

MODELAGEM DE INCERTEZAS NO PROBLEMA DE FLUXO DE
POTÊNCIA

Marcelo José dos Santos

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS
EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

Prof. Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D.

Prof. José Luiz Rezende Pereira, Ph.D.

Prof. Osvaldo Ronald Saavedra Mendez, D.Sc.

Prof. Sandoval Carneiro Junior, Ph.D.

Profa. Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc.

Prof. Edimar José de Oliveira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2008

SANTOS, MARCELO JOSÉ DOS

Modelagem de Incertezas no Problema
de Fluxo de Potência [Rio de Janeiro] 2008

XVIII, 236 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ,
D.Sc., Engenharia Elétrica, 2008)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Fluxo de Potência
2. Cargas e gerações fuzzy
3. Distribuições de Possibilidade
4. Boundary Load Flow Modificado

I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

Dedico este trabalho aos meus pais,
José Onofre e Rosangela, e aos meus
irmãos Rodrigo, Erick, Rafael e Larissa.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar sempre presente e por ter me dado forças nos momentos mais difíceis.

Ao Prof. Djalma Mosqueira Falcão e ao Prof. José Luiz Rezende Pereira, pela orientação, confiança, dedicação e amizade durante toda a realização deste trabalho, o que foi fundamental para o meu aprimoramento profissional.

A minha família, em especial aos meus pais José Onofre e Rosângela, e aos meus irmãos Rodrigo, Erick, Rafael e Larissa, que tanto me apoiaram em toda a minha trajetória acadêmica e em todos os momentos importantes da minha vida.

Aos meus tios Vera e Wesley, e aos meus primos Daniela, Dalila, Wallace, Wellington e Loren, pelo apoio constante em Juiz de Fora, com os quais sei que sempre poderei contar.

À Eny, pela amizade, companheirismo, incentivo e valorosos momentos de dedicação prestados no Rio de Janeiro.

Aos amigos da Eletrobrás, em especial ao Eng. Emerson Salvador, pela amizade, compreensão e apoio na etapa final de desenvolvimento deste trabalho.

Ao corpo docente do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE/UFRJ, pelos conhecimentos transmitidos durante o curso.

A todos os amigos que, de alguma forma, contribuíram ou fizeram parte de mais esta importante etapa da minha vida.

Ao CNPq pelo suporte financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELAGEM DE INCERTEZAS NO PROBLEMA DE FLUXO DE
POTÊNCIA

Marcelo José dos Santos

Junho/2008

Orientadores: Djalma Mosqueira Falcão

José Luiz Rezende Pereira

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho descreve uma nova metodologia para o tratamento das incertezas associadas aos dados do problema de fluxo de potência, em sistemas de transmissão e distribuição. Dentro deste contexto, as cargas e gerações disponíveis são modeladas por números fuzzy ou distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal, permitindo que o conhecimento e a experiência dos engenheiros da operação e do planejamento possam ser incorporados ao problema. Na metodologia proposta são investigadas duas abordagens para a solução do problema do fluxo de potência com incertezas. A primeira se caracteriza por um procedimento discreto que realiza uma análise determinística do problema de fluxo de potência. A segunda se baseia na aplicação de um processo iterativo, o qual deve ser realizado para a determinação dos valores extremos referentes às distribuições de possibilidade de cada variável de estado e de saída do problema. Além disso, contempla ainda uma nova solução para tratar os casos de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade associados à formulação do problema. A metodologia proposta foi testada e comparada com outros métodos existentes na literatura, utilizando-se sistemas de transmissão e distribuição, de pequeno e médio porte. Os resultados apresentam as características associadas às duas abordagens testadas, bem como algumas vantagens da formulação proposta em comparação às metodologias existentes.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

UNCERTAINTIES MODELING IN POWER FLOW PROBLEM

Marcelo José dos Santos

June/2008

Advisors: Djalma Mosqueira Falcão

José Luiz Rezende Pereira

Department: Electrical Engineering

This work describes a new methodology for the treatment of uncertainties in relation to the data of power flow problem in transmission and distribution systems. In this context, the loads and available generations are modeled by fuzzy numbers or possibility distributions of trapezoidal type, permitting the knowledge and experience of operation and planning engineers can be incorporated in the problem. Two approaches in the proposed methodology are investigated. The first is characterized for a discrete procedure that achieves a deterministic analysis of the power flow problem. The second is based in the application of an iterative process, to evaluate the boundary values of possibility distribution at each state and output variable of the problem. Additionally, this work contemplates a new solution to treat oscillation cases of sensibility coefficients of the formulation. The proposed methodology has been tested with other existing methods in the literature using small and medium, transmission and distribution systems. The results present the characteristics in relation to the two approaches tested, as well as some advantages of the proposed formulation in comparison to the existing methodologies.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	4
1.2	Revisão Bibliográfica	4
1.3	Estrutura do Trabalho	11
2	Fluxo de Potência Fuzzy	13
2.1	Considerações Iniciais	13
2.2	Aritmética Fuzzy	14
2.2.1	Aritmética Fuzzy Tradicional	15
2.3	Cargas e Gerações Fuzzy	23
2.4	Modelo Clássico	24
2.4.1	Modelo CC	24
2.4.2	Modelo CA	26
2.4.3	Ferramenta Matemática Aplicada à Solução do Problema	33
3	Boundary Load Flow	34
3.1	Considerações Iniciais	34
3.2	Fluxo de Potência Probabilístico	35
3.2.1	Formulação Básica	36
3.3	Metodologia Boundary Load Flow	38
3.3.1	Representação das Grandezas de Entrada	39
3.3.2	Determinação dos Valores Extremos das Variáveis de Estado	41
3.3.3	Determinação dos Valores Extremos das Variáveis de Saída	43
3.3.4	Problemas de Convergência	44
3.3.5	Fluxograma Simplificado	47

3.3.6	Aplicação no Problema de Fluxo de Potência Probabilístico	50
4	Metodologia Proposta	53
4.1	Considerações Iniciais	53
4.2	Metodologia Discreta	54
4.2.1	Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Estado	55
4.2.2	Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Saída	61
4.2.3	Aspectos Gerais Associados à Metodologia Discreta	66
4.2.4	Fluxogramas Simplificados	67
4.3	Metodologia BLF Modificado	70
4.3.1	Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Estado	71
4.3.2	Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Saída	75
4.3.3	Problemas Associados às Oscilações Numéricas	78
4.3.4	Nova Solução para os Casos de Oscilação Numérica	79
4.3.5	Fluxogramas Simplificados	85
5	Resultados	88
5.1	Considerações Gerais	88
5.2	Dados dos Sistemas Testes	89
5.2.1	Sistema Oporto - 13 barras	89
5.2.2	Demais Sistemas Testes	90
5.2.3	Sistema IEEE 300 barras	91
5.3	Simulações tipo Monte Carlo	92
5.4	Metodologia Proposta	97
5.4.1	Tolerância de Oscilação	99
5.4.2	Sistema Oporto - 13 barras	99
5.4.3	Sistema IEEE 14 barras	108
5.4.4	Sistema IEEE 30 barras	129
5.4.5	Sistema CEMIG 37 barras	140

5.4.6	Sistema IEEE 57 barras	147
5.4.7	Sistema IEEE 118 barras	163
5.4.8	Sistema IEEE 300 barras	184
5.5	Considerações sobre a Barra de Folga do Sistema	199
5.6	Aspectos Computacionais	199
5.7	Jacobiana Constante X Jacobiana Variável	201
5.8	Variação do Fator de Divisão	203
5.9	Observações Adicionais	206
6	Conclusão	209
6.1	Considerações Gerais	209
6.2	Proposta para Continuação do Trabalho	212
A	Problema de Fluxo de Potência	213
A.1	Considerações Iniciais	213
A.2	Método de Newton-Raphson	214
A.3	Cálculo dos Fluxos e Perdas nas Linhas	216
B	Teoria dos Conjuntos Fuzzy	218
B.1	Considerações Iniciais	218
B.2	Conjuntos Fuzzy	219
B.3	Cortes de Nível (<i>Cortes-α</i>)	220
B.4	Números Fuzzy	221
B.5	Teoria de Possibilidades	222
C	Sistemas Testes	224
C.1	Sistema Oporto - 13 Barras	224
C.2	Sistema CEMIG - 37 Barras	226
C.3	Sistema IEEE 300 Barras	229
	Referências Bibliográficas	230

Lista de Figuras

2.1	Números fuzzy trapezoidais \tilde{A} e \tilde{B}	18
2.2	Multiplicação de números fuzzy trapezoidais	20
2.3	Carga fuzzy modelada por um número fuzzy trapezoidal	23
3.1	Função densidade de probabilidade do tipo normal	35
3.2	Valores extremos de uma função densidade de probabilidade do tipo normal	39
3.3	Definição de novos valores extremos de uma função densidade de probabilidade do tipo normal	40
3.4	Fluxograma BLF para as variáveis de estado	48
3.5	Fluxograma BLF para as variáveis de saída	49
3.6	Linearização em torno da região do valor esperado	50
3.7	Linearização em torno de uma região intermediária	51
3.8	Definição das regiões limites referentes ao lado esquerdo da curva	52
4.1	Distribuição de possibilidade do módulo de tensão na barra k	56
4.2	Distribuição de possibilidade do fluxo ativo no ramo $k-m$	63
4.3	Fluxograma da metodologia discreta para as variáveis de estado	68
4.4	Fluxograma da metodologia discreta para as variáveis de saída	69
4.5	Resultado incoerente para as perdas ativas da linha $k-m$	78
4.6	Fluxo ativo reverso da linha $k-m$	79
4.7	Variação da injeção ativa até a terceira iteração - BLFM	80
4.8	Variação da injeção ativa até a quarta iteração - BLFM	81
4.9	Variação da injeção ativa até a quinta iteração - BLFM	82
4.10	Variação da injeção ativa até a sexta iteração - BLFM	83
4.11	Variação da injeção ativa até o final do processo iterativo - BLFM	83

4.12	Variação da injeção ativa aplicando a metodologia BLF	84
4.13	Fluxograma BLFM para as variáveis de estado	86
4.14	Fluxograma BLFM para as variáveis de saída	87
5.1	Distribuição de possibilidade da carga ativa na barra k	94
5.2	Evolução do valor máximo do fluxo ativo na linha 2-3 - IEEE 57 . . .	96
5.3	Evolução do valor máximo do fluxo reativo na linha 12-13 - IEEE 57	96
5.4	Evolução do valor mínimo do módulo de tensão na barra 118 - IEEE 118	96
5.5	Evolução do valor máximo da geração reativa da barra 77 - IEEE 118	97
5.6	Variação da injeção reativa especificada da barra 8 - Perdas reativas da linha 10-13 - Oporto	105
5.7	Variação da injeção reativa especificada da barra 11 - Perdas reativas da linha 10-13 - Oporto	105
5.8	Variação da injeção ativa especificada da barra 3 - Perdas ativas da linha 6-11 - IEEE 14 - 20-40 %	117
5.9	Variação da injeção ativa especificada da barra 5 - Perdas ativas da linha 6-11 - IEEE 14 - 20-40 %	118
5.10	Variação da injeção ativa especificada da barra 11 - Perdas ativas da linha 6-11 - IEEE 14 - 20-40 %	118
5.11	Variação da injeção ativa especificada da barra 30 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30	134
5.12	Variação da injeção ativa especificada da barra 21 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30	134
5.13	Variação da injeção ativa especificada da barra 24 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30	135
5.14	Variação da injeção ativa especificada da barra 26 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30	135
5.15	Variação da injeção ativa especificada da barra 5 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57	155
5.16	Variação da injeção ativa especificada da barra 15 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57	155

5.17	Variação da injeção ativa especificada da barra 51 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57	156
5.18	Variação da injeção reativa especificada da barra 19 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57	156
5.19	Variação da injeção reativa especificada da barra 52 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57	157
5.20	Variação da injeção reativa especificada da barra 7 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118	165
5.21	Variação da injeção reativa especificada da barra 16 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118	165
5.22	Variação da injeção reativa especificada da barra 48 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118	166
5.23	Variação da injeção reativa especificada da barra 67 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118	166
5.24	Variação da injeção ativa especificada da barra 1 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118	176
5.25	Variação da injeção reativa especificada da barra 14 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118	176
5.26	Variação da injeção ativa especificada da barra 59 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118	177
5.27	Variação da injeção ativa especificada da barra 77 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118	177
5.28	Variação da injeção reativa especificada da barra 86 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118	178
5.29	Variação da injeção ativa especificada da barra 43 - Perdas ativas da linha 43-44 - Fator de divisão igual a 2 - IEEE 118	205
5.30	Variação da injeção ativa especificada da barra 43 - Perdas ativas da linha 43-44 - Fator de divisão igual a 1 e 2 - IEEE 118	206
5.31	Variação da injeção ativa especificada da barra 3 - Perdas ativas da linha 6-11 - Tolerância de oscilação igual a 4 - IEEE 14 - 20-40 %	207
5.32	Variação da injeção ativa especificada da barra 3 - Perdas ativas da linha 6-11 - Tolerância de oscilação igual a 5 - IEEE 14 - 20-40 %	207

5.33	Varição da injeção ativa especificada da barra 51 - Perdas reativas da linha 6-7 - Tolerância de oscilação igual a 4 - IEEE 57	208
5.34	Varição da injeção ativa especificada da barra 51 - Perdas reativas da linha 6-7 - Tolerância de oscilação igual a 5 - IEEE 57	208
B.1	<i>Corte-α</i> de \tilde{A}	221
B.2	Número fuzzy trapezoidal	222
C.1	Sistema Oporto	224
C.2	Sistema CEMIG	226

Lista de Tabelas

5.1	DP da geração ativa (MW) - Oporto	90
5.2	DP das cargas ativas (MW) - Oporto	90
5.3	DP das cargas reativas (MVar) - Oporto	90
5.4	Número total de simulações tipo Monte Carlo	95
5.5	DP dos módulos de tensão (p.u.) - Oporto	102
5.6	DP dos ângulos de tensão (graus) - Oporto	102
5.7	DP dos fluxos ativos (MW) - Oporto	103
5.8	DP dos fluxos reativos (MVar) - Oporto	103
5.9	DP das perdas ativas (kW) - Oporto	104
5.10	DP das perdas reativas (kVar) - Oporto	104
5.11	DP da geração ativa (MW) - Oporto	106
5.12	DP das gerações reativas (MVar) - Oporto	106
5.13	Número de iterações das variáveis de estado e de saída - Oporto . . .	107
5.14	Erros máximos e médios (%) - Oporto	107
5.15	DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 14 - 5-10 %	108
5.16	DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 14 - 10-20 %	109
5.17	DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 14 - 20-40 %	109
5.18	DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 14 - 5-10 %	110
5.19	DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 14 - 10-20 %	110
5.20	DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 14 - 20-40 %	111
5.21	DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 14 - 5-10 %	112
5.22	DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 14 - 10-20 %	112
5.23	DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 14 - 20-40 %	113
5.24	DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 14 - 5-10 %	113
5.25	DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 14 - 10-20 %	114

5.26	DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 14 - 20-40 %	114
5.27	DP das perdas ativas (kW) - IEEE 14 - 5-10 %	116
5.28	DP das perdas ativas (kW) - IEEE 14 - 10-20 %	116
5.29	DP das perdas ativas (kW) - IEEE 14 - 20-40 %	117
5.30	DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 14 - 5-10 %	119
5.31	DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 14 - 10-20 %	119
5.32	DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 14 - 20-40 %	120
5.33	DP da geração ativa (MW) - IEEE 14 - 5-10 %	121
5.34	DP da geração ativa (MW) - IEEE 14 - 10-20 %	121
5.35	DP da geração ativa (MW) - IEEE 14 - 20-40 %	121
5.36	DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 14 - 5-10 %	122
5.37	DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 14 - 10-20 %	122
5.38	DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 14 - 20-40 %	123
5.39	Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 14	124
5.40	Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 14	124
5.41	Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 14	125
5.42	Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 14	125
5.43	Número de iterações das perdas ativas - IEEE 14	126
5.44	Número de iterações das perdas reativas - IEEE 14	126
5.45	Número de iterações da geração ativa - IEEE 14	127
5.46	Número de iterações das gerações reativas - IEEE 14	127
5.47	Erros máximos e médios (%) - IEEE 14 - 5-10 %	128
5.48	Erros máximos e médios (%) - IEEE 14 - 10-20 %	128
5.49	Erros máximos e médios (%) - IEEE 14 - 20-40 %	128
5.50	DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 30	130
5.51	DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 30	130
5.52	DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 30	131
5.53	DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 30	132
5.54	DP das perdas ativas (kW) - IEEE 30	133
5.55	DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 30	136
5.56	DP da geração ativa (MW) - IEEE 30	136
5.57	DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 30	137

5.58	Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 30	137
5.59	Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 30	138
5.60	Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 30	138
5.61	Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 30	138
5.62	Número de iterações das perdas ativas - IEEE 30	139
5.63	Número de iterações das perdas reativas - IEEE 30	139
5.64	Número de iterações da geração ativa - IEEE 30	139
5.65	Número de iterações das gerações reativas - IEEE 30	140
5.66	Erros máximos e médios (%) - IEEE 30	140
5.67	DP dos módulos de tensão (p.u.) - CEMIG	141
5.68	DP dos ângulos de tensão (graus) - CEMIG	142
5.69	DP dos fluxos ativos (MW) - CEMIG	142
5.70	DP dos fluxos reativos (MVar) - CEMIG	143
5.71	DP das perdas ativas (kW) - CEMIG	143
5.72	DP das perdas reativas (kVar) - CEMIG	144
5.73	DP da geração ativa (MW) - CEMIG	144
5.74	DP das gerações reativas (MVar) - CEMIG	144
5.75	Número de iterações dos módulos de tensão - CEMIG	145
5.76	Número de iterações dos ângulos de tensão - CEMIG	145
5.77	Número de iterações dos fluxos ativos - CEMIG	145
5.78	Número de iterações dos fluxos reativos - CEMIG	146
5.79	Número de iterações das perdas ativas - CEMIG	146
5.80	Número de iterações das perdas reativas - CEMIG	146
5.81	Número de iterações da geração ativa - CEMIG	146
5.82	Número de iterações das gerações reativas - CEMIG	147
5.83	Erros máximos e médios (%) - CEMIG	147
5.84	DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 57	148
5.85	DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 57	148
5.86	DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 57	151
5.87	DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 57	152
5.88	DP das perdas ativas (kW) - IEEE 57	153
5.89	DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 57	154

5.90 DP da geração ativa (MW) - IEEE 57	157
5.91 DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 57	158
5.92 Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 57	158
5.93 Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 57	159
5.94 Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 57	159
5.95 Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 57	160
5.96 Número de iterações das perdas ativas - IEEE 57	161
5.97 Número de iterações das perdas reativas - IEEE 57	162
5.98 Número de iterações da geração ativa - IEEE 57	162
5.99 Número de iterações das gerações reativas - IEEE 57	162
5.100 Erros máximos e médios (%) - IEEE 57	163
5.101 DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 118	164
5.102 DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 118	167
5.103 DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 118	168
5.104 DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 118	170
5.105 DP das perdas ativas (kW) - IEEE 118	171
5.106 DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 118	173
5.107 DP da geração ativa (MW) - IEEE 118	174
5.108 DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 118	175
5.109 Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 118	178
5.110 Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 118	179
5.111 Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 118	179
5.112 Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 118	180
5.113 Número de iterações das perdas ativas - IEEE 118	181
5.114 Número de iterações das perdas reativas - IEEE 118	182
5.115 Número de iterações da geração ativa - IEEE 118	183
5.116 Número de iterações das gerações reativas - IEEE 118	183
5.117 Erros máximos e médios (%) - IEEE 118	183
5.118 DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 300	185
5.119 DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 300	186
5.120 DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 300	187
5.121 DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 300	188

5.122	DP das perdas ativas (kW) - IEEE 300	190
5.123	DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 300	191
5.124	DP da geração ativa (MW) - IEEE 300	192
5.125	DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 300	193
5.126	Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 300	194
5.127	Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 300	194
5.128	Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 300	195
5.129	Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 300	195
5.130	Número de iterações das perdas ativas - IEEE 300	196
5.131	Número de iterações das perdas reativas - IEEE 300	197
5.132	Número de iterações da geração ativa - IEEE 300	198
5.133	Número de iterações das gerações reativas - IEEE 300	198
5.134	Erros máximos e médios (%) - IEEE 300	198
5.135	Tempos computacionais - BLFM e BLF	200
5.136	Erros (%) - Jacobiana constante e variável - IEEE 57	201
5.137	Resultados BLFM - Jacobiana constante e variável - IEEE 118	202
5.138	Erros (%) - Jacobiana constante e variável - IEEE 118	202
5.139	Erros (%) - Jacobiana constante e variável - IEEE 300	203
5.140	Variação do fator de divisão em $\alpha = 0$ - IEEE 118	204
C.1	Dados de barras - Oporto	225
C.2	Dados de linhas - Oporto	225
C.3	Dados de barras - CEMIG	227
C.4	Dados de linhas - CEMIG	228
C.5	Valores médios das grandezas de entrada representadas por incertezas - IEEE 300	229

Capítulo 1

Introdução

O cálculo de *fluxo de potência* (ou *fluxo de carga*) é uma das ferramentas mais utilizadas na operação, planejamento e controle dos sistemas elétricos de potência. Consiste basicamente na determinação das tensões e fluxos de potência em um sistema de transmissão, dado um nível de carga especificado e um programa de geração estabelecido. Supõe-se que o sistema trifásico opera sob condições balanceadas. A modelagem do sistema é estática, sendo a rede representada por um conjunto de equações e inequações algébricas. Embora as equações da rede sejam lineares, o problema é não linear, pois as injeções de potência especificadas são funções não lineares das tensões complexas. Muitos trabalhos têm sido publicados nesta área, dentre os quais destacam-se [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

Nas simulações que envolvem o fluxo de potência, alguns dados do sistema em estudo são estimados com maior facilidade, como por exemplo, os parâmetros de uma linha de transmissão, que dependem primordialmente das características dos condutores e do seu comprimento. Em comparação às injeções de potência nas barras, esses elementos não apresentam um grau significativo de imprecisão, pois as injeções de potência dependem do comportamento aleatório de milhões de consumidores. Por outro lado, tem-se ainda, como exemplo, as imprecisões associadas aos geradores eólicos, que dependem fundamentalmente da velocidade do vento.

Apesar da existência dessas imprecisões, estimativas são realizadas e então os dados dos sistemas são considerados conhecidos de forma precisa na grande maioria

das simulações de fluxo de potência.

As incertezas presentes nas injeções de potência se devem principalmente a erros na previsão, coleta e medição de grandezas. E estes aspectos se tornam ainda mais relevantes, devido às mudanças no setor elétrico, que envolvem a desregulamentação e a privatização do mesmo, fazendo com que as incertezas nas cargas e gerações sejam ainda mais evidentes do que no modelo tradicional vertical do sistema [8].

Mesmo que não sejam consideradas as incertezas, o fluxo de potência convencional representa apenas a operação instantânea do sistema. Logo, a solução é válida para essa configuração e condição de operação. Na prática, o sistema é dinâmico, evoluindo no tempo. Assim, seria razoável obter um leque de condições possíveis de operação como resultado das incertezas e não apenas uma única condição de operação [8].

Para levar em conta todo o domínio de possíveis cenários de carga, um grande número de casos de fluxo de potência convencional deveria ser realizado. Uma vez que isso é feito, obtém-se a faixa de valores que cada variável do problema de fluxo de potência pode assumir. No entanto, não é uma maneira prática executar um fluxo de potência para cada mudança na carga ou geração, devido ao custo computacional envolvido, além da dificuldade em analisar e sintetizar os resultados. Daí surge a necessidade de se aplicar metodologias que permitam o tratamento de incertezas no problema de fluxo de potência.

Existem situações nos sistemas de energia elétrica onde é possível se dispor apenas de descrições qualitativas das cargas e de alguns tipos de gerações não convencionais. Essas descrições se baseiam em observações práticas e na experiência dos engenheiros da operação. E este tipo de informação tem basicamente um caráter impreciso e pode ser descrito por expressões linguísticas, como por exemplo: “A carga na barra 10 será aproximadamente 12 MW” [8].

Uma conhecida ferramenta que incorpora as incertezas presentes nos dados de entrada dos sistemas é o *Fluxo de Potência Probabilístico*. No entanto, esse modelo e até mesmo o fluxo de potência convencional (determinístico) não são capazes de representar tais informações integralmente, visto que os probabilísticos são baseados

em repetições de eventos ou em dados experimentais e os determinísticos consideram todos os dados como valores conhecidos. Os fluxos de potência probabilísticos ainda apresentam a desvantagem de necessitarem de rotinas de cálculo mais complexas [9].

Com o desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos Fuzzy [10] e da Teoria das Possibilidades [11] foi possível incluir nos modelos físicos, informações vagas ou imprecisas que frequentemente caracterizam as atividades humanas. Os métodos baseados na teoria dos conjuntos fuzzy não necessariamente se baseiam em dados históricos. Mas esses, por sua vez, podem ser usados como base para o julgamento e a estimativa subjetiva dos especialistas. Assim, ferramentas como o *Fluxo de Potência Fuzzy* [12], permitem incorporar na modelagem dos sistemas de potência, informações sobre as cargas e gerações que não são determinísticas e nem probabilísticas. Dessa forma, obtêm-se resultados sob a forma de informação fuzzy para as tensões, fluxos, perdas e gerações.

As operações envolvidas no processo de solução do fluxo de potência fuzzy são, geralmente, baseadas na aritmética fuzzy. Em algumas aplicações, a aritmética fuzzy tradicional mostra-se satisfatória, mas em outras situações não é trivial e apresenta grandes desvantagens.

Destaca-se também que, de maneira semelhante ao fluxo de potência determinístico, os modelos empregados para representar o problema de fluxo de potência fuzzy são baseados em linearizações. Consequentemente, os resultados obtidos são aproximados e irão depender fundamentalmente dos níveis de incertezas associados aos dados de entrada, assim como do sistema em estudo.

Diante das características proporcionadas pela abordagem fuzzy no que se refere à maneira qualitativa de expressar as incertezas e a habilidade de integrar o conhecimento dos especialistas sobre o sistema, surge uma motivação para modelar adequadamente as incertezas presentes no problema de fluxo de potência, segundo esta filosofia.

1.1 Objetivos

Os objetivos deste trabalho incluem o desenvolvimento, a implementação e a análise de uma nova metodologia para o tratamento de incertezas no problema de fluxo de potência, aplicada em sistemas de transmissão e distribuição, onde as cargas e gerações são modeladas por números fuzzy ou distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal.

A metodologia proposta é dividida em duas abordagens. A primeira consiste em uma metodologia discreta, que se baseia em uma análise determinística do problema de fluxo de potência. A segunda, denominada *Boundary Load Flow Modificado - BLFM*, envolve um processo iterativo, que deve ser realizado para a determinação das distribuições de possibilidade de cada variável de estado e de saída do problema de fluxo de potência. Este trabalho apresenta ainda uma nova proposta para contornar os problemas decorrentes da oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade associados ao método BLFM.

1.2 Revisão Bibliográfica

O tratamento do problema de fluxo de potência com incertezas pode ser encontrado na literatura a partir de três abordagens distintas: modelagem probabilística, métodos baseados na teoria dos conjuntos fuzzy e análise de intervalos.

O fluxo de potência probabilístico foi apresentado pela primeira vez em [13]. A partir daí, vários trabalhos foram publicados, dentre os quais destacam-se [14, 15, 16, 17, 18]. Nesta abordagem, as cargas e gerações são tratadas como variáveis aleatórias e são representadas por apropriadas distribuições de probabilidade ou funções densidade de probabilidade. Dessa forma, os resultados do problema de fluxo de potência também são descritos por variáveis aleatórias, cujas distribuições de probabilidade resultantes são obtidas através da utilização de técnicas probabilísticas, baseadas em processos de convolução. Devido à complexidade introduzida no tratamento das variáveis aleatórias, as soluções do fluxo de potência probabilístico são determinadas através de modelos linearizados

e os resultados podem apresentar erros de aproximação. Por outro lado, também pode ser encontrado na literatura um modelo probabilístico que emprega operações menos complexas, baseadas em inferência estatística [19].

No que se refere à abordagem fuzzy, muitos trabalhos têm sido publicados, considerando as cargas e gerações como números fuzzy (ou distribuições de possibilidade) e obtendo como resultados, distribuições de possibilidade para os valores de ângulos e módulos de tensão, fluxos, perdas e gerações. Embora os cálculos envolvidos no fluxo de potência fuzzy sejam muito mais simples do que no caso probabilístico, ainda existe uma dificuldade de aplicação no modelo completo dos sistemas. Assim, geralmente são utilizados modelos linearizados e os resultados obtidos também são aproximados.

A primeira publicação envolvendo as ferramentas desenvolvidas por Zadeh [10] para incorporar as incertezas nos modelos de fluxo de potência, para sistemas de distribuição, foi apresentada em [20]. O modelo de fluxo de potência fuzzy CC, apresentado nessa referência, utiliza basicamente as equações do modelo de fluxo de potência probabilístico CC proposto em [13]. Por outro lado, o modelo CA proposto emprega as equações do modelo probabilístico descrito em [14]. No entanto, as operações envolvidas são baseadas em técnicas fuzzy, ao invés de probabilísticas. Os dados e as grandezas resultantes do problema foram representados por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal.

Em [12] foram apresentados novos métodos para o fluxo de potência fuzzy CC e CA, para sistemas de distribuição e transmissão, baseados em uma técnica de linearização em torno de uma solução determinística. Desde então, os novos trabalhos publicados neste assunto passaram a utilizar este método, denominado de *Modelo Clássico*, como principal referência, inclusive para fins de comparação de resultados. Adicionalmente, o modelo clássico ainda permitiu a determinação das distribuições de possibilidade das correntes e perdas nas linhas, o que não foi possível no trabalho apresentado em [20]. No entanto, em alguns casos especiais, como linhas com baixo carregamento ou linhas com possibilidade de fluxo reverso, podem ocorrer perdas ativas negativas. Assim, também foi proposta uma metodologia corretiva para o cálculo das perdas nessas situações. As grandezas do problema também

foram representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal.

A referência [21] propõe a integração da correlação entre gerações e cargas ou entre cargas ativas e reativas, em modelos de fluxo de potência fuzzy CC e CA. A redução do número de possíveis combinações entre os dados de entrada permite ao usuário estudar situações mais próximas da realidade e aumenta a faixa de aplicação desses modelos. Esta técnica se baseia na solução de dois problemas de programação linear para a obtenção das distribuições de possibilidade dos incrementos das variáveis do problema, para cada *corte- α* previamente especificado. A solução final é obtida somando-se a solução determinística com as distribuições de possibilidade dos incrementos finais das variáveis do problema.

A referência [22], por sua vez, propõe uma nova alternativa à formulação apresentada em [21], para considerar a correlação entre as injeções de potência. Entretanto, neste caso, a determinação das distribuições de possibilidade dos incrementos das variáveis do problema é baseada na formulação correspondente ao modelo clássico, onde os dados de entrada são considerados completamente correlacionados, completamente não correlacionados ou uma combinação entre as duas formas. Além disso, o modelo proposto não emprega técnicas de programação linear.

Em [8] é apresentada uma metodologia que permite melhorar a resposta da linearização do modelo clássico, para a obtenção das distribuições de possibilidade das variáveis do problema. No modelo clássico, os incrementos de injeção de potência ativa e reativa, representados por incertezas de amplitude larga, são vistos como grandes perturbações pelo modelo incremental. Assim, a validade e a qualidade das soluções podem ficar comprometidas, especialmente em situações de sistemas mal condicionados ou com carga pesada. Portanto, foi proposta uma técnica de multi-linearização, onde as distribuições de possibilidade dos incrementos das injeções de potência são decompostas em duas parcelas. Dessa forma, são resolvidos separadamente dois problemas com grau de incerteza complementar, que permitem realizar duas linearizações nos respectivos pontos médios. A solução final é obtida através da combinação das soluções parciais. Como base de cálculo é utilizado o método de Newton, porém resolvido de uma maneira desacoplada de três passos,

conforme foi apresentado em [23].

A referência [24] propõe uma nova representação das cargas para aplicação no problema de fluxo de potência fuzzy correspondente ao modelo clássico, tendo em vista os erros decorrentes da característica não linear da solução. Para isso, as cargas foram divididas de acordo com os períodos de operação do sistema, tais como carga mínima e carga máxima. Assim, pode ser considerada a incerteza entre dois períodos de operação, onde existe a possibilidade de se obter altos valores de carga em períodos de carga mínima e vice-versa. Nesta referência, também é apresentado um estudo de estabilidade de tensão, baseado na análise modal [25], visando complementar os resultados obtidos de tensões pelo fluxo de potência fuzzy.

Na referência [26], não somente as cargas e gerações são descritas por distribuições de possibilidade, mas também a disponibilidade de cada unidade de geração. As distribuições de possibilidade são representadas por funções de pertinência do tipo trapezoidal na forma $L-R$ [27]. O processo de solução se baseia no método de Newton-Raphson, onde todas as variáveis são modeladas por números fuzzy, com exceção dos parâmetros das linhas. As grandezas resultantes do problema de fluxo de potência apresentam uma forma de distribuição de possibilidade aproximadamente trapezoidal, a não ser os ângulos de tensão, devido à não linearidade das equações de injeção reativa durante o processo iterativo.

A referência [28] propõe uma metodologia que incorpora as incertezas presentes nos dados de entrada do problema de fluxo de potência, para sistemas de distribuição, cujas distribuições de possibilidade também são descritas por números fuzzy trapezoidais $L-R$ [27]. Além disso, ainda apresenta uma proposta para a determinação de distribuições de possibilidade de índices de estabilidade, que indicam as barras mais susceptíveis a colapsos de tensão.

Em [29] é apresentada uma proposta para o fluxo de potência em sistemas radiais de distribuição, onde as cargas são representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal. O método é baseado no modelo de fluxo de potência apresentado em [30], no entanto, emprega uma forma aproximada para as equações de queda de tensão.

A referência [31] também propõe um método de fluxo de potência fuzzy, aplicado em sistemas de distribuição do tipo radial. Neste caso, as cargas e os parâmetros das linhas são definidos por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal. O modelo proposto também corresponde a uma variação do método de fluxo de potência descrito em [30].

Na referência [9] é proposta uma nova metodologia para os fluxos de potência fuzzy CC e CA, que utilizam distribuições de possibilidade do tipo sinusoidal na representação dos dados de entrada, como alternativa aos métodos que empregam distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal [8, 12, 20, 21, 24, 32, 33]. O modelo CC se fundamenta nas equações do fluxo de potência determinístico CC, onde as operações matemáticas foram baseadas nos operadores desenvolvidos em [34], para números fuzzy sinusoidais. No modelo CA foi desenvolvida uma metodologia para a determinação dos ângulos e módulos de tensão a partir da solução determinística associada. As demais grandezas resultantes do problema são determinadas através de suas respectivas equações no modelo determinístico, de maneira semelhante ao modelo CC. Em comparação ao modelo clássico, o fluxo de potência fuzzy CA solucionou o problema das perdas ativas negativas. Entretanto, a utilização da aritmética fuzzy, aplicada ao fluxo de potência fuzzy CA na determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de saída, pode apresentar alguns problemas. Tais dificuldades se referem à sensibilidade da função de multiplicação, pois dependendo da variação dos valores dos graus de incerteza dos ângulos e módulos de tensão nas barras terminais, não se obtêm valores de desvios aceitáveis para os resultados. Diante dessa limitação, pode ser encontrada nesta referência uma proposta que visa minimizar os erros a partir de uma metodologia discreta.

Em [35] são propostos três métodos de fluxo de potência fuzzy: não linear, linearizado e multi-linearizado. No modelo não linear, o problema pode ser transformado em um conjunto de subproblemas de *cortes- α* . Cada subproblema é resolvido para se obter as variáveis de estado e de saída, para um determinado *corte- α* , utilizando-se um problema de programação não linear. Esse modelo proporciona resultados precisos, porém exige um esforço computacional significativo. No sentido de simplificar os cálculos do método não linear, foi proposta uma formulação

linearizada, que se baseia em um modelo incremental e se fundamenta no princípio do desacoplamento ativo e reativo. No entanto, esse modelo pode apresentar imprecisão nos resultados devido aos erros associados ao processo de linearização. De forma a melhorar a qualidade dos resultados do método linearizado, foi proposto o modelo multi-linearizado, onde as variáveis do problema têm as suas respectivas distribuições de possibilidade divididas em várias seções. A solução do problema é encontrada, resolvendo-se para cada seção, um problema de programação não linear em combinação com as equações do modelo linearizado. As variáveis do problema foram representadas por distribuições de possibilidade do tipo triangular.

No que diz respeito à análise de intervalos, a referência [36] apresenta uma metodologia de solução baseada em intervalos aritméticos para a determinação do denominado “casco” do conjunto de solução do problema de fluxo de potência. No entanto, os resultados obtidos para os intervalos podem ser bastante amplos, contendo muitos pontos que não fazem parte da solução do problema. Diante dessa excessiva incerteza presente nos resultados, esta técnica pode não ser muito útil em termos práticos. Cabe destacar que as operações com intervalos aritméticos podem ser vistas como um caso especial de operações com números fuzzy.

A referência [37] também apresenta uma técnica de solução baseada em matemática intervalar para incorporar as incertezas associadas às cargas no problema de fluxo de potência. Nesta metodologia, os resultados são obtidos através da solução de um sistema não linear de equações, definidas por intervalos, empregando-se o método de Krawczyk [38]. Por outro lado, em [39] é proposto um método para a solução de um sistema linear, cujos coeficientes são representados por intervalos. Considerando as incertezas associadas às injeções de potência, o modelo é baseado nas equações do Método Desacoplado Rápido do problema de fluxo de potência, visando realizar análise de contingências.

Em [40] é apresentada uma metodologia que trata as incertezas presentes nas variáveis de entrada como números ou intervalos fuzzy. A partir do conceito aplicado na obtenção dos valores mínimos e máximos das variáveis do problema de fluxo de potência (método *Boundary Load Flow*), o qual foi apresentado no contexto do fluxo de potência probabilístico da referência [41], foi desenvolvida uma metodologia

baseada na solução de um grande número de problemas de otimização. O objetivo foi tentar superar os erros introduzidos pela linearização, associados ao modelo CA do problema de fluxo de potência, visando obter resultados mais precisos. No entanto, como os cálculos devem ser realizados para cada variável de estado e de saída, o tempo computacional envolvido é bastante elevado.

A partir da formulação apresentada em [40], a referência [42] investiga duas diferentes formas de se incorporar as restrições impostas sobre a barra de folga do sistema, em um problema de fluxo de potência com incertezas. Em [43], por sua vez, é apresentada uma aplicação do método proposto em [40], na determinação de índices de adequação de sistemas, os quais são empregados para quantificar a violação de restrições impostas sobre a rede, especialmente no que se refere aos módulos de tensão e correntes.

A referência [44] também apresenta um problema de fluxo de potência fuzzy baseado na idéia introduzida em [41], onde todos os conceitos aplicados ao caso probabilístico foram estendidos para a abordagem fuzzy. Este trabalho incorporou ainda algumas incertezas adicionais, relativas aos parâmetros das linhas e à modelagem das cargas, além da consideração dos limites de geração reativa. Neste caso, as grandezas do problema foram representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal.

Em [45] também é apresentado um processo baseado na execução de vários problemas de otimização para a determinação dos valores mínimos e máximos das variáveis do fluxo de potência fuzzy, cujas grandezas de entrada foram definidas por distribuições de possibilidade trapezoidais. A metodologia proposta é aplicada ao modelo CC do problema, visando à avaliação da capacidade de um sistema de transmissão satisfazer a demanda, após a ocorrência de contingências.

Finalmente, a referência [46] propõe uma metodologia baseada em um processo de otimização que minimiza as faixas de incertezas das variáveis associadas ao problema de fluxo de potência. Esta técnica, que realiza uma combinação entre aritmética intervalar e métodos de programação linear, considera tanto as incertezas presentes nas injeções de potência quanto àquelas correspondentes aos parâmetros da rede, os

quais são definidos por intervalos.

1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho está dividido em 6 capítulos e 3 apêndices, os quais estão descritos a seguir.

O Capítulo 2 trata do problema de fluxo de potência fuzzy, onde é apresentada uma definição sobre a representação dos dados de entrada do problema, bem como a formulação matemática dos modelos CC e CA correspondentes ao *Modelo Clássico* proposto em [12]. Também são apresentados os principais conceitos associados à aritmética fuzzy tradicional.

No Capítulo 3 são apresentadas as formulações do problema de fluxo de potência probabilístico e da metodologia *Boundary Load Flow*, descritas em [41].

No Capítulo 4 é apresentada a metodologia proposta para a solução do problema de fluxo de potência com incertezas, modeladas por números fuzzy, no que se refere à utilização da *Metodologia Discreta* e do método *Boundary Load Flow Modificado*.

No Capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados obtidos para sistemas de pequeno e médio porte, utilizando a metodologia proposta. Também são apresentados, para fins de comparação, os resultados correspondentes ao fluxo de potência fuzzy CA do modelo clássico, às simulações tipo Monte Carlo e ao método *Boundary Load Flow*.

O Capítulo 6 apresenta as principais conclusões decorrentes da metodologia proposta em comparação às simulações tipo Monte Carlo e às demais metodologias encontradas na literatura. Adicionalmente, são apresentadas sugestões para a continuação do trabalho.

No Apêndice A é apresentada uma revisão sobre o Método de Newton-Raphson, para a solução do problema de fluxo de potência.

No Apêndice B são apresentados alguns conceitos gerais associados à Teoria dos Conjuntos Fuzzy, introduzida por Zadeh [10].

O Apêndice C apresenta os dados de barra e de linha de alguns sistemas testes empregados neste trabalho.

Capítulo 2

Fluxo de Potência Fuzzy

2.1 Considerações Iniciais

Tanto na operação como no planejamento dos sistemas de potência precisa-se conhecer os limites e intervalos de variação possíveis dos parâmetros, equipamentos e dispositivos do sistema, de forma a atender as cargas com uma adequada qualidade e sem interrupções. A qualidade refere-se a satisfazer restrições de como manter a tensão nas barras e a frequência do sistema dentro de faixas pré-estabelecidas. Também está implícito que o sistema deve ter a capacidade de atender a solicitação de energia por parte dos consumidores, ou seja, deve ter suficiente reserva.

O processo completo que leva à determinação do estado do sistema (tensão nas barras) e os fluxos de potência nas linhas de transmissão é o *fluxo de potência*. O sistema elétrico pode ser modelado estaticamente (parâmetros constantes) e a formulação matemática do problema de fluxo de potência consiste em um conjunto de equações algébricas não lineares.

É usual realizar extensos estudos de fluxos de potência com a finalidade de estimar os limites e intervalos dentro dos quais o sistema pode operar adequadamente. No entanto, a utilização do fluxo de potência convencional (determinístico ou *crisp*) iria demandar um elevado tempo computacional para determinar todos os casos extremos possíveis de operação do sistema.

