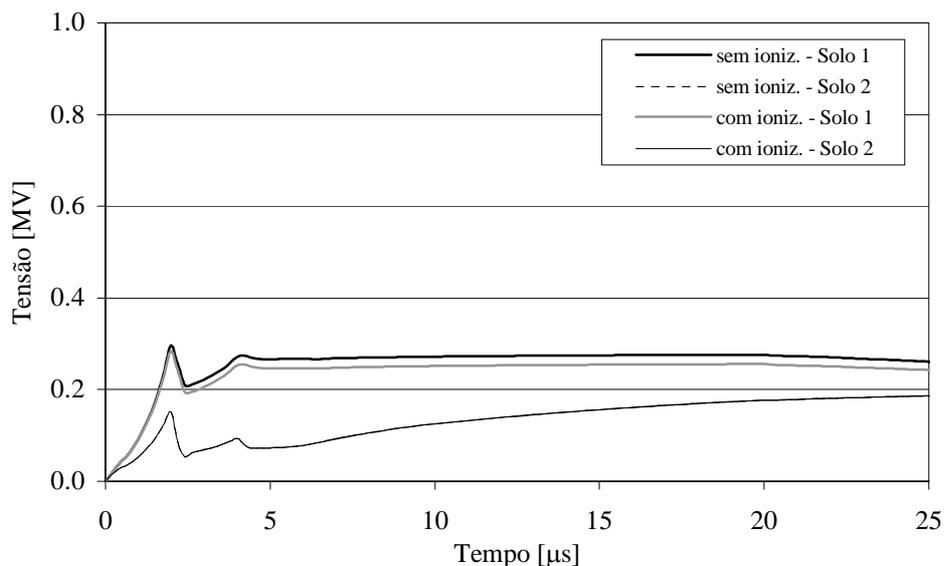


Figura 7.4-13 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – Corrente com 10 kA

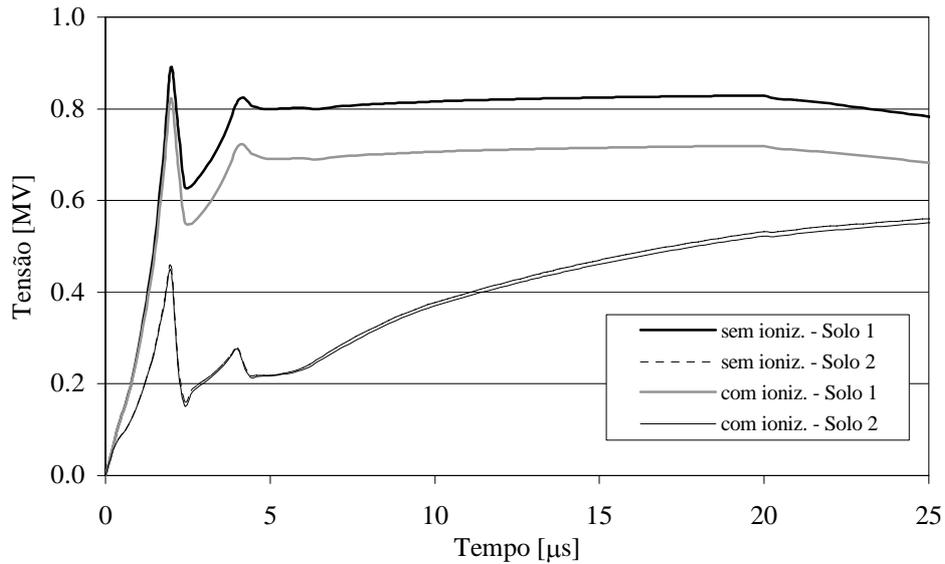


Figura 7.4-14 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – Corrente com 30 kA

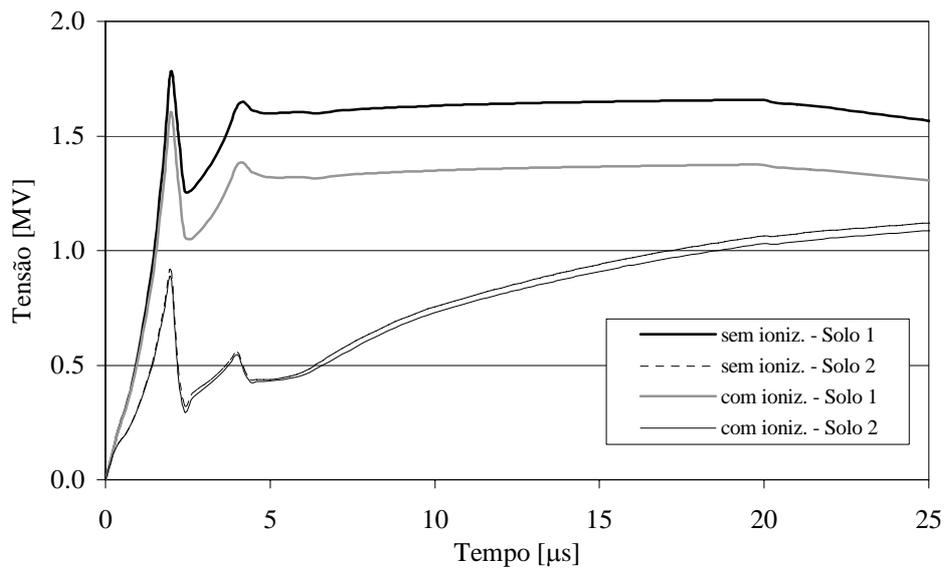


Figura 7.4-15 – Tensões na fase A para o cálculo “TO-TO” – Corrente com 60 kA

7.4.3 Canal da descarga atmosférica

Neste item, aplica-se as metodologias de cálculo apresentadas no item 6.3 para a modelagem do canal da descarga atmosférica em diferentes aplicações, fazendo-se comparações com resultados obtidos por outros programas computacionais.

7.4.3.1 Canal da descarga com 2800 m de comprimento

Analisa-se neste exemplo a modelagem aproximada de um canal da descarga atmosférica com 2800 m de comprimento, adotando-se estratégia semelhante à apresentada em BABA e ISHII (2003).

Portanto, conforme efetuado em BABA e ISHII (2003), supôs-se o canal vertical e com raio de 0,05 m, e procedeu-se a sua modelagem por eletrodos cilíndricos, empregando-se uma resistência unitária adicional (R) igual a 0,1 Ω /m ou 1 Ω /m e uma indutância unitária adicional (L) igual a 3 μ H/m ou 6 μ H/m. Conectou-se na base do canal uma fonte de tensão com a forma de um degrau com 0,5 μ s de tempo de frente e amplitude máxima de 500 V e em série com uma resistência de 400 Ω , enquanto que o topo do canal ficou em aberto. Considerou-se o solo comportando-se idealmente.

Deve-se notar que tais resistências e indutâncias distribuídas ao longo do canal não têm uma base física concreta, conforme já comentado no item 6.3, mas têm a intenção de simular, aproximadamente, as perdas no canal e uma velocidade de propagação bem inferior ao valor de 300 m/ μ s, conforme é observado em medições experimentais.

Com tais dados, nas Figura 7.4-16, Figura 7.4-17, Figura 7.4-18 e Figura 7.4-19 apresentam-se os resultados obtidos pela metodologia elaborada nesta tese e os resultados calculados por BABA e ISHII (2003) empregando-se o programa computacional NEC, versão 2, e considerando-se $R = 0$ e $L = 0$, $R = 0,1 \Omega$ /m e $L = 0$, $R = 1 \Omega$ /m e $L = 3 \mu$ H/m, e $R = 1 \Omega$ /m e $L = 6 \mu$ H/m, respectivamente.

Destas figuras, pode-se perceber claramente a eficiência da metodologia aqui desenvolvida e, das Figura 7.4-18 e Figura 7.4-19, que a velocidade de propagação situou-se em cerca de 170 m/ μ s e 130 m/ μ s, respectivamente, como esperado.

É interessante também observar que, em BABA e ISHII (2003), empregou-se cerca de 1024 frequências e subdividiu-se os 2800 m do canal em segmentos com 10 m, enquanto que aqui, empregando-se a TNL, apesar dos segmentos utilizados também terem cerca de 10 m, apenas se utilizou 256 frequências, culminando num esforço computacional bem menor e sem perda sensível na precisão.

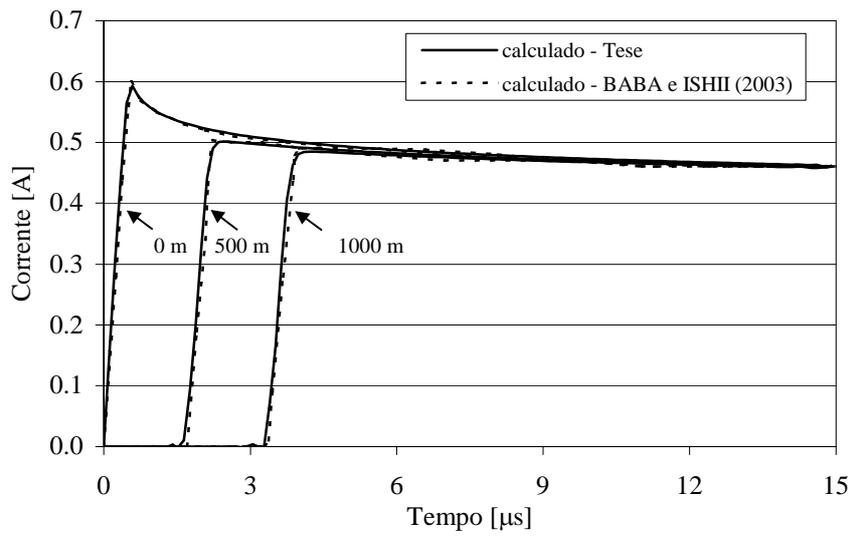


Figura 7.4-16 – Formas de onda da corrente para $R = 0$ e $L = 0$

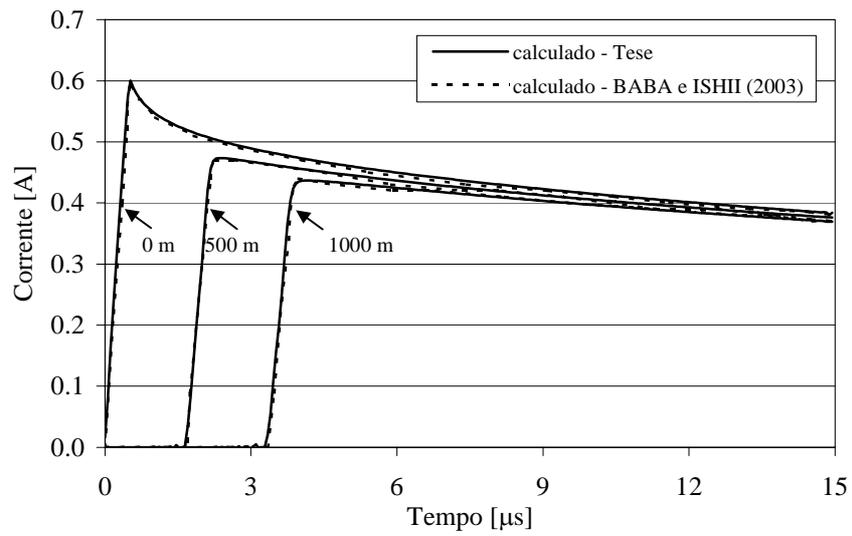


Figura 7.4-17 – Formas de onda da corrente para $R = 0,1 \Omega/m$ e $L = 0$

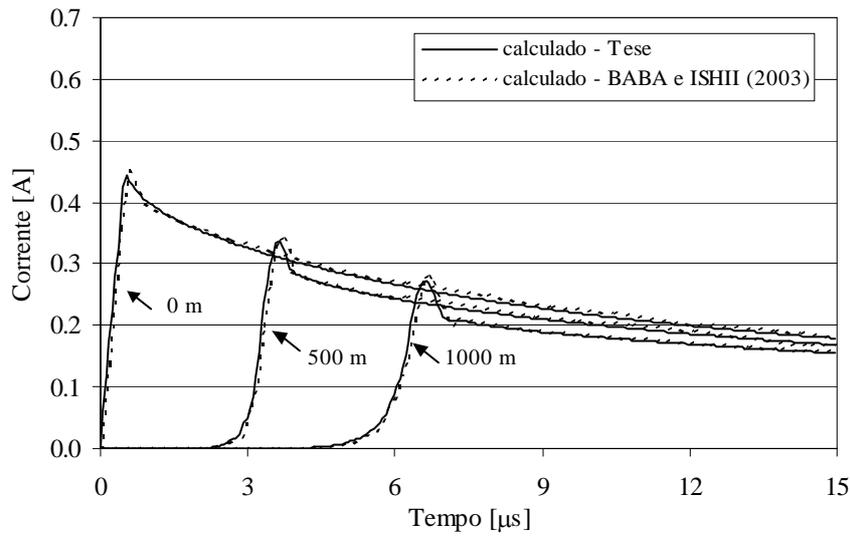


Figura 7.4-18 – Formas de onda da corrente para $R = 1 \Omega/m$ e $L = 3 \mu H/m$

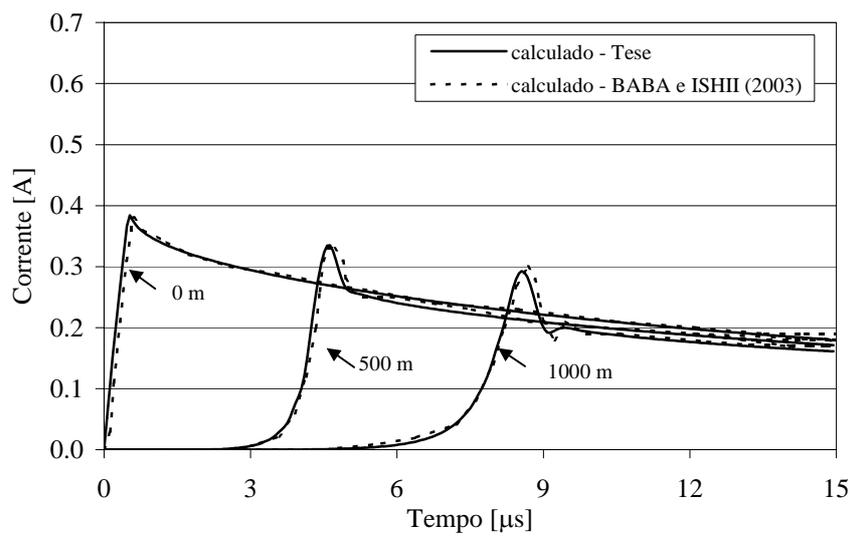


Figura 7.4-19 – Formas de onda da corrente para $R = 1 \Omega/m$ e $L = 6 \mu H/m$

7.4.3.2 Descarga no solo próximo a uma linha de transmissão

Calcula-se neste exemplo a tensão induzida entre o cabo e o solo de uma linha de transmissão monofásica em função de uma descarga atmosférica incidindo em um ponto do solo próximo à linha. Necessita-se, pois, neste caso, modelar adequadamente o canal da descarga atmosférica e o acoplamento eletromagnético entre o canal e a linha.

Os dados da linha constam em NUCCI *et al.* (1993), sendo o exemplo em questão bastante utilizado para a aferição de programas e métodos computacionais para o cálculo de tensões induzidas em linhas de transmissão devidas a descargas indiretas. A metodologia de cálculo apresentada em NUCCI *et al.* (1993) foi elaborada no domínio do tempo e baseia-se nas formulações básicas de um dipolo vertical sobre o solo.

Portanto, trata-se de uma linha com 1 km de comprimento, a 10 m de um solo considerado ideal, e tendo sido efetuado o casamento das impedâncias nos dois terminais da linha. A descarga atmosférica incide a 50 m do centro da linha, num plano transversal à linha, conforme consta na Figura 7.4-20.

A forma de onda da corrente injetada na base do canal em direção ao seu topo está apresentada na Figura 7.4-21, sendo o valor de pico igual a 12 kA e a máxima derivada na frente da onda igual a 50 kA/ μ s . Informa-se em NUCCI *et al.* (1993) que se considerou a propagação desta corrente ao longo do canal com uma velocidade em torno de 130 m/ μ s .

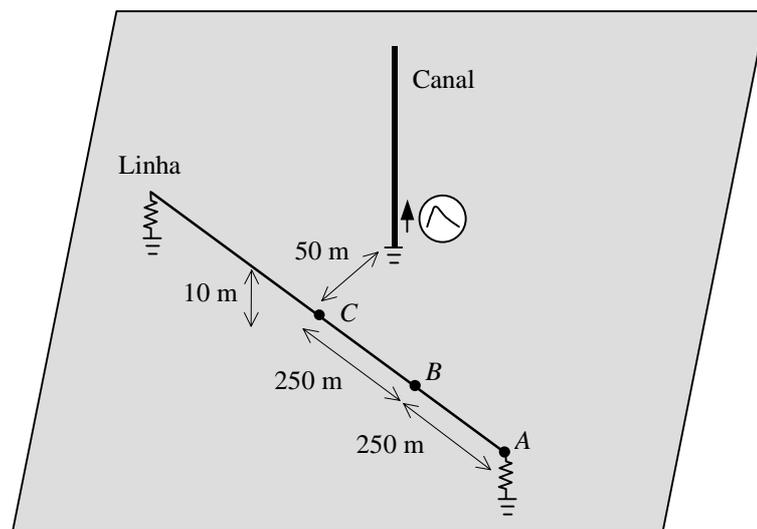


Figura 7.4-20 – Descarga atmosférica incidindo a 50 m de uma linha monofásica (sem escala)

Para a simulação computacional por intermédio da metodologia aqui elaborada, assumiu-se o cabo da linha totalmente horizontal (sem a consideração do efeito da flecha), com o raio igual a 10 mm . Considerou-se o canal da descarga com 1500 m de comprimento e raio de 0,1 m . Tanto o canal quanto o cabo foram subdivididos em

eletrodos cilíndricos com o comprimento médio de 10 m . Empregou-se a TNL e 100 frequências para a janela de tempo de 8 μ s estudada.

Para que se obtivesse a velocidade de propagação ao longo do canal em torno de 130 m/ μ s , testou-se as três opções de modelagem apresentadas no item 6.3.2 , ou seja:

1. Alteração da permissividade dielétrica do meio ao redor do canal, considerando-se uma relação do tipo dada na equação (6.3-5).
2. Inclusão de reatâncias adicionais ao longo do canal, baseando-se na expressão (6.3-9), eventualmente combinadas com resistências auxiliares.
3. Inclusão de capacitâncias adicionais ao longo do canal, baseando-se na expressão (6.3-7).

Para o emprego da opção 1 , estimou-se da equação (6.3-5) o valor da permissividade dielétrica do meio ao redor do canal de aproximadamente 47,15 pF/m . Para o emprego da opção 2 , a partir do cálculo prévio das correntes a 500 , 1000 e 1500 m ao longo do canal, estimou-se indutâncias adicionais a serem distribuídas ao longo do canal com o valor de 4,5 μ H/m . Não se obteve bons resultados com a opção 3 , além desta estratégia conduzir a algumas instabilidades numéricas e à necessidade de uma subdivisão maior dos eletrodos, tornando o processo lento e impreciso. Pretende-se numa etapa futura investigar em detalhes esta terceira opção e a sua eventual viabilidade.

Portanto, os resultados obtidos com as opções de modelagem 1 e 2 estão apresentados nas Figura 7.4-22, Figura 7.4-23 e Figura 7.4-24, juntamente com aqueles apresentados em NUCCI *et al.* (1993). Cumpre notar que, em todos esses casos, fez-se o cálculo da tensão entre cabo e solo integrando-se o campo elétrico total induzido num caminho retilíneo entre o ponto na superfície do cabo e o ponto na superfície do solo, perpendicularmente à direção do cabo. Além disso, considerou-se as impedâncias mútuas entre o canal e o cabo e entre o cabo e o canal.

Portanto, como complemento, para investigar a fraca influência do acoplamento eletromagnético entre o cabo e o canal, tal como comentado no item 6.3.3 , refez-se esses casos somente considerando-se o acoplamento entre o canal e o cabo, como se pode verificar no exemplo da Figura 7.4-25, obtida empregando-se a opção 2 para o

cálculo da tensão no ponto C . Nota-se que não há diferença visual entre ambas as curvas.

Por fim, considerando-se todos os resultados das Figura 7.4-22 a Figura 7.4-24, observa-se a excelente proximidade das curvas calculadas em NUCCI *et al.* (1993) com as obtidas pelas metodologias elaboradas nesta tese, apontando a potencialidade destas metodologias também para o cálculo de sobretensões em linhas de transmissão causadas por descargas que atingem o solo próximo.

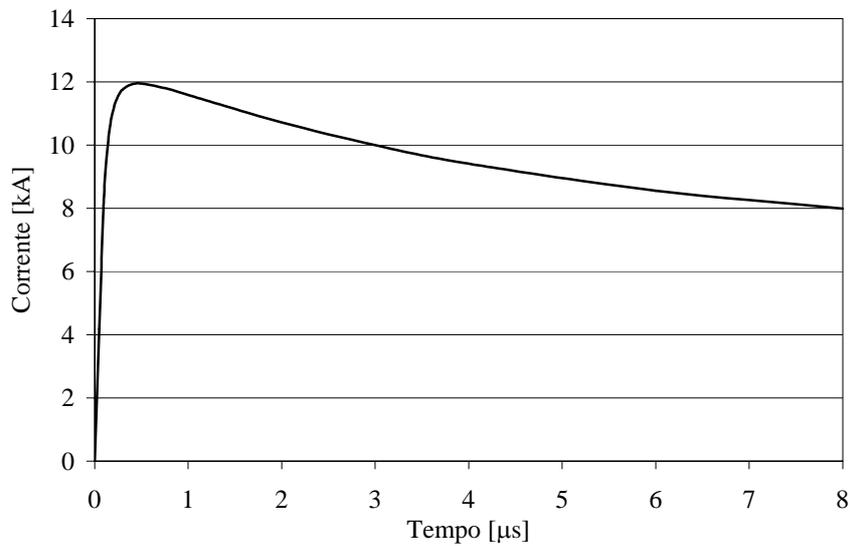


Figura 7.4-21 – Corrente injetada na base do canal

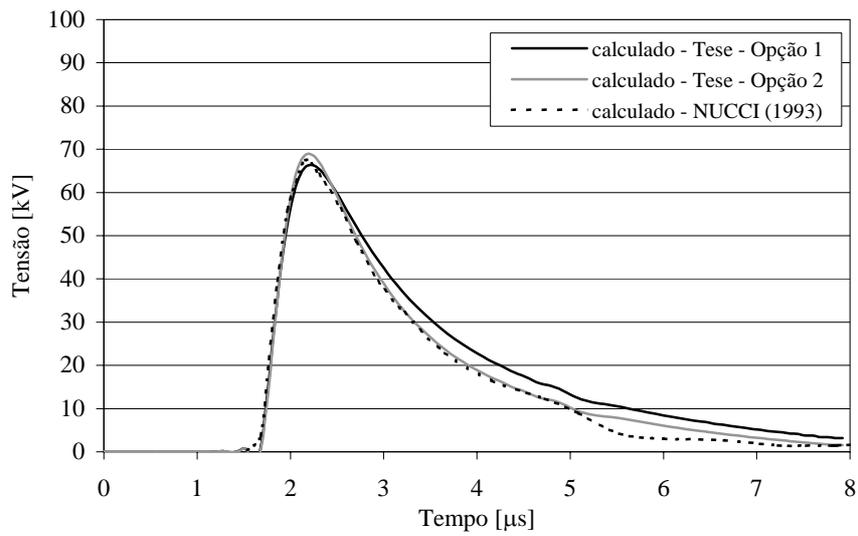


Figura 7.4-22 – Tensões entre cabo e solo calculadas no ponto A e considerando a alteração da permissividade dielétrica do meio ao redor do canal (Opção 1) ou a inclusão de indutâncias auxiliares ao longo do canal (Opção 2)

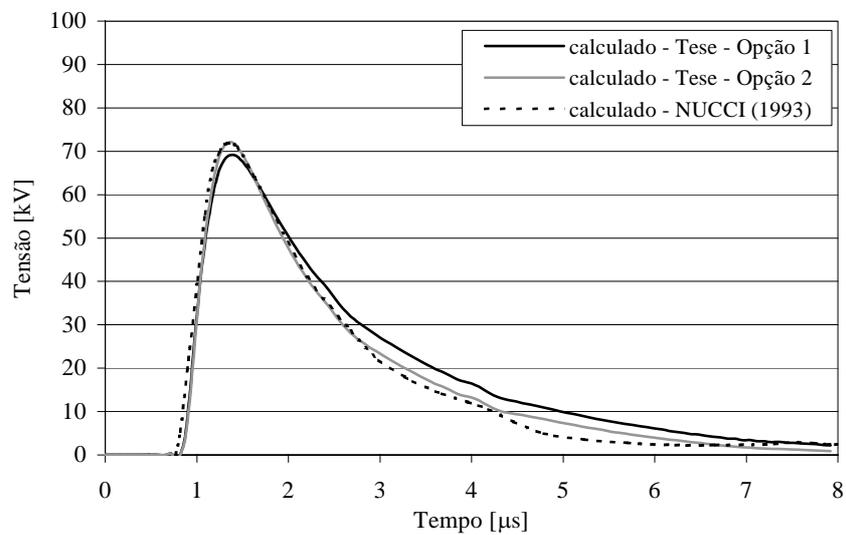


Figura 7.4-23 – Tensões entre cabo e solo calculadas no ponto B e considerando a alteração da permissividade dielétrica do meio ao redor do canal (Opção 1) ou a inclusão de indutâncias auxiliares ao longo do canal (Opção 2)

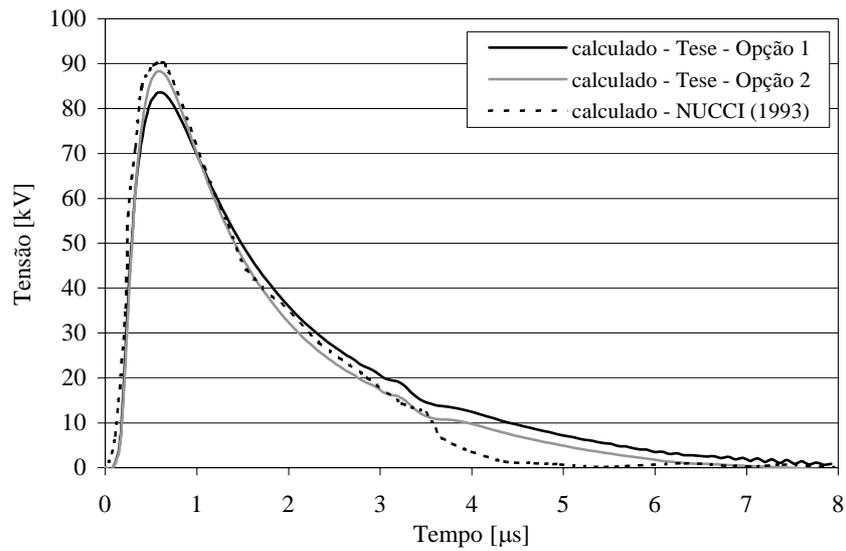


Figura 7.4-24 – Tensões entre cabo e solo calculadas no ponto C e considerando a alteração da permissividade dielétrica do meio ao redor do canal (Opção 1) ou a inclusão de indutâncias auxiliares ao longo do canal (Opção 2)

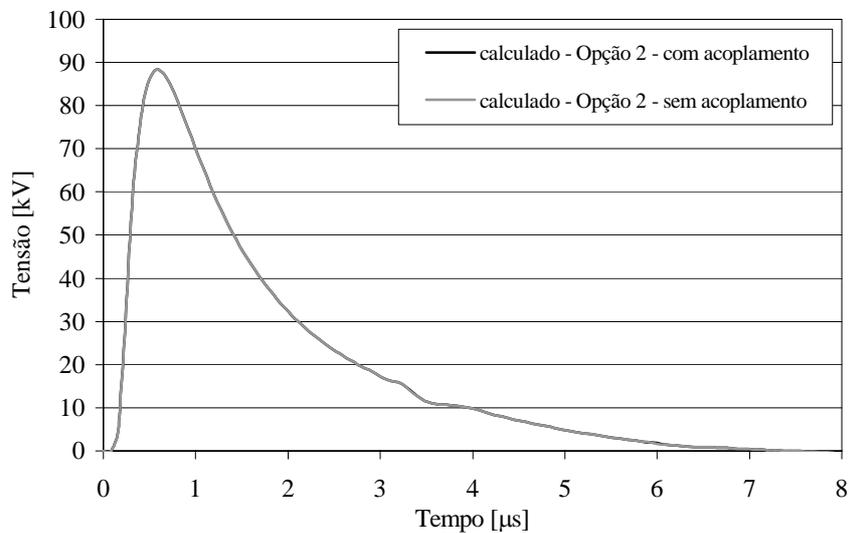


Figura 7.4-25 – Tensões entre cabo e solo calculadas no ponto C , considerando a inclusão de indutâncias auxiliares ao longo do canal (Opção 2) e desprezando-se ou não o acoplamento eletromagnético entre a linha e o canal

CAPÍTULO 8 - Cálculo do desempenho de linhas de transmissão à incidência de descargas atmosféricas

8.1 Introdução

Tal como foi apresentado no item 2.4 e exemplificado nos capítulos 4 e 7, a incidência de descargas atmosféricas indiretamente numa linha de transmissão ou no solo próximo à linha origina sobretensões elevadas em pontos principais da linha. Por exemplo, considerando-se que as correntes das descargas atmosféricas descendentes têm amplitudes máximas de alguns kA a algumas dezenas de kA (vide item 2.4.2), quando da incidência direta de uma descarga em um cabo de fase da linha, devido à propagação desta descarga pelo cabo, não se verificando contornamento do isolamento da linha, por meio de arco, sendo as impedâncias de onda dos cabos da ordem de 300 a 400 Ω , surgirá uma sobretensão no cabo da ordem de MV.

No caso de linhas sem cabos pára-raios, obviamente, a descarga desse exemplo será qualquer descarga que incida diretamente na linha. No caso de linhas bem protegidas contra descargas atmosféricas por meio de “cabos pára-raios”, isso acontecerá para as descargas diretas de menor amplitude máxima, as quais não serão “captadas” pelos cabos pára-raios. Entretanto, em função dos acoplamentos eletromagnéticos existentes entre os cabos da linha, uma descarga que incide diretamente nos cabos pára-raios, ou mesmo uma descarga que incide um ponto no solo próximo à linha, também acarretará o surgimento de sobretensões nos cabos de fase, apesar destas serem inferiores àquela ocasionada pela incidência direta da descarga no cabo de fase.

Se o valor da sobretensão for superior ao nível de isolamento da linha, verifica-se o contornamento do isolamento da linha, com a formação de um arco no ar, provocando um curto-circuito, o que muitas vezes faz com que seja necessário desligar a linha. Assim se procedendo, o arco é extinto e, geralmente, é suficiente religar a linha para que o serviço seja restabelecido. No entanto, se uma descarga provocar, por exemplo, um arco no interior de um transformador, ocorrerá uma destruição séria do isolamento do equipamento, a qual requisitará demorado tempo para reparo ou, em alguns casos, substituição do equipamento.

Portanto, fica claro que se deve evitar que essas sobretensões destruam os isolamentos não regenerativos, e, como solução prática, em muitos casos, são instalados pára-raios entre fase e terra, devidamente coordenados com as características de isolamento do material, nas subestações e próximos dos transformadores. Quando a onda que se propaga pelo cabo atinge o terminal do pára-raios, se a tensão resultante entre os terminais do pára-raios for superior à tensão de operação do equipamento, parte da propagação passa a ocorrer entre o pára-raios e a terra, e parte prossegue pelo cabo, limitando-se desta forma a tensão no ponto de instalação do pára-raios de acordo com as características operativas do equipamento.

Note-se também que, assim como foi exemplificado no capítulo 7 , os pára-raios podem também ser instalados entre fase e terra nas torres como uma alternativa ou um apoio para os cabos pára-raios, caso estes existam. Essa providência está sendo cada vez mais comum para as linhas de transmissão em alta tensão.

Para o caso de linhas de distribuição com tensões fase-fase até o nível de 35 kV , em regiões de baixa densidade de descargas para o solo (níveis cerâmicos máximos entre 20 e 40 trovoadas/ano), o emprego de descarregadores de chifres próximo dos transformadores é uma alternativa de custo menor em relação ao uso dos pára-raios, mas que deve sempre ser acompanhada do uso de religadores automáticos ou chaves religadoras, para evitar-se uma eventual ocorrência de arco devido à corrente subsequente de frequência industrial (OLIVEIRA *et al.*, 2001). Ainda para essas linhas de distribuição em até 35 kV, no caso de serem utilizadas cruzetas e postes metálicos ou de concreto, a indicação do nível de sobretensão descrita no início deste item aponta que é questionável o emprego de unicamente cabos pára-raios como proteção da linha para as descargas atmosféricas (nos trechos sem equipamentos conectados), em função do baixo nível de isolamento destas linhas (em média, nível fase-terra básico não superior a 300 kV), sobretudo se a impedância de aterramento não é reduzida, situação em que as sobretensões se elevam mais ainda. Já para as linhas que utilizam cruzetas de madeira, conforme comentado no Apêndice C , em função das propriedades dielétricas da madeira, associadas a sua capacidade de extinguir a corrente de surto subsequente à descarga, em alguns casos pode-se conseguir um sensível aumento do nível de isolamento da linha e verificar-se um desempenho aceitável a descargas atmosféricas.

Em virtude desses aspectos, o desempenho das linhas de distribuição e transmissão é avaliado basicamente em função do número de desligamentos das linhas e do tempo necessário para o restabelecimento. Por exemplo, para linhas com tensão entre 11 e 132 kV , de acordo com DARVENIZA (1980), na Austrália, considerando-se todas as causas dos desligamentos (cita-se que em média 50% dos desligamentos são devidos à incidência de descargas atmosféricas), são utilizados os dados da Tabela 8.1-1 para caracterizar a qualidade da linha. Para linhas de transmissão, reunindo-se as informações apresentadas em BAATZ *et al.* (1968) e PORTELA (1982), sugere-se os valores da Tabela 8.1-2.

Contudo, deve-se notar que os valores das Tabela 8.1-1 e Tabela 8.1-2 devem ser encarados apenas como indicativos ao ser feita uma análise do desempenho de linhas a descargas atmosféricas considerando-se a proteção da linha por pára-raios ou cabos pára-raios, posto que podem também ser adotadas (em conjunto ou como alternativa) medidas adicionais para a redução das interrupções, como, por exemplo, o uso de sistemas com neutro isolado, o uso de bobinas de Petersen entre os pontos de neutro do sistema e o seu aterramento, o emprego de abertura e religamento monofásico, e o emprego de maior velocidade de religamento, entre outras soluções.

Tabela 8.1-1 - Caracterização da qualidade de serviço de linhas de distribuição em função do número de desligamentos

Tensão [kV]	desligamentos/100km/ano		% Interrupção permanente
	Aceitável	Muito boa	
11 e 22	10	5	25
33	7	3	20
66	5	2	20
110 e 132	1,5	0,5	20

Tabela 8.1-2 - Caracterização da qualidade de serviço de linhas de transmissão em função do número de desligamentos

Qualidade de Serviço	desligamentos/100km/ano
Muito boa	$\leq 0,1$
Boa	0,1 a 1,0
Média	1 a 5
Má	≥ 5

Por outro lado, para o cálculo do número de curtos-circuitos ao longo de um comprimento l_{LT} de uma determinada linha causados pela incidência de descargas atmosféricas diretas, mesmo sendo fixados a geometria das estruturas, a tensão operacional, os tipos dos cabos de fase e pára-raios, e os sistemas de aterramento da linha, deve-se considerar a dispersão estatística de vários parâmetros dominantes para o fenômeno em causa, sendo, entre estes:

1. Ângulo de incidência da descarga em relação a um plano perpendicular à superfície do solo e perpendicular à direção da linha (θ).
2. Amplitude da corrente da descarga atmosférica (I_o).
3. Tempo de frente da corrente da descarga atmosférica (t_f).
4. Tempo de meia onda da corrente da descarga atmosférica (t_{mo}).
5. Parâmetros do solo, basicamente a condutividade elétrica (σ_{solo}) e a permissividade dielétrica (ϵ_{solo}).
6. Contribuição da tensão à frequência industrial aplicada nos cabos antes da incidência da descarga (u_{fi}).
7. Ponto de incidência da descarga ao longo do comprimento da linha (x).

Assim sendo, considerem-se as funções f , g e h , em princípio variantes com até todos os sete parâmetros anteriores, definidas por:

- f – função largura de faixa total no solo na qual incidiriam as descargas que incidem nos cabos da linha, na ausência dos cabos, com o sentido do somatório

da distância D_d definida no item 3.2.1, considerando-se todos os cabos da linha (D_d fases+pr).

- g – função probabilidade de um determinado grupo dos sete parâmetros gerar um curto-circuito, incluindo também, no caso da linha possuir pára-raios instalados, a probabilidade conjunta de falha dos pára-raios.
- h – função densidade de probabilidade de ocorrência conjunta dos sete parâmetros.

Logo, em termos de esperança matemática, o número de curtos-circuitos ao longo do comprimento l_{LT} devidos a descargas atmosféricas diretas e considerando-se toda a gama de valores dos sete parâmetros anteriores é dado por:

$$N_{cc_d} = N_g \int_0^{l_{LT}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})_{mín}}^{(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})_{máx}} \int_{U_{fi} \text{ mín}}^{U_{fi} \text{ máx}} f g h du_{fi} d(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}) d\theta dt_f dt_{mo} dI_o dx ; \quad (8.1-1)$$

sendo:

$$\begin{cases} f = f [(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}), \theta, t_f, t_{mo}, I_o, u_{fi}, x] \\ g = g [(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}), \theta, t_f, t_{mo}, I_o, u_{fi}, x] \\ h = h [(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}), \theta, t_f, t_{mo}, I_o, u_{fi}, x] \end{cases} . \quad (8.1-2)$$

No entanto, para fins do cálculo do número de curtos-circuitos na linha causados pela incidência de descargas atmosféricas diretas, de acordo com o exposto nos capítulos 2 e 3, pode-se assumir que:

- A função f é variante somente com os parâmetros I_o , θ e x .
- A função g é variante somente com os parâmetros t_f , I_o , $(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})$, u_{fi} e x .
- Considera-se que os parâmetros t_f e I_o somente têm correlação entre si e com o parâmetro x .

- Em geral, a variação de t_{mo} somente necessita ser incluída em estudos específicos, como, e.g., em estudos de capacidade de absorção de energia de pára-raios de linha. Logo, para o tipo de análise em pauta, pode-se assumir um valor elevado de t_{mo} ou mesmo um valor infinito.
- Considera-se que o parâmetro u_{fi} não tem correlação com os demais parâmetros e que o efeito da sua variação está implícito na função g .
- Considera-se que o parâmetro θ não tem correlação com os demais parâmetros.

Também, apesar do ângulo θ ser considerado no cálculo das larguras de faixa no solo onde incidem as descargas indiretas ou onde incidiriam as descargas diretas que atingem os cabos da linha, considerando a moderada influência da inclinação do canal da descarga nas conseqüentes sobretensões induzidas na linha, conforme exemplificado no item 7.3.6, para facilidade de cálculo, o canal da descarga, quando modelado, é assumido retilíneo e vertical.

Dessas considerações, resulta:

$$\begin{cases} f = f(\theta, I_o, x) \\ g = g[(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}), t_f, I_o, u_{fi}, x] \\ h = h_1(t_f, I_o, x) \cdot h_2[(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}), x] \cdot p_\theta(\theta) \end{cases} ; \quad (8.1-3)$$

onde as funções auxiliares h_1 e h_2 têm o mesmo sentido da função h e p_θ é a densidade de probabilidade de ocorrência do parâmetro θ , que pode ser calculada pela equação (3.1-2).

Além disso, do ponto de vista prático, é conveniente desprezar outras correlações de menor grau entre alguns desses parâmetros e adotar algumas estratégias de cálculo, sobretudo em função de imprecisões típicas na quantificação destes elementos, e de imprecisões de outra natureza, quais sejam:

1. Em primeira instância, considera-se que os parâmetros do solo são invariantes ao longo da linha, ou então apenas em um trecho assumido como representativo para todo o comprimento da linha considerando-se o estudo em causa, tal que o

cálculo do número de curtos-circuitos possa ser efetuado para valores preestabelecidos de σ_{solo} e ε_{solo} . Fica então:

$$Ncc_d = Ncc_d(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}) = N_g \int_0^{l_{VT}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f g h d\theta dt_f dI_o dx; \quad (8.1-4)$$

sendo:

$$\begin{cases} f = f(\theta, I_o, x) \\ g = g(t_f, I_o, u_{fi}, x) \\ h = h_1(t_f, I_o, x) \cdot p_{\theta}(\theta) \end{cases} \quad (8.1-5)$$

Naturalmente, se for conhecida a distribuição da densidade de probabilidade conjunta de σ_{solo} e ε_{solo} ao longo da linha, $P_{(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})}(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})$, o número de curtos-circuitos pode ser calculado por:

$$Ncc_d = \int_{(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})_{mín}}^{(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})_{máx}} Ncc_d(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}) P_{(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo})}(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}) d(\sigma_{solo}, \varepsilon_{solo}). \quad (8.1-6)$$

2. Além da consideração anterior, faz-se a análise para somente um vão ou trecho da linha, de comprimento l_{VT} , e assume-se que este seja representativo para todo o comprimento da linha, suposto com m trechos iguais a l_{VT} e, naturalmente, neste pequeno comprimento l_{VT} , não há variação dos parâmetros t_f e I_o com o parâmetro x . Fica então:

$$Ncc_d = N_g m \int_0^{l_{VT}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f g h d\theta dt_f dI_o dx; \quad (8.1-7)$$

sendo:

$$\begin{cases} f = f(\theta, I_o, x) \\ g = g(t_f, I_o, u_{fi}, x) \\ h = h(t_f, I_o) \cdot p_{\theta}(\theta) \end{cases} \quad (8.1-8)$$

3. Por fim, considerando-se as duas aproximações anteriores, assumam-se como representativas duas incidências distintas de descargas nos cabos pára-raios ao longo do trecho, nomeadamente no meio do(s) vão(s) e junto à(s) torre(s) do trecho, com probabilidades iguais a q e $1 - q$, respectivamente, separadamente da incidência dos cabos de fase. Portanto, fazendo-se uma combinação com as equações (3.2-5) a (3.2-8), tem-se, aproximadamente, para cada 100 km da linha:

$$Ncc_d = Ncc_{d\ fases} + Ncc_{d\ pr\ mv} + Ncc_{d\ pr\ to} ; \quad (8.1-9)$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ncc_{d\ fases} = K_g \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \bar{D}_{d\ fases}(I_o) g_{fases}(I_o, t_f) h(I_o, t_f) dt_f dI_o \\ Ncc_{d\ pr\ mv} = K_g q \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \bar{D}_{d\ pr}(I_o) g_{pr\ mv}(I_o, t_f) h(I_o, t_f) dt_f dI_o \\ Ncc_{d\ pr\ to} = K_g (1-q) \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \bar{D}_{d\ pr}(I_o) g_{pr\ to}(I_o, t_f) h(I_o, t_f) dt_f dI_o \end{array} \right. \quad (8.1-10)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} K_g = 0,001 C N_g \\ \bar{D}_{d\ fases}(I_o) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_{d\ fases}(\theta, I_o) p_{\theta}(\theta) d\theta \\ \bar{D}_{d\ pr}(I_o) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} D_{d\ pr}(\theta, I_o) p_{\theta}(\theta) d\theta \\ g_{fases}(I_o, t_f) = g_{fases}(I_o, t_f, u_{fi}) \\ g_{mv}(I_o, t_f) = g_{pr\ mv}(I_o, t_f, u_{fi}) \\ g_{to}(I_o, t_f) = g_{pr\ to}(I_o, t_f, u_{fi}) \end{array} \right. . \quad (8.1-11)$$

Nas equações (8.1-10) e (8.1-11), a constante C é igual a 100 (100 km de comprimento de linha), N_g é a densidade de descargas para o solo em [descargas/km²/ano] e $D_{d\ fases}$ e $D_{d\ pr}$ representam as larguras de faixa no solo

em [m], paralelas à linha, nas quais, na ausência da linha, incidiriam as descargas que incidem nos cabos de fase e cabos pára-raios da linha, respectivamente.

Uma questão importante relaciona-se ao cálculo da função densidade de probabilidade combinada h entre t_f e I_o . Em princípio, se é assumido que t_f e I_o são independentemente distribuídos (vide equação (2.4-5)), a função h passa a ser dada por

$$h(t_f, I_o) = p_{t_f}(t_f) p_{I_o}(I_o), \quad (8.1-12)$$

sendo p_{t_f} e p_{I_o} as densidades de probabilidades de ocorrência dos parâmetros t_f e I_o , respectivamente, as quais podem ser calculadas conforme descrito no item 2.4.2.

No entanto, tal como já foi comentado no item 2.4.4, é muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea de valores de I_o muito elevados e tempos t_f muito reduzidos, ou o oposto, sendo que a primeira situação se constitui numa solicitação bastante rigorosa dos isolamentos, apesar de ser demonstrado na literatura técnica que a tensão de suportabilidade de vários isolamentos é superior para tempos à disrupção pequenos (vide Apêndice C), reduzindo tal rigor. Por outro lado, também foi comentado no item 2.4.4 que é fraca a correlação entre alguns parâmetros que caracterizam a frente da onda, associados à I_o e t_f .

Portanto, em princípio, duas alternativas básicas podem ser adotadas para a incorporação dessa questão no cálculo, quais sejam:

1. Desconsidera-se a dependência estatística entre t_f e I_o ou caracteriza-se estes elementos por um par de parâmetros que possuem reduzida correlação (vide itens 2.4.1 e 2.4.4), e calcula-se a função h pela equação (8.1-12), a qual envolve o produto das densidades de probabilidades destes dois parâmetros quando tratados estatisticamente independentes.
2. Se há substancial dependência estatística entre um par de parâmetros que caracterize t_f e I_o , calcula-se a função h por uma única função de densidade de probabilidade conjunta dos dois parâmetros.

Por exemplo, considerando-se, em primeira aproximação, que a distribuição de densidade de probabilidade de cada um dos dois parâmetros é representada pela distribuição log-normal unimodal, e que a probabilidade conjunta de t_f e I_o é bem representada pela distribuição log-normal bivariável, pode-se empregar (vide equações (2.4-3) e (2.4-4)):

$$h(t_f, I_o) = \frac{1}{2\pi t_f I_o \sigma_{\ln t_f} \sigma_{\ln I_o} \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{z(t_f, I_o)}{2(1-r^2)}}; \quad (8.1-13)$$

sendo r o coeficiente de correlação amostral e

$$z(t_f, I_o) = \left(\frac{\ln t_f - \ln \mu_{t_f}}{\sigma_{\ln t_f}} \right)^2 - \frac{2r(\ln t_f - \ln \mu_{t_f})(\ln I_o - \ln \mu_{I_o})}{\sigma_{\ln t_f} \sigma_{\ln I_o}} + \left(\frac{\ln I_o - \ln \mu_{I_o}}{\sigma_{\ln I_o}} \right)^2. \quad (8.1-14)$$

Como exemplo numérico do efeito do emprego de uma ou outra alternativa, seja a Figura 8.1-1, onde se apresenta a variação da diferença entre o valor da função h calculado conforme a alternativa 1 anterior e conforme a alternativa 2 anterior, nomeadamente o parâmetro Δh . Adotou-se as médias e os desvios padrões de I_o e t_f apresentados nas expressões (2.4-11) e (2.4-12) e r igual a 0,37, sendo todos estes obtidos das medições efetuadas por BERGER *et al.* (1975).

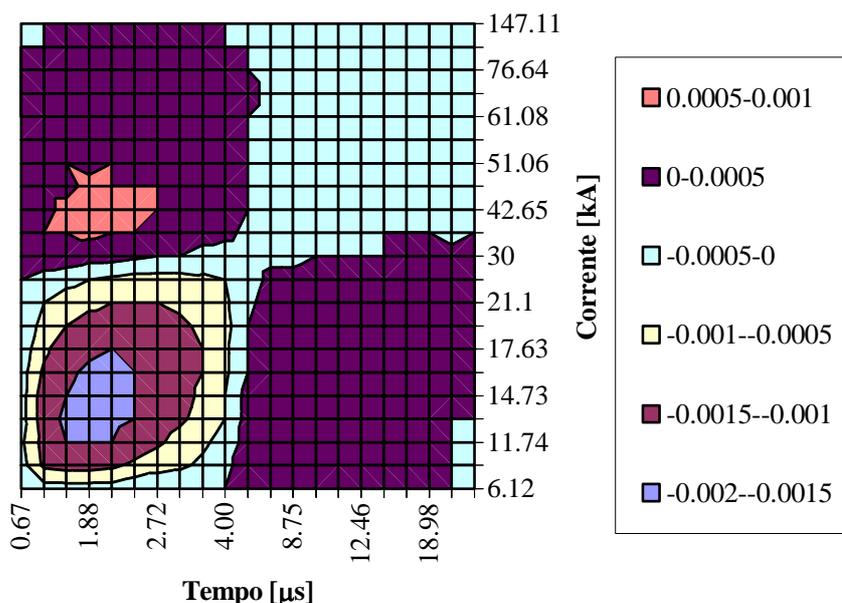


Figura 8.1-1 – Diferença entre os valores da função h calculados pela equação (8.1-12) e pela equação (8.1-13) - Δh

Nota-se dessa figura que, em função da referida distribuição de densidade de probabilidade de t_f e I_o , e do coeficiente de correlação positivo, basicamente, o parâmetro Δh é positivo para as combinações de t_f reduzido e I_o elevado e de t_f elevado e I_o reduzido; ou seja, há uma redução da densidade de probabilidade conjunta de I_o e t_f nestas condições quando se emprega a equação (8.1-13). Contudo, para as combinações de I_o e t_f não muito elevados, ocorre um efeito inverso; ou seja, a probabilidade conjunta de I_o e t_f se torna maior quando calculada pela equação (8.1-13). Portanto, quando a referida primeira combinação dos parâmetros for importante para o cálculo do desempenho da linha, o que será típico para vários exemplos de linhas de transmissão, ocorrerá uma redução do número de curtos-circuitos calculados ao se incluir o coeficiente de correlação entre t_f e I_o , enquanto que o contrário ocorrerá quando a referida segunda combinação dos parâmetros for importante, mas o que ocorre tipicamente em casos isolados.

Por outro lado, a despeito do aspecto interessante dessas conclusões, cumpre mencionar que, na pesquisa que se fez no âmbito desta tese, não se verificou uma abundância de informações que caracterizem a fidedignidade de funções do tipo da equação (8.1-13) para o cálculo da probabilidade conjunta entre as variáveis t_f e I_o . Logo, deve-se tomar extrema cautela ao se empregar a alternativa 2.

Um outro ponto a comentar sobre o processo de cálculo anterior é que, utilizando-se estratégia semelhante, pode ser adicionado no número total de curtos-circuitos a contribuição de descargas atmosféricas subseqüentes à primeira descarga, devendo-se utilizar as amplitudes da corrente e tempo de frente adequados a estas descargas e a probabilidade de sua ocorrência.

Já com relação à avaliação do desempenho das linhas pelo número total de desligamentos, utilizando-se, por exemplo, os dados das Tabela 8.1-1 e Tabela 8.1-2, para o caso de curtos-circuitos oriundos de escorvamentos de arco num espaçamento de ar ou numa cadeia de isoladores instalada em estruturas metálicas ou de concreto, cita-se em DARVENIZA (1997) que há uma probabilidade de 85% destes curtos-circuitos levarem à necessidade de desligamento da linha. Para o caso do escorvamento de arco se desenvolver num isolamento com madeira, o autor cita que essa probabilidade pode ser bem menor (podendo chegar a um valor entre 10 e 30%) e varia com o campo elétrico médio definido pela relação entre a tensão à frequência industrial aplicada e com o comprimento de madeira envolvido. Basicamente, em função das propriedades isolantes da madeira, para que o escorvamento se torne um arco sustentado, e, portanto, tenha-se que proceder ao desligamento da linha, é necessário que o valor do campo elétrico médio que surge após o escorvamento supere o valor mínimo necessário para manter o arco na madeira.

Na Figura 8.1-2, publicada em DARVENIZA *et al.* (1967), tem-se uma curva probabilística que pode ser utilizada para essa análise, a qual foi obtida considerando-se dados de somente madeira (seca e molhada) e de madeira em combinação com o isolamento de linhas de 11, 33 e 66 kV. Na Figura 8.1-3, num trabalho posterior (DARVENIZA, 1980), tem-se as correlações em separado para isolamentos de madeira molhada para cruzeta (curvas **a**, **b**, **c** e **d**) e para poste (**a'**), devendo, para o caso de madeira seca, ser obtidos valores bem menores (sugere-se comparar os valores das Figura 8.1-2 e Figura 8.1-3). Note-se da Figura 8.1-3 a grande variação com a quantidade de caminhos da descarga e, além disto, se o desenvolvimento do arco se dá numa cruzeta de madeira ou num poste de madeira. Em linhas sem cabos pára-raios, incidindo portanto sempre diretamente nas fases a descarga atmosférica, há uma chance maior de ocorrer um escorvamento por caminhos múltiplos.

Contudo, a generalização da aplicação das curvas das Figura 8.1-2 e Figura 8.1-3 deve também ser feita com reservas, considerando-se que a extinção do arco depende da forma em que as estratégias de proteção e de operação das linhas foram implementadas, a exemplo de algumas técnicas que já foram comentadas no início desta introdução. Ao que parece, por essas e por outras razões, numa posição mais conservativa, a Norma IEEE nº 1410 (IEEE, 1997) sugere considerar-se que todos os curtos-circuitos levarão ao desligamento da linha.