Por outro lado, em diversas situações é possível se dispor apenas de descrições qualitativas das cargas e gerações, que se baseiam no conhecimento e na experiência dos engenheiros da operação ou planejamento. Este tipo de informação, que tem basicamente um caráter impreciso e vago, é tipicamente representado por declarações linguísticas, tais como: “*A carga na barra 10 será aproximadamente 12 MW*”. Dessa forma, as incertezas podem ser modeladas por números fuzzy.

Para levar em conta esses aspectos associados às incertezas presentes nas cargas e gerações, e determinar todas as condições possíveis de operação, surgiu a idéia de formular o problema de *fluxo de potência fuzzy*, baseado na teoria dos conjuntos fuzzy. O fluxo de potência fuzzy mostra-se como uma ferramenta bastante promissora na operação e no planejamento dos sistemas de potência.

Basicamente, este capítulo tem por objetivo apresentar a formulação correspondente ao método de fluxo de potência fuzzy proposto em [12], o qual pode ser denominado de *modelo clássico*. Além disso, são apresentados alguns conceitos associados à aplicação da aritmética fuzzy, que é uma técnica bastante empregada nas operações matemáticas de problemas deste tipo.

2.2 Aritmética Fuzzy

Para a obtenção de resultados precisos na solução numérica de problemas de engenharia, os valores exatos dos parâmetros correspondentes à modelagem matemática devem estar sempre disponíveis. Na prática, entretanto, esses valores frequentemente não são fornecidos, e como consequência, os modelos geralmente podem ser caracterizados por um alto grau de incerteza.

Normalmente, tais incertezas estão associadas à uma informação incompleta ou imprecisa, que necessariamente deve ser refletida nos parâmetros do modelo matemático. Assim, se um determinado parâmetro for representado apenas por um único valor *crisp*, ou seja, pelo valor mais provável que o mesmo pode assumir, então não será possível obter o espectro completo de todos os resultados possíveis.

Para contornar essa limitação, a aplicação da aritmética fuzzy mostra-se como uma ferramenta muito prática. As incertezas dos parâmetros do modelo podem ser representadas por números fuzzy, os quais são obtidos a partir de dados experimentais ou do conhecimento de especialistas. Através da aritmética fuzzy, a informação completa associada às incertezas presentes no modelo pode ser incluída, e é possível demonstrar como as mesmas são processadas por operações matemáticas em uma forma generalizada. Consequentemente, as incertezas assumidas inicialmente irão refletir sobre a solução total do problema.

No entanto, a aplicação da aritmética fuzzy tradicional pode apresentar resultados insatisfatórios em algumas situações. Nesses casos, os resultados calculados do problema não refletem apenas as incertezas naturais, correspondentes àquelas presentes nos parâmetros do modelo, mas também as incertezas adicionais geradas pelo próprio processo de solução.

A seguir, é apresentada uma descrição sobre os principais aspectos relacionados à aritmética fuzzy, bem como uma discussão sobre suas principais limitações.

O apêndice B apresenta uma breve introdução sobre a teoria dos conjuntos fuzzy, que serve de base para a aplicação dos conceitos associados à aritmética fuzzy, de maneira geral.

2.2.1 Aritmética Fuzzy Tradicional

Na aritmética fuzzy tradicional, as operações aritméticas básicas sobre números reais são “estendidas” para operações sobre números fuzzy ou intervalos fuzzy. As duas formas mais comuns de definir tais operações estendidas são baseadas no *Princípio da Extensão da teoria dos conjuntos fuzzy* [47] e na *aritmética de intervalos fuzzy* [48], as quais estão descritas a seguir.

É importante destacar que, independentemente da metodologia empregada para a realização das operações aritméticas fuzzy, os resultados obtidos são sempre os mesmos.

2.2.1.1 Princípio da Extensão

A aritmética tradicional e as operações algébricas, que são baseadas nos fundamentos da teoria dos conjuntos clássicos, podem ser estendidas para a aritmética fuzzy e as operações algébricas fuzzy, respectivamente. Esse processo é realizado através do *Princípio da Extensão* de Zadeh [10].

O Princípio da Extensão permite estender o domínio de uma função sobre conjuntos, ou seja, realiza o mapeamento de um conjunto ou variável fuzzy de entrada para um conjunto ou variável fuzzy de saída. Tal mapeamento pode ser *crisp* ou *fuzzy*.

Sejam os conjuntos fuzzy $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$, definidos sobre os universos de discurso $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n$, respectivamente. O mapeamento f destes conjuntos fuzzy particulares de entrada para um conjunto fuzzy de saída \tilde{B} , pode ser definido da seguinte maneira:

$$\tilde{B} = f(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) \quad (2.1)$$

onde a função de pertinência da imagem \tilde{B} é dada por:

$$\mu_{\tilde{B}(y)} = \max \left\{ \min \left[\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \mu_{\tilde{A}_2}(x_2), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n) \right] \right\}_{y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \quad (2.2)$$

Na literatura, a Equação (2.2) é geralmente conhecida como o *Princípio da Extensão de Zadeh*, onde f é uma função de valores discretos. Se f for uma função de valores contínuos, então o operador \max (máximo) deve ser substituído pelo operador \sup (supremo). Tal operador corresponde ao limite superior mínimo.

Suponha dois conjuntos fuzzy \tilde{A} e \tilde{B} definidos sobre seus respectivos universos de discurso, na forma discreta, como seguem:

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{0,2}{1} + \frac{1,0}{2} + \frac{0,7}{4} \right\} \quad (2.3)$$

$$\tilde{B} = \left\{ \frac{0,5}{1} + \frac{1,0}{2} \right\} \quad (2.4)$$

Os valores de pertinência correspondentes ao mapeamento do produto algébrico $f(\tilde{A}, \tilde{B}) = \tilde{A} \times \tilde{B}$, são determinados por:

$$f(\tilde{A}, \tilde{B}) = \left\{ \frac{\min(0, 2; 0, 5)}{1} + \frac{\max[\min(0, 2; 1, 0), \min(0, 5; 1, 0)]}{2} + \frac{\max[\min(0, 7; 0, 5), \min(1, 0; 1, 0)]}{4} + \frac{\min(0, 7; 1, 0)}{8} \right\} \quad (2.5)$$

$$f(\tilde{A}, \tilde{B}) = \left\{ \frac{0, 2}{1} + \frac{0, 5}{2} + \frac{1, 0}{4} + \frac{0, 7}{8} \right\} \quad (2.6)$$

Deve ser observado neste exemplo, que o mapeamento envolve duas maneiras de se obter o resultado 2 (1 x 2 e 2 x 1) e também o resultado 4 (4 x 1 e 2 x 2). Assim, somente nesses casos o operador *max* é utilizado. Nas demais situações, o mapeamento é único e tal operador não é necessário.

Uma desvantagem da forma discretizada do Princípio da Extensão é a obtenção de funções de pertinência irregulares e errôneas para a variável de saída, havendo a necessidade de se aumentar os pontos de discretização e conseqüentemente o esforço computacional. De forma a contornar essa situação e simplificar as manipulações algébricas, foram propostos três métodos encontrados na literatura: Vertex [49], Algoritmo DSW [50] e Algoritmo DSW Restrito [51].

2.2.1.2 Aritmética Intervalar

Um número fuzzy, ou seja, um conjunto fuzzy normal e convexo, pode ser única e totalmente representado por diferentes níveis de *cortes- α* [47, 48], que correspondem a intervalos fechados para todo $\alpha \in [0, 1]$.

Sejam \tilde{A} e \tilde{B} dois números fuzzy representados por seus respectivos *cortes- α* $A^\alpha = [A_1^\alpha, A_2^\alpha]$ e $B^\alpha = [B_1^\alpha, B_2^\alpha]$, onde $A_1^\alpha, A_2^\alpha, B_1^\alpha$ e B_2^α são números reais, $A_1^\alpha < A_2^\alpha$ e $B_1^\alpha < B_2^\alpha$.

Pode-se definir uma propriedade aritmética geral com o símbolo \star , onde $\star \equiv \{+, -, \times, \div\}$. Simbolicamente, a seguinte operação representa outro intervalo:

$$A^\alpha \star B^\alpha = [A_1^\alpha, A_2^\alpha] \star [B_1^\alpha, B_2^\alpha] \quad (2.7)$$

O cálculo desse intervalo depende do módulo e dos sinais dos elementos A_1^α , A_2^α , B_1^α e B_2^α . Assim, as quatro operações aritméticas básicas associadas à Equação (2.7) são definidas por:

$$A^\alpha + B^\alpha = [A_1^\alpha + B_1^\alpha, A_2^\alpha + B_2^\alpha] \quad (2.8)$$

$$A^\alpha - B^\alpha = [A_1^\alpha - B_2^\alpha, A_2^\alpha - B_1^\alpha] \quad (2.9)$$

$$A^\alpha \times B^\alpha = [\min(A_1^\alpha \cdot B_1^\alpha, A_1^\alpha \cdot B_2^\alpha, A_2^\alpha \cdot B_1^\alpha, A_2^\alpha \cdot B_2^\alpha), \max(A_1^\alpha \cdot B_1^\alpha, A_1^\alpha \cdot B_2^\alpha, A_2^\alpha \cdot B_1^\alpha, A_2^\alpha \cdot B_2^\alpha)] \quad (2.10)$$

$$A^\alpha \div B^\alpha = A_1^\alpha \cdot \left[\frac{1}{B_2^\alpha}, \frac{1}{B_1^\alpha} \right], \text{ se } 0 \notin [B_1^\alpha, B_2^\alpha] \quad (2.11)$$

$$a \cdot A^\alpha = \begin{cases} [a \cdot A_1^\alpha, a \cdot A_2^\alpha], & \text{se } a > 0 \\ [a \cdot A_2^\alpha, a \cdot A_1^\alpha], & \text{se } a < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

onde a é uma constante qualquer.

As operações definidas anteriormente (Equações (2.8) a (2.12)) podem ser particularizadas para o caso de números fuzzy trapezoidais. Assim, sejam \tilde{A} e \tilde{B} dois números fuzzy trapezoidais, conforme mostra a Figura 2.1.

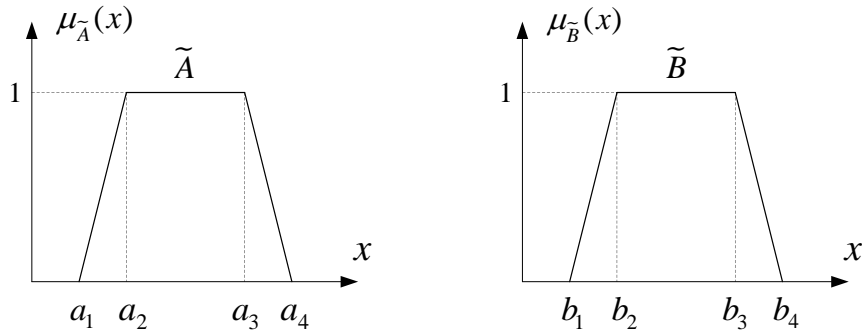


Figura 2.1: Números fuzzy trapezoidais \tilde{A} e \tilde{B}

A representação geral de \tilde{A} e \tilde{B} por *cortes- α* é dada, respectivamente, por:

$$A^\alpha = [a_1 + (a_2 - a_1) \cdot \alpha, a_4 - (a_4 - a_3) \cdot \alpha] \quad (2.13)$$

$$B^\alpha = [b_1 + (b_2 - b_1) \cdot \alpha, b_4 - (b_4 - b_3) \cdot \alpha] \quad (2.14)$$

Logo, se for considerado apenas os valores extremos de α , ou seja, $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$, então \tilde{A} e \tilde{B} podem ser representados, respectivamente, por:

$$\tilde{A} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4] \quad (2.15)$$

$$\tilde{B} = [b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4] \quad (2.16)$$

E, portanto, o conjunto de expressões para operar com tais números fuzzy trapezoidais passa a ser dado por:

$$\tilde{A} + \tilde{B} = [a_1 + b_1 \quad a_2 + b_2 \quad a_3 + b_3 \quad a_4 + b_4] \quad (2.17)$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = [a_1 - b_4 \quad a_2 - b_3 \quad a_3 - b_2 \quad a_4 - b_1] \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A} \times \tilde{B} = [& \min (a_1 \cdot b_1 , a_1 \cdot b_4 , a_4 \cdot b_1 , a_4 \cdot b_4) , \\ & \min (a_2 \cdot b_2 , a_2 \cdot b_3 , a_3 \cdot b_2 , a_3 \cdot b_3) , \\ & \max (a_2 \cdot b_2 , a_2 \cdot b_3 , a_3 \cdot b_2 , a_3 \cdot b_3) , \\ & \max (a_1 \cdot b_1 , a_1 \cdot b_4 , a_4 \cdot b_1 , a_4 \cdot b_4)] \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A} \div \tilde{B} = [& \min (a_1/b_1 , a_1/b_4 , a_4/b_1 , a_4/b_4) , \\ & \min (a_2/b_2 , a_2/b_3 , a_3/b_2 , a_3/b_3) , \\ & \max (a_2/b_2 , a_2/b_3 , a_3/b_2 , a_3/b_3) , \\ & \max (a_1/b_1 , a_1/b_4 , a_4/b_1 , a_4/b_4)] \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$a \cdot \tilde{A} = \begin{cases} [a \cdot a_1 \quad a \cdot a_2 \quad a \cdot a_3 \quad a \cdot a_4] , & \text{se } a > 0 \\ [a \cdot a_4 \quad a \cdot a_3 \quad a \cdot a_2 \quad a \cdot a_1] , & \text{se } a < 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

No que se refere às operações aritméticas utilizando a aritmética intervalar (Equações (2.8) a (2.12)), devem ser feitas as seguintes observações:

- As operações de adição e subtração entre dois números fuzzy trapezoidais resultam necessariamente em números fuzzy trapezoidais;
- As operações de multiplicação e divisão entre dois números fuzzy trapezoidais não resultam necessariamente em números fuzzy trapezoidais. Os resultados

obtidos podem apresentar uma concavidade no ramo esquerdo e uma convexidade no ramo direito, conforme ilustra a Figura 2.2, para o produto $\tilde{C} = \tilde{A} \times \tilde{B}$. Entretanto, dentro de um certo grau de aproximação, o resultado desse produto pode ser representado por $\tilde{C} = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]$. Portanto, é usual utilizar as Equações (2.19) e (2.20) quando se deseja realizar aproximações com as operações de multiplicação e divisão, respectivamente;

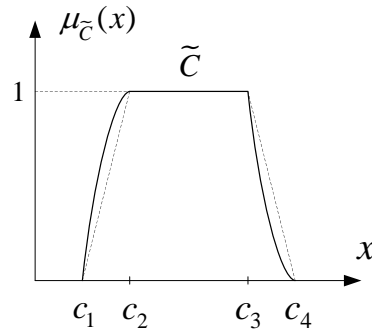


Figura 2.2: Multiplicação de números fuzzy trapezoidais

- A operação de subtração entre dois números fuzzy trapezoidais idênticos resulta em outro número fuzzy trapezoidal, cujo ponto médio é igual a zero;
- A operação de divisão entre dois números fuzzy trapezoidais iguais também resulta em outro número fuzzy trapezoidal. No entanto, o ponto médio correspondente é igual a 1.

2.2.1.3 Dificuldades da Aritmética Fuzzy Tradicional

Apesar de ser muito aplicada em diversas áreas do conhecimento, a aritmética fuzzy tradicional pode apresentar grandes desvantagens. Isso porque algumas regras válidas para operações com números reais nem sempre são válidas para operações com intervalos ou números fuzzy. Portanto, deve-se ter cuidado ao realizar tais operações.

As operações aritméticas com intervalos fuzzy seguem as propriedades *associativa* e *comutativa*, para a multiplicação e a adição. Assim, para três intervalos A^α , B^α e C^α , tem-se que:

- Associatividade:

$$A^\alpha + (B^\alpha + C^\alpha) = (A^\alpha + B^\alpha) + C^\alpha \quad (2.22)$$

$$A^\alpha \cdot (B^\alpha \cdot C^\alpha) = (A^\alpha \cdot B^\alpha) \cdot C^\alpha \quad (2.23)$$

- Comutatividade:

$$A^\alpha + B^\alpha = B^\alpha + A^\alpha \quad (2.24)$$

$$A^\alpha \cdot B^\alpha = B^\alpha \cdot A^\alpha \quad (2.25)$$

No entanto, o mesmo não é válido para a propriedade *distributiva*. Na verdade, os intervalos seguem uma subclasse especial dessa propriedade, que é conhecida como propriedade *subdistributiva*. Assim, tem-se que:

- Subdistributividade:

$$A^\alpha \cdot (B^\alpha + C^\alpha) \subset A^\alpha \cdot B^\alpha + A^\alpha \cdot C^\alpha \quad (2.26)$$

Se $b \cdot c \geq 0$ para $\forall b \in B^\alpha$ e $\forall c \in C^\alpha$ então:

$$A^\alpha \cdot (B^\alpha + C^\alpha) \subseteq A^\alpha \cdot B^\alpha + A^\alpha \cdot C^\alpha \quad (2.27)$$

Como exemplo para a aplicação da propriedade subdistributiva, considere $A^\alpha = [1, 2]$, $B^\alpha = [-2, -3]$ e $C^\alpha = [1, 4]$. Então:

$$A^\alpha \cdot (B^\alpha + C^\alpha) = [1, 2] \cdot ([-2, -3] + [1, 4]) = [1, 2] \cdot [-1, 1] = [-2, 2] \quad (2.28)$$

$$A^\alpha \cdot B^\alpha + A^\alpha \cdot C^\alpha = [1, 2] \cdot [-2, -3] + [1, 2] \cdot [1, 4] = [-6, -2] + [1, 8] = [-5, 6] \quad (2.29)$$

Portanto, $[-2, 2] \neq [-5, 6]$, mas $[-2, 2] \subset [-5, 6]$.

Verifica-se que, de acordo com a propriedade subdistributiva, uma grande desvantagem da aplicação da aritmética fuzzy tradicional é a obtenção de resultados diferentes para o mesmo problema dependendo do procedimento de solução adotado.

Como outro exemplo, considere a seguinte equação:

$$f(\tilde{A}) = 2 \cdot \tilde{A} - \tilde{A}^2 \quad (2.30)$$

Como pode ser observado, as incertezas resultantes aumentam rapidamente: enquanto os valores extremos máximos aumentam a cada passo, os valores mínimos permanecem fixos.

Da mesma forma como ocorrem erros em processamentos iterativos com números decimais, o mesmo acontece com os números fuzzy e com maior intensidade.

2.3 Cargas e Gerações Fuzzy

Num ambiente de fluxo de potência fuzzy, as incertezas presentes nos dados de entrada devem ser refletidas para todas as grandezas resultantes do problema. Assim, os modelos de cargas e gerações caracterizados por declarações linguísticas são retratados como *números fuzzy* ou, de outro ponto de vista, que *distribuições de possibilidade* possam ser associadas às injeções de potência previstas para as barras do sistema.

As distribuições de possibilidade podem ter uma variedade de formas, mas por simplicidade, a representação mais comum é dada pela função de pertinência do tipo trapezoidal. A construção de diagramas de carga fuzzy ainda é um assunto aberto à pesquisa, sendo que algumas técnicas podem ser encontradas em [20] e [54].

A declaração linguística “A carga deverá estar entre P_{L1} e P_{L4} , porém é mais provável que esteja entre P_{L2} e P_{L3} ”, pode ser representada pelo número fuzzy trapezoidal da Figura 2.3.

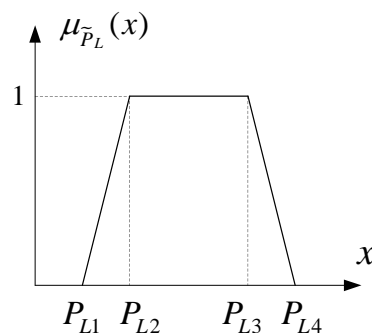


Figura 2.3: Carga fuzzy modelada por um número fuzzy trapezoidal

Analisando a Figura 2.3, verifica-se que o intervalo $[P_{L2}, P_{L3}]$ compreende o conjunto de valores da carga que possuem alta possibilidade de ocorrência, sendo considerado como uma boa representação da característica da carga. Os valores contidos nos intervalos $[P_{L1}, P_{L2}]$ e $[P_{L3}, P_{L4}]$ são considerados como possíveis representações da carga, mas não com o mesmo grau de intensidade que os valores compreendidos na faixa $[P_{L2}, P_{L3}]$.

Portanto, a representação das cargas e gerações através de números fuzzy ou distribuições de possibilidade permite que as mesmas possam ser quantificadas e empregadas em um algoritmo computacional de fluxo de potência fuzzy.

2.4 Modelo Clássico

O modelo clássico foi praticamente o primeiro método desenvolvido para o problema de fluxo de potência fuzzy, aplicado em sistemas de transmissão e distribuição [12], cuja abordagem está baseada na linearização de uma solução determinística.

Neste modelo, as cargas e gerações foram representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal, assim como todas as grandezas resultantes do problema de fluxo de potência fuzzy.

No que se refere à modelagem matemática, o modelo clássico consiste basicamente de uma formulação para a solução do fluxo de potência fuzzy CC e outra para o modelo CA, as quais estão descritas a seguir. Adicionalmente, ainda é apresentada uma breve descrição da ferramenta matemática utilizada para a solução do problema.

2.4.1 Modelo CC

A primeira proposta para a obtenção de uma descrição fuzzy para os ângulos de tensão e fluxos de potência ativa, foi baseada em um modelo incremental CC [12].

Inicialmente deve-se executar um fluxo de potência determinístico CC, utilizando como valores especificados para as injeções de potência ativa, os pontos médios de

suas respectivas distribuições de possibilidade ($\underline{\tilde{P}}$), que por sua vez, são obtidas a partir das distribuições de possibilidade do banco de dados ($\underline{\tilde{P}}_G$ e $\underline{\tilde{P}}_L$). Para uma barra i , tem-se que:

$$\tilde{P}_i = \tilde{P}_{Gi} - \tilde{P}_{Li} \quad (2.35)$$

onde:

\tilde{P}_{Gi} é a distribuição de possibilidade da geração ativa da barra i ;

\tilde{P}_{Li} é a distribuição de possibilidade da carga ativa da barra i .

Após o cálculo da solução determinística, são avaliadas as distribuições de possibilidade dos desvios de injeções de potência ativa ($\Delta\tilde{P}_i$) em relação aos seus respectivos valores determinísticos (P_{di}), que correspondem aos pontos médios de suas distribuições de possibilidade:

$$\Delta\tilde{P}_i = \tilde{P}_i - P_{di} \quad (2.36)$$

De posse destes desvios, as distribuições de possibilidade dos incrementos de ângulos de tensão e do fluxo de potência ativa em um ramo k - m podem ser obtidas considerando a matriz $[B']$ do modelo de fluxo de potência CC e a matriz dos coeficientes de sensibilidade $[A]$, respectivamente. Assim:

$$\Delta\tilde{\theta} = [B']^{-1} \cdot \Delta\tilde{P} \quad (2.37)$$

$$\Delta\tilde{P}_{km} = [A] \cdot \Delta\tilde{P} \quad (2.38)$$

A matriz $[A]$ corresponde à sensibilidade dos fluxos ativos em relação às injeções de potência ativa, e é definida por:

$$A_j = \frac{1}{x_{km}} \cdot \left[(B'_k)^{-1} - (B'_m)^{-1} \right] \quad (2.39)$$

onde:

j é o ramo do sistema cujos nós terminais correspondem a k e m ;

$(B'_k)^{-1}$ é a linha k da matriz $(B')^{-1}$ que não inclui a linha e a coluna correspondentes à barra de referência.

Portanto, as distribuições de possibilidade dos ângulos de tensão e do fluxo de potência ativa no ramo k - m são obtidas a partir da superposição das distribuições

de possibilidade de seus incrementos com os seus respectivos valores determinísticos ($\underline{\theta}_d$ e P_{km}^d , respectivamente):

$$\tilde{\theta} = \underline{\theta}_d + \Delta\tilde{\theta} \quad (2.40)$$

$$\tilde{P}_{km} = P_{km}^d + \Delta\tilde{P}_{km} \quad (2.41)$$

2.4.2 Modelo CA

O fluxo de potência fuzzy CA proposto em [12] permite que as imprecisões dos dados de entrada correspondentes às cargas e gerações sejam refletidas sobre os ângulos e módulos de tensão, fluxos, perdas e correntes.

As distribuições de possibilidade do modelo CA são determinadas utilizando uma técnica incremental, partindo de um fluxo de potência determinístico CA, onde as injeções de potência ativa e reativa especificadas correspondem ao ponto médio de suas respectivas distribuições de possibilidade. Assim, são avaliados os valores determinísticos de todas as grandezas do problema. Os valores das distribuições de possibilidade finais são obtidos pela superposição desses valores determinísticos com as distribuições de possibilidade de seus incrementos.

O primeiro passo do processo consiste na determinação das distribuições de possibilidade das injeções de potência ativa (barras PV e PQ) e reativa (barras PQ), obtidas a partir das distribuições de possibilidade do banco de dados. Para uma barra j , tem-se:

$$\tilde{P}_j = \tilde{P}_{Gj} - \tilde{P}_{Lj} \quad (2.42)$$

$$\tilde{Q}_j = \tilde{Q}_{Gj} - \tilde{Q}_{Lj} \quad (2.43)$$

onde:

\tilde{P}_{Gj} e \tilde{Q}_{Gj} são as distribuições de possibilidade das gerações ativa e reativa da barra j , respectivamente;

\tilde{P}_{Lj} e \tilde{Q}_{Lj} correspondem às distribuições de possibilidade das cargas ativa e reativa da barra j , respectivamente.

Diante disso, as distribuições de possibilidade dos desvios de injeções de potência ativa ($\Delta\tilde{P}_j$) e reativa ($\Delta\tilde{Q}_j$) em relação aos seus valores determinísticos (P_{dj} e Q_{dj})

podem ser calculadas, respectivamente, por:

$$\Delta \tilde{P}_j = \tilde{P}_j - P_{dj} \quad (2.44)$$

$$\Delta \tilde{Q}_j = \tilde{Q}_j - Q_{dj} \quad (2.45)$$

As distribuições de possibilidade dos incrementos de ângulos de tensão (barras PV e PQ) e módulos de tensão (barras PQ) são determinadas utilizando a matriz Jacobiana $[J]$ avaliada na última iteração do fluxo de potência determinístico, conforme definido pelo método de Newton-Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{\theta} \\ \Delta \tilde{V} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \tilde{P} \\ \Delta \tilde{Q} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Assim, as distribuições de possibilidade dos ângulos e módulos de tensão, para uma barra k , são obtidas através das superposições dos seus respectivos valores determinísticos com as distribuições de possibilidade de seus incrementos:

$$\tilde{\theta}_k = \theta_{dk} + \Delta \tilde{\theta}_k \quad (2.47)$$

$$\tilde{V}_k = V_{dk} + \Delta \tilde{V}_k \quad (2.48)$$

Por outro lado, as distribuições de possibilidade dos incrementos de fluxos de potência ativa e reativa nas linhas são avaliadas considerando que estas variáveis são funções não lineares dos ângulos e módulos de tensão nas barras extremas. Por exemplo, para uma linha entre as barras k e m , tem-se que:

$$P_{km} = f_1(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2.49)$$

$$Q_{km} = f_2(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (2.50)$$

Portanto, é possível linearizar tais funções considerando os primeiros termos de suas expansões em série de Taylor em torno dos valores determinísticos correspondentes. Como exemplo, tem-se a linearização para o fluxo de potência ativa no ramo k - m , representado pelo Equação (2.51).

$$f_1(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) = -V_k^2 G_{km} + V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.51)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial f_1}{\partial V_k} = -2V_k G_{km} + V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sen \theta_{km}) \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sen \theta_{km}) \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \theta_k} = V_k V_m (B_{km} \cos \theta_{km} - G_{km} \sen \theta_{km}) \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sen \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.55)$$

Assim, o desvio correspondente ao fluxo de potência ativa no ramo k - m (ΔP_{km}) é expresso por:

$$\begin{aligned} \Delta P_{km} = & \frac{\partial f_1}{\partial V_k (V_k=V_{dk})} \cdot \Delta V_k + \frac{\partial f_1}{\partial V_m (V_m=V_{dm})} \cdot \Delta V_m + \\ & + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_k (\theta_k=\theta_{dk})} \cdot \Delta \theta_k + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_m (\theta_m=\theta_{dm})} \cdot \Delta \theta_m \end{aligned} \quad (2.56)$$

Considerando na Equação (2.56), as distribuições de possibilidade dos ângulos e módulos de tensão nas barras k e m ($\Delta \tilde{V}_k$, $\Delta \tilde{V}_m$, $\Delta \tilde{\theta}_k$ e $\Delta \tilde{\theta}_m$), é possível obter a distribuição de possibilidade do fluxo ativo no ramo k - m ($\Delta \tilde{P}_{km}$), que é dada por:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{P}_{km} = & \frac{\partial f_1}{\partial V_k (V_k=V_{dk})} \cdot \Delta \tilde{V}_k + \frac{\partial f_1}{\partial V_m (V_m=V_{dm})} \cdot \Delta \tilde{V}_m + \\ & + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_k (\theta_k=\theta_{dk})} \cdot \Delta \tilde{\theta}_k + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_m (\theta_m=\theta_{dm})} \cdot \Delta \tilde{\theta}_m \end{aligned} \quad (2.57)$$

Conforme pode ser observado, as distribuições de possibilidade dos incrementos $\Delta \tilde{V}_k$, $\Delta \tilde{V}_m$, $\Delta \tilde{\theta}_k$ e $\Delta \tilde{\theta}_m$ foram determinadas anteriormente na Equação (2.46) e poderiam ser substituídas na Equação (2.57) para o cálculo de $\Delta \tilde{P}_{km}$. No entanto, deve ser notado que, para o cálculo de tais incrementos já foram realizadas operações fuzzy. Assim, se os mesmos fossem empregados na Equação (2.57), novas operações fuzzy deveriam ser efetuadas e isso poderia causar um aumento considerável na amplitude da distribuição de possibilidade de $\Delta \tilde{P}_{km}$.

Para contornar essa situação, é necessário reescrever a Equação (2.57) em função dos dados de entrada, ou seja, obter a sensibilidade dos fluxos de potência ativa em relação às injeções de potência ativa e reativa [24]. Dessa forma, o número de operações fuzzy e, conseqüentemente, a amplitude da incerteza de $\Delta\tilde{P}_{km}$ serão reduzidos. Reescrevendo as distribuições de possibilidade dos incrementos de ângulos e módulos de tensão em função dos dados de entrada, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta\tilde{\theta}_k \\ \Delta\tilde{\theta}_m \\ \vdots \\ \Delta\tilde{V}_k \\ \Delta\tilde{V}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [X] \\ [Y] \\ J^{-1} \\ [Z] \\ [W] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\tilde{P} \\ \Delta\tilde{Q} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

onde:

$[X]$, $[Y]$, $[Z]$ e $[W]$ são as linhas correspondentes à inversa da matriz Jacobiana na última iteração do fluxo de potência determinístico.

Substituindo (2.58) em (2.57), obtêm-se:

$$\Delta\tilde{P}_{km} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \theta_k} \cdot [X] + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_m} \cdot [Y] + \frac{\partial f_1}{\partial V_k} \cdot [Z] + \frac{\partial f_1}{\partial V_m} \cdot [W] \right) \cdot \begin{bmatrix} \Delta\tilde{P} \\ \Delta\tilde{Q} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

O termo entre parênteses da Equação (2.59) pode ser resolvido através de operações algébricas simples, obtendo como resultado o vetor $[E]$. Logo, tem-se que:

$$\Delta\tilde{P}_{km} = [E] \cdot \begin{bmatrix} \Delta\tilde{P} \\ \Delta\tilde{Q} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

As operações fuzzy são realizadas multiplicando-se o vetor $[E]$ pelo vetor das distribuições de possibilidade das injeções de potência ativa e reativa.

Portanto, a distribuição de possibilidade do fluxo de potência ativa no ramo k - m pode ser determinada a partir da superposição da distribuição de possibilidade de

seu incremento com o seu valor determinístico (P_{km}^d) correspondente:

$$\tilde{P}_{km} = P_{km}^d + \Delta\tilde{P}_{km} \quad (2.61)$$

Utilizando o mesmo raciocínio, uma expressão análoga pode ser obtida para a determinação das distribuições de possibilidade dos fluxos de potência reativa.

As distribuições de possibilidade da geração de potência ativa (barra de referência) e da geração de potência reativa (barra de referência e barras PV) podem ser determinadas admitindo que as mesmas são funções não lineares dos ângulos e módulos de tensão em todas as barras do sistema. Logo, para uma barra i tem-se que:

$$P_{Gi} = f_3(\underline{\theta}, \underline{V}) \quad (2.62)$$

$$Q_{Gi} = f_4(\underline{\theta}, \underline{V}) \quad (2.63)$$

Tais funções também podem ser linearizadas considerando os primeiros termos de suas expansões em série de Taylor em torno dos valores determinísticos associados. Assim, a distribuição de possibilidade do incremento de geração de potência ativa da barra i ($\Delta\tilde{P}_{Gi}$) é dado por:

$$\Delta\tilde{P}_{Gi} = -\Delta\tilde{P}_i + \frac{\partial P_i}{\partial \underline{\theta}} \Big|_{(\underline{\theta}=\underline{\theta}_d)} \cdot \Delta\tilde{\underline{\theta}} + \frac{\partial P_i}{\partial \underline{V}} \Big|_{(\underline{V}=\underline{V}_d)} \cdot \Delta\tilde{\underline{V}} \quad (2.64)$$

onde:

P_i é a injeção de potência ativa da barra i .

Analogamente ao caso da determinação dos fluxos, as distribuições de possibilidade dos incrementos de ângulos e módulos de tensão devem ser reescritas em função dos dados de entrada. Portanto, a distribuição de possibilidade da geração de potência ativa da barra i pode ser determinada por:

$$\tilde{P}_{Gi} = P_{Gi}^d + \Delta\tilde{P}_{Gi} \quad (2.65)$$

onde:

P_{Gi}^d é a geração ativa da barra i , obtida no fluxo de potência determinístico.

Uma expressão análoga também pode ser obtida para a determinação das distribuições de possibilidade das gerações de potência reativa.

Utilizando técnicas similares ao caso dos fluxos e gerações, pode-se calcular as correntes e perdas nas linhas. Assim, a distribuição de possibilidade do incremento das perdas ativas em uma linha k - m ($\Delta\tilde{P}_{km}^{perdas}$), bem como sua distribuição de possibilidade final (\tilde{P}_{km}^{perdas}), são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{P}_{km}^{perdas} = & \frac{\partial P_{km}^{perdas}}{\partial V_k} \Big|_{(V_k=V_{dk})} \cdot \Delta\tilde{V}_k + \frac{\partial P_{km}^{perdas}}{\partial V_m} \Big|_{(V_m=V_{dm})} \cdot \Delta\tilde{V}_m + \\ & + \frac{\partial P_{km}^{perdas}}{\partial \theta_k} \Big|_{(\theta_k=\theta_{dk})} \cdot \Delta\tilde{\theta}_k + \frac{\partial P_{km}^{perdas}}{\partial \theta_m} \Big|_{(\theta_m=\theta_{dm})} \cdot \Delta\tilde{\theta}_m \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\tilde{P}_{km}^{perdas} = P_{km}^{perdas(d)} + \Delta\tilde{P}_{km}^{perdas} \quad (2.67)$$

onde:

$P_{km}^{perdas(d)}$ corresponde às perdas ativas no ramo k - m , obtidas na análise determinística.

Da mesma forma que nos casos anteriores, expressões análogas podem ser obtidas para a determinação das distribuições de possibilidade das perdas reativas e correntes nas linhas.

Entretanto, a forma de cálculo baseada na Equação (2.60), não é satisfatória para alguns casos especiais, tais como em linhas levemente carregadas e linhas onde possa ocorrer reversão dos fluxos de potência. Nestas situações, as perdas podem assumir valores muito baixos e, conseqüentemente, ocasionar erros grosseiros no processo de linearização. Em alguns casos, tais erros podem levar à obtenção de valores negativos para os valores mínimos das perdas ativas. Diante dessa dificuldade, foi proposto um método corretivo na referência [12], o qual é descrito a seguir:

Seja k - m a linha onde ocorreu um valor negativo para as perdas ativas. Assim, um vetor de sensibilidades $[S]$ pode ser calculado por:

$$[S] = [D] \cdot [J]^{-1} \quad (2.68)$$

onde:

$[J]$ é a matriz Jacobiana da última iteração do fluxo de potência determinístico;

$[D]$ é o vetor de derivadas das perdas ativas na linha $k-m$ em relação aos ângulos e módulos de tensão em todas as barras do sistema, ou seja:

$$[D] = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial P_{km}^{perdas}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial P_{km}^{perdas}}{\partial \underline{V}} \end{array} \right] \quad (2.69)$$

Portanto, através da Equação (2.68) são determinados os coeficientes de sensibilidade das perdas ativas em relação às variáveis de entrada do problema.

Através do sinal algébrico desses coeficientes, é montado um vetor de desvios de injeção de potência ativa e reativa, a partir da seguinte regra:

- Se o coeficiente for negativo ($S_j < 0$) e se o mesmo representar a sensibilidade em relação à injeção de potência ativa de uma barra j qualquer, então deve ser considerado o máximo valor possível da distribuição de possibilidade da injeção ativa da barra j . Se a sensibilidade for em relação à injeção de potência reativa, então deve ser tomado o máximo valor possível da distribuição de possibilidade da injeção reativa correspondente;
- Se o coeficiente for positivo ($S_j > 0$) devem ser considerados os mínimos valores possíveis das distribuições de possibilidade das injeções de potência ativa e reativa, quando for o caso.

Uma vez identificados todos os desvios de injeção de potência ativa e reativa, os mesmos devem ser utilizados em um problema de fluxo de potência convencional para o cálculo do valor determinístico das perdas em questão. Nesse caso, as perdas poderão assumir valores muito próximos de zero.

Cabe destacar também que, esta técnica pode ser adaptada considerando *cortes- α* sucessivos nas distribuições de possibilidade das injeções de potência ativa e reativa.

2.4.3 Ferramenta Matemática Aplicada à Solução do Problema

Para a solução do problema de fluxo de potência fuzzy (CC e CA) correspondente ao modelo clássico é empregada a aritmética fuzzy tradicional, onde basicamente são utilizadas apenas as operações de adição, subtração e multiplicação por uma constante.

Como as variáveis do problema são representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal, então podem ser empregadas as Equações (2.17), (2.18) e (2.21), que consideram os *cortes- α* assumindo os valores 0 e 1. Se for desejado realizar os cálculos para diversos *cortes- α* na faixa de 0 a 1, então as Equações (2.8), (2.9) e (2.12) devem ser utilizadas.

Destaca-se também que, além de empregar as operações aritméticas mais simples, o modelo clássico contempla ainda um processo que permite uma redução do número de operações fuzzy, conforme pode ser verificado na Equação (2.60).

Capítulo 3

Boundary Load Flow

3.1 Considerações Iniciais

A metodologia *Boundary Load Flow - BLF* foi proposta em [41], basicamente com o intuito de amenizar os efeitos não lineares associados às equações do problema de fluxo de potência probabilístico apresentado naquele trabalho.

Quando as equações associadas ao modelo probabilístico são linearizadas em torno da região do valor esperado, qualquer movimento a partir dessa região produz um erro de linearização. Conseqüentemente, as regiões correspondentes às caudas das funções densidade de probabilidade das variáveis de estado e de saída do problema serão cada vez mais distorcidas, à medida que o desvio padrão das grandezas aleatórias de entrada é aumentado.

Dessa forma, o objetivo da metodologia BLF é calcular, de maneira determinística, os valores extremos (mínimos e máximos) das variáveis aleatórias de estado e de saída do problema de fluxo de potência probabilístico, não apenas na região da cauda mas também em qualquer região intermediária da curva, de tal forma que esses resultados possam ser utilizados como novos pontos de linearização para o problema probabilístico.

Portanto, as soluções probabilísticas associadas a cada um desses novos pontos de linearização são apropriadamente combinadas para se determinar a solução probabilística final. Este processo minimiza consideravelmente os erros de

linearização, mesmo quando os dados de entrada são representados por altos níveis de incertezas.

Os conceitos associados à modelagem do problema de fluxo de potência probabilístico [41], bem como da metodologia BLF são apresentados e discutidos neste capítulo.

3.2 Fluxo de Potência Probabilístico

O problema de fluxo de potência probabilístico pode ser definido como uma técnica que reconhece a natureza probabilística dos parâmetros de entrada e leva em conta as incertezas e variações aleatórias das gerações e cargas em uma simulação computacional. Essencialmente, o fluxo de potência probabilístico transforma essas variações aleatórias de entrada, definidas em termos de arbitrarias funções densidade de probabilidade, em variações aleatórias de saída, também definidas por funções densidade de probabilidade.

As representações mais comuns de funções densidade de probabilidade são do tipo *normal* (Figura 3.1), *binomial* e *discreta*.

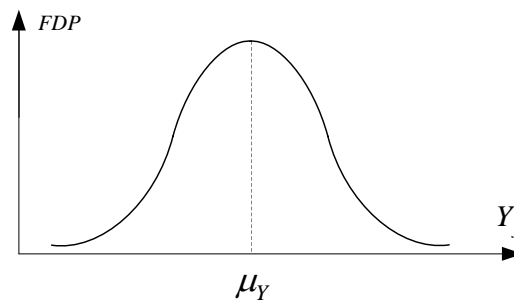


Figura 3.1: Função densidade de probabilidade do tipo normal

A maneira de transformar as variáveis aleatórias de entrada em variáveis aleatórias de saída foi o centro de atenção de muitas formulações encontradas na literatura [13, 55, 56, 57, 58]. A solução alternativa proposta em [58] é a base do fluxo de potência probabilístico apresentado a seguir.

3.2.1 Formulação Básica

Matematicamente, o problema de fluxo de potência probabilístico pode ser descrito por dois conjuntos de equações não lineares:

$$\underline{\hat{Y}} = g(\underline{\hat{X}}) \quad (3.1)$$

$$\underline{\hat{Z}} = h(\underline{\hat{X}}) \quad (3.2)$$

onde:

$\underline{\hat{Y}}$ é o vetor aleatório das grandezas de entrada;

$\underline{\hat{X}}$ é o vetor aleatório das variáveis de estado;

$\underline{\hat{Z}}$ é o vetor aleatório das variáveis de saída;

g e h são as funções vetoriais não lineares associadas ao problema.

Mais especificamente, o vetor $\underline{\hat{Y}}$ representa as injeções de potência ativa nas barras PV e PQ , e as injeções de potência reativa nas barras PQ . O vetor das variáveis de estado $\underline{\hat{X}}$ representa os ângulos e módulos de tensão. Finalmente, o vetor aleatório $\underline{\hat{Z}}$ representa todas as variáveis que podem ser obtidas a partir do vetor $\underline{\hat{X}}$, ou seja, os fluxos ativos e reativos, as perdas ativas e reativas, a geração ativa da barra $V\theta$ e as gerações reativas das barras PV e $V\theta$.