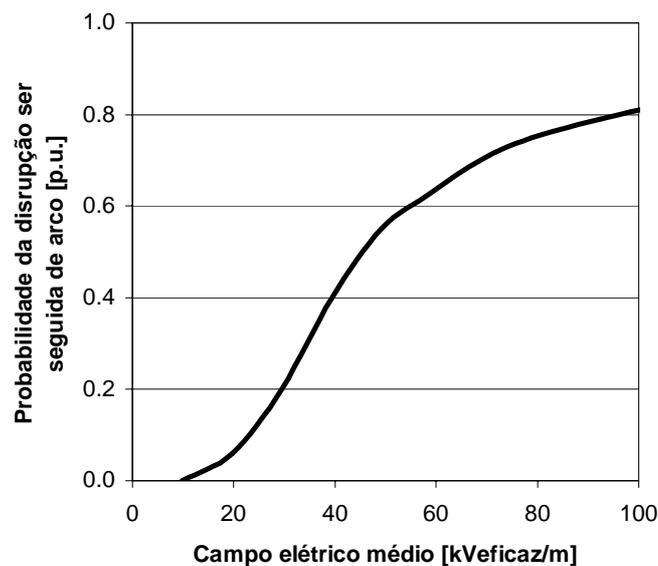


Figura 8.1-2 - Correlação entre o campo elétrico médio aplicado e a probabilidade da disrupção ser seguida de arco (os dados foram obtidos considerando-se somente madeira (seca e molhada) e combinações de madeira com isoladores)

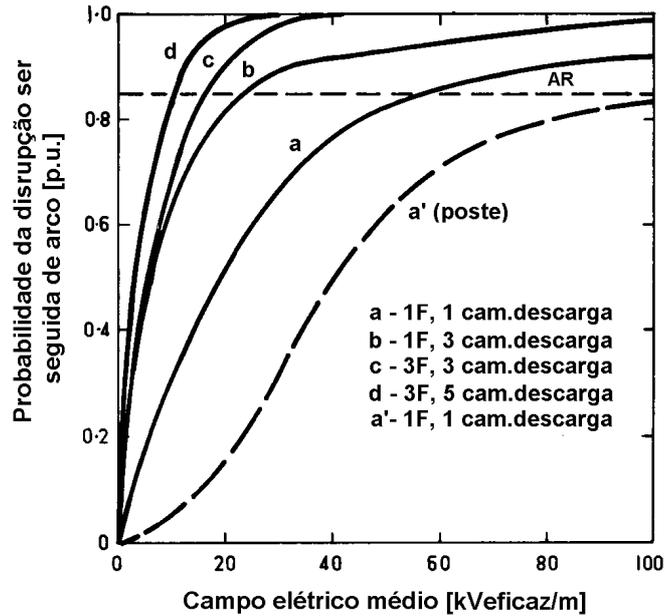


Figura 8.1-3 - Correlação entre o campo elétrico médio aplicado e a probabilidade da disrupção ser seguida de arco (madeira molhada)

8.2 Método que utiliza integração numérica

8.2.1 Solução geral

O método aqui designado por “método que utiliza integração numérica”, consiste, basicamente, no cálculo do número de curtos-circuitos através da solução direta das integrais apresentadas no item 8.1.

Portanto, para a análise das descargas diretas, em se considerando representativas as incidências de descargas nos cabos de fase e nos cabos pára-raios junto à torre e no meio do vão, a tarefa se resume ao cálculo das integrais (8.1-10); ou seja, ao cálculo dos parâmetros Ncc_{dfases} , Ncc_{dprto} e Ncc_{dprmv} .

Contudo, a resolução das equações (8.1-10) exige a adoção de algumas estratégias de solução, sendo as seguintes criadas no âmbito desta tese e que se mostraram promissoras:

- Cálculo dos limites superior e inferior das integrais em I_o :

Estimando ou usando-se a função de densidade de probabilidade de I_o , calcular como limites inferior ($I_o\ mín$) e superior ($I_o\ máx$) os valores que se situam em cerca de

-4,0 e +4,0 (quatro) vezes o desvio padrão do parâmetro. Por exemplo, para a distribuição log-normal e considerando-se a média e o desvio padrão apresentados na expressão (2.4-11), obtidos das medições efetuadas por BERGER *et al.* (1975), ter-se-ia:

$$\begin{cases} I_{o\ min} = 3,6\ \text{kA} \\ I_{o\ máx} = 250,0\ \text{kA} \end{cases} \quad (8.2-1)$$

- Cálculo dos limites superior e inferior das integrais em t_f :

Proceder analogamente ao caso anterior, contudo com uma proporção um pouco menor do desvio padrão do respectivo parâmetro. Por exemplo, para a distribuição log-normal e considerando-se a média e o desvio padrão apresentados na expressão (2.4-12), também obtidas das medições efetuadas por BERGER *et al.* (1975), estimando os limites inferior ($t_{f\ min}$) e superior ($t_{f\ máx}$) como os valores que se situam em cerca de -3,5 e +3,5 (três vírgula cinco) vezes o desvio padrão do parâmetro, ter-se-ia:

$$\begin{cases} t_{f\ min} = 0,67\ \mu\text{s} \\ t_{f\ máx} = 44,9\ \mu\text{s} \end{cases} \quad (8.2-2)$$

- Cálculo numérico das integrais:

Para maior precisão nos cálculos, a integração não deve ser realizada em passos iguais ao longo da variação de I_o ou t_f , sendo melhor empregar passos iguais na densidade de probabilidade do parâmetro (p_{I_o} ou p_{t_f}), e a partir de então obter a variação correspondente de I_o ou t_f . Apresenta-se um exemplo deste procedimento na Figura 8.2-1 , considerando-se que a distribuição de densidade de probabilidade do parâmetro x é do tipo normal.

Para os exemplos aplicativos que foram aqui investigados e para uma primeira estimativa dos resultados, um mínimo de cerca de 20 (vinte) pontos foi necessário para a integração em I_o , e o mesmo número de pontos para a integração em t_f , resultando em um total mínimo de cerca de 400 simulações. Valores mais precisos foram obtidos empregando-se acima de 30 (trinta) pontos tanto para I_o quanto para t_f , resultando um total mínimo de cerca de 900 simulações (vide ressalva adiante no

texto para a análise de circuitos lineares). Elaborou-se um processo de integração utilizando funções interpolantes com *splines* cúbicas, o qual se mostrou bastante eficiente e de simples codificação computacional.

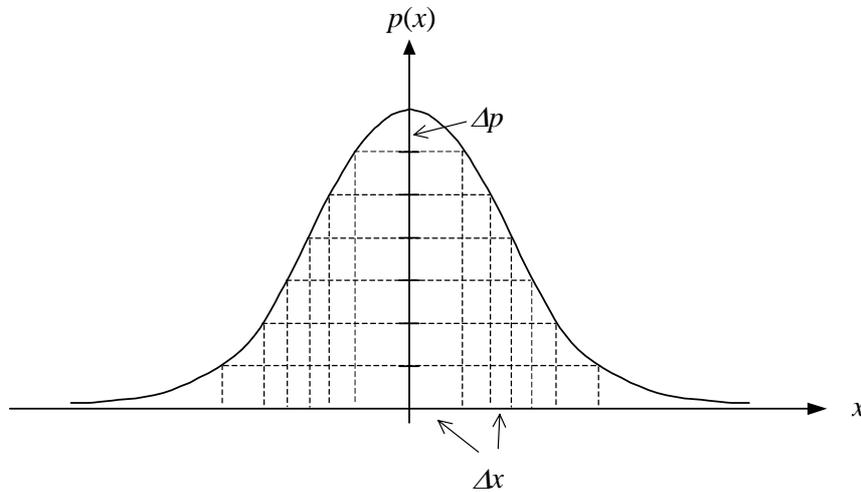


Figura 8.2-1 – Determinação do intervalo de variação do parâmetro x

Portanto, resta, para a resolução das equações (8.1-10), calcular as funções g_{fases} , $g_{pr mv}$ e $g_{pr to}$. Assim, para cada valor de I_o , faz-se o cálculo da propagação de cada descarga atmosférica na linha associada a cada combinação (t_f, I_o) , nomeadamente o cálculo das tensões nas cadeias de isoladores e nos espaçamentos de ar entre cabos de fase e cabos pára-raios. Caso, numa determinada cadeia de isoladores ou espaçamento de ar, o valor máximo da tensão calculada durante o tempo de simulação seja superior à tensão de suportabilidade do isolamento em questão, ocorrerá um escorvamento de arco, e, conseqüentemente, um curto-circuito na linha. Em princípio, deve-se também considerar a distribuição de probabilidade da tensão de suportabilidade do isolamento; mas, de modo simplificado, empregando-se um único valor com uma chance grande deste ser excedido, se um curto-circuito ocorre, a respectiva função g pode ser assumida aproximadamente igual a 1; e, caso contrário, aproximadamente igual a 0.

É importante notar que, havendo somente elementos lineares no circuito elétrico representativo do trecho da linha de transmissão modelado, a quantidade de cálculos de propagações de descargas associadas às várias combinações (t_f, I_o) é reduzida consideravelmente, posto que as sobretensões na linha serão diretamente proporcionais a I_o . Portanto, nesse caso, é suficiente fixar um valor base de I_o , $I_{o base}$, por exemplo

igual a 1 A , e fazer os cálculos apenas para as variações de t_f . As tensões induzidas na linha associadas a cada valor de I_o serão então os valores calculados para $I_o base$ multiplicados pela relação $I_o / I_o base$. Dessa forma, conforme a descrição anterior de um total mínimo de cerca de 400 simulações para que se obtenha uma precisão razoável nos resultados, no caso da análise linear, recai-se para apenas um mínimo de 20 simulações.

Para o caso do número de curtos-circuitos oriundos de descargas indiretas, a resolução é similar à anteriormente elaborada para descargas diretas, devendo-se também incluir a variação do parâmetro r por todo o comprimento R_{lim} à esquerda e à direita (vide Figura 3.3-1), limite este que está relacionado à faixa no solo onde incidem as descargas mais afastadas e que podem provocar sobretensões significativas na linha. No entanto, o parâmetro r , que é função de I_o , também é função do ângulo de inclinação θ da descarga, o que leva à necessidade de se considerar no cálculo também a distribuição estatística de θ . Assim, na forma geral, tem-se:

$$Ncc_i = K_g \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-R_{lim}}^{R_{lim}} g_{ind} [r (I_o , \theta) , t_f , I_o] p_{\theta} (\theta) h (t_f , I_o) dr d\theta dt_f dI_o ; \quad (8.2-3)$$

onde a função g_{ind} significa a probabilidade da combinação de parâmetros (r , θ , t_f , I_o) gerar um curto-circuito. Cumpre notar que, para valores reduzidos de r_s (ou de I_o), pode ocorrer algumas descontinuidades do parâmetro r entre 0 e R_{lim} , e entre 0 e $-R_{lim}$.

Na equação (8.2-3), se a linha possui simetria geométrica em relação a um eixo central passando pela linha (e.g. a linha da Figura 3.1-4), pode-se fazer a integração em r somente de 0 a R_{lim} e considerar o dobro da função g_{ind} nos cálculos, reduzindo-se bastante a quantidade total de cálculos a serem feitos.

Novamente, para o cálculo da integral múltipla dada na equação (8.2-3), a solução de cada integral usando uma função interpolante do tipo *spline* cúbica mostrou-se bastante eficiente, e também com um número mínimo de pontos do parâmetro r em torno de 20 obteve-se resultados com precisão satisfatória para os exemplos analisados.

É fundamental notar a importância desta formulação que foi aqui elaborada, com a qual com um número relativamente bem pequeno de simulações já se consegue exprimir

razoavelmente o desempenho da linha, ao passo que com uma solução envolvendo o sorteio de variáveis, como a que faz uso do Método de Monte Carlo, descrita adiante no item 8.3, para a mesma precisão nos resultados se precisaria de um número bem maior de simulações. Tal diferença de quantidade necessária de simulações pode ser um fator determinante no caso de cada simulação exigir grande tempo computacional.

Para melhor entendimento desse efeito, calculou-se a evolução da área total da curva de densidade de probabilidade normal padronizada, ou seja,

$$P_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx , \quad (8.2-4)$$

em função do número de pontos utilizados para a representação de tal curva, considerando-se três opções de geração dos pontos:

- Geração de pontos otimizada apresentada neste item e exemplificada na Figura 8.2-1.
- Geração de pontos através de sorteio aleatório, utilizando-se a função RAND, existente na biblioteca matemática IMSL (VISUAL NUMERICS, 1997).
- Geração de pontos através de sorteio aleatório, utilizando-se a subrotina RANDOM, existente na biblioteca matemática IMSL (VISUAL NUMERICS, 1997).

Os resultados obtidos estão apresentados na Figura 8.2-2. Fez-se aqui também o cálculo da integral P_x utilizando *splines* cúbicas interpolantes. Nota-se claramente dos resultados desta figura que, com a geração otimizada de pontos, convergiu-se ao valor de P_x (igual a 1) com cerca de 25 pontos, ao passo que em ambos os casos que utilizam o sorteio aleatório dos pontos necessitou-se de pelo menos 200 pontos para a obtenção do mesmo nível de precisão.

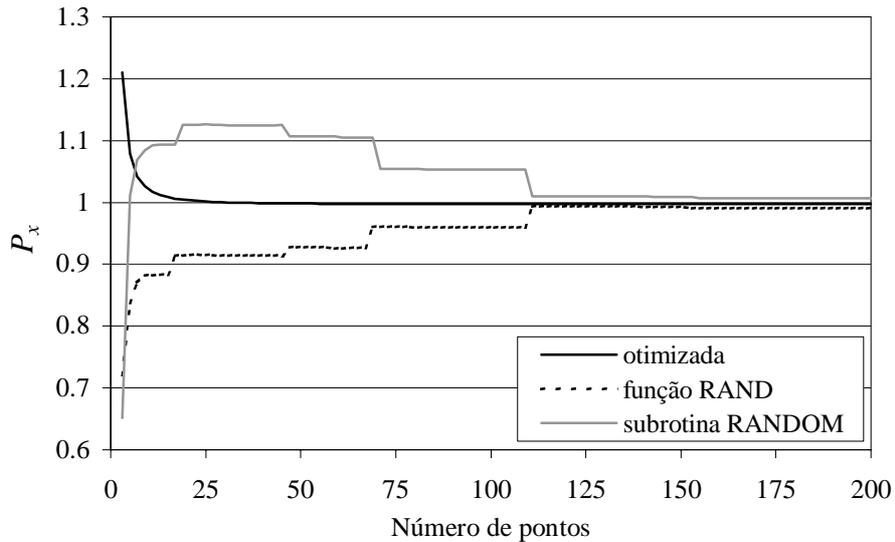


Figura 8.2-2 – Integral P_x em função do número de pontos utilizados

8.2.2 Solução considerando as “correntes críticas” da descarga atmosférica

No subitem anterior elaborou-se uma estratégia geral para o cálculo do número de curtos-circuitos na linha originados pela incidência direta ou indireta de descargas, onde se necessita calcular as funções g para cada combinação de parâmetros que caracterize uma descarga atmosférica.

Uma grande vantagem deste processo é que o mesmo pode ser facilmente implementado em conjunto com o cálculo das sobretensões nos pontos principais da linha, e, portanto, das funções g , por qualquer programa computacional externo. Naturalmente, deve-se, à priori, executar as várias simulações isoladas no respectivo programa computacional, e então trocar-se as informações com o programa para o cálculo do desempenho da linha por arquivos de dados ou qualquer outra forma mais conveniente.

Para análises gerais, envolvendo descargas diretas e indiretas, e havendo elementos lineares e não lineares que representa a linha de transmissão, tais sobretensões são adequadamente calculadas pelas metodologias apresentadas nos capítulos 5 e 6. Particularmente no plano da análise linear e em se tratando de apenas descargas diretas na linha, é prático adotar a metodologia aproximada desenvolvida no domínio do tempo e apresentada no Apêndice A.

Além disso, em vários casos, especialmente para o cálculo em regime linear, pode-se elaborar um processo de cálculo do desempenho da linha mais simples, em função da caracterização de uma amplitude “crítica” da corrente da descarga, I_c , e o tempo de frente, t_f . Esse procedimento foi também investigado nesta tese e está apresentado a seguir. Por comodidade, o mesmo foi desenvolvido para a metodologia de cálculo apresentada no Apêndice A, mas não apresenta restrições de desenvolvimento em conjunto com o processo descrito no capítulo 5.

Portanto, visando o cálculo do número de curtos-circuitos na linha, seja inicialmente o cálculo das “correntes críticas” (I_c) para as diversas hipóteses de incidência direta das descargas, considerando-se que a corrente da descarga atmosférica $i(t)$ tem a forma de onda apresentada na Figura 2.4-9.

- Descargas atmosféricas nos cabos de fase

No caso de incidência direta da descarga em um cabo de fase de índice q da linha, a tensão induzida na cadeia de isoladores desta fase e a tensão induzida entre esta fase e outra de índice j são dadas pelas equações (A.2-10) a (A.2-13). Nessa situação, ocorrerá um escorvamento de arco na cadeia de isoladores da fase q , e, conseqüentemente, um curto-circuito na linha, somente se

$$\left| u'_q(t) \right| > U_{qe1}, \quad (8.2-5)$$

ou seja

$$\left| \frac{1}{2} Z_{ffp} I_o j \left(t - \frac{|x - x_1|}{v} \right) e^{-\frac{\alpha_p |x - x_1|}{v}} + u_{qfi}(\omega_{fi} t, \phi_q) \right| > U_{qe1}. \quad (8.2-6)$$

Uma simples inspeção na equação (8.2-6) denota facilmente o maior valor da tensão na fase q no ponto de incidência, ou seja, para x igual a x_1 . Portanto, pode-se estabelecer que, para x igual a x_1 , a condição de curto-circuito é tal que $I_o > I_{c0}$, sendo:

$$I_{c0} = \min \left[2 \cdot \frac{U_{qe1}(t) - u_{qfi}(\omega_{fi} t, \phi_q)}{Z_{ffp}} \right]; \quad (8.2-7)$$

onde o símbolo “min” significa o menor valor da função em relação ao tempo t .

Similarmente, ocorrerá um arco no espaçamento de ar entre a fase de índice q e outra de índice j , e, conseqüentemente, um curto-circuito na linha, somente se $I_o > I_{c0}$, sendo agora:

$$I_{c0} = \min \left\{ 2 \cdot \frac{U_{qje2}(t) - [u_{qfi}(\omega_{fi} t, \phi_q) - u_{jfi}(\omega_{fi} t, \phi_j)]}{Z_{ffP} - Z_{ffM}} \right\}. \quad (8.2-8)$$

Nas equações (8.2-5) a (8.2-8), U_{qe1} é a tensão de suportabilidade fase-terra da cadeia de isoladores da fase de índice q e U_{qje2} é a tensão de suportabilidade do isolamento entre as fases de índices q e j (vide Apêndice C); e u_{qfi} e u_{jfi} são as tensões à frequência industrial nos cabos de índices q e j , calculadas pela equação (A.2-12). As tensões U_{qe1} e U_{qje2} dependem da forma da sobretensão e, portanto, entre alguns parâmetros, do tempo de frente, t_f .

No caso da equação (8.2-7), o valor mínimo da corrente I_{c0} ocorre quando o argumento da função seno que representa u_{qfi} , ou seja, $\omega_{fi} t + \phi_q$, é igual a $\pi/2$, enquanto que no caso da equação (8.2-8) deve-se calcular este mínimo considerando-se as amplitudes e os argumentos das tensões u_{qfi} e u_{jfi} .

- Descargas atmosféricas nos cabos pára-raios junto à torre

No caso de incidência direta da descarga nos cabos pára-raios junto à torre, a tensão induzida na cadeia de isoladores de uma fase de índice i é dada pelas equações (A.3-39) a (A.3-41). Logo, semelhante ao feito para o caso das descargas nos cabos de fase, estabelece-se que ocorrerá um escorvamento de arco na cadeia de isoladores desta fase, e, conseqüentemente, um curto-circuito na linha, somente se $I_o > I_{ic1}$ é tal que:

$$I_{ic1} = \min \left[\frac{U_{ie3}(t) - u_{ifi}(\omega_{fi} t, \phi_i)}{\eta_i(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{th}, Z_{fth}, Z_{at}, h_i, H_i)} \right]; \quad (8.2-9)$$

sendo U_{ie3} a tensão de suportabilidade da cadeia de isoladores da fase de índice i .

Para os surtos rápidos em questão, posto que a variação da função η_{li} com o tempo t , e, se for o caso, também a variação da tensão U_{ie3} com o tempo t , são extremamente mais rápidas do que a variação da tensão à frequência industrial u_{ifi} com t , pode-se assumir, apenas para o cálculo do tempo t_{min} em que I_{c1} é mínima, a tensão u_{ifi} como constante com t . Assim sendo, fica:

$$t_{min} \leftarrow \min \left[\frac{U_{ie3}(t)}{\eta_{li}(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{th}, Z_{fth}, Z_{at}, h_i, H_t)} \right]. \quad (8.2-10)$$

Incluindo-se agora a contribuição da tensão u_{ifi} , vem:

$$I_{ic1} = \frac{U_{ie3}(t_{min})}{\eta_{li}(t_{min})} - \frac{u_{ifi}(\omega_{fi} t, \phi_i)}{\eta_{li}(t_{min})}; \quad (8.2-11)$$

ou, de modo mais simples:

$$I_{ic1} = K_i - Y_i \sin(\omega_{fi} t - \phi_i); \quad (8.2-12)$$

sendo:

$$K_i = \frac{U_{ie3}(t_{min})}{\eta_{li}(t_{min})} \quad (8.2-13)$$

e

$$Y_i = \frac{\sqrt{2} U_{ifn rms}}{\eta_{li}(t_{min})}. \quad (8.2-14)$$

Dada tal variação de u_{ifi} com t e considerando-se as bases adotadas para a obtenção das equações (A.3-39) a (A.3-41), é conveniente, ao invés de tratar isoladamente cada fase como na equação (8.2-11) (ou (8.2-12)), considerar uma única corrente crítica $I_{c1 méd}$, com efeito de valor médio mínimo, mas calculado considerando-se a corrente crítica I_{c1} para cada fase pela equação (8.2-11) (ou (8.2-12)). Assim sendo, para cada fase de índice i , sendo diferente a distância h_i , o ângulo ϕ_i , a tensão de suportabilidade U_{ie3} ou a tensão $U_{ifn rms}$, existirá um valor diferente de I_{c1} , ou seja:

$$\begin{cases} I_{1c1} < K_1 - Y_1 \sin(\omega_{fi} t - \phi_1) \\ I_{2c1} < K_2 - Y_2 \sin(\omega_{fi} t - \phi_2) \\ \dots \\ I_{nfc1} < K_{nf} - Y_{nf} \sin(\omega_{fi} t - \phi_{nf}) \end{cases} ; \quad (8.2-15)$$

sendo nf o número de fases.

Esses condicionamentos são satisfeitos para cada valor de $\omega_{fi} t$ desde que $I_{c1} < (I_{1c1}, I_{2c1}, \dots, I_{nfc1})$. Para melhor entendimento, apresenta-se na Figura 8.2-3 uma variação típica das correntes I_{ic1} em função do ângulo $\omega_{fi} t$, para um dado valor de t_f , e para uma linha trifásica com fases dispostas horizontalmente e com tensões à frequência industrial equilibradas nas fases.

Em linhas gerais, a despeito dessa variação das correntes com o ângulo $\omega_{fi} t$, para os fins do cálculo em questão, pode-se considerar, simplificada, apenas um valor médio de I_{c1} , $I_{c1\text{ méd}}$, sendo este, por exemplo, para o caso da linha trifásica anterior, igual a:

$$\begin{aligned} I_{c1\text{ méd}} = \frac{1}{2\pi} & \left\{ \int_0^{\phi_1} \left[K_2 - Y_2 \sin\left(\omega_{fi} t - \frac{2\pi}{3}\right) \right] d(\omega_{fi} t) + \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left[K_1 - Y_1 \sin(\omega_{fi} t) \right] d(\omega_{fi} t) + \right. \\ & \left. + \int_{\phi_2}^{\phi_3} \left[K_3 - Y_3 \sin\left(\omega_{fi} t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] d(\omega_{fi} t) + \int_{\phi_3}^{2\pi} \left[K_2 - Y_2 \sin\left(\omega_{fi} t - \frac{2\pi}{3}\right) \right] d(\omega_{fi} t) \right\} . \end{aligned} \quad (8.2-16)$$

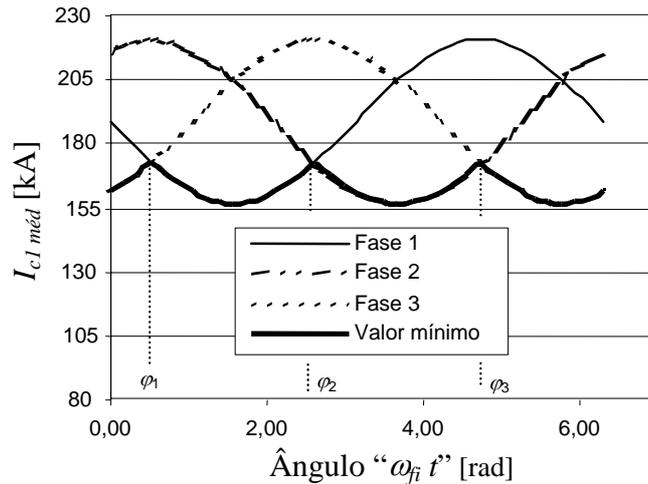


Figura 8.2-3 – Exemplo de variação das correntes I_{c1} com o ângulo $\omega_{fi} t$

$$(t_f = 4 \mu s)$$

Realizando-se esses cálculos para todos os tempos de frente de interesse e também se calculando da mesma forma as outras correntes $I_{c2\ méd}$, $I_{c3\ méd}$ e $I_{c4\ méd}$, a serem definidas nos subitens que se seguem, obtêm-se as demais relações entre as correntes críticas e o tempo t_f , conforme se exemplifica também para uma situação típica na Figura 8.2-4.

Portanto, em função do aspecto típico das correlações entre as correntes críticas I_c e o tempo t_f (vide e.g. na Figura 8.2-4 a curva relativa à corrente $I_{c1\ méd}$ em função de t_f), para um determinado valor de I_c , obtém-se da curva $t_f \times I_c$ o respectivo valor de t_f , $t_{f\ lim}$, sendo que para qualquer tempo de frente inferior a este valor pode-se estabelecer que ocorrerá um escorvamento de arco na cadeia de isoladores da fase de índice i , e, conseqüentemente, um curto-circuito na linha. O mesmo raciocínio poderia ser aplicado fixando-se um tempo de frente t_f , e calculando-se a corrente limite $I_{c1\ méd\ lim}$ na conseqüente curva $I_c \times t_f$, onde então para qualquer corrente superior a $I_{c1\ méd\ lim}$ ocorreria o escorvamento de arco. Contudo, observando-se o aspecto das equações anteriores, percebe-se que é mais prático o emprego do parâmetro $t_{f\ lim}$ e da inclusão da probabilidade dos tempos de frente inferiores a este.

Como uma simples interpretação da Figura 8.2-4 e considerando-se as equações descritas adiante, para cada relação, quanto menor é o valor dos pontos iniciais de I_c

e quanto maior é a inclinação da curva em relação a t_f , maior é o número resultante de curtos-circuitos associados à respectiva relação.

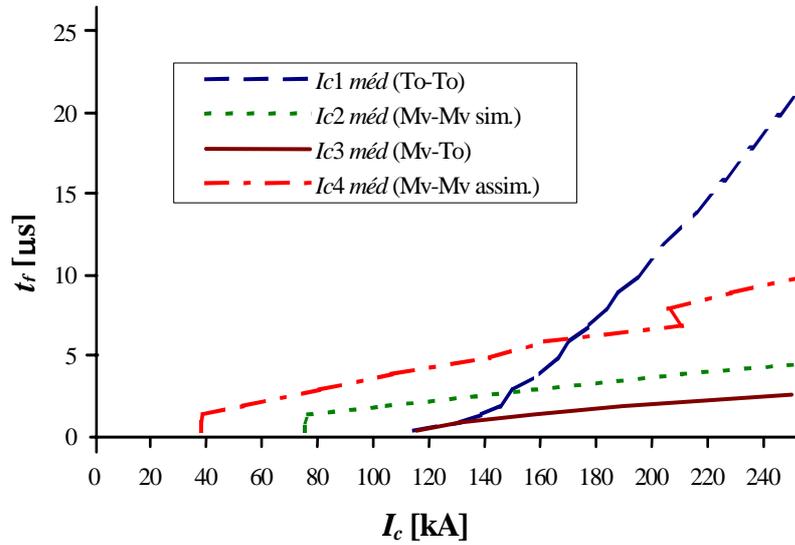


Figura 8.2-4 – Exemplo de relações entre as correntes críticas I_c méd e t_f : I_{c1} méd – incidência de descarga e escorvamento de arco junto à torre; I_{c2} méd – incidência simétrica de descarga nos cabos pára-raios no meio do vão e escorvamento de arco no meio do vão; I_{c3} méd – incidência simétrica ou assimétrica de descarga nos cabos pára-raios no meio do vão e escorvamento de arco junto à torre vizinha; I_{c4} méd – incidência simétrica ou assimétrica de descarga nos cabos pára-raios no meio do vão e escorvamento de arco no meio do vão

- Descargas atmosféricas simétricas nos cabos pára-raios no meio do vão

No caso de incidência direta simétrica nos cabos pára-raios no meio do vão, a tensão induzida entre um cabo de fase de índice i e um cabo pára-raios no meio do vão é dada pelas equações (A.4-53) a (A.4-55). Logo, após se realizar procedimento análogo ao caso da incidência junto à torre, estabelece-se que ocorrerá um escorvamento de arco no espaçamento de ar entre um cabo de fase e um cabo pára-raios no meio do vão, e conseqüentemente um curto-circuito na linha, somente se o tempo de frente t_f é menor do que um valor limite, t_{flim} , função de I_o , sendo $I_o > I_{c2}$ méd, e sendo tal corrente crítica média I_{c2} méd calculada em função da corrente crítica I_{ic2} para cada fase de índice i , que é dada por:

$$I_{ic2} = \min \left[\frac{U_{ie2}(t) - U_{if1}(\omega_{fi} t, \phi_i)}{\eta_{2i}(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{th}, Z_{fth}, Z_g)} \right]; \quad (8.2-17)$$

onde U_{ie2} é a tensão de suportabilidade do isolamento de ar entre a fase de índice i e um cabo pára-raios no meio do vão.

Como comentado, o processo para a obtenção de $I_{c2\text{ méd}}$ é semelhante ao apresentado anteriormente para o cálculo de $I_{c1\text{ méd}}$.

Para a mesma incidência, ocorrerá um curto-circuito na cadeia de isoladores da fase de índice i junto à torre vizinha, somente se o tempo de frente t_f é menor do que um valor limite, $t_{f\text{ lim}}$, função de I_o , sendo $I_o > I_{c3\text{ méd}}$, e sendo a corrente crítica I_{ic3} para cada fase de índice i dada por:

$$I_{ic3} = \min \left[\frac{U_{ie3}(t) - U_{if1}(\omega_{fi} t, \phi_i)}{\eta_{3i}(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{th}, Z_{fth}, Z_g, h_i, H_i)} \right]; \quad (8.2-18)$$

onde U_{ie3} é a tensão de suportabilidade da cadeia de isoladores da fase de índice i . Assim, obtém-se $I_{c3\text{ méd}}$ de modo semelhantemente ao cálculo apresentado para $I_{c1\text{ méd}}$.

Portanto, ocorrerá um escorvamento de arco entre um cabo de fase e um cabo pára-raios no meio do vão ou na torre próxima, e, conseqüentemente, um curto-circuito na linha, se o tempo de frente t_f é menor do que o maior dos dois valores de fronteira calculados em função das equações (8.2-17) e (8.2-18).

- Descargas atmosféricas assimétricas nos cabos pára-raios no meio do vão, no caso de existir mais de um cabo pára-raios

No caso da descarga em um único cabo pára-raios no meio do vão e no caso de existir mais de um cabo pára-raios, a tensão induzida entre um cabo de fase de índice i e um cabo pára-raios no meio do vão é dada pelas equações (A.5-25) e (A.5-26). Logo, similarmente aos casos anteriores, ocorrerá um escorvamento de arco no espaçamento de ar entre um cabo de fase e um cabo pára-raios no meio do vão, e conseqüentemente um curto-circuito na linha, somente se t_f é menor do que um valor limite, $t_{f\text{ lim}}$, função de I_o , sendo $I_o > I_{c4\text{ méd}}$, e sendo a corrente crítica I_{ic4} para cada fase de índice i dada por:

$$I_{ic4} = \min \left[\frac{U_{ie2}(t) - U_{if1}(\omega_{fi} t, \phi_i)}{\eta_{4i}(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{th}, Z_{fth}, Z_{td}, Z_{ftd}, Z_g)} \right]; \quad (8.2-19)$$

sendo também calculada a corrente $I_{c4\text{ méd}}$ semelhantemente ao cálculo de $I_{c1\text{ méd}}$.

Para a mesma incidência, ocorrerá um escorvamento de arco na cadeia de isoladores da fase de índice i junto à torre vizinha, igualmente ao caso da descarga simétrica nos cabos pára-raios no meio do vão, se t_f é menor do que um valor limite, $t_{f\text{ lim}}$, função de I_o , sendo $I_o > I_{c3\text{ méd}}$, e sendo a corrente crítica I_{c3} para cada fase de índice i dada pela equação (8.2-18).

Portanto, ocorrerá um escorvamento de arco entre cabos de fase e cabos pára-raios no meio do vão ou junto à torre vizinha, e, conseqüentemente, um curto-circuito na linha, se o tempo de frente t_f é menor do que o maior dos dois valores de fronteira calculados em função das equações (8.2-18) e (8.2-19).

Considerando-se as hipóteses de incidência de descarga avaliadas no subitem anterior e as equações (8.1-10), nota-se que:

- No cálculo do número de curtos-circuitos $N_{cc\text{ dfases}}$, para I_o superior a I_{c0} , que é função do tempo t_f , a função g_{fases} é aproximadamente igual a 1, e aproximadamente igual a zero para valores inferiores de I_o .
- No cálculo do número de curtos-circuitos $N_{cc\text{ dprmv}}$, para t_f inferior a um respectivo valor limite $t_{f\text{ lim}}$, que é função de I_o , a função g_{prmv} é aproximadamente igual a 1, e aproximadamente igual a zero para valores superiores de t_f .
- No cálculo do número de curtos-circuitos $N_{cc\text{ dprto}}$, para t_f inferior a um respectivo valor limite $t_{f\text{ lim}}$, que é função de I_o , a função g_{prto} é aproximadamente igual a 1, e aproximadamente igual a zero para valores superiores de t_f .

Dessa forma, as equações (8.1-10) simplificam-se para:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ncc_{d\ fases} = K_g \int_0^{\infty} \left[\int_{I_{c0}(t_f)}^{\infty} \bar{D}_{fases}(I_o) p_{I_o}(I_o) dI_o \right] p_{t_f}(t_f) dt_f \\ Ncc_{d\ pr\ mv} = K_g q \int_0^{\infty} \bar{D}_{pr}(I_o) p_{I_o}(I_o) P_{t_f\ mv}(t_f < t_{f\ lim}, I_o) dI_o \quad ; \\ Ncc_{d\ pr\ to} = K_g (1-q) \int_0^{\infty} \bar{D}_{pr}(I_o) p_{I_o}(I_o) P_{t_f\ to}(t_f < t_{f\ lim}, I_o) dI_o \end{array} \right. \quad (8.2-20)$$

onde as probabilidades $P_{t_f\ mv}$ e $P_{t_f\ to}$ representam as probabilidades do tempo de frente t_f ser menor do que os valores limites $t_{f\ lim}$ considerando-se as incidências junto à torre e no meio do vão, respectivamente, sendo estes limites calculados pelas equações (8.2-9) a (8.2-19).

8.2.3 Aspectos adicionais de implementação computacional

Os métodos descritos nos itens 8.2.1 e 8.2.2 foram implementados no programa computacional DATMOS. Utilizou-se a linguagem de programação Fortran 90.

Inicialmente, por intermédio do conhecimento de dados básicos da linha e das descargas atmosféricas na região de implantação da linha, determina-se no programa DATMOS as descargas diretas que incidirão em cada cabo da linha e as descargas indiretas com potencial para provocar sobretensões importantes na linha.

No passo seguinte, determina-se as informações básicas de cada descarga a ser simulada, conforme o número de pontos escolhidos para representar as curvas de densidade de probabilidade dos parâmetros (vide Figura 8.2-1), ou seja: amplitude da corrente, tempo de frente e tempo de meia onda do sinal; tipo de incidência da descarga (direta junto à torre, direta a meio do vão e indireta); e nomes dos arquivos de dados onde serão armazenadas as curvas das sobretensões nos pontos principais da linha associadas a esta descarga. Ficam então assim caracterizados os dados básicos para todos os cálculos de propagação de descargas atmosféricas que deverão ser efetuados para a análise do desempenho da linha.

No caso de apenas se calcular o efeito das descargas diretas e ser suficiente uma solução aproximada, implementou-se no próprio programa DATMOS a solução apresentada no Apêndice A, em conjunto com a estratégia descrita no item 8.2.2 .

Já no caso geral, necessita-se realizar o cálculo de tais propagações externamente, bastando gravar em arquivos de dados as curvas no tempo das sobretensões calculadas nos pontos principais da linha. Pode-se empregar para tais cálculos o programa computacional FDETP, cuja metodologia de cálculo básica encontra-se em detalhes nos capítulos 5 e 6, ou qualquer programa computacional que proporcione resultados com precisão satisfatória.

8.3 Métodos que utilizam a técnica de Monte Carlo e redes neurais artificiais

No item 8.2 apresentou-se uma solução direta para o cálculo do desempenho da linha utilizando um processo aqui designado como “método que utiliza integração numérica”. De fato, trata-se de uma solução bastante eficiente, de implementação simples, e que conduz a resultados precisos com um número relativamente pequeno de simulações, considerando-se que somente se abordou a variação dos parâmetros θ , I_o , t_f e r . A vantagem deste procedimento em relação a outros comumente utilizados é evidente no plano da análise linear.

Contudo, a inclusão simultânea da variação de um maior número de parâmetros no processo do cálculo do desempenho, de certa forma além do escopo desta tese, e além de onerar bastante o tempo computacional, pode dificultar bastante o processo de cálculo, onde se pode ter que lidar com integrais múltiplas com ordem bem superior à de quarta ordem. Além disso, pode também ocorrer o “desperdício computacional” com uma integração de ordem tão superior com integrandos que poderiam ser facilmente desmembrados em somatórios de termos que somente necessitariam ser integrados por integrais de ordem inferior, dada a eventual existência de interdependência de um certo parâmetro com apenas uma pequena faixa de outro parâmetro.

Nesse sentido, métodos de cálculo do desempenho de linhas que não abordam um processo direto do tipo integração numérica, mas que sim obtêm tal resultado a partir do sorteio aleatório dos vários parâmetros que devem ser incluído no processo, podem ser atraentes em várias situações, principalmente quando se investiga a participação de uma gama grande de parâmetros, onde a sua praticidade se torna evidente (mas não necessariamente ocorrendo uma redução do tempo total de cálculo para uma mesma precisão). Para tal, tradicionalmente, aplica-se um processo baseado no Método de

Monte Carlo, o qual tem se mostrado bastante eficiente, além de ser de implementação extremamente simples*.

Ultimamente, valendo-se de técnicas e estratégias de programação mais recentes, tem-se também empregado soluções baseadas em redes neurais artificiais, as quais, em alguns casos, podem culminar em soluções com menor tempo computacional em relação àquele necessário ao emprego do Método de Monte Carlo (e.g. MARTINEZ e MOLINA (2001)).

Na solução adotando o Método de Monte Carlo, basicamente, para cada parâmetro, sorteia-se um número real de 0 a 1 que representa a probabilidade acumulada de ocorrência do parâmetro, com a qual se consegue estimar o valor do próprio parâmetro, posto que se deve à priori conhecer a curva ou uma gama de probabilidades do parâmetro que permita tal cálculo. Repete-se o processo de sorteio (necessariamente sem vínculo com o sorteio anterior) para as probabilidades acumuladas de todos os outros parâmetros e então se estima o valor destes outros parâmetros. Caso algum parâmetro necessite ser incluído no processo mas não se evidencie uma função de probabilidade para o mesmo, faz-se então o sorteio dentro da sua faixa de variação típica, ou seja, desde o seu valor mínimo até o seu valor máximo, como, ocorre, por exemplo, com a distância r empregada no cálculo das descargas indiretas. Com o grupo de parâmetros formado, faz-se, portanto, o cálculo das sobretensões nos pontos principais da linha, e verifica-se se ocorrerá ou não o escorvamento em algum ponto. Repete-se o processo para vários outros grupos de parâmetros, todos com valores estimados através de sorteios aleatórios. O desempenho da linha é diretamente proporcional à quantidade de escorvamentos evidenciados.

* ANDERSON (1961) foi um dos primeiros a adotar tal método para a análise do desempenho de linhas a descargas atmosféricas, e, desde então, o Método de Monte Carlo tem sido bastante empregado (e.g., SARGENT (1972), FONSECA (1977), SHELEMY e SWATEK (2001), BORGHETTI *et al.* (2001), ZANETTA JÚNIOR e PEREIRA (2001), e VELASCO e ARANDA (2005)).

Como exemplo do emprego Método de Monte Carlo, elaborou-se o processo a seguir para o cálculo do desempenho de uma linha de transmissão à incidência de descargas diretas, ou seja:

1. Fixa-se um número elevado e fictício como sendo o total de descargas que incidem na linha e durante um ano ($Nd'_{d \text{ fases} + pr}$). Para muitos casos práticos e no plano da análise linear, observou-se que valores da ordem de algumas centenas são suficientes para uma primeira estimativa do número total de curtos circuitos na linha.
2. Para cada uma dessas descargas, sorteia-se uma probabilidade (entre 0 e 1) de ocorrência da amplitude máxima da corrente de descarga, uma probabilidade de ocorrência do tempo de frente da corrente de descarga e uma probabilidade de ocorrência do ângulo de incidência da descarga (no caso de se adotar uma variação do ângulo de incidência a descarga). Com tais probabilidades, estima-se por intermédio das correlações correspondentes (por exemplo, utilizando-se as várias expressões apresentadas no item 2.4.2) a amplitude máxima e o tempo de frente da corrente de descarga, assim como o ângulo de incidência da descarga.
3. Com tais valores da amplitude máxima da corrente e do ângulo de incidência, em função do Modelo Eletrogeométrico (MEG), calcula-se uma “faixa de alvo” no solo, cujas duas extremidades são associadas às extremidades das larguras de faixa no solo definidas no item 3.2.1, D_d , situadas mais à esquerda e mais à direita. Por exemplo, na Figura 3.2-2, a faixa seria obtida entre a extremidade à esquerda da largura D_{d1} e a extremidade à direita da largura D_{d3} .
4. Sorteia-se um ponto dessa faixa de alvo. A partir das coordenadas deste ponto e das bases do Modelo Eletrogeométrico, determina-se facilmente o cabo atingido pela descarga.
5. Se a descarga atingir um cabo de fase, sorteia-se um ângulo de fase para considerar a contribuição da tensão à frequência industrial no cabo. Em seguida, faz-se o cálculo da sobretensão induzida nas cadeias de isoladores e entre cabos (por exemplo, utilizando-se as respectivas equações do capítulo 5 ou do

Apêndice A). Se for verificado escorvamento de arco, conta-se um curto-circuito em função de descargas nos cabos de fase ($Ncc_{d\ fases} = Ncc'_{d\ fases} + 1$).

6. Se a descarga atingir um cabo pára-raios, sorteia-se uma probabilidade para verificar se a descarga atinge um ponto junto à torre ou a meio do vão. Em seguida, faz-se o cálculo das sobretensões induzidas nas cadeias de isoladores e entre cabos, dependendo da incidência (por exemplo, utilizando-se as respectivas equações do capítulo 5 ou do Apêndice A). Se for verificado escorvamento, conta-se um curto-circuito em função de descargas nos cabos pára-raios ($Ncc'_{d\ pr\ mv} = Ncc'_{d\ pr\ mv} + 1$ ou $Ncc'_{d\ pr\ to} = Ncc'_{d\ pr\ to} + 1$).
7. Repete-se o processo desde o passo 2 até que todas as descargas calculadas no passo 1 sejam simuladas.
8. Faz-se o cálculo do número total de descargas que realmente atingem a linha em um comprimento de 100 km e por ano ($Nd_{d\ fases+pr}$), considerando-se a densidade de descargas atmosféricas ocorrente na região de implantação da linha e as características geométricas da linha, conforme as equações (3.2-8).
9. Corrige-se os números de curtos-circuitos calculados nos passos 5 e 6 para os seus respectivos valores reais, ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ncc_{d\ fases} = Ncc'_{d\ fases} \frac{Nd_{d\ fases+pr}}{Nd'_{d\ fases+pr}} \\ Ncc_{d\ pr\ mv} = Ncc'_{d\ pr\ mv} \frac{Nd_{d\ fases+pr}}{Nd'_{d\ fases+pr}} \\ Ncc_{d\ pr\ to} = Ncc'_{d\ pr\ to} \frac{Nd_{d\ fases+pr}}{Nd'_{d\ fases+pr}} \end{array} \right. \quad (8.3-1)$$

Naturalmente, conforme comentado, a precisão dos resultados obtidos com o Método de Monte Carlo pode ser melhorada aumentando-se o número de descargas fictícias incidentes na linha ($Nd'_{d\ fases+pr}$); ou seja, indiretamente, estará se sorteando mais pontos que representam as curvas de probabilidade dos parâmetros envolvidos no cálculo (vide Figura 8.2-1 e Figura 8.2-2), culminando numa precisão numérica mais próxima à obtida com a solução do item 8.2, que trata diretamente as integrais (8.1-10).

8.4 Exemplos de aplicação

Faz-se neste item a análise de desempenho dos seis exemplos de linhas de transmissão investigadas no item 3.4, e, além das premissas de cálculo já descritas nesse item, as seguintes foram consideradas:

- Modelagem dos parâmetros do solo:

Adotou-se o modelo do solo com a correta variação dos parâmetros com a frequência conforme a equação (5.3-1), com os valores medianos dos parâmetros α e Δ_i dados nas equações (5.3-2) e a condutividade elétrica em baixa frequência σ_0 igual a 0,5 mS/m .

- Tempo de frente da forma de onda da corrente da descarga atmosférica (t_f):

Utilizou-se os parâmetros da expressão (2.4-12); ou seja, $\mu_{t_f} = 5,5 \mu s$ e $\sigma_{ln t_f} = 0,7$.

- Correlação entre a amplitude (I_o) e o tempo de frente (t_f) da forma de onda da corrente da descarga atmosférica:

Quando considerada tal correlação, supondo que a distribuição de densidade de probabilidade de cada um dos dois parâmetros é representada pela distribuição log-normal unimodal, e que a correlação entre ambas é dada em primeira aproximação pela distribuição log-normal bivariável (vide equação (8.1-13)), utilizou-se o coeficiente de correlação igual a 0,37 , obtido da Tabela 2.4-1.

- Relação entre as descargas atmosféricas diretas que atingem a linha junto à torre e as descargas que atingem a região próxima ao meio do vão:

Considerou-se que cerca de 40% das descargas atingem pontos próximos das torres da linha.

- Densidade de descargas atmosféricas para o solo (N_g):

Considerou-se N_g igual a 1 descarga/km²/ano . Portanto, para a estimativa da quantidade de curtos-circuitos das linhas para outras densidades de descargas, é suficiente fazer a devida multiplicação nos resultados obtidos.

- Quantidade de vãos e modelagem dos cabos da linha:

Considerou-se sete vãos, com impedâncias casadas nos seus pontos terminais, para evitar efeitos de reflexão das ondas nestes pontos, e empregou-se os modelos de eletrodos cilíndricos somente para os três vãos principais, semelhantemente ao feito nos exemplos dos itens 7.3.6 e 7.3.7, sendo usados para os demais quatro vãos o modelo de quadripolo.

- Modelagem das torres:

Considerou-se as quatro torres dos três vãos principais modelados por eletrodos cilíndricos, sendo que as dimensões das torres estão indicadas nos exemplos do item 3.4.

As demais quatro torres dos vãos mais afastados foram modeladas por uma combinação série de linhas de transmissão ideal, na forma exemplificada na Figura 7.3-39, com semelhança ao processo descrito no Apêndice A . Cada linha de transmissão ideal é associada a uma “impedância de onda equivalente” e a uma velocidade de propagação equivalente ao longo da torre. Esses parâmetros foram obtidos adequadamente a partir de uma modelagem inicial de cada torre por eletrodos cilíndricos, donde se obteve as seguintes combinações para as torres das linhas de 34,5 a 500 kV apresentadas no item 3.4 :

- 34,5 kV convencional e circuito simples: 420 Ω e 280 m/ μ s ;
- 69 kV convencional e circuito simples: 410 Ω e 280 m/ μ s ;
- 138 kV convencional e circuito simples: 195 Ω e 280 m/ μ s ;
- 230 kV convencional e circuito simples: 160 Ω e 280 m/ μ s ;
- 500 kV convencional e circuito duplo: 220 Ω e 280 m/ μ s ;
- 500 kV de potência natural elevada: 135 Ω e 280 m/ μ s .

Cumpra aqui mencionar que tanto tal modelagem híbrida das torres quanto a modelagem híbrida descrita acima para os cabos da linha culminou numa

sensível redução das dimensões das matrizes envolvidas e, conseqüentemente, do tempo de cálculo total, com perda mínima de precisão nos resultados.

- Modelagem dos sistemas de aterramento:

Para facilidade de avaliação do efeito destes componentes no cálculo do desempenho das linhas, estes foram representados por impedâncias reais, com três valores típicos, iguais a 5Ω , 25Ω e 100Ω .

- Incidência da descarga e modelagem do canal da descarga atmosférica:

Considerou-se a incidência da descarga no cabo de fase mais sujeito a tal incidência (e.g., no caso da linha de 138 kV , o cabo de fase mais elevado), no cabo pára-raios ou em dos cabos pára-raios (no caso das linhas com dois cabos pára-raios), ou no solo próximo a linha.

O canal da descarga foi considerado retilíneo, com 1500 m de comprimento e modelado por eletrodos cilíndricos, com raio de 0,1 m , com indutâncias distribuídas de $4,5 \mu\text{H/m}$ e resistências distribuídas de $1,3 \Omega/\text{m}$, com a fonte de corrente conectada na sua base, e casando-se aproximadamente a impedância na sua extremidade superior, para minimizar efeitos de reflexão das ondas neste ponto. Tais parâmetros conduzem a uma velocidade média de propagação ao longo do canal em torno de $130 \text{ m}/\mu\text{s}$ e à redução da amplitude da corrente a cerca de 75 e 50% nos pontos a 500 e 1000 m de altura, respectivamente. Particularmente no caso da descarga indireta, com a intenção de apenas investigar os aspectos essenciais das metodologias de cálculo elaboradas, considerou-se o solo ideal.

- Contribuição da tensão nos cabos à frequência industrial:

No caso das descargas diretas que atingem um cabo de fase ou descargas indiretas, considerou-se, por simplicidade, um valor fixo e igual à tensão fase-terra de operação da linha. No caso das descargas que atingem um cabo pára-raios, utilizou-se um valor médio calculado por um procedimento do tipo apresentado na equação (8.2-16).

- Cálculo da tensão de suportabilidade dos isolamentos:

No caso de apenas se considerar a variação da tensão de suportabilidade com o comprimento do espaçamento, empregou-se as equações (C.2-1) e os parâmetros das expressões (C.2-2) e (C.2-3). No caso de se considerar aproximadamente a influência da forma de onda, empregou-se as equações (C.2-4) e os parâmetros dados nas expressões (C.2-5) e (C.2-6).

Os números de curtos-circuitos nas linhas calculados com tais parâmetros estão apresentados nas Tabela 8.4-1, Tabela 8.4-2 e Tabela 8.4-3, associadas a três condições de cálculo. Tais condições de cálculo correspondem às seguintes situações:

- Condição A : considerando-se o cálculo da tensão de suportabilidade dos isolamentos na forma mais simples da equação (C.2-1) e desconsiderando-se a correlação entre I_o e t_f .
- Condição B : considerando-se o cálculo da tensão de suportabilidade dos isolamentos na forma mais elaborada das expressões (C.2-2) e (C.2-3) e desconsiderando-se a correlação entre I_o e t_f .
- Condição C : considerando-se o cálculo da tensão de suportabilidade dos isolamentos na forma mais elaborada das expressões (C.2-2) e (C.2-3) e considerando-se a correlação entre I_o e t_f .

Como complemento, em particular para as linhas de 138 kV e 230 kV , fez-se uma análise simplificada do efeito da instalação de pára-raios para a redução dos curtos-circuitos originados por descargas diretas. Considerou-se os pára-raios instalados nas três fases das duas torres do vão atingido pela descarga. Os dados destes pára-raios e a forma de instalação são os mesmos já apresentados nos exemplos dos itens 7.3.6 e 7.3.7 . Para o cálculo do número de curtos-circuitos, considerou-se a Condição C anterior. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 8.4-4, estando repetidos dentro dos parêntesis os respectivos valores apresentados na Tabela 8.4-3, ou seja, sem o emprego de pára-raios.

Tabela 8.4-1 – Quantidades de curtos-circuitos por 100 km e por ano, para descargas diretas e indiretas, para os seis exemplos de linhas de transmissão, em função da impedância “equivalente” do sistema de aterramento das torres, para a Condição A – sem o emprego de pára-raios de linha

Parâmetro	34,5 kV	69 kV	138 kV	230 kV	500 kV conv.	500 kV LPNE
5 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,031	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	2,15	2,31	1,46	0,385	1,06	0,281
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	2,07	2,32	0,583	0,404	0,372	1,14
<i>Ncc_d</i>	4,22	4,63	2,05	0,789	1,46	1,48
<i>Ncc_i</i>	0,00048	< 10 ⁻⁵				
25 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,031	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	3,02	3,43	4,04	1,43	2,14	1,18
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	4,02	4,05	1,61	0,521	0,808	1,20
<i>Ncc_d</i>	7,04	7,48	5,65	1,95	2,98	2,38
<i>Ncc_i</i>	0,00062	< 10 ⁻⁵				
100 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,031	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	3,16	4,13	6,90	4,95	6,02	5,02
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	4,73	5,99	4,12	2,39	2,87	2,33
<i>Ncc_d</i>	7,89	10,2	11,0	7,34	8,93	7,35
<i>Ncc_i</i>	0,00062	< 10 ⁻⁵				

Tabela 8.4-2 – Quantidades de curtos-circuitos por 100 km e por ano, para descargas diretas e indiretas, para os seis exemplos de linhas de transmissão, em função da impedância “equivalente” do sistema de aterramento das torres, para a Condição B – sem o emprego de pára-raios de linha

Parâmetro	34,5 kV	69 kV	138 kV	230 kV	500 kV conv.	500 kV LPNE
5 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,051	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	2,14	2,29	1,14	0,207	0,638	0,081
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	2,01	2,09	0,611	0,404	0,335	1,14
<i>Ncc_d</i>	4,15	4,38	1,75	0,611	1,02	1,22
<i>Ncc_i</i>	0,00032	< 10 ⁻⁵				
25 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,051	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	3,01	3,54	3,67	1,21	1,73	0,961
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	3,99	4,05	1,56	0,532	0,648	1,24
<i>Ncc_d</i>	7,00	7,59	5,23	1,74	2,43	2,20
<i>Ncc_i</i>	0,00032	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁵	< 10 ⁻⁵	< 10 ⁻⁵
100 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,051	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	3,16	4,16	6,96	5,17	6,72	5,40
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	4,73	6,05	4,17	2,32	2,85	2,49
<i>Ncc_d</i>	7,89	10,2	11,1	7,49	9,62	7,89
<i>Ncc_i</i>	0,00032	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁵	< 10 ⁻⁵	< 10 ⁻⁵

Tabela 8.4-3 – Quantidades de curtos-circuitos por 100 km e por ano, para descargas diretas e indiretas, para os seis exemplos de linhas de transmissão, em função da impedância “equivalente” do sistema de aterramento das torres, para a Condição C – sem o emprego de pára-raios de linha

Parâmetro	34,5 kV	69 kV	138 kV	230 kV	500 kV conv.	500 kV LPNE
5 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,050	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	2,20	2,26	0,944	0,104	0,378	0,028
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	1,84	1,83	0,350	0,158	0,095	0,618
<i>Ncc_d</i>	4,04	4,09	1,29	0,263	0,524	0,646
<i>Ncc_i</i>	0,00004	< 10 ⁻⁵				
25 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,050	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	3,08	3,61	3,68	1,16	1,60	0,944
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	4,14	4,09	1,47	0,315	0,427	0,739
<i>Ncc_d</i>	7,22	7,70	5,15	1,47	2,08	1,68
<i>Ncc_i</i>	0,00004	< 10 ⁻⁵				
100 Ω						
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁶	< 10 ⁻³	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴	0,050	< 10 ⁻⁶
<i>Ncc_{d pr to}</i>	3,17	4,16	6,96	5,22	6,75	5,46
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	4,74	6,06	4,17	2,31	2,86	2,37
<i>Ncc_d</i>	7,90	10,2	11,1	7,53	9,66	7,83
<i>Ncc_i</i>	0,00004	< 10 ⁻⁵				

Tabela 8.4-4 – Quantidades de curtos-circuitos por 100 km e por ano, para descargas diretas, para os exemplos das linhas de transmissão de 138 e 230 kV , em função da impedância “equivalente” do sistema de aterramento das torres, para a Condição C – com o emprego de pára-raios de linha (os números entre parêntesis foram obtidos sem o emprego de pára-raios de linha)

Parâmetro	138 kV	230 kV
5 Ω		
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴
<i>Ncc_{d pr to}</i>	< 10 ⁻³ (0,944)	< 10 ⁻³ (0,104)
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	0,265 (0,350)	0,144 (0,158)
<i>Ncc_d</i>	0,265 (1,29)	0,144 (0,263)
25 Ω		
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴
<i>Ncc_{d pr to}</i>	< 10 ⁻³ (3,68)	< 10 ⁻³ (1,16)
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	0,269 (1,47)	0,159 (0,315)
<i>Ncc_d</i>	0,269 (5,15)	0,159 (1,47)
100 Ω		
<i>Ncc_{d fases}</i>	< 10 ⁻⁴	< 10 ⁻⁴
<i>Ncc_{d pr to}</i>	< 10 ⁻³ (6,96)	< 10 ⁻³ (5,22)
<i>Ncc_{d pr mv}</i>	0,278 (4,17)	0,159 (2,31)
<i>Ncc_d</i>	0,278 (11,1)	0,159 (7,53)

Considerando-se os dados dessas tabelas e do tipo de modelagem empregada para as várias simulações computacionais que foram necessárias, pode-se extrair as seguintes conclusões específicas para as análises de desempenho de linhas a descargas atmosféricas:

- Como esperado, a “impedância equivalente” dos sistemas de aterramento das torres se caracteriza como um parâmetro de importância fundamental para o cálculo das sobretensões induzidas nos cabos da linha, principalmente para aquelas oriundas das descargas que atingem um ponto dos cabos próximo das torres. Tão menores são essas impedâncias, tão menores são tais sobretensões.
- O efeito anterior foi também observado para as descargas que atingem o solo próximo à linha, embora, para os exemplos de linhas de transmissão aqui

apresentados, nas quais são empregados cabos pára-raios conectados nas torres, o nível das sobretensões induzidas ser bastante reduzido e, conseqüentemente, resultar um número realmente pequeno de curtos-circuitos associados a estas descargas. Nesse sentido, a título de investigação adicional, dado que o enfoque desta tese são as linhas com cabos pára-raios, refez-se as simulações anteriores das descargas indiretas para as linhas de 34,5 e 69 kV considerando-as sem os cabos pára-raios, e, como esperado, foram obtidos números relevantes de curtos-circuitos, mormente para a linha de 34,5 kV .

- Desde que sejam empregados parâmetros adequadamente calculados, é possível modelar as torres e seus respectivos sistemas de aterramento por combinações de linhas de transmissão ideais, sem perdas, e elementos concentrados do tipo RLC. Esta facilidade resulta em substancial redução do esforço computacional total.
- Principalmente para os sistemas de aterramento de pequeno porte, dependendo da parcela da corrente que escoará na base das torres para o sistema de aterramento, pode evidenciar-se o efeito de ionização do solo, e, conseqüentemente, surgirá o comentado efeito de redução da “impedância equivalente” do sistema de aterramento, reduzindo as sobretensões induzidas nas cadeias de isoladores, e assim o número de curtos-circuitos na linha e “melhorando” o desempenho da linha. A não consideração deste efeito tem, portanto, um caráter de cálculo conservativo.
- Comprovou-se que o emprego de pára-raios de linha conduz à redução das sobretensões induzidas na linha em virtude da incidência de descargas atmosféricas. Contudo, deve-se ressaltar que, para o emprego generalizado de pára-raios de linha, requer-se realizar em conjunto uma análise dos limites de capacidade de absorção de energia dos pára-raios e dos acréscimos de custo de instalação e manutenção da linha. Esta também é uma tarefa que se reserva para o futuro.
- Dois fatores também atuam tipicamente no sentido de conduzir ao cálculo de um menor número de curtos-circuitos na linha, principalmente para as linhas

de tensões mais elevadas e para “impedâncias de aterramento” não muito elevadas, basicamente em função de reduzirem o “efeito” das correntes das descargas atmosféricas que tenham simultaneamente uma amplitude muito alta e um tempo de frente muito curto. Tais fatores são a consideração de uma correlação inversa da tensão de suportabilidade do isolamento com o tempo até a ruptura no isolamento (Condição B anterior) e a consideração da correlação entre a amplitude e o tempo de frente (Condição C anterior).

Apesar desses dois efeitos terem sido comprovados numericamente nos exemplos anteriores, dada uma gama razoável de incertezas para as suas formulações (vide itens 2.4.4 e C.2.1), os resultados obtidos com a sua consideração devem ser encarados apenas como uma primeira aproximação, e, naturalmente, a sua desconsideração conduz também tipicamente a resultados conservativos. Esse é mais um item aberto à análise futura.

CAPÍTULO 9 - Conclusões gerais e propostas de continuidade do trabalho

9.1 Conclusões gerais

Com base nos levantamentos bibliográficos, condicionamentos, hipóteses, metodologias, análises e resultados expostos nesta tese, pode-se listar as seguintes conclusões principais, conforme os temas envolvidos:

- O estado da arte sobre o tema descargas atmosféricas

Apresentou-se uma compilação de vários resultados de medições de parâmetros das descargas atmosféricas efetuadas em diferentes partes do mundo. Descreveu-se inicialmente o fenômeno físico associado à formação da descarga atmosférica descendente e, em seguida, elementos importantes da descarga atmosférica para os estudos de propagação em linhas de distribuição e transmissão, designadamente a amplitude, o tempo de frente, o tempo de meia onda e a derivada da frente de onda em relação ao tempo. Enfocou-se também o parâmetro densidade de descargas para o solo, o qual é fundamental para o conhecimento da quantidade de descargas incidentes na região de implantação da linha.

A diversidade de dados encontrados mostrou claramente que são muitos os fatores que condicionam a severidade das descargas numa determinada região e, conseqüentemente, do desempenho das linhas nela instalada, cálculo este que é um dos objetivos fundamentais desta tese (vide capítulo 8). Notou-se, por exemplo, a influência do clima, da orografia, da forma em que a proteção foi instalada na linha, do nível de isolamento da linha, entre vários outros itens.

No entanto, apesar de se ter coberto razoavelmente grande parte da literatura técnica sobre o tema, observou-se ao longo do período de elaboração da tese que é constante a inclusão de novos dados sobre os parâmetros das descargas atmosféricas, um tema realmente em evidência atualmente no Setor Elétrico, o que indica a necessidade de avaliação destas informações em curto prazo.

- A incidência das descargas atmosféricas nas linhas

Abordou-se a incidência das descargas atmosféricas na linha (diretas) ou no solo próximo à linha (indiretas) por intermédio do “modelo eletrogeométrico”, procedimento comprovadamente adequado à representação do fenômeno da incidência das descargas na linha.

Em função deste modelo, exemplificou-se as zonas de exposição dos cabos da linha à descarga atmosférica incidente, e desenvolveu-se uma metodologia para o cálculo do número total de descargas diretas na linha e no solo próximo à linha. O procedimento elaborado mostrou-se perfeitamente aplicável a linhas com qualquer configuração de cabos de fase e cabos pára-raios, incluindo as linhas não convencionais (LNC), como, por exemplo, as linhas com potência natural elevada (LPNE), as quais podem ter feixes de cabos com geometria elíptica, plana, genérica etc. Os exemplos que foram apresentados provaram a eficiência do processo desenvolvido, onde também se fez comparações com os resultados obtidos por alguns equacionamentos simplificados comumente utilizados (vide item 3.4) e apontou-se as imprecisões destes processos.

- Metodologias existentes para a modelagem de linhas de transmissão

Considerando-se a representação mais geral possível de uma linha de transmissão para o cálculo das tensões e correntes induzidas na mesma quando da incidência de descargas atmosféricas, ficou claro em todo o texto que se recai num problema de cálculo conjunto de circuitos ou redes elétricas, de linhas de transmissão e de campos eletromagnéticos tridimensionais.

Nesse sentido, apresentou-se os equacionamentos básicos, as vantagens, as desvantagens e a aplicabilidade de importantes metodologias desenvolvidas nos domínios do tempo e na frequência para a modelagem de linhas aéreas de transmissão em um amplo espectro de frequências. Desenvolveu-se as equações de propagação em cabos de linhas de transmissão monofásicas e multifásicas no domínio da frequência, mostrando-se a robustez e a generalidade de tratamento neste domínio para estudos de campos e transitórios eletromagnéticos. Além disso, incluiu-se algumas simplificações básicas nestas soluções no domínio da frequência, nomeadamente no que diz respeito à

desconsideração das perdas nos cabos e no solo e do efeito pelicular, e obteve-se as soluções mais simples no domínio do tempo.

Um breve esclarecimento sobre os domínios de aplicação destas soluções com base nos domínios da frequência e do tempo foi incluído na forma de dois exemplos de aplicação, simples, porém representativos, designadamente os casos de um longo cabo horizontal sobre o solo e de um longo cabo vertical sobre o solo. Dos resultados obtidos, pôde-se perceber nitidamente as modificações dos efeitos reais de atenuação e distorção durante a propagação das ondas quando são empregados métodos simplificados, mas que, considerando-se o universo de análises de propagação de descargas atmosféricas como um todo, apontaram a viabilidade de estabelecer combinações entre modelagens nos domínios do tempo e da frequência para que se obtenha a precisão numérica requerida com o menor esforço computacional.

Ainda, considerando-se todas as metodologias de cálculo pesquisadas no âmbito desta tese, ressaltou-se a lacuna até então existente para uma modelagem adequada e otimizada dos elementos do “circuito elétrico global” da linha relevantes para os estudos de propagação de descargas atmosféricas, o qual pode englobar simultaneamente: cabos aéreos com ou sem a ocorrência do efeito coroa; elementos metálicos das torres; eletrodos dos sistemas de aterramento com ou sem a ocorrência do efeito de ionização do solo circunvizinho; elementos representativos do canal da descarga atmosférica; transformadores; chaves; diodos; elementos passivos do tipo RLC com parâmetros invariantes ou variando no tempo; pára-raios; medidores de tensão, corrente e campo eletromagnético; entre outros. Isso motivou a elaboração dos capítulos 5, 6 e 7, os quais contêm importantes contribuições desta tese.

- Uma metodologia para o cálculo das tensões e correntes induzidas em uma linha de transmissão e do campo eletromagnético no meio externo quando da incidência de descargas atmosféricas na linha de transmissão ou no solo próximo

Desenvolveu-se uma metodologia genérica, eficiente e robusta para o cálculo das tensões e correntes induzidas em uma linha de transmissão e do campo eletromagnético no meio externo em virtude da incidência de descargas atmosféricas, nomeadamente nos capítulos 5 e 6, tal que possam ser simultaneamente considerados todos os elementos constituintes do “circuito elétrico global” da linha citados anteriormente. Além disso,

nesta modelagem não há restrição com relação à incidência da descarga diretamente na linha ou num ponto do solo próximo, apesar deste último caso ter sido abordado aproximadamente. Como complemento, também se elaborou no Apêndice A uma metodologia expedita no domínio do tempo para o cálculo das descargas diretas na linha, em regime linear.

Mostrou-se que é possível combinar de modo relativamente simples num domínio híbrido frequência-tempo equações nodais da teoria dos circuitos com equações da teoria dos campos eletromagnéticos, viabilizando-se migrar para uma ou outra formulação dependendo do nível de precisão e modelagem que se pretende obter. Dessa forma, pode-se evitar o emprego de vários processos aproximados comumente utilizados, geralmente baseados no domínio do tempo, nos quais se costuma contemplar a interação entre os modelos de cálculo de campos eletromagnéticos com os modelos de cálculo de transitórios eletromagnéticos de um modo excessivamente simplista e que pode originar erros grosseiros.

Esses fatos apontaram que a aplicabilidade desta metodologia elaborada não se restringe somente às análises de propagação de descargas atmosféricas abordadas nesta tese, mas pode também ser estendida para inúmeras análises de circuitos elétricos ou de linhas de transmissão, em condições sustentadas ou transitórias, considerando-se a injeção de sinais com variação fixa ou arbitrária no tempo, além de se possibilitar o cálculo de tensões, correntes e campos eletromagnéticos em todo o meio no qual se situa o circuito elétrico em análise. Os vários exemplos de aplicação que foram investigados e apresentados no capítulo 7 denotam claramente esta questão.

- O processo de inversão frequência-tempo

O processo de inversão frequência-tempo mostrou-se nitidamente o primeiro grande dificultador para os processos elaborados no domínio da frequência. Nesse sentido, as soluções tradicionais pela Série de Fourier, implementadas inicialmente no âmbito desta tese, apesar da grande vantagem da geração automática das frequências a serem utilizadas, mostraram-se realmente ineficientes para as análises de circuitos elétricos com constantes de tempo elevadas (vide, por exemplo, os comentários dos exemplos do item 7.1).

Por outro lado, o emprego da transformada numérica de Laplace (TNL) combinado com o uso de filtros minimizou tal problema em praticamente todos os exemplos de aplicação apresentados, como pôde ser observado no capítulo 7. É fato, todavia, que em alguns casos observou-se um comportamento errôneo e oscilatório para tempos de cálculo próximos ao final do período de cálculo, mas o que também foi minimizado adotando-se períodos de cálculo maiores. De qualquer forma, concluiu-se que este processo de cálculo ainda requer pesquisa futura, como, por exemplo, desenvolvendo-se rotinas computacionais que considerem a transformada integral de Fourier ou a transformada de Heaviside.

- O tratamento de não linearidades no domínio da “frequência”

O tratamento das não linearidades no domínio da frequência constituiu-se no segundo grande dificultador de cálculo neste domínio. Na verdade, havendo elementos não lineares em um circuito elétrico a ser analisado surgem naturalmente acoplamentos entre diferentes frequências, e, em geral, necessita-se uma solução híbrida frequência-tempo, apesar de para alguns casos específicos ser possível elaborar uma solução “unicamente” no domínio da frequência.

Portanto, buscou-se desenvolver soluções práticas para o tratamento de não linearidades, em sua maioria não requerendo processos iterativos (nestes casos às custas do tratamento aproximado do acoplamento entre harmônicos), proporcionando para as soluções com base no domínio da frequência, além da inerente robustez, tempo total de cálculo competitivo.

Deu-se enfoque a vários dos elementos importantes aos estudos de transitórios em linhas, tais como chaves, diodos, pára-raios, efeito coroa em cabos, efeito de ionização do solo junto a eletrodos de aterramento e o canal da descarga atmosférica, como se descreve melhor a seguir.

- A modelagem da linha de transmissão sob o efeito coroa

A modelagem dos cabos de uma linha de transmissão sob o efeito coroa mostrou-se tanto necessária em estudos de propagação de descargas atmosféricas em linhas quanto em algumas análises da propagação de sinais lentos, à frequência industrial. Os exemplos do item 7.4.1 denotaram claramente esses aspectos, donde se visualizou

nitidamente os efeitos de atenuação e distorção dos sinais que se propagam pela linha quando se considera o efeito coroa.

Em síntese, as estratégias de cálculo apresentadas nos itens 6.1.3 e 6.1.4.2, envolvendo técnicas de resposta às funções degrau e impulso, mostraram-se adequadas para a análise de sinais rápidos ou lentos pela linha, ao passo que a estratégia apresentada no item 6.1.4.3, que aproveita as facilidades da Análise Tensorial, mostrou-se mais adequada para a análise de sinais lentos, pelo fato desta requerer um número menor de frequências.

Contudo, apesar destas soluções terem se mostrado potenciais para tais análises, cumpre frisar que os exemplos expeditos abordados no item 7.4.1 não são suficientes para a validação concreta destes processos. Portanto, ficou claro que este é um tema também aberto à pesquisa futura, principalmente para as análises de linhas multifásicas e para a elaboração de melhores estratégias para a incorporação de tais modelagens da linha sob o efeito coroa com um circuito elétrico global que compreende a linha.

- O comportamento transitório de sistemas de aterramento e o efeito de ionização do solo circunvizinho

Conforme os vários exemplos dos itens 7.2 e 7.3, mostrou-se que é importante a correta consideração da variação dos parâmetros do solo com a frequência no cálculo dos sistemas de aterramento, observando-se, para os casos investigados e para os parâmetros do solo utilizados, uma redução da “impedância equivalente” dos sistemas de aterramento quando corretamente modelados na frequência.

Sob o ponto de vista das tensões de passo e de toque na região de instalação do sistema de aterramento, pôde-se notar nos exemplos do item 7.2 o comportamento completamente diferente destes parâmetros ao se considerar frequências muito baixas e muito altas, apontando que métodos tradicionais, fincados no regime quase estacionário, devem ser realmente descartados nas análises de propagação de surtos em sistemas de aterramento.

Particularmente no exemplo do item 7.3.6, mostrou-se que é possível aproveitar a resposta da impedância do sistema de aterramento na frequência para a estimativa de uma “impedância equivalente” do sistema de aterramento para um cálculo diretamente

no domínio do tempo. Para a propagação de surtos, entretanto, essa “impedância equivalente” somente proporcionou bons resultados para o cálculo em tempos não muito superiores ao “tempo de frente” do sinal, mas o que foi suficiente para a análise do desempenho de linhas de transmissão a descargas atmosféricas, conforme colocado nos exemplos do item 8.4.

A necessidade de modelagem do efeito de ionização do solo para os sistemas de aterramento de pequeno porte e submetidos à injeção de correntes de elevada magnitude ficou clara nos exemplos de aplicação apresentados no item 7.4.2. Pôde-se observar claramente nestes exemplos o efeito de redução da “impedância equivalente” dos sistemas de aterramento com a elevação do efeito de ionização do solo.

Nesse sentido, a estratégia de modelagem desenvolvida no item 6.2.3 mostrou-se bastante eficiente, proporcionando resultados muito próximos daqueles obtidos de medições em sistemas de aterramento reais. Apesar de ser uma aparente forte simplificação, o emprego de campos elétricos críticos de ionização do solo constantes e situados entre 300 e 600 kV/m foi muito efetivo.

Portanto, tanto no caso da correta modelagem dos parâmetros do solo com a frequência quanto no caso da consideração do efeito de ionização do solo, ocorreu tal redução da “impedância” do sistema de aterramento, que, por sua vez, ocasionou uma redução na sobretensão induzida nas cadeias de isoladores da linha de transmissão quando uma descarga atmosférica incide na linha, como pôde ser visto no exemplo do item 7.4.2.3.

- A modelagem do canal da descarga atmosférica

Dos resultados dos exemplos de aplicação apresentados nos itens 7.3.6 e 7.3.7, mesmo considerando-se uma modelagem muito simplificada para o canal da descarga que incide diretamente na linha, mostrou-se a importância e a necessidade de uma modelagem adequada do canal nos estudos de propagação de descargas atmosféricas em linhas de transmissão. Esta análise foi complementada nos exemplos do item 7.4.3, onde ficou evidente o efeito do acoplamento eletromagnético entre o canal de uma descarga atmosférica que atinge um ponto do solo e uma linha de transmissão próxima.

Portanto, a pesquisa futura a melhores modelagens do canal da descarga atmosférica mostrou-se, sobretudo, uma tarefa necessária.

- A modelagem otimizada de linhas de transmissão para estudos de propagação de descargas atmosféricas

Conforme colocado anteriormente, para a modelagem adequada de um trecho de linha de transmissão para estudos de propagação de descargas atmosféricas, necessita-se empregar simultaneamente modelos de elementos típicos de análises de redes elétricas e modelos de elementos do tipo “fonte” de campo eletromagnético.

Nesse segundo grupo de modelos, foram enfocados nesta tese os eletrodos cilíndricos, os quais comprovaram ter as mais variadas aplicações, nomeadamente para a modelagem de cabos aéreos (com ou sem o efeito das catenárias), estais, torres, sistemas de aterramento e canal da descarga atmosférica, inclusive em situações em que o meio físico ao seu redor encontra-se ionizado, caracterizando-se um comportamento não linear. Empregando-se tais modelos de eletrodos, além do fato de se dispor de liberdade de modelagem de elementos com posicionamento tridimensional arbitrário, pode-se considerar adequadamente o acoplamento eletromagnético entre diferentes elementos situados no ar e ou no solo, não necessariamente galvanicamente interligados, como, por exemplo, uma torre e os cabos da linha, uma torre e o seu sistema de aterramento, entre outros casos. Cumpre ainda notar que, em análises adicionais, utilizou-se grupos de eletrodos cilíndricos também para a representação de esferas, toróides, placas, etc, denotando a sua grande faixa de aplicabilidade.

Entretanto, do ponto de vista do esforço computacional, ficou claro que a exigência é sempre maior quanto mais elementos do tipo eletrodo são empregados. Por exemplo, considerando-se o comprimento mínimo dos eletrodos para uma precisão razoável do método, para a modelagem de apenas quatro vãos de uma linha de transmissão trifásica com um único cabo por fase e um cabo pára-raios e das respectivas cinco torres e seus sistemas de aterramento (vide, por exemplo, os casos dos itens 7.3.6 a 7.3.8), necessita-se facilmente de pelo menos cerca de mil a dois mil eletrodos para a obtenção de uma primeira aproximação dos resultados. Assim sendo, considerando-se que o processo envolve a manipulação de matrizes cheias, cujas dimensões são proporcionais à quantidade dos nós que caracterizam as extremidades de cada eletrodo considerado, e que para a análise da propagação de surtos requer-se a adoção de em geral um número muito elevado de frequências, o uso de um número muito grande de eletrodos pode ser

um forte inconveniente de cálculo, principalmente para os computadores de pequena capacidade.

Investigou-se então duas estratégias para otimização deste processo de cálculo. Em uma primeira estratégia, verificou-se que a adoção de uma modelagem híbrida e otimizada da linha de transmissão seria bastante atraente em estudos do tipo citado anteriormente; ou seja, por exemplo, nos vãos da linha próximos do ponto em que a descarga atmosférica incide, modelou-se cabos aéreos, torres e sistemas de aterramento por eletrodos, enquanto que para vãos mais afastados, modelou-se os cabos aéreos pelo tradicional modelo de quadripolo no domínio da frequência, o qual requer uma quantidade de elementos nas matrizes apenas igual a duas vezes a quantidade de cabos da linha; sistemas de aterramento mais distantes foram modelados por elementos RLC básicos, e o mesmo foi aplicado para torres distantes, fazendo-se ainda combinações com o modelo simples de linha de transmissão sem perdas, o qual também demanda a mesma quantidade de elementos nas matrizes que o modelo de quadripolo.

A aplicação de tal modelagem híbrida foi realmente eficaz, e, mesmo para os maiores trechos de linhas de transmissão investigados nesta tese, formados por sete vãos, incluindo o canal da descarga e os elementos lineares e não lineares conectados na linha, conseguiu-se manter as matrizes do cálculo com dimensão máxima em torno de mil elementos. Aliou-se, portanto, uma sensível redução de tempo computacional e de memória para armazenamento de dados com um baixo impacto na precisão dos resultados, conforme pôde ser visto nos exemplos dos itens 7.3 e 7.4, onde se fez inclusive comparações com dados oriundos de medições em sistemas reais.

Naturalmente, as facilidades obtidas com tais soluções híbridas ficaram ainda mais evidentes quando as mesmas foram aplicadas nos estudos de desempenho de linhas a descargas atmosféricas, conforme se comenta a seguir, e onde se necessita considerar toda a distribuição estatística dos parâmetros principais da descarga, ao menos a amplitude máxima e o tempo de frente da corrente da descarga, culminando desde algumas dezenas, nos cálculos simples em regime linear, a algumas centenas e até milhares de cálculos de propagação na linha, estes no caso de análises não lineares. Neste ponto, cabe citar que a solução otimizada do sistema de equações nodais que

representa o circuito elétrico em estudo, apresentada no item 5.6.1.6, teve também papel fundamental para a minimização do esforço computacional total.

Numa segunda estratégia de otimização, notou-se a viabilidade de redução considerável do número total de frequências em cálculo ao se empregar funções interpolantes de zeros e pólos para a obtenção dos parâmetros envolvidos no cálculo; ou seja, a partir do cálculo destes parâmetros para um menor número de frequências, cuidadosamente escolhidas, calcular-se com margem de erro reduzida os valores dos respectivos parâmetros para todo o espectro de frequências requerido. Esta estratégia, contudo, foi apenas investigada preliminarmente nesta tese, e, portanto, também merece ser implementada em uma fase futura.

- Uma metodologia para o cálculo do desempenho de linhas à incidência de descargas atmosféricas

Desenvolveu-se uma metodologia para o cálculo do desempenho de linhas à incidência de descargas atmosféricas, a qual integra o conteúdo de praticamente todos os capítulos elaborados na tese. Elaborou-se uma solução geral, aplicável a ambas as incidências direta e indireta das descargas, na qual se faz a integração numérica por toda a faixa de densidade de probabilidade dos parâmetros relevantes à incidência das descargas e da conseqüente propagação pela linha. Também se apresentou uma solução mais simples, considerando-se o conceito de “correntes críticas”, e que foi exemplificada no texto para a análise da incidência de descargas diretas na linha conforme a metodologia apresentada no Apêndice A.

Ressalta-se que tais processos elaborados nesta tese, envolvendo integrações numéricas, foram otimizados para a minimização da quantidade de cálculos de sobretensões na linha a serem feitos; ou seja, com um número relativamente bem pequeno de simulações já se consegue exprimir razoavelmente o desempenho da linha, ao passo que com soluções envolvendo o sorteio de variáveis, como aquelas tradicionais que fazem uso do Método de Monte Carlo, para a mesma precisão nos resultados se precisaria de um número realmente bem maior de simulações (vide Figuras 8.2-1 e 8.2-2). Tal diferença de quantidade necessária de simulações pode ser um fator determinante no caso de cada simulação exigir grande tempo computacional.

Salienta-se ainda que estas soluções têm a grande vantagem de não restringirem à forma em que as sobretensões nos pontos principais da linha são calculadas; isto é, estas podem ser calculadas por qualquer programa computacional externo, como, por exemplo, pelos programas da Série EMTP, apesar de nesta tese ser recomendado um processo do tipo apresentado no capítulo 5 . Tal característica confere ao processo aqui elaborado um grande potencial de utilização futura.

Finalizando, dos exemplos de aplicação apresentados no item 8.4, pôde-se extrair as seguintes conclusões específicas para as análises de desempenho de linhas a descargas atmosféricas:

- Como esperado, a “impedância equivalente” dos sistemas de aterramento das torres se caracteriza como um parâmetro de importância fundamental para o cálculo das sobretensões induzidas nos cabos da linha, principalmente para as descargas que atingem um ponto dos cabos próximo das torres. Tão menores são essas impedâncias, tão menores são tais sobretensões.
- Desde que sejam empregados parâmetros adequadamente calculados, é possível modelar as torres e seus respectivos sistemas de aterramento por combinações de linhas de transmissão ideais, sem perdas, e elementos concentrados do tipo RLC. Esta facilidade resulta em substancial redução do esforço computacional total.
- Principalmente para os sistemas de aterramento de pequeno porte, dependendo da parcela da corrente que escoará na base das torres para o sistema de aterramento, pode evidenciar-se o efeito de ionização do solo, e, conseqüentemente, surgirá o comentado efeito de redução da “impedância equivalente” do sistema de aterramento, reduzindo as sobretensões induzidas nas cadeias de isoladores, e assim reduzindo o número de curtos-circuitos na linha e “melhorando” o desempenho da linha. A não consideração deste efeito tem, portanto, um caráter de cálculo conservativo.
- Comprovou-se que o emprego de pára-raios de linha conduz à redução das sobretensões induzidas na linha em virtude da incidência de descargas atmosféricas. Contudo, deve-se ressaltar que, para o emprego generalizado de pára-raios de linha, requer-se realizar em conjunto uma análise dos limites de

capacidade de absorção de energia dos pára-raios e dos acréscimos de custo de instalação e manutenção da linha. Esta também é uma tarefa que se reserva para o futuro.

- Dois fatores também atuam tipicamente no sentido de conduzir ao cálculo de um menor número de curtos-circuitos na linha, principalmente para as linhas de tensões mais elevadas e para “impedâncias de aterramento” não muito elevadas, basicamente em função de reduzirem o “efeito” das correntes das descargas atmosféricas que tenham simultaneamente uma amplitude muito alta e um tempo de frente muito curto. Esses são a consideração de uma correlação inversa da tensão de suportabilidade do isolamento com o tempo até a disrupção no isolamento e a consideração da correlação entre a amplitude e o tempo de frente da corrente da descarga atmosférica.

Apesar desses efeitos terem sido comprovados numericamente nos exemplos do item 8.4, dada uma gama razoável de incertezas para as suas formulações (vide itens 2.4.4 e C.2.1), os resultados obtidos com a sua consideração devem ser encarados apenas como uma primeira aproximação, e, naturalmente, a sua desconsideração também conduz tipicamente a resultados conservativos. Esse é mais um item aberto à análise futura.

9.2 Propostas de continuidade do trabalho

Considerando-se os vários comentários do item anterior, e a experiência adquirida durante o trabalho desta tese, notou-se que alguns itens de pesquisa merecem realmente ser continuados ou melhor explorados numa etapa futura, podendo-se citar, entre estes:

- Investigação de métodos mais eficientes para a inversão das matrizes e para a solução dos sistemas lineares envolvidos nos processos de cálculo desenvolvidos nos itens 5.4.5, 5.6.1.6 e 5.6.2.2 .
- Implementação do emprego de técnicas mais eficientes para o processo de inversão frequência-tempo, nomeadamente utilizando-se funções interpolantes de zeros e pólos e empregando-se a Integral Inversa de Fourier, a Transformada de Laplace ou a Transformada de Heaviside.

- Implementação de funções interpolantes para a determinação precisa dos instantes de operação dos elementos de chaveamento e de processos iterativos mais precisos para a inclusão de elementos não lineares no processo elaborado no item 5.6.1 .
- A partir dos modelos de elementos lineares apresentados nos itens 5.4 e 5.5 , elaboração ou utilização de um processo computacional existente no Setor que, a partir da resposta em frequência das imitâncias equivalentes vistas dos terminais de cabos, torres, sistemas de aterramento, etc, calcule a associada síntese de zeros e pólos ou circuitos sintéticos RLC equivalentes para a modelagem eficiente destes elementos em programas computacionais externos. Acredita-se que esta seja uma providência realmente útil para os programas da Série EMTP ou programas similares que operem no domínio do tempo.
- Melhoria dos equacionamentos aproximados dos efeitos da interface solo-ar nas modelagens de eletrodos cilíndricos apresentados no Apêndice B , incluindo-se exemplos de aplicação associados a induções em elementos metálicos enterrados no solo devidas a correntes injetadas em elementos no ar, ou vice-versa, ou devidas a uma descarga atmosférica num ponto do solo na região próxima.
- Finalização do processo de inclusão dos modelos de linha de transmissão sob o efeito coroa apresentados no item 6.1 com os demais elementos representativos da linha de transmissão, e realização de mais testes com todos os modelos elaborados, buscando-se definir a faixa adequada de aplicação de cada modelagem.
- Melhoria da modelagem do efeito de ionização do solo junto a eletrodos de aterramento apresentada no item 6.2 , incluindo-se a possibilidade de modelagem de efeitos de histerese e de canais de disrupção afora da área principal ionizada.
- Melhoria da modelagem do canal da descarga atmosférica apresentada no item 6.3 , incluindo-se adequadamente o seu comportamento dinâmico e diversos itens associados à modelagem do plasma com bases físicas mais consistentes. Esse aspecto se correlaciona com o anterior associado à melhoria da modelagem da ionização do solo, especificamente para efeitos da modelagem do solo no ponto em que incide a descarga atmosférica, ou de um precursor ascendente do solo em direção à nuvem para formar o canal da descarga.

- Integração das metodologias básicas no domínio da frequência desenvolvidas nos capítulos 5 e 6 com processos baseados nos métodos TLM e DFFT (vide item 4.3), permitindo-se modelagens mais gerais, ou seja, combinando-se elementos com as mais variadas formas geométricas e imersos em meios formados por vários dielétricos.
- Análise detalhada da aplicação de pára-raios de linha para a redução das sobretensões induzidas na linha quando da propagação de surtos atmosféricos, considerando-se aspectos de máxima capacidade de absorção de energia pelos pára-raios e de acréscimos de custos de instalação e manutenção da linha.
- Análise detalhada da correlação entre os parâmetros da corrente da descarga atmosférica, tendo em vista a sua devida inclusão no cálculo do desempenho das linhas de transmissão à incidência de descargas atmosféricas apresentado no capítulo 8. Também, para tal cálculo, extensão do modelo eletrogeométrico bidimensional adotado para uma modelagem tridimensional, viabilizando-se representar adequadamente as variações da incidência das descargas ao longo dos vãos da linha.
- Elaboração de uma metodologia adequada para o cálculo da suportabilidade dos isolamentos para tensões aplicadas com variações no tempo não padronizadas, como as que na realidade são submetidas aos isolamentos, aproveitando-se o conteúdo introdutório apresentado no Apêndice C.

Apêndice A - Modelagem aproximada de uma linha de transmissão no domínio do tempo para o cálculo do seu desempenho à incidência de descargas atmosféricas diretas

A.1 Introdução

Tal como já foi exemplificado no capítulo 4, o cálculo da propagação de descargas atmosféricas em linhas de transmissão no domínio do tempo e em função das equações de ondas trafegantes (obtidas a partir de modelos de linhas de transmissão ideais, sem perdas) proporciona uma análise computacional simples. O ganho em tempo computacional é significativo se necessita-se considerar no processo de cálculo as distribuições estatísticas dos vários parâmetros da descarga atmosférica, em geral exigindo um número relativamente elevado de diferentes simulações computacionais.

Particularmente para uma das análises principais em questão nesta tese, a qual aborda o desempenho de linhas à incidência de surtos atmosféricos, no caso do método aproximado que será apresentado a seguir, o cálculo da propagação da descarga na linha se restringirá à obtenção das tensões geradas entre cabos e entre cabos e terra a meio do vão e junto à torre, dados dois tipos característicos de incidência direta de descargas atmosféricas na linha, que são a incidência nos cabos a meio do vão e a incidência nos cabos junto à torre.

Nessa linha de cálculo, tem-se, e.g., os trabalhos de FONSECA (1977), PORTELA (1982) e ANDERSON (1982), cujas metodologias de cálculo apresentadas, quando consideradas como um todo, são representativas do espectro de soluções diretas por ondas trafegantes geralmente adotadas na literatura, excetuando-se aquelas adotadas nos programas computacionais da Série EMTP, as quais têm tratamento matemático diferente, discretizado no tempo.

Contudo, ocorre que, considerando-se isoladamente as formulações apresentadas em cada um desses três trabalhos, verificou-se a possibilidade de algumas melhorias, agrupando-se num mesmo procedimento as vantagens que cada método proposto tem a oferecer, e ainda sem aumento excessivo de tempo computacional. Essa conclusão resulta dos seguintes aspectos:

1. Em FONSECA (1977), cuja metodologia resultou na elaboração do programa computacional CODIN, na linguagem de programação FORTRAN, calcula-se a propagação da descarga na linha para incidências da descarga a meio do vão e junto à torre, considerando-se as fases da linha como um único cabo ou um feixe de cabos circulares tradicionais. Entretanto, utilizando-se as equações de ondas trafegantes, no caso de descargas junto à torre, somente se modela a torre (aproximadamente) onde se dá a incidência e os vãos adjacentes, ou, no caso de descargas a meio do vão, o vão incidente e os vãos adjacentes a este. O efeito dos demais vãos não é considerado, mas se faz um casamento de impedâncias no final dos vãos modelados, o que proporciona, a partir destes vãos, o comportamento da linha como sendo infinita. O sistema de aterramento da torre é modelado por uma impedância real e constante.

Apenas como informação complementar, em FONSECA (1977) contempla-se a variação do ângulo de incidência da descarga e a distribuição estatística dos parâmetros amplitude máxima da corrente da descarga e derivada da corrente em relação ao tempo, mas não se permite no programa CODIN alterar estes parâmetros. O cálculo do número total de descargas incidentes na linha, elemento já esclarecido como primordial para o cálculo do número total de curtos-circuitos na linha, é feito de modo aproximado utilizando-se o parâmetro “raio de atração equivalente da linha”, por intermédio dos coeficientes (3.2-20) aplicados à equação (3.2-10).

2. Em ANDERSON (1982), e também em GRANT *et al.* (1985) e ANDERSON *et al.* (1993), trabalhos bases para a elaboração do conhecido programa computacional FLASH, elaborado em linguagem de programação BASIC pelo Grupo de Trabalho do IEEE, considera-se apenas a incidência das descargas junto à torre, posto que se assume que, independente dos parâmetros das descargas atmosféricas em estudo, devido aos efeitos de pré-descarga, as descargas a meio do vão não proporcionam sobretensões relevantes. Modela-se, portanto, somente a torre incidente e os vãos imediatamente adjacentes, ao final dos quais conecta-se uma impedância real equivalente, mas não com o sentido direto de casamento de impedâncias como se faz no programa CODIN, e sim se tentando representar aproximadamente o efeito dos demais vãos quando o tempo

de cálculo é igual ao tempo de frente da corrente de descarga atmosférica em estudo. O sistema de aterramento da torre também é modelado por uma impedância real e constante e as fases podem ser constituídas por somente feixes de cabos circulares convencionais.

Também apenas como informação complementar, considera-se nestes trabalhos somente descargas verticais e, semelhante ao caso do programa CODIN, utiliza-se a aproximada expressão (3.2-10), porém com os coeficientes (3.2-21) (ou os coeficientes (3.2-23), nas versões mais modernas do programa FLASH), para o cálculo do número total de descargas incidentes na linha. Considera-se somente a distribuição estatística da amplitude da corrente da descarga e faz-se somente o cálculo para o tempo de frente de $2 \mu\text{s}$, sendo também feita uma avaliação no tempo de $6 \mu\text{s}$.

3. Em PORTELA (1982), apresenta-se uma metodologia que permite considerar incidências de descargas a meio do vão e junto à torre da linha de transmissão. Considera-se tantos vãos quanto necessários, e estes são modelados por equações de ondas trafegantes, mas prefere-se modelar cada torre e seu respectivo sistema de aterramento por uma única impedância equivalente real e constante, em virtude das inerentes limitações do modelo de ondas trafegantes para a representação da propagação por estes elementos. Também se utilizam no desenvolvimento das equações básicas impedâncias de onda equivalentes das fases, representativas de um cabo ou feixe de cabos. A metodologia apresentada também permite considerar a variação do ângulo de incidência da descarga e as distribuições estatísticas dos parâmetros da corrente da descarga, além de também se calcular adequadamente a quantidade de descargas incidentes na linha por um processo do tipo “integração numérica” (vide item 8.2.2). Em linhas gerais, conclui-se que esta metodologia se constitui na mais robusta entre as três metodologias comentadas.

Portanto, considerando-se que, para o cálculo das sobretensões na linha, os efeitos das várias reflexões e refrações das ondas nas várias torres, designadamente na base e no topo de cada torre, são importantes, nem sempre se podendo considerar somente os vãos adjacentes ao ponto de incidência da descarga, assim como, dependendo das

características da corrente da descarga incidente, também às incidências a meio do vão podem ter considerável contribuição ao número total de curtos-circuitos na linha, decidiu-se elaborar um processo que permitisse modelar vãos e torres de forma mais detalhada, sem limitações de quantidade de vãos e de formato dos feixes de cabos, tal como se descreve neste Apêndice. Para tal, todavia, em função desta simplificada base de formulação no tempo que foi adotada, foram assumidos os seguintes condicionamentos:

- Considera-se que podem ser aplicadas as condições de simetria da linha, resultando nas características particulares das matrizes de impedâncias longitudinais e admitâncias transversais que levam à existência de um modo homopolar e de modos não homopolares, para as ondas positivas e negativas, referenciados, respectivamente, pelos índices h e d .
- Considera-se que a propagação pode ser caracterizada por impedâncias de onda, reais e constantes, e que a velocidade de propagação é constante e igual para as ondas homopolares e não homopolares. Além disso, assume-se que a atenuação é a mesma para as ondas homopolares e não homopolares*.
- No caso de uma descarga junto a uma torre, considera-se que esta torre e seu sistema de aterramento podem ser representados por impedâncias de onda reais, constantes, e iguais a Z_T e Z_{at} , respectivamente. Assume-se que a impedância Z_T pode ser aproximada pela relação entre a tensão e a corrente injetada no topo da torre, enquanto que a impedância Z_{at} é estimada a partir da relação entre a tensão e corrente total injetada na base na torre, sendo tais tensões e correntes calculadas pela metodologia desenvolvida no domínio da frequência apresentada no capítulo 5, considerando-se uma frequência ou uma parte do espectro de frequências representativos dos sinais do tipo atmosférico. Eventualmente, pode-se empregar uma expressão para o cálculo da impedância Z_{at} que tenha sido obtida por meio de resultados de medições experimentais confiáveis, e não se

* Para um espectro de frequências em que sejam “dominantes” frequências elevadas, do tipo associado à frente de onda da corrente da descarga atmosférica, tem-se praticamente as mesmas velocidades de propagação e atenuações para as ondas homopolares e não homopolares.

recomenda o emprego de expressões calculadas por formulações aproximadas de linhas de transmissão.

- Cada outra torre com seus respectivos sistemas de aterramento são tratados por meio do parâmetro equivalente Z_T' , com dimensão de impedância*, o qual é calculado de tal modo que sejam aproximadamente mantidos os níveis das máximas sobretensões nos pontos de interesse. Podem ser simuladas tantas torres quanto necessárias.
- No caso de uma descarga a meio do vão, valem as definições anteriores das impedâncias Z_T e Z_{at} para as torres imediatamente adjacentes e seus respectivos sistemas de aterramento. As demais torres são também modeladas pelo parâmetro Z_T' .
- O comprimento da linha é considerado muito grande em ambas as direções a partir do ponto de incidência da descarga, tal que podem ser desprezadas eventuais reflexões causadas pelos efeitos terminais da linha.
- Todas as torres têm a mesma altura e são igualmente espaçadas por um vão de comprimento l_{VT} .
- Não se considera a eventual ocorrência do efeito coroa nos cabos, o qual, naturalmente, provocaria uma forte distorção das ondas, usualmente com reduções na amplitude máxima e na inclinação da onda de tensão. Além disso, com a ocorrência do efeito coroa, as considerações anteriores de impedância de onda e velocidade de propagação constantes deixam de ser aplicáveis.

Deve-se ressaltar que, na metodologia proposta neste Apêndice, apenas se incluiu o modelo de linha de transmissão ideal e modelos de impedâncias reais e constantes.

* Apesar do elemento Z_T' ter a dimensão de impedância, e ser um número real, não é propriamente uma impedância, posto que advém da relação entre uma tensão e uma corrente no tempo, e a definição de impedância está associada à relação entre o complexo representativo de uma tensão e o complexo representativo de uma corrente, ambos calculados para uma determinada pulsação, e sendo o resultado em geral também um complexo.

Apesar de possível, não foram incluídos outros modelos, como, por exemplo, modelos de elementos não-lineares como chaves e pára-raios, ou ainda um modelo equivalente ao canal da descarga atmosférica, principalmente em função das imprecisões inerentes da modelagem de linha ideal no domínio do tempo, que não justificam generalização de modelagem, e porque tal providência é adequadamente tratada na metodologia desenvolvida no domínio da frequência apresentada no capítulo 5 . O mesmo se sucede para a análise de sobretensões na linha advindas de descargas atmosféricas indiretas, atingindo pontos no solo próximo à linha.

Na verdade, atribui-se à metodologia apresentada neste Apêndice uma maior robustez de cálculo em relação a outras metodologias tipicamente existentes e empregadas no Setor, e o reconhecido ganho de tempo computacional inerente às ferramentas desenvolvidas diretamente no domínio do tempo. Por outro lado, cumpre notar que, com a otimização de cálculo implementada no capítulo 5 e utilizando-se computadores atuais de porte normal, conseguiu-se simular no domínio da frequência o mesmo tipo de circuito elétrico abordado neste Apêndice com tempo computacional total não muito superior e ainda com maior precisão. Tal fato aponta uma tendência de emprego de soluções elaborados no domínio da frequência também para simples análises lineares como as aqui abordadas, e uma redução gradual dos tradicionais procedimentos simplificados elaborados no domínio do tempo.

A.2 Descargas nos cabos de fase

Considere-se a Figura A-1, onde uma descarga atmosférica, caracterizada por uma corrente $i(t)$, incide diretamente num cabo de fase de índice q de uma linha de transmissão, num ponto de coordenada x_1 ao longo da linha. Na fase com incidência, originam-se, inicialmente, duas ondas de corrente a partir do ponto de coordenada x_1 , tendo cada uma dessas ondas o valor $i(t)/2$.

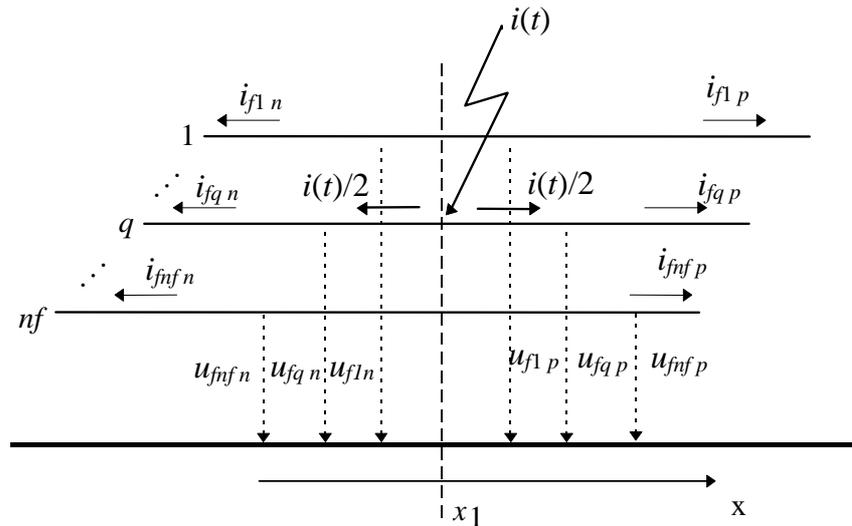


Figura A-1 - Tensões e correntes nos cabos de fase

Significam nessa figura:

nf - número total de fases;

$u_{f_k p}$ - tensão fase-terra na fase de índice k ($k = 1, 2, \dots, nf$), correspondente à onda positiva, que é suposta deslocando-se no sentido de x crescente;

$u_{f_k n}$ - tensão fase-terra na fase de índice k ($k = 1, 2, \dots, nf$), correspondente à onda negativa, que é suposta deslocando-se no sentido de x decrescente;

$i_{f_k p}$ - corrente na fase de índice k ($k = 1, 2, \dots, nf$), correspondente à onda positiva, que é suposta deslocando-se no sentido de x crescente;

$i_{f_k n}$ - corrente na fase de índice k ($k = 1, 2, \dots, nf$), correspondente à onda negativa, que é suposta deslocando-se no sentido de x decrescente.

Designando-se a seção transversal da linha onde $x = x_1$ pelo índice “0”, tem-se nesta seção:

$$\begin{cases} i_{f_q,0}(t) = i_{f_q p,0}(t) + i_{f_q n,0}(t) = i(t) \\ i_{f_k,0}(t) = i_{f_k p,0}(t) + i_{f_k n,0}(t) = 0 \quad , \quad \text{para } k \neq q \end{cases} \quad (\text{A.2-1})$$

Posto que existe a simetria da linha em relação à seção de índice “0”, até que ocorram eventuais fenômenos de reflexão, fica:

$$\begin{cases} i_{f_q p,0}(t) = i_{f_q n,0}(t) = \frac{i(t)}{2} \\ i_{f_k p,0}(t) = i_{f_k n,0}(t) = 0 \quad , \quad \text{para } k \neq q \end{cases} \quad (\text{A.2-2})$$

Tem-se então na seção “0”, por exemplo, para as ondas positivas, separando-se as parcelas relativas ao modo não homopolar, $i_{f_k p d,0}(t)$, e ao modo homopolar, $i_{p h,0}(t)$:

$$i_{f_k p,0}(t) = i_{f_k p d,0}(t) + i_{p h,0}(t) \quad , \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, nf \quad ; \quad (\text{A.2-3})$$

sendo:

$$i_{f_1 p d,0}(t) + i_{f_2 p d,0}(t) + \dots + i_{f_{nf} p d,0}(t) = 0 \quad ; \quad (\text{A.2-4})$$

donde são obtidos:

$$\begin{cases} i_{p h,0}(t) = \frac{i(t)}{2 nf} \\ i_{f_q p d,0}(t) = \frac{(nf - 1) i(t)}{2 nf} \\ i_{f_j p d,0}(t) = -\frac{i(t)}{2 nf} \quad , \quad \text{para } j \neq q \end{cases} \quad (\text{A.2-5})$$

Após algumas manipulações matemáticas, chega-se a:

$$\begin{cases} u_{f_q p,0}(t) = \left[\frac{Z_h + Z_d (nf - 1)}{2 nf} \right] i(t) \\ u_{f_j p,0}(t) = \left(\frac{Z_h - Z_d}{2 nf} \right) i(t) \quad , \quad \text{para } j \neq q \end{cases} \quad (\text{A.2-6})$$

Como, nas hipóteses consideradas, tem-se

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{1}{\sqrt{L_h C_h}} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \\ L_h = L_P + (nf - 1) L_M \\ L_d = L_P - L_M \end{array} \right. , \quad (A.2-7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_h = \sqrt{\frac{L_h}{C_h}} = L_h v = [L_P + (nf - 1) L_M] v \\ Z_d = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} = L_d v = (L_P - L_M) v \end{array} \right.$$

sendo respectivamente L_P e L_M o valor dos elementos diagonais e não diagonais da matriz de coeficientes de indução longitudinais em componentes de fase, por unidade de comprimento, vem:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{f_q,0}(t) = \frac{1}{2} L_P v i(t) = \frac{1}{2} Z_{ff_P} i(t) \\ u_{f_j,0}(t) = \frac{1}{2} L_M v i(t) = \frac{1}{2} Z_{ff_M} i(t) \quad , \quad \text{para } j \neq q \end{array} \right. . \quad (A.2-8)$$

Os parâmetros Z_{ff_P} e Z_{ff_M} podem ser interpretados como impedâncias de onda própria dos cabos de fase e mútua entre cabos de fase, respectivamente (vide item A.6).