Devido às dificuldades naturais do problema, três hipóteses devem ser assumidas:

1. As variáveis aleatórias de entrada são independentes;
2. Os parâmetros de linha da rede são constantes;
3. As funções g e h devem ser linearizadas.

Assim, seja \underline{Y}_0 o valor esperado da variável aleatória de entrada $\underline{\hat{Y}}$, e \underline{X}_0 , de tal forma que a seguinte equação seja satisfeita:

$$\underline{Y}_0 = g(\underline{X}_0) \quad (3.3)$$

Em outras palavras, \underline{X}_0 é a solução do fluxo de potência determinístico, onde as entradas são representadas pelos valores esperados dos componentes do vetor

aleatório \hat{Y} . O vetor \underline{X}_0 corresponde a uma aproximação do valor esperado da variável aleatória \hat{X} devido às funções não lineares do fluxo de potência. A diferença é dependente da variância das grandezas de entrada e do sistema. Da mesma forma, o vetor \underline{Z}_0 é uma aproximação do valor esperado de \hat{Z} e deve satisfazer a seguinte equação:

$$\underline{Z}_0 = h(\underline{X}_0) \quad (3.4)$$

Linearizando as Equações (3.1) e (3.2) por expansão em série de Taylor, em torno dos pontos $(\underline{Y}_0, \underline{X}_0)$ e $(\underline{Z}_0, \underline{X}_0)$, respectivamente, obtêm-se:

$$\hat{Y} \simeq g(\underline{X}_0) + J(\hat{X} - \underline{X}_0) \quad (3.5)$$

$$\hat{Z} \simeq h(\underline{X}_0) + K(\hat{X} - \underline{X}_0) \quad (3.6)$$

onde:

$J = \frac{\partial g}{\partial X} |_{X=\underline{X}_0}$ é a matriz Jacobiana de g em \underline{X}_0 ;

$K = \frac{\partial h}{\partial X} |_{X=\underline{X}_0}$ é a matriz Jacobiana de h em \underline{X}_0 .

Deve ser observado que as Equações (3.5) e (3.6) são aproximações. Assim, substituindo as Equações (3.3) e (3.4) nas equações anteriores, obtêm-se:

$$\hat{Y} = \underline{Y}_0 + J(\hat{X} - \underline{X}_0) \quad (3.7)$$

$$\hat{Z} = \underline{Z}_0 + K(\hat{X} - \underline{X}_0) \quad (3.8)$$

Portanto, manipulando as Equações (3.7) e (3.8), os vetores aleatórios das variáveis de estado e de saída são dados, respectivamente, por:

$$\hat{X} = \underline{X}'_0 + A\hat{Y} \quad (3.9)$$

$$\hat{Z} = \underline{Z}'_0 + B\hat{Y} \quad (3.10)$$

onde:

$$A = J^{-1} \quad (3.11)$$

$$\underline{X}'_0 = \underline{X}_0 - A\underline{Y}_0 \quad (3.12)$$

$$B = KA \quad (3.13)$$

$$\underline{Z}'_0 = \underline{Z}_0 - B\underline{Y}_0 \quad (3.14)$$

Finalmente, as Equações (3.9) e (3.10) podem ser expressas na seguinte forma explícita:

$$\widehat{X}_i = X'_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij} \widehat{Y}_j \quad (3.15)$$

$$\widehat{Z}_k = Z'_{0k} + \sum_{j=1}^m b_{kj} \widehat{Y}_j \quad (3.16)$$

onde:

$$i = 1, 2, \dots, n;$$

$$k = 1, 2, \dots, l;$$

n é a dimensão do vetor aleatório das variáveis de estado;

l é a dimensão do vetor aleatório das variáveis de saída;

m é a dimensão do vetor aleatório das grandezas de entrada.

As Equações (3.15) e (3.16) mostram que cada elemento aleatório dos vetores \widehat{X} e \widehat{Z} pode ser obtido a partir de uma soma ponderada dos elementos aleatórios do vetor \widehat{Y} . Os coeficientes de ponderação podem ser definidos como *coeficientes de sensibilidade* [13, 59, 60]. Neste caso, a soma de variáveis aleatórias independentes pode ser feita empregando-se técnicas apropriadas de convolução matemática [60].

Como os componentes dos vetores \underline{X}'_0 e \underline{Z}'_0 são valores determinísticos, os mesmos podem ser representados por funções densidade de probabilidade do tipo normal com desvio padrão igual a zero.

O processo de convolução empregado para resolver as Equações (3.15) e (3.16), o qual está apresentado em [41], não será discutido neste trabalho.

3.3 Metodologia Boundary Load Flow

A metodologia BLF basicamente pode ser definida como uma técnica computacional capaz de calcular os valores limites (mínimo e máximo) de uma variável aleatória de estado ou de saída em um estudo de fluxo de potência probabilístico.

Conforme já discutido anteriormente, o problema de fluxo de potência probabilístico realiza a linearização das equações de fluxo de potência em torno da região do valor esperado. Também foi destacado que, quando as grandezas aleatórias de entrada são representadas por um alto nível de incertezas, as regiões das caudas das funções densidade de probabilidade das variáveis de estado e de saída não são precisamente mapeadas, devido aos erros de linearização. Entretanto, quando é empregada a técnica BLF para determinar os valores limites dessas variáveis aleatórias, as equações de fluxo de potência podem e devem ser linearizadas em torno das regiões das caudas, o que minimiza significativamente a deformação das funções densidade de probabilidade nessas regiões.

A seguir, é apresentada a teoria básica correspondente ao método BLF, visando à aplicação no problema de fluxo de potência probabilístico.

3.3.1 Representação das Grandezas de Entrada

Para que sejam determinados os novos pontos de linearização nas regiões das caudas das funções densidade de probabilidade das variáveis de estado e de saída, as grandezas de entrada devem ser representadas por seus valores mínimos e máximos nessas regiões. Dessa forma, cada grandeza de entrada pode ser definida como um intervalo, o qual é delimitado por esses valores extremos. A Figura 3.2 ilustra a grandeza de entrada \hat{Y}_j , representada por uma função densidade de probabilidade do tipo normal, cujos valores extremos foram definidos nos pontos $\mu_Y - 3\sigma$ e $\mu_Y + 3\sigma$.

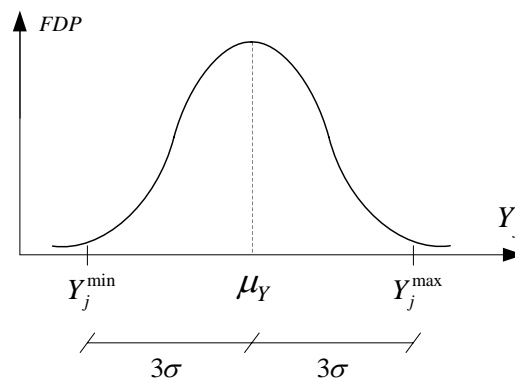


Figura 3.2: Valores extremos de uma função densidade de probabilidade do tipo normal

Entretanto, a linearização também pode ser realizada em qualquer ponto intermediário entre as regiões da cauda e do valor esperado. Nesse caso, as grandezas de entrada devem ser fracionadas, de uma maneira bem semelhante à técnica dos *cortes- α* aplicada nas distribuições de possibilidade.

Considere ainda que a grandeza de entrada \widehat{Y}_j em questão seja fracionada pela faixa delimitada pelo intervalo $[Y_j^{min'} Y_j^{max'}]$, conforme a Figura 3.3.

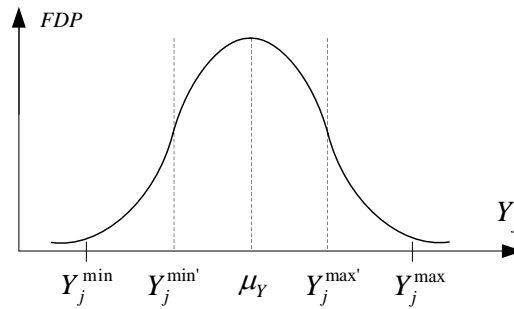


Figura 3.3: Definição de novos valores extremos de uma função densidade de probabilidade do tipo normal

Na realidade, essa nova faixa é dada pela proporção do intervalo compreendido entre o valor esperado Y_{0j} e os valores extremos Y_j^{min} e Y_j^{max} . Seja β definido como o fator de proporção, expresso em valor por unidade, o qual representa o intervalo de interesse. Assim, os valores de $Y_j^{min'}$ e $Y_j^{max'}$ considerados na metodologia BLF serão dados, respectivamente, por:

$$Y_j^{min'} = Y_{0j}(\beta - 1) - \beta Y_j^{min} \quad (3.17)$$

$$Y_j^{max'} = Y_{0j}(1 - \beta) + \beta Y_j^{max} \quad (3.18)$$

Sob essas condições, o valor $\beta = 1$ (100%) corresponde à linearização nas regiões das caudas e $\beta = 0$ (0%) significa que a linearização está sendo realizada na região do valor esperado.

3.3.2 Determinação dos Valores Extremos das Variáveis de Estado

Sejam $\hat{\underline{Y}}$ e $\hat{\underline{X}}$ os vetores aleatórios das grandezas de entrada e de estado, respectivamente, definidos pela Equação (3.1).

A questão é: qual será o valor mínimo (ou máximo) do componente \hat{X}_i de $\hat{\underline{X}}$?

$$\text{Min } \hat{X}_i = ? \quad (3.19)$$

Em outras palavras, se o vetor aleatório das entradas pode assumir valores em uma determinada faixa de intervalo, qual é o valor mínimo de \hat{X}_i correspondente?

A idéia básica proposta para solucionar este problema consiste essencialmente em resolver um conjunto de equações linearizadas através de um processo iterativo. Suponha que a primeira linearização é realizada em torno da região do valor esperado $(\underline{Y}_0, \underline{X}_0)$, ou seja:

$$\underline{Y}_0 = E\{\hat{\underline{Y}}\} \quad (3.20)$$

onde:

$E\{\hat{\underline{Y}}\}$ é o valor esperado de $\hat{\underline{Y}}$;

\underline{X}_0 é tal que $g(\underline{X}_0) = \underline{Y}_0$.

Linearizando a Equação (3.1) em torno da região do valor esperado, obtém-se:

$$\hat{\underline{X}} = \underline{X}_0 + A(\hat{\underline{Y}} - \underline{Y}_0) \quad (3.21)$$

onde:

$$A = J^{-1} = \left[\frac{\partial g}{\partial \underline{X}} \Big|_{\underline{X}=\underline{X}_0} \right]^{-1} \quad (3.22)$$

Assim, cada componente \hat{X}_i do vetor aleatório das variáveis de estado $\hat{\underline{X}}$ pode ser representado por:

$$\hat{X}_i = X_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij}(\hat{Y}_j - Y_{0j}) \quad (3.23)$$

onde:

a_{ij} representa os elementos correspondentes aos coeficientes de sensibilidade da matriz A .

Suponha que o valor mínimo de \hat{X}_i associado a esta linearização deve ser obtido. Se cada elemento \hat{Y}_j varia em uma determinada faixa de intervalo definida pelo vetor de entrada $\underline{\hat{Y}}$, ou seja, $\hat{Y}_j = [Y_j^{min} \ Y_j^{max}]$, então o ponto \underline{Y}_L que produz o valor mínimo de \hat{X}_i é composto pelos valores extremos (mínimo ou máximo) de cada grandeza de entrada, dependendo do sinal do coeficiente de sensibilidade a_{ij} . Portanto,

$$\text{Min } \hat{X}_i = X_{0i} + \sum_{j=1}^m a_{ij}(Y_{Lj} - Y_{0j}) \quad (3.24)$$

Se $a_{ij} > 0$, então $Y_{Lj} = Y_j^{min}$

Se $a_{ij} < 0$, então $Y_{Lj} = Y_j^{max}$

O vetor completo \underline{X}_M pode ser calculado a partir da Equação (3.21), ou seja:

$$\underline{X}_M = \underline{X}_0 + A(\underline{Y}_L - \underline{Y}_0) \quad (3.25)$$

No entanto, o ponto $(\underline{X}_M, \underline{Y}_L)$ não satisfaz a Equação (3.1), e portanto, deve-se realizar o seguinte cálculo:

$$\underline{Y}_M = g(\underline{X}_M) \quad (3.26)$$

O mesmo processo pode ser repetido utilizando o ponto $(\underline{X}_M, \underline{Y}_M)$ para a segunda linearização. Dessa maneira, o valor de \underline{X}_M será atualizado até que o processo iterativo atinja a convergência, ou seja, a seguinte condição seja satisfeita:

$$| \Delta \underline{X}_M^{(h)} | \leq \textit{tolerância} \quad (3.27)$$

O processo de determinação do valor máximo de \hat{X}_i é análogo. Entretanto, as condições associadas aos sinais dos coeficientes de sensibilidade a_{ij} da Equação (3.24) são invertidas, ou seja:

Se $a_{ij} > 0$, então $Y_{Lj} = Y_j^{max}$

Se $a_{ij} < 0$, então $Y_{Lj} = Y_j^{min}$

Ressalta-se ainda que, para cada variável de estado do problema, devem ser realizados dois processos iterativos referentes ao método BLF, visando à determinação dos respectivos valores mínimos e máximos.

3.3.3 Determinação dos Valores Extremos das Variáveis de Saída

A determinação dos valores mínimos e máximos correspondentes às variáveis de saída do problema é realizada de maneira similar ao processo descrito na seção anterior. Deve ser destacado que, ao contrário do problema de fluxo de potência determinístico, as variáveis de saída não podem ser obtidas diretamente a partir dos resultados das variáveis de estado. Assim, deve ser realizado um novo processo de solução para cada valor extremo de cada variável de saída do problema.

Sejam $\hat{\underline{Z}}$ o vetor aleatório correspondente às grandezas de saída e h a equação de fluxo de potência associada a essas variáveis, definidas de acordo com a Equação (3.2).

O problema agora é encontrar o valor mínimo (ou máximo) do componente \hat{Z}_i de $\hat{\underline{Z}}$, ou seja:

$$\text{Min } \hat{Z}_i = ? \quad (3.28)$$

Portanto, linearizando a Equação (3.2) em torno do ponto $(\underline{X}_M, \underline{Z}_M)$, obtém-se:

$$\hat{\underline{Z}} = \underline{Z}_M + K(\hat{\underline{X}} - \underline{X}_M) \quad (3.29)$$

onde:

$$K = \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{\underline{X}=\underline{X}_M} \quad (3.30)$$

Entretanto, o termo $\hat{\underline{X}} - \underline{X}_M$ pode ser substituído por $A(\hat{\underline{Y}} - \underline{Y}_M)$, de acordo com a seção anterior. Assim:

$$\hat{\underline{Z}} = \underline{Z}_M + B(\hat{\underline{Y}} - \underline{Y}_M) \quad (3.31)$$

onde:

$$B = KA = \left[\frac{\partial h}{\partial X} \Big|_{\underline{X}=\underline{X}_M} \right] \cdot \left[\frac{\partial g}{\partial X} \Big|_{\underline{X}=\underline{X}_M} \right]^{-1} \quad (3.32)$$

Cada componente \widehat{Z}_i do vetor $\widehat{\underline{Z}}$ pode ser representado por:

$$\widehat{Z}_i = Z_{Mi} + \sum_{j=1}^m b_{ij}(\widehat{Y}_j - Y_{Mj}) \quad (3.33)$$

onde:

b_{ij} são os elementos dos coeficientes de sensibilidade da matriz B .

O processo de determinação do valor mínimo de \widehat{Z}_i é similar ao cálculo de \widehat{X}_i . O valor do vetor \underline{X}_M pode ser obtido através da Equação (3.25), porém a composição do vetor \underline{Y}_L será realizada a partir da avaliação dos sinais dos elementos b_{ij} da Equação (3.32), ou seja:

$$\text{Se } b_{ij} > 0, \text{ então } Y_{Lj} = Y_j^{min}$$

$$\text{Se } b_{ij} < 0, \text{ então } Y_{Lj} = Y_j^{max}$$

Em seguida, são determinados os vetores \underline{Z}_M e \underline{Y}_M correspondentes, os quais são dados, respectivamente, por:

$$\underline{Z}_M = h(\underline{X}_M) \quad (3.34)$$

$$\underline{Y}_M = g(\underline{X}_M) \quad (3.35)$$

O processo continua com o novo ponto de linearização $(\underline{X}_M, \underline{Y}_M)$, até atingir a convergência, caso a condição da Equação (3.27) seja satisfeita. O valor mínimo correspondente de \widehat{Z}_i poderá, então, ser obtido pela Equação (3.33).

3.3.4 Problemas de Convergência

É importante ressaltar que o método BLF pode apresentar algumas dificuldades de convergência, as quais estão relacionadas principalmente com o grau de não linearidade associado ao problema de fluxo de potência, assim como ao nível de incertezas das grandezas de entrada. Tais problemas se refletem nos coeficientes de sensibilidade, cujos sinais ficam alternando a cada iteração.

Com o intuito de ilustrar o comportamento dos sinais dos coeficientes de sensibilidade durante o processo iterativo do método BLF, são apresentadas a seguir três situações possíveis.

Suponha que as equações apresentadas abaixo representam o problema associado ao método BLF para a determinação do valor mínimo de \widehat{X} , na iteração h , onde \widehat{Y}_1 , \widehat{Y}_2 e \widehat{Y}_3 são as variáveis de entrada correspondentes:

$$\text{Min } \widehat{X} = ? \quad (3.36)$$

$$\widehat{X}^{(h)} = a_1^{(h)} \widehat{Y}_1^{(h)} + a_2^{(h)} \widehat{Y}_2^{(h)} + a_3^{(h)} \widehat{Y}_3^{(h)} \quad (3.37)$$

onde:

$$\widehat{Y}_1 = [Y_1^{min} \quad Y_1^{max}] \quad (3.38)$$

$$\widehat{Y}_2 = [Y_2^{min} \quad Y_2^{max}] \quad (3.39)$$

$$\widehat{Y}_3 = [Y_3^{min} \quad Y_3^{max}] \quad (3.40)$$

Caso 1:

Se os coeficientes de sensibilidade a_1 , a_2 e a_3 não sofrerem mudança de sinal durante o processo iterativo, o valor mínimo de \widehat{X} será obtido utilizando sempre os mesmos valores extremos de \widehat{Y} . Por exemplo:

$$h = 1 \quad \underline{Y}_M^{(1)} = \begin{bmatrix} Y_1^{min} \\ Y_2^{max} \\ Y_3^{min} \end{bmatrix} \quad \underline{a}^{(1)} = \begin{bmatrix} a_1^{(1)} > 0 \\ a_2^{(1)} < 0 \\ a_3^{(1)} > 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$h = 2 \quad \underline{Y}_M^{(2)} = \begin{bmatrix} Y_1^{min} \\ Y_2^{max} \\ Y_3^{min} \end{bmatrix} \quad \underline{a}^{(2)} = \begin{bmatrix} a_1^{(2)} > 0 \\ a_2^{(2)} < 0 \\ a_3^{(2)} > 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

⋮

⋮

⋮

E o processo converge sem qualquer problema.

Caso 2:

Suponha, neste caso, que o coeficiente de sensibilidade a_1 mude de sinal durante o processo de convergência, como segue:

$$h = 1 \quad \underline{Y}_M^{(1)} = \begin{bmatrix} Y_1^{min} \\ Y_2^{max} \\ Y_3^{min} \end{bmatrix} \quad \underline{a}^{(1)} = \begin{bmatrix} a_1^{(1)} > 0 \\ a_2^{(1)} < 0 \\ a_3^{(1)} > 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$h = 2 \quad \underline{Y}_M^{(2)} = \begin{bmatrix} Y_1^{max} \\ Y_2^{max} \\ Y_3^{min} \end{bmatrix} \quad \underline{a}^{(2)} = \begin{bmatrix} a_1^{(2)} < 0 \\ a_2^{(2)} < 0 \\ a_3^{(2)} > 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$h = 3 \quad \underline{Y}_M^{(3)} = \begin{bmatrix} Y_1^{min} \\ Y_2^{max} \\ Y_3^{min} \end{bmatrix} \quad \underline{a}^{(3)} = \begin{bmatrix} a_1^{(1)} > 0 \\ a_2^{(1)} < 0 \\ a_3^{(1)} > 0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

⋮

⋮

⋮

O processo não converge, pois o sinal de a_1 fica alternando a cada iteração. No entanto, se a contribuição $a_1 \widehat{Y}_1$ é muito pequena em relação às demais parcelas, a entrada \widehat{Y}_1 pode ter o seu valor fixado em qualquer ponto pertencente ao intervalo definido pela variável aleatória \widehat{Y}_1 e, então, o processo irá convergir.

Caso 3:

Esta situação é a mesma que a anterior, exceto pelo fato da contribuição $a_1 \widehat{Y}_1$ não ser desprezível.

A oscilação do sinal de a_1 está relacionada com a não linearidade da equação de \widehat{X} para a contribuição particular $a_1 \widehat{Y}_1$. Entretanto, qualquer região próxima dos valores extremos Y_1^{min} e Y_1^{max} , ou um ponto entre essas regiões podem determinar o valor mínimo de \widehat{X} .

Nos sistemas de potência, o problema associado às oscilações numéricas (uma reflexão da não linearidade) é basicamente causada pela presença da função cosseno [41]. O caso 1 ocorre frequentemente no cálculo dos fluxos ativos e ângulos de tensão,

cujas equações não apresentam alto grau de não linearidade. O caso 2 também pode ocorrer na determinação dos fluxos ativos e ângulos de tensão, mas apenas quando as grandezas de entrada apresentam um alto nível de incertezas. Finalmente, o caso 3 é mais típico no cálculo dos fluxos reativos e módulos de tensão, mesmo para baixos níveis de incertezas nas entradas.

Dessa forma, a solução adotada em [41] para contornar o problema associado à oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade foi a seguinte: após 2 ou 3 iterações, as variáveis de entrada, que tiverem os seus respectivos coeficientes de sensibilidade alternado de sinal, têm os seus valores fixados nos pontos médios dos intervalos correspondentes (valores esperados) e o processo iterativo continua até atingir a convergência.

Um outro ponto importante a destacar é que o número de iterações necessárias para o processo atingir a convergência irá depender do sistema em estudo, do grau de não linearidade associado e principalmente do nível de incertezas das grandezas de entrada.

3.3.5 Fluxograma Simplificado

A Figura 3.4 apresenta o fluxograma simplificado do processo iterativo do método BLF, quando o mesmo é aplicado na determinação dos valores extremos das variáveis de estado. A Figura 3.5 ilustra a fluxograma correspondente ao cálculo das variáveis de saída.

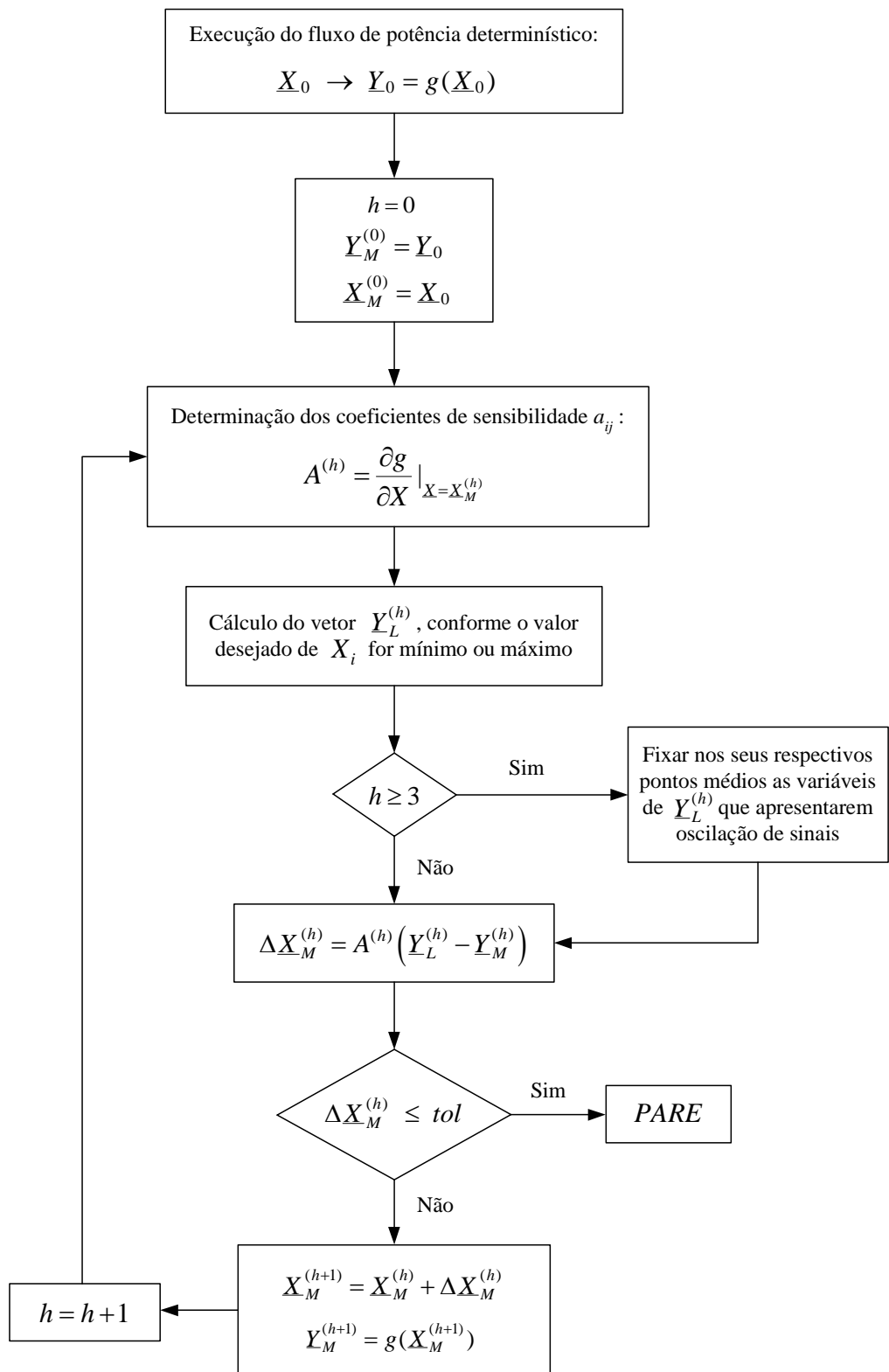


Figura 3.4: Fluxograma BLF para as variáveis de estado

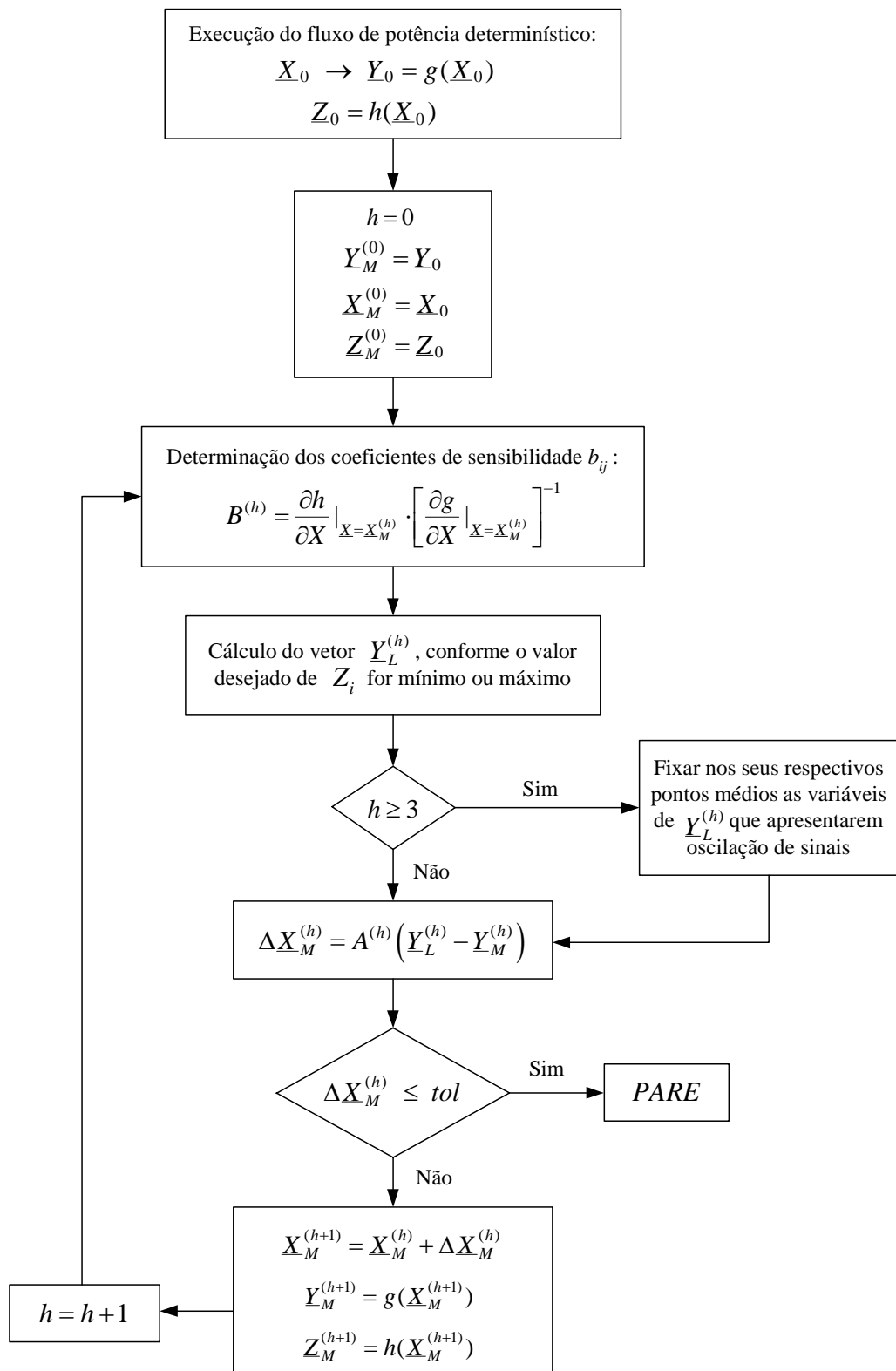


Figura 3.5: Fluxograma BLF para as variáveis de saída

3.3.6 Aplicação no Problema de Fluxo de Potência Probabilístico

Conforme mencionado anteriormente, a solução do problema de fluxo de potência probabilístico pode apresentar menores erros de linearização nas regiões das caudas das funções densidade de probabilidade, quando o método BLF é aplicado. Para isso, são determinados novos pontos de linearização, os quais serão empregados nas equações correspondentes à modelagem do fluxo de potência probabilístico. No entanto, também podem ser determinados outros pontos de linearização entre as regiões das caudas e o valor esperado.

A idéia básica é primeiramente determinar diferentes pontos de linearização através do método BLF. Em seguida, o algoritmo do fluxo de potência probabilístico, apresentado na seção 3.2, é então utilizado para determinar a solução probabilística para cada ponto de linearização. A solução probabilística final é obtida a partir da combinação das soluções probabilísticas de cada ponto individual.

A Figura 3.6 ilustra o caso em que as equações do problema são linearizadas em torno da região do valor esperado. Nessa situação, a informação próxima a esse ponto será mapeada de forma mais precisa em comparação a qualquer outra região da curva.

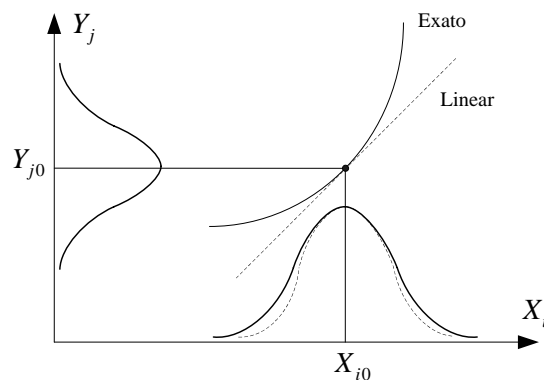


Figura 3.6: Linearização em torno da região do valor esperado

Por outro lado, a Figura 3.7 apresenta o mesmo conceito aplicado em outro ponto de linearização, onde a informação obtida será a mais precisa da curva.

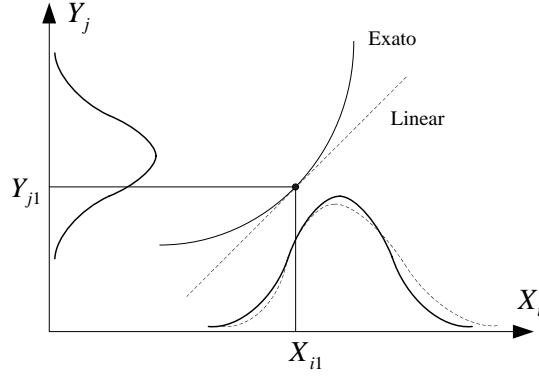


Figura 3.7: Linearização em torno de uma região intermediária

De acordo com [41], foi adotado realizar a linearização em torno dos pontos obtidos pelos seguintes fatores de proporção: $\beta = 0$ (0%), $\beta = 0.5$ (50%) e $\beta = 1$ (100%). Após o método BLF determinar os pontos correspondentes a cada valor de β , o algoritmo do fluxo de potência probabilístico poderá ser aplicado em cada novo ponto de linearização.

Finalmente, deve ser realizado um procedimento para a determinação das soluções probabilísticas finais. Suponha que é desejado obter a solução probabilística para a variável de saída \widehat{Z}_i . Assim, sejam $Z_i^{(0)}$, $Z_i^{(50)}$ e $Z_i^{(100)}$ os valores de \widehat{Z}_i obtidos pelo método BLF para os fatores de proporção de 0%, 50% e 100%, respectivamente. A partir desses valores, são definidas as regiões limites a serem consideradas na combinação dos resultados individuais. Logo,

$$Z_i^{(0-50)} = \frac{Z_i^{(0)} + Z_i^{(50)}}{2} \quad (3.46)$$

$$Z_i^{(50-100)} = \frac{Z_i^{(50)} + Z_i^{(100)}}{2} \quad (3.47)$$

onde:

$Z_i^{(0-50)}$ e $Z_i^{(50-100)}$ se referem aos valores médios entre os pontos de linearização.

A Figura 3.8 ilustra as três regiões definidas pelas equações anteriores, quando aplicadas na determinação do lado esquerdo da curva em questão.

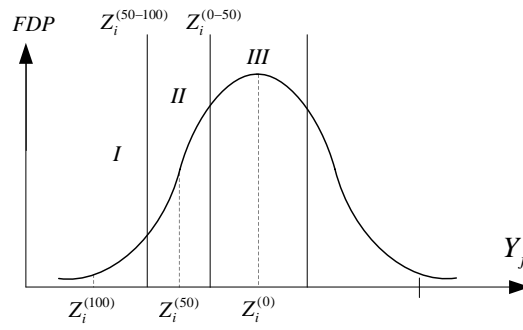


Figura 3.8: Definição das regiões limites referentes ao lado esquerdo da curva

Portanto, utilizando esta técnica, a solução final será uma combinação dos resultados obtidos em cada uma das três regiões. Na região I são considerados os resultados do fluxo de potência probabilístico, quando a linearização é realizada em torno do ponto $Z_i^{(100)}$. Na região II, os resultados são aqueles obtidos com a linearização em torno do ponto $Z_i^{(50)}$. Finalmente, a região III é representada pelos resultados alcançados pela linearização em torno do valor esperado $Z_i^{(0)}$.

A determinação dos resultados correspondentes ao lado direito da curva é análoga ao caso anterior.

Capítulo 4

Metodologia Proposta

4.1 Considerações Iniciais

Quando as incertezas associadas aos dados do problema de fluxo de potência não têm uma natureza probabilística e nem determinística, e são caracterizadas por declarações lingüísticas, as mesmas podem ser modeladas por números fuzzy ou distribuições de possibilidade. Se por um lado, o conhecimento humano pode ser utilizado para representar este tipo de informação, por outro, as incertezas presentes nos resultados podem auxiliar os especialistas na tomada de decisões, como por exemplo, em estudos de planejamento da expansão.

Dentro deste contexto, é essencial que tais incertezas representem toda a faixa de condições possíveis de operação, ou seja, os resultados do problema de fluxo de potência com incertezas devem corresponder à solução mais próxima possível dos casos extremos de operação, e não somente às condições de carregamento mínimo e máximo. Além disso, a análise deve ser realizada com um tempo computacional reduzido, tendo em vista que a execução de um grande número de casos de fluxo de potência determinístico seria inviável em termos práticos.

O fluxo de potência fuzzy correspondente ao modelo clássico é uma ferramenta que apresenta resultados bastante satisfatórios em muitas situações, mas também pode apresentar erros significativos associados ao processo de linearização, principalmente no que diz respeito ao cálculo das perdas ativas e reativas nas linhas.

No início de desenvolvimento deste trabalho, tentou-se analisar a aplicação de metodologias baseadas em aritmética fuzzy no processo de convergência do problema de fluxo de potência com incertezas. No entanto, de acordo com os testes realizados, essa abordagem não se mostrou tão adequada, tendo em vista às diversas dificuldades associadas à aritmética fuzzy, de maneira geral, conforme discutido no Capítulo 2. A aritmética fuzzy é uma ferramenta que ainda não está bem consolidada para ser aplicada a esse problema.

Por outro lado, procurou-se também investigar metodologias mais consistentes, que contemplassem menores erros de linearização e apresentassem resultados mais próximos das condições extremas de operação, sem empregar a aritmética fuzzy. Daí surgiu a necessidade de se desenvolver metodologias que atendessem a todos esses requisitos.

Portanto, na metodologia proposta neste trabalho, são apresentadas duas abordagens para a solução do problema de fluxo de potência com incertezas: a *Metodologia discreta* e a *Metodologia BLF Modificado*, as quais estão descritas a seguir.

Ressalta-se também que as incertezas presentes nos dados de entrada, assim como aquelas associadas aos resultados do problema, são representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal, que é a forma mais comum e geral encontrada em muitos trabalhos publicados na literatura.

4.2 Metodologia Discreta

A referência [9] apresenta uma metodologia de solução para o fluxo de potência fuzzy, cujos dados de entrada são representados por distribuições de possibilidade do tipo sinusoidal. Essa abordagem, que também se baseou na linearização em torno da solução determinística, empregou uma metodologia de aritmética fuzzy, onde foram desenvolvidas operações específicas de adição, subtração, multiplicação e divisão [34]. No entanto, a operação de multiplicação apresentou algumas dificuldades na determinação dos resultados referentes às distribuições de possibilidade das variáveis de saída. Diante dessa limitação, pode ser encontrada nessa referência, uma proposta

que visa minimizar os erros associadas a essa operação, a partir de uma análise determinística, a qual foi denominada de *metodologia discreta*.

No entanto, naquela metodologia discreta, o cálculo dos valores mínimos das variáveis de saída foi realizado somente a partir dos valores mínimos dos ângulos e módulos de tensão. Por exemplo, se for desejado determinar o valor mínimo do fluxo ativo no ramo k - m , então apenas os valores mínimos dos ângulos e módulos de tensão das barras k e m são empregados na equação do fluxo ativo correspondente. O mesmo é válido para os valores máximos, onde são utilizados apenas os valores máximos obtidos para os ângulos e módulos de tensão.

Por outro lado, é possível demonstrar através de simulações tipo Monte Carlo que, em diversas situações, os valores mínimos e máximos possíveis alcançados pelas variáveis de saída do problema podem ser obtidos a partir de combinações entre os valores mínimos e máximos das grandezas de entrada. Para levar em conta essa situação no problema de fluxo de potência com incertezas deste trabalho, foi investigada uma nova metodologia discreta para a determinação das variáveis de saída, bem como para as variáveis de estado do problema.

4.2.1 Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Estado

O primeiro passo para a determinação das distribuições de possibilidade trapezoidais das variáveis de estado, utilizando a nova metodologia discreta, consiste em se calcular o fluxo de potência determinístico para a obtenção dos ângulos e módulos de tensão nas barras do sistema. Em seguida determina-se, para cada variável de estado do problema, um vetor de índices de sensibilidade que corresponde à sensibilidade desta variável em relação às injeções de potência ativa e reativa em todas as barras do sistema. Tais índices de sensibilidade são obtidos através das derivadas dos ângulos e módulos de tensão em relação às injeções de potência ativa e reativa, que são dadas pelas linhas da inversa da matriz Jacobiana do problema de fluxo de potência determinístico.

Os vetores de sensibilidade correspondentes ao ângulo e ao módulo de tensão em uma barra k são dados por:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ S_{\theta_k} \\ \vdots \\ S_{V_k} \\ \vdots \end{bmatrix} = [J]^{-1} \quad (4.1)$$

$$S_{\theta_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_k}{\partial P} & \frac{\partial \theta_k}{\partial Q} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$S_{V_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_k}{\partial P} & \frac{\partial V_k}{\partial Q} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde:

J é a matriz Jacobiana da última iteração do fluxo de potência determinístico.

A Figura 4.1 apresenta a distribuição de possibilidade do módulo de tensão na barra k , onde os índices 1 e 2 correspondem aos seus valores mínimos para os níveis de pertinência 0 e 1, respectivamente. Os índices 3 e 4 são os valores máximos correspondentes.

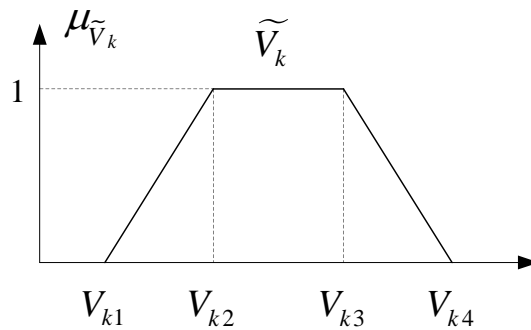


Figura 4.1: Distribuição de possibilidade do módulo de tensão na barra k

A determinação da distribuição de possibilidade do módulo de tensão da Figura 4.1 é realizada através do cálculo de seus quatro pontos correspondentes, obtidos de

maneira independente. Tal cálculo é baseado na avaliação dos sinais algébricos dos elementos do vetor S_{V_k} , para a montagem dos vetores correspondentes de resíduos de injeção de potência ativa e reativa.