Nota-se do grupo de equações (A.2-1) e (A.2-8) que, conforme as hipóteses consideradas, apesar das correntes nas fases não atingidas diretamente pela descarga serem nulas, as tensões fase-terra nestas fases não são nulas, assim como também ocorre na fase atingida diretamente.

Portanto, tem-se até que ocorram as primeiras reflexões ou escorvamento de arco, em um ponto de coordenada genérica x e num instante genérico t :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{f_q,x}(t) = u_{f_q,p,x}(t,x) = \frac{1}{2} Z_{ff_P} i \left(t - \frac{|x-x_1|}{v} \right) e^{-\frac{\alpha_\gamma |x-x_1|}{v}} \\ u_{f_j,x}(t) = u_{f_j,p,x}(t,x) = \frac{1}{2} Z_{ff_M} i \left(t - \frac{|x-x_1|}{v} \right) e^{-\frac{\alpha_\gamma |x-x_1|}{v}} \quad , \quad \text{para } j \neq q \end{array} \right. . \quad (A.2-9)$$

sendo α_γ o fator de atenuação do sinal.

Se a corrente $i(t)$ tem a forma de onda apresentada na Figura 2.4-9 e utilizando-se a função auxiliar $j(t)$ dada na equação (2.4-78), vem:

$$\begin{cases} u_{f_q,x}(t) = \frac{1}{2} Z_{ffP} I_o j\left(t - \frac{|x-x_1|}{v}\right) e^{-\frac{\alpha_\gamma |x-x_1|}{v}} \\ u_{f_j,x}(t) = \frac{1}{2} Z_{ffM} I_o j\left(t - \frac{|x-x_1|}{v}\right) e^{-\frac{\alpha_\gamma |x-x_1|}{v}} \end{cases}, \text{ para } j \neq q \quad (\text{A.2-10})$$

À tensão u de cada fase deve ser adicionada a tensão à frequência industrial aplicada à fase, u_{fi} , que pode aumentar ou diminuir o valor resultante, dependendo do ângulo $\omega_{fi} t$ e do ângulo de fase ϕ , resultando então as tensões totais u' iguais a:

$$\begin{cases} u'_{f_1,x}(t) = u_{f_1,x}(t) + u_{1fi}(\omega_{fi} t, \phi_1) \\ u'_{f_2,x}(t) = u_{f_2,x}(t) + u_{2fi}(\omega_{fi} t, \phi_2) \\ \vdots \\ u'_{f_{nf},x}(t) = u_{f_{nf},x}(t) + u_{nffi}(\omega_{fi} t, \phi_{nf}) \end{cases}; \quad (\text{A.2-11})$$

sendo

$$u_{i fi}(\omega_{fi} t, \phi_i) = \sqrt{2} U_{i fn rms} \sin(\omega_{fi} t + \phi_i) \quad (\text{A.2-12})$$

e sendo $U_{i fn rms}$ o valor [rms] da tensão fase-neutro, ω_{fi} a pulsação à frequência industrial e ϕ_i o ângulo de fase na fase de índice i .

De forma análoga, a diferença de tensão entre a fase q e uma outra fase j é dada por:

$$u'_{ff,x}(t) = u'_{f_q,x}(t) - u'_{f_j,x}(t) = u_{f_q,x}(t) - u_{f_j,x}(t) + u_{qfi}(\omega_{fi} t + \phi_q) - u_{jfi}(\omega_{fi} t + \phi_j). \quad (\text{A.2-13})$$

A.3 Descargas nos cabos pára-raios junto a uma torre

Para a análise da incidência de uma descarga atmosférica caracterizada por uma corrente $i(t)$ nos cabos pára-raios junto à torre, considere-se separadamente os cabos pára-raios e os cabos de fase, ou seja, considere-se os cabos pára-raios em conjunto e os cabos de fase em conjunto, mas separadamente os dois conjuntos, de acordo com o esquema mostrado na Figura A-2. A torre com incidência da descarga foi indicada pelo índice "0".

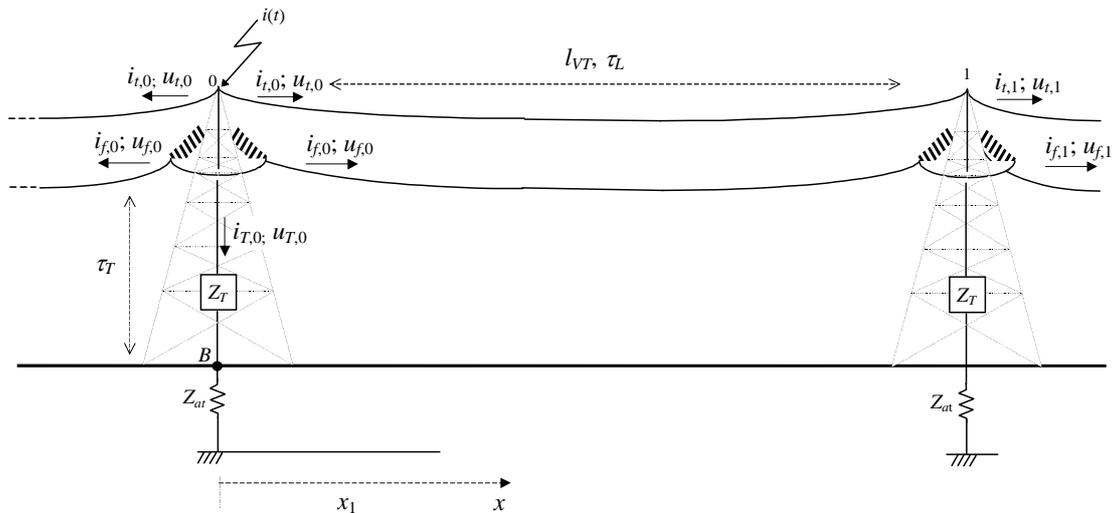


Figura A-2 - Tensões e correntes nos cabos pára-raios e nas fases quando da incidência da corrente $i(t)$ nos cabos pára-raios junto à torre

Nessa figura, representam:

$u_{t,0}$ - tensão fase-terra nos cabos pára-raios, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”;

$u_{f,0}$ - tensão fase-terra nos cabos de fase, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”, sendo os valores correspondente a cada fase de índice i dados por $u_{f_i,0}$, onde $i = 1, 2, \dots, nf$;

$u_{T,0}$ - tensão fase-terra na torre de índice “0”, junto ao ponto “0”;

$i_{t,0}$ - corrente nos cabos pára-raios, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”;

$i_{f,0}$ - corrente nos cabos de fase, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”, sendo os valores correspondente a cada fase de índice i dados por $i_{f_i,0}$, onde $i = 1, 2, \dots, nf$;

$i_{T,0}$ - corrente na torre de índice “0”, junto ao ponto “0”;

$u_{t,1}$ - tensão fase-terra nos cabos pára-raios, imediatamente à direita da torre de índice “1”;

$u_{f,1}$ - tensão fase-terra nos cabos de fase, imediatamente à direita da torre de índice “1”, sendo os valores correspondente a cada fase de índice i dados por $u_{f_i,1}$, onde $i = 1, 2, \dots, nf$;

$i_{t,1}$ - corrente nos cabos pára-raios, imediatamente à direita da torre de índice “1”;

$i_{f,1}$ - corrente nos cabos de fase, imediatamente à direita da torre de índice “1”, sendo os valores correspondente a cada fase de índice i dados por $i_{f_i,1}$, onde $i = 1, 2, \dots, nf$;

τ_T - tempo de propagação do ponto de descarga à base da torre, isto é, $\tau_T = H / v_T$, sendo v_T a velocidade de propagação na torre;

H - altura da torre;

τ_L - tempo de propagação das ondas entre duas torres consecutivas, isto é, $\tau_L = l_{VT} / v_L$, sendo v_L a velocidade de propagação nos cabos.

Designando-se agora:

$u_{ip,0}$, $u_{m,0}$ - tensões nos cabos pára-raios, correspondentes às ondas positiva e negativa, respectivamente, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”;

$i_{ip,0}$, $i_{m,0}$ - correntes nos cabos pára-raios, correspondentes às ondas positiva e negativa, respectivamente, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”;

$u_{f_{ip},0}$, $u_{f_{in},0}$ - tensões no cabo da fase de índice i , correspondentes às ondas positiva e negativa, respectivamente, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”;

$i_{f_{ip},0}$, $i_{f_{in},0}$ - correntes no cabo da fase de índice i , correspondentes às ondas positiva e negativa, respectivamente, imediatamente à direita e à esquerda da torre de índice “0”;

$u_{Tp,0}$, $u_{Tn,0}$ - tensões junto à torre de índice “0”, correspondentes às ondas positiva e negativa, respectivamente;

$i_{Tp,0}$, $i_{Tn,0}$ - correntes junto à torre de índice “0”, correspondentes às ondas positiva e negativa, respectivamente;

tem-se num ponto de coordenada x e no instante t :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{t,0}(x,t) = u_{tp,0}(x,t) + u_{tn,0}(x,t) \\ i_{t,0}(x,t) = i_{tp,0}(x,t) + i_{tn,0}(x,t) \\ u_{fi,0}(x,t) = u_{fip,0}(x,t) + u_{fin,0}(x,t) \\ i_{fi,0}(x,t) = i_{fip,0}(x,t) + i_{fin,0}(x,t) \\ u_{T,0}(t) = u_{Tp,0}(t) + u_{Tn,0}(t) \\ i_{T,0}(t) = i_{Tp,0}(t) + i_{Tn,0}(t) \end{array} \right. ; \quad (A.3-1)$$

sendo

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{tp,0}(x,t) = Z_{th} i_{tp,0}(x,t) + \sum_{i=1}^{nf} Z_{fih} i_{fip,0}(x,t) \\ u_{tn,0}(x,t) = -Z_{th} i_{tn,0}(x,t) - \sum_{i=1}^{nf} Z_{fih} i_{fin,0}(x,t) \\ u_{fip,0}(x,t) = Z_{fih} i_{tp,0}(x,t) + Z_{fifih} i_{fip,0}(x,t) \\ u_{fin,0}(x,t) = -Z_{fih} i_{tn,0}(x,t) - Z_{fifih} i_{fin,0}(x,t) \end{array} \right. , \quad (A.3-2)$$

onde significam:

Z_{th} - impedância de onda própria do conjunto dos cabos pára-raios para o modo homopolar (vide item A.6).

Z_{fih} e Z_{fifih} - impedâncias de onda mútuas entre o conjunto dos cabos pára-raios e o cabo da fase de índice i para o modo homopolar (vide item A.6).

Seja agora a Figura A-3, na qual designou-se por índices inteiros consecutivos, positivos (+ k), as torres à direita da torre onde incide a descarga ($k = 0$), e negativos, em sentido oposto (- k), as torres à esquerda da torre onde incide a descarga.

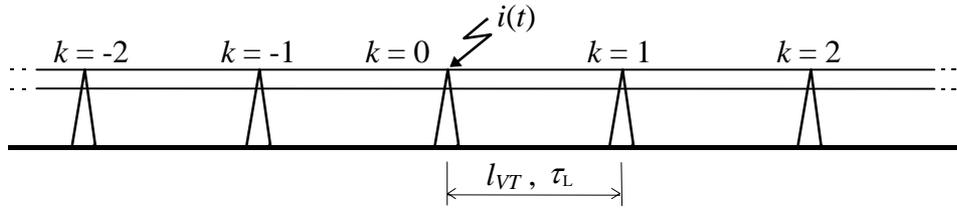


Figura A-3 - Designação dos índices das torres

De acordo com as relações entre as tensões e as correntes na torre de índice “0” e sua vizinhança imediata e, além disto, não havendo escorvamento de arco na cadeia de isoladores (ou no isolador) e atendendo à simetria da propagação nos dois sentidos a partir da torre de índice “0”, tem-se nesta torre:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2[i_{ip,0}(t) + i_{in,0}(t)] + i_{Tp,0}(t) + i_{Tn,0}(t) = i(t) \\ i_{ip,0}(t) + i_{in,0}(t) = \frac{u_{ip,0}(t)}{Z_{th}} - \frac{u_{in,0}(t)}{Z_{th}} \\ i_{Tp,0}(t) + i_{Tn,0}(t) = \frac{u_{Tp,0}(t)}{Z_T} - \frac{u_{Tn,0}(t)}{Z_T} \\ u_{ip,0}(t) + u_{in,0}(t) = u_{Tp,0}(t) + u_{Tn,0}(t) \\ 2[i_{fp,i,0}(t) + i_{fn,i,0}(t)] = 0 \quad , \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, nf \end{array} \right. \quad (A.3-3)$$

Pode-se também demonstrar, para todos os cabos de fase, que:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{fp,k-1}(t - \tau_L) = i_{fp,k}(t) \\ i_{fn,k-1}(t + \tau_L) = i_{fn,k}(t) \end{array} \right. ; \quad (A.3-4)$$

sendo $i_{fp,k}$ e $i_{fn,k}$ as correntes nos cabos de fase, correspondentes às ondas positiva e negativa, respectivamente, imediatamente à direita da torre de índice k .

O grupo de equações (A.3-4) traduz, nas hipóteses consideradas, que, se antes do início da corrente de descarga na torre de índice “0” as correntes nos cabos de fase eram nulas, essas correntes continuam nulas, isto é:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{fp,k}(t) = 0 \\ i_{fn,k}(t) = 0 \end{array} \right. \quad (A.3-5)$$

Portanto, considerando-se somente as correntes nos cabos pára-raios, nota-se também que, embora as correntes nos cabos de fase sejam nulas, as tensões entre os cabos de fase e a terra, associadas ao fenômeno em análise, não são nulas, como será descrito a seguir.

a) Para $t \leq 2\tau_T$ e $t \leq 2\tau_L$:

Neste caso, nenhuma reflexão na base da torre de índice “0” (ponto *B* da Figura A-2) nem nas torres adjacentes alcançou o ponto “0”, logo:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{m,0}(t) = i_{Tn,0}(t) = u_{m,0}(t) = u_{Tn,0}(t) = 0 \\ 2 i_{ip,0}(t) + i_{Tp,0}(t) = i(t) \\ i_{ip,0}(t) = \frac{u_{ip,0}(t)}{Z_{th}} \\ i_{Tp,0}(t) = \frac{u_{ip,0}(t)}{Z_T} \\ u_{ip,0}(t) = u_{Tp,0}(t) \end{array} \right. ; \quad (A.3-6)$$

donde são obtidos:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{ip,0}(t) = u_{Tp,0}(t) = Z_{I1} i(t) = Z_T \delta_0 i(t) \\ i_{ip,0}(t) = \alpha_0 i(t) \\ i_{Tp,0}(t) = \delta_0 i(t) \end{array} \right. ; \quad (A.3-7)$$

sendo

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{I1} = \frac{Z_T Z_{th}}{2 Z_T + Z_{th}} \\ \alpha_0 = \frac{Z_T}{2 Z_T + Z_{th}} \\ \delta_0 = \frac{Z_{th}}{2 Z_T + Z_{th}} \end{array} \right. . \quad (A.3-8)$$

Na base da torre, levando-se em conta a reflexão, tem-se:

$$\begin{cases} \frac{u_{Tp,0}(t-\tau_T)}{Z_T} - \frac{u_{Tn,0}(t+\tau_T)}{Z_T} = \frac{u_{B,0}(t)}{Z_{at}} \\ u_{Tp,0}(t-\tau_T) + u_{Tn,0}(t+\tau_T) = u_{B,0}(t) \end{cases} \quad (\text{A.3-9})$$

Unindo-se as equações (A.3-7) e (A.3-9), vem:

$$\begin{cases} u_{Tn,0}(t+\tau_T) = -\beta_R u_{Tp,0}(t-\tau_T) = -\delta_0 \beta_R Z_T i(t-\tau_T) \\ i_{Tn,0}(t+\tau_T) = \beta_R i_{Tp,0}(t-\tau_T) = \delta_0 \beta_R i(t-\tau_T) \\ u_{B,0}(t+\tau_T) = \alpha_R Z_{I1} i(t) \end{cases} \quad ; \quad (\text{A.3-10})$$

sendo:

$$\begin{cases} \beta_R = \frac{Z_T - Z_{at}}{Z_T + Z_{at}} \\ \alpha_R = \frac{2 Z_{at}}{Z_T + Z_{at}} \end{cases} \quad (\text{A.3-11})$$

b) Para $t \leq 4\tau_T$ e $t \leq 2\tau_L$:

Neste caso, considera-se que a primeira reflexão na base da torre de índice “0” já alcançou o ponto “0”, portanto:

$$\begin{cases} i_{Tp,0}(t) = \delta_0 i(t) + \delta_0 \beta_R \beta_S i(t-2\tau_T) \\ i_{Tn,0}(t) = \delta_0 \beta_R i(t-2\tau_T) \end{cases} \quad ; \quad (\text{A.3-12})$$

sendo:

$$\beta_S = \frac{2 Z_T - Z_{uh}}{2 Z_T + Z_{uh}} \quad (\text{A.3-13})$$

Combinando-se as equações (A.3-12) com as equações (A.3-3), vem:

$$\begin{cases} i_{m,0}(t) = u_{m,0}(t) = 0 \\ i_{ip,0}(t) = \alpha_0 i(t) - \frac{Z_{W1}}{Z_{uh}} i(t-2\tau_T) \\ u_{ip,0}(t) = Z_{I1} i(t) - Z_{W1} i(t-2\tau_T) \end{cases} \quad ; \quad (\text{A.3-14})$$

sendo:

$$\begin{cases} Z_{W1} = Z_{th} \delta_0 \beta_R \alpha_T \\ \alpha_T = \frac{2 Z_T}{2 Z_T + Z_{th}} \end{cases} . \quad (\text{A.3-15})$$

c) Para $t \leq 2\tau_L$:

Neste caso, deve-se considerar as sucessivas reflexões que ocorrerão na base da torre, o que significa repetir o processo do item b algumas vezes. Vem então:

$$\begin{cases} i_{m,0}(t) = u_{m,0}(t) = 0 \\ i_{p,0}(t) = \alpha_0 i(t) - \frac{Z_{W1}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} ; \\ u_{p,0}(t) = Z_{I1} i(t) - Z_{W1} \sum_{n=1}^N i(t - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} \end{cases} \quad (\text{A.3-16})$$

sendo

$$\varphi = \beta_R \beta_S \quad (\text{A.3-17})$$

e

$$N \leq \frac{t}{2\tau_T} . \quad (\text{A.3-18})$$

Da mesma forma, na base da torre tem-se:

$$u_{B,0}(t + \tau_T) = \alpha_R Z_{I1} \sum_{n=0}^N i(t - 2n\tau_T) \varphi^n . \quad (\text{A.3-19})$$

d) Para $t > 2\tau_L$:

Para tempos desta ordem, há que se considerar para o cálculo da tensão no ponto de incidência da descarga a contribuição das reflexões nas torres adjacentes (torres de índices “-1” e “1”) e, dependendo do valor de t , também das reflexões nas torres mais afastadas (torres de índices “-2” e “2” e assim sucessivamente). Ademais, deve-se

considerar as reflexões nas bases das torres. É obvio, portanto, que se trata de um complexo processo de refração e reflexão de ondas.

Apesar disso, visando obter-se uma solução mais simples, suponha-se inicialmente que a impedância de onda da torre de índice “0” (Z_T) e sua impedância de aterramento (Z_{at}) possam ser substituídas por uma única “impedância” equivalente, denominada Z_T' , tal que, sem considerar as reflexões oriundas das outras torres, a tensão obtida no topo desta torre seja a mesma quando são consideradas as impedâncias Z_T e Z_{at} . Nesse caso, ter-se-ia na torre de índice “0”:

$$\begin{cases} 2 [i_{ip,0}(t) + i_{in,0}(t)] + \frac{u_{ip,0}(t) + u_{in,0}(t)}{Z_T'} = i(t) \\ i_{ip,0}(t) + i_{in,0}(t) = \frac{u_{ip,0}(t)}{Z_{th}} - \frac{u_{in,0}(t)}{Z_{th}} \end{cases} ; \quad (A.3-20)$$

donde, para $t < 2\tau_L$, são obtidos:

$$\begin{cases} i_{ip,0}(t) = \alpha_1 i(t) \\ u_{ip,0}(t) = Z_{I2} i(t) \end{cases} ; \quad (A.3-21)$$

sendo:

$$\begin{cases} Z_{I2} = \frac{Z_T' Z_{th}}{2 Z_T' + Z_{th}} \\ \alpha_1 = \frac{Z_T'}{2 Z_T' + Z_{th}} \end{cases} . \quad (A.3-22)$$

Comparando-se as equações (A.3-21) com as equações (A.3-16), tal que a tensão $u_{ip,0}(t)$ seja a mesma, deve ser:

$$Z_{I2} = Z_{I1} - \frac{Z_{W1}}{i(t)} \sum_{n=1}^N i(t - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} . \quad (A.3-23)$$

Além disso, das equações (A.3-22), obtém-se a seguinte relação entre Z_T' e Z_{I2} :

$$Z_T' = \frac{Z_{th} Z_{I2}}{Z_{th} - 2 Z_{I2}} . \quad (A.3-24)$$

Nota-se das equações (A.3-23) e (A.3-24) que, claramente, as “impedâncias” Z_{l2} e Z_T' passam a ser funções do tempo. De fato, nessa situação, onde se observa uma variação entre um parâmetro real ao longo do tempo, a definição de impedância perde sentido, já que esta está associada à relação entre o complexo representativo de uma tensão e o complexo representativo de uma corrente, ambos calculados para uma determinada pulsação ω e resultando em um valor em geral complexo, possuindo então a impedância uma variação com a pulsação e não com o tempo (vide item 4.2). Apesar de na literatura várias definições serem utilizadas diretamente no domínio do tempo em situações como essa, usando-se termos como, por exemplo, “impedância de surto transitória” ou “impedância de surto” (GRCEV, 2004), prefere-se neste trabalho não usar nenhuma destas designações sem base física concreta, mas somente o termo “parâmetro”.

Portanto, para exemplificação de valores dos parâmetros Z_{l2} e Z_T' , suponha-se que a corrente de descarga tenha a forma dada na Figura 2.4-9 e considerem-se os seguintes dados:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_T = 0,14 \mu s \\ Z_{at} = 25 \Omega \\ Z_T = 140 \Omega \\ Z_{th} = 334 \Omega \\ I_o = 1 kA \\ \alpha = 0 \end{array} \right. .$$

Empregando-se tais valores, foram obtidos os resultados mostrados nas Figura A-4 e Figura A-5, donde se percebe claramente a variação dos parâmetros Z_{l2} e Z_T' com o tempo.

É interessante observar na Figura A-4 o decréscimo do valor máximo de $u_{p,0}$ na medida em que se aumenta o tempo de frente, o qual também se repetirá na análise da incidência da descarga a meio do vão. Esta conclusão é importante, e aponta a existência de amplitudes críticas da corrente da descarga atmosférica, em função do tempo de frente, a partir da qual ocorre o escorvamento na linha. Este aspecto encontra-se em maiores detalhes no item 8.2.2 .

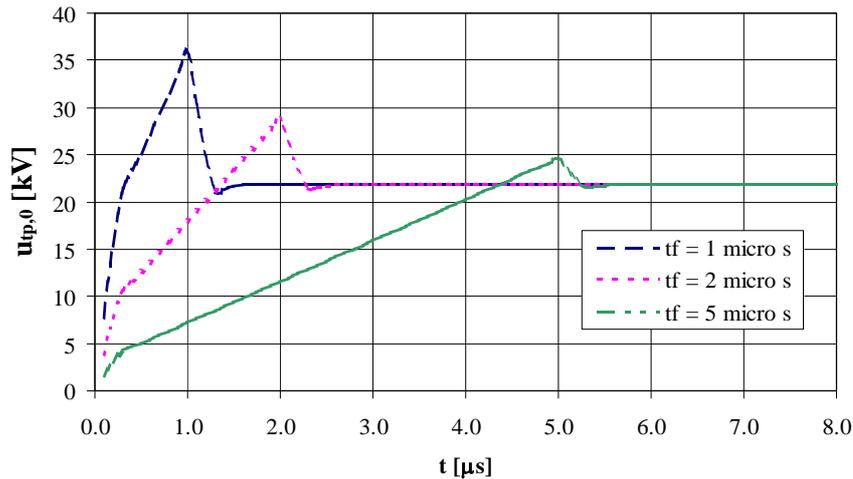


Figura A-4 - Variação da tensão $u_{tp,0}$ com o tempo, para tempos de frente t_f iguais a 1, 2 e 5 μs

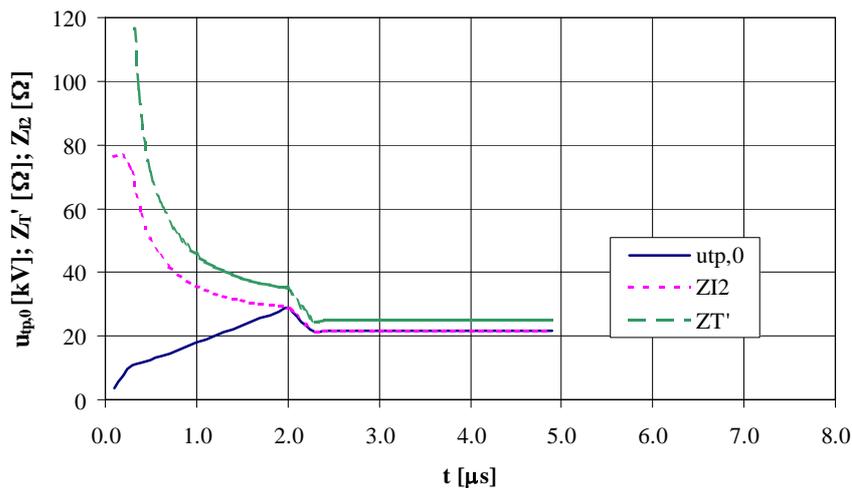


Figura A-5 - Variação dos parâmetros Z_T' e Z_{I2} e da tensão $u_{tp,0}$ com o tempo, para um tempo de frente $t_f = 2 \mu\text{s}$

Obviamente, quando são consideradas as reflexões das torres adjacentes que chegam ao ponto “0”, pode-se obter mudanças nessas curvas para tempos superiores a $2\tau_L$. Da mesma forma, quando são desenvolvidas expressões semelhantes de Z_T' para as outras torres da linha, mesmo tomando-se como referência o instante em que a onda de tensão inicial alcança a torre, e considerando-se as diversas reflexões ocorrentes, pode-se obter também variações de Z_T' diferentes no tempo.

Dessa forma, utilizando-se o parâmetro Z_T' , tendo em vista considerar a faixa dos tempos de frente das ondas de corrente com probabilidade significativa de ocorrência, desenvolveu-se as equações para as ondas de corrente resultantes negativa e positiva, imediatamente à direita e à esquerda do ponto de incidência, respectivamente $i'_{tp,0}(t)$ e $i'_{m,0}(t)$, resultantes das ondas de correntes iniciais $i_{tp,0}(t)$ calculadas pela equação (A.3-16), considerando-se as torres de índices “0” a “5” (vide Figura A-6). A extensão dessas equações para um número maior de torres é análoga.

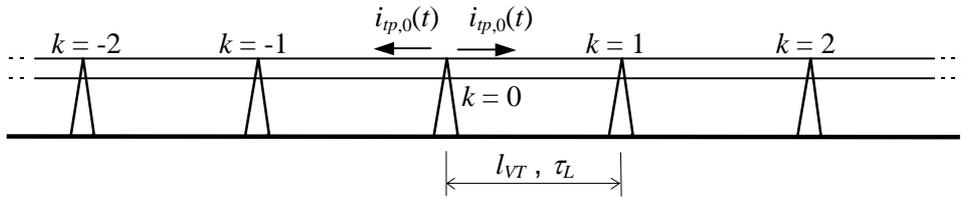


Figura A-6 - Correntes $i_{tp,0}(t)$ dando início ao processo de propagação

O princípio básico desse desenvolvimento fincou-se no fato de que, considerando-se somente uma onda de corrente positiva incidindo numa torre de índice k , sendo $k = 1, 2, 3, 4$ ou 5 , sem que haja onda de corrente negativa imediatamente à direita desta torre de índice k , tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{tp,k-1}(t - \tau_L) + u_{m,k-1}(t + \tau_L) = u_{tp,k}(t) \\ i_{tp,k-1}(t - \tau_L) + i_{m,k-1}(t + \tau_L) = \frac{u_{tp,k-1}(t - \tau_L)}{Z_{th}} - \frac{u_{m,k-1}(t + \tau_L)}{Z_{th}} ; \\ i_{tp,k-1}(t - \tau_L) + i_{m,k-1}(t + \tau_L) = \frac{u_{tp,k}(t)}{Z_T'} + \frac{u_{tp,k}(t)}{Z_{th}} \end{array} \right. ; \quad (A.3-25)$$

donde são obtidas as ondas de corrente refletida e refratada na torre de índice k , respectivamente $i_{m,k-1}(t - \tau_L)$ e $i_{tp,k}(t)$, por:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{m,k-1}(t - \tau_L) = \beta_T i_{tp,k-1}(t - \tau_L) ; \\ i_{tp,k}(t) = \gamma i_{tp,k-1}(t - \tau_L) \end{array} \right. ; \quad (A.3-26)$$

onde os coeficientes de reflexão β_T e refração γ são iguais a

$$\begin{cases} \beta_T = \frac{Z_{th}}{Z_{th} + 2Z'_T} \\ \gamma = \frac{2Z'_T}{Z_{th} + 2Z'_T} = 1 - \beta_T \end{cases} \quad . \quad (A.3-27)$$

Além disso, na torre de índice “0”, para uma onda de corrente negativa que chega, deve-se respeitar as condições:

$$\begin{cases} 2 [i_{p,0}(t) + i_{m,0}(t)] = \frac{u_{p,0}(t) + u_{m,0}(t)}{Z'_T} \\ i_{p,0}(t) + i_{m,0}(t) = \frac{u_{p,0}(t)}{Z_{th}} - \frac{u_{m,0}(t)}{Z_{th}} \end{cases} ; \quad (A.3-28)$$

com as quais se obtém uma onda de corrente, no sentido positivo, resultante da reflexão dessa onda negativa, dada por

$$i_{p,0}(t) = \lambda i_{m,0}(t) \quad , \quad (A.3-29)$$

sendo o novo coeficiente de reflexão λ igual a

$$\lambda = \frac{Z_{th} - 2Z'_T}{Z_{th} + 2Z'_T} = 2\beta_T - 1 \quad . \quad (A.3-30)$$

Conhecendo-se então esses coeficientes de reflexão e refração β_T , γ e λ , construiu-se o diagrama de “treliças” dado na Figura A-7, a partir do qual obteve-se finalmente as equações:

$$\begin{cases} i'_{p,0}(t) = i_{p,0}(t) + f_1 i_{p,0}(t - 2\tau_L) + f_2 i_{p,0}(t - 4\tau_L) + f_3 i_{p,0}(t - 6\tau_L) + \\ \quad f_4 i_{p,0}(t - 8\tau_L) + f_5 i_{p,0}(t - 10\tau_L) \\ i'_{m,0}(t) = g_1 i_{p,0}(t - 2\tau_L) + g_2 i_{p,0}(t - 4\tau_L) + g_3 i_{p,0}(t - 6\tau_L) + \\ \quad g_4 i_{p,0}(t - 8\tau_L) + g_5 i_{p,0}(t - 10\tau_L) \end{cases} ; \quad (A.3-31)$$

sendo as funções f e g dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l}
f_1 = \lambda g_1 \\
f_2 = \lambda g_2 \\
f_3 = \lambda g_3 \\
f_4 = \lambda g_4 \\
f_5 = \lambda g_5 \\
g_1 = \beta_T \\
g_2 = \beta_T^2 \lambda + \beta_T \gamma^2 \\
g_3 = \beta_T^3 (\lambda^2 + \gamma^2) + 2 \beta_T^2 \gamma^2 \lambda + \beta_T \gamma^4 \\
g_4 = \beta_T^5 \gamma^2 + \beta_T^4 (\lambda^3 + 2 \lambda \gamma^2) + \beta_T^3 (3 \lambda^2 \gamma^2 + 3 \gamma^4) + 3 \beta_T^2 \lambda \gamma^4 + \beta_T \gamma^6 \\
g_5 = \beta_T^7 \gamma^2 + 2 \beta_T^6 \lambda \gamma^2 + \beta_T^5 (\lambda^4 + 3 \lambda^2 \gamma^2 + 4 \gamma^4) + \beta_T^4 (7 \lambda \gamma^4 + 4 \lambda^3 \gamma^2) \\
\quad + \beta_T^3 (6 \lambda^2 \gamma^4 + 5 \gamma^6) + 4 \beta_T^2 \lambda \gamma^6 + \beta_T \gamma^8
\end{array} \right. \quad . \quad (\text{A.3-32})$$

Tem-se então a tensão resultante nos cabos pára-raios junto à torre de índice “0” igual a:

$$u_{i,0}(t) = u_{ip,0}(t) + u_{m,0}(t) = Z_{th} \cdot [i'_{ip,0}(t) - i'_{m,0}(t)]. \quad (\text{A.3-33})$$

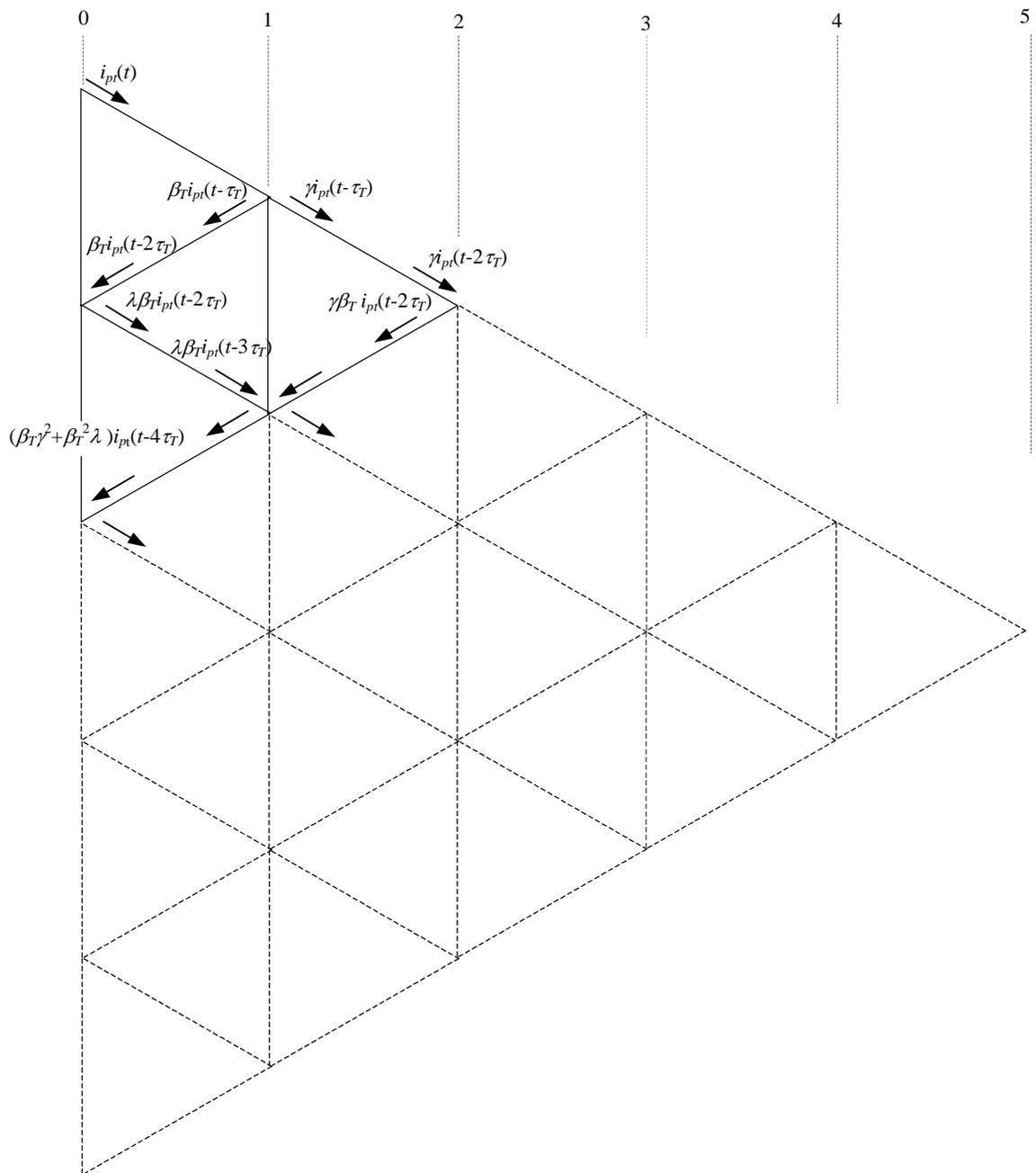


Figura A-7 - Diagrama de “treliças” para uma onda de corrente positiva $i_{pi}(t)$ que parte da torre de índice “0” (parcialmente representado)

O problema relacionado ao uso das equações (A.3-33) é calcular o valor adequado do parâmetro Z_T' para cada tempo t , posto que se observa uma variação no tempo. Em princípio, poder-se-ia estabelecer formulações matemáticas e procedimentos iterativos os mais refinados possíveis. Todavia, para as propostas desta simplificada metodologia de análise de desempenho a descargas atmosféricas diretamente no domínio do tempo, além da intrínseca imprecisão do conhecimento da distribuição da densidade de

descargas para o solo e da distribuição da incidência das descargas ao longo do vão, entre outros aspectos, decidiu-se estabelecer o seguinte critério quando do cálculo da tensão $u_{t,0}$ para um determinado tempo t :

- Calcula-se o parâmetro Z_{T2} pela equação (A.3-23).
- Em função desse valor de Z_{T2} , calcula-se o parâmetro Z_T' pela equação (A.3-24).
- Com esse valor de Z_T' calcula-se os valores das funções f e g dadas nas equações (A.3-32).
- Empregam-se as equações (A.3-31) e (A.3-33).

Outro aspecto a ser levado em conta refere-se à distância entre o ponto de incidência da descarga na torre (ponto de fixação do cabo pára-raios) e o ponto de fixação da cadeia de isoladores de cada fase. Isto é, para cada fase de índice i , dado o tráfego das ondas do ponto de incidência da descarga até o ponto de fixação da cadeia de isoladores desta fase, a tensão $u_{t,0}$ não é efetivamente igual à tensão neste ponto, $u_{t_i,0}$.

Portanto, em princípio, ter-se-ia que se considerar tanto o tempo de propagação entre estes dois pontos quanto a alteração da forma da onda. Contudo, após algumas análises preliminares considerando-se interpolações lineares entre as tensões no topo da torre e na base da torre para a estimativa da tensão $u_{t,0}$, observou-se que se incorre em erros menores ao apenas considerar-se a tensão $u_{t,0}$ defasada do tempo de tráfego até o ponto de fixação da cadeia de isoladores da fase, ou seja:

$$u_{t,0}(t) \cong u_{t,0}(t - \tau_{Ti}) \quad ; \quad (A.3-34)$$

sendo:

τ_{Ti} - tempo de propagação da onda de tensão do topo da torre ao ponto de fixação da cadeia de isoladores da fase de índice i :

$$\tau_{Ti} \cong \frac{h_i}{v_T} \quad ; \quad (A.3-35)$$

h_i - diferença de altura entre o topo da torre e a altura do ponto de fixação da cadeia de isoladores da fase de índice i [m].

Para que se obtenha a tensão entre a fase de índice i e o ponto de fixação da cadeia de isoladores desta fase, consideram-se as relações dadas nas equações (A.3-2) e (A.3-5), donde se obtém:

$$u_{f_i-t,0}(t) = u_{f_i,0}(t) - u_{t_i,0}(t) = \frac{Z_{f_i t h}}{Z_{t h}} u_{t,0}(t) - u_{t_i,0}(t) \quad . \quad (\text{A.3-36})$$

Ao valor de $u_{f_i-t,0}$ dado nessa equação deve-se ainda adicionar a tensão à frequência industrial existente na respectiva fase, $u_{i f_i}$, do tipo dado na equação (A.2-12), resultando:

$$u'_{f_i-t,0}(t) = \frac{Z_{f_i t h}}{Z_{t h}} u_{t,0}(t) - u_{t_i,0}(t) + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i) \quad ; \quad (\text{A.3-37})$$

sendo, portanto, de acordo com as equações anteriores:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{t,0}(t) = Z_{t h} \left[q(t) + (f_1 - g_1) q(t - 2 \tau_L) + (f_2 - g_2) q(t - 4 \tau_L) + \right. \\ \left. (f_3 - g_3) q(t - 6 \tau_L) + (f_4 - g_4) q(t - 8 \tau_L) + (f_5 - g_5) q(t - 10 \tau_L) + \dots \right] \\ q(t) = \alpha_0 i(t) - \frac{Z_{W1}}{Z_{t h}} \sum_{n=1}^N i(t - 2 n \tau_T) \varphi^{n-1} \\ u_{t_i,0}(t) = u_{t,0}(t - \tau_{T_i}) \end{array} \right. \quad . \quad (\text{A.3-38})$$

Se a corrente $i(t)$ tem a forma de onda apresentada na Figura 2.4-9 e utiliza-se a função auxiliar $j(t)$ dada na equação (2.4-78), pode-se escrever:

$$u'_{f_i-t,0}(t) = I_o \eta_i(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{t h}, Z_{f_i t h}, Z_{a t}, h_i, H_t) + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i) \quad ; \quad (\text{A.3-39})$$

sendo:

$$\eta_i = \frac{Z_{f_i t h}}{Z_{t h}} v_{t,0}(t) - v_{t_i,0}(t) \quad (\text{A.3-40})$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{i,0}(t) = Z_{th} \left[p(t) + (f_1 - g_1) p(t - 2\tau_L) + (f_2 - g_2) p(t - 4\tau_L) + \right. \\ \left. (f_3 - g_3) p(t - 6\tau_L) + (f_4 - g_4) p(t - 8\tau_L) + (f_5 - g_5) p(t - 10\tau_L) + \dots \right] \\ p(t) = \alpha_0 j(t) - \frac{Z_{w1}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N j(t - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\ v_{i,0}(t) = v_{i,0}(t - \tau_{Ti}) \end{array} \right. .$$

(A.3-41)

A.4 Descargas simétricas nos cabos pára-raios a meio do vão

Para esta análise de incidência direta de uma descarga atmosférica caracterizada pela corrente $i(t)$ nos cabos pára-raios a meio do vão, considere-se que, no caso de haver mais de um cabo pára-raios, e estes estejam bem próximos, a descarga ocorre simultaneamente entre todos eles de forma simétrica, e tal que sejam admitidas condições de propagação correspondentes ao modo homopolar.

Considere-se também as mesmas hipóteses simplificativas dadas no início do item A.3 e designe-se por um índice $k = 0$ a seção transversal da linha onde incide a descarga e por índices inteiros consecutivos positivos ($+k$) as torres à direita desta seção e, negativos ($-k$), em sentido oposto, as torres à esquerda desta seção, como se mostra nas Figura A-8 e Figura A-9.

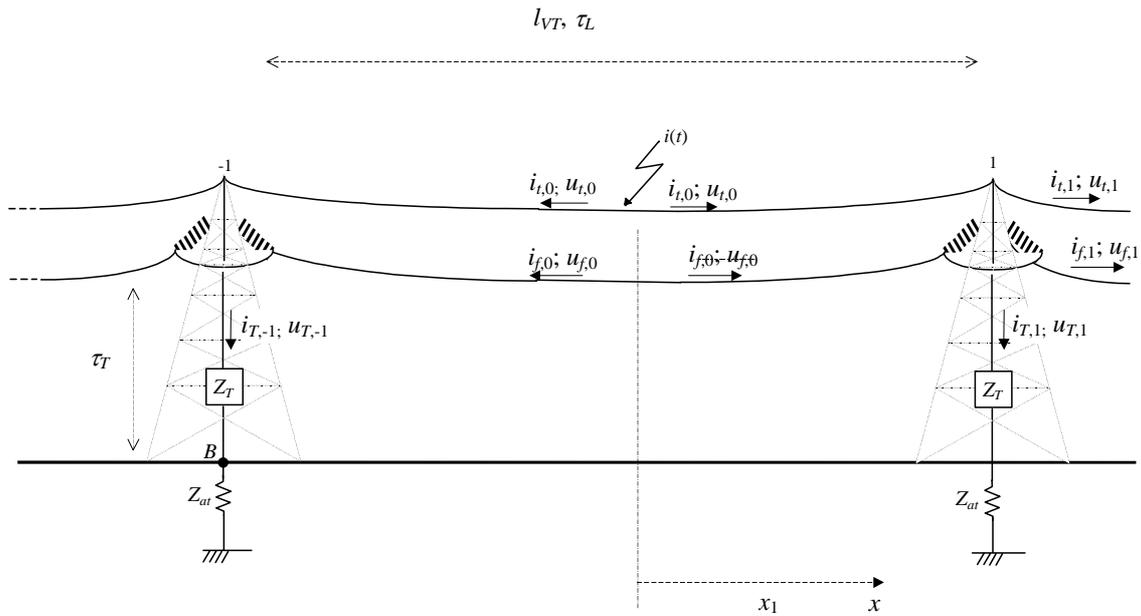


Figura A-8 - Tensões e correntes nos cabos pára-raios e nas fases quando da incidência simétrica da corrente $i(t)$ nos cabos pára-raios a meio do vão

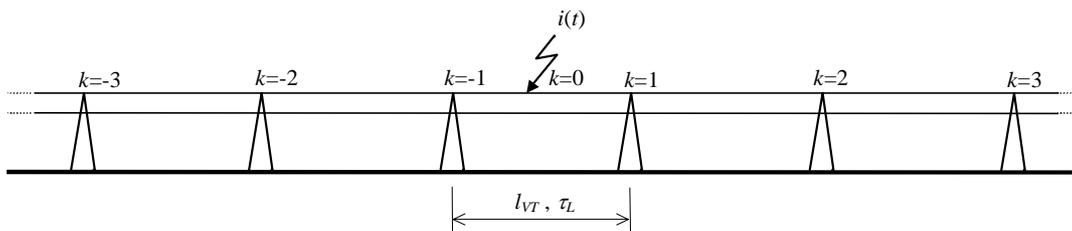


Figura A-9 - Designação dos índices das torres

A.4.1 Análise a meio do vão

De acordo com as relações entre as correntes no ponto “0” e sua vizinhança imediata e, além disto, não havendo escorvamento de arco no espaçamento no ar entre cabos de fase e cabos pára-raios e atendendo à simetria da propagação nos dois sentidos, tem-se, neste ponto:

$$\begin{cases} i_{ip,0}(t) + i_{m,0}(t) = \frac{i(t)}{2} \\ i_{ip,0}(t) + i_{m,0}(t) = \frac{u_{ip,0}(t)}{Z_{uh}} - \frac{u_{m,0}(t)}{Z_{uh}} \\ i_{fp,0}(t) + i_{fn,0}(t) = 0 \quad , \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, nf \end{cases} \quad (A.4-1)$$

Da mesma forma, tem-se na torre de índice “1”:

$$\left\{ \begin{array}{l}
i_{ip,0}(t-0,5\tau_L) + i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = i_{Tp,1}(t) + i_{Tn,1}(t) + i_{ip,1}(t) + i_{m,1}(t) \\
u_{ip,0}(t-0,5\tau_L) + u_{m,0}(t+0,5\tau_L) = u_{ip,1}(t) + u_{m,1}(t) \\
i_{ip,0}(t-0,5\tau_L) + i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = \frac{u_{ip,0}(t-0,5\tau_L)}{Z_{th}} - \frac{u_{m,0}(t+0,5\tau_L)}{Z_{th}} \\
i_{Tp,1}(t) + i_{Tn,1}(t) = \frac{u_{Tp,1}(t)}{Z_T} - \frac{u_{Tn,1}(t)}{Z_T} \\
i_{ip,1}(t) + i_{m,1}(t) = \frac{u_{ip,1}(t)}{Z_{th}} - \frac{u_{m,1}(t)}{Z_{th}}
\end{array} \right. \quad . \quad (A.4-2)$$

a) Para $\underline{t \leq 0,5\tau_L + 2\tau_T}$ e $\underline{t \leq \tau_L}$:

Neste caso, nenhuma reflexão na base da torre de índice “1” (ponto *B* da Figura A-8) nem nas demais torres alcançou o ponto “1”, portanto,

$$\left\{ \begin{array}{l}
i_{m,0}(t) = u_{m,0}(t) = i_{Tn,1}(t) = u_{Tn,1}(t) = i_{m,1}(t) = u_{m,1}(t) = 0 \\
i_{ip,0}(t) = \frac{i(t)}{2} = \frac{u_{ip,0}(t)}{Z_{th}} \\
i_{ip,0}(t-0,5\tau_L) + i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = i_{Tp,1}(t) + i_{ip,1}(t) \\
u_{ip,0}(t-0,5\tau_L) + u_{m,0}(t+0,5\tau_L) = u_{ip,1}(t) \\
i_{Tp,1}(t) = \frac{u_{Tp,1}(t)}{Z_T} \\
i_{ip,1}(t) = \frac{u_{ip,1}(t)}{Z_{th}}
\end{array} \right. ; \quad (A.4-3)$$

donde são obtidos:

$$\left\{ \begin{array}{l}
u_{m,0}(t+0,5\tau_L) = -\beta_u u_{ip,0}(t-0,5\tau_L) \\
u_{t,0}(t) = u_{ip,0}(t) = Z_{th} \frac{i(t)}{2} \\
u_{t,1}(t) = (1-\beta_u) Z_{th} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} = Z_{I3} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} ; \\
i_{ip,1}(t) = (1-\beta_u) \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} = \alpha_2 \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} \\
i_{Tp,1}(t) = \frac{(1-\beta_u) Z_{th} i(t-0,5\tau_L)}{2 Z_T} = \delta_1 \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2}
\end{array} \right. \quad (A.4-4)$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_u = \frac{Z_{tth}}{2Z_T + Z_{tth}} \\ Z_{I3} = \frac{2Z_T Z_{tth}}{2Z_T + Z_{tth}} = 2Z_{I1} \\ \alpha_2 = \frac{2Z_T}{2Z_T + Z_{tth}} = 2\alpha_0 \\ \delta_1 = \frac{2Z_{tth}}{2Z_T + Z_{tth}} = 2\delta_0 \end{array} \right. \quad . \quad (A.4-5)$$

Na base da torre, levando-se em conta a reflexão, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_{Tp,1}(t - \tau_T)}{Z_T} - \frac{u_{Tn,1}(t + \tau_T)}{Z_T} = \frac{u_{B,1}(t)}{Z_{at}} \\ u_{Tp,1}(t - \tau_T) + u_{Tn,1}(t + \tau_T) = u_{B,1}(t) \end{array} \right. \quad . \quad (A.4-6)$$

Unindo-se as equações (A.4-4) e (A.4-6), fica:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{Tn,1}(t + \tau_T) = -\delta_1 \beta_R \frac{i(t - 0,5\tau_L - \tau_T)}{2} \\ i_{Tn,1}(t + \tau_T) = \frac{\delta_1}{Z_T} \beta_R \frac{i(t - 0,5\tau_L - \tau_T)}{2} \\ u_{B,1}(t + \tau_T) = \alpha_R Z_{I3} \frac{i(t - 0,5\tau_L)}{2} \end{array} \right. \quad ; \quad (A.4-7)$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_R = \frac{Z_T - Z_{at}}{Z_T + Z_{at}} \\ \alpha_R = \frac{2Z_{at}}{Z_T + Z_{at}} \end{array} \right. \quad . \quad (A.4-8)$$

b) Para $\underline{t \leq 0,5\tau_L + 4\tau_T}$ e $\underline{t \leq \tau_L}$:

Neste caso, considera-se que a primeira reflexão na base da torre de índice “1” já alcançou o ponto “1”, portanto:

$$\begin{cases} i_{Tp,1}(t) = \delta_1 \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} + \delta_1 \beta_R \beta_S \frac{i(t-0,5\tau_L-2\tau_T)}{2} \\ i_{Tn,1}(t) = \delta_1 \beta_R \frac{i(t-0,5\tau_L-2\tau_T)}{2} \end{cases} ; \quad (\text{A.4-9})$$

sendo

$$\beta_S = \frac{2Z_T - Z_{uh}}{2Z_T + Z_{uh}} . \quad (\text{A.4-10})$$

Combinando-se as equações (A.4-9) com as equações (A.4-2), vem:

$$\begin{cases} i_{m,1}(t) = u_{m,1}(t) = 0 \\ i_{ip,1}(t) = \alpha_2 \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} - \frac{Z_{W2}}{Z_{uh}} \frac{i(t-0,5\tau_L-2\tau_T)}{2} \\ u_{ip,1}(t) = Z_{I3} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} - Z_{W2} \frac{i(t-0,5\tau_L-2\tau_T)}{2} \\ i_{ip,0}(t-0,5\tau_L) = \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} \\ i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = \beta_u \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} + \frac{Z_{W2}}{Z_{uh}} \frac{i(t-0,5\tau_L-2\tau_T)}{2} \\ u_{ip,0}(t-0,5\tau_L) = Z_{uh} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} \\ u_{m,0}(t+0,5\tau_L) = -\beta_u Z_{uh} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} - Z_{W2} \frac{i(t-0,5\tau_L-2\tau_T)}{2} \end{cases} ; \quad (\text{A.4-11})$$

sendo

$$\begin{cases} Z_{W2} = Z_{uh} \delta_1 \beta_R \alpha_T = 2Z_{W1} \\ \alpha_T = \frac{2Z_T}{2Z_T + Z_{uh}} \end{cases} . \quad (\text{A.4-12})$$

c) Para $\underline{t \leq 1,5\tau_L}$:

Para que se calcule a tensão na torre de índice “1”, deve-se considerar as sucessivas reflexões que ocorrerão na base desta torre, o que significa repetir o processo do item **b** algumas vezes. Vem então:

$$\left\{ \begin{array}{l}
i_{m,1}(t) = u_{m,1}(t) = i_{m,0}(t) = 0 \\
i_{ip,1}(t) = \alpha_2 \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} - \frac{Z_{W2}}{2Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t-0,5\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\
u_{ip,1}(t) = Z_{I3} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} - \frac{Z_{W2}}{2} \sum_{n=1}^N i(t-0,5\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\
i_{ip,0}(t-0,5\tau_L) = \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} \\
i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = \beta_u \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} + \frac{Z_{W2}}{2Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t-0,5\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\
u_{ip,0}(t-0,5\tau_L) = Z_{th} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} \\
u_{m,0}(t+0,5\tau_L) = -\beta_u Z_{th} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} - \frac{Z_{W2}}{2} \sum_{n=1}^N i(t-0,5\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1}
\end{array} \right. ; \quad (A.4-13)$$

sendo

$$\varphi = \beta_R \beta_S . \quad (A.4-14)$$

Da mesma forma, na base da torre tem-se:

$$u_{B,1}(t+\tau_T) = \frac{\alpha_R Z_{I3}}{2} \sum_{n=0}^N i(t-0,5\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^n . \quad (A.4-15)$$

No ponto de índice “0”, deve-se incorporar a contribuição de ambas as torres de índices “1” e “-1”. Assim, conforme já foi colocado nas equações (A.4-13), para $t < \tau_L$, tem-se

$$i_{m,0}(t) = 0 , \quad (A.4-16)$$

e, como no ponto de descarga, conforme as equações (A.4-1), tem-se

$$i_{ip,0}(t) + i_{m,0}(t) = \frac{i(t)}{2} , \quad (A.4-17)$$

fica então:

$$i_{ip,0}(t) = \frac{i(t)}{2} . \quad (A.4-18)$$

Em seguida, em função das equações (A.4-13), para $t < 2\tau_L$, vem

e positiva imediatamente à direita do ponto “1”, respectivamente $i'_{p,1}(t)$ e $i'_{m,1}(t)$, resultantes da onda de corrente inicial $i_{p,1}(t)$, isto é:

$$\left\{ \begin{array}{l} i'_{p,1}(t) = i_{p,1}(t) + p_1 i_{p,1}(t-2\tau_L) + p_2 i_{p,1}(t-4\tau_L) + p_3 i_{p,1}(t-6\tau_L) + \\ \quad p_4 i_{p,1}(t-8\tau_L) + p_5 i_{p,1}(t-10\tau_L) \\ i'_{m,1}(t) = q_1 i_{p,1}(t-2\tau_L) + q_2 i_{p,1}(t-4\tau_L) + q_3 i_{p,1}(t-6\tau_L) + \\ \quad q_4 i_{p,1}(t-8\tau_L) + q_5 i_{p,1}(t-10\tau_L) \end{array} \right. ; \quad (\text{A.4-22})$$

sendo p e q as mesmas funções f e g dadas no grupo de equações (A.3-32), mas substituindo-se o parâmetro λ pelo parâmetro β_T , ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = \beta_T q_1 \\ p_2 = \beta_T q_2 \\ p_3 = \beta_T q_3 \\ p_4 = \beta_T q_4 \\ p_5 = \beta_T q_5 \\ q_1 = \beta_T \\ q_2 = \beta_T^3 + \beta_T \gamma^2 \\ q_3 = \beta_T^3 (\beta_T^2 + \gamma^2) + 2 \beta_T^3 \gamma^2 + \beta_T \gamma^4 \\ q_4 = \beta_T^5 \gamma^2 + \beta_T^5 (\beta_T^2 + 2 \gamma^2) + \beta_T^3 (3 \beta_T^2 \gamma^2 + 3 \gamma^4) + 3 \beta_T^3 \gamma^4 + \beta_T \gamma^6 \\ q_5 = 3 \beta_T^7 \gamma^2 + \beta_T^5 (\beta_T^4 + 3 \beta_T^2 \gamma^2 + 4 \gamma^4) + \beta_T^5 (7 \gamma^4 + 4 \beta_T^2 \gamma^2) + \beta_T^3 (6 \beta_T^2 \gamma^4 + 5 \gamma^6) + \\ \quad 4 \beta_T^3 \gamma^6 + \beta_T \gamma^8 \end{array} \right. . \quad (\text{A.4-23})$$

Vem então, em função da primeira onda de corrente positiva que parte do ponto de índice “0” em direção a torre de índice “1” (vide equação (A.4-18)), imediatamente à esquerda da torre de índice “1”, a onda negativa de corrente resultante:

$$i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = \beta_u i_{p,0}(t-0,5\tau_L) + \frac{Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i_{p,0}(t-0,5\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \gamma i'_{m,1}(t) ; \quad (\text{A.4-24})$$

ou ainda:

$$\begin{aligned}
i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = & \beta_u i_{p,0}(t-0,5\tau_L) + \frac{Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i_{p,0}(t-0,5\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
& + \gamma \alpha_2 q_1 i_{p,0}(t-2,5\tau_L) - \frac{\gamma Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i_{p,0}(t-2,5\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\
& + \gamma \alpha_2 q_2 i_{p,0}(t-4,5\tau_L) - \frac{\gamma Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i_{p,0}(t-4,5\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\
& + \gamma \alpha_2 q_3 i_{p,0}(t-6,5\tau_L) - \frac{\gamma Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i_{p,0}(t-6,5\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\
& + \gamma \alpha_2 q_4 i_{p,0}(t-8,5\tau_L) - \frac{\gamma Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i_{p,0}(t-8,5\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} \\
& + \gamma \alpha_2 q_5 i_{p,0}(t-10,5\tau_L) - \frac{\gamma Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i_{p,0}(t-10,5\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1}
\end{aligned} \tag{A.4-25}$$

Para $t < 3\tau_L$, a aplicação do valor de $i_{p,0}(t)$ dado na equação (A.4-20) resulta:

$$\begin{aligned}
i_{m,0}(t) = & \beta_u \frac{i(t-\tau_L)}{2} - \beta_u^2 \frac{i(t-2\tau_L)}{2} + \\
& + \frac{Z_{W2}}{2Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t-\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} - \\
& - \frac{\beta_u Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t-2\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} - \\
& - \frac{Z_{W2}^2}{2Z_{th}^2} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t-2\tau_L-2k\tau_T-2n\tau_T) \varphi^{n-1}
\end{aligned} \tag{A.4-26}$$

e, após atender a equação (A.4-17), vem:

$$\begin{aligned}
i_{p,0}(t) = & \frac{i(t)}{2} - \beta_u \frac{i(t-\tau_L)}{2} + \beta_u^2 \frac{i(t-2\tau_L)}{2} - \\
& - \frac{Z_{W2}}{2Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t-\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
& + \frac{\beta_u Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t-2\tau_L-2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
& + \frac{Z_{W2}^2}{2Z_{th}^2} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t-2\tau_L-2k\tau_T-2n\tau_T) \varphi^{n-1}
\end{aligned} \tag{A.4-27}$$

Logo:

$$\begin{aligned}
u_{t,0}(t) = & \frac{Z_{uh}}{2} i(t) - Z_{uh} \beta_u i(t - \tau_L) + Z_{uh} \beta_u^2 i(t - 2\tau_L) - \\
& - Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - \tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
& + 2\beta_u Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - 2\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
& + \frac{Z_{W2}^2}{Z_{uh}} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t - 2\tau_L - 2k\tau_T - 2n\tau_T) \varphi^{n-1}
\end{aligned} \tag{A.4-28}$$

Como pode ser observado, acaba-se de estabelecer um processo de recorrência, com o qual se pode calcular o valor da corrente $i_{m,0}(t)$ e da tensão $u_{t,0}(t)$ em função do tempo, a partir da corrente $i_{p,0}(t)$ em instantes anteriores.

Todavia, continuando-se com o processo dessa forma, chega-se a soluções de $i_{m,0}(t)$ e $i_{p,0}(t)$ com parcelas de somatórios impraticáveis. Assim, suponha-se agora que para qualquer $t > 0$ todas as torres possam ser representadas pelo parâmetro Z_T' . Nesse caso, ter-se-ia na torre de índice "1":

$$\begin{cases} i_{p,0}(t - 0,5\tau_L) + i_{m,0}(t + 0,5\tau_L) = \frac{u_{p,1}(t) + u_{m,1}(t)}{Z_T'} + i_{p,1}(t) + i_{m,1}(t) \\ i_{p,1}(t) + i_{m,1}(t) = \frac{u_{p,1}(t)}{Z_{uh}} - \frac{u_{m,1}(t)}{Z_{uh}} \end{cases} ; \tag{A.4-29}$$

donde são obtidos:

$$\begin{cases} i_{p,0}(t - 0,5\tau_L) = i_{p,1}(t) \left(1 + \frac{Z_{uh}}{2Z_T'} \right) - i_{m,1}(t) \frac{Z_{uh}}{2Z_T'} \\ i_{m,0}(t + 0,5\tau_L) = i_{p,1}(t) \frac{Z_{uh}}{2Z_T'} - i_{m,1}(t) \left(1 - \frac{Z_{uh}}{2Z_T'} \right) \end{cases} . \tag{A.4-30}$$

Portanto, para $t < 2\tau_L$, seria:

$$i_{p,1}(t) = \gamma i_{p,0}(t - 0,5\tau_L) \tag{A.4-31}$$

e

$$\begin{cases} i_{m,1}(t) = 0 \\ i_{p,1}(t) = \gamma \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} \\ u_{t,1}(t) = Z_{T4} \frac{i(t-0,5\tau_L)}{2} \end{cases} ; \quad (\text{A.4-32})$$

onde:

$$\begin{cases} Z_{T4} = \frac{2 Z'_T Z_{uh}}{2 Z'_T + Z_{uh}} \\ \gamma = \frac{2 Z'_T}{2 Z'_T + Z_{uh}} \end{cases} . \quad (\text{A.4-33})$$

Vem então, no ponto de índice “0”, conforme as equações (A.4-1) e em função das equações (A.4-30) e (A.4-32):

$$\begin{cases} i_{m,0}(t) = \frac{\beta_T i(t-\tau_L)}{2} \\ i_{p,0}(t) = \frac{i(t)}{2} - \frac{\beta_T i(t-\tau_L)}{2} \\ u_{t,0}(t) = \frac{Z_{uh} i(t)}{2} - Z_{uh} \beta_T i(t-\tau_L) \end{cases} ; \quad (\text{A.4-34})$$

sendo

$$\beta_T = \frac{Z_{uh}}{2 Z'_T + Z_{uh}} . \quad (\text{A.4-35})$$

Para tempos superiores a $2\tau_L$, recorre-se novamente às equações (A.3-25) para calcular as ondas de corrente resultantes negativa e positiva imediatamente à direita do ponto “1”, respectivamente $i'_{p,1}(t)$ e $i'_{m,1}(t)$, resultantes da onda de corrente inicial $i_{p,1}(t)$, isto é:

$$\begin{cases} i'_{p,1}(t) = i_{p,1}(t) + p_1 i_{p,1}(t-2\tau_L) + p_2 i_{p,1}(t-4\tau_L) + p_3 i_{p,1}(t-6\tau_L) + \\ \quad p_4 i_{p,1}(t-8\tau_L) + p_5 i_{p,1}(t-10\tau_L) \\ i'_{m,1}(t) = q_1 i_{p,1}(t-2\tau_L) + q_2 i_{p,1}(t-4\tau_L) + q_3 i_{p,1}(t-6\tau_L) + \\ \quad q_4 i_{p,1}(t-8\tau_L) + q_5 i_{p,1}(t-10\tau_L) \end{cases} . \quad (\text{A.4-36})$$

Portanto, em função da corrente inicial $i_{p,0}(t)$ que parte do ponto de índice “0” em direção a torre de índice “1”, imediatamente à esquerda da torre de índice “1”, a onda negativa de corrente resultante é dada por:

$$\begin{aligned} i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = & \beta_T i_{p,0}(t-0,5\tau_L) + \gamma^2 q_1 i_{p,0}(t-2,5\tau_L) \\ & + \gamma^2 q_2 i_{p,0}(t-4,5\tau_L) + \gamma^2 q_3 i_{p,0}(t-6,5\tau_L) \quad . \\ & + \gamma^2 q_4 i_{p,0}(t-8,5\tau_L) + \gamma^2 q_5 i_{p,0}(t-10,5\tau_L) \end{aligned} \quad (\text{A.4-37})$$

Dessa equação, para $t < \tau_L$, tem-se

$$i_{m,0}(t) = 0 \quad , \quad (\text{A.4-38})$$

e, atendendo à equação (A.4-17), fica:

$$i_{p,0}(t) = \frac{i(t)}{2} \quad . \quad (\text{A.4-39})$$

Para $t < 2\tau_L$, tem-se:

$$i_{m,0}(t+0,5\tau_L) = \frac{\beta_T}{2} i(t-0,5\tau_L) \quad ; \quad (\text{A.4-40})$$

donde, novamente atendendo à equação (A.4-17), vem:

$$i_{p,0}(t) = \frac{i(t)}{2} - \frac{\beta_T}{2} i(t-\tau_L) \quad . \quad (\text{A.4-41})$$

Em seguida, empregando-se essa função de $i_{p,0}(t)$ na equação (A.4-37), tem-se para $t < 3\tau_L$ e após novamente atender à equação (A.4-17):

$$\begin{cases} i_{m,0}(t) = \frac{\beta_T}{2} i(t-\tau_L) - \frac{\beta_T^2}{2} i(t-2\tau_L) \\ i_{p,0}(t) = \frac{1}{2} i(t) - \frac{\beta_T}{2} i(t-\tau_L) + \frac{\beta_T^2}{2} i(t-2\tau_L) \end{cases} \quad . \quad (\text{A.4-42})$$

Logo:

$$u_{i,0}(t) = \frac{Z_{uh} i(t)}{2} - Z_{uh} \beta_T i(t-\tau_L) + Z_{uh} \beta_T^2 i(t-2\tau_L) \quad . \quad (\text{A.4-43})$$

Confrontando-se as equações (A.4-28) e (A.4-43), chega-se à seguinte equação:

$$K_1 \beta_T^2 + K_2 \beta_T + K_3 = 0 \quad ; \quad (\text{A.4-44})$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = Z_{th} i(t - 2 \tau_L) \\ K_2 = -Z_{th} i(t - \tau_L) \\ K_3 = Z_{th} \beta_u i(t - \tau_L) - Z_{th} \beta_u^2 i(t - 2 \tau_L) + \\ \quad + Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - \tau_L - 2 n \tau_T) \varphi^{n-1} - \\ \quad - 2 \beta_u Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - 2 \tau_L - 2 n \tau_T) \varphi^{n-1} - \\ \quad - \frac{Z_{W2}^2}{Z_{th}} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t - 2 \tau_L - 2 k \tau_T - 2 n \tau_T) \varphi^{n-1} \end{array} \right. . \quad (\text{A.4-45})$$

Da equação (A.4-35), tem-se a relação entre Z_T' e β_T :

$$Z_T' = \frac{Z_{th} (1 - \beta_T)}{2 \beta_T} . \quad (\text{A.4-46})$$

Assim sendo, similarmente ao já comentado no item A.3, ambos os coeficientes de reflexão β_T e o parâmetro Z_T' são variáveis no tempo.

Continuando-se o processo de recorrência para a obtenção das correntes $i_{p,0}(t)$ e $i_{m,0}(t)$ até um tempo $t < 11 \tau_L$, obteve-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{m,0}(t) = a_1 i(t - \tau_L) - a_2 i(t - 2 \tau_L) + a_3 i(t - 3 \tau_L) - a_4 i(t - 4 \tau_L) \\ \quad + a_5 i(t - 5 \tau_L) - a_6 i(t - 6 \tau_L) + a_7 i(t - 7 \tau_L) - a_8 i(t - 8 \tau_L) \\ \quad + a_9 i(t - 9 \tau_L) - a_{10} i(t - 10 \tau_L) \\ i_{p,0}(t) = a_0 i(t) - a_1 i(t - \tau_L) + a_2 i(t - 2 \tau_L) - a_3 i(t - 3 \tau_L) + a_4 i(t - 4 \tau_L) \\ \quad - a_5 i(t - 5 \tau_L) + a_6 i(t - 6 \tau_L) - a_7 i(t - 7 \tau_L) + a_8 i(t - 8 \tau_L) \\ \quad - a_9 i(t - 9 \tau_L) + a_{10} i(t - 10 \tau_L) \end{array} \right. ; \quad (\text{A.4-47})$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l}
a_0 = \frac{1}{2} \\
a_1 = \frac{\beta_T}{2} \\
a_2 = \frac{\beta_T^2}{2} \\
a_3 = \frac{\gamma^2 q_1 + \beta_T^3}{2} \\
a_4 = \frac{2 \gamma^2 q_1 \beta_T + \beta_T^4}{2} \\
a_5 = \frac{3 \gamma^2 q_1 \beta_T^2 + \beta_T^5 + \gamma^2 q_2}{2} \\
a_6 = \frac{4 \gamma^2 q_1 \beta_T^3 + \beta_T^6 + 2 \gamma^2 q_2 \beta_T + \gamma^4 q_1^2}{2} \\
a_7 = \frac{5 \gamma^2 q_1 \beta_T^4 + \beta_T^7 + 3 \gamma^2 q_2 \beta_T^2 + 3 \gamma^4 q_1^2 \beta_T + \gamma^2 q_3}{2} \\
a_8 = \frac{6 \gamma^2 q_1 \beta_T^5 + \beta_T^8 + 4 \gamma^2 q_2 \beta_T^3 + 6 \gamma^4 q_1^2 \beta_T^2 + 2 \gamma^4 q_1 q_2 + 2 \gamma^2 q_3 \beta_T}{2} \\
a_9 = \frac{\left(7 \gamma^2 q_1 \beta_T^6 + \beta_T^9 + 5 \gamma^2 q_2 \beta_T^4 + 10 \gamma^4 q_1^2 \beta_T^3 + 6 \gamma^4 q_1 q_2 \beta_T + 3 \gamma^2 q_3 \beta_T^2 + \right. \\
\left. + \gamma^6 q_1^3 + \gamma^2 q_4 \right)}{2} \\
a_{10} = \frac{\left(8 \gamma^2 q_1 \beta_T^7 + \beta_T^{10} + 6 \gamma^2 q_2 \beta_T^5 + 15 \gamma^4 q_1^2 \beta_T^4 + 12 \gamma^4 q_1 q_2 \beta_T^2 + 4 \gamma^2 q_3 \beta_T^3 + \right. \\
\left. + 4 \gamma^6 q_1^3 \beta_T + 2 \gamma^4 q_1 q_3 + 2 \gamma^2 q_4 \beta_T + \gamma^4 q_2^2 \right)}{2}
\end{array} \right. \quad .$$

(A.4-48)

Em função dessas equações, assim como esclarecido no item A.3, pelas mesmas imprecisões de conhecimento de vários parâmetros inerentes ao cálculo, decidiu-se estabelecer o seguinte critério quando do cálculo da tensão $u_{t,0}$ para um determinado tempo t :

- Calcula-se o coeficiente de reflexão β_T pela equação (A.4-44).
- Com esse valor de β_T , calcula-se o parâmetro Z_T' pela equação (A.4-46).
- Com esse valor de Z_T' , calcula-se os valores das “constantes” a_0 a a_{10} dados nas equações (A.4-48).
- Utiliza-se a equação (A.4-49) dada a seguir:

$$u_{t,0}(t) = Z_{th} \cdot \begin{bmatrix} a_0 i(t) - 2 a_1 i(t - \tau_L) + 2 a_2 i(t - 2 \tau_L) - 2 a_3 i(t - 3 \tau_L) \\ + 2 a_4 i(t - 4 \tau_L) - 2 a_5 i(t - 5 \tau_L) + 2 a_6 i(t - 6 \tau_L) \\ - 2 a_7 i(t - 7 \tau_L) + 2 a_8 i(t - 8 \tau_L) - 2 a_9 i(t - 9 \tau_L) \\ + 2 a_{10} i(t - 10 \tau_L) \end{bmatrix} . \quad (\text{A.4-49})$$

Conforme as relações (A.3-2), a tensão entre cabos pára-raios e o cabo da fase de índice i é dada então por:

$$u_{f_i-t,0}(t) = u_{f_i,0}(t) - u_{t,0}(t) = \left(\frac{Z_{f_i t h}}{Z_{th}} - 1 \right) u_{t,0}(t) . \quad (\text{A.4-50})$$

Ao valor de $u_{f_i-t,0}$ obtido com essa equação, deve-se ainda adicionar a tensão à frequência industrial existente na respectiva fase, $u_{i f_i}$, do tipo dado na equação (A.2-12), resultando:

$$u'_{f_i-t,0}(t) = \left(\frac{Z_{f_i t h}}{Z_{th}} - 1 \right) u_{t,0}(t) + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i) ; \quad (\text{A.4-51})$$

sendo, portanto, de acordo com as equações anteriores:

$$u_{t,0}(t) = Z_{th} \cdot \begin{bmatrix} \frac{i(t)}{2} - \beta_u i(t - \tau_L) + \beta_u^2 i(t - 2 \tau_L) - \\ - \frac{Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t - \tau_L - 2 n \tau_T) \varphi^{n-1} + \\ + \frac{2 \beta_u Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t - 2 \tau_L - 2 n \tau_T) \varphi^{n-1} + \\ + \frac{Z_{W2}^2}{Z_{th}^2} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t - 2 \tau_L - 2 k \tau_T - 2 n \tau_T) \varphi^{n-1} - \\ - 2 a_3 i(t - 3 \tau_L) + 2 a_4 i(t - 4 \tau_L) - 2 a_5 i(t - 5 \tau_L) + 2 a_6 i(t - 6 \tau_L) - \\ - 2 a_7 i(t - 7 \tau_L) + 2 a_8 i(t - 8 \tau_L) - 2 a_9 i(t - 9 \tau_L) + 2 a_{10} i(t - 10 \tau_L) - \dots \end{bmatrix} . \quad (\text{A.4-52})$$

Se a corrente $i(t)$ tem a forma de onda apresentada na Figura 2.4-9 e utiliza-se a função auxiliar $j(t)$ dada na equação (2.4-78), pode-se escrever:

$$u'_{f_i-t,0}(t) = I_o \eta_{2i}(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{th}, Z_{f_i t h}, Z_{at}) + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i) ; \quad (\text{A.4-53})$$

sendo:

$$\eta_{2_i} = \left(\frac{Z_{f,th}}{Z_{th}} - 1 \right) v_{t,0}(t) \quad (\text{A.4-54})$$

e

$$v_{t,0}(t) = Z_{th} \left[\begin{aligned} & \frac{j(t)}{2} - \beta_u j(t - \tau_L) + \beta_u^2 j(t - 2\tau_L) - \\ & - \frac{Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N j(t - \tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\ & + \frac{2\beta_u Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N j(t - 2\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\ & + \frac{Z_{W2}^2}{Z_{th}^2} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} j(t - 2\tau_L - 2k\tau_T - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} - \\ & - 2a_3 j(t - 3\tau_L) + 2a_4 j(t - 4\tau_L) - 2a_5 j(t - 5\tau_L) + 2a_6 j(t - 6\tau_L) - \\ & - 2a_7 j(t - 7\tau_L) + 2a_8 j(t - 8\tau_L) - 2a_9 j(t - 9\tau_L) + 2a_{10} j(t - 10\tau_L) - \dots \end{aligned} \right] \cdot \quad (\text{A.4-55})$$

A.4.2 Análise junto à torre

Junto à torre de índice “1”, tem-se:

$$u_{t,1}(t) = Z_{th} [i_{p,0}(t - 0,5\tau_L) - i_{m,0}(t + 0,5\tau_L)] \quad (\text{A.4-56})$$

Para $t < 2,5\tau_L$, utilizando-se nessa equação os valores de $i_{p,0}(t)$ e $i_{m,0}(t)$ dados nas equações (A.4-26) e (A.4-27) vem

$$u_{t,1}(t) = Z_{th} \left[\begin{aligned} & \left(\frac{1 - \beta_u}{2} \right) i(t - 0,5\tau_L) + \left(\frac{\beta_u^2 - \beta_u}{2} \right) i(t - 1,5\tau_L) - \\ & - \frac{Z_{W2}}{2Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t - 0,5\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\ & + \left(\frac{\beta_u Z_{W2}}{Z_{th}} - \frac{Z_{W2}}{2Z_{th}} \right) \sum_{n=1}^N i(t - 1,5\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\ & + \frac{Z_{W2}^2}{2Z_{th}^2} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t - 1,5\tau_L - 2k\tau_T - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} \end{aligned} \right] ; \quad (\text{A.4-57})$$

enquanto que, das equações (A.4-47), tem-se:

$$u_{t,1}(t) = Z_{th} \left[\left(\frac{1 - \beta_T}{2} \right) i(t - 0,5 \tau_L) + \left(\frac{\beta_T^2 - \beta_T}{2} \right) i(t - 1,5 \tau_L) \right]. \quad (\text{A.4-58})$$

Confrontando essas duas últimas equações, chega-se a:

$$K_1 \beta_T^2 + K_2 \beta_T + K_3 = 0 \quad ; \quad (\text{A.4-59})$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = \frac{Z_{th}}{2} i(t - 1,5 \tau_L) \\ K_2 = -\frac{Z_{th}}{2} [i(t - 0,5 \tau_L) + i(t - 1,5 \tau_L)] \\ K_3 = \frac{Z_{th}}{2} \left[\begin{array}{l} \beta_u i(t - 0,5 \tau_L) - (\beta_u^2 - \beta_u) i(t - 1,5 \tau_L) \\ + \frac{Z_{W2}}{Z_{th}} \sum_{n=1}^N i(t - 0,5 \tau_L - 2n \tau_T) \varphi^{n-1} \\ - \left(\frac{2 \beta_u Z_{W2}}{Z_{th}} - \frac{Z_{W2}}{Z_{th}} \right) \sum_{n=1}^N i(t - 1,5 \tau_L - 2n \tau_T) \varphi^{n-1} \\ - \frac{Z_{W2}^2}{Z_{th}^2} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t - 1,5 \tau_L - 2k \tau_T - 2n \tau_T) \varphi^{n-1} \end{array} \right] \end{array} \right. \quad (\text{A.4-60})$$

Em função dessas equações, estabeleceu-se o seguinte critério para o cálculo da tensão $u_{t,1}$ para um determinado tempo t :

- Calcula-se o coeficiente de reflexão β_T pela equação (A.4-59).
- Com esse valor de β_T , calcula-se o parâmetro Z_T' pela equação (A.4-46).
- Com esse valor de Z_T' , calcula-se os valores das “constantes” a_0 a a_{10} dados nas equações (A.4-48).
- Utiliza-se a equação (A.4-61) dada a seguir:

$$u_{t,1}(t) = Z_{uh} \cdot \begin{bmatrix} (a_0 - a_1) i(t - 0,5 \tau_L) - (a_1 - a_2) i(t - 1,5 \tau_L) \\ + (a_2 - a_3) i(t - 2,5 \tau_L) - (a_3 - a_4) i(t - 3,5 \tau_L) \\ + (a_4 - a_5) i(t - 4,5 \tau_L) - (a_5 - a_6) i(t - 5,5 \tau_L) \\ + (a_6 - a_7) i(t - 6,5 \tau_L) - (a_7 - a_8) i(t - 7,5 \tau_L) \\ + (a_8 - a_9) i(t - 8,5 \tau_L) - (a_9 - a_{10}) i(t - 9,5 \tau_L) + \dots \end{bmatrix} . \quad (\text{A.4-61})$$

Procedendo-se de forma semelhante ao feito no item A.3, a tensão entre cabos pára-raios e o cabo de fase de índice i é dada então por:

$$u_{f_i-t,1}(t) = u_{f_i,1}(t) - u_{t,1}(t) = \frac{Z_{f_i t h}}{Z_{uh}} u_{t,1}(t) - u_{t,1}(t) . \quad (\text{A.4-62})$$

Ao valor de $u_{f_i-t,1}$ dado nessa equação, deve-se ainda adicionar a tensão à frequência industrial existente na respectiva fase, $u_{i f_i}$, do tipo dado na equação (A.2-12), resultando:

$$u'_{f_i-t,1}(t) = \frac{Z_{f_i t h}}{Z_{uh}} u_{t,1}(t) - u_{t,1}(t) + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i) ; \quad (\text{A.4-63})$$

sendo, portanto, de acordo com as equações anteriores:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{t,1}(t) = u_{t,1}(t - \tau_{Ti}) \\ u_{t,1}(t) = Z_{uh} \begin{bmatrix} (a_0 - a_1) i(t - 0,5 \tau_L) - (a_1 - a_2) i(t - 1,5 \tau_L) \\ + (a_2 - a_3) i(t - 2,5 \tau_L) - (a_3 - a_4) i(t - 3,5 \tau_L) \\ + (a_4 - a_5) i(t - 4,5 \tau_L) - (a_5 - a_6) i(t - 5,5 \tau_L) \\ + (a_6 - a_7) i(t - 6,5 \tau_L) - (a_7 - a_8) i(t - 7,5 \tau_L) \\ + (a_8 - a_9) i(t - 8,5 \tau_L) - (a_9 - a_{10}) i(t - 9,5 \tau_L) + \dots \end{bmatrix} \end{array} \right. . \quad (\text{A.4-64})$$

Se a corrente $i(t)$ tem a forma de onda apresentada na Figura 2.4-9 e utiliza-se a função auxiliar $j(t)$ dada na equação (2.4-78), pode-se escrever

$$u'_{f_i-t,1}(t) = I_o \eta_{3_i} (t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{uh}, Z_{f_i t h}, Z_{at}, h_i, H_t) + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i) ; \quad (\text{A.4-65})$$

sendo:

$$\eta_{3_i} = \frac{Z_{fth}}{Z_{th}} v_{t,1}(t) - v_{t_i,1}(t) \quad (\text{A.4-66})$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{t_i,1}(t) = v_{B,1}(t + \tau_T - \tau_{Ti}) \frac{h_i}{H_t} + v_{t,1}(t - \tau_{Ti}) \frac{H_t - h_i}{H_t} \\ v_{B,1}(t + \tau_T - \tau_{Ti}) = \frac{\alpha_R Z_{I3}}{2} \sum_{n=0}^N j(t - 0,5 \tau_L - \tau_{Ti} - 2n \tau_T) \varphi^n \\ v_{t,1}(t) = Z_{th} \left[\begin{array}{l} (a_0 - a_1) j(t - 0,5 \tau_L) - (a_1 - a_2) j(t - 1,5 \tau_L) \\ + (a_2 - a_3) j(t - 2,5 \tau_L) - (a_3 - a_4) j(t - 3,5 \tau_L) \\ + (a_4 - a_5) j(t - 4,5 \tau_L) - (a_5 - a_6) j(t - 5,5 \tau_L) \\ + (a_6 - a_7) j(t - 6,5 \tau_L) - (a_7 - a_8) j(t - 7,5 \tau_L) \\ + (a_8 - a_9) j(t - 8,5 \tau_L) - (a_9 - a_{10}) j(t - 9,5 \tau_L) + \dots \end{array} \right] \end{array} \right. \quad (\text{A.4-67})$$

A.5 Descargas assimétricas nos cabos pára-raios a meio do vão

No caso de haver mais de um cabo pára-raios na linha, seja uma descarga atmosférica, caracterizada pela corrente $i(t)$, incidindo diretamente, a meio do vão, apenas em um dos cabos pára-raios da linha, conforme se mostra no exemplo da Figura A-11. Diferente do que foi estabelecido no item A.4, esta situação ocorre tipicamente quando os cabos pára-raios encontram-se razoavelmente afastados.

Portanto, na Figura A-11, designou-se pelo índice “0” a seção transversal da linha onde ocorre a descarga e pelos índices “1” e “-1” as torres imediatamente à direita e à esquerda do ponto “0”; designou-se pelo índice q o cabo pára-raios onde incide a descarga.

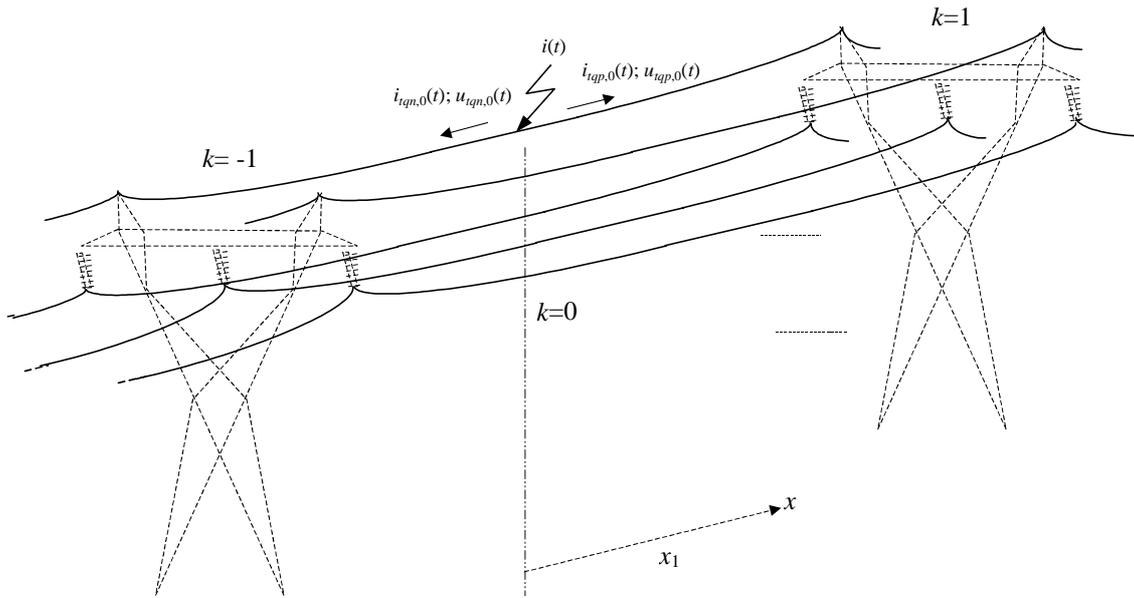


Figura A-11 - Incidência, a meio do vão, da corrente $i(t)$ em um dos dois cabos pára-raios da linha

A.5.1 Análise a meio do vão

Como no vão onde ocorre a descarga a distribuição da corrente nos cabos pára-raios é assimétrica, neste vão, deve-se considerar, em princípio, além do modo homopolar nos cabos pára-raios, o modo não homopolar, o qual possui parâmetros diferentes.

Tem-se então, na seção transversal de índice “0”, as correntes nos np cabos pára-raios da linha dadas por:

$$\begin{cases} i_{i_q,0}(t) = i_{i_q,p,0}(t) + i_{i_q,n,0}(t) = i(t) \\ i_{i_j,0}(t) = i_{i_j,p,0}(t) + i_{i_j,n,0}(t) = 0 \quad , \quad \text{para } j \neq q \end{cases} \quad (\text{A.5-1})$$

Por outro lado, atendendo à simetria da linha em relação ao ponto “0”, tem-se, até que ocorram eventuais fenômenos de reflexão:

$$\begin{cases} i_{i_q,p,0}(t) = i_{i_q,n,0}(t) = \frac{i(t)}{2} \\ i_{i_j,p,0}(t) = i_{i_j,n,0}(t) \quad , \quad \text{para } j \neq q \end{cases} \quad (\text{A.5-2})$$

Supondo-se que é aplicável decompor essas ondas de corrente positivas e negativas nos componentes correspondentes aos modos homopolar e não homopolar, referenciados pelos índices h e d respectivamente, vem, por exemplo, para as ondas positivas:

$$i_{t_{j,p,0}}(t) = i_{t_{j,p,d}}(t) + i_{p,h}(t) \quad , \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, np \quad ; \quad (\text{A.5-3})$$

sendo

$$i_{t_{1,p,d}}(t) + i_{t_{2,p,d}}(t) + \dots + i_{t_{np,p,d}}(t) = 0 \quad ; \quad (\text{A.5-4})$$

donde são obtidos:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{p,h}(t) = \frac{i(t)}{2np} \\ i_{t_{q,p,d}}(t) = \frac{i(t)(np-1)}{2np} \\ i_{t_{j,p,d}}(t) = -\frac{i(t)}{2np} = -(np-1)i_{t_{q,p,d}}(t) \quad , \quad \text{para } j \neq q \end{array} \right. \quad . \quad (\text{A.5-5})$$

Perceba-se que ao modo homopolar correspondem correntes de descarga nos cabos pára-raios iguais a $i_h(t)$, sendo a soma destas correntes iguais a $i(t)$. Portanto, ao modo homopolar é aplicável a mesma formulação desenvolvida no item A.4.

Para o modo não homopolar, estando os cabos pára-raios conectados entre si na torre e em função da condição dada pela equação (A.5-4), nota-se que o efeito é limitado ao vão onde ocorre a descarga, até as torres vizinhas, correspondendo portanto à tensão não homopolar nula nestas torres. Não obstante, em função da distribuição assimétrica dos cabos de fase em relação aos cabos pára-raios, para este modo, pode haver propagação eletromagnética, por meio dos cabos de fase, para fora do vão onde ocorre a descarga. Todavia, desprezando-se para efeito de ondas de corrente tal assimetria, tem-se para o modo não homopolar nos cabos pára-raios correntes nulas nos cabos de fase (PORTELA, 1982).

Considerando-se então a impedância de onda própria $Z_{tt,d}$ equivalente dos cabos pára-raios para o modo não homopolar, referida à corrente e a tensão transversal no cabo pára-raios de índice q (vide item A.6.4), e que a velocidade de propagação é constante e igual àquela para o modo homopolar, tem-se, para este cabo pára-raios:

$$\begin{cases} u_{i_q d,0}(t) = u_{i_q p d,0}(t) + u_{i_q n d,0}(t) \\ i_{i_q d,0}(t) = i_{i_q p d,0}(t) + i_{i_q n d,0}(t) \\ u_{i_q p d,0}(t) = Z_{tt d} i_{i_q p d,0}(t) \\ u_{i_q n d,0}(t) = -Z_{tt d} i_{i_q n d,0}(t) \end{cases} \quad . \quad (\text{A.5-6})$$

Agrupando-se as equações (A.5-6) com o grupo de equações (A.5-5), vem, para o cabo pára-raios de índice q , para $t < \tau_L$, na seção da linha onde incide a descarga:

$$i_{i_q p d,0}(t) = \frac{i(t)(np-1)}{2np} \quad ; \quad (\text{A.5-7})$$

e, imediatamente à esquerda da torre de índice “1”:

$$\begin{cases} u_{i_q p d,1}(t) + u_{i_q n d,1}(t) = 0 \\ u_{i_q p d,1}(t) = u_{i_q p d,0}(t - 0,5 \tau_L) \quad ; \\ u_{i_q n d,1}(t) = u_{i_q n d,0}(t + 0,5 \tau_L) \end{cases} \quad (\text{A.5-8})$$

donde se obtém:

$$i_{i_q n d,0}(t) = i_{i_q p d,0}(t - \tau_L) \quad . \quad (\text{A.5-9})$$

Combinando-se a equação (A.5-9) com as equações (A.5-6) e (A.5-7), vem:

$$i_{i_q p d,0}(t) = \frac{i(t)(np-1)}{2np} - i_{i_q p d,0}(t - \tau_L) \quad . \quad (\text{A.5-10})$$

Essas relações permitem, por recorrência, obter $i_{i_q p d,0}(t)$ e $i_{i_q n d,0}(t)$ em função dos valores de $i(t)$ para os instantes t , $t - \tau_L$, $t - 2\tau_L$ e assim sucessivamente. Fica então:

$$\begin{cases} i_{i_q p d,0}(t) = \frac{(np-1)}{2np} \sum_{n=0}^N (-1)^n i(t - n \tau_L) \\ i_{i_q n d,0}(t) = -\frac{(np-1)}{2np} \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t - n \tau_L) \end{cases} \quad ; \quad (\text{A.5-11})$$

sendo $N \leq \frac{t}{\tau_L}$.

Portanto, para o cabo pára-raios de índice q , conforme as equações (A.5-6) e (A.5-11), tem-se, na seção da linha de índice “0”:

$$u_{i_q d,0}(t) = \frac{(np-1)}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right] . \quad (\text{A.5-12})$$

Para os outros cabos pára-raios, conforme as equações (A.5-5), tem-se:

$$\begin{cases} i_{i_{jp} d,0}(t) = -\frac{1}{2np} \sum_{n=0}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \\ i_{i_{jn} d,0}(t) = \frac{1}{2np} \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \end{cases} , \quad \text{para } j \neq q ; \quad (\text{A.5-13})$$

e, portanto:

$$u_{i_j d,0}(t) = -\frac{1}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right] , \quad \text{para } j \neq q . \quad (\text{A.5-14})$$

Considerando-se a impedância de onda mútua $Z_{f_{it}d}$ para o modo não homopolar, referida à corrente no cabo pára-raios de índice q e a tensão transversal na fase de índice i (vide item A.6.5), tem-se, para esta fase:

$$u_{f_i d,0}(t) = \frac{(np-1)}{np} Z_{f_{it}d} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right] . \quad (\text{A.5-15})$$

Para que então se calcule as tensões totais nos cabos pára-raios, na seção da linha de índice “0”, há que se somar ambos os componentes homopolares e não homopolares das tensões. No entanto, com relação às ondas homopolares, conforme já comentado no item A.4, há uma grande complexidade da propagação envolvida, relacionada às diversas reflexões nas bases das torres. Assim, empregando-se novamente o parâmetro Z_T' para a solução de tal complexidade, para $t < 3\tau_L$, vem, conforme as equações (A.4-28), (A.5-12) e (A.5-14):

$$\begin{aligned}
u_{i_q,0}(t) &= \frac{Z_{uh} i(t)}{2} - Z_{uh} \beta_u i(t - \tau_L) + Z_{uh} \beta_u^2 i(t - 2\tau_L) - \\
&\quad - Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - \tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
&\quad + 2\beta_u Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - 2\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
&\quad + \frac{Z_{W2}^2}{Z_{uh}} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t - 2\tau_L - 2k\tau_T - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
&\quad + \frac{(np-1)}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} - i(t - \tau_L) + i(t - 2\tau_L) \right]
\end{aligned} \tag{A.5-16}$$

e

$$\begin{aligned}
u_{i_q,0}(t) &= \frac{Z_{uh} i(t)}{2} - Z_{uh} \beta_u i(t - \tau_L) + Z_{uh} \beta_u^2 i(t - 2\tau_L) - \\
&\quad - Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - \tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
&\quad + 2\beta_u Z_{W2} \sum_{n=1}^N i(t - 2\tau_L - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} + \\
&\quad + \frac{Z_{W2}^2}{Z_{uh}} \sum_{k=1}^{N1} \varphi^{k-1} \sum_{n=1}^{N2} i(t - 2\tau_L - 2k\tau_T - 2n\tau_T) \varphi^{n-1} - \\
&\quad - \frac{1}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} - i(t - \tau_L) + i(t - 2\tau_L) \right]
\end{aligned} \tag{A.5-17}$$

Combinando-se agora as equações (A.4-43), (A.5-12) e (A.5-14), tem-se:

$$\begin{aligned}
u_{i_q,0}(t) &= \frac{Z_{uh} i(t)}{2} - Z_{uh} \beta_T i(t - \tau_L) + Z_{uh} \beta_T^2 i(t - 2\tau_L) + \\
&\quad + \frac{(np-1)}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} - i(t - \tau_L) + i(t - 2\tau_L) \right]
\end{aligned} \tag{A.5-18}$$

e

$$\begin{aligned}
u_{i_j,0}(t) &= \frac{Z_{uh} i(t)}{2} - Z_{uh} \beta_T i(t - \tau_L) + Z_{uh} \beta_T^2 i(t - 2\tau_L) - \\
&\quad - \frac{1}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} - i(t - \tau_L) + i(t - 2\tau_L) \right] , \quad \text{para } j \neq q
\end{aligned} \tag{A.5-19}$$

Confrontando-se as equações (A.5-16) e (A.5-18), tem-se, tal que a tensão $u_{t_q,0}(t)$ seja a mesma, que os valores de β_T e Z_T' são idênticos àqueles dados nas equações (A.4-44) a (A.4-46).

Vem então, para $t > 3\tau_L$, a tensão resultante nos cabos pára-raios somando-se ambos os componentes homopolares e não homopolares das tensões:

$$\begin{cases} u_{t_q,0}(t) = u_{t,0}(t) + \frac{(np-1)}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right] \\ u_{t_j,0}(t) = u_{t,0}(t) - \frac{1}{np} Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right] \end{cases}, \quad \text{para } j \neq q \quad (\text{A.5-20})$$

Da mesma forma, para o cabo de fase de índice i , fica:

$$u_{f_i,0}(t) = \frac{Z_{fth}}{Z_{th}} u_{t,0}(t) + \frac{(np-1)}{np} Z_{fid} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right]. \quad (\text{A.5-21})$$

Nessas duas últimas equações, a tensão $u_{t,0}(t)$ é aquela dada na equação (A.4-49).

Finalmente, calcula-se a tensão resultante entre o cabo pára-raios de índice q e o cabo de fase de índice i por:

$$u_{f_i-t_q,0}(t) = u_{f_i,0}(t) - u_{t_q,0}(t) \quad ; \quad (\text{A.5-22})$$

ou seja:

$$\begin{aligned} u_{f_i-t_q,0}(t) = & \left(\frac{Z_{fth}}{Z_{th}} - 1 \right) u_{t,0}(t) + \\ & + \frac{(np-1)}{np} \left(\frac{Z_{fid}}{Z_{ud}} - 1 \right) Z_{ud} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.5-23})$$

Ao valor de $u_{f_i-t,0}$ dado nessa equação, deve-se ainda adicionar a tensão à frequência industrial existente na respectiva fase, u_{if_i} , do tipo dado na equação (A.2-12), resultando:

$$\begin{aligned}
u'_{f_i-t_q,0}(t_f) = & \left(\frac{Z_{f_i t h}}{Z_{u h}} - 1 \right) u_{t,0}(t) + \\
& + \frac{(np-1)}{np} \left(\frac{Z_{f_i t d}}{Z_{u d}} - 1 \right) Z_{u d} \left[\frac{i(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n i(t-n\tau_L) \right] + \quad ; \quad (A.5-24) \\
& + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i)
\end{aligned}$$

sendo a tensão $u_{t,0}(t)$ dada na equação (A.4-52).

Se a corrente $i(t)$ tem a forma de onda apresentada na Figura 2.4-9 e utiliza-se a função auxiliar $j(t)$ dada na equação (2.4-78), pode-se escrever:

$$u'_{f_i-t_q,0}(t_f) = I_o \eta_{4_i}(t, t_f, \tau_L, \tau_T, Z_T, Z_{u h}, Z_{f_i t h}, Z_{u d}, Z_{f_i t d}, Z_{a i}) + u_{i f_i}(\omega_{f_i} t, \phi_i) \quad ; \quad (A.5-25)$$

sendo

$$\eta_{4_i} = \left(\frac{Z_{f_i t h}}{Z_{u h}} - 1 \right) v_{t,0}(t) + \frac{(np-1)}{np} \left(\frac{Z_{f_i t d}}{Z_{u d}} - 1 \right) Z_{u d} \left[\frac{j(t)}{2} + \sum_{n=1}^N (-1)^n j(t-n\tau_L) \right] \quad (A.5-26)$$

e sendo a tensão $v_{t,0}(t)$ dada na equação (A.4-55).

A.5.2 Análise junto à torre

Conforme esclarecido no item anterior, junto à torre de índice “1”, tem-se o cálculo das tensões idêntico ao descrito para a incidência simétrica da descarga junto à torre, podendo-se, portanto, empregar a equação (A.4-63).

A.6 Impedâncias de onda dos cabos

Seja uma linha com um total de nf_T cabos formando todas as nf fases e com um total de np cabos pára-raios e sendo os cabos pára-raios conectados nas torres (vide Figura A-2 e Figura A-8).

Nesse caso, de acordo com as hipóteses de cálculo descritas no item A.1, para uma descarga atmosférica incidindo diretamente em um cabo pára-raios ou cabo de fase da linha, considerando-se o comportamento ideal da propagação das ondas subseqüentes ao longo da linha, desprezando-se as perdas nos cabos e nos solos e a condutância do ar,

para a propagação, por exemplo, das ondas positivas, estabeleceu-se na equação (4.2-73) a seguinte relação:

$$\mathbf{u} = \mathbf{Z}_c \cdot \mathbf{i} \quad ; \quad (\text{A.6-1})$$

sendo:

\mathbf{u} - vetor com dimensão (nf_T+np) , com cada elemento u_j correspondendo à tensão fase-terra no cabo de índice j ;

\mathbf{i} - vetor com dimensão (nf_T+np) , com cada elemento i_j correspondendo à corrente no cabo de índice j ;

\mathbf{Z}_c - matriz de impedâncias de onda com dimensão $(nf_T+np) \times (nf_T+np)$, calculada conforme a equação (4.2-74), sendo os elementos da matriz \mathbf{P} calculados pelas equações (4.2-36), ou seja:

$$\mathbf{Z}_c \cong 60 \mathbf{P} \quad . \quad (\text{A.6-2})$$

No caso dos cabos de fase serem constituídos por subcondutores formando feixes, pode-se aplicar para cada fase um processo de redução a cabos de fase equivalente semelhante ao descrito no item 4.2.3, e obter-se a nova relação matricial:

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{Z}_{c2} \cdot \mathbf{i}_2 \quad ; \quad (\text{A.6-3})$$

sendo essas matrizes dadas por:

$$\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} u_{f_1} \\ u_{f_2} \\ \vdots \\ u_{f_{nf}} \\ u_{t_1} \\ \vdots \\ u_{t_{np}} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{i}_2 = \begin{bmatrix} i_{f_1} \\ i_{f_2} \\ \vdots \\ i_{f_{nf}} \\ i_{t_1} \\ \vdots \\ i_{t_{np}} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{Z}_{c2} = \begin{bmatrix} Z_{f_1 f_1} & Z_{f_1 f_2} & \cdots & Z_{f_{nf} f_{nf}} & Z_{f_1 t_1} & \cdots & Z_{f_1 t_{np}} \\ Z_{f_2 f_1} & Z_{f_2 f_2} & \cdots & Z_{f_2 f_{nf}} & Z_{f_2 t_1} & & Z_{f_2 t_{np}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \\ Z_{f_{nf} f_1} & Z_{f_{nf} f_2} & & Z_{f_{nf} f_{nf}} & Z_{f_{nf} t_1} & & Z_{f_{nf} t_{np}} \\ Z_{t_1 f_1} & Z_{t_1 f_2} & & Z_{t_1 f_{nf}} & Z_{t_1 t_1} & & Z_{t_1 t_{np}} \\ \vdots & & & & & & \\ Z_{t_{np} f_1} & & & Z_{t_{np} f_{nf}} & Z_{t_{np} t_1} & & Z_{t_{np} t_{np}} \end{bmatrix} . \quad (\text{A.6-4})$$

Note-se nessas matrizes que os índices f designam as fases e os índices t designam os cabos pára-raios.

Além disso, no caso da linha considerada como idealmente transposta, a matriz \mathbf{Z}_{c2} assume o seguinte aspecto:

$$\mathbf{Z}_{c2 \text{ transp}} = \begin{bmatrix} Z_{ffP} & Z_{ffM} & \cdots & Z_{ffM} & Z_{fiM} & \cdots & Z_{fi_{np}M} \\ Z_{ffM} & Z_{ffP} & \cdots & Z_{ffM} & Z_{fiM} & \cdots & Z_{fi_{np}M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{ffM} & Z_{ffM} & \cdots & Z_{ffP} & Z_{fiM} & \cdots & Z_{fi_{np}M} \\ Z_{fiM} & Z_{fiM} & & & Z_{t_1t_1} & \cdots & Z_{t_1t_{np}} \\ \vdots & & & & & \ddots & \\ Z_{fi_{np}M} & & & & & & Z_{t_{np}t_{np}} \end{bmatrix} ; \quad (\text{A.6-5})$$

sendo os elementos:

Z_{ffP} - média entre os elementos próprios de fase da matriz \mathbf{Z}_{c2} ;

Z_{ffM} - média entre os elementos mútuos entre fases da matriz \mathbf{Z}_{c2} ;

Z_{fiM} - média entre os elementos mútuos entre fase e o cabo pára-raios de índice i da matriz \mathbf{Z}_{c2} ;

$Z_{t_it_j}$ - os mesmos elementos da matriz \mathbf{Z}_{c2} .

A.6.1 Impedância de onda própria dos cabos de fase

Desprezando-se qualquer corrente que circule pelos cabos pára-raios, designa-se os elementos Z_{ffP} e Z_{ffM} da matriz \mathbf{Z}_{c2} como a impedância de onda própria dos cabos de fase e a impedância de onda mútua entre os cabos de fase, respectivamente.

Um aspecto importante a ser comentado quando do cálculo da impedância de onda própria Z_{ffP} é a consideração da presença do efeito coroa nos cabos de fase após a incidência da descarga atmosférica. Como já comentado no item A.2, se ocorrer formação acentuada de efeito coroa, fenômeno essencialmente não linear, deixam de ser válidos o princípio da sobreposição e o tratamento por métodos de onda, o que, em princípio, inviabiliza o uso das equações desenvolvidas nos itens A.2, A.3, A.4 e A.5.

Apesar disso, costuma-se empregar para tal algumas aproximações, baseadas no fato de que, quando da circulação de certa corrente pelo cabo tal que se observe o coroa, o efeito causado é um “aumento” do raio do cabo, sendo utilizado este raio aumentado no cálculo das impedâncias de onda (ANDERSON, 1982). Nesta tese, entretanto, preferiu-se não utilizar esse tipo de simplificação, sobretudo em função do caráter bastante aproximado desse procedimento, e, porque, para a modelagem do efeito coroa, elaborou-se as metodologias adequadas apresentadas no capítulo 6 .

A.6.2 Impedância de onda própria homopolar do conjunto de cabos pára-raios

Injetando-se uma corrente $i(t)$ nos cabos pára-raios, em um ponto de conexão entre os mesmos, e desprezando-se a circulação de corrente nos cabos de fase, como é o caso da incidência de uma descarga atmosférica nos cabos pára-raios junto a torre, o sistema matricial (A.6-3), o qual relaciona as matrizes \mathbf{u}_2 , \mathbf{i}_2 e \mathbf{Z}_{c2} , é reduzido, e resulta:

$$\mathbf{u}_3 = \mathbf{Z}_3 \cdot \mathbf{i}_3 \quad ; \quad (\text{A.6-6})$$

sendo as novas matrizes dadas por:

$$\mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} u_{t_1}(t) \\ \vdots \\ u_{t_{np}}(t) \end{bmatrix} ; \mathbf{i}_3 = \begin{bmatrix} i_{t_1}(t) \\ \vdots \\ i_{t_{np}}(t) \end{bmatrix} ; \mathbf{Z}_3 = \begin{bmatrix} Z_{t_1 t_1} & \cdots & Z_{t_1 t_{np}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{t_{np} t_1} & \cdots & Z_{t_{np} t_{np}} \end{bmatrix} . \quad (\text{A.6-7})$$

Se a matriz \mathbf{Z}_{c3} é aproximada pela matriz simétrica \mathbf{Z}_{c3sim} , pode-se decompor as correntes nos cabos pára-raios $i_t(t)$ nos correspondentes modos homopolar e não homopolar, isto é,

$$\mathbf{Z}_{c3sim} = \begin{bmatrix} Z_{ttP} & \cdots & Z_{ttM} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{ttM} & \cdots & Z_{ttP} \end{bmatrix} ; \quad (\text{A.6-8})$$

sendo:

Z_{ttP} - média entre os elementos próprios de cabos pára-raios da matriz \mathbf{Z}_{c3} ;

Z_{ttM} - média entre os elementos mútuos entre cabos pára-raios da matriz \mathbf{Z}_{c3} .

Como

$$\begin{cases} i(t) = i_{t_1}(t) + i_{t_2}(t) + \dots + i_{t_{np}}(t) \\ u_{t_1}(t) = u_{t_2}(t) = \dots = u_{t_{np}}(t) = u_t(t) \end{cases} \quad (\text{A.6-9})$$

vem

$$i_{t_1}(t) = i_{t_2}(t) = \dots = i_{t_{np}}(t) = \frac{i(t)}{np} \quad (\text{A.6-10})$$

Nessas condições, definindo-se a impedância de onda própria homopolar do conjunto de cabos pára-raios pela relação entre a tensão nos cabos pára-raios e a corrente neles injetada, isto é,

$$Z_{tt h} = \frac{u_t(t)}{i(t)} \quad (\text{A.6-11})$$

após algumas manipulações matemáticas, obtém-se:

$$Z_{tt h} = \frac{Z_{tt P} + (np - 1) Z_{tt M}}{np} \quad (\text{A.6-12})$$

Para o caso particular de somente existirem dois cabos pára-raios, do mesmo tipo e situados à mesma altura, chega-se à seguinte equação mais simples:

$$Z_{tt h} = \frac{Z_{t_1 t_1} + Z_{t_1 t_2}}{2} \quad ; \quad (\text{A.6-13})$$

e, para o caso de um único cabo pára-raios, obviamente:

$$Z_{tt h} = Z_{t_1 t_1} \quad (\text{A.6-14})$$

A.6.3 Impedância de onda mútua homopolar entre um cabo de fase e o conjunto de cabos pára-raios

A partir do sistema matricial (A.6-3) e desprezando-se as correntes nos cabos de fase, tem-se para o cabo de fase de índice k a seguinte equação que relaciona a tensão no mesmo e as correntes nos cabos pára-raios:

$$u_{f_k}(t) = \sum_{j=1}^{np} Z_{f_k t_j} i(t)_{t_j} \quad . \quad (\text{A.6-15})$$

Para que se atenda à expressão (A.6-10), vem

$$u_{f_k}(t) = np Z_{f_k t M} \frac{i(t)}{np} \quad , \quad (\text{A.6-16})$$

sendo $Z_{f_k t M}$ a média entre os elementos mútuos entre a fase de índice k e os cabos pára-raios da matriz \mathbf{Z}_{c_3} .

Definindo-se então a impedância de onda mútua homopolar entre o cabo de fase de índice k e o conjunto de cabos pára-raios pela relação entre a tensão nesta fase e a corrente injetada nos cabos pára-raios, fica:

$$Z_{f_k t h} = \frac{u_{f_k}(t)}{i(t)} = Z_{f_k t M} \quad . \quad (\text{A.6-17})$$

Para o caso particular de somente existirem dois cabos pára-raios, do mesmo tipo e a mesma altura, chega-se a:

$$Z_{f_k t h} = \frac{Z_{f_k t_1} + Z_{f_k t_2}}{2} \quad ; \quad (\text{A.6-18})$$

e, para o caso de um único cabo pára-raios, obviamente:

$$Z_{f_k t h} = Z_{f_k t_1} \quad . \quad (\text{A.6-19})$$

A.6.4 Impedância de onda própria não homopolar do conjunto de cabos pára-raios

Seja uma linha com mais de um cabo pára-raios e a incidência de uma descarga atmosférica de valor $i(t)$ em somente um desses cabos pára-raios.

Desprezando-se as correntes nos cabos de fase, tem-se novamente o sistema matricial (A.6-6). Se a matriz \mathbf{Z}_{c_3} é do tipo dado na equação (A.6-8), para uma linha com np cabos pára-raios e sendo q o índice do cabo pára-raios atingido, calcula-se as correntes nos cabos pára-raios para o modo não homopolar por:

$$\begin{cases} i_{t_q}(t) = \frac{i(t) \cdot (np - 1)}{np} \\ i_{t_j}(t) = -\frac{i(t)}{np} \quad , \quad \text{para } j \neq q \\ i_{f_1}(t) = i_{f_2}(t) = \dots = i_{f_{nf}}(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.6-20})$$

Nessas condições, definindo-se a impedância de onda própria não homopolar do conjunto de cabos pára-raios pela relação entre a tensão no cabo pára-raios atingido e a corrente para o modo não homopolar injetada no mesmo, isto é,

$$Z_{tt d} = \frac{u_{t_q}(t)}{i_{t_q}(t)} \quad , \quad (\text{A.6-21})$$

vem, após algumas manipulações matemáticas:

$$Z_{tt d} = Z_{tt P} - Z_{tt M} \quad . \quad (\text{A.6-22})$$

Para o caso de somente existirem dois cabos pára-raios, do mesmo tipo e a mesma altura, chega-se a:

$$Z_{tt d} = Z_{t_1 t_1} - Z_{t_1 t_2} \quad . \quad (\text{A.6-23})$$

A.6.5 Impedância de onda mútua não homopolar entre um cabo de fase e um cabo pára-raios

Seja novamente as condições para o estabelecimento da equação (A.6-15), a qual relaciona a tensão no cabo de fase de índice k e as correntes nos cabos pára-raios, rescreta a seguir:

$$u_{f_k}(t) = \sum_{j=1}^{np} Z_{f_k t_j} i_{t_j}(t) \quad . \quad (\text{A.6-24})$$

Em função das condições dadas nas equações (A.6-20), tem-se:

$$u_{f_k}(t) = \frac{i(t)(np-1)}{np} Z_{f_k t_q} - \frac{i(t)}{np} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq q}}^{np} Z_{f_k t_j} \quad . \quad (\text{A.6-25})$$

Definindo-se a impedância de onda mútua não homopolar entre o cabo pára-raios de índice q e cabo de fase de índice k pela relação entre a tensão transversal nesta fase e a corrente neste cabo pára-raios, isto é,

$$Z_{f_k t_q d} = \frac{u_{f_k}(t)}{i_{t_q}(t)} \quad , \quad (\text{A.6-26})$$

vem:

$$Z_{f_k t_q d} = Z_{f_k t_q} - \frac{1}{np-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq q}}^{np} Z_{f_k t_j} \quad . \quad (\text{A.6-27})$$

Para o caso particular de somente existirem dois cabos pára-raios, do mesmo tipo e a mesma altura e sendo $q = 1$, chega-se a:

$$Z_{f_k t_1 d} = Z_{f_k t_1} - Z_{f_k t_2} \quad . \quad (\text{A.6-28})$$

Apêndice B - Formulação simplificada para a modelagem de dipolos imersos em um meio constituído por duas regiões homogêneas separadas por um plano

B.1 Introdução

Nos itens 5.4.1, 5.4.2 e 5.4.3 foram desenvolvidas várias equações de fácil resolução e aplicáveis a eletrodos cilíndricos imersos em um meio uniforme. No entanto, na prática, tem-se eletrodos em meios diferentes. É o caso, e.g., de um trecho de linha de transmissão aérea, onde os elementos das torres e os cabos das fases e cabos pára-raios encontram-se no ar, e os elementos dos sistemas de aterramento das torres encontram-se no solo.

Nesses últimos casos, a solução matemática não é tão simples, e, em geral, exige um tratamento especial, como, por exemplo, empregando-se coeficientes de reflexão e refração relacionando a formulação do dipolo de Hertz aplicada a cada meio, e um conjunto de imagens reproduzindo, em um meio, o efeito de todos os meios. Alguns exemplos de modelagem podem ser encontrados em, e.g., STRATTON (1941), BANNISTER (1979), LINDELL e ALANEN (1984), METWALLY e MAHMOUD (1984), WAIT (1991), YANG *et al.* (1991), PORTELA (1999b) e LINDELL *et al.* (2000). Tipicamente, tais “imagens” podem ser obtidas considerando-se uma decomposição da fonte do campo eletromagnético em parcelas, e considerando-se, para cada uma destas parcelas, coeficientes de reflexão e refração específicos, por exemplo, do tipo aplicáveis a ondas planas e ao cálculo do campo eletromagnético próximo de um dipolo. Em algumas condições, uma dessas parcelas é dominante, o que permite simplificar sensivelmente o cálculo e considerar coeficientes de reflexão e refração “equivalentes”, com um pequeno erro aceitável. Essas facilidades foram aproveitadas na modelagem aqui descrita.

Note-se que, nesta formulação, consideram-se dipolos com pequeno comprimento, igual a dL_s , num sentido que ficará claro adiante no texto, e, para a sua aplicação à modelagem dos vários eletrodos que compõem os elementos metálicos da linha de transmissão, de comprimento L_s cada, é suficiente fazer a integração do efeito de cada dipolo ao longo de L_s .

B.2 Equações básicas de um dipolo imerso em um meio homogêneo

Seja inicialmente um par de cargas pontuais, conforme a Figura B-1, com valor $+Q$ e $-Q$, formando um dipolo, definidas conforme a equação (5.4-2), em posição fixa e afastadas da distância $dL_s = 2a$. Considere-se tais cargas imersas em um meio linear, homogêneo e isotrópico, caracterizado por um coeficiente de propagação γ , para grandezas sinusoidais de pulsação ω , em representação complexa, associadas a um fator $e^{\mp i \omega t}$, conforme a expressão (5.4-1), ou seja:

$$\gamma = \sqrt{\mp i \omega \mu (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} . \quad (\text{B.2-1})$$

μ , ε e σ são a permeabilidade magnética, a permissividade dielétrica e a condutividade elétrica do meio, respectivamente. Uma corrente I_1 flui da carga $+Q$ para a carga $-Q$, sendo tal corrente definida conforme a equação (5.4-26).

Para uso ulterior, interessa exprimir a equação (B.2-1) em função de uma permissividade dielétrica “equivalente” do meio, ε' , definida por:

$$\mp i \omega \varepsilon' = \sigma \mp i \omega \varepsilon ; \quad (\text{B.2-2})$$

ou seja:

$$\varepsilon' = \varepsilon \pm \frac{i \sigma}{\omega} ; \quad (\text{B.2-3})$$

resultando em:

$$\gamma = \sqrt{\mp i \omega^2 \mu \varepsilon'} \therefore \gamma^2 = -\omega^2 \mu \varepsilon' . \quad (\text{B.2-4})$$

Note-se que, na Figura B-1, adotou-se um sistema de eixos ortogonais passando pelo centro do dipolo e sendo o eixo z colinear com o eixo central do dipolo apenas para comodidade do desenvolvimento analítico a seguir, e tal formulação não apresenta restrições para um posicionamento genérico dos eixos ortogonais, necessitando-se apenas proceder um processo de transformação de coordenadas ortogonais aos resultados encontrados.

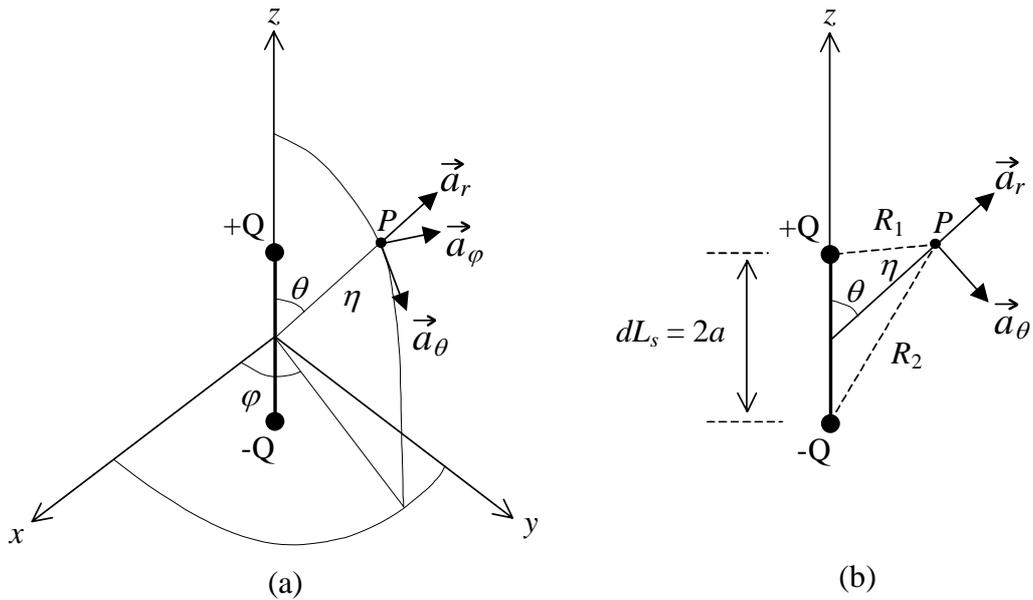


Figura B-1 – Representação do dipolo (a) e distâncias do centro do dipolo ao ponto P (b)

Portanto, da aplicação da primeira das equações (5.4-10) ao esquema da Figura B-1, obtém-se no ponto P o potencial escalar total U associado ao efeito de ambas as cargas $+Q$ e $-Q$, ou seja:

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon'} \left(\frac{e^{-\gamma R_1}}{R_1} - \frac{e^{-\gamma R_2}}{R_2} \right). \quad (\text{B.2-5})$$

As distâncias R_1 e R_2 estão definidas na Figura B-1(b), sendo:

$$\begin{cases} R_1 = \sqrt{\eta^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2\eta a \cos \theta} \\ R_2 = \sqrt{\eta^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2\eta a \cos \theta} \end{cases}. \quad (\text{B.2-6})$$

Para a condição particular $a \ll \eta$, tem-se, aproximadamente:

$$\begin{cases} R_1 \cong \eta - a \cos \theta \\ R_2 \cong \eta + a \cos \theta \end{cases}; \quad (\text{B.2-7})$$

donde se pode estabelecer

$$U \cong \frac{Q e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \varepsilon' \eta} \left(\frac{2 a \cos \theta}{\eta} + 2 \gamma a \cos \theta \right), \quad (\text{B.2-8})$$

e, finalmente,

$$U \cong \frac{Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \varepsilon'} \left(\frac{1}{\eta^2} + \frac{\gamma}{\eta} \right) \cos \theta . \quad (\text{B.2-9})$$

Por sua vez, o vetor potencial \vec{A} no ponto P, induzido pela corrente I_1 entre as cargas, pode ser calculado aplicando-se a segunda das equações (5.4-27) para L_s com um valor bem reduzido, igual a dL_s , ou seja:

$$\vec{A} = \vec{A}_z = \frac{\mu I_1 dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \eta} \vec{a}_z . \quad (\text{B.2-10})$$

Sendo

$$I_1 = -\frac{dQ}{dt} = \pm i \omega Q , \quad (\text{B.2-11})$$

tem-se também:

$$\vec{A} = \frac{\pm i \omega \mu Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \eta} \vec{a}_z . \quad (\text{B.2-12})$$

As projeções de \vec{A} nas direções de r e θ são então iguais a:

$$\begin{cases} \vec{A}_r = |\vec{A}_z| \cos \theta \vec{a}_r \\ \vec{A}_\theta = -|\vec{A}_z| \sin \theta \vec{a}_\theta \end{cases} . \quad (\text{B.2-13})$$

Portanto, calculando-se os vetores campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{H} no ponto P, associados ao dipolo, a partir das equações fundamentais

$$\begin{cases} \vec{E} = -\vec{\nabla} U - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \end{cases} , \quad (\text{B.2-14})$$

resulta da aplicação das equações (B.2-8) a (B.2-12):

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\bar{E}} = \left[-\frac{Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \varepsilon'} \left(-\frac{2}{\eta^3} - \frac{2\gamma}{\eta^2} - \frac{\gamma^2}{\eta} \right) \cos \theta + \frac{Q dL_s \omega^2 \mu e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \eta} \cos \theta \right] \vec{a}_r + \\ \left[-\frac{Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \varepsilon'} \left(-\frac{1}{\eta^3} - \frac{\gamma}{\eta^2} \right) \sin \theta - \frac{Q dL_s \omega^2 \mu e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \eta} \sin \theta \right] \vec{a}_\theta \\ \vec{\bar{H}} = \frac{\mp i \omega Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi} \left(\frac{1}{\eta^2} + \frac{\gamma}{\eta} \right) \sin \theta \vec{a}_\phi \end{array} \right. \quad . \quad (\text{B.2-15})$$

Combinando-se as equações (B.2-4) e (B.2-15), obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\bar{E}} = E_r \vec{a}_r + E_\theta \vec{a}_\theta = \\ = \frac{Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \varepsilon'} \left(\frac{2}{\eta^3} + \frac{2\gamma}{\eta^2} \right) \cos \theta \vec{a}_r + \frac{Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi \varepsilon'} \left(\frac{1}{\eta^3} + \frac{\gamma}{\eta^2} + \frac{\gamma^2}{\eta} \right) \sin \theta \vec{a}_\theta \\ \vec{\bar{H}} = H_\phi \vec{a}_\phi = \frac{\mp i \omega Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi} \left(\frac{1}{\eta^2} + \frac{\gamma}{\eta} \right) \sin \theta \vec{a}_\phi \end{array} \right. \quad . \quad (\text{B.2-16})$$

Naturalmente, a inclusão do termo associado à condutividade elétrica do meio pode ser feita considerando-se a equação (B.2-2), resultando:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\bar{E}} = E_r \vec{a}_r + E_\theta \vec{a}_\theta = \\ = \frac{\mp i \omega Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \left(\frac{2}{\eta^3} + \frac{2\gamma}{\eta^2} \right) \cos \theta \vec{a}_r + \\ \frac{\mp i \omega Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi (\sigma \mp i \omega \varepsilon)} \left(\frac{1}{\eta^3} + \frac{\gamma}{\eta^2} + \frac{\gamma^2}{\eta} \right) \sin \theta \vec{a}_\theta \\ \vec{\bar{H}} = H_\phi \vec{a}_\phi = \frac{\mp i \omega Q dL_s e^{-\gamma \eta}}{4 \pi} \left(\frac{1}{\eta^2} + \frac{\gamma}{\eta} \right) \sin \theta \vec{a}_\phi \end{array} \right. \quad . \quad (\text{B.2-17})$$

Nas equações (B.2-17), cada parcela inversamente proporcional a η tem comportamento particular, basicamente variável em função do parâmetro $\gamma \eta$. Conforme vários autores, para dL_s muito inferior ao comprimento de onda, λ , pode-se adotar as seguintes classificações:

- $dL_s \ll \eta \ll \lambda$: Região próxima à fonte, ou zona estática.

- $dL_s \ll \eta \sim \lambda$: Região intermediária, ou zona indutiva.
- $dL_s \ll \lambda \ll \eta$: Região distante da fonte, ou zona de radiação.

Além disso, as parcelas de E_r e E_θ proporcionais a $1/\eta^3$ são associadas às cargas presentes na fonte, são relativas à zona estática e não possuem os correspondentes componentes de campo magnético. Já as parcelas de E_θ e H_φ proporcionais a $1/\eta$ são associadas às correntes presentes na fonte, são relativas à zona de radiação e satisfazem aos condicionamentos associados a ondas planas, posto que tais parcelas são ortogonais à direção da propagação e entre si, podendo-se estabelecer (STRATON, 1941, PORTELA, 1999b):

$$H_\varphi = \frac{\gamma_2}{\sigma \mp i \omega \varepsilon} \cdot E_\theta = \sqrt{\frac{\sigma \mp i \omega \varepsilon}{\mp i \omega \mu}} \cdot E_\theta . \quad (\text{B.2-18})$$

As parcelas de E_θ e H_φ proporcionais a $1/\eta^2$ são respectivamente associadas à presença de cargas e correntes na fonte, são relativas à zona intermediária e também satisfazem aos condicionamentos associados a ondas planas. A parcela de E_r proporcional a $1/\eta^2$ é associada à presença de correntes na fonte e também corresponde à zona intermediária.

Nesses termos, infere-se das equações (B.2-17) que, para distâncias curtas, tal que $|\gamma \eta| \ll 1$, predominam as parcelas proporcionais a $1/\eta^3$, e, portanto, é mais significativo o efeito estático. Por outro lado, para as grandes distâncias, tal que $|\gamma \eta| \gg 1$, predominam as parcelas proporcionais a $1/\eta$, e, portanto, é mais significativo o efeito da radiação. Essas conclusões são importantes, e permitem que sejam usados apenas alguns termos de \vec{E} e \vec{H} nas equações (B.2-17) conforme o valor da distância η .

As equações anteriores podem então ser aplicadas para o cálculo dos elementos do tipo eletrodo cilíndrico, abordados no item 5.4, desde que estes tenham comprimento suficientemente pequeno para o atendimento dos condicionamentos básicos empregados, incluindo-se as equações (B.2-7) e (5.4-18). Entretanto, no caso típico do circuito elétrico em modelagem compreendendo vários eletrodos, necessita-se calcular inicialmente as correntes em todos os eletrodos, sendo tais correntes calculadas a partir

da resolução de um sistema matricial do tipo da equação (5.4-67), que envolve a matriz \mathbf{W}_E . Em geral, a matriz \mathbf{W}_E pode ser obtida de duas formas, quais sejam:

- a) Diretamente a partir das equações (B.2-17), aplicando-as ao longo da superfície dos eletrodos empregados, sendo cada eletrodo formado por vários dipolos, ou considerando-se dipolos “maiores” e funções interpolantes ao longo de cada dipolo; ou seja, calcula-se diretamente uma matriz de impedâncias nodais entre eletrodos, cuja inversa é a matriz \mathbf{W}_E , com semelhança ao tratamento adotado em alguns programas computacionais (e.g. como implementado no programa computacional NEC (BURKE e MILLER, 1984)).
- b) A partir do cálculo de matrizes de impedâncias transversais e impedâncias longitudinais entre eletrodos, conforme adotado no item 5.4, e, neste caso, tratando-se individualmente os componentes das equações (B.2-17) que são associados a cargas e a correntes, respectivamente.

Os itens que se seguem buscam o enfoque da segunda estratégia.

B.3 Coeficientes de reflexão e refração associados a ondas planas

No caso do dipolo imerso em um meio constituído por duas regiões homogêneas separadas por um plano, para o cálculo do campo eletromagnético em um ponto P situado em uma ou outra região, há que se considerar os fenômenos de reflexão e refração das ondas neste plano.

No item anterior observou-se que ambas as parcelas de \vec{H} relacionam-se com as correspondentes parcelas de \vec{E} satisfazendo aos condicionamentos similares de ondas planas. Portanto, para o desenvolvimento a seguir, interessa formular os coeficientes de reflexão e refração no plano de separação dos dois meios associados a ondas planas. Como esse procedimento encontra-se detalhado em STRATTON (1941) e em

PORTELA (1999b), e, mais recentemente, foi reapresentado em MIRANDA (2003), apresenta-se em seguida somente os equacionamentos finais*.

Logo, considere-se a Figura B-2, onde constam dois meios homogêneos, lineares e isotrópicos, de parâmetros, respectivamente, μ_1 , ε_1 e σ_1 e μ_2 , ε_2 e σ_2 , separados por um plano S , tal que, conforme a equação (B.2-1):

$$\begin{cases} \gamma_1 = \sqrt{\mp i \omega \mu_1 (\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1)} \\ \gamma_2 = \sqrt{\mp i \omega \mu_2 (\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2)} \end{cases} \quad (\text{B.3-1})$$

O vetor \vec{n} é o vetor normal a S e dirigido do meio 1 para o meio 2. O vetor \vec{r} é o vetor posição de um ponto genérico no espaço, em relação a uma origem de coordenadas O , localizada em S .

Considera-se uma onda plana incidente em S , com direção e sentido de propagação definidos pelo vetor unitário \vec{n}_0 , no sentido do meio 2 para o meio 1, de pulsação ω , e de amplitude complexa \vec{E}_0 , sendo:

$$\begin{cases} \vec{E}_i = \vec{E}_0 e^{\mp i \omega t} e^{-\gamma_2 \vec{n}_0 \cdot \vec{r}} = \vec{E}_0 e^{-\gamma_2 \vec{n}_0 \cdot \vec{r}} \\ \vec{H}_i = \frac{\gamma_2}{\mp i \omega \mu_2} \vec{n}_0 \times \vec{E}_0 = \sqrt{\frac{\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2}{\mp i \omega \mu_2}} \vec{n}_0 \times \vec{E}_0 \end{cases} \quad (\text{B.3-2})$$

A incidência da onda \vec{E}_0 em S origina um movimento de cargas e correntes na vizinhança de S , cujo efeito está associado, em geral, a uma onda refletida no meio 2 e a uma onda transmitida no meio 1. Essas duas ondas podem ser interpretadas como ondas planas, de amplitudes \vec{E}_1 e \vec{E}_2 , e com vetores unitários de direção e sentido de propagação \vec{n}_1 e \vec{n}_2 , respectivamente. Similarmente, θ_0 , θ_2 e θ_1 são os ângulos de

* Similarmente ao comentário feito no item 5.4, em STRATTON (1941), PORTELA (1997a) e PORTELA (1999b) empregou-se o coeficiente de propagação k exprimido na forma $k = \sqrt{\mu \varepsilon \omega^2 \pm \mu \sigma i \omega}$, enquanto que aqui se preferiu adotar a definição dada na equação (B.2-1), o que, na verdade, consiste em multiplicar o coeficiente k calculado pela equação acima pelo complexo $-i$, resultando no coeficiente de propagação γ , e, conseqüentemente, numa pequena alteração nas equações aqui apresentadas.

incidência, reflexão e refração, respectivamente, sendo os mesmos, em geral, complexos.

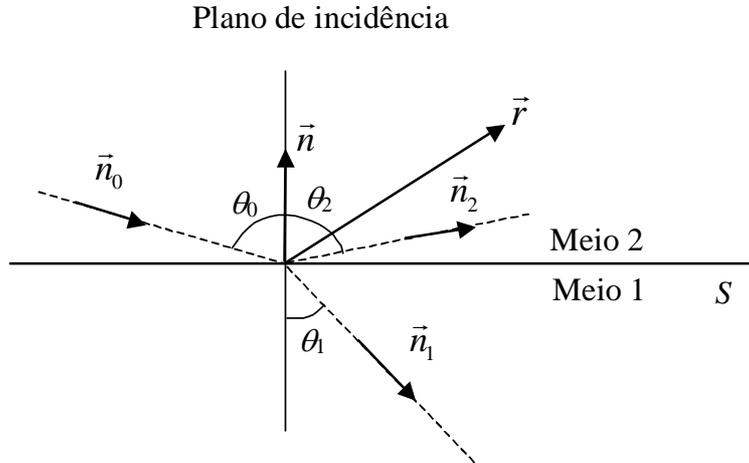


Figura B-2 – Reflexão e refração da onda no plano de separação S

Portanto, para que se tenha uma solução correspondente a ondas planas, da forma

$$\begin{cases} \vec{E}_t = \vec{E}_1 e^{\mp i \omega t} e^{-\gamma_1 \vec{n}_1 \cdot \vec{r}} = \vec{E}_1 e^{-\gamma_1 \vec{n}_1 \cdot \vec{r}} \\ \vec{H}_t = \frac{\gamma_1}{\mp i \omega \mu_1} \vec{n}_1 \times \vec{E}_t = \sqrt{\frac{\sigma_1 \mp i \omega \epsilon_1}{\mp i \omega \mu_1}} \vec{n}_1 \times \vec{E}_t \end{cases} \quad (\text{B.3-3})$$

e

$$\begin{cases} \vec{E}_r = \vec{E}_2 e^{\mp i \omega t} e^{-\gamma_2 \vec{n}_2 \cdot \vec{r}} = \vec{E}_2 e^{-\gamma_2 \vec{n}_2 \cdot \vec{r}} \\ \vec{H}_r = \frac{\gamma_2}{\mp i \omega \mu_2} \vec{n}_2 \times \vec{E}_r = \sqrt{\frac{\sigma_2 \mp i \omega \epsilon_2}{\mp i \omega \mu_2}} \vec{n}_2 \times \vec{E}_r \end{cases}, \quad (\text{B.3-4})$$

com \vec{E}_0 , \vec{E}_1 e \vec{E}_2 constantes e dado que \vec{n} , \vec{n}_0 , \vec{n}_1 e \vec{n}_2 serão coplanares e paralelos ao plano de incidência, resulta:

$$\begin{cases} \sin \theta_2 = \sin \theta_0 \\ \gamma_2 \sin \theta_0 = \gamma_1 \sin \theta_1 \end{cases}. \quad (\text{B.3-5})$$

As equações (B.3-5) constituem as leis da reflexão e refração de Snell, sendo que, em geral, para θ_0 real, θ_1 é complexo.

A relação entre \vec{E}_0 , \vec{E}_1 e \vec{E}_2 é dada pelas condições de continuidade em S e depende do ângulo de \vec{E}_0 com S . A orientação de \vec{E}_0 é arbitrária, contudo pode sempre ser decomposta em duas componentes, uma, \vec{E}_{0N} , normal ao plano de incidência, e, outra, \vec{E}_{0P} , paralela ao plano de incidência. A cada uma dessas duas parcelas estão associados coeficientes de reflexão e refração, função de θ_0 e dos parâmetros dos dois meios, que, por exemplo, definem \vec{E}_{1N} e \vec{E}_{2N} a partir de \vec{E}_{0N} e, por exemplo, definem \vec{E}_{1P} e \vec{E}_{2P} a partir de \vec{E}_{0P} . Aplicando-se superposição das duas parcelas, obtém-se \vec{E}_1 e \vec{E}_2 .

Portanto, para uma onda caracterizada por \vec{E}_{0N} , tem-se

$$\begin{cases} \vec{E}_{1N} = T_N \vec{E}_{0N} \\ \vec{E}_{2N} = R_N \vec{E}_{0N} \end{cases} \quad (\text{B.3-6})$$

e

$$\begin{cases} \vec{H}_{1N} = T_N^* \vec{H}_{0N} \\ \vec{H}_{2N} = R_N^* \vec{H}_{0N} \end{cases}, \quad (\text{B.3-7})$$

sendo:

$$\begin{cases} T_N = \frac{2 \mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0}{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} \\ R_N = \frac{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 - \mu_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} \end{cases} \quad (\text{B.3-8})$$

e

$$\begin{cases} T_N^* = \frac{2 \mu_2 \gamma_1 \cos \theta_0}{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} \\ R_N^* = \frac{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 - \mu_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} = R_N \end{cases}. \quad (\text{B.3-9})$$

Similarmente, para uma onda caracterizada por \vec{E}_{0P} , tem-se

$$\begin{cases} \vec{E}_{1P} = T_P \vec{E}_{0P} \\ \vec{E}_{2P} = R_P \vec{E}_{0P} \end{cases} \quad (\text{B.3-10})$$

e

$$\begin{cases} \vec{H}_{1P} = T_P^* \vec{H}_{0P} \\ \vec{H}_{2P} = R_P^* \vec{H}_{0P} \end{cases}, \quad (\text{B.3-11})$$

sendo:

$$\begin{cases} T_P = \frac{2 \mu_1 \gamma_1 \gamma_2 \cos \theta_0}{\mu_2 \gamma_1^2 \cos \theta_0 + \mu_1 \gamma_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} \\ R_P = \frac{\mu_2 \gamma_1^2 \cos \theta_0 - \mu_1 \gamma_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_2 \gamma_1^2 \cos \theta_0 + \mu_1 \gamma_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} \end{cases} \quad (\text{B.3-12})$$

e

$$\begin{cases} T_P^* = \frac{2 \mu_2 \gamma_1^2 \cos \theta_0}{\mu_2 \gamma_1^2 \cos \theta_0 + \mu_1 \gamma_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} \\ R_P^* = \frac{\mu_2 \gamma_1^2 \cos \theta_0 - \mu_1 \gamma_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_2 \gamma_1^2 \cos \theta_0 + \mu_1 \gamma_2 \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2 \sin^2 \theta_0}} = R_P \end{cases}. \quad (\text{B.3-13})$$

Além disso, para

$$\mu_1 = \mu_2 \cong \mu_0 \quad (\text{B.3-14})$$

e, para comodidade de comparação com outras formulações, empregando-se as relações

$$\begin{cases} p = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \\ q = \sqrt{1 + \left(\frac{p}{\cos \theta} \right)^2 - \frac{1}{\cos^2 \theta_0}} \end{cases}, \quad (\text{B.3-15})$$

obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l}
T_N = \frac{2 \cos \theta_0}{\cos \theta_0 + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{2}{1+q} \\
R_N = R_N^* = \frac{\cos \theta_0 - \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}}{\cos \theta_0 + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{1-q}{1+q} \\
T_N^* = \frac{2 p \cos \theta_0}{\cos \theta_0 + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{2 p}{1+q} \\
T_P = \frac{2 p \cos \theta_0}{p^2 \cos \theta_0 + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{2 p}{p^2 + q} \\
R_P = R_P^* = \frac{p^2 \cos \theta_0 - \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}}{p^2 \cos \theta_0 + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{p^2 - q}{p^2 + q} \\
T_P^* = \frac{2 p^2 \cos \theta_0}{p^2 \cos \theta_0 + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{2 p^2}{p^2 + q}
\end{array} \right. \quad (B.3-16)$$

Além disso, para as condições particulares

$$\left\{ \begin{array}{l}
|\cos^2 \theta| \gg 1 \\
|\cos^2 \theta| \gg |p^2|
\end{array} \right. , \quad (B.3-17)$$

tem-se

$$q \cong 1 , \quad (B.3-18)$$

e os equacionamentos anteriores tornam-se muito simples e independentes de θ_0 , ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l}
T_N \cong 1 \\
R_N = R_N^* \cong 0 \\
T_N^* \cong p = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\sqrt{\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1}}{\sqrt{\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2}} \\
T_P \cong \frac{2 p}{p^2 + 1} = \frac{2 \gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} = \frac{2 \sqrt{(\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1) \cdot (\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2)}}{(\sigma_1 + \sigma_2) \mp i \omega (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \\
R_P = R_P^* \cong \frac{p^2 - 1}{p^2 + 1} = \frac{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \mp i \omega (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{(\sigma_1 + \sigma_2) \mp i \omega (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \\
T_P^* \cong \frac{2 p^2}{p^2 + 1} = \frac{2 \gamma_1^2}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} = \frac{2 (\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1)}{(\sigma_1 + \sigma_2) \mp i \omega (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}
\end{array} \right. \quad (B.3-19)$$

Se, ainda, for

$$\begin{cases} |\sigma_1 - \sigma_2| \gg |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| \omega \\ |\sigma_1 + \sigma_2| \gg |\varepsilon_1 + \varepsilon_2| \omega \end{cases}, \quad (\text{B.3-20})$$

resulta:

$$\begin{cases} T_N^* \cong \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \\ T_P \cong \frac{2\sqrt{\sigma_1 \sigma_2}}{\sigma_1 + \sigma_2} \\ R_P \cong \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \\ T_P^* \cong \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \end{cases}. \quad (\text{B.3-21})$$

Finalmente, se,

$$\begin{cases} \sigma_1 \gg \sigma_2 \\ \sigma_1 \rightarrow \infty \end{cases}, \quad (\text{B.3-22})$$

fica:

$$\begin{cases} T_N^* \rightarrow \infty \\ T_P \rightarrow 0 \\ R_P \rightarrow 1 \\ T_P^* \rightarrow 2 \end{cases}; \quad (\text{B.3-23})$$

ou, se,

$$\begin{cases} \sigma_2 \gg \sigma_1 \\ \sigma_2 \rightarrow \infty \end{cases}, \quad (\text{B.3-24})$$

fica:

$$\begin{cases} T_N^* \rightarrow 0 \\ T_P \rightarrow 0 \\ R_P \rightarrow -1 \\ T_P^* \rightarrow 0 \end{cases} \quad (\text{B.3-25})$$

B.4 Vetor potencial gerado por um dipolo imerso em um meio constituído por duas regiões homogêneas

Os equacionamentos anteriores podem ser aproveitados para o cálculo do vetor potencial \vec{A} gerado pela corrente circulante em um dipolo e induzido em um ponto P situado em um meio constituído por duas regiões homogêneas. Para as aplicações efetuadas nesta tese, tais regiões são o ar e o solo.

Logo, seja inicialmente o caso particular de se considerar o solo ideal, ou seja, com condutividade infinita. Para essa condição particular, o efeito da interface solo-ar pode ser facilmente modelado pela tradicional teoria das imagens. Nesse caso, por exemplo, para um dipolo no ar, com corrente longitudinal I_1 circulante, aplicando-se os coeficientes dados nas equações (B.3-21) a (B.3-25), conclui-se que o efeito do solo pode ser considerando posicionando-se simetricamente um dipolo “imagem” no solo e tratando-se então ambos os meios como o ar. Pode-se assim facilmente determinar o campo elétrico em um ou outro meio aplicando-se a superposição do efeito das duas fontes. Uma estratégia semelhante também pode ser adotada para o caso do dipolo no solo, passando-se a tratar agora ambos os meios como o solo.

Contudo, no caso real, em que se necessita considerar o solo com condutividade finita, há que se empregar estratégias bem mais elaboradas, as quais têm sido amplamente investigadas na literatura, verificando-se variações de concepção de modelagem e, em geral, dificuldades de solução analítica direta. Conforme comentado, uma primeira estratégia consiste em empregar as equações (B.2-17), separadamente para cada um dos seus termos, associados a cargas e a correntes, e empregar os associados coeficientes de reflexão e refração para cada termo, mas há o inconveniente do cálculo do ângulo de transmissão complexo. Essa solução foi empregada, e.g., no programa computacional TRANSMATER, e permite considerar precisamente os efeitos da propagação das ondas em meios diferentes, inclusive dos efeitos de radiação (PORTELA, 1999b). Em uma segunda estratégia considera-se diretamente formulações do tipo da apresentada por

Sommerfeld, mas neste caso recai-se em integrais numéricas de difícil solução numérica. Essa formulação é aplicada, e.g., nos programas computacionais da Série NEC (BURKE e MILLER, 1984).

Nesse sentido, buscou-se desenvolver neste item uma solução de implementação razoavelmente simples e que conduzisse a resultados com precisão numérica razoável para as análises efetuadas nesta tese. Além disso, foram adotadas duas simplificações de modelagem, ou seja:

- Para efeitos do cálculo do campo eletromagnético gerado por um dipolo, em princípio com posicionamento espacial genérico em um dos dois meios, considera-se o dipolo representado pela suas projeções vertical e horizontal ao plano de separação entre os meios. Ao final, considera-se a superposição desses dois efeitos.
- O efeito do solo com condutividade finita é incluído como uma correção no modelo básico de imagens simétricas mencionado anteriormente para o caso do solo ideal.

Portanto, seja inicialmente o caso de um dipolo vertical no ar, e seja a seguinte formulação do vetor potencial também no ar, obtida a partir das equações apresentadas por Sommerfeld, as quais são baseadas no vetor potencial de Hertz (STRATTON, 1941):

$$\vec{A} = \frac{\mu I_1 dL_s}{4\pi} \left(\frac{e^{-\gamma_2 \eta}}{\eta} - \frac{e^{-\gamma_2 \eta'}}{\eta'} + V_{22} \right) \vec{a}_z = \frac{\mu I_1 dL_s}{4\pi} \left(\frac{e^{-\gamma_2 \eta}}{\eta} V'_{22} \right) \vec{a}_z ; \quad (\text{B.4-1})$$

sendo:

$$V_{22} = 2\gamma_1^2 \int_0^\infty \frac{J_0(\zeta d) e^{-(z+h)u_2}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \zeta d\zeta \quad (\text{B.4-2})$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \sqrt{d^2 + (z-h)^2} \\ \eta' = \sqrt{d^2 + (z+h)^2} \\ u_1 = \sqrt{\zeta^2 + \gamma_1^2} \\ u_2 = \sqrt{\zeta^2 + \gamma_2^2} \end{array} \right. . \quad (\text{B.4-3})$$

J_0 é uma função de Bessel de primeira espécie e, num sistema de coordenadas cilíndricas, com eixo z coincidente com o eixo do dipolo, z é a altura do dipolo, h é altura do ponto de cálculo e d é a distância horizontal entre o dipolo e o ponto de cálculo.

Note-se que, na equação (B.4-1), o primeiro termo dentro dos parêntesis corresponde ao dipolo fonte sobre o solo, o segundo termo a um dipolo localizado simetricamente sob o solo, correspondendo ao efeito do solo caso o mesmo fosse um condutor perfeito, e o terceiro termo corresponde ao efeito do solo real, com perdas.

Definindo-se a função $e^{-\gamma_2 \eta'} / \eta'$ conforme feito originalmente por Sommerfeld, ou seja (STRATTON, 1941):

$$\frac{e^{-\gamma_2 \eta'}}{\eta'} = \int_0^{\infty} \frac{J_0(\zeta d) e^{-(z+h)u_2}}{u_2} \zeta d\zeta ; \quad (\text{B.4-4})$$

resulta

$$V'_{22} = \int_0^{\infty} R \cdot \frac{J_0(\zeta d) e^{-(z+h)u_2}}{u_2} \zeta d\zeta ; \quad (\text{B.4-5})$$

sendo

$$R = \frac{u_2 - \frac{1}{p^2} u_1}{u_2 + \frac{1}{p^2} u_1}, \quad (\text{B.4-6})$$

e sendo o fator p dado nas equações (B.3-15).

Para um dipolo horizontal no ar, e.g., na direção y , o componente do vetor potencial em um ponto no ar e nesta direção, \bar{A}_y , também pode ser obtido conforme a expressão (B.4-1), onde, para solos típicos, pode-se estabelecer, aproximadamente,

$$R = \frac{u_2 - u_1}{u_2 + u_1}, \quad (\text{B.4-7})$$

e, considerando-se o parâmetro auxiliar x , dado por

$$x = \frac{u_2}{\Delta} = \frac{\sqrt{\zeta^2 + \gamma_2^2}}{\sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}}, \quad (\text{B.4-8})$$

pode-se desenvolver tal equação do coeficiente R em série de x , sendo, para $|x| \ll 1$, como sucede para o meio 2 ser o ar e o meio 1 ser o solo,

$$R = -1 + 2x - 2x^2 + x^3 - \frac{x^5}{4} + \dots, \quad (\text{B.4-9})$$

e, para $|x| \gg 1$, como sucederia para a inversão entre os meios, ou seja, para o meio 2 ser o solo e o meio 1 ser o ar, pode-se estabelecer

$$R = -\frac{1}{4x^4} + O\left(\frac{1}{x^4}\right) + \dots. \quad (\text{B.4-10})$$

Considerando-se agora, conforme sugerido por WAIT (1991),

$$R \cong -e^{-2x} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{20}x^5 + \dots\right), \quad (\text{B.4-11})$$

observa-se a concordância até o terceiro termo da equação (B.4-11) com a equação (B.4-9). Note-se também que há uma tendência a anulação do valor de R na equação (B.4-10).

Ressalta-se que, apesar de aqui não explorado, outro desenvolvimento interessante do coeficiente R em série seria considerando-se uma função do tipo (METWALLY e MAHMOUD, 1984, ARAND e HAKKAK, 2003)

$$R \cong \sum_{i=1}^N a_i e^{b_i u_2}, \quad (\text{B.4-12})$$

mas que também apresenta semelhança com a equação (B.4-11).

Logo, com validade para uma extensa gama de análises, em que $|\gamma_1 \eta|^3 \gg 1$, incluindo-se apenas o primeiro termo de R da equação (B.4-11) na equação (B.4-5), obtém-se:

$$V'_{22} \cong - \int_0^{\infty} \frac{J_0(\zeta d) e^{-\left[(z+h)+\frac{2}{\Delta}\right]u_2}}{u_2} \zeta d\zeta ; \quad (\text{B.4-13})$$

e, da equação (B.4-1), obtém-se, finalmente:

$$\vec{A}_y = \frac{\mu I_1 dL_s}{4\pi} \left[\frac{e^{-\gamma_2 \eta}}{\eta} - \frac{e^{-\gamma_2 \eta'_{eq}}}{\eta'_{eq}} \right] \vec{a}_y ; \quad (\text{B.4-14})$$

sendo

$$\eta'_{eq} = \sqrt{d^2 + \left(z + h + \frac{2}{\Delta}\right)^2} . \quad (\text{B.4-15})$$

Nessas condições, conclui-se que o efeito do solo condutivo pode ser representado considerando-se um dipolo imagem à distância complexa $z + 2/\Delta$ da superfície do solo. Além disso, como comentado acima, apesar de aqui não ter sido desenvolvida, uma solução do tipo da equação (B.4-12) ou mesmo a consideração de mais termos na equação (B.4-11) conduz à representação de um número superior de imagens ou a uma distribuição de imagens, e, naturalmente, a uma maior precisão e generalização do método. Nota-se ainda que, em regime quase estacionário, γ_2 tende a zero e Δ tende ao valor de γ_1 , e, portanto, ao inverso da distância d_p dada na equação (4.2-41). Para o caso do dipolo vertical, é ainda interessante mostrar que, para o solo com condutividade infinita, em que γ_1 tende a infinito, resulta

$$V_{22} \rightarrow \frac{2 e^{-\gamma_2 \eta'}}{\eta'} , \quad (\text{B.4-16})$$

e, conseqüentemente, como esperado da teoria das imagens, fica:

$$\bar{\mathbf{A}} = \frac{\mu I_1 dL_s}{4\pi} \left[\frac{e^{-\gamma_2 \eta}}{\eta} + \frac{e^{-\gamma_2 \eta'}}{\eta'} \right] \bar{\mathbf{a}}_z . \quad (\text{B.4-17})$$

Uma solução alternativa à teoria anterior das imagens complexas consiste na formulação apresentada por Norton (NORTON, 1937, STRATON, 1941, WAIT, 1998). A formulação de Norton tem sido aplicada com sucesso em várias análises, sobretudo nos casos em que a condutividade do solo não apresenta valor muito reduzido (tipicamente superior a 1 mS/m), e, para o dipolo vertical, consiste em calcular o fator V_{22} por:

$$V_{22} = \left[1 + R_{Pv} + (1 - R_{Pv}) \cdot F \right] \frac{e^{-\gamma_2 \eta'}}{\eta'} ; \quad (\text{B.4-18})$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{Pv} = \frac{p^2 \cos \theta' - \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta'}}{p^2 \cos \theta' + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta'}} \\ \cos \theta' = \frac{z+h}{\eta'} \\ \sin \theta' = \frac{d}{\eta'} \\ F = 1 + i \sqrt{\pi \xi} \cdot e^{-\xi} \operatorname{erfc}(-i \sqrt{\xi}) \\ \xi = \frac{-2 \gamma_2 \eta' (p^2 - \sin^2 \theta')}{p^4 (1 - R_{Pv})^2} = \frac{-2 \gamma_2 \eta' \cos^2 \theta'}{(1 + R_{Pv})^2} \\ \operatorname{erfc}(i \sqrt{\xi}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{i \sqrt{\xi}}^{\infty} e^{-\zeta^2} d\zeta \end{array} \right. ; \quad (\text{B.4-19})$$

onde p , d , z e h são os mesmos parâmetros definidos anteriormente

Portanto, considerando-se a solução de Norton, fica, para pontos de cálculo no ar:

$$\bar{\mathbf{A}} = \frac{\mu I_1 dL_s}{4\pi} \left\{ \frac{e^{-\gamma_2 \eta}}{\eta} + \left[R_{Pv} + (1 - R_{Pv}) \cdot F \right] \frac{e^{-\gamma_2 \eta'}}{\eta'} \right\} \bar{\mathbf{a}}_z . \quad (\text{B.4-20})$$

Naturalmente, no caso do solo com condutividade infinita, o coeficiente R_{Pv} tende para 1 (vide equações (B.3-22) e (B.3-23)) e, conseqüentemente, a equação (B.4-20) degenera para a equação (B.4-17).

Já para o caso de dipolos horizontais no ar e ponto de cálculo no solo, também se dispõe de formulações propostas por Sommerfeld, que também propôs similares para dipolos no solo e pontos de cálculo no ar ou no solo. Contudo, também para esses casos há as dificuldades de solução de equações do tipo da equação (B.4-2), além de também surgir uma componente vertical do vetor potencial de Hertz.

No entanto, como alternativa, considerando-se que conforme a metodologia desenvolvida neste apêndice faz-se a separação entre as fontes de cargas e correntes, também é possível aplicar para o caso do dipolo horizontal a solução proposta por Norton. Neste caso, calcula-se a componente horizontal do vetor potencial de forma semelhante à equação (B.4-18), contudo empregando-se o coeficiente R_{Nh} ao invés do coeficiente R_{Pv} , ou seja:

$$R_{Nh} = \frac{\cos \theta' - \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta'}}{\cos \theta' + \sqrt{p^2 - \sin^2 \theta'}} . \quad (\text{B.4-21})$$

B.5 Potencial escalar gerado por um dipolo imerso em um meio constituído por duas regiões homogêneas

No caso do cálculo do potencial escalar gerado pelo dipolo imerso em um meio constituído por duas regiões homogêneas, considerou-se para a elaboração da presente formulação a natureza quase estacionária do potencial escalar.

Portanto, esteja o dipolo no meio 2, e seja I_t a corrente transversal no dipolo, assumida uniformemente distribuída pelo comprimento do dipolo e injetada no meio 2. A relação entre I_t e a corrente longitudinal I_l foi esclarecida nas equações (5.4-35) e (5.4-39).

Logo, da aplicação da teoria das imagens, conforme ilustrado na Figura B-3, para fins do cálculo no meio 2, considera-se a imagem no solo com corrente igual a I_t' , e o efeito da superposição das duas correntes I_t e I_t' considerando-se o meio 1 igual ao meio 2. Já para o cálculo no meio 1, substitui-se o meio 2 pelo meio 1 e a corrente I_t pela corrente I_t'' .