Com relação à potência ativa, as cargas e gerações fuzzy da barra j podem ser representadas, respectivamente, por:

$$\tilde{P}_{G_j} = [P_{G_{j1}} \quad P_{G_{j2}} \quad P_{G_{j3}} \quad P_{G_{j4}}] \quad (4.4)$$

$$\tilde{P}_{L_j} = [P_{L_{j1}} \quad P_{L_{j2}} \quad P_{L_{j3}} \quad P_{L_{j4}}] \quad (4.5)$$

Os pontos referentes à distribuição de possibilidade da injeção de potência ativa da barra j são dados por:

$$P_{j1} = \min [(P_{G_{j1}} - P_{L_{j1}}), (P_{G_{j1}} - P_{L_{j4}}), (P_{G_{j4}} - P_{L_{j1}}), (P_{G_{j4}} - P_{L_{j4}})] \quad (4.6)$$

$$P_{j2} = \min [(P_{G_{j2}} - P_{L_{j2}}), (P_{G_{j2}} - P_{L_{j3}}), (P_{G_{j3}} - P_{L_{j2}}), (P_{G_{j3}} - P_{L_{j3}})] \quad (4.7)$$

$$P_{j3} = \max [(P_{G_{j2}} - P_{L_{j2}}), (P_{G_{j2}} - P_{L_{j3}}), (P_{G_{j3}} - P_{L_{j2}}), (P_{G_{j3}} - P_{L_{j3}})] \quad (4.8)$$

$$P_{j4} = \max [(P_{G_{j1}} - P_{L_{j1}}), (P_{G_{j1}} - P_{L_{j4}}), (P_{G_{j4}} - P_{L_{j1}}), (P_{G_{j4}} - P_{L_{j4}})] \quad (4.9)$$

Consequentemente, o resíduo correspondente é calculado por:

$$\Delta P_{j1} = P_{j1} - P_{dj}^{esp} \quad (4.10)$$

$$\Delta P_{j2} = P_{j2} - P_{dj}^{esp} \quad (4.11)$$

$$\Delta P_{j3} = P_{j3} - P_{dj}^{esp} \quad (4.12)$$

$$\Delta P_{j4} = P_{j4} - P_{dj}^{esp} \quad (4.13)$$

onde:

P_{dj}^{esp} é a injeção de potência ativa especificada na barra j , obtida no problema de fluxo de potência determinístico.

Analogamente para o caso reativo, obtêm-se:

$$Q_{j1} = \min [(Q_{G_{j1}} - Q_{L_{j1}}), (Q_{G_{j1}} - Q_{L_{j4}}), (Q_{G_{j4}} - Q_{L_{j1}}), (Q_{G_{j4}} - Q_{L_{j4}})] \quad (4.14)$$

$$Q_{j2} = \min [(Q_{G_{j2}} - Q_{L_{j2}}), (Q_{G_{j2}} - Q_{L_{j3}}), (Q_{G_{j3}} - Q_{L_{j2}}), (Q_{G_{j3}} - Q_{L_{j3}})] \quad (4.15)$$

$$Q_{j3} = \max [(Q_{G_{j2}} - Q_{L_{j2}}), (Q_{G_{j2}} - Q_{L_{j3}}), (Q_{G_{j3}} - Q_{L_{j2}}), (Q_{G_{j3}} - Q_{L_{j3}})] \quad (4.16)$$

$$Q_{j4} = \max [(Q_{G_{j1}} - Q_{L_{j1}}), (Q_{G_{j1}} - Q_{L_{j4}}), (Q_{G_{j4}} - Q_{L_{j1}}), (Q_{G_{j4}} - Q_{L_{j4}})] \quad (4.17)$$

$$\Delta Q_{j1} = Q_{j1} - Q_{dj}^{esp} \quad (4.18)$$

$$\Delta Q_{j2} = Q_{j2} - Q_{dj}^{esp} \quad (4.19)$$

$$\Delta Q_{j3} = Q_{j3} - Q_{dj}^{esp} \quad (4.20)$$

$$\Delta Q_{j4} = Q_{j4} - Q_{dj}^{esp} \quad (4.21)$$

Para cada ponto da distribuição de possibilidade do módulo de tensão da barra k , os vetores de resíduos de injeção de potência ativa e reativa são determinados através da seguinte regra:

Ponto V_{k1} :

• Se $S_{V_k}^j < 0$:

- E representa a sensibilidade de V_k em relação à injeção de potência ativa em uma barra j , então o seu respectivo resíduo de injeção de potência ativa é dado por:

$$\Delta P_j^{V_{k1}} = \Delta P_{j4} \quad (4.22)$$

- Se a sensibilidade for em relação à injeção de potência reativa, então:

$$\Delta Q_j^{V_{k1}} = \Delta Q_{j4} \quad (4.23)$$

• Se $S_{V_k}^j > 0$:

- E a sensibilidade for em relação à injeção de potência ativa, então:

$$\Delta P_j^{V_{k1}} = \Delta P_{j1} \quad (4.24)$$

- Se a sensibilidade for em relação à injeção de potência reativa, então:

$$\Delta Q_j^{V_{k1}} = \Delta Q_{j1} \quad (4.25)$$

Ponto V_{k2} :

- Se $S_{V_k}^j < 0$:

$$\Delta P_j^{V_{k2}} = \Delta P_{j3} \quad (4.26)$$

$$\Delta Q_j^{V_{k2}} = \Delta Q_{j3} \quad (4.27)$$

- Se $S_{V_k}^j > 0$:

$$\Delta P_j^{V_{k2}} = \Delta P_{j2} \quad (4.28)$$

$$\Delta Q_j^{V_{k2}} = \Delta Q_{j2} \quad (4.29)$$

Ponto V_{k3} :

- Se $S_{V_k}^j < 0$:

$$\Delta P_j^{V_{k3}} = \Delta P_{j2} \quad (4.30)$$

$$\Delta Q_j^{V_{k3}} = \Delta Q_{j2} \quad (4.31)$$

- Se $S_{V_k}^j > 0$:

$$\Delta P_j^{V_{k3}} = \Delta P_{j3} \quad (4.32)$$

$$\Delta Q_j^{V_{k3}} = \Delta Q_{j3} \quad (4.33)$$

Ponto V_{k4} :

- Se $S_{V_k}^j < 0$:

$$\Delta P_j^{V_{k4}} = \Delta P_{j1} \quad (4.34)$$

$$\Delta Q_j^{V_{k4}} = \Delta Q_{j1} \quad (4.35)$$

- Se $S_{V_k}^j > 0$:

$$\Delta P_j^{V_{k4}} = \Delta P_{j4} \quad (4.36)$$

$$\Delta Q_j^{V_{k4}} = \Delta Q_{j4} \quad (4.37)$$

No que se refere ao ângulo de tensão da barra k , a análise realizada para a determinação dos vetores de resíduos de injeção de potência ativa e reativa é análoga.

Após o cálculo dos vetores de resíduos de injeção de potência ativa e reativa, os incrementos correspondentes aos ângulos e módulos de tensão da barra k podem ser determinados através das seguintes expressões:

$$\Delta\theta_{k1} = S_{\theta_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{\theta_{k1}} \\ \Delta\underline{Q}^{\theta_{k1}} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$$\Delta\theta_{k2} = S_{\theta_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{\theta_{k2}} \\ \Delta\underline{Q}^{\theta_{k2}} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$\Delta\theta_{k3} = S_{\theta_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{\theta_{k3}} \\ \Delta\underline{Q}^{\theta_{k3}} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$\Delta\theta_{k4} = S_{\theta_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{\theta_{k4}} \\ \Delta\underline{Q}^{\theta_{k4}} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$\Delta V_{k1} = S_{V_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{V_{k1}} \\ \Delta\underline{Q}^{V_{k1}} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$$\Delta V_{k2} = S_{V_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{V_{k2}} \\ \Delta\underline{Q}^{V_{k2}} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$\Delta V_{k3} = S_{V_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{V_{k3}} \\ \Delta\underline{Q}^{V_{k3}} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$\Delta V_{k4} = S_{V_k} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}^{V_{k4}} \\ \Delta\underline{Q}^{V_{k4}} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Os novos valores de ângulos e módulos de tensão da barra k , referentes às suas distribuições de possibilidade, são dados, respectivamente, por:

$$\theta_{k1} = \theta_{dk} + \Delta\theta_{k1} \quad (4.46)$$

$$\theta_{k2} = \theta_{dk} + \Delta\theta_{k2} \quad (4.47)$$

$$\theta_{k3} = \theta_{dk} + \Delta\theta_{k3} \quad (4.48)$$

$$\theta_{k4} = \theta_{dk} + \Delta\theta_{k4} \quad (4.49)$$

$$V_{k1} = V_{dk} + \Delta V_{k1} \quad (4.50)$$

$$V_{k2} = V_{dk} + \Delta V_{k2} \quad (4.51)$$

$$V_{k3} = V_{dk} + \Delta V_{k3} \quad (4.52)$$

$$V_{k4} = V_{dk} + \Delta V_{k4} \quad (4.53)$$

onde:

θ_{dk} e V_{dk} correspondem à solução determinística do ângulo e do módulo de tensão da barra k , respectivamente.

Portanto, as distribuições de possibilidade correspondentes ao ângulo e ao módulo de tensão da barra k podem ser representadas da seguinte maneira:

$$\tilde{\theta}_k = [\theta_{k1} \quad \theta_{k2} \quad \theta_{k3} \quad \theta_{k4}] \quad (4.54)$$

$$\tilde{V}_k = [V_{k1} \quad V_{k2} \quad V_{k3} \quad V_{k4}] \quad (4.55)$$

4.2.2 Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Saída

O processo de determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de saída do problema de fluxo de potência é realizado de maneira semelhante ao caso das variáveis de estado. Após a obtenção da solução determinística, deve-se calcular um vetor de índices de sensibilidade, que relaciona cada variável de saída do problema com as injeções de potência ativa e reativa das barras do sistema.

No entanto, nesta situação, a relação não é direta como acontece com as variáveis de estado, a qual é representada pela inversa da matriz Jacobiana. Portanto, para representar a relação entre as variáveis de saída e as injeções de potência ativa e

reativa, é necessário pré-multiplicar a inversa da matriz Jacobiana por um vetor que relaciona as variáveis de saída com os ângulos e módulos de tensão em todas as barras do sistema.

A forma geral do vetor de sensibilidade S para o fluxo ativo no ramo $k-m$, por exemplo, é dada pela Equação (4.56), que é similar àquela apresentada na referência [12] para o cálculo das perdas ativas, quando estas apresentam valores negativos.

$$S_{P_{km}} = D_{P_{km}} \cdot [J]^{-1} \quad (4.56)$$

onde:

$D_{P_{km}}$ é o vetor das derivadas do fluxo ativo no ramo $k-m$ em relação aos ângulos e módulos de tensão em todas as barras do sistema, ou seja:

$$D_{P_{km}} = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial P_{km}}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial P_{km}}{\partial \underline{V}} \end{array} \right] \quad (4.57)$$

A Equação (4.58) apresenta o vetor de sensibilidade do fluxo ativo no ramo $k-m$ em relação à injeção de potência ativa (ou reativa) em uma barra j .

$$S_{P_{km}}^j = \sum_{i=1}^{nb} \left(\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial \theta_i}{\partial Z_j} + \frac{\partial P_{km}}{\partial V_i} \cdot \frac{\partial V_i}{\partial Z_j} \right) \quad (4.58)$$

onde:

Z corresponde à injeção de potência ativa (ou reativa) na barra j .

A determinação da distribuição de possibilidade do fluxo ativo no ramo $k-m$ da Figura 4.2 consiste no cálculo dos valores P_{km1} , P_{km2} , P_{km3} e P_{km4} , obtidos de maneira semelhante ao caso das distribuições de possibilidade dos ângulos e módulos de tensão.

O cálculo destes valores é baseado na avaliação dos sinais algébricos dos elementos do vetor $S_{P_{km}}$, a partir dos quais devem ser montados os vetores correspondentes de resíduos de injeção de potência ativa e reativa. Se a sensibilidade de P_{km} for em relação à injeção de potência ativa, então deverá ser tomado o resíduo correspondente à potência ativa. Caso a sensibilidade de P_{km} seja em relação à injeção de potência reativa, então será tomado o respectivo resíduo de potência reativa.

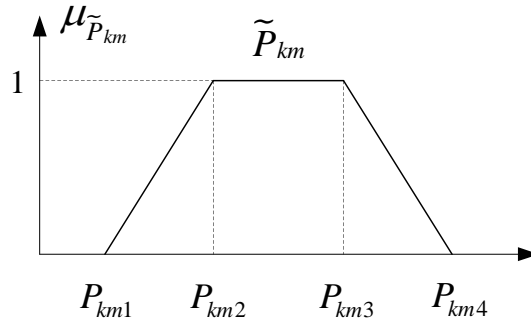


Figura 4.2: Distribuição de possibilidade do fluxo ativo no ramo $k-m$

Os resíduos de injeção de potência ativa e reativa são determinados através da seguinte regra:

Ponto P_{km1} :

- Se $S_{P_{km}}^j < 0$:

$$\Delta P'_{j1} = \Delta P_{j4} \quad (4.59)$$

$$\Delta Q'_{j1} = \Delta Q_{j4} \quad (4.60)$$

- Se $S_{P_{km}}^j > 0$:

$$\Delta P'_{j1} = \Delta P_{j1} \quad (4.61)$$

$$\Delta Q'_{j1} = \Delta Q_{j1} \quad (4.62)$$

Ponto P_{km2} :

- Se $S_{P_{km}}^j < 0$:

$$\Delta P'_{j2} = \Delta P_{j3} \quad (4.63)$$

$$\Delta Q'_{j2} = \Delta Q_{j3} \quad (4.64)$$

- Se $S_{P_{km}}^j > 0$:

$$\Delta P'_{j2} = \Delta P_{j2} \quad (4.65)$$

$$\Delta Q'_{j2} = \Delta Q_{j2} \quad (4.66)$$

Ponto P_{km3} :

- Se $S_{P_{km}}^j < 0$:

$$\Delta P'_{j3} = \Delta P_{j2} \quad (4.67)$$

$$\Delta Q'_{j3} = \Delta Q_{j2} \quad (4.68)$$

- Se $S_{P_{km}}^j > 0$:

$$\Delta P'_{j3} = \Delta P_{j3} \quad (4.69)$$

$$\Delta Q'_{j3} = \Delta Q_{j3} \quad (4.70)$$

Ponto P_{km4} :

- Se $S_{P_{km}}^j < 0$:

$$\Delta P'_{j4} = \Delta P_{j1} \quad (4.71)$$

$$\Delta Q'_{j4} = \Delta Q_{j1} \quad (4.72)$$

- Se $S_{P_{km}}^j > 0$:

$$\Delta P'_{j4} = \Delta P_{j4} \quad (4.73)$$

$$\Delta Q'_{j4} = \Delta Q_{j4} \quad (4.74)$$

Os valores mínimos e máximos dos resíduos de injeção de potência ativa e reativa, para os níveis de pertinência 0 e 1, são determinados de acordo com as Equações (4.10) a (4.13) e (4.18) a (4.21).

Os incrementos de ângulos e módulos de tensão correspondentes podem ser determinados a partir dos vetores de resíduos de injeção de potência ativa e reativa, e da matriz Jacobiana da última iteração do fluxo de potência determinístico. Assim, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}'_1 \\ \Delta \underline{V}'_1 \end{bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{P}'_1 \\ \Delta \underline{Q}'_1 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}'_2 \\ \Delta \underline{V}'_2 \end{bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{P}'_2 \\ \Delta \underline{Q}'_2 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}'_3 \\ \Delta \underline{V}'_3 \end{bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{P}'_3 \\ \Delta \underline{Q}'_3 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}'_4 \\ \Delta \underline{V}'_4 \end{bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{P}'_4 \\ \Delta \underline{Q}'_4 \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

Os novos valores de ângulos e módulos de tensão da barra k são determinados a partir das Equações (4.79) a (4.86), de acordo com o ponto considerado para análise:

$$\theta'_{k1} = \theta_{dk} + \Delta \theta'_{k1} \quad (4.79)$$

$$V'_{k1} = V_{dk} + \Delta V'_{k1} \quad (4.80)$$

$$\theta'_{k2} = \theta_{dk} + \Delta \theta'_{k2} \quad (4.81)$$

$$V'_{k2} = V_{dk} + \Delta V'_{k2} \quad (4.82)$$

$$\theta'_{k3} = \theta_{dk} + \Delta \theta'_{k3} \quad (4.83)$$

$$V'_{k3} = V_{dk} + \Delta V'_{k3} \quad (4.84)$$

$$\theta'_{k4} = \theta_{dk} + \Delta \theta'_{k4} \quad (4.85)$$

$$V'_{k4} = V_{dk} + \Delta V'_{k4} \quad (4.86)$$

É importante destacar que, esses novos valores de ângulos e módulos de tensão não correspondem aos pontos das distribuições de possibilidade de θ_k e V_k , mas sim àqueles necessários para a obtenção dos pontos referentes às distribuições de possibilidade de P_{km} .

De posse dos novos valores de ângulos e módulos de tensão nas barras k e m , os pontos correspondentes à distribuição de possibilidade do fluxo ativo no ramo $k-m$ podem ser calculados por:

$$\begin{aligned}
P_{km1} = & a_{km}^2 g_{km} (V'_{k1})^2 - a_{km} V'_{k1} V'_{m1} g_{km} \cos(\theta'_{k1} - \theta'_{m1}) \\
& - a_{km} V'_{k1} V'_{m1} b_{km} \operatorname{sen}(\theta'_{k1} - \theta'_{m1})
\end{aligned} \tag{4.87}$$

$$\begin{aligned}
P_{km2} = & a_{km}^2 g_{km} (V'_{k2})^2 - a_{km} V'_{k2} V'_{m2} g_{km} \cos(\theta'_{k2} - \theta'_{m2}) \\
& - a_{km} V'_{k2} V'_{m2} b_{km} \operatorname{sen}(\theta'_{k2} - \theta'_{m2})
\end{aligned} \tag{4.88}$$

$$\begin{aligned}
P_{km3} = & a_{km}^2 g_{km} (V'_{k3})^2 - a_{km} V'_{k3} V'_{m3} g_{km} \cos(\theta'_{k3} - \theta'_{m3}) \\
& - a_{km} V'_{k3} V'_{m3} b_{km} \operatorname{sen}(\theta'_{k3} - \theta'_{m3})
\end{aligned} \tag{4.89}$$

$$\begin{aligned}
P_{km4} = & a_{km}^2 g_{km} (V'_{k4})^2 - a_{km} V'_{k4} V'_{m4} g_{km} \cos(\theta'_{k4} - \theta'_{m4}) \\
& - a_{km} V'_{k4} V'_{m4} b_{km} \operatorname{sen}(\theta'_{k4} - \theta'_{m4})
\end{aligned} \tag{4.90}$$

A distribuição de possibilidade do fluxo ativo no ramo k - m pode, então, ser representada por:

$$\tilde{P}_{km} = [P_{km1} \quad P_{km2} \quad P_{km3} \quad P_{km4}] \tag{4.91}$$

Para a determinação das distribuições de possibilidade das demais variáveis de saída do problema de fluxo de potência, o processo é análogo.

4.2.3 Aspectos Gerais Associados à Metodologia Discreta

Foi observado que, da mesma forma que o modelo clássico e o fluxo de potência fuzzy sinusoidal, a metodologia discreta também se baseia na linearização das equações de fluxo de potência em torno dos valores centrais das grandezas do problema, ou seja, da solução determinística. Além disso, as três metodologias apresentam um esforço computacional mínimo.

No que se refere às distribuições de possibilidade das variáveis de estado do problema, pode-se concluir que a metodologia discreta equivale ao modelo clássico. Isto porque ambas metodologias de solução se baseiam apenas na utilização da matriz Jacobiana da última iteração do fluxo de potência determinístico. Neste caso, a metodologia discreta pode ser entendida como a aplicação da aritmética fuzzy, de forma desagregada, na determinação de cada ponto das distribuições de possibilidade

das variáveis de estado, onde os cálculos são realizados de maneira individual e independente. Por outro lado, no modelo clássico, a aritmética fuzzy é empregada para o cálculo completo das distribuições de possibilidade correspondentes.

Entretanto, o mesmo não é válido para as variáveis de saída, pois o modelo clássico utiliza a forma linearizada das equações correspondentes a essas variáveis. Na metodologia discreta, a linearização é realizada apenas para a determinação das variáveis de estado necessárias ao cálculo das variáveis de saída associadas, uma vez que estas são calculadas somente após a linearização das correspondentes variáveis de estado. Como consequência, os erros de linearização são reduzidos, principalmente no que se refere às perdas ativas e reativas.

Outra característica importante diz respeito aos níveis de incertezas associados às grandezas de entrada do problema. A metodologia discreta mostra-se bastante satisfatória para graus de incerteza reduzidos. Porém, se esses níveis são aumentados, os erros de linearização tornam-se bastante evidentes.

Pelo exposto, surgiu a necessidade de se investigar uma nova metodologia com o intuito de superar as dificuldades encontradas pela metodologia discreta, a qual será apresentada na seção 4.3.

4.2.4 Fluxogramas Simplificados

As Figuras 4.3 e 4.4 apresentam o fluxograma simplificado da metodologia discreta para a determinação da variável de estado V_{k1} da Figura 4.1 e da variável de saída P_{km1} da Figura 4.2, respectivamente.

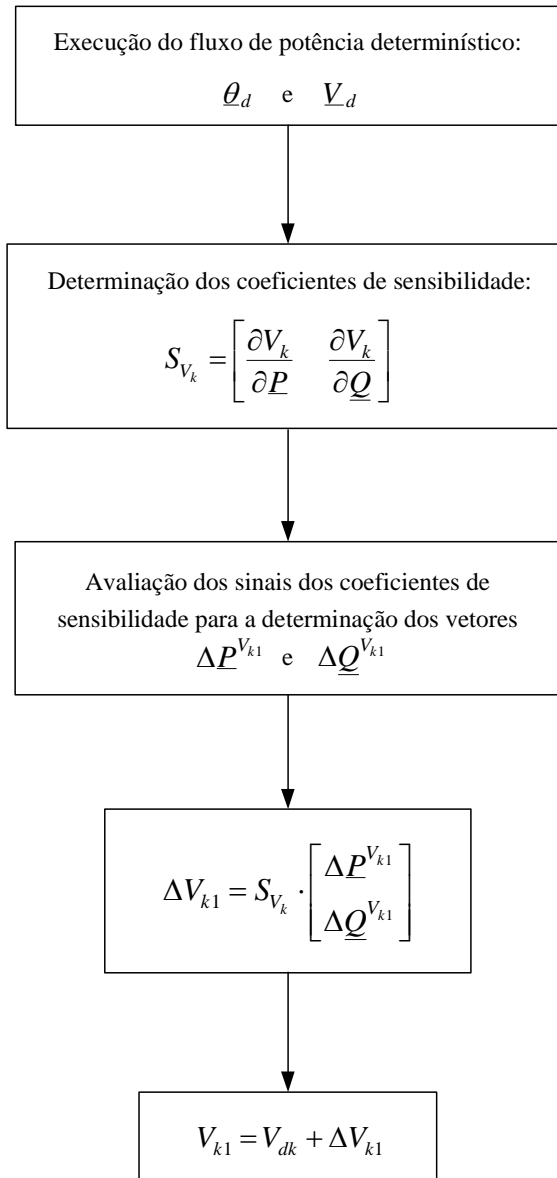


Figura 4.3: Fluxograma da metodologia discreta para as variáveis de estado

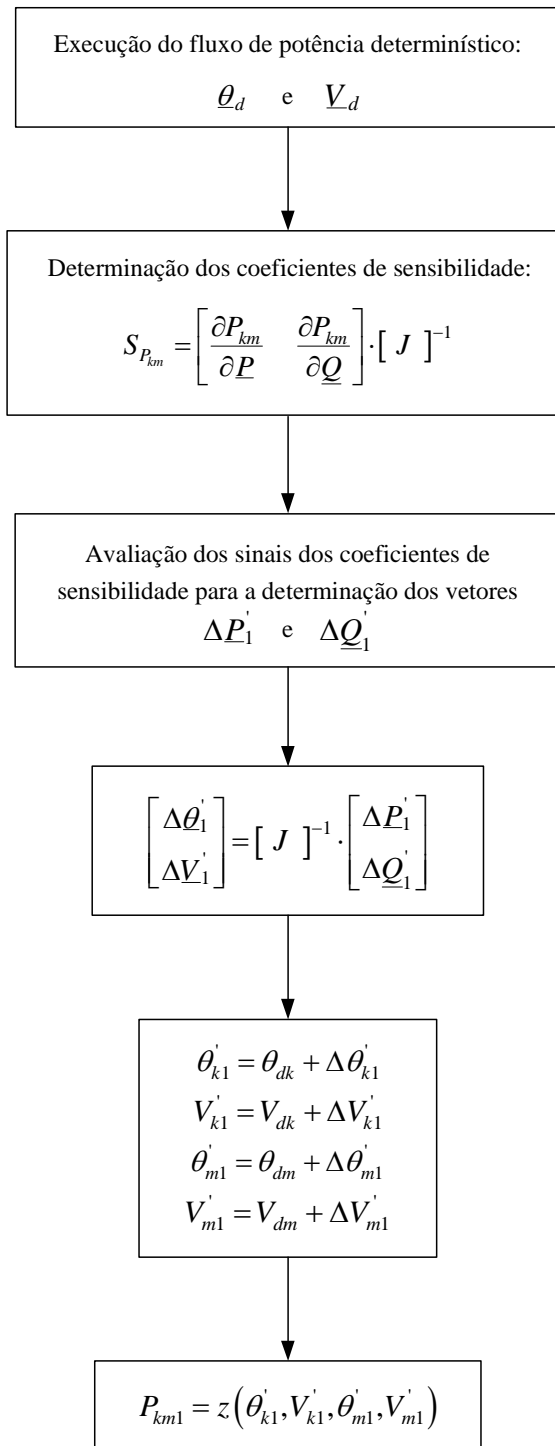


Figura 4.4: Fluxograma da metodologia discreta para as variáveis de saída

4.3 Metodologia BLF Modificado

Conforme apresentado no Capítulo 3, a metodologia BLF [41] foi empregada para determinar os valores mínimos e máximos das variáveis de estado e de saída do problema de fluxo de potência probabilístico, visto que as grandezas de entrada também podem ser representadas por seus valores extremos. Após a determinação desses valores limites, os mesmos podem ser utilizados como os novos pontos de linearização associados às equações do problema, com a finalidade de reduzir os efeitos da não linearidade. Através do método BLF podem ser determinados pontos de linearização tanto na região da cauda das funções densidade de probabilidade das variáveis do problema, como em qualquer região intermediária da curva, compreendida entre a região do valor esperado e a região da cauda.

O conceito associado ao método BLF também pode ser estendido ao problema de fluxo de potência, cujos dados de entrada são representados por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal. Nesta situação, o método BLF pode ser empregado na determinação dos valores extremos de cada intervalo definido pelos *cortes- α* . Para o caso mais simples, podem ser considerados apenas os *cortes- α* correspondentes aos níveis de pertinência iguais a 0 e 1. Assim, a distribuição de possibilidade final será obtida a partir da combinação dos resultados individuais de cada *corte- α* .

Um aspecto importante relacionado à metodologia BLF diz respeito ao nível de incertezas associado às cargas e gerações. Normalmente, quando o grau de incertezas é baixo, o processo converge em poucas iterações. Por outro lado, à medida que o nível de incertezas das entradas aumenta, o grau de não linearidade associado ao problema, bem como as dificuldades de convergência, tornam-se ainda mais evidentes. Nesse caso, o processo pode convergir com um maior número de iterações ou até mesmo divergir. Tais situações que indicam problemas de convergência estão diretamente relacionadas à oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade das variáveis de estado e de saída, em relação às injeções de potência das grandezas de entrada. Conforme discutido anteriormente no Capítulo 3, a solução adotada em [41] para resolver tais problemas de oscilação numérica foi fixar os valores das entradas, cujos coeficientes de sensibilidade associados alternam de sinal a cada iteração, nos seus respectivos valores médios a partir da 2^a ou 3^a iteração. Dessa

forma, essas entradas permanecem fixadas nos seus pontos médios até o processo atingir a convergência.

Ressalta-se ainda que, a abordagem da metodologia BLF, inicialmente proposta para o caso probabilístico [41], motivou o desenvolvimento de outros trabalhos publicados na literatura. Em [44], por exemplo, foi proposta a aplicação do método BLF ao problema de fluxo de potência fuzzy. E da mesma forma, para os casos de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade, também considerou-se a solução adotada em [41].

Considerando que esta técnica de solução ainda apresentou algumas dificuldades em várias situações de oscilação numérica, quando os resultados alcançados não se mostraram satisfatórios, foi proposto o método *Boundary Load Flow Modificado - BLFM*. Este método corresponde a uma nova versão do método BLF, aplicado à solução do problema de fluxo de potência com incertezas, as quais são representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal. Na metodologia proposta é apresentada uma nova solução para os casos onde ocorrem problemas de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade.

O processo de determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de estado e de saída, quando o método BLFM é aplicado ao problema, é apresentado a seguir.

4.3.1 Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Estado

De maneira semelhante à metodologia discreta, as distribuições de possibilidade das variáveis de estado também são representadas apenas pelos intervalos definidos pelos *cortes- α* iguais a 0 e 1, visando à simplificação do problema.

O processo iterativo apresentado a seguir descreve todos os passos do método BLFM aplicado, por exemplo, na determinação do valor mínimo do módulo de tensão da barra k , para o nível de pertinência igual a zero, ou seja, o valor V_{k1} da Figura 4.1.

Passo 1: Execução do fluxo de potência determinístico, onde as grandezas de entrada do problema são representadas pelos pontos médios de suas respectivas distribuições de possibilidade. Os valores de ângulos e módulos de tensão, após a convergência, correspondem ao ponto de linearização inicial do método BLFM.

Passo 2: Início do processo iterativo do método BLFM, cujos valores iniciais são dados por:

$$h = 0$$

$$\underline{\theta}_1^{(h=0)} = \underline{\theta}_d$$

$$\underline{V}_1^{(h=0)} = \underline{V}_d$$

onde:

h é o contador de iterações.

$\underline{\theta}_1$ e \underline{V}_1 correspondem, respectivamente, aos vetores de ângulos e módulos de tensão, calculados durante o processo iterativo.

$\underline{\theta}_d$ e \underline{V}_d correspondem à solução determinística, respectivamente, dos ângulos e módulos de tensão.

Passo 3: Determinação dos vetores correspondentes às injeções calculadas de potência ativa e reativa (\underline{P}_{c1} e \underline{Q}_{c1}) nas barras do sistema:

$$\underline{P}_{c1}^{(h)} = f(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \quad (4.92)$$

$$\underline{Q}_{c1}^{(h)} = g(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \quad (4.93)$$

onde:

f e g são funções referentes às equações de injeção de potência ativa e reativa, respectivamente.

Passo 4: Cálculo da matriz Jacobiana:

$$J_1^{(h)} = \begin{bmatrix} H(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) & N(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \\ M(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) & L(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

onde:

H , N , M e L são as sub-matrizes correspondentes à matriz Jacobiana.

Passo 5: Análise dos sinais dos coeficientes de sensibilidade para a montagem do vetor de desvios de injeção de potência ativa e reativa ($\Delta\underline{P}_1$ e $\Delta\underline{Q}_1$), conforme a seguinte regra:

$$S_{P_{j1}}^{V_k} > 0 \quad \Rightarrow \quad P_{j1}^{esp} = P_{j1} \quad (4.95)$$

$$S_{P_{j1}}^{V_k} < 0 \quad \Rightarrow \quad P_{j1}^{esp} = P_{j4} \quad (4.96)$$

$$S_{Q_{j1}}^{V_k} > 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{j1}^{esp} = Q_{j1} \quad (4.97)$$

$$S_{Q_{j1}}^{V_k} < 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{j1}^{esp} = Q_{j4} \quad (4.98)$$

onde:

$S_{P_j}^{V_k}$ e $S_{Q_j}^{V_k}$ correspondem aos coeficientes de sensibilidade de V_k em relação a P_j e Q_j , respectivamente, os quais são obtidos a partir da inversa da matriz Jacobiana.

P_{j1} , P_{j4} , Q_{j1} e Q_{j4} são dados pelas Equações (4.6), (4.9), (4.14) e (4.17), respectivamente.

\underline{P}_1^{esp} e \underline{Q}_1^{esp} são os vetores das injeções especificadas de potência ativa e reativa, respectivamente, empregados no cálculo de V_{k1} .

Portanto,

$$\Delta\underline{P}_1^{(h)} = \underline{P}_1^{esp(h)} - \underline{P}_{c1}^{(h)} \quad (4.99)$$

$$\Delta\underline{Q}_1^{(h)} = \underline{Q}_1^{esp(h)} - \underline{Q}_{c1}^{(h)} \quad (4.100)$$

Passo 6: Determinação dos incrementos de ângulos e módulos de tensão em todas as barras do sistema:

$$\begin{bmatrix} \Delta\underline{\theta}_1^{(h)} \\ \Delta\underline{V}_1^{(h)} \end{bmatrix} = \left[J_1^{(h)} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{P}_1^{(h)} \\ \Delta\underline{Q}_1^{(h)} \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

Passo 7: Atualização dos ângulos e módulos de tensão correspondentes:

$$\underline{\theta}_1^{(h+1)} = \underline{\theta}_1^{(h)} + \Delta\underline{\theta}_1^{(h)} \quad (4.102)$$

$$\underline{V}_1^{(h+1)} = \underline{V}_1^{(h)} + \Delta\underline{V}_1^{(h)} \quad (4.103)$$

$$h = h + 1 \quad (4.104)$$

Passo 8: Teste de convergência. É avaliada apenas a variável de estado cujo valor extremo está sendo calculado no processo iterativo. Assim:

$$\text{SE } |V_{k1}^{(h+1)} - V_{k1}^{(h)}| \leq \text{tolerância} \quad \Rightarrow \quad \text{ENTÃO o processo convergiu.}$$

SENÃO o processo deve retornar ao Passo 3.

Deve-se destacar que, no processo de determinação da variável V_{k1} , é necessário atualizar todas as variáveis de estado do sistema, conforme Equações (4.102) e (4.103), uma vez que o propósito do método de solução é calcular o ponto de operação no qual o valor de V_{k1} é mínimo.

O processo de determinação dos demais pontos da distribuição de possibilidade de \tilde{V}_k é realizado de maneira similar ao cálculo de V_{k1} . Nestes casos, o ponto de linearização inicial do método BLFM também corresponde à solução determinística do problema de fluxo de potência. Por sua vez, o cálculo dos vetores \underline{P}^{esp} e \underline{Q}^{esp} correspondentes irão empregar as Equações (4.6) a (4.9) e (4.14) a (4.17), quando for o caso.

Para cada ponto da distribuição de possibilidade de cada variável de estado, deve ser realizado um processo iterativo referente ao método BLFM. Dessa forma, para os ângulos de tensão serão realizadas 4 execuções do método BLFM para cada barra PQ e PV . Para o cálculo das distribuições de possibilidade dos módulos de tensão, serão necessárias 4 execuções BLFM para cada barra PQ do sistema.

Portanto, o número total de execuções do método BLFM para a determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de estado (N_{VE}) é dado pela seguinte equação:

$$N_{VE} = 8 \cdot N_{PQ} + 4 \cdot N_{PV} \quad (4.105)$$

onde:

N_{PQ} é o número de barras PQ do sistema.

N_{PV} corresponde ao número de barras PV do sistema.

Também é importante ressaltar que, de maneira similar ao método BLF, a matriz Jacobiana associada ao método BLFM pode ser mantida constante durante

todo o processo iterativo. Além de apresentar resultados bastante satisfatórios em comparação ao caso anterior, também reduz significativamente o esforço computacional. Neste caso, a matriz Jacobiana corresponde àquela calculada na última iteração do fluxo de potência determinístico.

Outra característica associada à matriz Jacobiana constante, para o caso das variáveis de estado, é que os coeficientes de sensibilidade também permanecem fixos durante todo o processo iterativo. Conseqüentemente, não ocorrem problemas de oscilação numérica.

4.3.2 Determinação das Distribuições de Possibilidade das Variáveis de Saída

Com o intuito de ilustrar o processo iterativo associado ao método BLFM, quando o mesmo é aplicado ao caso das variáveis de saída, é apresentado a seguir o cálculo do valor mínimo do fluxo ativo na linha k - m da Figura 4.2, para o nível de pertinência igual a zero.

Passo 1: Execução do fluxo de potência determinístico.

Passo 2: Início do processo iterativo do método BLFM:

$$h = 0$$

$$\underline{\theta}_1^{(h=0)} = \underline{\theta}_d$$

$$\underline{V}_1^{(h=0)} = \underline{V}_d$$

Passo 3: Determinação das injeções calculadas de potência ativa e reativa nas barras:

$$\underline{P}_{c1}^{(h)} = f(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \quad (4.106)$$

$$\underline{Q}_{c1}^{(h)} = g(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \quad (4.107)$$

Passo 4: Cálculo da matriz Jacobiana correspondente:

$$J_1^{(h)} = \begin{bmatrix} H(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) & N(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \\ M(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) & L(\underline{\theta}_1^{(h)}, \underline{V}_1^{(h)}) \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

Passo 5: Análise dos sinais dos coeficientes de sensibilidade visando à montagem do vetor de desvios de injeção de potência ativa e reativa.

O vetor referente aos coeficientes de sensibilidade de P_{km} em relação às injeções de potência é dado por:

$$S_{P_{km}}^{(h)} = D_{P_{km}}^{(h)} \cdot [J_1^{(h)}]^{-1} \quad (4.109)$$

Assim,

$$S_{P_j}^{P_{km}} > 0 \quad \Rightarrow \quad P_{j1}^{esp} = P_{j1} \quad (4.110)$$

$$S_{P_j}^{P_{km}} < 0 \quad \Rightarrow \quad P_{j1}^{esp} = P_{j4} \quad (4.111)$$

$$S_{Q_j}^{P_{km}} > 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{j1}^{esp} = Q_{j1} \quad (4.112)$$

$$S_{Q_j}^{P_{km}} < 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{j1}^{esp} = Q_{j4} \quad (4.113)$$

onde:

$S_{P_j}^{P_{km}}$ e $S_{Q_j}^{P_{km}}$ correspondem aos coeficientes de sensibilidade de P_{km} em relação a P_j e Q_j , respectivamente.

D_{km} é dado pela Equação (4.57).

Portanto,

$$\Delta \underline{P}_1^{(h)} = \underline{P}_1^{esp(h)} - \underline{P}_{c1}^{(h)} \quad (4.114)$$

$$\Delta \underline{Q}_1^{(h)} = \underline{Q}_1^{esp(h)} - \underline{Q}_{c1}^{(h)} \quad (4.115)$$

Passo 6: Determinação dos incrementos de ângulos e módulos de tensão em todas as barras do sistema:

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta}_1^{(h)} \\ \Delta \underline{V}_1^{(h)} \end{bmatrix} = [J_1^{(h)}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{P}_1^{(h)} \\ \Delta \underline{Q}_1^{(h)} \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

Passo 7: Atualização dos ângulos e módulos de tensão correspondentes:

$$\underline{\theta}_1^{(h+1)} = \underline{\theta}_1^{(h)} + \Delta \underline{\theta}_1^{(h)} \quad (4.117)$$

$$\underline{V}_1^{(h+1)} = \underline{V}_1^{(h)} + \Delta \underline{V}_1^{(h)} \quad (4.118)$$

$$h = h + 1 \quad (4.119)$$

Passo 8: Determinação do fluxo ativo na linha k - m :

$$P_{km1}^{(h+1)} = a_{km}^2 g_{km} (V_{k1}^{(h+1)})^2 - a_{km} V_{k1}^{(h+1)} V_{m1}^{(h+1)} g_{km} \cos(\theta_{k1}^{(h+1)} - \theta_{m1}^{(h+1)}) - a_{km} V_{k1}^{(h+1)} V_{m1}^{(h+1)} b_{km} \text{sen}(\theta_{k1}^{(h+1)} - \theta_{m1}^{(h+1)}) \quad (4.120)$$

Passo 9: Teste de convergência. Neste caso, adotou-se dois critérios de convergência, onde são avaliadas as variáveis de estado que fazem parte do cálculo de P_{km1} , assim como a própria variável P_{km1} . Portanto:

$$\text{SE } (|\theta_{k1}^{(h+1)} - \theta_{k1}^{(h)}| \leq \text{tolerância}) \quad \text{E } (|\theta_m^{(h+1)} - \theta_m^{(h)}| \leq \text{tolerância})$$

$$\text{E } (|V_{k1}^{(h+1)} - V_{k1}^{(h)}| \leq \text{tolerância}) \quad \text{E } (|V_m^{(h+1)} - V_m^{(h)}| \leq \text{tolerância})$$

OU

$$\text{SE } (|P_{km1}^{(h+1)} - P_{km1}^{(h)}| \leq \text{tolerância})$$

ENTÃO o processo convergiu.

SENÃO o processo deve retornar ao Passo 3.

O processo de determinação dos demais pontos da distribuição de possibilidade de \tilde{P}_{km} é análogo ao cálculo de P_{km1} .

Da mesma forma que no caso das variáveis de estado, a matriz Jacobiana também pode ser considerada constante e igual àquela obtida na última iteração do fluxo de potência determinístico. No entanto, os coeficientes de sensibilidade correspondentes não permanecem fixos durante o processo iterativo e podem apresentar oscilação de sinais, devido ao vetor $D_{P_{km}}$ ser recalculado a cada iteração.

Neste caso, também devem ser realizadas execuções do método BLFM para cada ponto das distribuições de possibilidade das variáveis de saída do problema. Para tanto, são executados 4 processos iterativos do método BLFM para os fluxos ativos e reativos, bem como para as perdas ativas e reativas nas linhas. O mesmo acontece para a geração de potência ativa da barra de referência e para as gerações de potência reativa da barra de referência e das barras PV .

O número total de execuções do método BLFM para a determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de saída (N_{VS}) é dado por:

$$N_{VS} = 16 \cdot nl + 4 \cdot N_{PV} + 8 \quad (4.121)$$

onde:

nl é o número de linhas do sistema.

4.3.3 Problemas Associados às Oscilações Numéricas

Nos casos em que o grau de não linearidade associado ao problema é significativo, ou seja, nas situações onde ocorrem problemas de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade, quando o método BLFM é empregado, os resultados obtidos para as distribuições de possibilidade das variáveis de estado e de saída podem tornar-se incoerentes. Isso acontece até mesmo se for adotada a técnica de solução proposta em [41] para lidar com as dificuldades relacionadas à oscilação numérica.

A incoerência apresentada nos resultados ocorre quando o valor mínimo da grandeza correspondente ao *corte- α* igual a 1 é menor do que o valor mínimo associado ao *corte- α* igual a zero, conforme está ilustrado no exemplo da Figura 4.5. Deve ser destacado que, nestes casos, os resultados não correspondem a uma distribuição de possibilidade propriamente dita, pois a condição de convexidade associada à definição de números fuzzy não é satisfeita.