Tem-se, portanto, aproximadamente, a partir das equações dos coeficientes de reflexão e refração estabelecidas no item B.3:

$$\begin{cases} I_t' = R I_t \\ I_t'' = T I_t e^{-(\gamma_2 - \gamma_1) \eta_i} \end{cases} ; \quad (\text{B.5-1})$$

sendo:

$$\begin{cases} R = \frac{(\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2) - (\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1)}{(\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1) + (\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2)} \\ T = \frac{2(\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1)}{(\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1) + (\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2)} \end{cases} . \quad (\text{B.5-2})$$

Fica então, em função da injeção da corrente transversal I_t para o meio 2 e estando o ponto de cálculo também no meio 2 , aproximadamente :

$$\begin{cases} U = \frac{I_t}{4 \pi (\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2)} \left(\frac{e^{-\gamma_2 \eta_{P2}}}{\eta_{P2}} + R \frac{e^{-\gamma_2 \eta'_{P2}}}{\eta'_{P2}} \right) \\ \bar{E}_c = \frac{I_t}{4 \pi (\sigma_2 \mp i \omega \varepsilon_2)} \left[\left(\frac{1 + \gamma_2 \eta_{P2}}{\eta_{P2}^2} \right) e^{-\gamma_2 \eta_{P2}} \bar{a}_d + R \left(\frac{1 + \gamma_2 \eta'_{P2}}{\eta'_{P2}^2} \right) e^{-\gamma_2 \eta'_{P2}} \bar{a}_r \right] \end{cases} . \quad (\text{B.5-3})$$

Similarmente, em função da dispersão da corrente transversal I_t para o meio 2 , estando o ponto de cálculo no meio 1 , e, sendo

$$\begin{cases} 1 + \gamma_2 \eta_i \cong 1 \\ 1 + \gamma_1 \eta_i \cong 1 \end{cases} , \quad (\text{B.5-4})$$

vem, finalmente:

$$\begin{cases} U = \frac{I_t}{4 \pi (\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1)} T \frac{e^{-(\gamma_2 - \gamma_1) \eta_i} e^{-\gamma_1 \eta_{P1}''}}{R_{P2}''} \\ \bar{E}_c = \frac{I_t}{4 \pi (\sigma_1 \mp i \omega \varepsilon_1)} T \frac{e^{-(\gamma_2 - \gamma_1) \eta_i} e^{-\gamma_1 \eta_{P1}''}}{\eta_{P1}''^2} \bar{a}_t \end{cases} . \quad (\text{B.5-5})$$

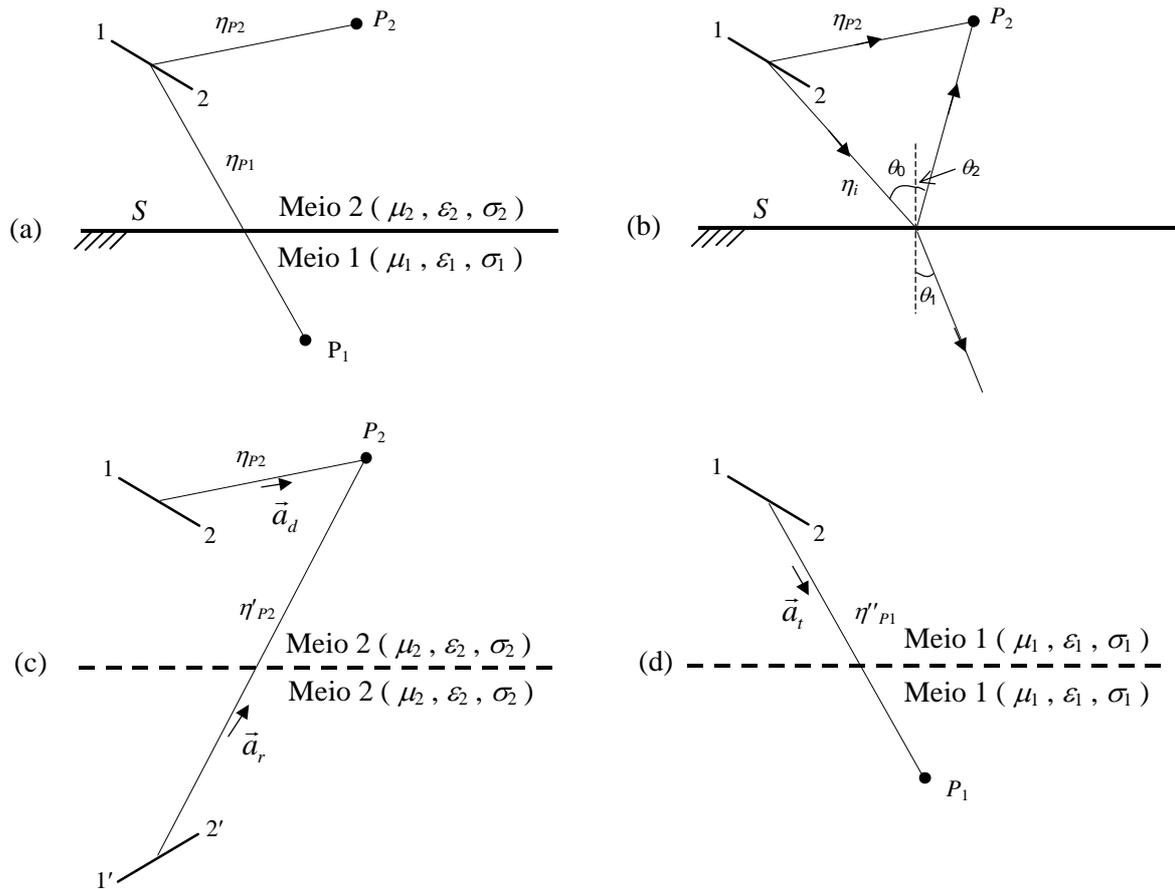


Figura B-3 – (a) dipolo fonte e pontos de cálculo; (b) ângulos de incidência, reflexão e refração; (c) esquema equivalente para o caso do dipolo fonte e ponto de cálculo no mesmo meio; (d) esquema equivalente para o caso do dipolo fonte e ponto de cálculo em meios diferentes

Apêndice C - Cálculo das tensões suportáveis das cadeias de isoladores e dos espaçamentos entre cabos para estudos da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão

C.1 Introdução

No capítulo 1 comentou-se as trajetórias do precursor da descarga atmosférica descendente em direção a linha de transmissão para diversas hipóteses de descarga, ou seja, descargas diretas, ocorridas em um ponto de uma torre, em um ponto de um dos cabos pára-raios ou em um ponto de um cabo de fase da linha, e descargas indiretas, ocorridas em um ponto do solo próximo à linha. No capítulo 2 apresentou-se uma modelagem para a representação da incidência da descarga na linha ou no solo, e, no capítulo 3, foram apresentadas as características dos parâmetros que caracterizam a corrente da descarga atmosférica.

Portanto, para qualquer um desses dois tipos de incidência, em função dos acoplamentos eletromagnéticos existentes, surgirão sobretensões em pontos na linha, por exemplo, entre um cabo de fase e um ponto da torre. Nesse sentido, no Apêndice A foi desenvolvida no domínio do tempo uma metodologia para o cálculo de sobretensões induzida na linha em virtude da incidência direta de descargas, com representação simplificada da linha; e os capítulos 5 e 6 compõem a elaboração de uma metodologia genérica no domínio da frequência, aplicável tanto à incidência direta como à incidência indireta da descarga na região de implantação da linha, podendo-se modelar a linha de várias formas, inclusive com elementos não lineares. Vários exemplos de aplicação foram apresentados no capítulo 7.

Para a análise do desempenho da linha, cada uma dessas sobretensões deve ser comparada com a tensão suportável do isolamento em questão e, excedendo-se este nível de suportabilidade, um curto-circuito ocorre. A quantidade de curtos-circuitos por unidade de comprimento de linha e por período de tempo define o desempenho da linha a descargas atmosféricas, conforme abordado no capítulo 8.

Também como se descreveu no capítulo 1, numa primeira aproximação bastante razoável para fins de análise quantitativa da incidência da descarga nos cabos pára-raios, dois casos extremos podem ser estabelecidos, quais sejam: incidência junto à torre e

incidência a meio do vão. Naturalmente, se uma precisão maior for necessária, diversos pontos intermediários ao longo dos vãos podem ser estabelecidos, devendo-se, neste caso, associar-se uma probabilidade de ocorrência da descarga para cada ponto.

Portanto, em função das alturas típicas das estruturas utilizadas nas linhas de distribuição e transmissão, e, desta forma, considerando-se basicamente a incidência de descargas atmosféricas negativas descendentes na linha (vide capítulo 2), e ainda em função das características usuais da propagação da descarga pela linha, da geometria da linha, do solo, e dos sistemas de aterramento das torres, e, conseqüentemente, dos coeficientes de acoplamento eletromagnético entre os cabos de fase e cabos pára-raios (vide, por exemplo, as equações (A.3-40), (A.4-54), (A.4-66) e (A.5-26)), devem ser consideradas três condições de submissão de isolamento, quais sejam:

1. Descarga direta nos cabos de fase e escorvamento junto à torre
 - Isolamento corresponde ao isolador ou cadeia de isoladores da fase submetida à tensão de polaridade “negativa” aplicada entre o cabo de fase e o ponto de fixação da cadeia na torre, em conseqüência da injeção de um impulso de polaridade negativa no cabo de fase.
2. Descarga direta nos cabos pára-raios no meio do vão e escorvamento no meio do vão
 - Isolamento corresponde ao espaçamento de ar entre cabo pára-raios e cabo de fase no meio do vão submetido à tensão de polaridade “negativa” entre o cabo pára-raios e o cabo de fase, em conseqüência da injeção de um impulso de polaridade negativa no cabo pára-raios.
3. Descarga direta nos cabos pára-raios no meio do vão e escorvamento junto à torre ou descarga direta nos cabos pára-raios junto à torre e escorvamento junto à torre
 - Isolamento corresponde ao isolador ou cadeia de isoladores da fase submetida à tensão de polaridade “positiva” aplicada entre o cabo de fase e o ponto de fixação da cadeia na torre, em conseqüência da injeção de um impulso de polaridade negativa no cabo pára-raios.

Cumprir mencionar que, no caso de isoladores instalados em cruzeta de madeira, como é o caso de algumas linhas de distribuição, o isolamento corresponde ao isolador mais uma parte do comprimento da cruzeta, como será visto adiante no texto. Note-se também que, no caso da descarga junto à torre, para algumas situações, o escorvamento de arco pode não se dar necessariamente próximo à cadeia de isoladores, mas sim por outros caminhos, como, por exemplo, entre um cabo de fase e um ponto mais afastado na torre.

Observe-se ainda que se destacou anteriormente a “polaridade” da tensão aplicada; basicamente, pelo fato de em algumas situações, em função dos efeitos das várias reflexões e refrações nos demais elementos componentes da linha, caracterizar-se um aspecto oscilatório da tensão submetida ao isolamento, tal como se pode observar em alguns exemplos apresentados nos capítulos 7 .

No entanto, de um modo geral, além de tal aspecto oscilatório da tensão que ocorre em alguns casos, adicionando-se o fato de que da tensão de suportabilidade do isolamento é sensível à forma de onda da sobretensão, é comum o cálculo das tensões suportáveis dos isolamentos por simples equações empíricas ou semi-empíricas obtidas por intermédio de resultados de ensaios laboratoriais efetuados com a aplicação de ondas com formato padronizado, tal como a conhecida dupla exponencial (vide equações (5.5-45)). Talvez isso ocorra por causa da facilidade de geração desse sinal em laboratório, ou, por outro motivo que se correlaciona com este, que é a comum menção destes sinais em normas técnicas. Apesar de para algumas análises a experiência ter demonstrado razoável adequação dos resultados obtidos com essas equações àqueles observados na prática, para cálculos mais precisos ou buscando-se a generalização, é fundamental empregar metodologias que sejam baseadas em ondas com formatos não padronizados.

O desenvolvimento de tal metodologia generalizada, no entanto, está além do escopo desta tese, que está mais voltado ao cálculo da propagação das descargas atmosféricas em linhas de transmissão. Faz-se, portanto, a seguir, por intermédio de uma primeira compilação de dados disponibilizados na literatura técnica sobre o tema, apenas uma introdução ao cálculo das tensões suportáveis dos isolamentos da linha, objetivando-se incluí-lo de forma aproximada no cálculo do desempenho das linhas de transmissão, o qual é o objetivo do capítulo 8 .

C.2 Cálculo das tensões suportáveis de isolamentos constituídos por isoladores ou por espaçamentos de ar entre cabos

C.2.1 Metodologia com aplicação a sobretensões com formas de ondas padronizadas

Para ondas padrão * do tipo $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ e para as condições de referência da Norma Internacional IEC, designando-se por U_{e1} , U_{e2} e U_{e3} as tensões suportáveis do isolamento com 50% de probabilidade de serem excedidas em [kV], associadas, respectivamente, às condições 1, 2 e 3, definidas no item C.1, tem-se, com razoável aproximação:

$$\begin{cases} U_{e1} = L_1 K_1 \\ U_{e2} = L_2 K_2 \\ U_{e3} = L_1 K_3 \end{cases} ; \quad (\text{C.2-1})$$

sendo:

L_1 – comprimento da cadeia de isoladores [m];

L_2 – espaçamento de ar entre cabo pára-raios e cabo de fase [m];

K_1 , K_2 e K_3 – parâmetros função do comprimento do espaçamento, da forma e do tipo de elementos que caracterizam o espaçamento, e da estrutura envolvendo estes elementos [kV/m]. Sendo fixas as demais variáveis, tais parâmetros, são, eventualmente, aproximadamente constantes para uma determinada gama de um parâmetro, como, por exemplo, o comprimento do espaçamento.

Para exemplificação da obtenção dos valores dos parâmetros K_1 e K_3 , na Figura C-1 tem-se as correlações entre a tensão suportável da cadeia de isoladores de disco de vidro do tipo padrão (U_{e1} e U_{e3}) e o comprimento da cadeia, conforme os resultados dos experimentos realizados por FONSECA *et al.* (1984) no laboratório do CEPEL. Nessas medições, representou-se em escala real a fase externa de uma torre estaiada em “V” de

* Conforme IEEE (1994), a norma internacional prevê para a onda $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ um tempo de frente com a variação $1,2 \mu\text{s} \pm 30\%$, um tempo de meia onda com a variação $50 \mu\text{s} \pm 20\%$ e uma tolerância na amplitude máxima da onda de $\pm 3\%$.

765 kV ou de uma torre autoportante de 500 kV do sistema de FURNAS. Já a estimativa do parâmetro K_2 pode ser obtida a partir dos dados apresentados por PARIS e CORTINA (1968), considerando-se aplicada tensão de polaridade negativa a um dos cabos. Estes dados permitem estabelecer os seguintes valores, em [kV/m]:

$$\begin{cases} K_1 = 605 \\ K_2 = 625 \\ K_3 = 605 \xi \end{cases} ; \quad (C.2-2)$$

sendo, aproximadamente:

$$\begin{cases} \xi = 1,00 & \text{para } 0 < L_1 \leq 2,5 \text{ m} \\ \xi = 0,85 & \text{para } 2,5 < L_1 \leq 4,0 \text{ m} \\ \xi = 0,80 & \text{para } 4,0 < L_1 \leq 7,0 \text{ m} \end{cases} . \quad (C.2-3)$$

É importante notar que os valores anteriores dos parâmetros K_1 e K_3 , principalmente o valor do parâmetro K_3 , onde se verifica um efeito atenuante para comprimentos do espaçamento elevados, devem ser reservados a cálculos envolvendo estruturas semelhantes àquela do ensaio laboratorial que foi realizado, posto que a geometria que foi representada provavelmente teve forte influência nos valores medidos, e valores diferentes poderiam ser obtidos para outras configurações.

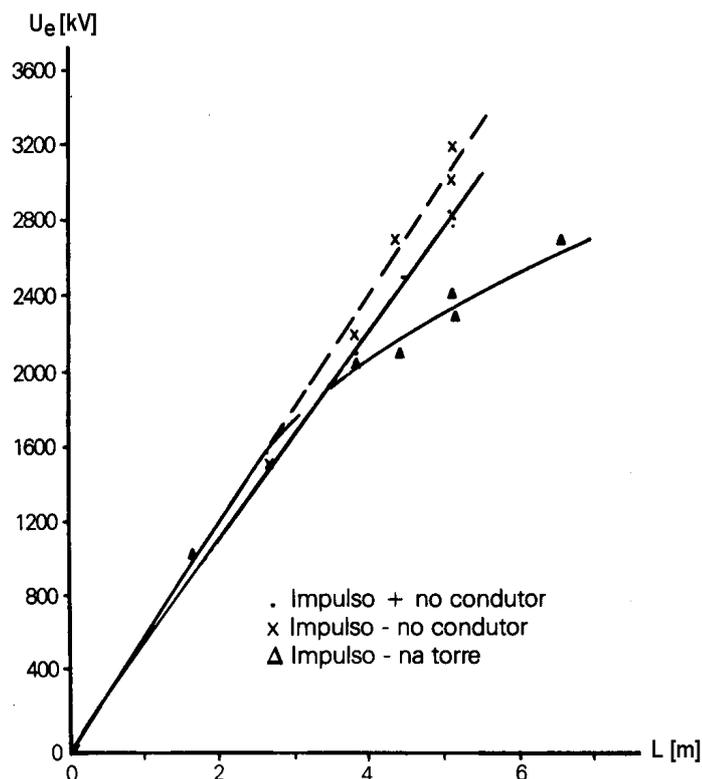


Figura C-1 - Correlações entre as tensões suportáveis U_{e1} e U_{e3} e o comprimento da cadeia de isoladores (isoladores de disco de vidro do tipo padrão (5 3/4"x10"))

Pode-se também demonstrar que há uma variação da tensão suportável de muitos isolamentos com o tempo decorrido até a ruptura do isolamento (t_d), cabendo adotar, em primeira aproximação, correlações do tipo (PARIS, 1967, DARVENIZA *et al.*, 1975, CORTINA *et al.*, 1980, FONSECA *et al.*, 1984, PIGINI *et al.*, 1989, IEEE, 1994):

$$\begin{cases} U_{e1} = L_1 (K_{11} + K_{12} t_d^{K_{13}}) \\ U_{e2} = L_2 (K_{21} + K_{22} t_d^{K_{23}}) \\ U_{e3} = L_3 (K_{31} + K_{32} t_d^{K_{33}}) \end{cases} \quad (C.2-4)$$

Por exemplo, para t_d dado em [μ s] e U_{e1} , U_{e2} e U_{e3} em [kV], conforme os coeficientes apresentados por DARVENIZA *et al.* (1975), oriundos da compilação de vários dados relativos a impulsos atmosféricos padronizados aplicados a cadeias de isoladores de porcelana, tem-se, em [kV/m]:

$$\begin{cases} K_{11} = K_{31} = 400 \\ K_{12} = K_{32} = 710 \\ K_{13} = K_{33} = -0,75 \end{cases} \quad . \quad (C.2-5)$$

Salienta-se que as constantes (C.2-5) têm validade para tempos t_d entre 0,5 e 16 μs , sendo que para tempos inferiores a 1 μs foi feita uma extrapolação empírica, uma vez que, para essa condição e para cadeias de grande comprimento, poucos dados eram disponíveis na época de sua observação.

Para o caso especial de cadeias de isoladores em configuração delta invertido, indica-se consultar ROSA *et al.* (1988), onde existem dados relativos a linhas compactas de 400 kV.

Para o caso dos isoladores de pino empregados em linhas de distribuição, as tensões de escorvamento também têm comportamento semelhante ao das equações (C.2-4), como pode ser visto na Figura C-2, obtida de MONTEITH *et al.* (1950). Como exemplo, considerando as curvas das tensões U_e de polaridade positiva e negativa da Figura C-2(e), que caracterizam um isolador para a classe de 35 kV, podem ser ajustadas as seguintes equações, sendo U_e dado em [kV] e t_d em [μs]:

$$\begin{cases} U_e(-) = 262 \left(0,99 + 0,31 t_d^{-1,74} \right) \rightarrow U_{e1} \\ U_e(+) = 195 \left(0,95 + 0,80 t_d^{-1,20} \right) \end{cases} \quad . \quad (C.2-6)$$

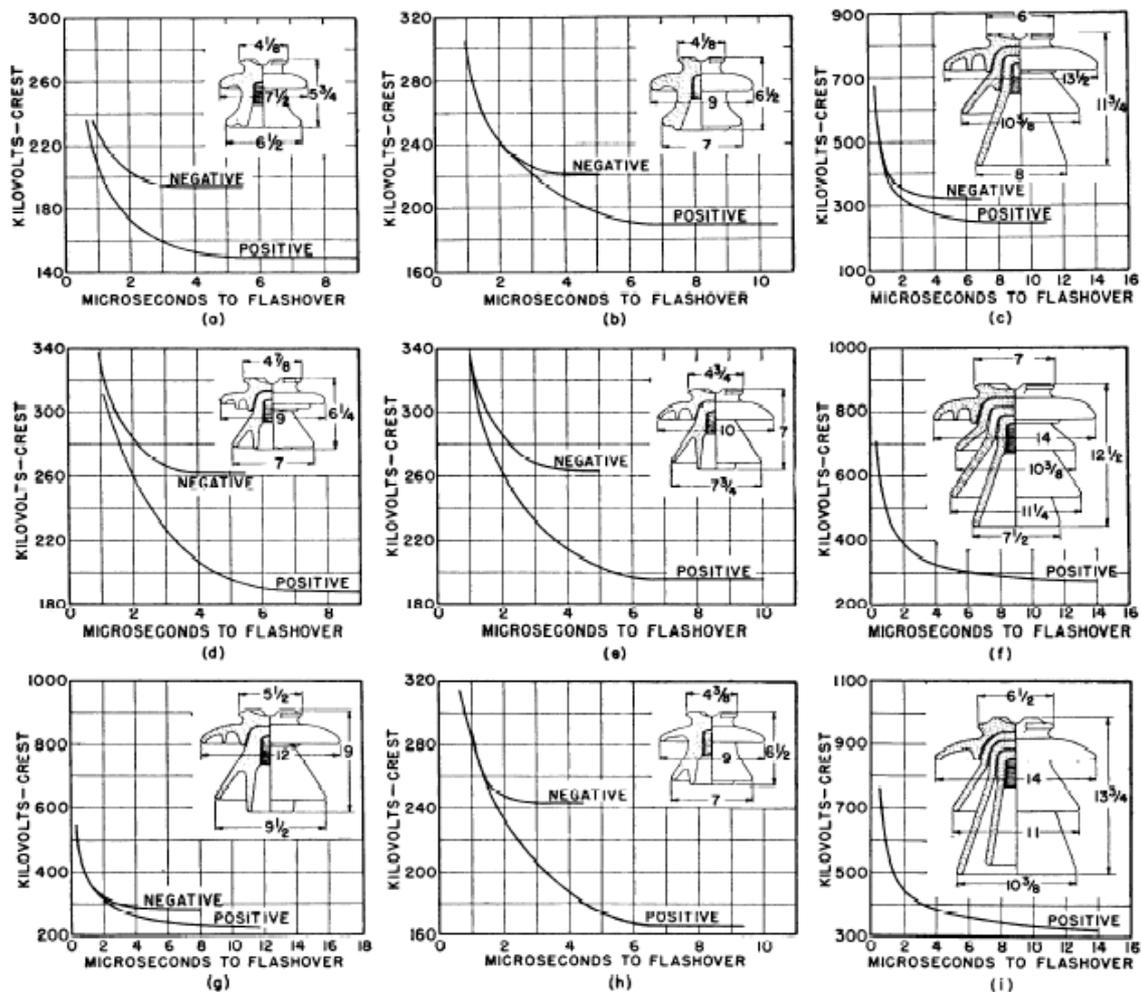


Figura C-2 - Correlações entre as tensões suportáveis e o tempo até a ruptura para vários isoladores de pino (distâncias em polegadas) e para impulsos aplicados de $1,5 \times 40 \mu\text{s}$

Como complementação, na Tabela C-1 e na Tabela C-2, tem-se as características dimensionais e mecânicas e outras características elétricas de vários isoladores de pino fabricadas pela Cerâmica Santa Terezinha S.A. (<http://www.cas.terra.com.br/cst>) e pela EMCO Industries Limited (<http://www.emcopk.com>).

Tabela C-1 - Características dimensionais e mecânicas de isoladores de pino

Classe ANSI	Diâmetro da saia maior [mm]	Altura [mm]	Diâmetro do pescoço [mm]	Raio do apoio no topo [mm]	Raio do apoio lateral [mm]	Rosca [mm]	Comp. rosca [mm]	Distância de escoamento [mm]	Distância de descarga a seco [mm]	Resistência à Flexão [kgf]
55-2	95	86	57	16	16	25	38	127	86	1135
-	102	120	60	14	14	25	51	230	140	1360
-	130	152	80	14	14	25	55	318	178	1000
55-3	121	95	57	14	14	25	38	178	114	1135
55-4	140	111	73	25	14	25	51	229	127	1360
55-5	178	124	73	25	14	25	57	305	159	1360
55-6	213	140	89	25	16	25	62	381	203	1360
56-1	190	146	90	19	14	35	51	330	178	1135
56-2	230	165	100	19	14	35	51	432	210	1360
56-3	237	190	100	19	14	35	51	533	241	1360
56-4	305	242	113	19	14	35	51	686	286	1360
-	180	132	60	14	14	25	55	360	185	1000
56-5	343	318	135	19	14	35	64	864	656	1360
-	240	230	120	19	14	35	51	685	230	1360

Tabela C-2 - Características elétricas de isoladores de pino

Classe ANSI	Tensão nominal [kV]	Tensão suport. impulso atmosf. [kV]	Tensão disrup. 60Hz a seco [kV]	Tensão disrup. 60Hz sob chuva [kV]	Tensão disrup. impulso atmosf. (+) [kV]	Tensão disrup. impulso atmosf. (-) [kV]	Tensão de perfuração sob óleo [kV]	TRI 1MHz sem radiotrat.	TRI 1MHz com radiotrat.
55-2	7,5	60	45	25	70	85	70	2500	50
-	15	98	70	45	115	140	95	5500	50
-	25	119	85	55	140	170	115	8000	100
55-3	13,2	80	55	30	90	110	90	5500	50
55-4	15	94	65	35	105	130	95	5500	50
55-5	25	119	80	45	130	150	115	8000	100
55-6	25	125	100	50	150	170	135	8000	100
56-1	25	128	95	60	150	190	130	8000	100
56-2	25	192	110	70	175	225	145	12000	100
56-3	33	170	125	80	200	265	165	16000	200
56-4	38	193	140	95	225	310	185	16000	200
-	25	125	95	60	150	190	130	8000	50
56-5	72	230	175	125	270	340	225	25000	200
-	44	180	130	95	210	250	165	16000	200

No caso dos isoladores serem instalados em cruzetas de madeira, há que se considerar o isolamento resultante da combinação do isolador adicionado de uma parcela do comprimento da cruzeta. Nesse sentido, inicialmente, DARVENIZA *et al.* (1967) obtiveram a partir de dados experimentais os valores médios do isolamento adicional proporcionado pela madeira de 482 e 323 kV/m para madeira seca e úmida, respectivamente, e válidas para comprimentos de madeira até em torno de 0,9 m . Uma década após, apresentou-se em DARVENIZA *et al.* (1979b) os resultados dos experimentos dos próprios autores, donde foram obtidos os valores médios de 394 e 300 kV/m para cruzetas de madeira seca e úmida, respectivamente, e válidos para comprimentos de até 4 m . Os autores também publicaram nesse trabalho curvas da tensão com o tempo de descarga para espaçamentos de ar ou de madeira, as quais podem ser ajustadas com razoável precisão pelos coeficientes (C.2-5). Mais recentemente, JACOB *et al.* (1991) realizaram ensaios com vários isoladores de pino de porcelana e isoladores de suspensão poliméricos (classes de 15 e 25 kV) instalados em cruzetas e postes de madeira e apresentaram os valores médios da Tabela C-3.

Tabela C-3 - Valores médios do isolamento adicional proporcionado pela cruzeta de madeira

Tipo do isolador	Isolamento adicional [kV/m]			
	Comprimento entre 0 e 0,61m		Comprimento entre 0,61 e 1,22 m	
	Seco	Úmido *	Seco	Úmido
Pino	328	230	427	-
Suspensão	427	164	-	-

Baseando-se na literatura existente, um método prático para o cálculo da tensão suportável do isolamento de linhas de distribuição foi sugerido na Norma IEEE nº 1410

* Utilizando-se água com resistividade elétrica entre 175 e 185 Ω m , aspergida com um ângulo de 45° sobre o isolador e a uma taxa de 5mm/minuto .

(IEEE, 1997). Basicamente, considera-se a contribuição de cada isolamento em série para o cálculo do isolamento total U_e , ou seja * :

$$U_e = U_{e1i} + U_{e2i} + U_{e3i} \text{ [kV]} \quad ; \quad (\text{C.2-7})$$

sendo:

U_{e1i} - isolamento primário [kV];

U_{e2i} - isolamento adicional do segundo componente [kV];

U_{e3i} - isolamento adicional do terceiro componente [kV].

Os valores das tensões U_{e1i} , U_{e2i} e U_{e3i} estão apresentados nas Tabela C-4, Tabela C-5 e Tabela C-6, correspondendo todos estes dados à superfície do isolamento molhada e aos mínimos valores entre os resultados de ensaios com polaridade positiva e negativa, que são as condições mais conservativas.

Para outros isolamentos, sugere-se também na Norma IEEE nº 1410 multiplicar os valores obtidos para isolamento seco pelo fator 0,8 para que sejam obtidos os respectivos valores para superfície molhada. Para o caso das Tabela C-5 e Tabela C-6, as tensões U_{e2i} e U_{e3i} podem ser estimadas a partir da tensão suportável do isolamento, adotando-se:

$$U_{e2i} = 0,45 U_{e1i} \quad ; \quad (\text{C.2-8})$$

$$U_{e3i} = 0,20 U_{e1i} \quad . \quad (\text{C.2-9})$$

* Note-se que a soma dos isolamentos em separado é maior do que a soma das contribuições, como foi constatado em diversas publicações técnicas (DARVENIZA *et al.*, 1967, DARVENIZA, 1997, IEEE, 1997).

Tabela C-4 - Isolamento primário (U_{e1i})

Isoladores		kV
Pino	ANSI 55-4	105
	ANSI 55-5	120
	ANSI 55-6	140
Porcelana Suspensão	110,2cm (4")	75
	210,2cm (4")	165
	310,2cm (4")	250
Isolamento		kV/m
Ar		600
Poste de madeira		330
Cruzeta de madeira		360
Suporte de fibra de vidro		500

Tabela C-5 - Isolamento adicional proporcionado pelo segundo componente (U_{e2i})

Segundo componente	Com o seguinte primeiro componente	kV/m
Cruzeta de madeira	Isolador de pino na posição vertical	250
Cruzeta de madeira	Isolador de suspensão na posição vertical	160
Cruzeta de madeira	Isolador de suspensão na posição horizontal	295
Poste de madeira	Isolador de pino na posição vertical	235
Poste de madeira	Isolador de suspensão	90
Cruzeta de fibra de vidro	Isolador	250
Suporte de fibra de vidro	Isolador	315

Tabela C-6 - Isolamento adicional proporcionado pelo terceiro componente (U_{e3i})

Isolamento	kV/m
Poste de madeira	65
Suporte de fibra de vidro	200

Uma questão importante relacionada ao uso da madeira como isolamento são as constatações na prática de queima em alguns pontos de cruzetas e postes de madeira, o que ocorre principalmente quando o escorvamento de arco se dá no interior da madeira ao invés de na superfície. A experiência mostra que o escorvamento em madeiras

relativamente verdes (*green wood*) ocorre internamente pela madeira, enquanto que para madeira seca (*seasoned wood*) o caminho da descarga pode ser ou pela superfície ou em alguns milímetros sob a superfície (DARVENIZA, 1980, IEEE, 1997).

Além disso, para se evitar a queima de madeira nas regiões próximas da fixação dos isoladores, onde geralmente ocorre o problema, recomenda-se em DARVENIZA *et al.* (1967), DARVENIZA (1980) e IEEE (1997) algumas medidas preventivas, baseadas em se criar um caminho de baixa resistência para a corrente de descarga nestes pontos, por exemplo: uso de um eletrodo de guarda na madeira (conectado no pino do isolador); uso de fitas condutivas; e uso de tinta condutiva (aproximadamente 10 cm de comprimento, para não “onerar” o aumento de isolamento proporcionado pela madeira). Como um resultado dessas providências, observa-se que aumenta a probabilidade da descarga se desenvolver próximo da superfície da madeira e não internamente. Algumas medidas de construção e manutenção devem também sempre ser realizadas, quais sejam: uso de preservativos na madeira para garantir a durabilidade das interfaces metal-madeira; verificação da firmeza dos contatos dos pinos, mãos-francesas e demais elementos com a madeira; verificação regular de isoladores ou pinos deteriorados; e limpeza ou tratamento da superfície dos isoladores em áreas com elevado índice de poluição.

Os valores das tensões U_{e1} , U_{e2} e U_{e3} são afetados pelos valores da densidade relativa do ar, da umidade absoluta e da presença de chuva na região de instalação da linha, posto que os valores apresentados nas equações anteriores são aqueles relativos às condições atmosféricas normalizadas em laboratório, podendo-se adotar a seguinte correlação (PORTELA, 1982):

$$U_e(\delta, \eta) = U_{e, \delta_0, T} \left[\frac{\delta(T, Altit)}{\delta_0} \right] \gamma(\eta) ; \quad (C.2-10)$$

sendo:

δ - densidade relativa do ar:

$$\delta = \frac{293 e^{-0,116 Altit}}{273 + T} ; \quad (C.2-11)$$

Altit - altitude local, a partir do nível do mar [km];

T - temperatura ambiente [$^{\circ}\text{C}$];

γ - função da umidade absoluta do ar, η , expressa em [g/m^3]:

$$\gamma = 0,0125 \eta + 0,8625 . \quad (\text{C.2-12})$$

As condições normais de referência, segundo a Norma Internacional IEC, são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textit{Altit} = 0 \\ T = 20 \text{ [}^{\circ}\text{C]} \\ \delta_0 = 1 \\ \eta = 11 \text{ [g/m}^3\text{]} \\ \text{sem chuva} \end{array} \right. . \quad (\text{C.2-13})$$

Apesar de na equação (C.2-10) a tensão U_e ser função linear crescente da umidade absoluta, quando o isolamento corresponde à cadeia de isoladores, verifica-se, às vezes, para umidades elevadas, uma redução de U_e , resultante da formação de orvalho sobre a superfície dos isoladores. Com relação ao efeito da presença de chuva, sendo o isolamento o espaçamento de ar entre cabos pára-raios e cabos de fase, pode-se adotar uma redução de 5% em U_e . No caso do isolamento corresponder à cadeia de isoladores, a redução de U_e pode ser apreciável, dependendo acentuadamente da forma da superfície dos isoladores, da direção da chuva em relação aos isoladores e da condutividade elétrica da água (PORTELA, 1982). Para o caso dos isoladores de pino e de cruzetas de madeira das linhas de distribuição pesquisados em JACOB *et al.* (1991), foram observadas reduções médias de U_e iguais a 10% na condição do isolador úmido e em 18% na condição da madeira molhada.

C.2.2 Metodologias com aplicação a sobretensões com formas de ondas genéricas

Numa tentativa de se criar soluções para o cálculo da suportabilidade de isolamentos submetidos a ondas com formatos diferentes do padronizado, alguns métodos foram elaborados ao longo dos anos. Dependendo de sua concepção básica, estes métodos foram designados de várias formas, sendo as duas principais: “Método do Efeito Disruptivo” e “Método da Progressão do Precursor da Descarga”.

Portanto, uma primeira metodologia de cálculo aborda o “Efeito Disruptivo” (*DE*) dos isolamentos*, assim definido por WITZKE e BLISS (1950) quando do cálculo do isolamento de transformadores submetidos a impulsos atmosféricos não padronizados.

Partindo do pressuposto de que um determinado isolamento pode suportar uma tensão constante U_i por um determinado período de tempo (alguns centenas de microssegundos) sem se danificar, Witzke e Bliss definiram que o efeito disruptivo de um surto no isolamento é função da tensão $u(t)$ aplicada e do tempo de aplicação t_b , contado a partir do tempo em que $u(t)$ é igual a U_i . Em síntese, esses autores definiram que o processo da descarga no isolamento é um efeito acumulativo da tensão aplicada e do tempo de aplicação, da seguinte forma:

$$DE = \int_{t_o}^{t_b} [u(t) - U_i]^n dt . \quad (C.2-14)$$

Se é assumido que *DE* é constante, seu valor pode ser determinado a partir de resultados obtidos de ensaios para ondas com formato padronizado, e, em princípio, a descarga no isolamento ocorre quando a integral à direita da equação (C.2-14) é superior a *DE*.

Contudo, na prática, muitas vezes é difícil calcular os parâmetros U_i , n e t_o , o que impõe dificuldades importantes ao método anterior. Por exemplo, JONES (1954) considerou o expoente n igual a 1 para a aplicação do processo também para o cálculo do isolamento de transformadores, em função de, na época, ser difícil obter U_i e n para transformadores de tensão nominal igual ou superior a 138 kV. Por sua vez, CALDWELL e DARVENIZA (1973) analisaram o comportamento do isolamento de espaçamentos no ar e de isoladores e cadeias de isoladores e verificaram que para U_i reduzido n varia de 3 a 5, enquanto que para valores elevados de U_i n seria menor ou igual a 1.

Num trabalho um pouco mais recente, DARVENIZA e VLASTOS (1988) buscaram uma melhor formulação da equação clássica do “efeito disruptivo” dada em (C.2-14) baseando-se na equação de balanço de energia do canal durante a pré-descarga,

* Dado o seu amplo emprego, optou-se por manter a sigla *DE* do termo em inglês *Disruptive Effect*.

considerando a passagem do estado normal de isolamento para o estado com descarga, apresentando:

$$\frac{d}{dt} \delta e = E j \quad ; \quad (C.2-15)$$

sendo:

δ – densidade do meio no canal do precursor da descarga;

e – energia interna do canal do precursor da descarga por unidade de massa;

E – campo elétrico no canal do precursor da descarga.

j – densidade de corrente do canal do precursor da descarga;

Integrando-se essa equação ao longo do raio do canal e ao longo do comprimento do espaçamento chega-se na equação fundamental (C.2-14).

CHOWDHURI *et al.* (1997) também investigaram tal formulação do efeito disruptivo para o cálculo de pequenos espaçamentos no ar, mas considerando que o expoente n varia com $u(t)$ e U_i , partindo do pressuposto que a velocidade de propagação do precursor da descarga no ar é tão maior quanto maior é o campo elétrico aplicado (ou seja, a tensão $u(t)$), resultando em:

$$DE = \int_{t_o}^{t_b} [u(t) - U_i]^{\alpha \frac{u(t)}{U_i}} dt \quad . \quad (C.2-16)$$

Recentemente, SAVADAMUTHU *et al.* (2002) também aplicaram a equação (C.2-14) com o expoente n igual a 1 para o cálculo do isolamento de pequenos espaçamentos no ar e no gás néon e imersos em óleo. A sua contribuição deve-se ao fato de terem obtido os fatores U_i e DE a partir de medições de impulsos oscilatórios. De fato, o trabalho destes autores se constitui no único trabalho entre os pesquisados no âmbito desta tese como o que trata de impulsos oscilatórios, apesar do foco ser o isolamento de enrolamentos de transformadores. Menciona-se no trabalho que a geração dos impulsos oscilatórios foi feita adicionando-se um indutor na “frente” do gerador de impulsos. Além disso, SAVADAMUTHU *et al.* (2002) concluíram que para impulsos

unidirecionais, oscilatórios ou não, o ajuste matemático foi razoavelmente bom quando foram feitas comparações dos resultados teóricos com medições. Para impulsos oscilatórios bidirecionais, o ajuste não foi bom, mas propôs-se uma metodologia alternativa.

Partindo-se agora para o entendimento da outra linha de cálculo da tensão de suportabilidade dos isolamentos, mas a qual também apresenta fortes semelhanças com os processos anteriores, que consideram o “efeito disruptivo”, considere-se novamente a tensão $u(t)$ aplicada a um isolamento. Atingindo-se a tensão U_i , associada a um campo elétrico suficientemente intenso, tem início a formação do precursor de descarga, que evolui do eletrodo junto ao qual o campo elétrico é mais intenso até o outro eletrodo, desde que a tensão entre os eletrodos mantenha-se acima de um valor mínimo, U_m , necessário para a progressão da descarga. Formando-se o canal entre os eletrodos, dá-se a descarga intensa entre os eletrodos, num tempo da ordem de micro-segundos. Dessa forma, há as seguintes condições para que ocorra a descarga:

- O valor máximo da sobretensão (U_m) seja superior a U_i .
- O intervalo de tempo ($t_o - t_b$), durante o qual a tensão é superior a U_m , seja tal que a velocidade de progressão do precursor da descarga, v , faz com que a distância percorrida pelo mesmo entre t_o e t_b , ℓ , seja maior ou igual a distância entre os eletrodos, L .

Ou seja, sendo

$$v(t) = \frac{d\ell(t)}{dt}, \quad (C.2-17)$$

a descarga no isolamento ocorrerá para:

$$L \leq \int_{t_o}^{t_b} v(t) dt. \quad (C.2-18)$$

Nesse sentido, conforme SHINDO e SUZUKI (1985):

$$v(\ell, t) = K [u(t) - U_i]; \quad (C.2-19)$$

sendo K uma constante que depende da geometria do isolamento, do mecanismo da carga e da polaridade da tensão aplicada, mas não do tempo de aplicação.

Por sua vez, PORTELA (1982) investigou o processo para o cálculo de isolamentos líquidos e utilizou a seguinte relação empírica da velocidade do precursor com a tensão $u(t)$, sendo o meio isolante o óleo de transformadores e precursores de polaridade positiva (com campo elétrico mais intenso junto ao eletrodo de polaridade positiva):

$$v(t) = A u(t) + v_0 . \quad (C.2-20)$$

Mas uma aplicação é encontrada em IMECE *et al.* (1996) para o cálculo do isolamento de espaçamentos no ar e de isoladores e cadeias de isoladores, sendo

$$v(\ell, t) = K u(t) \left[\frac{u(t)}{L - \ell(t)} - E_0 \right] \quad (C.2-21)$$

e sendo apresentados na Tabela C-7 alguns valores dos parâmetros K e do campo elétrico de referência E_0 .

Tabela C-7 - Valores de K e E_0

Configuração	Polaridade	K [m ² /kV ² s]	E_0 [kV/m]
Espaçamentos de ar e isoladores de pino	Positiva	0,8	600
	Negativa	1,0	670
Isoladores de disco	Positiva	1,2	520
	Negativa	1,3	600

A título complementar, outras expressões para a velocidade do precursor da descarga entre espaçamentos do tipo “haste-haste” e “haste-plano” podem ser encontradas em WAGNER e HILEMAN (1961b), SUZUKI e MIYAKE (1977) e SHINDO e SUZUKI (1985).

C.3 Necessidade de pesquisa futura

Neste Apêndice foram compiladas algumas metodologias para o cálculo da tensão suportável de isolamentos de linhas de distribuição e transmissão, designadamente isoladores e espaçamentos de ar entre cabos, quando submetidos a sobretensões geradas

pela propagação de correntes de descargas atmosféricas em linhas de distribuição e transmissão.

Considerando-se o efeito da sobretensão com uma variação no tempo padronizada submetida a um determinado isolamento, nota-se que a literatura existente é relativamente abundante, verificando-se razoável adequação dos valores calculados com valores medidos. Com explicações um pouco diferentes, mas com o mesmo fundamento, praticamente todos os métodos estão baseados em que, desde que a sobretensão aplicada ao isolamento esteja acima de um valor mínimo, atingido num tempo t_i , dá-se a descarga no isolamento num tempo t_m quando a velocidade do precursor da descarga faz com que a distância percorrida pelo mesmo entre t_i e t_m seja maior ou igual à distância do isolamento.

No entanto, para tensões aplicadas com variação no tempo não padronizada, como as que na prática são submetidas aos isolamentos, muitas vezes com aspecto oscilatório, em função dos efeitos de reflexão, refração, distorção e atenuação das ondas durante a propagação, considera-se que as metodologias existentes ainda estão em estágio inicial de desenvolvimento, apesar de ser um tema pesquisado há pelo menos três décadas. Em linhas gerais, a efetiva aplicabilidade destas metodologias restringe-se à faixa dos parâmetros que foram utilizados para o seu desenvolvimento.

Uma cautela ainda maior deve ser tomada ao se usar esses métodos para cálculo da tensão suportável de cadeias de isoladores ou espaçamentos entre fases que usem feixes de cabos não tradicionais (como os associados às LPNEs), os quais podem ter geometria bastante diferente dos tradicionais feixes circulares (SALARI FILHO, 1993, GOMES JUNIOR, 1995). Nesse caso, somente foram encontrados trabalhos desenvolvidos por pesquisadores russos (e.g., ALEKSANDROV e PODPORKIN (1982), PODPORKIN e SIVAYEV (1991), PODPORKIN e SIVAYEV (1997)), os quais, apesar de se constituírem em procedimentos semi-empíricos importantes para a solução desse problema, têm uma linha de pesquisa voltada apenas para o cálculo da tensão suportável com 50% de probabilidade de ser excedida, sem preocupação com a variação da forma da tensão no tempo, o que, como já colocado, é de suma importância.

Como complementação, apesar de não ter sido contemplada diretamente neste Apêndice, uma linha de cálculo que também pode ser empregada para a análise da

suportabilidade dos grandes isolamentos como os aqui em pauta fundamenta-se naquelas empregadas para a modelagem do canal da descarga atmosférica incidente numa linha, como as dadas em WAGNER e HILEMAN (1959), WAGNER e HILEMAN (1962), WAGNER e HILEMAN (1961a), WAGNER e HILEMAN (1961b), WAGNER (1963), CORTINA *et al.* (1980), DELLERA e GARBAGNATI (1990), RIZK (1990) e RIZK (1996).

Portanto, considerando-se todos esses aspectos, é interessante futuramente desenvolver uma metodologia de cálculo da suportabilidade de isolamentos suficientemente robusta, seja utilizando-se as bases desenvolvidas para o desenvolvimento do precursor da descarga no isolamento ou utilizando-se os modelos do canal da descarga incidente numa linha, capaz de considerar no cálculo formas de ondas não padronizadas e feixes de cabos condutores com geometrias assimétricas.

Referências bibliográficas

- ABATE, J., CHOUDHURY, G. L., WHITT, W., 1999, “An Introduction to Numerical Transform Inversion and its Application to Probability Models”. In: *Computational Probability*, W. K. Grassman, Kluwer Academic Publishers, Boston, pp. 257–323.
- ABNT, 1993, *Norma Técnica Brasileira NBR-5419: Proteção de Edificações Contra Descargas Atmosféricas*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Brasil.
- ABRAMOWITZ, M., STEGUN, I., 1972, *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. National Bureau of Standards, Estados Unidos.
- ACHAR, R., NAKHLA, M., 1998, “Efficient Transient Simulation of Embedded Subnetworks Characterized by S-Parameters in the Presence of Nonlinear Elements”, *IEEE Transactions on Microwave Theory Tech.*, v. 46, n. 12, pp. 2356-2363.
- AHMAD, A., JOHANNET, P., AURIOL, P., 1992, “Efficient Inverse Laplace Transform Algorithm for Transient Overvoltage Calculation”, *IEE Proceedings-C*, v. 139, n. 2 (March), pp. 117-121.
- AIEE, 1950, “A Method of Estimating Lightning Performance of Transmission Lines”, *AIEE Transactions*, pt. II, v. 69, pp. 1187-1196.
- ALEKSANDROV, G. N., PODPORKIN, G. V., 1982, “Control of the Electric Strength of Long Air Gaps”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pp. 4395-4398.
- ALEKSANDROV, G. N., PODPORKIN, G. V., SELEZNEV, Y. G., 1988, “Shape Optimization of Overhead Transmission Line Bundled Conductors”, *Elektrichestvo*, n. 10, pp. 1-14.
- ALONSO, M. A., ALAMEDA, B. H., CID, P. M. M., 2001, “Correlation Between Lightning Parameters and Spatial Variations in Spain”. In: *Proceedings of the VI International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 12-16, São Paulo, Brazil, November.

- AMETANI, A., KAWAMURA, T., 2005, “A Method of a Lightning Surge Analysis Recommended in Japan Using EMTP”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2 (April), pp. 867-875.
- AMON FILHO, J., PEREIRA, M. P., 1996, *ATP – Alternative Transients Program; Curso Básico sobre a Utilização do ATP*. CLAUE – Comitê Latino Americano de Usuários do EMTP/ATP, Brasil.
- ANDERSON, J. G., 1961, “Monte Carlo Computer Calculation of Transmission-Line Lightning Performance”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 80 (August), pp. 414-420.
- ANDERSON, J. G., 1975, “Lightning Performance of EHV-UHV Lines”. In: Electric Power Research Institute, *Transmission Line Reference Book, 345 kV and Above*, chapter 12, California, United States of America, Fred Weidner & Son Printers.
- ANDERSON, J. G., 1982, “Lightning Performance of Transmission Lines”. In: Electric Power Research Institute, *Transmission Line Reference Book, 345 kV and Above*, 2 ed., chapter 12, California, United States of America.
- ANDERSON, J. G., CLAYTON, R., ELAHI, H., *et al.*, 1993, “Estimating Lightning Performance of Transmission Lines II; Updates to Analytical Models”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3 (July), pp. 1254-1267.
- ANDERSON, J. G., SHORT, T. A., 1993, “Algorithms for Calculation of Lightning Induced Voltages on Distribution Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3 (July), pp. 1217-1225.
- ANDERSON, R. B., 1971, *A Comparison Between Some Lightning Parameters Measured in Switzerland with those in Southern Africa*, CSIR Special Report ELEK n. 6, Pretoria, South Africa.
- ANDERSON, R. B., ERIKSSON, A. J., 1980, “A Summary of Lightning Parameters for Engineering Applications”. In: *Proceedings of the CIGRE International Conference on Large High Voltage Electric Systems*, n. 33-06, Paris, France.

- ANDOLFATO, R., BERNARDI, L., FELLIN, L., 2000, “Aerial and Grounding System Analysis by the Shifting Complex Images Method,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 15, n. 3 (July), pp. 1001–1009.
- ANDRADE, V. H. G., SILVA FILHO, J. I., BORGES, J. B. S., OLIVEIRA, P. R. G., 1998, *Rede Ceraunométrica da CPTA - Dados Coletados nos Anos de 1992 a 1997*, Relatório Técnico n. 531, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Rio de Janeiro, Brasil.
- ARAND, B. A., HAKKAK, M., 2003, “Horizontal Wire Antenna Above Lossy Half-Space”, In: *Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 22-27 June, pp. 970-973.
- ARMSTRONG, H. R., WHITEHEAD, E. R., 1964, “A Lightning Stroke Pathfinder”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Nov., pp. 1223-1227.
- ARMSTRONG, H. R., WHITEHEAD, E. R., 1968, “Field and Analytical Studies of Transmission Lines Shielding”, *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 87, n. 1 (January), pp. 270-281.
- ARRILLAGA, J., MEDINA, A., LISBOA, M. L. V., *et al.*, 1995, “The Harmonic Domain. A Frame on Reference for Power System Harmonic Analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 1 (February), pp. 433-440.
- ARRUDA, C. K., 2003, *Modelagem de Linhas de Transmissão para Análise de Comportamento Quanto a Descargas Atmosféricas*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- ASAKAWA, A., MIYAKE, K., YOKOYAMA, S., *et al.*, 1997, “Two Types of Lightning Discharges to a High Stack on the Coast of the Sea of Japan in Winter”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12 (July), pp. 1222-1231.
- AZEVEDO, R. M., 1993, *Implementação de Modelos do Efeito Corona para Simulação de Linhas de Transmissão com Parâmetros Dependentes da Freqüência*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- BAATZ, H., GOLDE, R. H., JOHANSEN, O. S., 1968, “Progress Report of Study Committee n. 8 (Lightning, Discharges and Surges)”, *CIGRE*, June.

- BABA, Y., ISHII, M., 2003, “Characteristics of Electromagnetic Return-Stroke Models”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 45, n. 1 (February), pp. 129-135.
- BANNISTER, P. R., 1979, “Summary of Image Theory Expressions for the Quasi-Static Fields of Antennas at or Above the Earth’s Surface”, *Proceedings of the IEEE*, v. 67, n. 7 (July), pp. 1001-1008.
- BARKER, P. P., SHORT, T. A., EYBERT-BERARD, A. R., *et al.*, 1996, “Induced Voltage Measurements on an Experimental Distribution Line During Nearby Rocket Triggered Lightning Flashes”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 2 (April), pp. 980-995.
- BARROS, H. M., CARNEIRO JÚNIOR, S., AZEVEDO, R. M., 1995, “An Efficient Recursive Scheme for the Simulation of Overvoltages on Multiphase Systems Under Corona”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 3 (July), pp. 1443-1452.
- BAYADI, A., HARID, N., ZEHAR, K., *et al.*, 2003, “Simulation of Metal Oxide Surge Arrester Dynamic Behavior”. In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, New Orleans, United States of America.
- BERGER, G., HADAJI, R., 1999, “Lightning Attachment Physics – Experiments and Modelling”. In: *Proceedings of the V International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 473-494, São Paulo, Brazil, May.
- BERGER, K., ANDERSON, R. B., KRÖNINGER, H., 1975, “Parameters of Lightning Flashes”, *Electra*, n. 41 (Jun), pp. 23-37.
- BORGHETTI, A., NUCCI, C. A., PAOLONE, M., 2001, “Statistical Evaluation of Lightning Performances of Distribution Lines”. In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Rio de Janeiro, Brazil.
- BRIGHAM, E. O., 1988, *The Fast Fourier Transform and its Applications*. Prentice-Hall, New Jersey, United States of America.

- BROWN, G. W., WHITEHEAD, E. R., 1969, "Field and Analytical Studies of Transmission Lines Shielding II", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 88, n. 5 (May), pp. 617-626.
- BURKE, G. J., MILLER, E. K., 1984, "Modeling Antennas Near to and Penetrating a Lossy Interface", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 32, n. 10 (October), pp. 1040-1049.
- BURKE, G. J., POGGIO, A., LOGAN, J., *et al.*, 1979, "NEC - Numerical Electromagnetics Code for Antennas and Scattering". In: *Proceedings of the Antennas and Propagation Society International Symposium*, Vol. 17 (June), pp. 147-150.
- CABRAL, S. H. L., 1994, *Estudo do Efeito Corona em Configuração Coaxial – Medição de Corrente Corona*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- CADWELL, R. O., DARVENIZA, M., 1973, "Experimental and Analytical Studies of the Effect of Non-Standard Wave Shapes on the Impulse Strength of External Insulation", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 92, pp. 1420-1428.
- CARNEIRO JÚNIOR, S., MARTÍ, J. R., DOMMEL, H. W., *et al.*, 1994, "An Efficient Procedure for the Implementation of Corona Models in Electromagnetic Transients Program", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 2 (April), pp. 849-855.
- CARSON, J. R., 1926, "Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return", *Bell System Technical Journal*, v. 5.
- CARVALHO, A. M., ABREU, M. S., CARVALHO, A. C., *et al.*, 1997, "Tecnologias para Análise e Melhoria do Desempenho de Instalações de Transmissão Frente a Descargas Atmosféricas". In: *Proceedings of the IV International Seminar on Lightning Protection*, São Paulo, Brazil.
- CHAI, J. C., MONTEGUT, J. L., DE RUSSY, S. D., 1997, "Survey of CGLSS/SLC40 Lightning Data and Retest Criteria". In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 391-396, Austin, United States of America.

- CHAMBERS, F., ALMON, C. P., 1962, "Performance of 161 kV and 115 kV Transmission Lines", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 81 (October), pp. 431-459.
- CHANG, E. C., KANG, S., 1992, "Computationally Efficient Simulation of a Lossy Transmission Line with Skin Effect by Using Numerical Inversion of Laplace Transform", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, v. 39, n. 11 (November), pp. 861-868.
- CHEN, S. M., DU, Y., FAN, L. M., 2004, "Lightning Data Observed with Lightning Location System in Guang-Dong Province, China", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 3 (July), pp. 1148-1153.
- CHISHOLM, W., A., JANISCHEWSKYJ, W., 1989, "Lightning Surge Response of Ground Electrodes", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 2, pp. 1329-1337.
- CHOWDHURI, P., ANDERSON, J. G., CHISHOLM, W. A., *et al.*, 2005, "Parameters of Lightning Strokes: A Review", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 1 (January), pp. 346-358.
- CHOWDHURI, P., KOTAPALLI, A. K., 1989, "Significant Parameters in Estimating the Striking Distance of Lightning Strokes to Overhead Lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 3 (July), pp. 1970-1981.
- CHOWDHURI, P., MISHRA, A. K., MCCONNELL, 1997, "Volt-Time Characteristics of Short Air Gaps Under Nonstandard Lightning Voltage Waves", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12, n. 1 (January), pp. 470-475.
- CHUNG, H. S. H., IOINOVICI, A., 1994, "Frequency-Domain Simulation of Power Electronics Circuits by Using Describing Functions in a Modified Nodal Approach". In: *Proceedings of the IEEE 37th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, v. 2, pp. 1269-1272, Los Angeles, United States of America, August.
- CIDRÁS, J., OTERO, A. F., GARRIDO, C., 2000, "Nodal Frequency Analysis of Grounding Systems Considering the Soil Ionization Effect", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 15, n. 1 (January), pp. 103-107.

- CIGRE, 1991, *Guide to Procedures for Estimating the Lightning Performance of Transmission Lines*, Brochure n. 63, October.
- CLOSE, C. M., 1975, *Circuitos Lineares*. LTC – Livros Técnicos e Científicos, São Paulo, Brasil.
- COORAY, V., 2003, “On the Concepts Used in Return Stroke Models Applied in Engineering Practice”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 45, n. 4 (February), pp. 101-108.
- CORTINA, R., GARBAGNATI, E., SERRAVALLI, *et al.*, 1980, “Some Aspects of the Evaluation of the Lightning Performance of Electrical Systems”. In: *Proceedings of the CIGRE International Conference on Large High Voltage Electric Systems*, n. 33-13, Paris, France.
- CRUMP, K. S., 1976, “Numerical Inversion of Laplace Transforms Using a Fourier Series Approximations”, *Journal of the Association for Computing Machinery*, v. 23, n. 1 (January), pp. 89-96.
- CUI, T. J., CHEW, W. C., 2000, “Modeling of Arbitrary Wire Antennas Above Ground”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, v. 38, n. 1 (January), pp. 357-365.
- DARVENIZA, M., 1980, *Electrical Properties of Wood and Line Design*. Queensland, Australia, University of Queensland Press.
- DARVENIZA, M., 1997, “Lightning Protection of Sub-Transmission and Distribution Systems”. In: *Proceedings of the IV International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 263-300, São Paulo, Brazil, September.
- DARVENIZA, M., HOLCOMBE, B. C., STILLMAN, R. H., 1979b, “An Improved Method for Calculating the Impulse Strength of Wood Porcelain Insulation”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, n. 6 (November/December), pp. 1909-1915.
- DARVENIZA, M., LIMBOURN, G. J., PRENTICE, S. A., 1967, “Line Design and Electrical Properties of Wood”, *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, n. 11 (September), pp 1344-1356.

- DARVENIZA, M., POPOLANSKY, F., WHITEHEAD, E. R., 1975, "Lightning Protection of UHV Transmission Lines", *Electra*, n. 41 (July), 1975, pp. 39-69.
- DARVENIZA, M., SARGENT, M. A., LIMBOURN, G. J., *et al.*, 1979a, "Modelling for Lightning Performance Calculations", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 98, n. 6 (November/December), pp. 1900-1908.
- DARVENIZA, M., VLASTOS, A. E., 1988, "The Generalized Integration Method for Predicting Impulse Volt-Time Characteristics for Non-Standard Wave Shapes; a Theoretical Basis", *IEEE Transactions on Electrical Insulations*, v. 23 (June), pp. 373-381.
- DÁVILA, M., NAREDO, J. L., MORENO, P., 2005, "A Characteristics Model for Electromagnetic Transient Analysis of Multiconductor Lines with Corona and Skin Effects". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Montreal, Canada.
- DAWALIBI, F., SELBY, A., 1993, "Electromagnetic Fields of Energized Conductors", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3 (July), pp. 1275-1284.
- DE BARROS, M. T. C., 1995, "Identification of the Capacitance Coefficients of Multiphase Transmission Lines Exhibiting Corona Under Transient Conditions", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 3 (July), pp. 1642-1648.
- DE BARROS, M. T. C., ALMEIDA, M. E., 1996, "Computation of Electromagnetic Transients on Nonuniform Transmission Lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 2 (April), pp. 1082-1091.
- DE CONTI, A. R., PEREIRA, C., VISACRO FILHO, S., *et al.*, 2001, "A Influência das Descargas Atmosféricas na Qualidade da Energia Oferecida aos Consumidores". In: *Anais do XVI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Campinas, São Paulo, Brasil.
- DE FRANCO, J. L., SOARES JÚNIOR, A., VISACRO FILHO, S., 2002, "Studies for the Improvement of Transmission Lines Performance". In: *Proceedings of*

- the Ground'2002 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 249-254, Rio de Janeiro, Brazil, November.
- DELLERA, L., GARBAGNATI, E., 1990, "Lightning Stroke Simulation by Means of the Leader Progression Model, Part I and II", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 4 (October), pp. 2009-2029.
- DERI, A., TEVAN, G., SEMLYEN, A., et. al, 1981, "The Complex Ground Return Path: A Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 100, n. 8 (August), pp. 3686-3693.
- DINIZ, J. H., CARVALHO, A. M., CHERCHIGLIA, L. C. L., 1996, "Lightning Research Carried out by Companhia Energética de Minas Gerais". In: *Proceedings of the CIGRE International Workshop on Line Surge Arresters and Lightning*, Rio de Janeiro, Brasil.
- DOMMEL, H. W., 1969, "Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multi-Phase Networks", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 88, n. 4 (April), pp. 388-399.
- DOMMEL, H. W., 1986, *Electromagnetic Transients Program (EMTP); Theory Book*. Bonneville Power Administration, Portland, United States of America.
- DUBNER, H., ABATE, J., 1968, "Numerical Inversion of Laplace Transforms by Relating them to the Finite Fourier Cosine Transform", *Journal of the Association for Computing Machinery*, v. 15, n. 1 (January), pp. 115-123.
- DWIGHT, H. B., 1918, "Skin Effect in Tubular and Flat Conductors", *AIEE Transactions*, v. 37, pt. II, pp. 1379-1403.
- DWIGHT, H. B., 1942, "Reactance and Skin Effect of Concentric Tubular Conductors", *AIEE Transactions*, v. 61 (July), pp. 513-518.
- ERIKSSON, A. J., 1978, "Lightning and Tall Structures", *Transactions South African Institute of Electrical Engineering*, v. 69, p.8 (August).
- ERIKSSON, A. J., 1979, *The Lightning Ground Flash: An Engineering Study*. Ph.D. Dissertation, University of Natal, Pretoria, South Africa.

- ERIKSSON, A. J., 1987a, “The Incidence of Lightning Strikes to Power Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 2, n. 3 (July), pp. 859-870.
- ERIKSSON, A. J., 1987b, “An Improved Electrogeometric Model for Transmission Lines Shielding Analysis”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 2, n. 3 (July), pp. 871-886.
- FERNANDEZ, F., DIAZ, R., 2001, “Metal-Oxide Surge Arrester Model for Fast Transient Simulations”. In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Rio de Janeiro, Brazil.
- FIEUX, R., GARY, C., 1974, “Électricité de France Studies on Lightning – The Experimental Station of Saint-Privat-d’Allier”, *RGE*, special issue, June, pp. 5-25.
- FONSECA, J. R., 1977, *Simulação de Falhas de Isolamento de Linhas Aéreas Provocadas por Descargas Atmosféricas*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- FONSECA, J. R., 1978, *Levantamento de Densidade de Descargas Atmosféricas Através de Contadores Eletrônicos*, Relatório Técnico n. 782, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Rio de Janeiro, Brasil.
- FONSECA, J. R., ANDRADE, V. H. G., ESMERALDO, P. C. V., *et al.*, 1984, “Lightning Impulse Tests on Tower Models”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 103, pp. 893-896.
- GALLAGHER, T. J., DUDURYCH, I. M., 2004, “Model of Corona for an EMTP Study of Surge Propagation Along HV Transmission Lines”, *IEEE Proceedings-Gener. Transm. Distrib.*, v. 151, n. 1 (January), pp. 61-66.
- GARDNER, R. L., BAKER, L., BAUM, C. E. *et al.*, 1985, “Comparison of Lightning with Public Domain HEMP Waveforms on the Surface of an Aircraft”. In: *Proceedings of the 6th EMC Symposium*, pp. 175-180, Zurich.
- GARY, C., MOREAU, M., 1976, *L’effet de Couronne en Tension Alternative*. Paris, France, Eyrolles.
- GELDENHUYS, H. J., GAUNT, C. T., 1990, “Insulation Co-ordination of Rural Distribution Lines”. In: *Anais do I Seminário Internacional de Distribuição de Energia Elétrica (SIDEE)*, Belo Horizonte, Brazil, November.

- GERI, A., 1999, "Behaviour of Grounding Systems Excited by High Impulse Currents: The Model and Its Validation", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 3 (July), pp. 1008-1017.
- GERI, A., GARBAGNATI, E., 1992, "Non-Linear Behaviour of Ground Electrodes Under Lightning Surge Currents: Computer Modelling and Comparison with Experimental Results", *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 28, n. 2 (March), pp. 1442-1445.
- GILMAN, D. W., WHITEHEAD, E. R., 1973, "The Mechanism of Lightning Flashover on High-Voltage and Extra-High-Voltage Transmission Lines", *Electra*, n. 27 (March), pp. 65-96.
- GOLDE, R. H., 1945, "The Frequency of Occurrence and the Distribution of Lightning Flashes to Transmission Lines", *Transactions AIEE*, v. 64, pp. 902-910.
- GOLDE, R. H., 1977, *Lightning*. 1. ed., v. 1, New York, Academic Press.
- GOLE, A. M., DEMCHENKO, P., KELL, D., *et al.*, 2001, "Integrating Electromagnetic Transient Simulation with Other Design Tools". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Rio de Janeiro, Brazil.
- GOMES JÚNIOR, S., 1995, *Otimização de Linhas Aéreas de Transmissão Considerando Novas Concepções Construtivas para os Feixes de Condutores*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- GOMES JÚNIOR, S., 2002, *Modelagem e Métodos Numéricos para a Análise Linear de Estabilidade Eletromecânica, Ressonância Subsíncrona, Transitórios Eletromagnéticos e Desempenho Harmônico de Sistemas de Potência*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- GÓMEZ, P., MORENO, P., NAREDO, J. L., *et al.*, 2003, "Frequency Domain Transient Analysis of Transmission Networks Including Non-Linear Conditions". In: *Proceedings of the IEEE Bologna PowerTech Conference*, Bologna, Itália, Junho.
- GRANT, I. S., ANDERSON, J. G., HILEMAN, A. R., *et al.*, 1985, "A Simplified Method for Estimating Lightning Performance of Transmission Lines", *IEEE*

- Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 104, n. 4 (April), pp. 919-932.
- GRCEV, L. D., 1996, "Computer Analysis of Transient Voltages in Large Grounding Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 2 (April), pp. 815-823.
- GRCEV, L. D., 2004, "On Tower Impedances for Transient Analysis", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 3 (July), pp. 1238-1244.
- GRCEV, L. D., DAWALIBI, F., 1990, "An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 4 (November), pp. 1773-1781.
- GRIFFITH, R., NAKHLA, S., 1992, "Mixed Frequency/Time Domain Analysis of Nonlinear Circuits", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design*, v. 11, n. 8 (August), pp. 1032-1043.
- GUEDES, D. G., PINTO JÚNIOR, O., VISACRO FILHO, S., 2002, "A Theoretical Estimation of the Lightning Current on the Bottom of an Instrumented Tower from the Measured Value on the Top". In: *Proceedings of the Ground'2002 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 129-132, Rio de Janeiro, Brazil, November.
- GUERRIERI, S., NUCCI, C. A., RACHIDI, F., *et al.*, 1998, "On the Influence of Elevated Strike Objects on Directly Measured and Indirectly Estimated Lightning Currents", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 13, n. 4 (October), pp. 1543-1555.
- GUILLIER, J. F., RIOUAL, M., 1995, "Damping Model of Traveling Waves by Corona Effect Along Extra High Voltage Three Phase Lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 4 (October), pp. 1851-1861.
- GUSTAVSEN, B., 2002, "Computer Code for Rational Approximation of Frequency Dependent Admittance Matrices", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 4 (October), pp. 1093-1098.
- GUTIÉRREZ, J. A., MORENO, R. P., NAREDO, J. L., *et al.*, 2004, "Nonuniform Transmission Tower Model for Lightning Transient Studies", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 2 (April), pp. 490-496.

- HEDMAN, D. E., 1965, "Propagation on Overhead Transmission Lines; I – Theory of Modal Analysis; II – Earth-Conduction Effects and Practical Examples", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, March, pp. 200-210.
- HEIDLER, F., 2002, "Lightning Current Measurements at the Peissenberg Telecommunication Tower". In: *Proceedings of the Ground'2002 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 117-122, Rio de Janeiro, Brazil, November.
- HEIDLER, F., CVETIC, J. M., STANIC, B. V., 1999, "Calculation of Lightning Current Parameters", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 2 (April), pp. 399-404.
- HEIMBACH, M., GRCEV, L. D., 1997, "Grounding System Analysis in Transients Programs Applying Electromagnetic Field Approach", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12, n. 1 (January), pp. 186-193.
- HENRIKSEN, T., 1997, "Including High Order Rational Functions in EMTP – A Comparison Between Alternative Methods with Emphasis on Accuracy", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12, n. 1 (January), pp. 372-379.
- HILEMAN, A. R., 1987, "Discussion of [ERIKSSON, 1987b]", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 2, n. 3 (July), pp. 871-886.
- HOFMANN, L., OSWALD, B. R., 2002, "Line Model in the Time Domain Considering Frequency Dependent Parameters, Leakance and Corona". In: *Proceedings of the 14th PSCC*, Session 35, paper 3, pp. 1-7, Sevilla, Spain, 24-28 June.
- HØIDALEN, H. K., 2003, "Analytical Formulation of Lightning-Induced Voltages on Multiconductor Overhead Lines Above Lossy Ground", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 45, n. 4 (February), pp. 92-100.
- HOSONO, T., 1981, "Numerical Inversion of Laplace Transform and Some Applications in Wave Optics", *Radio Science*, v. 16, November/December, pp. 1015-1019.

- HUBING, T. H., 1991, *Survey of Numerical Electromagnetic Modeling Techniques*, University of Missouri-Rolla, September.
- IEC, 1993, *International Standard IEC-1024: Protection of Structures Against Lightning*.
- IEEE, 1990, "Calculating the Lightning Performance of Distribution Lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 3 (July), pp. 1408-1417.
- IEEE, 1992, "Modeling of Metal Oxide Surge Arresters", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 7, n. 1 (January), pp. 302-309.
- IEEE, 1994, "Review of Research on Nonstandard Lightning Voltage Waves", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 4 (October), pp. 1972-1981.
- IEEE, 1997, *International Standard IEEE-1410: Guide for Improving the Lightning Performance of Electric Power Overhead Distribution Lines*.
- IMECE, A. F., DURBAK, D. W., ELAHI, H., *et al.*, 1996, "Modeling Guidelines for Fast Front Transients", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 1 (January), pp. 493-505.
- ISHII, M., KAWAMURA, T., KOUNO, T., *et al.*, 1991, "Multistory Transmission Tower Model for Lightning Surge Analysis", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 6, n. 3 (July), pp. 1327-1335.
- JACOB, P. B., GRZYBOWSKY, S., ROSS, E. R., 1991, "An Estimation of Lightning Insulation Level of Overhead Distribution Lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 6, n. 1 (January), pp. 384-390.
- JANISCHEWSKYJ, W., HUSSEIN, A. M., SHOSTAK, V., *et al.*, 1997, "Statistics of Lightning Strikes to the Toronto Canadian National Tower (1978-1995)", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12, n. 3 (July), pp. 1210-1221.
- JOHNS, D., CHRISTOPOULOS, C., 1994, "New Frequency-Domain TLM Method for the Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Problems", *IEE Proceedings-Sci. Meas. Technol.*, v. 141, n. 4 (July), pp. 310-316.
- JOHNS, P. B., 1987, "A Symmetrical Condensed Node for the TLM Method", *IEEE Transactions on Microwave Theory Tech.*, v. 35, pp. 370-377.

- JOHNSON, I. B., SCHULTZ, A. J., 1958, "A Hypothesis Concerning Lightning Phenomena and Transmission-Line Flashover", *Transactions AIEE*, February, pp. 1470-1479.
- JONES, A. R., 1954, "Evaluation of the Integration Method for Analysis of Non-Standard Surge Voltages", *AIEE Transactions*, v. 73, pp. 984-990.
- JONES, R. D., 1977, "On the Use of Tailored Return-Stroke Current Representation to Simplify the Analysis of Lightning Effect on Systems", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, pp. 95-96.
- JUNQUEIRA, A. S., 1991, *Estudo da Propagação de Surtos em Linhas de Transmissão Através de Modelos Reduzidos*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- KIM, I., FUNABASHI, T., SASAKI, H., *et al.*, 1996, "Study of ZnO Arrester Model for Steep Front Wave", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 2 (April), pp. 834-841.
- KING, R. W. P., 1985, "Electromagnetic Surface Waves: New Formulas and Applications", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 33, n. 11 (November), pp. 1204-1212.
- LAI, Y. M., TSE, C. K., SZETO, C. H., 1994, "A Computer Method for Modelling Periodically Switched Networks", In: *Proceedings of the 25th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 1297-1302, Taipei, Taiwan, June.
- LEE, K. C., 1983, "Non-Linear Corona Models in an Electromagnetic Transient Program (EMTP)", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 9 (September), pp. 2936-2942.
- LEHN, P., RITTIGER, J., KULICKE, B., 1995, "Comparison of the ATP Version of the EMTP and the NETOMAC Program for Simulation of HVDC Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 4 (October), pp. 2048-2053.
- LESER, S., 1995, *Efeito Coroa em Linhas de Transmissão – Uma Modelagem de Base Física Aplicada a Linhas com Condutores em Feixe*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

- LI, X., MALIK, O. P., ZHAO, Z., 1989, "Computation of Transmission Line Transients Including Corona Effects", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 3 (July), pp. 1816-1822.
- LIEW, A. C., DARVENIZA, M., 1974, "Dynamic Model of Impulse Characteristics of Concentrated Earths", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 121, n. 2 (February), pp. 123-135.
- LINDELL, I. V., ALANEN, E., 1984, "Exact Image Theory for the Sommerfeld Half-Space Problem, Part III: General Formulation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 32, n. 3 (October), pp. 1027-1032.
- LINDELL, I. V., HÄNNINEN, J. J., PIRJOLA, R., 2000, "Wait's Complex-Image Principle Generalized to Arbitrary Sources", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 48, n. 10 (October), pp. 1618-1624.
- LOMBARD, X., MAHSEREDJIAN, J., LEFEBVRE, S., *et al.*, 1995, "Implementation of a New Harmonic Initialization Method in the EMTP", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 3 (July), pp. 1343-1352.
- LORENTZOU, M. I., HATZIARGYRIOU, N. D., 2003, "Overview of Grounding Electrode Models and their Representation in Digital Simulation". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, New Orleans, United States of America.
- LOVE, E. R., 1973, *Improvements in Lightning Stroke Modelling and Applications to the Design of EHV and UHV Transmission Lines*. Tese de M.Sc., University of Colorado, Denver, Colorado, United States of America.
- MADRIGAL, M., ACHA, E., 2000, "Modelling of Custom Power Equipment Using Harmonic Domain Techniques". In: *Proceedings of the Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power*, v. 1, pp. 264-269, Florida, United States of America, October.
- MAMIS, M. S., 2003, "State-Space Transient Analysis of Single-Phase Transmission Lines with Corona". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, New Orleans, United States of America.

- MARTÍ, J. R., 1982, “Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 1 (January), pp 147-155.
- MARTINEZ, J. A., MOLINA, F. G., 2001, “Statistical Evaluation of Lightning Overvoltages on Overhead Distribution Lines Using Neural Networks”. In: *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 3, pp.1133-1138, Ohio, United States of America, January.
- MARUVADA, P. S., NGUYEN, D. H., HAMADANI-ZADEH, H., 1989, “Studies on Modeling Corona Attenuation of Dynamic Overvoltages”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 2 (April), pp. 1441-1449.
- MATA, C. T., FERNANDES, M. I., RAKOV, V. A., *et al.*, 2000, “EMTP Modeling of a Triggered-Lightning Strike to the Phase Conductor of an Overhead Distribution Line”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 15, n. 4 (October), pp. 1175-1181.
- MATTOS, M. A. F., 2005, “Grounding Grids Transient Calculations”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2 (April), pp. 1370-1378.
- MENTER, F. E., GRCEV, L., 1994, “EMTP-Based Model for Grounding Systems Analysis”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 4 (October), pp. 1838-1849.
- METWALLY, A. D., MAHMOUD, S. F., 1984, “Transient Response of a Dissipative Earth by Use of Image Theory”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 32, n. 3 (March), pp. 287-291.
- METWALLY, I. A., HEIDLER, F., 2003, “Improvement of the Lightning Shielding Performance of Overhead Transmission Lines by Passive Shield Wires”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 45, n. 2 (May), pp. 378-392.
- MICROTRAN, 2002, *MicroTran – Transients Analysis Program for Power and Power Electronic Circuits – Reference Manual*, January.
- MIRANDA, J. A., 2003, *Simulação de Fenômenos Transitórios em Sistemas de Aterramento*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- MOINI, R., KORDI, B., ABEDI, M., 1998, “Evaluation of LEMP Effects on Complex Wire Structures Located Above a Perfectly Conducting Ground

- Using Electric Field Integral Equation in Time Domain”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 40, n. 2 (May), pp. 154-162.
- MOINI, R., KORDI, B., RAFI, G. Z., *et al.*, 2000, “A New Lightning Return Stroke Model Based on Antenna Theory Model”, *J. Geophys. Res.*, v. 105, n. D24 (December), pp. 29693-29702.
- MONTEITH, A. C., VAUGHAN, H. R., JOHNSON, A. A., 1950, “Insulation Coordination”. In: Westinghouse Electric Corporation, *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, chapter 18, Fourth Edition, Pennsylvania, United States of America.
- MORCHED, A. S., GUSTAVSEN, B., TARTIBI, M., 1999, “A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14 (June), pp. 1032-1038.
- MORCHED, A. S., MARTÍ, L., OTTEVANGERS, J. H., 1993b, “A High Frequency Transformer for the EMTP”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3 (July), pp. 1615-1626.
- MORCHED, A. S., OTTEVANGERS, J. H., MARTÍ, L., 1993a, “Multi-Port Frequency Dependent Network Equivalents for the EMTP”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 8, n. 3 (July), pp. 1402-1412.
- MORENO O., G., 1998, *Análise de Fenômenos Relacionados com o Campo Elétrico em Linhas de Transmissão. Regime Quase-Estacionário e Sob Efeito Coroa*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- MORRIS, M. E., FISHER, R. J., SCHNETZER, G. H., *et al.*, 1994, “Rocket-Triggered Lightning Studies for the Protection of Critical Assets”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 3 (May/June), pp. 791-804.
- MOUSA, A. M., 1994, “The Soil Ionization Gradient Associated with Discharge of High Currents into Concentrated Electrodes”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 3 (July), pp. 1669-1677.
- MOUSA, A. M., SRIVASTAVA, K. D., 1989, “The Implications of Electrogeometric Model Regarding Effect of Height of Structure on the

- Median Amplitude of Collected Strokes”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 2 (April), pp. 1450-1460.
- MOZUMI, T., BABA, Y., ISHII, M., *et al.*, 2003, “Numerical Electromagnetic Field Analysis of Archorn Voltages During a Back-Flashover on a 500-kV Twin-Circuit Line”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 1 (January), pp. 207-213.
- MSWANE, L. M., GAUNT, C. T., 2001, “Lightning Performance Improvement of the Swaziland Electricity Board Transmission System (132 and 66kV)”. In: *Proceedings of the Cigre 4th Southern Africa Regional Conference*, Cape Town, October.
- MURERE, G., LEFEBVRE, S., DO., X. D., 1995, “A Generalized Harmonic Balance Method for EMPTP Initialization”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 3 (July), pp. 1353-1359.
- NAGAOKA, N., AMETANI, A., 1988, “A Development of a Generalized Frequency-Domain Transient Program – FTP”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 4 (October), pp. 1996-2004.
- NAKADA, K., SUGIMOTO, H., YOKOYAMA, S., 2003, “Experimental Facility for Investigation of Lightning Performance of Distribution Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 1 (January), pp. 253-257.
- NAKADA, K., YOKOTA, T., YOKOYAMA, S., *et al.*, 1997, “Energy Absorption of Surge Arresters on Power Distribution Lines Due to Direct Lightning Strokes – Effects of an Overhead Ground Wire and Instalation Position of Surge Arresters”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12, n. 4 (October), pp. 1779-1785.
- NAKAMURA, K., HORII, K., KITO, Y., *et al.*, 1991, “Artificially Triggered Lightning Experiments to an EHV Transmission Line”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 6, n. 3 (July), pp. 1311-1318.
- NAKHLA, M. S., 1989, “A Picewise Decomposition Technique for Analysis of Nonlinear Networks with Distributed Components”, In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, v. 1, pp. 606-609, Oregon, United States of America, May.

- NAKHLA, M. S., VLACH, J., 1976, "A Piecewise Harmonic Balance Technique for Determination of Periodic Response of Nonlinear Systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, v. 23, n. 2 (February), pp. 85-91.
- NARITA, T., YAMADA, T., MOCHIZUKI, A., *et al.*, 2000, "Observation of Current Waveshapes of Lightning Strokes on Transmission Towers", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 15, n. 1 (January), pp. 429-435.
- NEWMAN, M. M., ROBB, J. D., 1977, "Protection for Aircraft". In: GOLDE, R. H, *Lightning*, 1. ed., v. 2, chapter 21, New York, Academic Press.
- NODA, T., NAGAOKA, N., AMETANI, A., 1996, "Phase Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines by Means of an Arma Model", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 1 (January), pp. 401-411.
- NODA, T., NOSE, N., NAGAOKA, N., *et al.*, 1999, "A Wave-Front Time Dependent Corona Model for Transmission-Line Surge Calculations", *Electrical Engineering in Japan*, v. 129, n. 1 (October), pp. 29-38.
- NODA, T., SEMLYEN, A., IRAVANI, R., 2004, "Entirely Harmonic Domain Calculation of Multiphase Nonsinusoidal Steady State", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 3 (July), pp. 1368-1377.
- NODA, T., YOKOYAMA, S., 2002, "Thin Wire Representation in Finite Difference Time Domain Surge Simulation", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 3 (July), pp. 840-847.
- NOGUEIRA, R. L. S., 2006, *Análise de Sistema de Aterramento sob Solicitações Impulsivas: Otimização e Critérios de Segurança em Aterramentos de Estruturas de Linhas de Transmissão*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- NORTON, K. A., 1937, "Space and Surface Waves in Radio Propagation", *Physical Review*, v. 52 (July), pp. 132-133.
- NUCCI, C. A., BARROS, M. T. C., RACHIDI, F., 2000, "Influence of Corona on the Voltage Induced by Nearby Lightning on Overhead Distribution Lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 15, n. 4 (October), pp. 1265-1273.

- NUCCI, C. A., RACHIDI, F., IANOZ, M., *et al.*, 1993, “Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 35, n. 1 (February), pp. 75-86.
- OLIVEIRA, A. A. S., d’ALMEIDA, J. C. S., MEDEIROS, C. P., 2001, *Análise do Desempenho de Proteção e Sobretensão de Redes Monofásicas Típicas Montadas em Laboratório*, Relatório Técnico n. 611, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Rio de Janeiro, Brasil.
- OLSEN, R. G., WILLIS, M. C., 1996, “A Comparison of Exact and Quasi-Static Methods for Evaluating Grounding Systems at High Frequencies”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 2 (April), pp. 1071-1081
- ORLANDI, A., PAUL, C. R., 1996, “FDTD Analysis of Lossy, Multiconductor Transmission Lines Terminated in Arbitrary Loads”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 38, n. 3 (August), pp. 388-399.
- OTERO, A. F., CIDRÁS, J., ÁLAMO, J. L., 1999, “Frequency-Dependent Grounding System Calculation by Means of a Conventional Nodal Analysis Technique”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 3 (July), pp. 873-878.
- OUFI, E. A., ALFUHAID, A. S., SAIED, M. M., 1994, “Transient Analysis of Lossless Single-Phase Nonuniform Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 3 (July), pp. 1694-1700.
- PAOLONE, M., PEREZ, E., BORGHETTI, A., *et al.*, 2005, “Comparison of Two Computational Programs for the Calculation of Lightning-Induced Voltages on Distribution Systems”. In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Montreal, Canada.
- PARIS, L., 1967, “Influence of Air Gap Characteristics on Line to Ground Switching Surge Strength”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 86 (August), pp. 936-947.
- PARIS, L., CORTINA, R., 1968, “Switching and Lightning Impulse Discharge Characteristics of Large Air Gaps and Long Insulator Strings”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 87 (April), pp. 947-957.

- PIANTINI, A., MALAGODI, C. V. S., 1999, “Modelling of Three-Phase Distribution Transformers for Calculating Lightning Induced Voltages Transferred to the Secondary”. In: *Proceedings of the V International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 59-64, São Paulo, Brazil, May.
- PIGINI, A., RIZZI, G., GARBAGNATI, E., et. al., 1989, “Performance of Large Air Gaps Under Lightning Overvoltages: Experimental Study and Analysis of Accuracy of Predetermination Methods”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 2 (April), pp. 1379-1392.
- PINCETI, P., GIANNETTONI, M., 1999, “A Simplified Model for Zinc Oxide Surge Arresters”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 2 (April), pp. 393-398.
- PODPORKIN, G. V., SIVAYEV, A. D., 1991, “Results of Research on the Electric Strength of Phase-to-Phase Air Gaps in Compact Lines at Switching and Lightning Surge Impulses”, *Proceedings of the Cigré Symposium in Leningrad*, Leningrad, Russia.
- PODPORKIN, G. V., SIVAYEV, A. D., 1997, “Lightning Impulse Corona Characteristic of Conductors and Bundles”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 12, n. 4 (October), pp. 1842-1847.
- POLJACK, D., ROJE, V., 1995, “Boundary-Element Approach to Calculation of Wire Antenna Parameters in the Presence of Dissipative Halfspace”, *IEE Proceedings-Microw. Antennas Propag.*, v. 142, n. 6 (December), pp. 435-440.
- POPOLANSKY, F., 1972, “Frequency Distribution of Amplitudes of Lightning Currents”, *Electra*, n. 22 (May), pp. 139-147.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1970, *Análise de Redes Eléctricas – Algumas Aplicações*. Edição subsidiada pelo Instituto de Alta Cultura, Lisboa, Portugal.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1979, “Determinação das Conseqüências de Descargas Atmosféricas Próximas de LT’s”. In: *Anais do V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Eléctrica (SNPTEE)*, Recife, Brasil.

- PORTELA, C. M. J. C. M., 1982, *Sobretensões e Coordenação de Isolamento*. v. 1, 2 e 3, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1983, *Regimes Transitórios*, v. 1, 2, 3 e 4, COPPE/UFRJ, Edição COPPE/UFRJ & Eletrobrás, Rio de Janeiro, Brasil.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1985, “Cálculo de Parâmetros e Comportamento de Malhas de Terra”. In: *Curso Aterramento em Sistemas de Potência*, ABNT, Comitê Brasileiro de Eletricidade (COBEI), Rio de Janeiro, Brasil.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1997a, “Frequency and Transient Behavior of Grounding Systems; I Physical and Methodological Aspects”. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 379-384, Austin, United States of America.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1997b, “Frequency and Transient Behavior of Grounding Systems; II Practical Application Examples”. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 385-390, Austin, United States of America.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1998a, “Statistical Distribution of Parameters of Lightning Impulses in Antennas, Towers and Buildings - Methodological Aspects”. In: *Proceedings of the IEEE 1998 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 1018-1023, Denver, United States of America.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1998b, “Statistical Distribution of Parameters of Lightning Impulses in Antennas and Radar Towers - Practical Application Examples”. In: *Proceedings of the IEEE 1998 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 259-264, Denver, United States of America.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1998c, “Soil Electromagnetic Behavior”. In: *Proceedings of the Ground'98 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 53-58, Belo Horizonte, Brazil.
- PORTELA, C. M. J. C. M., 1999a, “Measurement and Modeling of Soil Electromagnetic Behavior”. In: *Proceedings of the IEEE International*

Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp. 1004-1009, Seattle, United States of America.

PORTELA, C. M. J. C. M., 1999b, *Campo Eletromagnético – Relações Básicas Entre as Principais Grandezas Físicas, em Termos Macroscópicos, em Formulação Simplificada*. 2a. ed, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

PORTELA, C. M. J. C. M., 2000, “Statistical Aspects of Soil Electromagnetic Behavior in Frequency Domain”. In: *Proceedings of the Ground’2000 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 99-104, Belo Horizonte, Brazil, June.

PORTELA, C. M. J. C. M., 2002a, “Influence in Lightning Effects of Soil Electromagnetic Behavior in Frequency Domain”. In: *Proceedings of the International Conference on Lightning Protection (ICLP)*, v. I, pp. 394-399, Cracow, Poland.

PORTELA, C. M. J. C. M., 2002b, “Soil Electromagnetic Behavior in Frequency Domain and its Influence in Lightning Effects”. In: *Proceedings of the Ground’2002 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 211-216, Rio de Janeiro, Brazil, November.

PORTELA, C. M. J. C. M., GOMES JÚNIOR, S., 1999, “Linhas Não Convencionais Com Elevada Capacidade de Transmissão – Análise Paramétrica”. In: *Anais do XV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil.

PORTELA, C. M. J. C. M., SANTIAGO, N. H. C., 1991, “Modelagem de Efeito Corona em Linhas de Transmissão Considerando Interação entre Fases ou Pólos e Cabos Pára-Raios”. In: *Anais do XI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Rio de Janeiro, Brazil.

PORTELA, C. M. J. C. M., TAVARES, M. C., 2001, “Modeling, Simulation and Optimization of Transmission Lines. Applicability and Limitations of Some Used Procedures”. In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Rio de Janeiro, Brazil.

PRIKLER, L., HØIDALEN, H. K., 1998, *ATPDraw for Windows 3.1x/95/NT version 1.0 – User’s Manual*, November.

- RACHIDI, F., NUCCI, C. A., IANOZ, M., 1999, "Transient Analysis of Multiconductor Lines Above a Lossy Ground", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 1 (January), pp. 294-302.
- RAKOV, V. A., 1999, "Rocket-Triggered Lightning Experiments at Camp Blanding, Florida". In: *Proceedings of the V International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 375-388, São Paulo, Brazil, May.
- RAKOV, V. A., 2000, "Positive and Bipolar Lightning Discharges: A Review". In: *Proceedings of the International Conference on Lightning Protection (ICLP)*, Rhodes, Greece.
- RAKOV, V. A., 2001a, "Lightning Parameters Important for Lightning Protection". In: *Proceedings of the VI International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 393-412, São Paulo, Brazil, November.
- RAKOV, V. A., 2001b, "Transient Response of a Tall Object to Lightning", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 43, n. 4 (November), pp. 654-661.
- RIBEIRO, E. J., MIRANDA, G. C., 2001, "Correlation Between Lightning Parameters and Spatial Variations in Spain". In: *Proceedings of the VI International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 12-16, São Paulo, Brazil, November.
- RIBEIRO, E. J., MIRANDA, G. C., 2003, "Finite Difference Method for Lightning Return Stroke Simulation Using the EMTP". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, New Orleans, United States of America.
- RICHTER, B., 2001, "Over-Voltage Protections in Medium and Low Voltage Systems". In: *Proceedings of the VI International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 353-358, São Paulo, Brazil, November.
- RICO, J. J., MADRIGAL, M., ACHA, E., 2003, "Dynamic Harmonic Evolution Using the Extended Harmonic Domain", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 2 (April), pp. 587-594.

- RIZK, F. A. M., 1990, "Modeling of Transmission Line Exposure to Direct Lightning Strokes", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 4 (October), pp. 1983-1997.
- RIZK, F. A. M., 1996, "Critical Switching Impulse Breakdown of Long Bundle-Conductor Gaps", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 1, January.
- RODRIGUES, M. G., 2004, *Metodologia Aproximada para Simulação do Comportamento Transitório de Malhas de Terra e Avaliação da Distribuição de Descargas Atmosféricas*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- RODRIGUES, M. G., PORTELA, C. M. J. C. M., 2000, "Statistical Distribution of Parameters of Lightning Impulses in High Objects". In: *Proceedings of the International Conference on Grounding and Earthing (GROUND)*, pp. 35-40, Belo Horizonte, Brazil, June.
- ROSA, R., OCHOA, M., BONILLA, J. L., *et al.*, 1988, "Contributions to Lightning Research for Transmission Line Compaction", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 2 (April), pp. 716-723.
- SADOVIC, S., GACANOVIC, R., RASCIC, M., 2005, "HV Substation Overvoltage Computation Taking Into Account Frequency Dependent Transients on the Substation Grounding System". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Montreal, Canada.
- SALARI FILHO, J. C., 1993, *Otimização da Geometria de Feixes de Condutores de Linhas de Transmissão*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- SANTIAGO, N. H. C., 1982, *Modelo para Propagação de Surtos em Linhas de Transmissão Incluindo os Efeito Corona, Pelicular e de Retorno pelo Solo*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- SARABANDI, K., CASCIATO, M. D., KOH, I., 2002, "Efficient Calculation of the Fields of a Dipole Radiating Above an Impedance Surface", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 50, n. 9 (September), pp. 1222-1235.

- SARGENT, M. A., 1972, "Monte Carlo Simulation of the Lightning Performance of Overhead Shielding Networks of High Voltage Stations", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, July/August, pp. 1651-1656.
- SARGENT, M. A., 1972, "The Frequency Distribution of Current Magnitude of Lightning Strokes to Tall Structures", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, September/October, pp. 2224-2229.
- SAVADAMUTHU, U., UDAYAKUMAR, K., JAYASHANKAR, V., 2002, "Modified Disruptive Effect Method as a Measure of Insulation Strength for Non-Standard Lightning Waveforms", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 2 (April), pp. 510-515.
- SCHROEDER, M. A. O., 2001, *Modelo Eletromagnético para Descontaminação de Ondas de Corrente de Descargas Atmosféricas: Aplicação às Medições da Estação do Moro do Cachimbo*. Tese de D.Sc., UFMJ, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.
- SCHROEDER, M. A. O., SOARES JÚNIOR, A., VISACRO FILHO, S., *et al.*, 1999, "Evaluation of Directly Measured Lightning Parameters". In: *Proceedings of the V International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 7-11, São Paulo, Brazil, May.
- SEKIOKA, S., HAYASHIDA, H., HARA, T., *et al.*, 1998, "Measurements of Grounding Resistances for High Impulse Currents", *IEE Proceedings-Gener. Transm. Distrib.*, v. 145, n. 6 (November), pp. 693-699.
- SEMLYEN, A., 1999, "S-Domain Methodology for Assessing the Small Stability of Complex Systems in Non-Sinusoidal Steady State", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1 (February), pp. 132-137.
- SEMLYEN, A., ACHA, A., ARRILAGA, J., 1988, "Newton-Type Algorithms for the Harmonic Phasor Analysis of Non-Linear Power Circuits in Periodical State with Special Reference to Magnetic Non-Linearities", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 3 (July), pp. 1090-1098.
- SEMLYEN, A., DERI, A., 1985, "Time Domain Modelling of Frequency Dependent Three-Phase Transmission Line Impedance", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 104, n. 6 (June), pp. 1549-1555.

- SEMLYEN, A., IRAVANI, M. R., 1993, “Frequency Domain Modeling of External Systems in a Electro-Magnetic Transients Program”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 2 (May), pp. 527-553.
- SEMLYEN, A., MEDINA, A., 1995, “Computation of the Periodic Steady State in Systems with Nonlinear Components Using a Hybrid Time and Frequency Domain Methodology”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3 (August), pp. 1498-1504.
- SHELEMY, S. J., SWATEK, D. R., 2001, “Monte Carlo Simulation of Lightning Strikes to the Nelson River HVDC Transmission Lines”. In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Rio de Janeiro, Brazil.
- SHINDO, T., SUZUKI, T., 1985, “A New Calculation Method of Breakdown Voltage-Time Characteristics of Long Air Gaps”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 6 (June), pp. 1556-1563.
- SILVA FILHO, H. X., 1985, *Distribuição Probabilística das Sobretensões de Origem Atmosférica Incidentes numa Subestação a Partir de Linhas de Transmissão*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- SILVA, C. J., 2004, *Modelagem de Transformadores para Fenômenos Transitórios Rápidos*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- SILVA, J. P., ARAÚJO, A. E. A., PAULINO, J. O. S., 1999, “Implementation of the Rusck’s Theory of Lightning Induced Voltages on Distribution Lines in the EMTP – Phase and Neutral Systems”. In: *Proceedings of the V International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 225-228, São Paulo, Brazil, May.
- SILVEIRA, F. H., DE CONTI, A. R., VISACRO FILHO, S., et. al., 2003, “Qualidade de Energia em Unidades Consumidoras: Análise da Influência das Tensões Induzidas por Descargas Atmosféricas”. In: *Anais do XVII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil.
- SMITH, D. R., PURI, J. L., 1989, “A Simplified Lumped Parameter Model for Finding Distribution Transformer and Secondary System Responses to

- Lightning”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 3 (July), pp. 1927-1936.
- SOARES JÚNIOR, A., 2001, *Modelagem de Linhas de Transmissão para Avaliação de Desempenho Frente a Descargas Atmosféricas*. Tese de D.Sc., UFMJ, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.
- SOLORZANO, N., SABA, M. M. F., PINTO JÚNIOR, O., *et al.*, 2002, “Natural and Triggered Lightning Data Obtained During the 2002 Triggered Lightning Brazilian Campaign”. In: *Proceedings of the Ground’2002 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 139-143, Rio de Janeiro, Brazil, November.
- SPIEGEL, M. R., 1978, *Transformadas de Laplace*. Coleção Shawn. Mc Graw Hill do Brasil, São Paulo, Brasil.
- STRATTON, J. A., 1941, *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill Book Company, Inc.
- SULICIU, M. M., SULICIU, I., 1981, “A Rate Type Constitutive Equation for the Description of the Corona Effect”, *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 100, n. 8 (August), pp. 3681-3685.
- SUZUKI, T., MIYAKE, K., 1977, “Experimental Study of Breakdown Voltage-Time Characteristics of Large Air Gaps with Lightning Impulses”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 96, pp. 227-233.
- TANABE, K., 2001, “Novel Method for Analyzing Dynamic Behavior of Grounding Systems Based on the Finite-Difference Time-Domain Method”, *IEEE Power Engineering Review*, September, pp. 55-57.
- TARCHINI, J. A., NUCCI, C. A., ROSA, F., 2001, “Estimación del Rendimiento de Líneas de Alta Tensión Frente a Descargas Atmosféricas Directas Utilizando el EMTP”. In: *Anais do IX Encontro Regional Lation-Americano da CIGRÉ (ERLAC)*, Foz do Iguacu, Paraná, Brasil.
- TEIXEIRA, F. J. T., CORDEIRO, M. R., RESENDE, F. O., *et al.*, 2002, “Earth Electrodes Modelling in Electric Power Systems Using the EMTP-ATP”. In: *Proceedings of the Ground’2002 International Conference on Grounding and Earthing*, pp. 205-209, Rio de Janeiro, Brazil, November.

- TELLERIA, A. H., URDANETA, A. J., NAVA, J. H. V., 1998, "Effect of Nearby Lightning on Overhead Electric Lines: A Comparison of Simulation Methods". In: *Proceedings of the II IEEE International Caracas Conference on Devices Circuit and Systems (ICCDCS)*, Isla de Margarita, Venezuela, Março.
- TORRES, H., GALLEG0, L., SALGADO, M., et. al., 2001, "Variation of Ground Stroke Density With Latitude". In: *Proceedings of the VI International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 8-11, São Paulo, Brazil, November.
- TORRES, H., HERRERA, J., PÉREZ, E., et al., 2003, "Statistical Evaluation of Lightning Induced Overvoltages in Distribution Lines in the Presence of Transformers and Surge Arresters". In: *Proceedings of the VII International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 222-228, Curitiba, Brazil, November.
- U.S. DEPARTMENT OF DEFENSE, 1983, *Military Standard MIL-1757: Lightning Qualification Test Techniques for Aerospace Vehicles and Hardware*. Department of Defense, Washington, D.C., United States of America.
- USHIDA, A., ADACHI, T., CHUA, L. O., 1992, "Steady-State Analysis of Nonlinear Circuits Based on Hybrid Methods", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, v. 39, n. 8 (August), pp. 649-661.
- VAESSEN, P. T. M., 1988, "Transformer Model for High Frequencies", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 4 (October), pp. 1761-1768.
- VELASCO, J. A. M., ARANDA, F. C., 2005, "Modeling of Overhead Transmission Lines for Lightning Studies". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Montreal, Canada.
- VERMA, R., MUKHEDEKAR, D., 1981, "Fundamentals Considerations and Impulse Impedance of Grounding Grids", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 100, n. 3 (March), pp. 1023-1030.
- VISACRO FILHO, S., 1992, *Modelagem de Aterramentos Elétricos*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

- VISACRO FILHO, S., SILVEIRA, F. H., 2005, "Lightning Current Waves Measured at Short Instrumented Towers: The Influence of Sensor Position", *J. Geophys. Res.*, v. 32, L18804, 5 pages.
- VISACRO FILHO, S., SOARES JÚNIOR, A., 2005, "HEM: A Model for Simulation of Lightning-Related Engineering Problems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2 (April), pp. 1206-1208.
- VISACRO FILHO, S., SOARES JÚNIOR, A., SCHROEDER, M. A. O., *et al.*, 2004, "Statistical Analysis of Lightning Current Parameters: Measurements at Morro do Cachimbo Station", *J. Geophys. Res.*, v. 109, D01105, 11 pages.
- VISUAL NUMERICS, 1997, *IMSL Fortran Subroutines for Mathematical Applications*. Visual Numerics Inc., Texas, United States of America.
- WAGNER, C. F., 1963, "Relation Between Stroke Current and the Velocity of the Return Stroke", *IEEE Transactions on Power and Apparatus and Systems*, v. 82, pp. 609-617.
- WAGNER, C. F., HILEMAN, A. R., 1959, "A New Approach to Calculation of Lightning Performance of Transmission Lines", *AIEE Transactions*, December, pp. 996-1020.
- WAGNER, C. F., HILEMAN, A. R., 1961a, "Mechanism of Breakdown of Laboratory Gaps", *AIEE Transactions*, October, pp. 604-621.
- WAGNER, C. F., HILEMAN, A. R., 1961b, "The Lightning Stroke; Part II", *AIEE Transactions*, October, pp. 622-642.
- WAGNER, C. F., HILEMAN, A. R., 1962, "Surge Impedance and Its Application to the Lightning Stroke", *AIEE Transactions*, February, pp. 1011-1022.
- WAGNER, C. F., MCCANN, G. D., LEAR, C. M., 1942, "Shielding of Substations", *Transactions AIEE*, v. 61 (February), pp. 96-100.
- WAGNER, C. F., MCCANN, G. D., CLAYTON, J. M., 1950, "Lightning Phenomena". In: Westinghouse Electric Corporation, *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, chapter 18, Fourth Edition, Pennsylvania, United States of America.

- WAGNER, C. F., MCCANN, G. D., MACLANE, G. L., 1941, "Shielding of Transmission Lines", *Transactions AIEE*, v. 60, pp. 313-328.
- WAIT, J. R., 1969, "Image Theory of a Quasi-Static Magnetic Dipole Over a Dissipative Half-Space", *Electron. Lett.*, v.5, n. 13 (June), pp. 281-282.
- WAIT, J. R., 1991, "Complex Image Theory - Revisited," *IEEE Antennas Propagation Magazine*, v. 33, n. 4 (August), pp. 27-29.
- WAIT, J. R., 1998, "The Ancient and Modern History of EM Ground-Wave Propagation", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, v. 40, n. 5 (October), pp. 7-23.
- WALI, U. V., PAL, R. N., CHATTERJEE, B., 1986, "Compact Modified Nodal Approach for Switched Capacitor Network Analysis", *IEEE Transactions on Computer-Aided Design*, v. 5, n. 3 (July), pp. 443-447
- WATANABE, Y., 1967, "Switching Surge Flashover Characteristics of Extremely Long Air Gaps", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 86 (August), pp. 933-936.
- WEDEPOHL, L. M., 1963, "Application of Matrix Methods to the Solution of Traveling-Wave Phenomena in Polyphase Systems", *Proceedings IEE*, v. 110, n. 12 (December), pp. 2200-2212.
- WEDEPOHL, L. M., 1982, *Digital Calculation of Fast Transients in Power Systems by Frequency Domain Methods*. Curso apresentado no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), Rio de Janeiro, Brasil.
- WEI-GANG, H., SEMLYEN, A., 1987, "Computation of Electro-Magnetic Transients on Three-Phase Transmission Lines with Corona and Frequency Dependent Parameters", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 2, n. 3 (July), pp. 887-898.
- WHITEHEAD, E. R., 1974, "CIGRE Survey of the Lightning Performance of Extra-High-Voltage Transmission Lines", *Electra*, n. 33 (March).
- WHITEHEAD, J. T., 1983, "The Lightning Performance of TVA's 500 kV and 161-kV Transmission Lines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 3 (March), pp. 752-768.

- WILKINSON, J. H., 1965, *The Algebraic Eigenvalue Problem*. New York, United States of America, Oxford University Press.
- WITZKE, R. L., BLISS, T. J., 1950, "Surge Protection of Cable-Connected Equipment", *AIEE Transactions*, v. 69, parte I, pp. 527-542.
- WOODFORD, D., 2001, *Introduction to PSCAD V3*, Manitoba HVDC Research Centre, January.
- XÉMARD, A., BARATON, P., BRESSAC, B., *et al.*, 2003, "Presentation of an Approach Based on EMTP for the Calculation of Lightning Induced Overvoltages". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, New Orleans, United States of America.
- XU, W., MARTI, J. R., DOMMEL, H. W., 1991, "A Multiphase Harmonic Load Flow Solution Technique", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 1 (February), pp. 174-182.
- YAMADA, T., MOCHIZUKI, A., SAWADA, J., *et al.*, 1995, "Experimental Evaluation of a UHV Tower Model for Lightning Surge Analysis", *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 1 (January), pp. 393-402.
- YAMADA, T., OTA, M., OOTAKI, T., *et al.*, 2005, "Estimation Program of Lightning Outage Rate in Power Distribution Line with Reference to Japanese Grounding System". In: *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST)*, Montreal, Canada.
- YANG, J. J., CHOW, Y. L., FANG, D. G., 1991, "Discrete Complex Images of a Three-Dimensional Dipole Above and Within a Lossy Ground", *IEE Proceedings-H*, v. 138, n. 4 (August), pp. 319-326.
- YEE, K. S., 1966, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in a Isotropic Media", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 14, n. 3 (May), pp. 302-307.
- ZAKHAR-ITKIN, M. K., 1975, "Simplified Model of Corona and an Equivalent Circuit for Noise Sources on Transmission Line Conductors", *Elektrichestvo*, n. 6, pp. 57-63.

ZANETTA JÚNIOR, L. C., PEREIRA, C. E. M., 2001, “Application Studies of Line Arresters”. In: *Proceedings of the VI International Symposium on Lightning Protection (SIPDA)*, pp. 371-375, São Paulo, Brazil, November.

ZHANG, B., HE, J., LEE, J., *et al.*, 2005, “Numerical Analysis of Transient Performance of Grounding Systems Considering Soil Ionization by Coupling Moment Method With Circuit Theory”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 41, n. 5 (May), pp. 1440-1443.