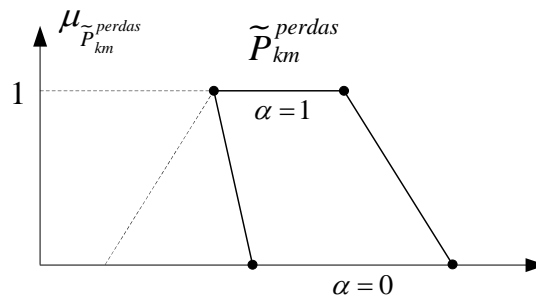


Figura 4.5: Resultado incoerente para as perdas ativas da linha $k-m$

Também é importante ressaltar que estes problemas ocorrem principalmente no cálculo das distribuições de possibilidade das perdas ativas e reativas nas linhas. Em [41] é destacado que, nos sistemas de potência, os problemas associados aos

casos de oscilação numérica se devem, geralmente, à presença da função cosseno nas equações. Portanto, ao analisar as equações das perdas, verifica-se que as mesmas são representadas apenas por essa função não linear.

Outro aspecto importante relacionado ao cálculo das perdas é que tais problemas de incoerência sempre ocorrem em algumas situações particulares. Por exemplo, seja a linha $k-m$, cujas perdas ativas apresentam resultados incoerentes, conforme a Figura 4.5. Ao verificar a distribuição de possibilidade do fluxo ativo da linha $k-m$, observa-se que esta variável sempre apresenta valores muito baixos ou valores reversos, ou seja, sua respectiva distribuição de possibilidade abrange tanto valores negativos quanto positivos, conforme Figura 4.6. No caso de fluxo ativo reverso, ainda se verifica que o problema não ocorre somente para as perdas ativas, mas também se reflete na distribuição de possibilidade das perdas reativas da linha $k-m$.

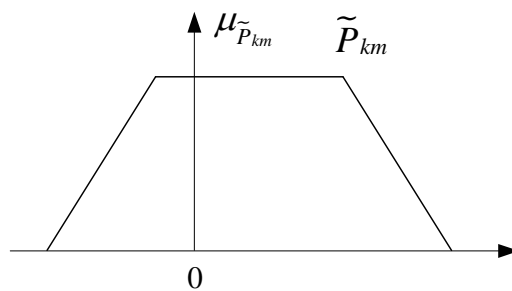


Figura 4.6: Fluxo ativo reverso da linha $k-m$

4.3.4 Nova Solução para os Casos de Oscilação Numérica

Com o intuito de contornar os problemas associados à metodologia BLF, no que se refere à solução adotada em [41] para lidar com a oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade, foi proposta uma nova técnica de solução, incorporada ao método BLFM.

O princípio básico associado a essa nova metodologia é o fato de permitir que, em um determinado momento do processo iterativo, os coeficientes de sensibilidade apresentem menos mudanças de sinal ou até mesmo deixem de apresentar oscilação. Para isso, foi aplicada a técnica descrita a seguir:

De maneira similar à metodologia anterior [41], a aplicação da nova metodologia de solução também pode ocorrer somente após algumas iterações iniciais. Assim, até a 3ª iteração, por exemplo, os coeficientes de sensibilidade associados a uma determinada grandeza de entrada apresentam alternância de sinal. A Figura 4.7 ilustra um exemplo fictício de uma injeção de potência ativa especificada em uma barra j , cuja oscilação de valores foi obtida pela análise dos respectivos sinais dos coeficientes de sensibilidade de uma variável de saída qualquer, por exemplo, em relação a essa injeção ativa. As linhas horizontais tracejadas representam os valores extremos dos intervalos definidos por cada *corte- α* , neste caso, representados pelos níveis de pertinência iguais a 0 ou 1. A linha pontilhada corresponde ao valor central dos respectivos intervalos.

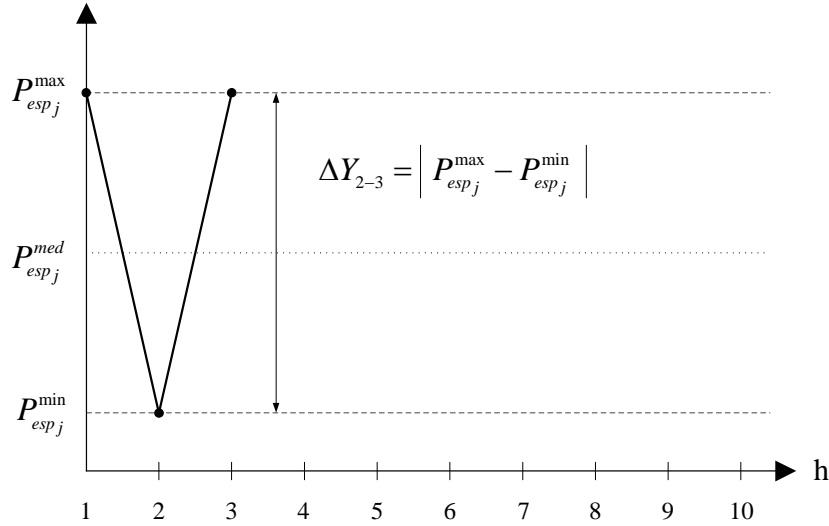


Figura 4.7: Variação da injeção ativa até a terceira iteração - BLFM

Conforme pode ser observado, essa variação de valores apresenta um tamanho de passo, obtido a partir de uma iteração h até a iteração subsequente $h + 1$, que é dado por:

$$\Delta Y_{1-2} = \Delta Y_{2-3} = |P_{esp_j}^{max} - P_{esp_j}^{min}| \quad (4.122)$$

onde:

ΔY_{1-2} é o tamanho do passo de variação de P_{esp_j} da 1ª para a 2ª iteração.

ΔY_{2-3} é o tamanho do passo de variação de P_{esp_j} da 2ª para a 3ª iteração.

Na 4^a iteração ocorre a aplicação da metodologia de solução proposta, conforme mostrado na Figura 4.8. Assim, o novo valor de tamanho de passo correspondente a P_{esp_j} será dado pela metade do tamanho do passo anterior, de acordo com a Equação (4.123). A direção do novo passo, por sua vez, é definida pelo sinal do coeficiente de sensibilidade associado. Também deve ser destacado que, até a 4^a iteração, as metodologias BLFM e BLF são equivalentes.

$$\Delta Y_{3-4} = \frac{\Delta Y_{2-3}}{2} \quad (4.123)$$

onde:

ΔY_{3-4} é o tamanho do passo de variação de P_{esp_j} da 3^a para a 4^a iteração.

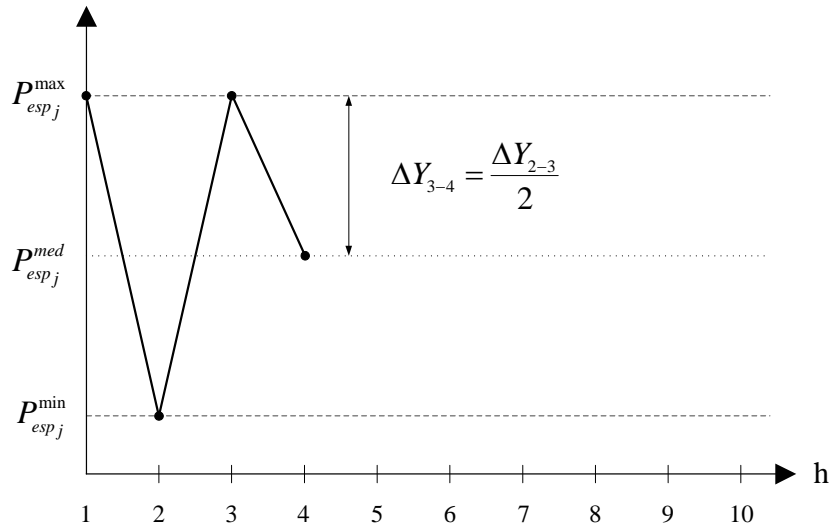


Figura 4.8: Variação da injeção ativa até a quarta iteração - BLFM

A partir da 5^a iteração, o acréscimo ou a diminuição do valor de P_{esp_j} , ou seja, a direção do novo passo, estará relacionada com o sinal do coeficiente de sensibilidade correspondente. Por exemplo, se a análise estiver sendo realizada para se determinar o valor mínimo de uma variável de saída, e se o sinal do coeficiente de sensibilidade associado for positivo, então o valor de P_{esp_j} sofrerá uma diminuição. Conseqüentemente, se o sinal for negativo, P_{esp_j} irá aumentar.

Por sua vez, o novo tamanho do passo para a 5^a iteração será calculado por:

$$\Delta Y_{4-5} = \frac{\Delta Y_{3-4}}{2} \quad (4.124)$$

onde:

ΔY_{4-5} é o tamanho do passo de variação de P_{esp_j} da 4ª para a 5ª iteração.

Conforme pode ser verificado no exemplo da Figura 4.9, o coeficiente de sensibilidade associado ainda apresentou mudança de sinal na 5ª iteração.

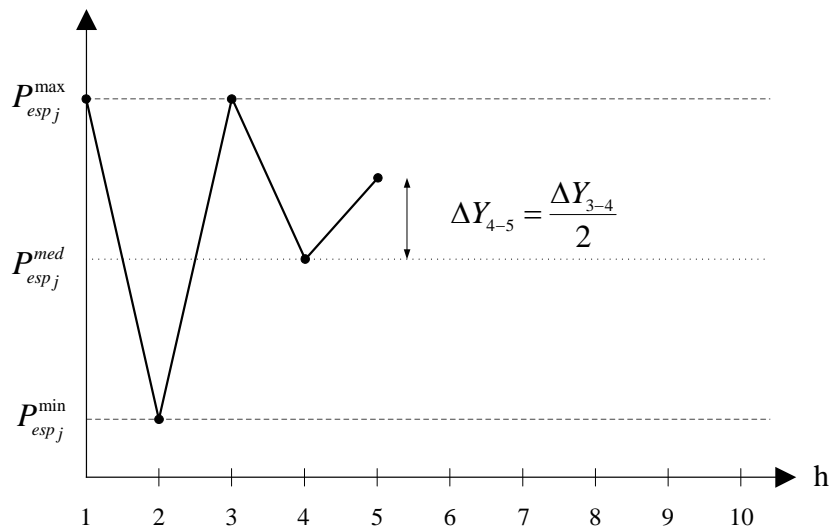


Figura 4.9: Variação da injeção ativa até a quinta iteração - BLFM

A Figura 4.10 apresenta a variação da injeção especificada de potência ativa correspondente, até a 6ª iteração. Da mesma forma que a iteração anterior, ocorreu uma nova mudança de sinal do coeficiente de sensibilidade e o novo tamanho de passo também foi dado pela metade do passo anterior.

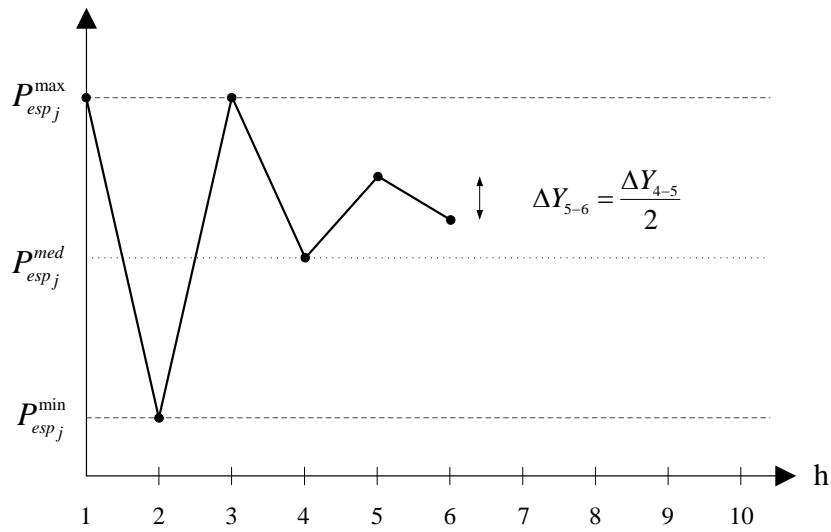


Figura 4.10: Variação da injeção ativa até a sexta iteração - BLMF

Portanto, o processo continua de forma análoga aos passos anteriores até que, a partir de uma determinada iteração, os sinais dos coeficientes de sensibilidade se estabilizam e a injeção ativa especificada tende a assumir um determinado valor, visto que os tamanhos de passo irão tender a um valor próximo de zero. A Figura 4.11 ilustra todos os passos associados ao exemplo em questão, no qual os sinais dos coeficientes de sensibilidade deixam de apresentar oscilação a partir da 7^a iteração.

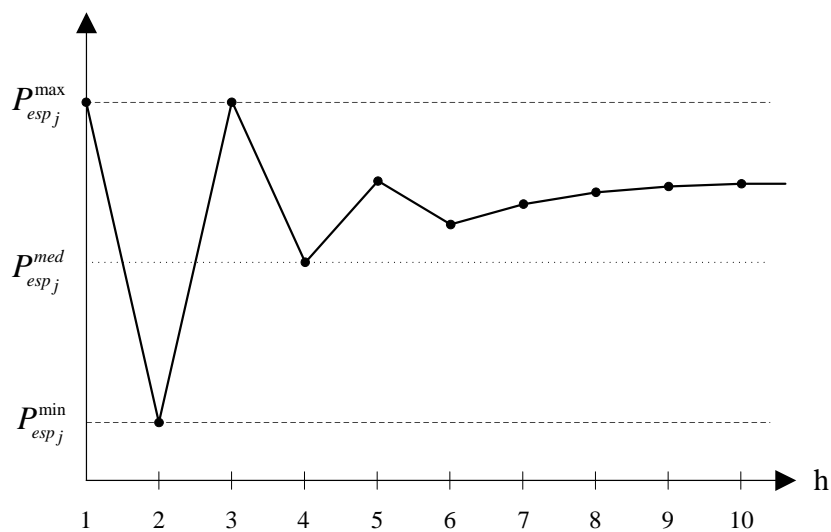


Figura 4.11: Variação da injeção ativa até o final do processo iterativo - BLMF

Assim, a equação geral correspondente ao cálculo dos tamanhos de passo das injeções especificadas de potência, a cada iteração, pode ser dada por:

$$\Delta Y_{(h)-(h+1)} = \frac{\Delta Y_{(h-1)-(h)}}{\beta} \quad (4.125)$$

onde:

Y corresponde à injeção especificada de potência ativa ou reativa.

h é o número da iteração correspondente.

β é o *fator de divisão*, cujo valor é igual a 2.

Finalmente, para fins de comparação com a metodologia de solução proposta, a Figura 4.12 apresenta o gráfico de P_{esp_j} , caso fosse empregada a técnica de solução adotada em [41], cujo valor seria fixado no ponto central do intervalo correspondente até o final da convergência.

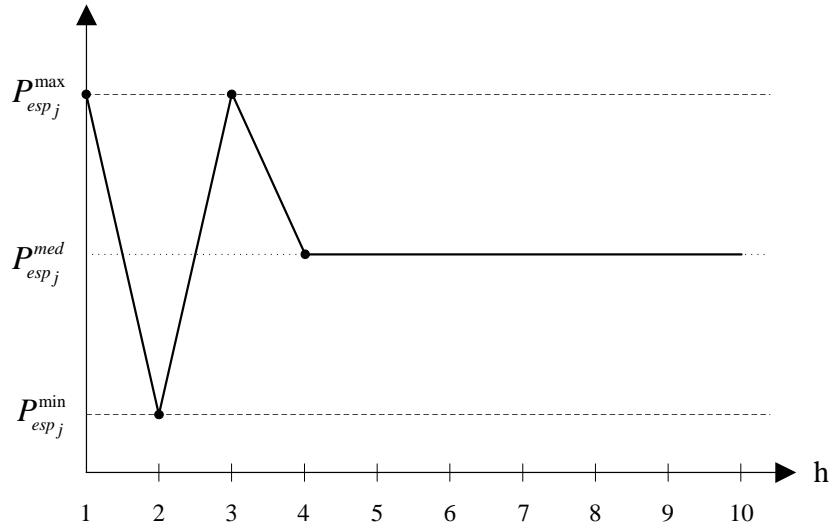


Figura 4.12: Variação da injeção ativa aplicando a metodologia BLF

Portanto, pode-se concluir que a técnica proposta é mais flexível do que a metodologia de solução apresentada em [41], permitindo que as injeções especificadas de potência possam assumir valores não somente em qualquer ponto intermediário dos intervalos correspondentes, mas também com possibilidade de assumir os próprios valores extremos dos intervalos.

4.3.5 Fluxogramas Simplificados

A Figura 4.13 apresenta o fluxograma simplificado do método BLFM para o cálculo da variável de estado V_{k1} da Figura 4.1. A Figura 4.14 ilustra o fluxograma correspondente à determinação da variável de saída P_{km1} da Figura 4.2.

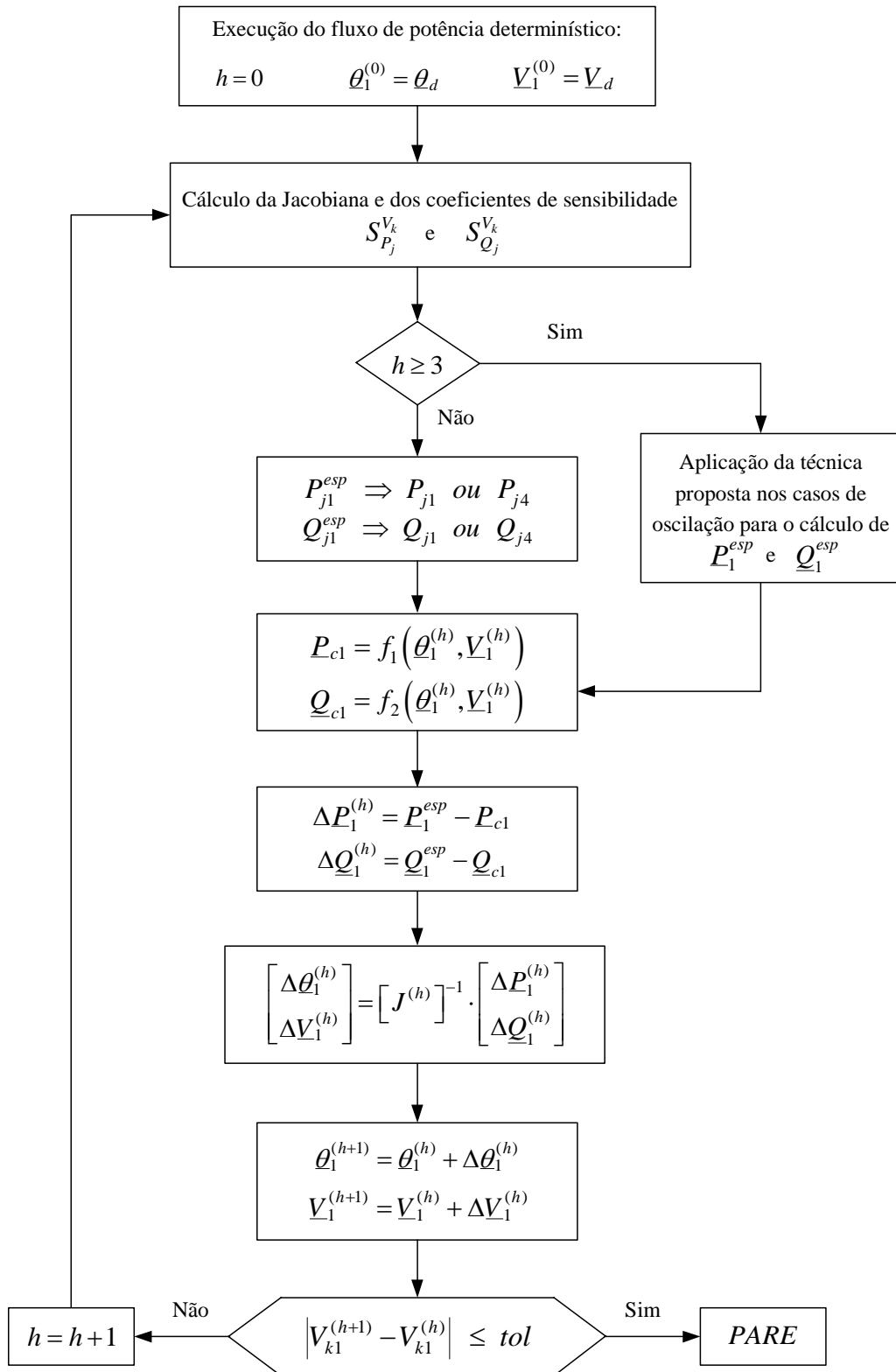


Figura 4.13: Fluxograma BLMF para as variáveis de estado

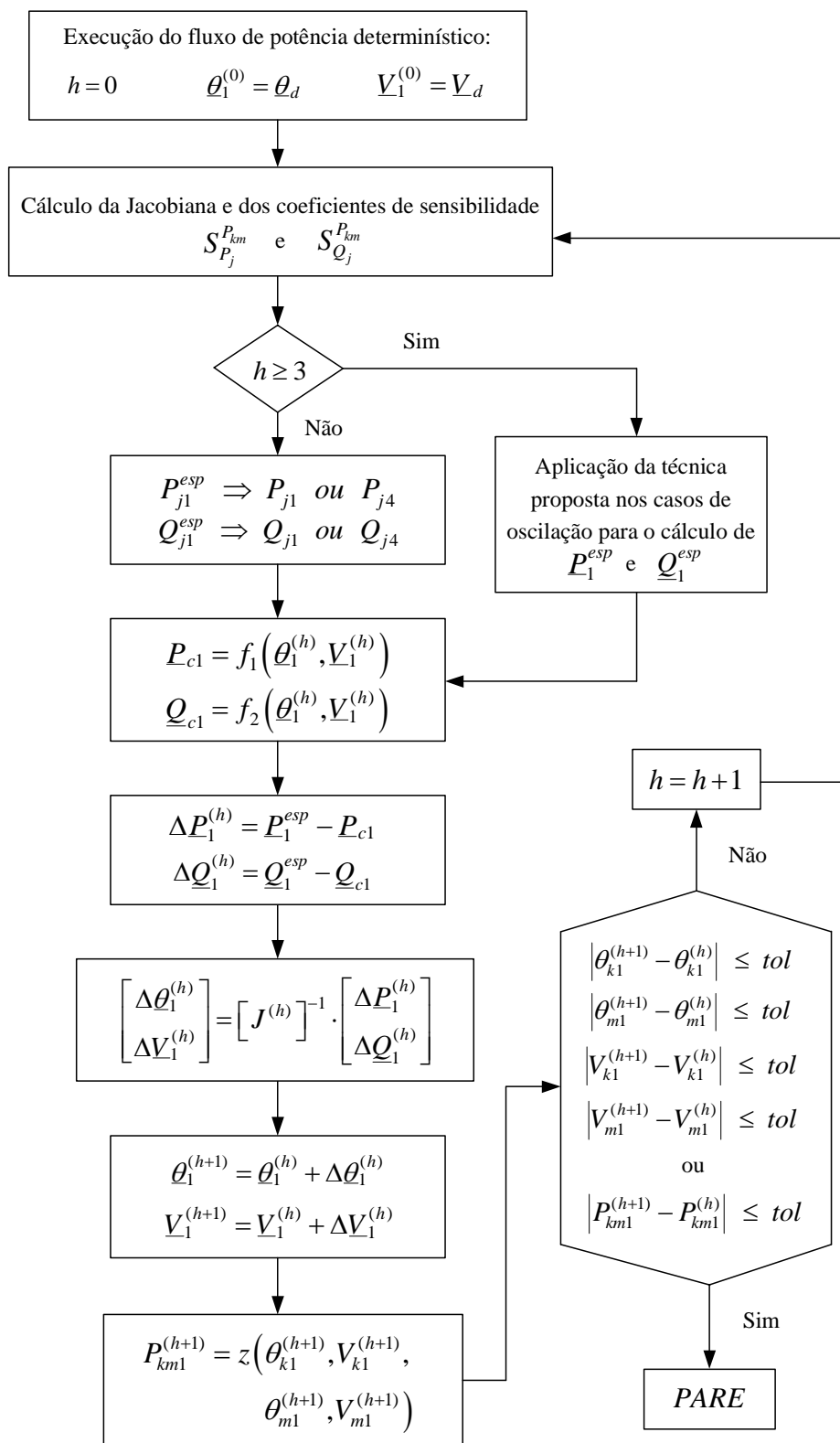


Figura 4.14: Fluxograma BLFM para as variáveis de saída

Capítulo 5

Resultados

5.1 Considerações Gerais

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos a partir das implementações realizadas utilizando o modelo clássico, a metodologia BLF, a metodologia discreta proposta, a metodologia BLFM proposta e as simulações tipo Monte Carlo.

Nos testes efetuados foram considerados os seguintes sistemas:

- i. O sistema de distribuição Oporto (Portugal) de 13 barras;
- ii. O sistema IEEE 14 barras;
- iii. O sistema IEEE 30 barras;
- iv. Um sistema de distribuição da CEMIG de 37 barras;
- v. O sistema IEEE 57 barras;
- vi. O sistema IEEE 118 barras;
- vii. O sistema IEEE 300 barras.

Para a obtenção da convergência global da solução dos sistemas testes considerados, na análise determinística do fluxo de potência, foram admitidos que os resíduos máximos correspondentes às equações de injeção de potência ativa e reativa devem ser menores que a tolerância de 10^{-5} p.u.. A base de potência do

sistema Oporto é de 500 MVA, e para os demais sistemas é de 100 VA. A frequência considerada é de 60 Hz.

A tolerância de convergência associada aos métodos BLFM e BLF, no que diz respeito aos incrementos de ângulos e módulos de tensão, foi admitida igual a 10^{-5} p.u.. Por outro lado, a tolerância aplicada ao critério de convergência adicional, referente ao cálculo das variáveis de saída do método BLFM, foi considerada igual a 10^{-4} p.u..

Os resultados obtidos pelas metodologias discreta e BLFM foram comparados com aqueles encontrados pelo modelo clássico, pela metodologia BLF e pelas simulações tipo Monte Carlo.

Na implementação de todas as rotinas de solução, foi utilizado o aplicativo MATLAB® como ferramenta computacional.

5.2 Dados dos Sistemas Testes

Nesta seção, são apresentados os dados correspondentes às cargas e gerações dos sistemas testes empregados neste trabalho, os quais foram modelados por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal. Os parâmetros das linhas foram representados por valores *crisp*, assim como os valores iniciais dos ângulos e módulos de tensão.

No apêndice C, estão apresentados os dados de barra e de linha dos sistemas testes Oporto e CEMIG. Os dados referentes aos sistemas testes do IEEE podem ser encontrados em [61].

5.2.1 Sistema Oporto - 13 barras

As Tabelas 5.1 a 5.3 apresentam as distribuições de possibilidade (DP) correspondentes à geração ativa, bem como às cargas ativas e reativas do sistema Oporto, respectivamente, as quais são representadas pelos quatro valores que compõem a função de pertinência do tipo trapezoidal.

Tabela 5.1: DP da geração ativa (MW) - Oporto

Barra	P_{G1}	P_{G2}	P_{G3}	P_{G4}
4	196	198	202	204

Tabela 5.2: DP das cargas ativas (MW) - Oporto

Barra	P_{L1}	P_{L2}	P_{L3}	P_{L4}
3	202	207	214	219
4	66	67	69	70
5	10	12	16	18
7	44	45	47	48
8	49	50	52	53
9	34	35	37	38
10	24,5	25,5	27,5	28,5
11	54	55	57	58
12	35	36	38	39
13	26,5	27	28	28,5

Tabela 5.3: DP das cargas reativas (MVar) - Oporto

Barra	Q_{L1}	Q_{L2}	Q_{L3}	Q_{L4}
3	-11,5	-1,5	12	22
4	39,6	40,2	41,4	42
5	-53,25	-50,3	-39,85	-36,9
7	17,6	18	18,8	19,2
8	17,15	17,5	18,2	18,55
9	15,3	15,75	16,65	17,1
10	12,25	12,75	13,75	14,25
11	18,9	19,25	19,95	20,3
12	14	14,4	15,2	15,6
13	11,9	12,15	12,6	12,85

5.2.2 Demais Sistemas Testes

Para o sistema de distribuição da CEMIG e demais sistemas testes do IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras, foi considerado um procedimento geral para a determinação das distribuições de possibilidade dos dados de entrada. Assim, foi admitido que os valores das cargas e gerações, correspondentes aos dados de barra de tais sistemas, são os valores médios de suas respectivas distribuições de possibilidade. Também foi

adotado que os graus de incerteza associados a essas grandezas de entrada são de 5 % e 10 % para os níveis de pertinência iguais a 1 e 0, respectivamente. Em termos práticos, é bastante razoável considerar níveis de incertezas até 10 %.

Dessa forma, a distribuição de possibilidade do tipo trapezoidal para cada carga ou geração pode, então, ser representada por:

$$Z = [0, 90 \cdot z_m \quad 0, 95 \cdot z_m \quad 1, 05 \cdot z_m \quad 1, 10 \cdot z_m] \quad (5.1)$$

onde:

Z é a carga ativa (ou reativa) ou geração ativa;

z_m é o respectivo valor médio.

Cabe destacar que, a amplitude das incertezas dos dados de entrada também pode ser definida pelo usuário.

5.2.3 Sistema IEEE 300 barras

As incertezas associadas às cargas e gerações do sistema IEEE 300 barras também foram definidas pela Equação (5.1). No entanto, neste caso, foi admitido que tais incertezas não estão presentes em todas as grandezas de entrada do problema, ao contrário dos sistemas anteriores.

Deve ser destacado que os problemas decorrentes da incorporação de incertezas no problema de fluxo de potência, tornam-se ainda mais evidentes com o aumento do sistema e, principalmente, dos níveis de incertezas associados aos dados de entrada.

De acordo com [40], o sistema IEEE 300 barras não apresenta soluções factíveis, quando todas as cargas e gerações são representadas por incertezas da ordem de 10 %. Nestas situações, seria mais viável analisar o impacto da incorporação de incertezas apenas em uma parte do sistema.

Portanto, foi adotado neste trabalho, que apenas 10 % do total de barras deste sistema são representadas por incertezas, ou seja, 30 barras. Além disso, a escolha dessas barras foi realizada de forma aleatória, considerando ainda que as mesmas estivessem bem distribuídas pelo sistema. Dessa forma, foi obtido um total de 57 incertezas, entre cargas ativas e reativas, e gerações ativas.

O Apêndice C apresenta alguns dados de barra do sistema IEEE 300 barras, cujas cargas e gerações foram representadas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal.

5.3 Simulações tipo Monte Carlo

Com o intuito de verificar a qualidade dos resultados obtidos pelo modelo proposto e demais metodologias apresentadas neste trabalho, foi empregada uma técnica de simulação baseada em Monte Carlo, visto que a mesma representa a solução mais próxima da solução verdadeira do problema.

O método Monte Carlo, que é uma técnica baseada em sorteios aleatórios com probabilidade uniforme ou não, é mais comumente aplicado na determinação da estimativa do *valor esperado* de uma determinada grandeza. Nessa análise, a incerteza resultante das estimativas é determinada pela variância do estimador e é inversamente proporcional ao número de sorteios realizados. O critério de convergência do método é baseado em um *coeficiente de variação*, que deve ser menor que uma tolerância pré-estabelecida.

No entanto, o método Monte Carlo também tem sido aplicado em estudos de fluxo de potência, na determinação dos valores mínimos e máximos das variáveis envolvidas no problema, os quais são representados por intervalos. Dessa forma, são executados diversos casos de fluxo de potência determinístico, cujas entradas são geradas por sorteios aleatórios com probabilidade uniforme. Como critério de convergência é fixado um número máximo de execuções do problema. Consequentemente, os resultados irão depender do número de casos testados.

Na literatura podem ser encontrados muitos trabalhos [32, 33, 36, 40, 46] que empregam o método Monte Carlo no problema de fluxo de potência, quando são consideradas as incertezas nos dados de entrada.

No método tipo Monte Carlo considerado neste trabalho, todas as cargas e gerações, que são representadas por números fuzzy, têm os seus valores extremos e intermediários combinados entre si, de tal forma que, para cada combinação é

executado um problema de fluxo de potência determinístico. Destaca-se também que cada combinação é obtida a partir de sorteios aleatórios com probabilidade uniforme. Dessa forma, após a simulação dos diversos casos de fluxo de potência, é possível obter os valores mínimos e máximos alcançados por todas as variáveis que fazem parte do problema.

Os valores extremos considerados para as cargas e gerações, as quais são modeladas por distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal, são aqueles correspondentes aos níveis de pertinência iguais a 0 e 1, ou em termos de *cortes- α* , admitindo-se $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$. Portanto, a análise é realizada para cada um desses níveis de pertinência, de maneira independente. Como consequência, os resultados obtidos individualmente, por cada nível de pertinência, são agrupados para assumir a forma de uma distribuição de possibilidade do tipo trapezoidal. Adicionalmente, podem ser considerados outros níveis de pertinência na faixa $[0, 1]$, no entanto, isto demandaria um custo computacional global ainda mais elevado.

A seguir é apresentado o procedimento considerado neste trabalho para a escolha das combinações de cada carga e geração, para o nível de pertinência igual a 0. A análise referente a $\alpha = 1$ é análoga.

Seja a Figura 5.1, que ilustra a carga ativa na barra k . Inicialmente é realizado um sorteio para determinar um valor intermediário P_{Lkm} , pertencente ao intervalo formado pelos valores extremos P_{Lk1} e P_{Lk4} . Em seguida, efetua-se um outro sorteio para escolher o valor extremo P_{Lk}^{lim} , que é dado por P_{Lk1} ou P_{Lk4} . De posse desses valores, é realizado um último sorteio entre P_{Lk}^{lim} e P_{Lkm} , para determinar o valor final da carga P_{Lk} a ser considerada na simulação determinística do fluxo de potência.

Deve ser ressaltado que, este procedimento teve como objetivo garantir que os valores extremos da carga P_{Lk} participassem do sorteio com probabilidade equivalente aos valores intermediários correspondentes.

Destaca-se também que, durante o processo de sorteio do valor de P_{Lkm} , não foram considerados os graus de pertinência associados aos valores intermediários pertencentes ao intervalo em questão. Em todos os sorteios realizados, admitiu-se uma probabilidade uniforme de ocorrência.

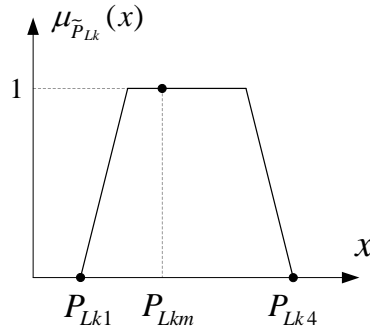


Figura 5.1: Distribuição de possibilidade da carga ativa na barra k

Outro aspecto importante diz respeito ao número de simulações realizadas pelo método Monte Carlo. Em [40, 46], o total de simulações realizadas por sistema teste analisado foi de 20.000. Na referência [32] considerou-se um total de 12.500 simulações para cada *corte- α* das distribuições de possibilidade trapezoidais correspondentes, perfazendo um total de 87.500 simulações.

Assim, tendo em vista que os resultados alcançados pelas simulações tipo Monte Carlo tendem a se aproximar da solução verdadeira do problema, com o aumento do número de casos testados, o número de simulações consideradas neste trabalho foi amplamente estendido em relação a outros trabalhos publicados na literatura.

O critério adotado para a escolha do número total de simulações considerou o número de cargas e gerações representadas por incertezas, bem como a evolução dos valores extremos obtidos ao longo do processo de simulação. A Tabela 5.4 apresenta o número total de simulações realizadas por *corte- α* para os sistemas testes em estudo, bem como o tempo computacional total correspondente.

Conforme mencionado anteriormente, a evolução dos valores extremos obtidos pelas variáveis do problema foi um critério de parada admitido no trabalho para as simulações tipo Monte Carlo. Para ilustrar esse fato, as Figuras 5.2 e 5.3 apresentam a evolução dos valores máximos do fluxo ativo na linha 2-3 e do fluxo reativo da linha 12-13, respectivamente, do sistema IEEE 57 barras. A Figura 5.4 ilustra a evolução do valor mínimo do módulo de tensão na barra 118 e a Figura 5.5 mostra a valor máximo de geração reativa correspondente à barra 77, ambas do sistema IEEE 118 barras. Todos estes valores apresentados se referem ao *corte- α* igual a 0.

Tabela 5.4: Número total de simulações tipo Monte Carlo

Sistema	Nº de incertezas	Faixa de incerteza	Nº de simulações por corte- α	Total de simulações	Tempo total (horas)
Oporto 13	21	$\alpha = 0$ $\alpha = 1$	10.000.000 10.000.000	20.000.000	54,6
IEEE 14	23	$\alpha = 0$ $\alpha = 1$	10.000.000 10.000.000	20.000.000	73,4
IEEE 30	43	$\alpha = 0$ $\alpha = 1$	15.000.000 15.000.000	30.000.000	187,0
CEMIG 37	72	$\alpha = 0$ $\alpha = 1$	15.000.000 15.000.000	30.000.000	195,0
IEEE 57	87	$\alpha = 0$ $\alpha = 1$	20.000.000 20.000.000	40.000.000	608,4
IEEE 118	213	$\alpha = 0$ $\alpha = 1$	40.000.000 40.000.000	80.000.000	947,0
IEEE 300	57	$\alpha = 0$ $\alpha = 1$	15.000.000 15.000.000	30.000.000	1260,0

Portanto, de acordo com as simulações tipo Monte Carlo realizadas, verificou-se que os valores extremos de todas as variáveis de estado e de saída do problema de fluxo de potência tenderam a se estabilizar, com o aumento do número de simulações. Conforme ilustrado nos exemplos das Figuras 5.2 a 5.5, as variáveis não sofreram novas atualizações de valores mesmo após a execução de milhões de simulações adicionais.

Deve ser ressaltado também que, não haveria a necessidade de realizar o total de simulações apresentado na Tabela 5.4. Na realidade, o método tipo Monte Carlo empregado neste trabalho tratou-se de um processo de cálculo exaustivo para garantir a estabilização dos valores alcançados pelas variáveis do problema.

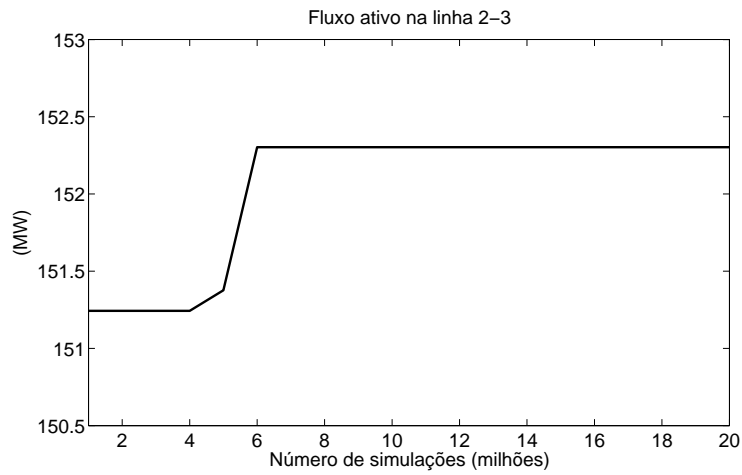


Figura 5.2: Evolução do valor máximo do fluxo ativo na linha 2-3 - IEEE 57

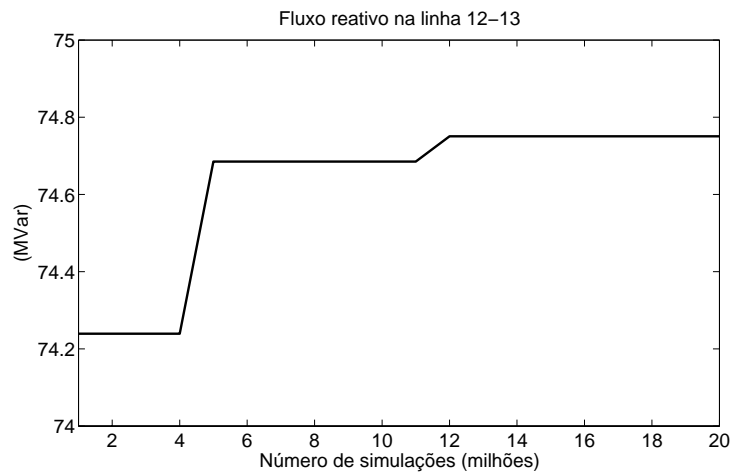


Figura 5.3: Evolução do valor máximo do fluxo reativo na linha 12-13 - IEEE 57

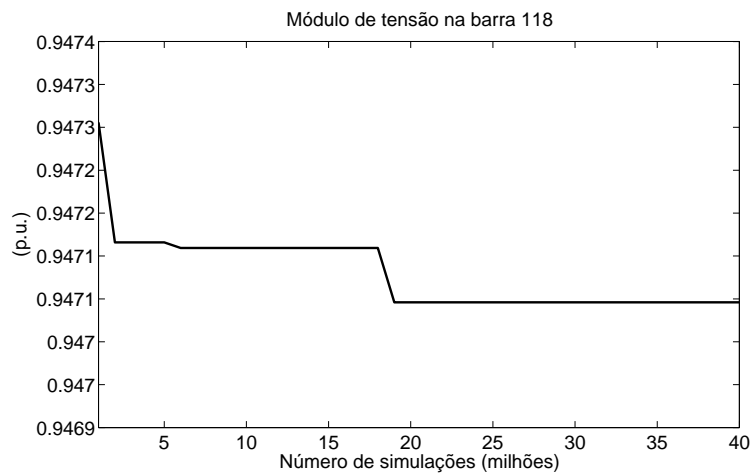


Figura 5.4: Evolução do valor mínimo do módulo de tensão na barra 118 - IEEE

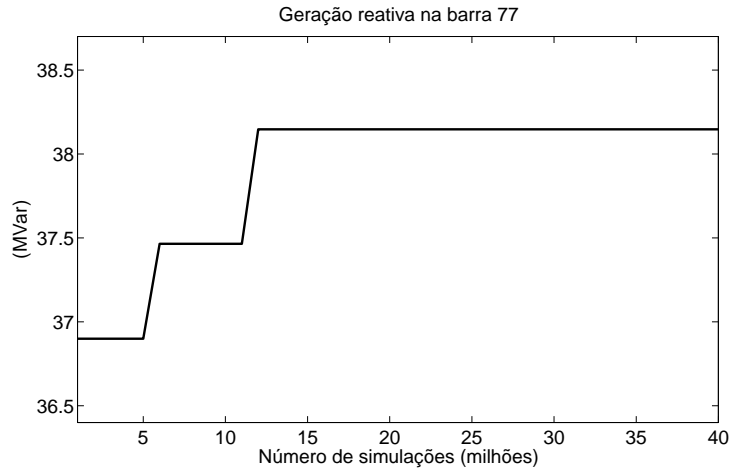


Figura 5.5: Evolução do valor máximo da geração reativa da barra 77 - IEEE 118

5.4 Metodologia Proposta

A seguir, são apresentados os resultados obtidos para todos os sistemas testes analisados, aplicando-se a metodologia discreta e a metodologia BLFM, na determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de estado e de saída do problema de fluxo de potência. Para efeito de comparação, também são apresentados os resultados obtidos pelo modelo clássico, pela metodologia BLF e pelas simulações tipo Monte Carlo, assim como os erros mínimos e máximos correspondentes. Cabe destacar que, neste trabalho, são apresentados apenas os resultados com os erros mais significativos.

No que diz respeito ao cálculo dos erros associados ao problema, algumas considerações foram realizadas. Como regra geral, foi adotado o método do *erro relativo*, dado pela seguinte expressão:

$$E_{rel}(\%) = \frac{|X_{MC} - X_{met}|}{X_{MC}} \cdot 100\% \quad (5.2)$$

onde:

E_{rel} é o erro relativo em %.

X_{MC} é valor da variável de estado ou de saída obtida nas simulações tipo Monte Carlo, que é o método de referência considerado neste trabalho.

X_{met} corresponde ao valor da variável de estado ou de saída determinada pela metodologia em análise.

Em várias situações, os resultados apresentaram valores muito baixos, compreendidos no intervalo $[-1 \ 1]$, principalmente na determinação das perdas nas linhas. Conseqüentemente, os valores dos erros relativos tendem a ser muito elevados, devido à ordem decimal dos resultados. Dessa forma, foi considerado o método do *erro absoluto*, aplicado somente a estes casos, cuja expressão é dada por:

$$E_{abs}(\%) = |X_{MC} - X_{met}| \cdot 100\% \quad (5.3)$$

onde:

E_{abs} é o erro absoluto em %.

No que se refere às distribuições de possibilidade das variáveis de estado do problema, os resultados obtidos pela metodologia discreta foram idênticos aos resultados encontrados pelo modelo clássico, de acordo com os motivos apresentados anteriormente no item 4.2.3.

A metodologia BLF implementada neste trabalho corresponde àquela apresentada em [41], porém aplicada à abordagem fuzzy, onde são determinados os valores extremos dos intervalos associados às distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal, definidos por $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$.

Cabe ressaltar também que a metodologia discreta corresponde à primeira linearização dos métodos BLF e BLFM. Assim, dependendo do sistema em estudo e do nível de incertezas considerado, os resultados da metodologia discreta podem ser muito próximos ou bastante divergentes em relação a tais formulações.

Outro ponto importante a destacar é que as metodologias BLFM e BLF não se diferem apenas pelo critério de solução adotado para os casos de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade. Os critérios de convergência da metodologia BLFM levam em conta apenas as variáveis envolvidas diretamente no cálculo dos valores extremos em questão, o que pode implicar, em muitos casos, em um número menor de iterações.

Ressalta-se também que a matriz Jacobiana associada aos métodos BLFM e BLF pode ser mantida constante ou ser atualizada a cada iteração, conforme mencionado anteriormente no item 4.3. Assim, os resultados apresentados neste trabalho para os sistemas Oporto, CEMIG, e IEEE 14, 30 e 57 barras se referem àqueles obtidos com o emprego da matriz Jacobiana constante. Para os sistemas IEEE 118 e 300 barras são apresentados os resultados correspondentes à Jacobiana variável.

5.4.1 Tolerância de Oscilação

Ainda no que diz respeito ao novo critério de solução aplicado às situações de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade, algumas observações devem ser destacadas. A *tolerância de oscilação*, ou seja, o número da iteração a partir da qual esta técnica é aplicada ao processo iterativo correspondente ao método BLFM, tem implicação direta nos resultados do problema, principalmente no que se refere ao número de iterações realizadas.

Neste trabalho, foi admitido um valor fixo para a tolerância de oscilação correspondente ao método BLFM. Assim, considerou-se uma tolerância de oscilação de valor igual a 3, ou seja, a técnica proposta foi aplicada a partir da 3^a iteração, na determinação das distribuições de possibilidade de todas as variáveis do problema, cujos coeficientes de sensibilidade associados apresentaram oscilação de sinais.

Deve ser destacado ainda que, com o intuito de reduzir o número total de iterações, poderia ser admitido um valor de tolerância de oscilação, para cada grandeza de estado e de saída do problema, de cada sistema teste em estudo.

5.4.2 Sistema Oporto - 13 barras

De acordo com as Tabelas 5.5 a 5.12, os resultados obtidos para as distribuições de possibilidade dos módulos e ângulos de tensão, fluxos ativos e reativos, bem como das gerações nas barras, empregando-se todos os métodos testados neste trabalho, apresentaram erros muito baixos em relação às simulações tipo Monte Carlo.

No que diz respeito à determinação das perdas ativas do sistema Oporto, alguns pontos devem ser destacados. Em algumas situações, como por exemplo

na linha 2-4, a metodologia discreta apresentou resultados bastante satisfatórios. As metodologias BLF e BLFM, por sua vez, apresentaram resultados idênticos às simulações tipo Monte Carlo. O mesmo não aconteceu para o modelo clássico, onde o erro correspondente ao valor mínimo das perdas ativas na linha 2-4, no nível de pertinência igual a 0, atingiu 41,1%. De maneira geral, os resultados do modelo clássico para as perdas ativas divergiram bastante daqueles encontrados pelas simulações tipo Monte Carlo.

Os resultados para as linhas 10-13 e 7-13 apresentaram valores negativos para as perdas ativas mínimas, no nível de pertinência igual a 0, quando é utilizado o modelo clássico. Portanto, foi empregado o método corretivo proposto em [12] para o cálculo das perdas nesta situação. Conforme pode ser observado na Tabela 5.9, os valores mínimos obtidos pelo modelo clássico para as perdas ativas nas linhas 10-13 e 7-13 também diferem bastante dos resultados encontrados pelas simulações tipo Monte Carlo.

No que se refere aos resultados obtidos para a linha 7-13, as metodologias discreta, BLF e BLFM apresentaram erros muito baixos, exceto para a linha 10-13. O cálculo do valor mínimo das perdas ativas em questão, nos níveis de pertinência iguais a 0 e 1, é um caso típico de ocorrência de problemas associados à oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade, tendo em vista o baixo valor de fluxo ativo obtido para essa linha.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 5.9, pode-se observar que a metodologia BLFM obteve um desempenho superior em relação às demais metodologias, apresentando os menores erros para os pontos P_{km1}^{perdas} e P_{km2}^{perdas} da distribuição de possibilidade correspondente.

Neste caso, o resultado obtido pela metodologia discreta representa apenas a primeira linearização dos métodos BLF e BLFM. A solução adotada pelo método BLF para contornar os problemas de oscilação numérica foi fixar os valores das grandezas de entrada, associadas a esses coeficientes de sensibilidade, nos seus respectivos valores médios após 3 iterações. Por outro lado, a metodologia BLFM adota um critério que permite as grandezas de entrada do problema

assumirem quaisquer valores intermediários, além dos próprios valores extremos dos intervalos definidos por suas respectivas distribuições de possibilidade, mesmo após a ocorrência de oscilações. De acordo com os resultados apresentados para os casos de oscilação numérica, verifica-se que a metodologia BLFM se aproxima mais dos resultados alcançados pelas simulações tipo Monte Carlo.

No que se refere ao cálculo das perdas reativas, o modelo clássico também apresentou os piores resultados em relação às demais metodologias. No caso da linha 10-13, o mesmo raciocínio é válido em relação às perdas ativas, onde ocorreram problemas de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade. Da mesma forma, pode ser observado que os resultados obtidos pela metodologia BLFM são aqueles mais próximos das simulações tipo Monte Carlo. O erro máximo de 22,8% alcançado pela metodologia BLFM se deve à ordem decimal do valor mínimo das perdas reativas na linha 10-13, em $\alpha = 0$.

As Figuras 5.6 e 5.7 ilustram a variação da injeção de potência reativa especificada das barras 8 e 11, durante o processo de convergência do valor mínimo das perdas reativas na linha 10-13, em $\alpha = 0$, utilizando-se o método BLFM. Ressalta-se ainda que, foi considerada uma *tolerância de oscilação* igual a 3, ou seja, o método que soluciona os casos de oscilação numérica é aplicado ao processo iterativo a partir da 3ª mudança de sinal dos coeficientes de sensibilidade. Neste caso, observa-se que o processo convergiu antes das injeções de potência se estabilizarem.

A Tabela 5.13 apresenta o número de iterações associado às metodologias BLF e BLFM, para algumas variáveis de estado e de saída do sistema Oporto. De modo geral, os módulos e ângulos de tensão, assim como as gerações reativas, convergiram em até 3 iterações. No caso dos fluxos ativos e reativos, o processo iterativo variou de 2 a 4 iterações. A geração ativa da barra 1, por sua vez, convergiu em até 5 iterações. Por outro lado, no cálculo das perdas ativas e reativas, quando ocorrem oscilações de sinal dos coeficientes de sensibilidade, o número de iterações tende a ser maior. No caso da linha 10-13, as perdas ativas e reativas atingiram 6 iterações aplicando as metodologias BLF e BLFM. Ressalta-se também que, nos casos onde não houveram problemas de oscilação numérica, o número de iterações associado à metodologia BLFM foi menor em comparação à metodologia BLF.

Tabela 5.5: DP dos módulos de tensão (p.u.) - Oporto

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
3	Clássico	1,0258	1,0288	1,0335	1,0365	0	0,010
	Discreta	1,0258	1,0288	1,0335	1,0365	0	0,010
	BLF	1,0257	1,0288	1,0335	1,0364	0	0
	BLFM	1,0257	1,0288	1,0335	1,0364	0	0
	Monte Carlo	1,0257	1,0288	1,0335	1,0364	-	-
6	Clássico	0,98472	0,98864	0,99624	1,0002	0,002	0,010
	Discreta	0,98472	0,98864	0,99624	1,0002	0,002	0,010
	BLF	0,98463	0,98862	0,99622	1,0001	0	0
	BLFM	0,98463	0,98862	0,99622	1,0001	0	0
	Monte Carlo	0,98463	0,98862	0,99622	1,0001	-	-
11	Clássico	0,9807	0,98462	0,99262	0,99655	0,002	0,010
	Discreta	0,9807	0,98462	0,99262	0,99655	0,002	0,010
	BLF	0,9806	0,9846	0,9926	0,99646	0	0
	BLFM	0,9806	0,9846	0,9926	0,99646	0	0
	Monte Carlo	0,9806	0,9846	0,9926	0,99646	-	-

Tabela 5.6: DP dos ângulos de tensão (graus) - Oporto

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
5	Clássico	-4,8547	-4,6053	-4,1259	-3,8765	0,005	0,037
	Discreta	-4,8547	-4,6053	-4,1259	-3,8765	0,005	0,037
	BLF	-4,8564	-4,6056	-4,1262	-3,878	0,002	0,005
	BLFM	-4,8564	-4,6056	-4,1262	-3,878	0,002	0,005
	Monte Carlo	-4,8565	-4,6057	-4,1261	-3,8778	-	-
7	Clássico	-9,0814	-8,7569	-8,137	-7,8125	0,016	0,072
	Discreta	-9,0814	-8,7569	-8,137	-7,8125	0,016	0,072
	BLF	-9,0873	-8,7584	-8,1383	-7,8181	0	0
	BLFM	-9,0873	-8,7584	-8,1383	-7,8181	0	0
	Monte Carlo	-9,0873	-8,7584	-8,1383	-7,8181	-	-
12	Clássico	-9,1347	-8,8083	-8,1843	-7,8578	0,015	0,067
	Discreta	-9,1347	-8,8083	-8,1843	-7,8578	0,015	0,067
	BLF	-9,1403	-8,8096	-8,1855	-7,8631	0	0
	BLFM	-9,1403	-8,8096	-8,1855	-7,8631	0	0
	Monte Carlo	-9,1403	-8,8096	-8,1855	-7,8631	-	-

Tabela 5.7: DP dos fluxos ativos (MW) - Oporto

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2-4	Clássico	22,977	30,439	45,046	52,507	0,018	0,148
	Discreta	22,981	30,439	45,047	52,51	0,016	0,130
	BLF	23,011	30,445	45,054	52,542	0	0
	BLFM	23,011	30,446	45,054	52,542	0	0,003
	Monte Carlo	23,011	30,445	45,054	52,542	-	-
6-8	Clássico	64,362	66,587	70,976	73,201	0	0,004
	Discreta	64,354	66,583	70,972	73,194	0,006	0,014
	BLF	64,362	66,587	70,977	73,204	0	0
	BLFM	64,362	66,587	70,977	73,204	0	0
	Monte Carlo	64,362	66,587	70,977	73,204	-	-
10-13	Clássico	2,7383	7,79	17,591	22,643	0	0,077
	Discreta	2,7519	7,7894	17,59	22,656	0,008	0,420
	BLF	2,7531	7,7934	17,593	22,649	0	0,463
	BLFM	2,7531	7,7902	17,593	22,649	0	0,463
	Monte Carlo	2,7404	7,79	17,593	22,649	-	-
7-13	Clássico	5,0382	10,006	19,639	24,607	0	0,026
	Discreta	5,0364	10,009	19,643	24,606	0,010	0,062
	BLF	5,0395	10,006	19,641	24,598	0	0,057
	BLFM	5,0395	10,006	19,641	24,598	0	0,057
	Monte Carlo	5,0395	10,006	19,641	24,612	-	-

Tabela 5.8: DP dos fluxos reativos (MVar) - Oporto

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2-4	Clássico	-3,391	-3,0797	-2,4704	-2,1592	0,146	0,827
	Discreta	-3,3797	-3,077	-2,4677	-2,148	0,233	1,341
	BLF	-3,4094	-3,0842	-2,4748	-2,1772	0	0
	BLFM	-3,4094	-3,0842	-2,4748	-2,1772	0	0
	Monte Carlo	-3,4094	-3,0842	-2,4748	-2,1772	-	-
9-10	Clássico	-10,834	-9,6967	-7,4233	-6,2866	0,000	0,013
	Discreta	-10,832	-9,6971	-7,4237	-6,2845	0,003	0,021
	BLF	-10,834	-9,6968	-7,423	-6,2858	0	0
	BLFM	-10,834	-9,6968	-7,423	-6,2858	0	0
	Monte Carlo	-10,834	-9,6968	-7,423	-6,2858	-	-
7-12	Clássico	14,041	14,444	15,25	15,653	0	0
	Discreta	14,041	14,444	15,25	15,652	0	0,006
	BLF	14,05	14,444	15,25	15,653	0	0,064
	BLFM	14,05	14,444	15,25	15,653	0	0,064
	Monte Carlo	14,041	14,444	15,25	15,653	-	-
1-2	Clássico	-2,7312	-2,5661	-2,2428	-2,0776	0,376	1,898
	Discreta	-2,703	-2,5592	-2,2359	-2,0494	0,106	0,515
	BLF	-2,6921	-2,5565	-2,2333	-2,0389	0	0
	BLFM	-2,6921	-2,5565	-2,2333	-2,0389	0	0
	Monte Carlo	-2,6921	-2,5565	-2,2333	-2,0389	-	-

Tabela 5.9: DP das perdas ativas (kW) - Oporto

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2-4	Clássico	4,0983	11,456	25,86	33,217	2,650	41,128
	Discreta	6,9417	12,151	26,556	36,061	0,030	0,283
	BLF	6,9614	12,157	26,564	36,107	0	0
	BLFM	6,9614	12,157	26,564	36,107	0	0
	Monte Carlo	6,9614	12,157	26,564	36,107	–	–
9-10	Clássico	9,737	12,926	19,178	22,367	0,781	6,582
	Discreta	10,361	13,079	19,331	22,991	0,004	0,595
	BLF	10,358	13,077	19,329	22,99	0	0,624
	BLFM	10,358	13,077	19,329	22,99	0	0,624
	Monte Carlo	10,423	13,11	19,329	22,99	–	–
10-13	Clássico	0,001742	1,018	9,2672	13,501	9,799	47,344
	Discreta	0,87188	2,0224	10,271	17,593	0,029	61,269
	BLF	0,46274	2,1601	10,274	17,583	0	20,355
	BLFM	0,33899	1,9834	10,274	17,583	0	7,980
	Monte Carlo	0,25919	1,9333	10,274	17,583	–	–
7-13	Clássico	0,0027615	3,2991	12,762	17,581	5,270	99,80
	Discreta	1,3763	4,0081	13,471	20,474	0,007	0,319
	BLF	1,3807	4,0077	13,472	20,497	0	0
	BLFM	1,3807	4,0077	13,472	20,497	0	0
	Monte Carlo	1,3807	4,0077	13,472	20,497	–	–

Tabela 5.10: DP das perdas reativas (kVar) - Oporto

Linha	Método	$Q_{perdas_{km1}}$	$Q_{perdas_{km2}}$	$Q_{perdas_{km3}}$	$Q_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
9-10	Clássico	19,124	25,388	37,667	43,931	0,785	6,585
	Discreta	20,349	25,689	37,969	45,157	0,004	0,601
	BLF	20,344	25,683	37,964	45,155	0	0,625
	BLFM	20,344	25,683	37,964	45,155	0	0,625
	Monte Carlo	20,472	25,749	37,965	45,155	–	–
10-13	Clássico	-9,7489	3,0805	28,079	40,909	9,804	1052,98
	Discreta	2,6376	6,1241	31,122	53,311	0,029	185,67
	BLF	1,3977	6,5416	31,131	53,28	0	61,682
	BLFM	1,0088	5,9677	31,131	53,28	0	22,792
	Monte Carlo	0,78088	5,8543	31,131	53,28	–	–
7-13	Clássico	-4,6112	9,9942	38,67	53,275	5,272	210,29
	Discreta	4,1674	12,143	40,819	62,043	0,007	0,323
	BLF	4,1809	12,142	40,822	62,112	0	0
	BLFM	4,1809	12,142	40,822	62,112	0	0
	Monte Carlo	4,1809	12,142	40,822	62,112	–	–
1-2	Clássico	81,418	227,58	513,73	659,89	2,653	41,125
	Discreta	137,93	241,41	527,57	716,42	0,030	0,260
	BLF	138,29	241,51	527,73	717,31	0	0
	BLFM	138,3	241,51	527,73	717,29	0	0,007
	Monte Carlo	138,29	241,51	527,73	717,31	–	–

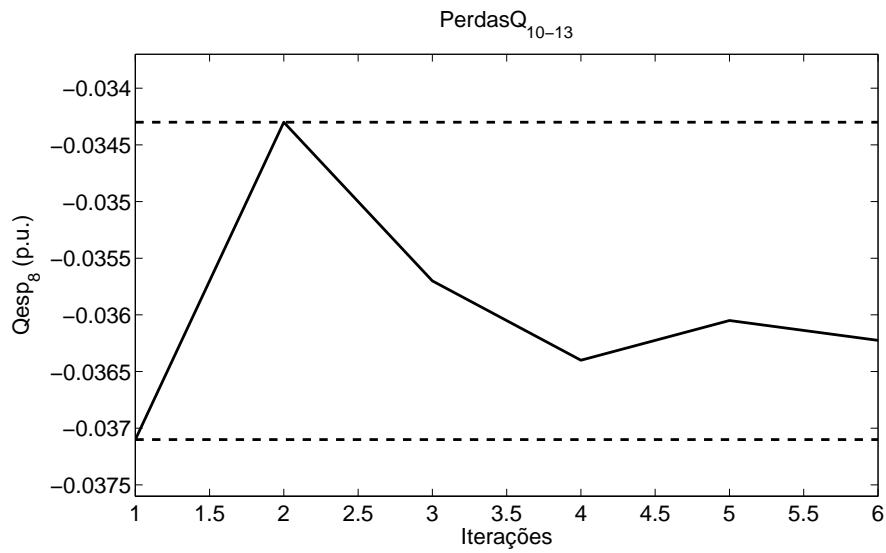


Figura 5.6: Variação da injeção reativa especificada da barra 8 - Perdas reativas da linha 10-13 - Oporto

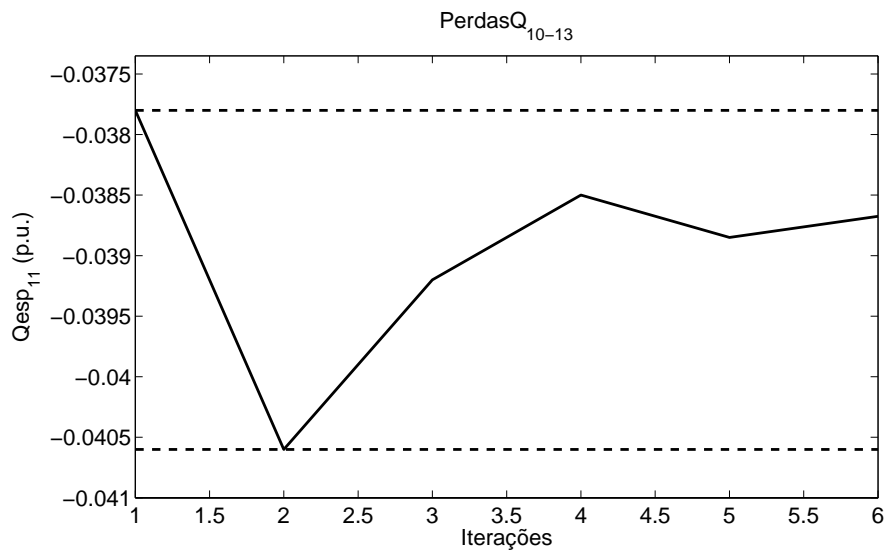


Figura 5.7: Variação da injeção reativa especificada da barra 11 - Perdas reativas da linha 10-13 - Oporto

Tabela 5.11: DP da geração ativa (MW) - Oporto

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	344,04	360,73	391,12	407,81	0	0,006
	Discreta	343,94	360,71	391,1	407,71	0,005	0,035
	BLF	344,06	360,74	391,11	407,8	0	0,007
	BLFM	344,06	360,74	391,11	407,79	0	0,010
	Monte Carlo	344,06	360,74	391,12	407,83	–	–

Tabela 5.12: DP das gerações reativas (MVar) - Oporto

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	66,355	79,507	100,55	113,7	0,050	0,371
	Discreta	66,386	79,514	100,55	113,73	0,050	0,324
	BLF	66,602	79,561	100,6	113,96	0	0
	BLFM	66,602	79,561	100,6	113,96	0	0
	Monte Carlo	66,602	79,561	100,6	113,96	–	–
4	Clássico	73,315	80,162	96,505	103,35	0,670	1,401
	Discreta	72,138	79,567	97,11	104,57	0,047	0,227
	BLF	72,302	79,609	97,156	104,75	0	0
	BLFM	72,302	79,609	97,156	104,75	0	0
	Monte Carlo	72,302	79,609	97,156	104,75	–	–

A Tabela 5.14 apresenta, de forma geral, os erros médios e máximos encontrados na determinação das distribuições de possibilidade das grandezas de estado e de saída do sistema Oporto. Conforme pode ser observado, os erros associados à metodologia BLFM foram menores.

Tabela 5.13: Número de iterações das variáveis de estado e de saída - Oporto

Variável	Método	z_1	z_2	z_3	z_4
\tilde{V}_2	BLF	3	3	3	3
	BLFM	2	2	2	2
$\tilde{\theta}_5$	BLF	3	3	3	3
	BLFM	3	2	2	3
\tilde{P}_{10-13}	BLF	3	4	2	3
	BLFM	3	3	2	3
\tilde{Q}_{1-2}	BLF	3	3	3	3
	BLFM	2	2	2	2
\tilde{P}_{2-4}^{perdas}	BLF	3	3	3	3
	BLFM	3	2	2	3
$\tilde{P}_{10-13}^{perdas}$	BLF	6	5	2	3
	BLFM	5	5	2	3
$\tilde{Q}_{10-13}^{perdas}$	BLF	6	5	2	3
	BLFM	6	6	2	3
\tilde{Q}_{1-2}^{perdas}	BLF	3	3	3	3
	BLFM	2	2	2	2
\tilde{P}_{G1}	BLF	3	3	4	5
	BLFM	3	3	3	5
\tilde{Q}_{G4}	BLF	3	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3

Tabela 5.14: Erros máximos e médios (%) - Oporto

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,0100	0,0042	0,0100	0,0042	0	0	0	0
Ângulos de tensão	0,0716	0,0359	0,0716	0,0359	0,0052	0,0003	0,0052	0,0003
Fluxos ativos	0,1478	0,0166	0,4196	0,0311	0,4634	0,0129	0,4634	0,0122
Fluxos reativos	1,8981	0,1616	1,3412	0,1441	0,0641	0,0022	0,0641	0,0023
Perdas ativas	99,800	5,9807	61,27	1,2378	20,355	0,7491	7,9800	0,2602
Perdas reativas	1052,98	27,408	185,67	3,4763	61,682	1,3269	22,792	0,4576
Geração ativa	0,0058	0,0034	0,0349	0,0194	0,0074	0,0025	0,0098	0,0031
Gerações reativas	1,4011	0,6024	0,3243	0,1417	0	0	0	0

5.4.3 Sistema IEEE 14 barras

Especificamente para este sistema, foram realizados testes adicionais com o intuito de analisar o impacto provocado nos resultados do problema, quando ocorre um aumento na amplitude das incertezas associadas às cargas e gerações. Dessa forma, foi considerado que as distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal das entradas fossem representadas por três diferentes níveis de incertezas para $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$, dados pelas faixas definidas por 5 a 10%, 10 a 20% e 20 a 40%.

Conforme pode ser observado nos resultados apresentados nas Tabelas 5.15 a 5.17, para as distribuições de possibilidade dos módulos de tensão, os erros obtidos, por cada método testado, aumentaram com a amplitude das incertezas. No entanto, os erros ainda se mostraram abaixo de 0,15% para o nível máximo de incerteza estabelecido. Também verificou-se que os resultados obtidos pelas metodologias BLF e BLFM foram mais próximos das simulações tipo Monte Carlo.

Para as distribuições de possibilidade dos ângulos de tensão, os métodos BLF e BLFM apresentaram erros máximos de 0,3%, enquanto os erros associadas ao modelo clássico e à metodologia discreta atingiram 4,1%, conforme pode ser verificado nas Tabelas 5.18 a 5.20.

Tabela 5.15: DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 14 - 5-10%

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
5	Clássico	1,0174	1,0188	1,0217	1,0232	0	0,010
	Discreta	1,0174	1,0188	1,0217	1,0232	0	0,010
	BLF	1,0173	1,0188	1,0217	1,0231	0	0
	BLFM	1,0173	1,0188	1,0217	1,0231	0	0
	Monte Carlo	1,0173	1,0188	1,0217	1,0231	–	–
9	Clássico	1,0515	1,0539	1,0588	1,0612	0	0,010
	Discreta	1,0515	1,0539	1,0588	1,0612	0	0,010
	BLF	1,0514	1,0539	1,0588	1,0612	0	0
	BLFM	1,0514	1,0539	1,0588	1,0612	0	0
	Monte Carlo	1,0514	1,0539	1,0588	1,0612	–	–
14	Clássico	1,03	1,0329	1,0387	1,0416	0	0,010
	Discreta	1,03	1,0329	1,0387	1,0416	0	0,010
	BLF	1,03	1,0329	1,0387	1,0415	0	0
	BLFM	1,03	1,0329	1,0387	1,0415	0	0
	Monte Carlo	1,03	1,0329	1,0387	1,0415	–	–

Tabela 5.16: DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 14 - 10-20 %

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
5	Clássico	1,0144	1,0174	1,0232	1,0261	0,010	0,039
	Discreta	1,0144	1,0174	1,0232	1,0261	0,010	0,039
	BLF	1,0141	1,0173	1,0231	1,0257	0	0
	BLFM	1,0141	1,0173	1,0231	1,0257	0	0
	Monte Carlo	1,0141	1,0173	1,0231	1,0257	–	–
9	Clássico	1,0466	1,0515	1,0612	1,0661	0	0,029
	Discreta	1,0466	1,0515	1,0612	1,0661	0	0,029
	BLF	1,0464	1,0514	1,0612	1,0659	0	0,010
	BLFM	1,0464	1,0514	1,0612	1,0659	0	0,010
	Monte Carlo	1,0463	1,0514	1,0612	1,0659	–	–
14	Clássico	1,0243	1,03	1,0416	1,0473	0	0,020
	Discreta	1,0243	1,03	1,0416	1,0473	0	0,020
	BLF	1,0241	1,03	1,0415	1,0471	0	0
	BLFM	1,0241	1,03	1,0415	1,0471	0	0
	Monte Carlo	1,0241	1,03	1,0415	1,0471	–	–

Tabela 5.17: DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 14 - 20-40 %

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
4	Clássico	1,0058	1,0122	1,025	1,0314	0,029	0,129
	Discreta	1,0058	1,0122	1,025	1,0314	0,029	0,129
	BLF	1,0045	1,0119	1,0247	1,0303	0	0,010
	BLFM	1,0045	1,0119	1,0247	1,0303	0	0,010
	Monte Carlo	1,0045	1,0119	1,0247	1,0304	–	–
5	Clássico	1,0086	1,0144	1,0261	1,0319	0,030	0,149
	Discreta	1,0086	1,0144	1,0261	1,0319	0,030	0,149
	BLF	1,0071	1,0141	1,0257	1,0306	0	0
	BLFM	1,0071	1,0141	1,0257	1,0306	0	0
	Monte Carlo	1,0071	1,0141	1,0257	1,0306	–	–
9	Clássico	1,0368	1,0466	1,0661	1,0759	0,019	0,087
	Discreta	1,0368	1,0466	1,0661	1,0759	0,019	0,087
	BLF	1,036	1,0464	1,0659	1,0752	0	0,010
	BLFM	1,036	1,0464	1,0659	1,0752	0	0,010
	Monte Carlo	1,0359	1,0463	1,0659	1,0752	–	–

No que se refere às distribuições de possibilidade dos fluxos ativos (Tabelas 5.21 a 5.23), a metodologia BLFM apresentou os melhores resultados em comparação às simulações tipo Monte Carlo, com erros até 0,4%. O método BLF, o modelo clássico e a metodologia discreta apresentaram erros máximos de 1,1%, 7,9% e 14,7%, respectivamente.

Tabela 5.18: DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 14 - 5-10%

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	-5,7716	-5,3763	-4,5856	-4,1903	0,024	0,122
	Discreta	-5,7716	-5,3763	-4,5856	-4,1903	0,024	0,122
	BLF	-5,777	-5,3776	-4,5869	-4,1954	0	0
	BLFM	-5,777	-5,3776	-4,5869	-4,1954	0	0
	Monte Carlo	-5,777	-5,3776	-4,5869	-4,1954	-	-
6	Clássico	-15,941	-15,082	-13,364	-12,505	0,013	0,080
	Discreta	-15,941	-15,082	-13,364	-12,505	0,013	0,080
	BLF	-15,951	-15,084	-13,366	-12,515	0	0
	BLFM	-15,951	-15,084	-13,366	-12,515	0	0
	Monte Carlo	-15,951	-15,084	-13,366	-12,515	-	-
14	Clássico	-17,977	-17,008	-15,07	-14,101	0,018	0,071
	Discreta	-17,977	-17,008	-15,07	-14,101	0,018	0,071
	BLF	-17,988	-17,011	-15,073	-14,111	0	0
	BLFM	-17,988	-17,011	-15,073	-14,111	0	0
	Monte Carlo	-17,988	-17,011	-15,073	-14,111	-	-

Tabela 5.19: DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 14 - 10-20%

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	-6,5622	-5,7716	-4,1903	-3,3997	0,093	0,585
	Discreta	-6,5622	-5,7716	-4,1903	-3,3997	0,093	0,585
	BLF	-6,5842	-5,777	-4,1954	-3,4197	0	0
	BLFM	-6,5842	-5,777	-4,1954	-3,4197	0	0
	Monte Carlo	-6,5842	-5,777	-4,1954	-3,4197	-	-
6	Clássico	-17,658	-15,941	-12,505	-10,787	0,063	0,360
	Discreta	-17,658	-15,941	-12,505	-10,787	0,063	0,360
	BLF	-17,703	-15,951	-12,515	-10,826	0	0
	BLFM	-17,703	-15,951	-12,515	-10,826	0	0
	Monte Carlo	-17,703	-15,951	-12,515	-10,826	-	-
14	Clássico	-19,915	-17,977	-14,101	-12,163	0,061	0,320
	Discreta	-19,915	-17,977	-14,101	-12,163	0,061	0,320
	BLF	-19,96	-17,988	-14,111	-12,204	0	0,016
	BLFM	-19,96	-17,988	-14,111	-12,204	0	0,016
	Monte Carlo	-19,96	-17,988	-14,111	-12,202	-	-

Com relação aos resultados dos fluxos reativos apresentados nas Tabelas 5.24 a 5.26, os erros associados ao modelo clássico e à metodologia discreta foram bem maiores, atingindo 67,2% e 26,8%, respectivamente. Por outro lado, ambas as metodologias BLF e BLFM apresentaram erros máximos de 3,3%.

Tabela 5.20: DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 14 - 20-40 %

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	-8,1435	-6,5622	-3,3997	-1,8184	0,334	4,068
	Discreta	-8,1435	-6,5622	-3,3997	-1,8184	0,334	4,068
	BLF	-8,235	-6,5842	-3,4197	-1,8958	0	0,016
	BLFM	-8,235	-6,5842	-3,4197	-1,8958	0	0,016
	Monte Carlo	-8,235	-6,5842	-3,4197	-1,8955	–	–
6	Clássico	-21,094	-17,658	-10,787	-7,3511	0,254	2,010
	Discreta	-21,094	-17,658	-10,787	-7,3511	0,254	2,010
	BLF	-21,279	-17,703	-10,826	-7,5019	0	0,028
	BLFM	-21,279	-17,703	-10,826	-7,5019	0	0,028
	Monte Carlo	-21,285	-17,703	-10,826	-7,5019	–	–
14	Clássico	-23,79	-19,915	-12,163	-8,2874	0,225	1,583
	Discreta	-23,79	-19,915	-12,163	-8,2874	0,225	1,583
	BLF	-23,982	-19,96	-12,204	-8,4439	0	0,276
	BLFM	-23,982	-19,96	-12,204	-8,4439	0	0,276
	Monte Carlo	-23,983	-19,96	-12,202	-8,4207	–	–

Na determinação das distribuições de possibilidade das perdas ativas (Tabelas 5.27 a 5.29), os resultados apresentados pela metodologia BLFM foram mais satisfatórios em relação às demais metodologias testadas. Para a faixa de incerteza de 5 a 10 %, apenas o modelo clássico apresentou erros altos. Para as incertezas associadas à faixa de 10 a 20 %, as linhas 10-11 e 12-13 apresentaram problemas de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade das perdas ativas em relação às grandezas de entrada. A metodologia BLFM obteve um erro máximo de 6,2 %, enquanto a metodologia BLF atingiu um erro de 407,1 % na linha 10-11, decorrente de um resultado incoerente para o valor mínimo das perdas ativas no nível de pertinência igual a 0, conforme destacado em negrito na Tabela 5.28. No total, os resultados incoerentes ocorreram em 2 linhas, utilizando-se a metodologia BLF. A metodologia discreta, nesse caso, apresentou resultados melhores com erros até 7,2% e o modelo clássico alcançou um erro de 99 %.

Tabela 5.21: DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 14 - 5-10 %

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1-5	Clássico	66,269	70,911	80,195	84,837	0,012	0,059
	Discreta	66,257	70,908	80,191	84,824	0,017	0,077
	BLF	66,311	70,92	80,205	84,876	0	0,005
	BLFM	66,311	70,92	80,205	84,876	0	0,005
	Monte Carlo	66,308	70,92	80,205	84,877	–	–
4-7	Clássico	24,697	26,392	29,782	31,476	0	0,006
	Discreta	24,7	26,393	29,782	31,479	0	0,008
	BLF	24,698	26,392	29,782	31,478	0	0
	BLFM	24,698	26,392	29,782	31,478	0	0
	Monte Carlo	24,698	26,392	29,782	31,478	–	–
10-11	Clássico	-5,6237	-4,699	-2,8494	-1,9246	0,006	0,052
	Discreta	-5,6111	-4,6958	-2,8463	-1,912	0,062	0,603
	BLF	-5,6228	-4,6987	-2,8491	-1,9236	0	0
	BLFM	-5,6228	-4,6987	-2,8491	-1,9236	0	0
	Monte Carlo	-5,6228	-4,6987	-2,8491	-1,9236	–	–
12-13	Clássico	0,80805	1,2091	2,0113	2,4124	0,025	0,225
	Discreta	0,80744	1,209	2,0112	2,4118	0,030	0,286
	BLF	0,80981	1,2096	2,0118	2,4143	0	0,049
	BLFM	0,80981	1,2096	2,0118	2,4143	0	0,049
	Monte Carlo	0,8103	1,2096	2,0118	2,4143	–	–

Tabela 5.22: DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 14 - 10-20 %

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1-5	Clássico	56,985	66,269	84,837	94,121	0,047	0,278
	Discreta	56,94	66,257	84,824	94,066	0,062	0,357
	BLF	57,149	66,311	84,876	94,279	0	0,009
	BLFM	57,149	66,311	84,876	94,279	0	0,009
	Monte Carlo	57,144	66,308	84,877	94,279	–	–
9-10	Clássico	0,76373	3,0013	7,4765	9,7141	0,031	0,810
	Discreta	0,83168	3,0183	7,4936	9,7826	0,198	5,985
	BLF	0,77189	3,0033	7,4788	9,7228	0	0,006
	BLFM	0,77189	3,0033	7,4788	9,7228	0	0,006
	Monte Carlo	0,77183	3,0033	7,4788	9,7227	–	–
9-14	Clássico	5,169	7,3034	11,572	13,707	0,043	0,368
	Discreta	5,2255	7,3176	11,587	13,764	0,086	0,721
	BLF	5,1882	7,3081	11,577	13,726	0	0,002
	BLFM	5,1882	7,3081	11,577	13,726	0	0,002
	Monte Carlo	5,1881	7,3081	11,577	13,726	–	–
12-13	Clássico	0,00587	0,8081	2,4124	3,2146	0,079	0,799
	Discreta	0,00345	0,8074	2,4118	3,2122	0,104	1,040
	BLF	0,01291	0,8098	2,4143	3,2220	0	0,095
	BLFM	0,01291	0,8098	2,4143	3,2220	0	0,095
	Monte Carlo	0,01386	0,8103	2,4143	3,2220	–	–

Tabela 5.23: DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 14 - 20-40 %

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1-2	Clássico	61,21	109,02	204,65	252,46	0,394	4,620
	Discreta	61,875	109,18	204,79	253,02	0,326	3,584
	BLF	64,183	109,78	205,46	255,82	0	0,012
	BLFM	64,183	109,78	205,46	255,82	0	0,012
	Monte Carlo	64,175	109,78	205,46	255,82	-	-
4-5	Clássico	-91,183	-76,201	-46,237	-31,256	0,009	0,070
	Discreta	-90,915	-76,134	-46,171	-30,989	0,079	0,784
	BLF	-91,148	-76,194	-46,231	-31,236	0	0,006
	BLFM	-91,148	-76,194	-46,231	-31,236	0	0,006
	Monte Carlo	-91,148	-76,194	-46,23	-31,234	-	-
6-11	Clássico	-0,32564	3,5078	11,175	15,008	0,188	7,860
	Discreta	-0,36904	3,4969	11,164	14,964	0,286	12,200
	BLF	-0,24701	3,5279	11,196	15,096	0	0,003
	BLFM	-0,24701	3,5279	11,196	15,096	0	0,003
	Monte Carlo	-0,24704	3,5279	11,196	15,096	-	-
9-14	Clássico	0,90007	5,169	13,707	17,976	0,138	11,965
	Discreta	1,1253	5,2255	13,764	18,203	0,277	10,065
	BLF	1,011	5,1882	13,726	18,051	0	1,115
	BLFM	1,0269	5,1882	13,726	18,051	0	0,440
	Monte Carlo	1,0224	5,1881	13,726	18,051	-	-

Tabela 5.24: DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 14 - 5-10 %

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2-5	Clássico	-0,11485	0,32394	1,2015	1,6403	0,555	2,588
	Discreta	-0,1102	0,3251	1,2027	1,6449	0,455	2,123
	BLF	-0,088975	0,3304	1,2082	1,667	0	0
	BLFM	-0,088975	0,3304	1,2082	1,667	0	0
	Monte Carlo	-0,088972	0,3304	1,2082	1,667	-	-
3-4	Clássico	-0,1493	1,33	4,2885	5,7678	0,295	4,932
	Discreta	-0,1444	1,3312	4,2897	5,7726	0,267	4,442
	BLF	-0,099987	1,3423	4,3012	5,8186	0	0,001
	BLFM	-0,099987	1,3423	4,3012	5,8186	0	0,001
	Monte Carlo	-0,099976	1,3423	4,3012	5,8186	-	-
4-7	Clássico	-10,414	-9,9175	-8,9242	-8,4276	0,030	0,086
	Discreta	-10,418	-9,9198	-8,9213	-8,4214	0,002	0,048
	BLF	-10,423	-9,921	-8,9224	-8,4258	0	0,061
	BLFM	-10,423	-9,921	-8,9224	-8,4258	0	0,061
	Monte Carlo	-10,423	-9,921	-8,9215	-8,4207	-	-
10-11	Clássico	-2,6711	-2,1	-0,95769	-0,38655	0,014	0,105
	Discreta	-2,6661	-2,0987	-0,95643	-0,38151	0,076	0,609
	BLF	-2,6725	-2,1003	-0,95792	-0,3876	0	0,001
	BLFM	-2,6725	-2,1003	-0,95792	-0,3876	0	0,001
	Monte Carlo	-2,6725	-2,1003	-0,95791	-0,3876	-	-

Tabela 5.25: DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 14 - 10-20 %

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2-4	Clássico	-4,5089	-3,3982	-1,1770	-0,0663	0,846	11,826
	Discreta	-4,4870	-3,3928	-1,1715	-0,0447	0,686	9,660
	BLF	-4,3953	-3,3697	-1,1476	0,0519	0	0,002
	BLFM	-4,3954	-3,3697	-1,1476	0,0518	0	0,008
	Monte Carlo	-4,3954	-3,3697	-1,1476	0,0519	-	-
3-4	Clássico	-3,1078	-0,1493	5,7678	8,7263	0,873	6,724
	Discreta	-3,0881	-0,1444	5,7726	8,7455	0,791	6,047
	BLF	-2,9120	-0,1000	5,8186	8,9315	0	0,001
	BLFM	-2,9120	-0,1000	5,8186	8,9315	0	0,001
	Monte Carlo	-2,9120	-0,1000	5,8186	8,9315	-	-
4-7	Clássico	-11,407	-10,414	-8,428	-7,434	0,082	0,262
	Discreta	-11,414	-10,418	-8,421	-7,420	0,008	0,166
	BLF	-11,426	-10,423	-8,426	-7,437	0	0,303
	BLFM	-11,426	-10,423	-8,426	-7,437	0	0,303
	Monte Carlo	-11,433	-10,423	-8,421	-7,415	-	-
13-14	Clássico	-0,1146	0,7886	2,5948	3,4980	0,208	2,040
	Discreta	-0,1189	0,7875	2,5938	3,4937	0,246	2,466
	BLF	-0,0942	0,7936	2,6002	3,5192	0	0,001
	BLFM	-0,0942	0,7936	2,6002	3,5192	0	0,001
	Monte Carlo	-0,0942	0,7936	2,6002	3,5192	-	-

Tabela 5.26: DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 14 - 20-40 %

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1-5	Clássico	-0,44285	1,5305	5,4771	7,4505	1,551	31,913
	Discreta	-0,39127	1,5433	5,4899	7,5012	1,321	26,755
	BLF	-0,12366	1,612	5,5634	7,8043	0	1,120
	BLFM	-0,12366	1,6119	5,5633	7,8043	0,002	1,120
	Monte Carlo	-0,12372	1,612	5,5634	7,8927	-	-
2-5	Clássico	-2,7476	-0,99243	2,5179	4,273	4,106	17,258
	Discreta	-2,6728	-0,9738	2,5364	4,3468	3,401	14,066
	BLF	-2,3432	-0,88959	2,6257	4,7132	0	3,331
	BLFM	-2,3432	-0,88967	2,6256	4,7132	0	3,331
	Monte Carlo	-2,3432	-0,88959	2,6257	4,8756	-	-
2-3	Clássico	0,46095	2,013	5,1171	6,6692	4,178	67,178
	Discreta	1,4279	2,2546	5,3582	7,6323	0,337	1,673
	BLF	1,4044	2,2441	5,3402	7,5472	0	0
	BLFM	1,4045	2,2441	5,3402	7,5471	0	0,007
	Monte Carlo	1,4044	2,2441	5,3402	7,5472	-	-
9-14	Clássico	-0,10291	1,7814	5,5501	7,4345	0,032	2,192
	Discreta	-0,089628	1,7848	5,5534	7,4477	0,024	0,863
	BLF	-0,080993	1,7868	5,5557	7,4563	0	0,091
	BLFM	-0,080993	1,7868	5,5557	7,4563	0	0,091
	Monte Carlo	-0,080995	1,7868	5,5519	7,4495	-	-

Finalmente, no que se refere às incertezas da faixa de 20 a 40 %, os erros associados são ainda mais evidentes. A metodologia BLFM apresentou um erro absoluto máximo de 87,5 % na linha 3-4, tendo em vista a ordem decimal do resultado encontrado para o valor mínimo dessa variável no nível de pertinência igual a 0. No entanto, foi o resultado mais próximo das simulações tipo Monte Carlo. A metodologia BLF, por sua vez, apresentou resultados incoerentes para 7 linhas deste sistema, com erros ainda mais elevados. O modelo clássico e a metodologia discreta também apresentaram erros elevados, da ordem de 99 % e 1041 %, respectivamente. Destaca-se também que o método BLFM não apresentou resultados incoerentes para o cálculo das perdas ativas, mesmo para o nível máximo de incerteza considerado. Os resultados incoerentes obtidos nos testes realizados estão destacados em negrito na Tabela 5.29.

Além disso, é importante ressaltar que os problemas de oscilação numérica associados ao cálculo das perdas ativas para este sistema se devem aos baixos valores obtidos para os correspondentes fluxos ativos ou à reversão desses fluxos.

As Figuras 5.8 a 5.10 ilustram três casos típicos de variações de injeção de potência ativa em algumas barras deste sistema, quando o método BLFM é aplicado no cálculo das perdas ativas da linha 6-11, para o nível de incerteza de 20 a 40 %. Conforme pode ser observado, o critério de solução proposto permite que as injeções de potência assumam tanto os valores intermediários dos intervalos correspondentes quanto os próprios valores extremos.

No que diz respeito à determinação das distribuições de possibilidade das perdas reativas deste sistema (Tabelas 5.30 a 5.32), as mesmas observações destacadas no cálculo das perdas ativas podem ser estendidas para este caso, onde a metodologia BLFM obteve o melhor desempenho em relação aos demais métodos, com os resultados mais próximos das simulações tipo Monte Carlo. Os resultados incoerentes também estão destacados em negrito.

É importante ressaltar também que os valores elevados dos erros obtidos no cálculo das perdas ativas e reativas, para o nível de incerteza de 20 a 40 %, devem-se à ordem decimal dos resultados.

Tabela 5.27: DP das perdas ativas (kW) - IEEE 14 - 5-10 %

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
9-14	Clássico	67,615	92,194	141,35	165,93	0,911	7,228
	Discreta	72,902	93,517	142,68	171,23	0,021	0,058
	BLF	72,831	93,496	142,65	171,13	0	0,071
	BLFM	72,831	93,496	142,65	171,13	0	0,071
	Monte Carlo	72,883	93,496	142,65	171,13	–	–
10-11	Clássico	0,77007	6,5397	18,079	23,849	3,738	78,263
	Discreta	3,5048	7,2221	18,759	26,563	0,117	1,070
	BLF	3,5427	7,2357	18,781	26,67	0	0
	BLFM	3,5427	7,2357	18,781	26,67	0	0
	Monte Carlo	3,5427	7,2357	18,781	26,67	–	–
12-13	Clássico	0,63342	3,4366	9,0428	11,846	3,609	67,889
	Discreta	1,9641	3,7691	9,3752	13,175	0,066	0,431
	BLF	1,9726	3,7725	9,3814	13,204	0	0
	BLFM	1,9726	3,7725	9,3814	13,204	0	0
	Monte Carlo	1,9726	3,7725	9,3814	13,204	–	–
13-14	Clássico	19,276	36,426	70,727	87,878	1,963	22,480
	Discreta	24,745	37,792	72,089	93,319	0,075	0,487
	BLF	24,866	37,829	72,143	93,562	0	0
	BLFM	24,866	37,829	72,143	93,562	0	0
	Monte Carlo	24,866	37,829	72,143	93,562	–	–

Tabela 5.28: DP das perdas ativas (kW) - IEEE 14 - 10-20 %

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
13-14	Clássico	0,07167	19,276	87,878	122,18	6,075	99,00
	Discreta	6,9074	24,745	93,319	143,89	0,260	3,621
	BLF	7,167	24,866	93,562	145,1	0	0,001
	BLFM	7,167	24,866	93,562	145,1	0	0,001
	Monte Carlo	7,1669	24,866	93,562	145,1	–	–
9-10	Clássico	0,026037	4,9158	21,304	29,498	6,397	98,998
	Discreta	2,6331	6,3981	22,795	35,48	0,154	1,371
	BLF	2,7578	6,3779	22,76	35,3	0	6,171
	BLFM	2,5735	6,3779	22,76	35,3	0	0,924
	Monte Carlo	2,5975	6,3779	22,76	35,3	–	–
10-11	Clássico	0,0023051	0,77007	23,849	35,388	10,577	78,263
	Discreta	0,21166	3,5048	26,563	46,202	0,401	1,227
	BLF	4,2747	3,5427	26,67	46,776	0	407,06
	BLFM	0,22565	3,5427	26,67	46,776	0	2,155
	Monte Carlo	0,2041	3,5427	26,67	46,776	–	–
12-13	Clássico	0,00364	0,63342	11,84600	17,45200	10,285	67,889
	Discreta	0,35302	1,9641	13,175	22,765	0,220	7,182
	BLF	4,2592	1,9726	13,204	22,92	0	397,80
	BLFM	0,34346	1,9726	13,204	22,92	0	6,226
	Monte Carlo	0,2812	1,9726	13,204	22,92	–	–

Tabela 5.29: DP das perdas ativas (kW) - IEEE 14 - 20-40 %

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
3-4	Clássico	0,055859	0,73673	784,66	1198	5,585	99,00
	Discreta	6,3687	73,789	901,06	1664,8	0,036	636,87
	BLF	371,35	73,67	901,38	1667,3	0	37135,0
	BLFM	0,87468	73,67	901,38	1667,3	0	87,467
	Monte Carlo	5,31E-06	73,67	901,38	1667,3	-	-
6-11	Clássico	0,010706	0,559	108,86	163,02	11,726	96,137
	Discreta	0,84607	14,13	122,36	216,83	0,778	4,533
	BLF	32,452	14,469	123,32	222,04	0	3165,13
	BLFM	0,80871	14,469	123,32	222,04	0	0,797
	Monte Carlo	0,80074	14,469	123,32	222,04	-	-
9-10	Clássico	0,041329	0,026037	29,498	45,886	3,510	98,998
	Discreta	3,8373	2,6331	35,48	69,96	0,510	383,11
	BLF	7,4289	2,7578	35,3	68,895	0	742,27
	BLFM	0,27751	2,5735	35,3	68,895	0	27,128
	Monte Carlo	0,0062313	2,5975	35,3	68,895	-	-
10-11	Clássico	0,094557	0,002305	35,388	58,466	9,454	44,254
	Discreta	10,41	0,21166	46,202	101,39	0,756	1041,0
	BLF	12,309	4,2747	46,776	104,88	0	1230,9
	BLFM	0,0072791	0,22565	46,776	104,88	0	2,155
	Monte Carlo	1,3672E-05	0,2041	46,776	104,88	-	-
1-2	Clássico	7,1867	1641	6948,7	9602,6	6,315	99,00
	Discreta	670,17	2061,5	7368,5	11280	0,655	6,728
	BLF	717,74	2084,6	7417,1	11532	0	0,107
	BLFM	718,5	2084,6	7417,1	11532	0	0,001
	Monte Carlo	718,51	2084,6	7417,1	11532	-	-

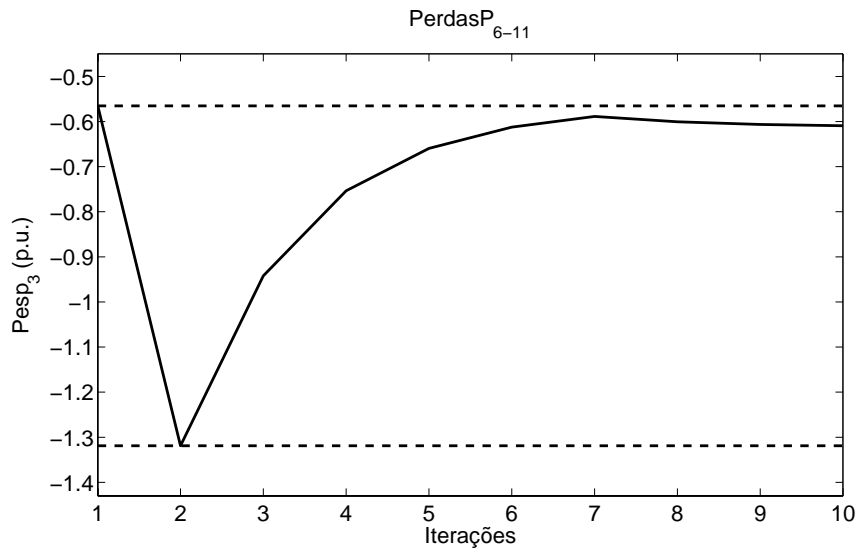


Figura 5.8: Variação da injeção ativa especificada da barra 3 - Perdas ativas da linha 6-11 - IEEE 14 - 20-40 %

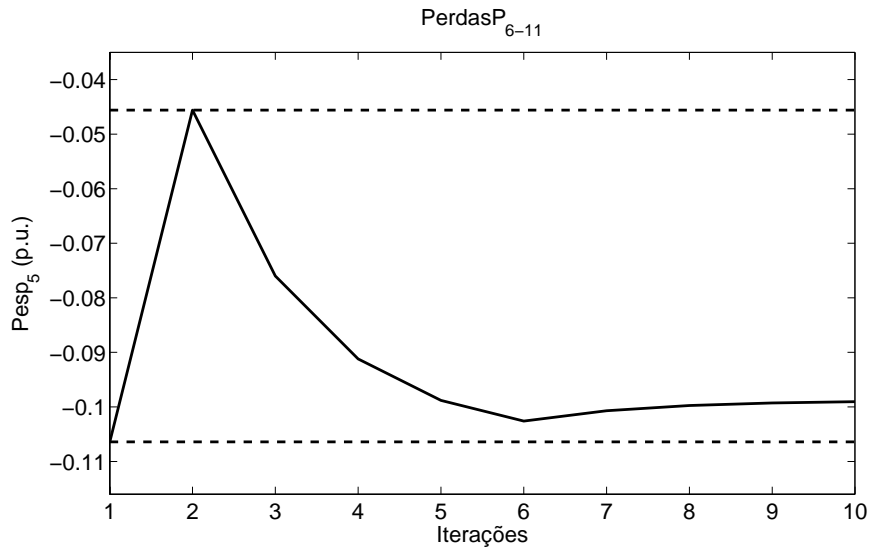


Figura 5.9: Variação da injeção ativa especificada da barra 5 - Perdas ativas da linha 6-11 - IEEE 14 - 20-40 %

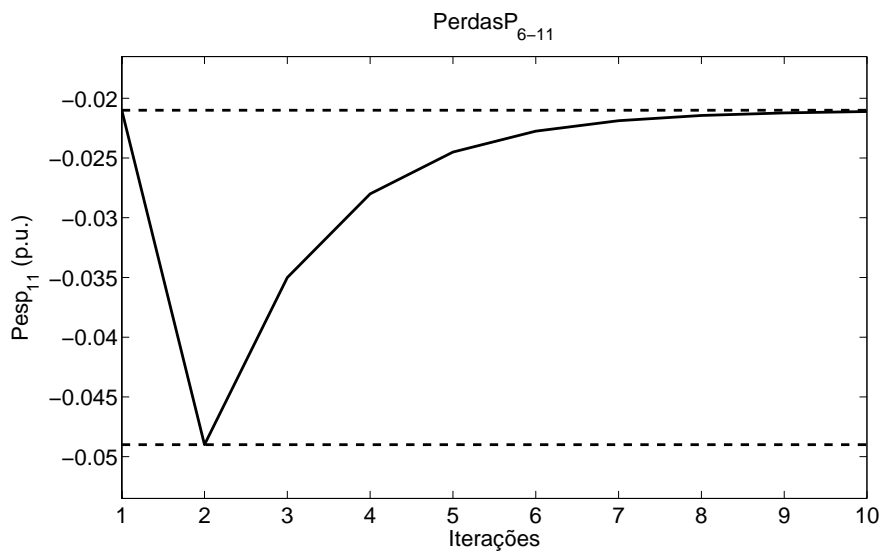


Figura 5.10: Variação da injeção ativa especificada da barra 11 - Perdas ativas da linha 6-11 - IEEE 14 - 20-40 %

Tabela 5.30: DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 14 - 5-10 %

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2-4	Clássico	7,2872	556,72	1655,6	2205	0,939	89,491
	Discreta	64,579	571,02	1669,9	2262	0,084	6,873
	BLF	69,344	572,27	1671,3	2268,1	0	0,004
	BLFM	69,344	572,27	1671,3	2268,1	0	0,004
	Monte Carlo	69,345	572,27	1671,3	2268,2	-	-
4-5	Clássico	-110,84	94,092	503,96	708,89	1,295	30,918
	Discreta	-86,075	100,27	510,12	733,5	0,088	1,667
	BLF	-84,664	100,64	510,57	735,25	0	0,019
	BLFM	-84,664	100,64	510,57	735,25	0	0,019
	Monte Carlo	-84,664	100,64	510,57	735,39	-	-
10-11	Clássico	1,8027	15,309	42,321	55,827	3,739	78,262
	Discreta	8,2045	16,906	43,912	62,18	0,121	1,067
	BLF	8,293	16,938	43,965	62,432	0	0
	BLFM	8,293	16,938	43,965	62,432	0	0
	Monte Carlo	8,293	16,938	43,965	62,432	-	-
9-14	Clássico	0,57309	3,1093	8,1816	10,718	3,609	67,889
	Discreta	1,777	3,4101	8,4823	11,92	0,066	0,431
	BLF	1,7847	3,4132	8,4879	11,947	0	0
	BLFM	1,7847	3,4132	8,4879	11,947	0	0
	Monte Carlo	1,7847	3,4132	8,4879	11,947	-	-

Tabela 5.31: DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 14 - 10-20 %

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1-2	Clássico	-839,09	3212,2	11315	15366	3,017	262,851
	Discreta	444,78	3533,1	11635	16648	0,274	13,677
	BLF	515,25	3555,1	11667	16796	0	0
	BLFM	515,25	3555,1	11667	16796	0	0
	Monte Carlo	515,25	3555,1	11667	16796	-	-
9-10	Clássico	-8,708	13,058	56,591	78,358	6,398	226,203
	Discreta	6,9947	16,996	60,552	94,25	0,154	1,372
	BLF	7,3259	16,942	60,459	93,77	0	6,172
	BLFM	6,8364	16,942	60,459	93,77	0	0,922
	Monte Carlo	6,9	16,942	60,459	93,77	-	-
10-11	Clássico	-25,209	1,8027	55,827	82,839	10,580	2568,68
	Discreta	0,49548	8,2045	62,18	108,15	0,404	1,770
	BLF	10,007	8,293	62,432	109,5	0	952,92
	BLFM	0,51985	8,293	62,432	109,5	0	4,207
	Monte Carlo	0,47778	8,293	62,432	109,5	-	-
12-13	Clássico	-4,4992	0,57309	10,718	15,79	10,287	475,36
	Discreta	0,31939	1,777	11,92	20,597	0,226	6,497
	BLF	3,8536	1,7847	11,947	20,737	0	359,92
	BLFM	0,31075	1,7847	11,947	20,737	0	5,633
	Monte Carlo	0,25442	1,7847	11,947	20,737	-	-

Tabela 5.32: DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 14 - 20-40 %

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
3-4	Clássico	-4698,8	-3655,4	-1568,6	-525,28	8,805	177,80
	Discreta	-3520,6	-3360	-1271,6	666,15	0,012	1,337
	BLF	-2632,9	-3359,6	-1270,1	675,17	0	25,532
	BLFM	-3535,4	-3359,6	-1270,1	675,17	0	0,006
	Monte Carlo	-3535,6	-3359,6	-1270,1	675,18	-	-
6-11	Clássico	-112,23	1,1706	227,97	341,37	11,722	6792,7
	Discreta	1,7718	29,589	256,23	454,06	0,778	5,659
	BLF	67,958	30,299	258,24	464,98	0	3952,6
	BLFM	1,6755	30,299	258,24	464,98	0	0,083
	Monte Carlo	1,6769	30,299	258,24	464,98	-	-
7-9	Clássico	27,928	415,13	1189,5	1576,7	4,188	87,681
	Discreta	220,38	462,81	1236,4	1762,3	0,411	2,788
	BLF	245,25	465,72	1241,5	1787,8	0	8,183
	BLFM	227	465,72	1241,5	1787,8	0	0,132
	Monte Carlo	226,7	465,64	1241,5	1788,1	-	-
9-10	Clássico	-52,241	-8,708	78,358	121,89	16,436	5225,8
	Discreta	10,193	6,9947	94,25	185,84	0,512	1017,6
	BLF	19,734	7,3259	93,77	183,01	0	1971,7
	BLFM	0,7286	6,8364	93,77	183,01	0	71,205
	Monte Carlo	0,016553	6,9	93,77	183,01	-	-
12-13	Clássico	-14,644	-4,4992	15,79	25,935	23,856	1464,4
	Discreta	4,6544	0,31939	20,597	45,138	0,675	465,44
	BLF	5,6454	3,8536	20,737	45,981	0	564,54
	BLFM	0,0017725	0,31075	20,737	45,981	0	5,633
	Monte Carlo	1,11E-05	0,25442	20,737	45,981	-	-
13-14	Clássico	-170,27	-30,593	248,76	388,44	15,80	17027,0
	Discreta	9,266	14,064	292,96	564,32	0,839	926,57
	BLF	107,16	14,592	295,44	578,41	0	10716,0
	BLFM	1,29E-05	14,592	295,44	578,41	0	0,031
	Monte Carlo	0,000324	14,592	295,44	578,42	-	-

Com relação aos resultados encontrados para a geração ativa da barra de referência deste sistema, todas as metodologias apresentaram erros baixos. Cabe destacar ainda que os resultados obtidos pelas metodologias BLF e BLFM foram mais próximos das simulações tipo Monte Carlo. No entanto, para as distribuições de possibilidade das gerações reativas, o desempenho das metodologias BLF e BLFM foi bastante superior às demais, com erros máximos de 1,3 %. A metodologia discreta atingiu um erro de 102,7 % e o modelo clássico obteve um erro máximo de 112,4 %.

Tabela 5.33: DP da geração ativa (MW) - IEEE 14 - 5-10%

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	199,22	215,8	248,97	265,55	0,024	0,115
	Discreta	199,24	215,81	248,97	265,57	0,023	0,105
	BLF	199,45	215,86	249,03	265,79	0	0
	BLFM	199,45	215,86	249,03	265,79	0	0
	Monte Carlo	199,45	215,86	249,03	265,79	–	–

Tabela 5.34: DP da geração ativa (MW) - IEEE 14 - 10-20%

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	166,05	199,22	265,55	298,72	0,090	0,545
	Discreta	166,14	199,24	265,57	298,79	0,083	0,491
	BLF	166,97	199,45	265,79	299,68	0	0,006
	BLFM	166,97	199,45	265,79	299,68	0	0,006
	Monte Carlo	166,96	199,45	265,79	299,69	–	–

Tabela 5.35: DP da geração ativa (MW) - IEEE 14 - 20-40%

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	99,712	166,05	298,72	365,06	0,324	3,464
	Discreta	100,12	166,14	298,79	365,29	0,300	3,069
	BLF	103,3	166,97	299,68	368,87	0,003	0,043
	BLFM	103,3	166,97	299,68	368,87	0,003	0,043
	Monte Carlo	103,29	166,96	299,69	369,03	–	–

Tabela 5.36: DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 14 - 5-10 %

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	32,062	37,229	47,564	52,731	1,469	3,061
	Discreta	31,039	36,656	48,261	54,248	0,075	0,436
	BLF	31,175	36,69	48,297	54,396	0	0
	BLFM	31,175	36,69	48,297	54,396	0	0
	Monte Carlo	31,175	36,69	48,297	54,396	–	–
3	Clássico	17,706	20,55	26,237	29,081	3,597	11,219
	Discreta	15,863	19,614	27,201	31,037	0,055	0,358
	BLF	15,92	19,628	27,216	31,098	0	0
	BLFM	15,92	19,628	27,216	31,098	0	0
	Monte Carlo	15,92	19,628	27,216	31,098	–	–
6	Clássico	7,9419	10,091	14,39	16,539	2,698	8,971
	Discreta	7,2195	9,723	14,771	17,316	0,122	0,941
	BLF	7,2881	9,7402	14,789	17,388	0	0,040
	BLFM	7,2881	9,7402	14,789	17,388	0	0,040
	Monte Carlo	7,2881	9,7402	14,789	17,381	–	–

Tabela 5.37: DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 14 - 10-20 %

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	21,727	32,062	52,731	63,066	2,845	6,157
	Discreta	20,177	31,039	54,248	66,591	0,272	2,550
	BLF	20,705	31,175	54,396	67,204	0	0
	BLFM	20,705	31,175	54,396	67,204	0	0
	Monte Carlo	20,705	31,175	54,396	67,204	–	–
3	Clássico	12,019	17,706	29,081	34,768	6,486	38,629
	Discreta	8,4466	15,863	31,037	38,793	0,196	2,576
	BLF	8,6699	15,92	31,098	39,04	0	0
	BLFM	8,6699	15,92	31,098	39,04	0	0
	Monte Carlo	8,6699	15,92	31,098	39,04	–	–
6	Clássico	3,6434	7,9419	16,539	20,837	4,844	44,936
	Discreta	2,2544	7,2195	17,316	22,447	0,374	10,319
	BLF	2,5246	7,2881	17,388	22,74	0	0,430
	BLFM	2,5246	7,2881	17,388	22,74	0	0,430
	Monte Carlo	2,5138	7,2881	17,381	22,719	–	–

Tabela 5.38: DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 14 - 20-40 %

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	1,0572	21,727	63,066	83,736	4,936	44,857
	Discreta	-0,051629	20,177	66,591	92,742	0,912	102,693
	BLF	1,9172	20,705	67,204	95,384	0	0
	BLFM	1,9172	20,705	67,204	95,384	0	0
	Monte Carlo	1,9172	20,705	67,204	95,384	–	–
3	Clássico	0,64491	12,019	34,768	46,142	10,943	112,436
	Discreta	-6,0414	8,4466	38,793	54,639	0,633	16,499
	BLF	-5,1858	8,6699	39,04	55,676	0	0
	BLFM	-5,1858	8,6699	39,04	55,676	0	0
	Monte Carlo	-5,1858	8,6699	39,04	55,676	–	–
6	Clássico	-4,9536	3,6434	20,837	29,434	8,284	44,936
	Discreta	-7,5069	2,2544	22,447	32,87	1,197	14,688
	BLF	-6,4618	2,5246	22,74	34,091	0,092	1,279
	BLFM	-6,4618	2,5246	22,74	34,091	0,092	1,279
	Monte Carlo	-6,5455	2,5138	22,719	34,017	–	–

As Tabelas 5.39 a 5.46 apresentam o número de iterações correspondente às metodologias BLF e BLFM, no cálculo das variáveis de estado e de saída do sistema IEEE 14 barras, para cada faixa de incerteza considerada. Nesse sentido, procurou-se apresentar as variáveis do problema que obtiveram o maior número de iterações durante o processo de convergência. Conforme pode ser observado, o número de iterações tende a ser maior com o aumento da amplitude das incertezas.

Outro ponto importante a destacar se refere ao número de iterações associadas à convergência do método BLFM nos casos de oscilação numérica. Na determinação das perdas ativas e reativas de várias linhas do sistema, foi necessário um maior número iterações para atingir a convergência do problema em comparação à metodologia BLF. No entanto, os resultados foram bem melhores do que aqueles alcançados pela metodologia BLF, destacando a vantagem do método proposto. Por outro lado, quando não ocorreram problemas de oscilação numérica, a metodologia BLFM apresentou, de maneira geral, um menor número de iterações.

Tabela 5.39: Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 14

Barra	Incerteza	Método	V_1	V_2	V_3	V_4
5	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	4	4	4	4
9	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	4	4	4	4
		BLFM	4	3	3	4
14	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.40: Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 14

Barra	Incerteza	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
2	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	4	4	4	4
6	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	5	4	4	5
14	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	5	4	4	5

Tabela 5.41: Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 14

Linha	Incerteza	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}
1-2	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	4	4	4	4
1-5	5-10 %	BLF	4	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	4	3	4
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	5	4	4	4
		BLFM	4	3	3	4
9-14	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	6	3	3	4
		BLFM	6	3	3	4

Tabela 5.42: Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 14

Linha	Incerteza	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}
2-5	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	4	4	4	4
		BLFM	4	3	3	4
5-6	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	6	3	3	4
		BLFM	5	3	3	4
	20-40 %	BLF	7	6	4	5
		BLFM	5	5	4	5
9-14	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.43: Número de iterações das perdas ativas - IEEE 14

Linha	Incerteza	Método	P_{km1}^{perdas}	P_{km2}^{perdas}	P_{km3}^{perdas}	P_{km4}^{perdas}
3-4	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	6	4	3	4
		BLFM	7	3	3	4
6-11	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	7	4	4	4
		BLFM	10	4	4	4
10-11	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	6	3	3	4
		BLFM	8	3	3	4
	20-40 %	BLF	6	6	4	4
		BLFM	9	8	4	4

Tabela 5.44: Número de iterações das perdas reativas - IEEE 14

Linha	Incerteza	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}
6-11	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	7	4	4	4
		BLFM	12	4	4	4
7-9	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	20-40 %	BLF	7	3	3	4
		BLFM	13	3	3	4
10-11	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	6	3	3	4
		BLFM	9	3	3	4
	20-40 %	BLF	6	6	4	4
		BLFM	11	9	4	4

Tabela 5.45: Número de iterações da geração ativa - IEEE 14

Barra	Incerteza	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}
1	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	3
		BLFM	4	3	3	3
	20-40 %	BLF	5	4	3	5
		BLFM	4	4	3	4

Tabela 5.46: Número de iterações das gerações reativas - IEEE 14

Barra	Incerteza	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}
3	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	5	4	4	5
6	5-10 %	BLF	3	3	3	3
		BLFM	3	3	3	3
	10-20 %	BLF	4	3	3	4
		BLFM	4	3	3	4
	20-40 %	BLF	5	4	4	5
		BLFM	5	4	4	5

As Tabelas 5.47 a 5.49 apresentam, de maneira sucinta, os erros médios e máximos obtidos na determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de estado e de saída do sistema IEEE 14 barras, para cada faixa de incerteza analisada. Também verificou-se que os erros tendem a aumentar com a amplitude das incertezas dos dados de entrada do problema e que a metodologia BLFM apresentou o melhor desempenho.

Tabela 5.47: Erros máximos e médios (%) - IEEE 14 - 5-10 %

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,0098	0,0015	0,0098	0,0015	0,0	0,0	0,0	0,0
Ângulos de tensão	0,1216	0,0421	0,1216	0,0421	0,0	0,0	0,0	0,0
Fluxos ativos	0,2250	0,0298	0,6030	0,0638	0,0490	0,0007	0,0490	0,0007
Fluxos reativos	4,9324	0,4227	4,4424	0,2873	0,0606	0,0015	0,0606	0,0015
Perdas ativas	78,263	4,3863	1,0698	0,0936	0,0713	0,0009	0,0713	0,0009
Perdas reativas	89,491	6,5037	6,8729	0,2751	0,0710	0,0014	0,0710	0,0014
Geração ativa	0,1153	0,0644	0,1053	0,0588	0,0	0,0	0,0	0,0
Gerações reativas	11,219	2,9852	0,9413	0,1857	0,0403	0,0020	0,0403	0,0020

Tabela 5.48: Erros máximos e médios (%) - IEEE 14 - 10-20 %

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,0390	0,0074	0,0390	0,0074	0,0096	0,0002	0,0096	0,0002
Ângulos de tensão	0,5848	0,1758	0,5848	0,1758	0,0164	0,0003	0,0164	0,0003
Fluxos ativos	0,8100	0,1359	5,9850	0,3530	0,0953	0,0024	0,0953	0,0024
Fluxos reativos	11,826	1,4753	9,6600	1,0332	0,3034	0,0114	0,3034	0,0108
Perdas ativas	99,000	12,435	7,1820	0,4469	407,06	10,141	6,2260	0,1190
Perdas reativas	2568,7	61,158	13,677	0,9870	952,92	16,492	5,6330	0,1388
Geração ativa	0,5450	0,2686	0,4911	0,2449	0,0060	0,0023	0,0060	0,0023
Gerações reativas	44,936	9,0322	10,3190	1,1789	0,4296	0,0281	0,4296	0,0281

Tabela 5.49: Erros máximos e médios (%) - IEEE 14 - 20-40 %

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,149	0,029	0,149	0,029	0,010	0,001	0,010	0,001
Ângulos de tensão	4,068	0,826	4,068	0,826	0,276	0,008	0,276	0,008
Fluxos ativos	7,860	0,752	14,696	1,457	1,115	0,023	0,440	0,014
Fluxos reativos	67,178	5,212	26,755	3,287	3,331	0,100	3,331	0,092
Perdas ativas	99,000	23,714	1041,0	39,032	37135,0	612,17	87,467	1,610
Perdas reativas	17027,0	582,84	2437,0	62,484	10716,0	268,09	71,205	1,073
Geração ativa	3,464	1,352	3,069	1,218	0,043	0,016	0,043	0,016
Gerações reativas	112,436	21,420	102,693	8,617	1,279	0,117	1,279	0,117

5.4.4 Sistema IEEE 30 barras

Os resultados correspondentes a este sistema estão apresentados nas Tabelas 5.50 a 5.57. Conforme pode ser observado, a aplicação da metodologia BLFM foi bastante satisfatória, com resultados muito próximos daqueles obtidos pelas simulações tipo Monte Carlo, cujo erro máximo global foi de 3,2%.

De modo geral, a metodologia BLF também apresentou um desempenho satisfatório, exceto para as distribuições de possibilidade correspondentes às perdas ativas e reativas na linha 24-25, onde os erros atingiram 105,8% em relação às simulações tipo Monte Carlo. Para esse caso, alguns coeficientes de sensibilidade associados às grandezas de entrada do problema apresentaram mudança de sinal durante o processo iterativo, tendo em vista que o fluxo ativo da linha 24-25 é reverso, conforme pode ser verificado na Tabela 5.52. Portanto, constatou-se que o processo proposto na metodologia BLFM para solucionar tais casos de oscilação numérica apresentou resultados muito mais próximos das simulações tipo Monte Carlo.

As Figuras 5.11 a 5.14 ilustram as variações de injeções especificadas de potência ativa em algumas barras do sistema, durante a determinação do valor mínimo das perdas ativas da linha 24-25, em $\alpha = 0$, empregando-se o método BLFM.

Por outro lado, os erros associados ao modelo clássico e à metodologia discreta foram superiores em comparação à metodologia BLFM, para todas as variáveis do problema. Na metodologia discreta, os maiores erros ocorreram no cálculo dos fluxos reativos, cujo valor máximo foi de 7,1%. Para as demais variáveis, os erros ficaram abaixo de 3,4%. No entanto, o modelo clássico apresentou resultados com erros ainda mais elevados. Os erros associados às perdas ativas e reativas alcançaram, respectivamente, 99,8% e 265%, enquanto os erros correspondentes aos fluxos reativos e gerações reativas atingiram 7% e 10,3%, respectivamente. Ressalta-se também que, para este sistema, não foi encontrada incoerência nos resultados apresentados.

Tabela 5.50: DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 30

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
19	Clássico	1,0179	1,0217	1,0294	1,0332	0	0,019
	Discreta	1,0179	1,0217	1,0294	1,0332	0	0,019
	BLF	1,0178	1,0217	1,0293	1,033	0	0
	BLFM	1,0178	1,0217	1,0293	1,033	0	0
	Monte Carlo	1,0178	1,0217	1,0293	1,033	–	–
26	Clássico	0,99	0,99479	1,0043	1,0091	0	0,020
	Discreta	0,99	0,99479	1,0043	1,0091	0	0,020
	BLF	0,98983	0,99474	1,0043	1,009	0	0,010
	BLFM	0,98983	0,99474	1,0043	1,009	0	0,010
	Monte Carlo	0,98985	0,99475	1,0043	1,0089	–	–
29	Clássico	0,99487	0,9991	1,0076	1,0118	0,002	0,020
	Discreta	0,99487	0,9991	1,0076	1,0118	0,002	0,020
	BLF	0,9947	0,99906	1,0075	1,0117	0	0,010
	BLFM	0,9947	0,99906	1,0075	1,0117	0	0,010
	Monte Carlo	0,99474	0,99908	1,0075	1,0116	–	–
30	Clássico	0,98211	0,98699	0,99674	1,0016	0,003	0,020
	Discreta	0,98211	0,98699	0,99674	1,0016	0,003	0,020
	BLF	0,98192	0,98694	0,99669	1,0014	0	0,005
	BLFM	0,98192	0,98694	0,99669	1,0014	0	0,005
	Monte Carlo	0,98197	0,98696	0,99667	1,0014	–	–

Tabela 5.51: DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 30

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	-6,3543	-5,9272	-5,073	-4,6459	0,002	0,174
	Discreta	-6,3543	-5,9272	-5,073	-4,6459	0,002	0,174
	BLF	-6,3612	-5,9289	-5,0746	-4,6524	0,018	0,058
	BLFM	-6,3612	-5,9289	-5,0746	-4,6524	0,018	0,058
	Monte Carlo	-6,3575	-5,9271	-5,0755	-4,654	–	–
8	Clássico	-13,685	-12,906	-11,349	-10,57	0	0,142
	Discreta	-13,685	-12,906	-11,349	-10,57	0	0,142
	BLF	-13,697	-12,909	-11,352	-10,582	0,018	0,058
	BLFM	-13,697	-12,909	-11,352	-10,582	0,018	0,058
	Monte Carlo	-13,689	-12,906	-11,354	-10,585	–	–
16	Clássico	-17,807	-16,841	-14,908	-13,942	0,028	0,193
	Discreta	-17,807	-16,841	-14,908	-13,942	0,028	0,193
	BLF	-17,822	-16,844	-14,912	-13,956	0,047	0,112
	BLFM	-17,822	-16,844	-14,912	-13,956	0,047	0,112
	Monte Carlo	-17,802	-16,835	-14,919	-13,969	–	–
24	Clássico	-18,899	-17,861	-15,785	-14,747	0,135	0,472
	Discreta	-18,899	-17,861	-15,785	-14,747	0,135	0,472
	BLF	-18,912	-17,864	-15,788	-14,759	0,151	0,391
	BLFM	-18,912	-17,864	-15,788	-14,759	0,151	0,391
	Monte Carlo	-18,857	-17,837	-15,817	-14,817	–	–

Tabela 5.52: DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 30

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
25-27	Clássico	-6,5389	-5,6615	-3,9067	-3,0293	0,332	0,825
	Discreta	-6,5401	-5,6618	-3,907	-3,0305	0,324	0,786
	BLF	-6,5397	-5,6618	-3,9067	-3,0294	0,332	0,822
	BLFM	-6,5397	-5,6618	-3,9067	-3,0294	0,332	0,822
	Monte Carlo	-6,4959	-5,64	-3,9197	-3,0545	-	-
4-12	Clássico	39,393	41,735	46,421	48,763	0,080	0,220
	Discreta	39,37	41,73	46,415	48,74	0,067	0,279
	BLF	39,403	41,738	46,423	48,774	0,084	0,201
	BLFM	39,403	41,738	46,423	48,774	0,084	0,201
	Monte Carlo	39,48	41,777	46,384	48,676	-	-
10-17	Clássico	3,4396	4,4176	6,3735	7,3515	0,002	0,029
	Discreta	3,4539	4,4212	6,3771	7,3658	0,049	0,387
	BLF	3,4422	4,4179	6,374	7,3532	0	0,047
	BLFM	3,4422	4,4179	6,374	7,3532	0	0,047
	Monte Carlo	3,4406	4,4177	6,374	7,3532	-	-
18-19	Clássico	1,3725	2,0625	3,4426	4,1326	0,262	1,060
	Discreta	1,3647	2,0606	3,4406	4,1248	0,204	1,622
	BLF	1,3737	2,0625	3,4427	4,1329	0,265	0,973
	BLFM	1,3737	2,0625	3,4427	4,1329	0,265	0,973
	Monte Carlo	1,3872	2,0698	3,4336	4,1154	-	-
21-22	Clássico	-3,4676	-2,6446	-0,99857	-0,17555	0,085	0,433
	Discreta	-3,4616	-2,6431	-0,99706	-0,16952	0,066	0,376
	BLF	-3,4648	-2,6439	-0,99774	-0,17241	0,002	0,406
	BLFM	-3,4648	-2,6439	-0,99774	-0,17241	0,002	0,406
	Monte Carlo	-3,4564	-2,6332	-0,99772	-0,17235	-	-
23-24	Clássico	0,33567	1,0559	2,4963	3,2165	0,020	0,139
	Discreta	0,33034	1,0545	2,495	3,2112	0,072	0,672
	BLF	0,33713	1,0562	2,4962	3,2177	0	0,024
	BLFM	0,33713	1,0562	2,4962	3,2177	0	0,024
	Monte Carlo	0,33706	1,0562	2,4968	3,2183	-	-
24-25	Clássico	-2,9885	-2,1089	-0,34984	0,52972	0,047	0,491
	Discreta	-2,9838	-2,1078	-0,34867	0,53439	0,005	0,024
	BLF	-2,984	-2,1078	-0,34855	0,53463	0	0,005
	BLFM	-2,984	-2,1078	-0,34855	0,53463	0	0,005
	Monte Carlo	-2,9841	-2,1079	-0,34855	0,53463	-	-
25-26	Clássico	3,1849	3,3648	3,7245	3,9044	0,003	0,019
	Discreta	3,1805	3,3637	3,7234	3,9	0,035	0,157
	BLF	3,1855	3,3649	3,7241	3,9037	0	0,036
	BLFM	3,1855	3,3649	3,7241	3,9037	0	0,036
	Monte Carlo	3,1855	3,3649	3,7247	3,9051	-	-

Tabela 5.53: DP dos fluxos relativos (MVar) - IEEE 30

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
3-4	Clássico	-5,6959	-4,1497	-1,0571	0,48919	0,281	4,420
	Discreta	-5,6688	-4,1429	-1,0503	0,51644	0,445	7,145
	BLF	-5,7422	-4,1614	-1,068	0,445	0	0,001
	BLFM	-5,7422	-4,1614	-1,068	0,445	0	0,001
	Monte Carlo	-5,7422	-4,1614	-1,068	0,44499	-	-
2-6	Clássico	-0,89373	-0,38186	0,64188	1,1537	1,507	6,059
	Discreta	-0,85358	-0,37182	0,65192	1,1939	0,503	2,044
	BLF	-0,83314	-0,36679	0,65695	1,2137	0	0
	BLFM	-0,83314	-0,36679	0,65695	1,2137	0	0
	Monte Carlo	-0,83314	-0,36679	0,65695	1,2137	-	-
2-5	Clássico	0,99487	1,3452	2,0458	2,3961	0,887	6,952
	Discreta	1,0721	1,3645	2,0651	2,4733	0,048	0,271
	BLF	1,0692	1,3637	2,0641	2,4691	0	0
	BLFM	1,0692	1,3637	2,0641	2,4691	0	0
	Monte Carlo	1,0692	1,3637	2,0641	2,4691	-	-
18-19	Clássico	0,046318	0,35464	0,97129	1,2796	0,932	2,605
	Discreta	0,04694	0,3548	0,97144	1,2802	0,947	2,543
	BLF	0,046328	0,35462	0,97137	1,2797	0,940	2,604
	BLFM	0,046328	0,35462	0,97137	1,2797	0,940	2,604
	Monte Carlo	0,072365	0,3729	0,96197	1,2569	-	-
6-8	Clássico	-14,28	-11,29	-5,3119	-2,3227	0,177	5,761
	Discreta	-14,262	-11,286	-5,3076	-2,3055	0,212	6,459
	BLF	-14,412	-11,323	-5,3437	-2,4497	0,115	0,609
	BLFM	-14,411	-11,323	-5,3437	-2,4497	0,115	0,609
	Monte Carlo	-14,38	-11,31	-5,3532	-2,4647	-	-
12-16	Clássico	2,3329	2,765	3,6293	4,0615	0,451	2,024
	Discreta	2,3327	2,765	3,6293	4,0612	0,451	2,033
	BLF	2,3388	2,7665	3,6309	4,0676	0,495	1,776
	BLFM	2,3388	2,7665	3,6309	4,0676	0,495	1,776
	Monte Carlo	2,3811	2,788	3,613	4,0316	-	-
28-27	Clássico	3,7955	4,4147	5,6529	6,272	0,568	2,140
	Discreta	3,8107	4,4224	5,645	6,2559	0,427	1,748
	BLF	3,8273	4,4265	5,6494	6,2736	0,505	1,320
	BLFM	3,8273	4,4265	5,6494	6,2736	0,505	1,320
	Monte Carlo	3,8785	4,4519	5,621	6,2175	-	-
8-28	Clássico	-1,5954	-0,98095	0,24792	0,86236	0,523	2,543
	Discreta	-1,5955	-0,98098	0,24789	0,86222	0,526	2,557
	BLF	-1,5656	-0,97347	0,25568	0,89353	0,186	0,574
	BLFM	-1,5656	-0,97347	0,25568	0,89351	0,186	0,572
	Monte Carlo	-1,5625	-0,97161	0,25315	0,88779	-	-

Tabela 5.54: DP das perdas ativas (kW) - IEEE 30

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
5-7	Clássico	44,674	102,41	217,88	275,62	1,988	36,529
	Discreta	68,449	108,35	223,83	299,4	0,688	2,751
	BLF	68,705	108,42	223,91	299,76	0,724	2,387
	BLFM	68,705	108,42	223,91	299,76	0,724	2,387
	Monte Carlo	70,385	109,52	222,3	296,55	–	–
14-15	Clássico	0,0031492	2,9454	8,9482	11,95	1,740	99,799
	Discreta	1,55	3,3466	9,3487	13,55	0,375	3,367
	BLF	1,5645	3,3521	9,3593	13,601	0	3,208
	BLFM	1,5645	3,3521	9,3593	13,601	0	3,208
	Monte Carlo	1,5647	3,4632	9,1067	13,601	–	–
18-19	Clássico	0,0040607	2,4092	7,2833	9,7203	3,209	99,663
	Discreta	1,1935	2,714	7,587	10,933	0,827	2,075
	BLF	1,2044	2,718	7,5946	10,969	0,008	1,930
	BLFM	1,2044	2,718	7,5946	10,969	0,008	1,930
	Monte Carlo	1,2045	2,7715	7,5248	10,803	–	–
21-22	Clássico	0,0002369	0,14167	1,0371	1,4848	5,621	19,001
	Discreta	0,053644	0,23152	1,1268	1,8433	0,280	0,895
	BLF	0,051637	0,2314	1,127	1,8438	0,472	0,913
	BLFM	0,05173	0,2314	1,127	1,8438	0,472	0,913
	Monte Carlo	0,056448	0,23612	1,1168	1,8331	–	–
24-25	Clássico	0,0035137	3,415	16,788	23,474	6,442	99,850
	Discreta	2,4117	4,8389	18,218	29,206	0,083	2,976
	BLF	4,8195	4,8349	18,205	29,132	0	105,79
	BLFM	2,3483	4,8349	18,205	29,132	0	1,455
	Monte Carlo	2,342	4,8349	17,944	29,132	–	–
15-23	Clássico	14,603	22,991	39,765	48,153	0,580	16,046
	Discreta	16,946	23,576	40,35	50,488	0,883	2,576
	BLF	17,009	23,594	40,376	50,603	0,940	2,213
	BLFM	17,009	23,594	40,376	50,603	0,940	2,213
	Monte Carlo	17,394	23,818	39,997	49,767	–	–
23-24	Clássico	0,0049344	2,1257	9,9208	13,818	6,759	99,540
	Discreta	1,0653	2,834	10,627	16,639	0,122	0,792
	BLF	1,0736	2,8392	10,64	16,704	0	0,019
	BLFM	1,0738	2,8392	10,64	16,704	0	0
	Monte Carlo	1,0738	2,8392	10,64	16,704	–	–
8-28	Clássico	0,0090798	0,84175	3,6309	5,0255	6,451	40,378
	Discreta	0,38801	1,0769	3,8661	5,9659	0,392	2,485
	BLF	0,43317	1,088	3,8895	6,0844	0,211	2,031
	BLFM	0,40522	1,088	3,8895	6,0843	0,211	0,764
	Monte Carlo	0,41286	1,0913	3,8813	6,0615	–	–

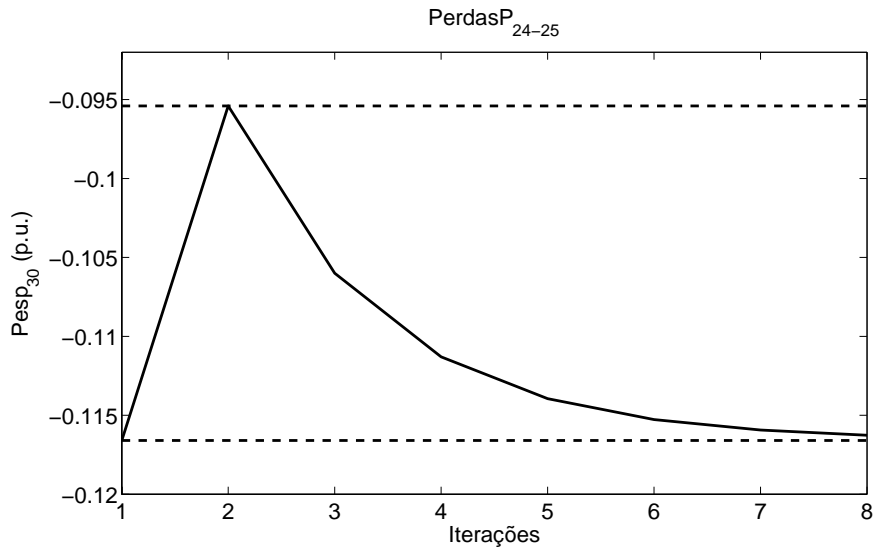


Figura 5.11: Variação da injeção ativa especificada da barra 30 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30

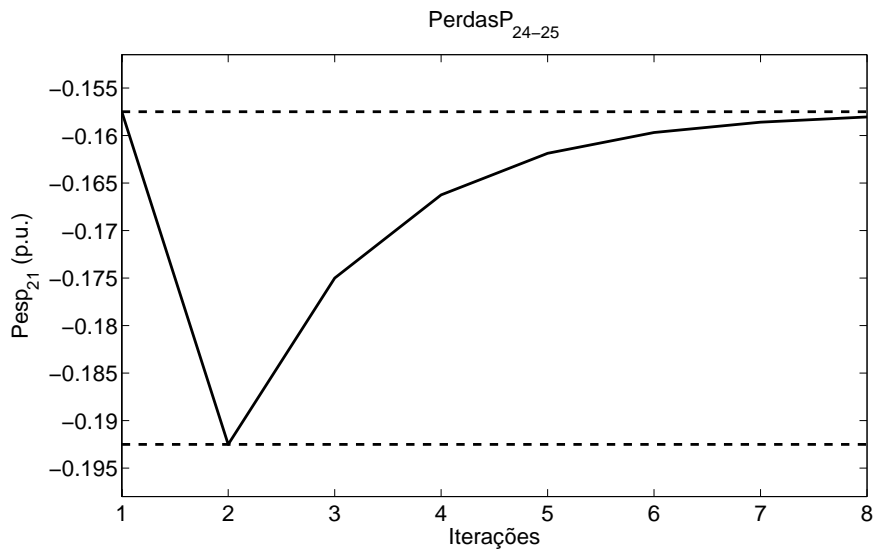


Figura 5.12: Variação da injeção ativa especificada da barra 21 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30

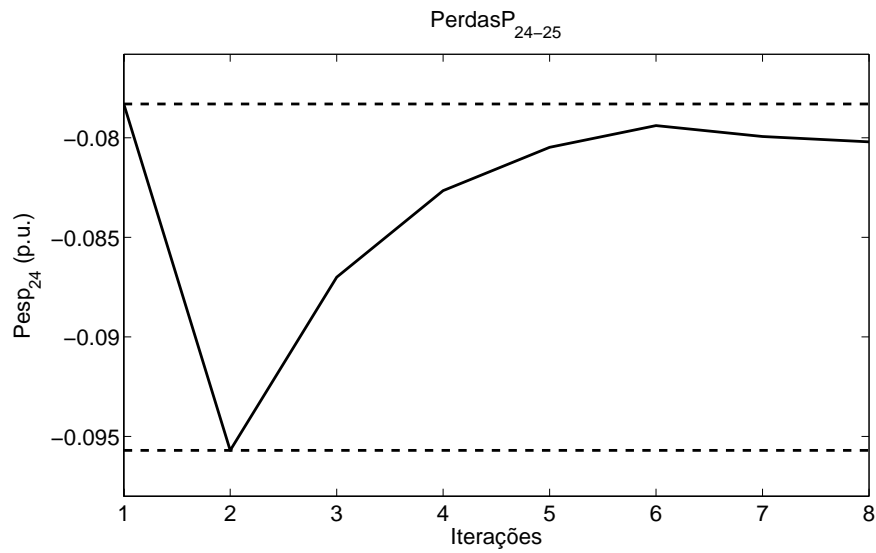


Figura 5.13: Variação da injeção ativa especificada da barra 24 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30

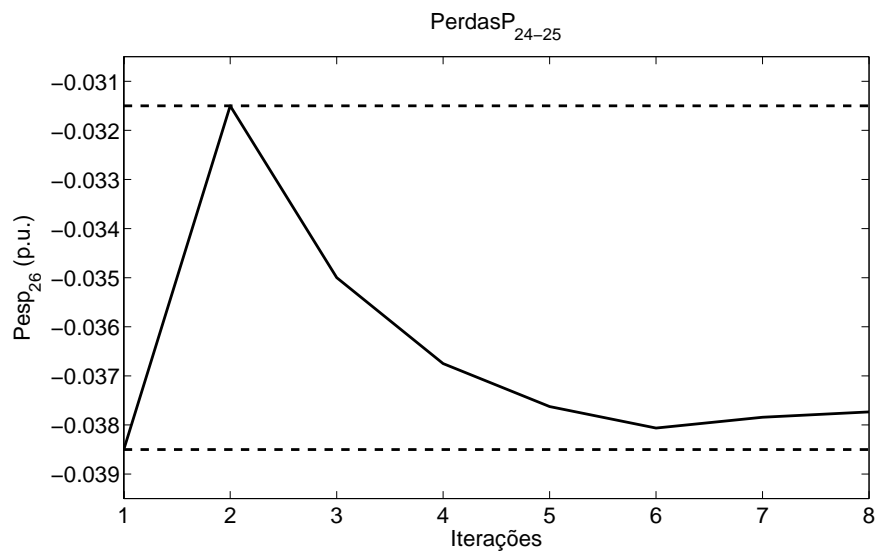


Figura 5.14: Variação da injeção ativa especificada da barra 26 - Perdas ativas da linha 24-25 - IEEE 30

Tabela 5.55: DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 30

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
6-7	Clássico	-1066,6	-829,31	-354,65	-117,32	1,682	81,661
	Discreta	-1013,2	-815,94	-341,27	-63,794	0,030	1,220
	BLF	-1013,7	-815,71	-341,11	-63,128	0,015	2,251
	BLFM	-1013,7	-815,82	-341,11	-63,128	0,028	2,251
	Monte Carlo	-1012,9	-815,59	-341,68	-64,582	-	-
14-15	Clássico	-0,050608	2,6615	8,0857	10,798	1,741	103,58
	Discreta	1,4006	3,024	8,4477	12,244	0,374	3,368
	BLF	1,4137	3,0291	8,4572	12,29	0	3,205
	BLFM	1,4137	3,0291	8,4572	12,29	0	3,205
	Monte Carlo	1,4137	3,1294	8,229	12,29	-	-
18-19	Clássico	-0,056236	4,8712	14,726	19,654	3,214	102,31
	Discreta	2,4131	5,4875	15,34	22,106	0,822	2,075
	BLF	2,4353	5,4956	15,356	22,178	0	1,931
	BLFM	2,4353	5,4956	15,356	22,178	0	1,931
	Monte Carlo	2,4353	5,6038	15,215	21,843	-	-
21-22	Clássico	-0,62264	0,28823	2,11	3,0209	7,138	73,748
	Discreta	0,10914	0,47102	2,2925	3,7501	0,558	0,937
	BLF	0,10506	0,47078	2,2928	3,7512	0,587	0,978
	BLFM	0,10524	0,47078	2,2928	3,7512	0,587	0,961
	Monte Carlo	0,11484	0,48039	2,2722	3,7293	-	-
23-24	Clássico	-3,6243	4,348	20,293	28,265	6,755	265,05
	Discreta	2,179	5,7967	21,737	34,035	0,119	0,770
	BLF	2,196	5,8074	21,763	34,168	0	0,005
	BLFM	2,1959	5,8074	21,763	34,168	0	0
	Monte Carlo	2,1959	5,8074	21,763	34,168	-	-
24-25	Clássico	-5,7132	5,9641	29,319	40,996	6,440	239,68
	Discreta	4,2119	8,4507	31,816	51,006	0,082	2,978
	BLF	8,4169	8,4438	31,794	50,876	0	105,79
	BLFM	4,0935	8,4438	31,794	50,876	0	1,458
	Monte Carlo	4,0901	8,4438	31,337	50,876	-	-

Tabela 5.56: DP da geração ativa (MW) - IEEE 30

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	224,4	242,72	279,35	297,66	0,011	0,156
	Discreta	224,43	242,73	279,35	297,69	0,011	0,142
	BLF	224,71	242,79	279,43	297,98	0,012	0,034
	BLFM	224,71	242,79	279,43	297,98	0,012	0,034
	Monte Carlo	224,75	242,82	279,38	297,88	-	-

Tabela 5.57: DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 30

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	-22,807	-19,648	-13,329	-10,17	0,396	2,972
	Discreta	-22,52	-19,576	-13,257	-9,8834	0,070	1,200
	BLF	-22,506	-19,573	-13,255	-9,8765	0	1,137
	BLFM	-22,506	-19,573	-13,255	-9,8765	0	1,137
	Monte Carlo	-22,253	-19,402	-13,382	-9,8765	-	-
2	Clássico	39,668	45,156	56,132	61,62	0,447	1,342
	Discreta	38,702	44,597	56,843	63,193	0,707	1,988
	BLF	38,851	44,635	56,883	63,358	0,712	1,611
	BLFM	38,851	44,635	56,883	63,358	0,712	1,611
	Monte Carlo	39,487	44,955	56,444	62,458	-	-
5	Clássico	31,154	34,059	39,869	42,774	2,392	6,042
	Discreta	29,322	33,126	40,836	44,741	0,024	0,194
	BLF	29,372	33,138	40,849	44,795	0,007	0,024
	BLFM	29,372	33,138	40,849	44,795	0,007	0,024
	Monte Carlo	29,379	33,142	40,846	44,789	-	-
8	Clássico	30,079	33,74	41,063	44,725	3,592	10,289
	Discreta	27,08	32,24	42,564	47,726	0,068	0,708
	BLF	27,255	32,284	42,609	47,909	0,037	0,077
	BLFM	27,255	32,284	42,609	47,909	0,037	0,077
	Monte Carlo	27,273	32,296	42,593	47,872	-	-

As Tabelas 5.58 a 5.65 apresentam o número de iterações associado ao cálculo das variáveis de estado e de saída do sistema IEEE 30 barras. Nesse caso, também são mostradas apenas as variáveis do problema que apresentaram um maior número de iterações durante a convergência das metodologias BLF e BLFM.

Destaca-se ainda que o maior número de iterações ocorreu no cálculo das perdas ativas e reativas, principalmente nos casos de oscilação numérica.

Tabela 5.58: Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 30

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4
3	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
19	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
30	BLF	3	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3

Tabela 5.59: Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 30

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
2	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
8	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
16	BLF	3	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3

Tabela 5.60: Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 30

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}
1-3	BLF	3	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
4-6	BLF	4	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3
24-25	BLF	3	3	3	3
	BLFM	2	2	2	2
27-30	BLF	3	3	4	4
	BLFM	3	3	3	5

Tabela 5.61: Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 30

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}
2-4	BLF	5	3	3	3
	BLFM	3	2	3	3
5-7	BLF	5	3	3	3
	BLFM	4	3	3	3
6-9	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	4
25-26	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	4

Tabela 5.62: Número de iterações das perdas ativas - IEEE 30

Linha	Método	P_{km1}^{perdas}	P_{km2}^{perdas}	P_{km3}^{perdas}	P_{km4}^{perdas}
3-4	BLF	4	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3
6-7	BLF	5	4	3	3
	BLFM	6	5	3	3
21-22	BLF	5	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3
24-25	BLF	6	3	3	3
	BLFM	8	3	3	3
8-28	BLF	6	3	3	4
	BLFM	5	3	3	3

Tabela 5.63: Número de iterações das perdas reativas - IEEE 30

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}
6-7	BLF	4	5	3	3
	BLFM	3	7	3	3
6-10	BLF	4	5	3	3
	BLFM	3	6	3	3
12-13	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
23-24	BLF	6	3	3	3
	BLFM	5	3	3	3
24-25	BLF	6	3	3	3
	BLFM	9	3	3	3

Tabela 5.64: Número de iterações da geração ativa - IEEE 30

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}
1	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3

Tabela 5.65: Número de iterações das gerações reativas - IEEE 30

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}
1	BLF	3	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3
5	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
8	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3

A Tabela 5.66 apresenta, de maneira geral, os erros médios e máximos encontrados no cálculo das distribuições de possibilidade das grandezas de estado e de saída deste sistema.

Tabela 5.66: Erros máximos e médios (%) - IEEE 30

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,0200	0,0054	0,0200	0,0054	0,0099	0,0016	0,0099	0,0016
Ângulos de tensão	0,4724	0,1186	0,4724	0,1186	0,3914	0,1067	0,3914	0,1067
Fluxos ativos	1,0597	0,1110	1,6220	0,1356	0,9732	0,0882	0,9732	0,0882
Fluxos reativos	6,9519	0,6525	7,1450	0,5459	2,6037	0,2801	2,6037	0,2801
Perdas ativas	99,850	7,9488	3,3668	0,6731	105,79	1,3327	3,2080	0,5474
Perdas reativas	265,05	9,2870	3,3681	0,6388	105,79	1,1544	3,2051	0,5098
Geração ativa	0,1557	0,0704	0,1424	0,0635	0,0336	0,0204	0,0336	0,0204
Gerações reativas	10,289	2,1980	1,9880	0,4832	1,6107	0,3386	1,6107	0,3386

5.4.5 Sistema CEMIG 37 barras

Conforme os resultados apresentados nas Tabelas 5.67 a 5.74, para este sistema de distribuição, constatou-se que todas as metodologias de solução testadas neste trabalho tiveram um desempenho bastante satisfatório, com os valores dos erros correspondentes muito baixos. As piores situações ocorreram no cálculo das distribuições de possibilidade das perdas ativas e reativas, quando é empregado o modelo clássico. Nesses casos, os erros associados ficaram abaixo de 1,5%.

O número de iterações associado a este sistema está apresentado nas Tabelas 5.75 a 5.82. Deve ser destacado ainda que, no geral, o número de iterações correspondente à metodologia BLFM foi menor em comparação à metodologia BLF, o que se deve ao fato da metodologia BLFM considerar um critério de convergência diferenciado para a determinação das variáveis de estado e de saída. Porém, ambas formulações apresentaram erros muito baixos em relação às simulações tipo Monte Carlo. Ressalta-se também que, nesse caso, não ocorreram oscilações de sinal dos coeficientes de sensibilidade associados ao problema.

Os erros máximos e médios correspondentes às metodologias aplicadas ao sistema CEMIG 37 barras estão apresentadas na Tabela 5.83.

Tabela 5.67: DP dos módulos de tensão (p.u.) - CEMIG

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
3	Clássico	0,99463	0,99488	0,99539	0,99565	0	0,001
	Discreta	0,99463	0,99488	0,99539	0,99565	0	0,001
	BLF	0,99463	0,99488	0,99539	0,99564	0	0
	BLFM	0,99463	0,99488	0,99539	0,99564	0	0
	Monte Carlo	0,99463	0,99488	0,99539	0,99564	–	–
10	Clássico	0,97968	0,98064	0,98257	0,98353	0	0,001
	Discreta	0,97968	0,98064	0,98257	0,98353	0	0,001
	BLF	0,97967	0,98064	0,98256	0,98352	0	0
	BLFM	0,97967	0,98064	0,98256	0,98352	0	0
	Monte Carlo	0,97967	0,98064	0,98256	0,98352	–	–
21	Clássico	0,96564	0,96726	0,97052	0,97214	0	0,002
	Discreta	0,96564	0,96726	0,97052	0,97214	0	0,002
	BLF	0,96562	0,96726	0,97051	0,97213	0	0
	BLFM	0,96562	0,96726	0,97051	0,97213	0	0
	Monte Carlo	0,96562	0,96726	0,97051	0,97213	–	–
33	Clássico	0,95351	0,95571	0,96011	0,96232	0	0,003
	Discreta	0,95351	0,95571	0,96011	0,96232	0	0,003
	BLF	0,95349	0,95571	0,96011	0,9623	0	0,001
	BLFM	0,95349	0,95571	0,96011	0,9623	0	0,001
	Monte Carlo	0,95349	0,95571	0,96011	0,96229	–	–

Tabela 5.68: DP dos ângulos de tensão (graus) - CEMIG

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	-0,20489	-0,18894	-0,15705	-0,1411	0	0,001
	Discreta	-0,20489	-0,18894	-0,15705	-0,1411	0	0,001
	BLF	-0,2049	-0,18895	-0,15705	-0,14111	0	0
	BLFM	-0,2049	-0,18895	-0,15705	-0,14111	0	0
	Monte Carlo	-0,2049	-0,18895	-0,15705	-0,14111	-	-
19	Clássico	-1,2868	-1,1872	-0,98808	-0,8885	0,001	0,008
	Discreta	-1,2868	-1,1872	-0,98808	-0,8885	0,001	0,008
	BLF	-1,2869	-1,1873	-0,98809	-0,88854	0	0,001
	BLFM	-1,2869	-1,1873	-0,98809	-0,88854	0	0,001
	Monte Carlo	-1,2869	-1,1873	-0,98809	-0,88853	-	-
26	Clássico	-1,5355	-1,4106	-1,1608	-1,0358	0	0,010
	Discreta	-1,5355	-1,4106	-1,1608	-1,0358	0	0,010
	BLF	-1,5356	-1,4106	-1,1608	-1,0359	0	0
	BLFM	-1,5356	-1,4106	-1,1608	-1,0359	0	0
	Monte Carlo	-1,5356	-1,4106	-1,1608	-1,0359	-	-
31	Clássico	-1,6771	-1,5474	-1,2879	-1,1582	0	0,006
	Discreta	-1,6771	-1,5474	-1,2879	-1,1582	0	0,006
	BLF	-1,6772	-1,5474	-1,2879	-1,1583	0	0,009
	BLFM	-1,6772	-1,5474	-1,2879	-1,1583	0	0,009
	Monte Carlo	-1,6772	-1,5474	-1,2879	-1,1582	-	-

Tabela 5.69: DP dos fluxos ativos (MW) - CEMIG

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
37-1	Clássico	2565,3	2711,5	3004	3150,2	0,007	0,027
	Discreta	2565,3	2711,5	3004	3150,1	0,007	0,027
	BLF	2566	2711,7	3004,2	3150,9	0	0
	BLFM	2566	2711,7	3004,2	3150,9	0	0
	Monte Carlo	2566	2711,7	3004,2	3150,9	-	-
7-8	Clássico	40,511	42,762	47,265	49,516	0,000	0,000
	Discreta	40,504	42,761	47,263	49,51	0,002	0,017
	BLF	40,512	42,763	47,264	49,515	0,002	0,002
	BLFM	40,512	42,763	47,265	49,516	0	0,002
	Monte Carlo	40,511	42,762	47,265	49,516	-	-
16-18	Clássico	81,088	85,599	94,622	99,133	0,000	0,001
	Discreta	81,062	85,593	94,615	99,108	0,007	0,033
	BLF	81,094	85,599	94,621	99,122	0	0,012
	BLFM	81,099	85,599	94,621	99,133	0	0,012
	Monte Carlo	81,089	85,599	94,622	99,134	-	-
31-34	Clássico	360,7	380,86	421,18	441,35	0,002	0,006
	Discreta	360,42	380,79	421,12	441,07	0,017	0,083
	BLF	360,72	380,87	421,17	441,34	0	0,007
	BLFM	360,72	380,87	421,18	441,34	0	0,007
	Monte Carlo	360,72	380,87	421,19	441,37	-	-

Tabela 5.70: DP dos fluxos reativos (MVar) - CEMIG

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
37-1	Clássico	1512,5	1603,1	1784,3	1874,8	0,017	0,079
	Discreta	1512,5	1603,1	1784,3	1874,9	0,017	0,079
	BLF	1513,7	1603,4	1784,6	1876,1	0	0
	BLFM	1513,8	1603,4	1784,6	1876,1	0	0,007
	Monte Carlo	1513,7	1603,4	1784,6	1876,1	–	–
16-18	Clássico	45,945	48,5	53,612	56,168	0	0
	Discreta	45,928	48,496	53,608	56,152	0,007	0,037
	BLF	45,953	48,5	53,612	56,15	0	0,032
	BLFM	45,962	48,5	53,612	56,167	0	0,037
	Monte Carlo	45,945	48,5	53,612	56,168	–	–
22-25	Clássico	728,92	770,09	852,45	893,63	0,004	0,018
	Discreta	728,79	770,06	852,42	893,5	0,007	0,036
	BLF	729,05	770,13	852,48	893,69	0	0,008
	BLFM	729,05	770,13	852,48	893,69	0	0,008
	Monte Carlo	729,05	770,13	852,48	893,76	–	–
31-32	Clássico	84,885	89,623	99,098	103,84	0	0,018
	Discreta	84,84	89,612	99,087	103,79	0,012	0,071
	BLF	84,889	89,624	99,096	103,83	0	0,013
	BLFM	84,889	89,624	99,096	103,83	0	0,013
	Monte Carlo	84,9	89,624	99,099	103,84	–	–

Tabela 5.71: DP das perdas ativas (kW) - CEMIG

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
13-16	Clássico	4,1629	4,7099	5,804	6,351	0,266	1,444
	Discreta	4,2191	4,724	5,818	6,407	0,025	0,114
	BLF	4,2239	4,7253	5,8195	6,4131	0	0,002
	BLFM	4,2239	4,7253	5,8195	6,4131	0	0,002
	Monte Carlo	4,2239	4,7252	5,8195	6,4131	–	–
25-28	Clássico	1,1003	1,2458	1,5367	1,6821	0,266	1,477
	Discreta	1,1152	1,2495	1,5404	1,6969	0,026	0,143
	BLF	1,1168	1,2499	1,5408	1,6988	0	0
	BLFM	1,1168	1,2499	1,5408	1,6988	0	0
	Monte Carlo	1,1168	1,2499	1,5408	1,6988	–	–
28-31	Clássico	0,53063	0,60085	0,74128	0,8115	0,200	0,810
	Discreta	0,53782	0,60265	0,74307	0,81865	0,020	0,095
	BLF	0,53858	0,60285	0,7433	0,8196	0	0
	BLFM	0,53858	0,60285	0,7433	0,8196	0	0
	Monte Carlo	0,53858	0,60285	0,7433	0,8196	–	–
10-13	Clássico	4,907	5,5509	6,8386	7,4824	0,264	1,440
	Discreta	4,9732	5,5674	6,8551	7,5484	0,023	0,110
	BLF	4,9787	5,5689	6,8567	7,5552	0	0,002
	BLFM	4,9787	5,5689	6,8567	7,5552	0	0,002
	Monte Carlo	4,9787	5,5688	6,8567	7,5552	–	–

Tabela 5.72: DP das perdas reativas (kVar) - CEMIG

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
16-19	Clássico	6,4914	7,3458	9,0544	9,9088	0,268	1,453
	Discreta	6,5791	7,3677	9,0763	9,9961	0,026	0,121
	BLF	6,5871	7,3698	9,0787	10,006	0	0
	BLFM	6,5871	7,3698	9,0787	10,006	0	0
	Monte Carlo	6,5871	7,3698	9,0787	10,006	–	–
28-31	Clássico	1,0206	1,1556	1,4257	1,5608	0,273	1,477
	Discreta	1,0344	1,1591	1,4292	1,5745	0,028	0,145
	BLF	1,0359	1,1595	1,4296	1,5764	0	0
	BLFM	1,0359	1,1595	1,4296	1,5764	0	0
	Monte Carlo	1,0359	1,1595	1,4296	1,5764	–	–
31-32	Clássico	0,285	0,32269	0,39808	0,43578	0,107	0,435
	Discreta	0,28894	0,32368	0,39907	0,43972	0,008	0,041
	BLF	0,28926	0,32377	0,39916	0,44013	0	0,001
	BLFM	0,28926	0,32377	0,39916	0,44013	0	0,001
	Monte Carlo	0,28926	0,32376	0,39917	0,44013	–	–
31-33	Clássico	0,285	0,32269	0,39808	0,43578	0,107	0,435
	Discreta	0,28894	0,32368	0,39907	0,43972	0,008	0,041
	BLF	0,28926	0,32377	0,39916	0,44013	0	0,001
	BLFM	0,28926	0,32377	0,39916	0,44013	0	0,001
	Monte Carlo	0,28926	0,32376	0,39917	0,44013	–	–

Tabela 5.73: DP da geração ativa (MW) - CEMIG

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
37	Clássico	2565,3	2711,5	3004	3150,2	0,007	0,027
	Discreta	2565,3	2711,5	3004	3150,1	0,007	0,027
	BLF	2566	2711,7	3004,2	3150,9	0	0
	BLFM	2566	2711,7	3004,2	3150,9	0	0
	Monte Carlo	2566	2711,7	3004,2	3150,9	–	–

Tabela 5.74: DP das gerações reativas (MVar) - CEMIG

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
37	Clássico	1512,5	1603,1	1784,3	1874,8	0,017	0,079
	Discreta	1512,5	1603,1	1784,3	1874,9	0,017	0,079
	BLF	1513,7	1603,4	1784,6	1876,1	0	0
	BLFM	1513,8	1603,4	1784,6	1876,1	0	0,007
	Monte Carlo	1513,7	1603,4	1784,6	1876,1	–	–

Tabela 5.75: Número de iterações dos módulos de tensão - CEMIG

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4
3	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2
10	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2
33	BLF	3	2	2	3
	BLFM	3	2	2	3

Tabela 5.76: Número de iterações dos ângulos de tensão - CEMIG

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
2	BLF	2	2	2	2
	BLFM	2	2	2	2
19	BLF	2	2	2	2
	BLFM	2	2	2	2
31	BLF	2	2	2	2
	BLFM	2	2	2	2

Tabela 5.77: Número de iterações dos fluxos ativos - CEMIG

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}
7-8	BLF	3	3	4	4
	BLFM	3	3	3	3
16-18	BLF	5	2	3	4
	BLFM	3	2	3	3
16-19	BLF	3	2	3	4
	BLFM	3	2	3	3
31-34	BLF	3	2	4	4
	BLFM	3	2	3	4

Tabela 5.78: Número de iterações dos fluxos reativos - CEMIG

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}
4-5	BLF	3	3	4	4
	BLFM	3	3	3	3
4-6	BLF	3	3	4	4
	BLFM	3	3	3	3
7-9	BLF	3	3	4	4
	BLFM	3	3	3	3
16-18	BLF	5	2	3	4
	BLFM	3	2	3	3

Tabela 5.79: Número de iterações das perdas ativas - CEMIG

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$
37-1	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2
10-12	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2
28-31	BLF	3	2	2	3
	BLFM	3	2	2	3
34-36	BLF	3	2	2	3
	BLFM	3	2	2	3

Tabela 5.80: Número de iterações das perdas reativas - CEMIG

Linha	Método	$Q_{perdas_{km1}}$	$Q_{perdas_{km2}}$	$Q_{perdas_{km3}}$	$Q_{perdas_{km4}}$
1-2	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2
7-9	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2
31-32	BLF	3	2	2	3
	BLFM	3	2	2	3
34-36	BLF	3	2	2	3
	BLFM	3	2	2	3

Tabela 5.81: Número de iterações da geração ativa - CEMIG

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}
37	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2

Tabela 5.82: Número de iterações das gerações reativas - CEMIG

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}
37	BLF	3	2	2	3
	BLFM	2	2	2	2

Tabela 5.83: Erros máximos e médios (%) - CEMIG

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,0030	0,0008	0,0030	0,0008	0,0010	0,00001	0,0010	0,00001
Ângulos de tensão	0,0097	0,0017	0,0097	0,0017	0,0086	0,0001	0,0086	0,0001
Fluxos ativos	0,0273	0,0040	0,0832	0,0243	0,0121	0,0022	0,0123	0,0018
Fluxos reativos	0,0793	0,0081	0,0793	0,0232	0,0320	0,0036	0,0370	0,0029
Perdas ativas	1,4774	0,3559	0,1433	0,0298	0,0021	0,00004	0,0021	0,0001
Perdas reativas	1,4770	0,3040	0,1448	0,0261	0,0010	0,00003	0,0010	0,00003
Geração ativa	0,0273	0,0159	0,0273	0,0167	0	0	0	0
Gerações reativas	0,0793	0,0460	0,0793	0,0447	0,0066	0,0017	0,0066	0,0017

5.4.6 Sistema IEEE 57 barras

As Tabelas 5.84 a 5.91 apresentam os resultados referentes à determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de estado e de saída do sistema IEEE 57 barras.

No que diz respeito aos módulos de tensão, todas as metodologias apresentaram resultados com erros baixos. Para os resultados correspondentes aos ângulos de tensão, os erros associados ao modelo clássico e à metodologia discreta foram maiores, da ordem de 17,4%. Por outro lado, os erros alcançados pelas metodologias BLF e BLFM foram inferiores a 2,7%.

No que se refere aos resultados dos fluxos ativos, tanto o modelo clássico quanto a metodologia discreta apresentaram erros maiores em relação às simulações tipo Monte Carlo, cujos valores máximos foram 14,7% e 13,2%, respectivamente. Entretanto, o desempenho das metodologias BLF e BLFM foi melhor, com erros até 4,7%.

Tabela 5.84: DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 57

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
4	Clássico	0,97992	0,98035	0,98121	0,98165	0,002	0,019
	Discreta	0,97992	0,98035	0,98121	0,98165	0,002	0,019
	BLF	0,97988	0,98034	0,98121	0,98161	0,001	0,015
	BLFM	0,97988	0,98034	0,98121	0,98161	0,001	0,015
	Monte Carlo	0,97973	0,98033	0,98119	0,9816	-	-
21	Clássico	0,99788	1,0033	1,0141	1,0195	0,008	0,049
	Discreta	0,99788	1,0033	1,0141	1,0195	0,008	0,049
	BLF	0,9964	1,0029	1,0138	1,0183	0,010	0,156
	BLFM	0,9964	1,0029	1,0138	1,0182	0,010	0,156
	Monte Carlo	0,99796	1,0034	1,0139	1,019	-	-
34	Clássico	0,94192	0,95067	0,96817	0,97692	0,064	0,192
	Discreta	0,94192	0,95067	0,96817	0,97691	0,064	0,191
	BLF	0,94009	0,95022	0,96777	0,97536	0,036	0,289
	BLFM	0,94009	0,95022	0,96777	0,97536	0,036	0,289
	Monte Carlo	0,94298	0,95131	0,96731	0,975	-	-
46	Clássico	1,0531	1,0565	1,0634	1,0668	0,028	0,114
	Discreta	1,0531	1,0565	1,0634	1,0668	0,028	0,114
	BLF	1,0519	1,0562	1,0631	1,0657	0	0,019
	BLFM	1,0519	1,0562	1,0631	1,0657	0	0,019
	Monte Carlo	1,0519	1,0562	1,063	1,0659	-	-

Tabela 5.85: DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 57

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
7	Clássico	-15,499	-11,55	-3,6516	0,29744	1,223	17,398
	Discreta	-15,499	-11,55	-3,6516	0,29743	1,223	17,397
	BLF	-15,715	-11,602	-3,6968	0,12347	0	2,739
	BLFM	-15,715	-11,602	-3,6968	0,12347	0	2,739
	Monte Carlo	-15,296	-11,4	-3,6968	0,12346	-	-
29	Clássico	-17,718	-13,744	-5,7973	-1,8238	0,789	8,878
	Discreta	-17,718	-13,744	-5,7973	-1,8238	0,789	8,878
	BLF	-17,939	-13,797	-5,8434	-2,0015	0	2,509
	BLFM	-17,939	-13,797	-5,8434	-2,0015	0	2,509
	Monte Carlo	-17,5	-13,586	-5,8434	-2,0015	-	-
43	Clássico	-18,005	-14,68	-8,0288	-4,7033	0,519	3,306
	Discreta	-18,005	-14,68	-8,0288	-4,7033	0,519	3,306
	BLF	-18,21	-14,728	-8,0707	-4,8641	0	2,000
	BLFM	-18,21	-14,728	-8,0707	-4,8641	0	2,000
	Monte Carlo	-17,853	-14,558	-8,0707	-4,8641	-	-
55	Clássico	-18,474	-14,637	-6,9635	-3,1266	0,917	5,381
	Discreta	-18,474	-14,637	-6,9635	-3,1267	0,917	5,378
	BLF	-18,697	-14,69	-7,0097	-3,3044	0	2,573
	BLFM	-18,697	-14,69	-7,0097	-3,3044	0	2,573
	Monte Carlo	-18,306	-14,504	-7,1948	-3,3044	-	-

Para o caso dos fluxos reativos, a metodologia BLF apresentou erros de até 6,2%, enquanto que na metodologia BLFM os erros foram inferiores a 5,9%. Por outro lado, os erros referentes ao modelo clássico e à metodologia discreta foram bem maiores, atingindo 112,6% e 81,6%, respectivamente. A metodologia discreta ainda apresentou um resultado incoerente para a linha 1-16, conforme destacado em negrito na Tabela 5.87.

Com relação aos resultados referentes às perdas ativas, a metodologia BLFM apresentou um desempenho bastante satisfatório. Mesmo com um erro máximo de 29,3%, ocorrido na linha 4-5, os resultados foram bem próximas das simulações tipo Monte Carlo. Além disso, a metodologia BLFM não apresentou resultados incoerentes para essa situação, enquanto que os erros associados às demais metodologias foram extremamente elevados. As demais metodologias ainda apresentaram vários resultados incoerentes, conforme destacado em negrito na Tabela 5.88. No total, a metodologia BLF apresentou incoerência nos resultados de perdas ativas para 14 linhas deste sistema. A metodologia discreta e o modelo clássico, por sua vez, tiveram 9 e 7 linhas com resultados incoerentes, respectivamente.

Destaca-se também que, apesar da metodologia BLFM apresentar um erro máximo de 29,3% para as perdas ativas na linha 4-5, este resultado pode ser considerado bastante satisfatório, tendo em vista que o erro em questão corresponde à diferença entre os valores mínimos de 3,95 e 3,06 *kW*. Em outras situações, como na linha 9-13, o erro se deve à ordem decimal dos resultados.

Para o cálculo das distribuições de possibilidade das perdas reativas, os resultados alcançados pela metodologia BLFM foram ainda mais próximos das simulações tipo Monte Carlo, com erros inferiores a 8,6%. No que se refere aos resultados obtidos pelas demais metodologias, os erros também foram bastante elevados, atingindo 1971,9%, 274,3% e 836,9%, respectivamente, para o modelo clássico, a metodologia discreta e o método BLF. Cabe destacar também que a metodologia BLF apresentou resultados incoerentes para 15 linhas deste sistema, enquanto a metodologia discreta teve 10 linhas com incoerência nos resultados.

As variações de injeção especificada de potência ativa e reativa de algumas barras deste sistema, quando a metodologia BLFM é aplicada no cálculo do valor mínimo das perdas reativas da linha 6-7, em $\alpha = 0$, estão apresentadas nas Figuras 5.15 a 5.19. Da mesma forma, verificou-se que tais injeções assumiram os próprios valores extremos, assim como os valores intermediários dos intervalos correspondentes. Destaca-se ainda que, no caso da injeção reativa da barra 52, o valor obtido no final do processo de convergência foi igual ao ponto médio do intervalo, de maneira similar ao método BLF.

Na determinação da geração ativa da barra de referência, os erros associados foram baixos para todas as metodologias. Porém, os resultados encontrados pelos métodos BLF e BLFM foram mais próximos das simulações tipo Monte Carlo.

Finalmente, no que se refere ao cálculo das gerações reativas deste sistema, a metodologia BLFM também apresentou o desempenho mais satisfatório, cujo erro máximo foi de 3,4%. A metodologia BLF obteve erros de até 12,3%, enquanto o modelo clássico e a metodologia discreta atingiram erros de 83,2% e 17,8%, respectivamente.

Portanto, de maneira geral, verificou-se que a metodologia BLFM apresentou os melhores resultados para as variáveis de estado e de saída do sistema IEEE 57 barras.

As Tabelas 5.92 a 5.99 apresentam o número de iterações associado à determinação das distribuições de possibilidade de algumas variáveis de estado e de saída deste sistema, incluindo aquelas que apresentaram o maior número de iterações.

Deve ser destacado também que, para este sistema, foram necessárias mais iterações para se alcançar a convergência do problema, principalmente no que se refere ao cálculo das perdas ativas e reativas. Na metodologia BLFM, as perdas ativas convergiram em até 13 iterações, enquanto foram necessárias até 15 iterações para a convergência das perdas reativas. Por outro lado, a metodologia BLF apresentou, no máximo, 8 e 9 iterações, respectivamente, para as perdas ativas e reativas.

Tabela 5.86: DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 57

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
4-5	Clássico	-2,5357	5,6307	21,963	30,13	0,363	14,686
	Discreta	-2,4303	5,6568	21,989	30,231	0,700	9,919
	BLF	-2,2099	5,7134	22,055	30,505	0	1,612
	BLFM	-2,2099	5,7134	22,055	30,505	0	1,612
	Monte Carlo	-2,211	5,7134	21,824	30,021	-	-
9-10	Clássico	0,35777	8,7626	25,572	33,977	0,836	3,128
	Discreta	0,39447	8,7715	25,58	34,009	0,868	4,836
	BLF	0,35136	8,759	25,571	33,971	0,525	3,167
	BLFM	0,35136	8,759	25,571	33,971	0,525	3,167
	Monte Carlo	0,34611	9,0455	25,36	33,54	-	-
10-12	Clássico	-36,629	-27,113	-8,0809	1,4351	0,310	7,724
	Discreta	-36,552	-27,094	-8,0625	1,5081	0,531	13,204
	BLF	-36,748	-27,143	-8,106	1,3322	0	1,796
	BLFM	-36,748	-27,143	-8,106	1,3322	0	1,796
	Monte Carlo	-36,747	-26,664	-8,106	1,3322	-	-
12-16	Clássico	-71,32	-52,357	-14,431	4,5321	0,290	4,052
	Discreta	-71,03	-52,286	-14,361	4,8095	0,774	10,421
	BLF	-71,504	-52,405	-14,473	4,3556	0	2,344
	BLFM	-71,504	-52,405	-14,473	4,3556	0	2,344
	Monte Carlo	-69,866	-51,574	-14,473	4,3556	-	-
23-24	Clássico	-2,2853	0,53189	6,1663	8,9836	0,364	3,792
	Discreta	-2,2285	0,54609	6,1805	9,0402	0,134	1,213
	BLF	-2,1999	0,55148	6,1886	9,0674	0,002	0,086
	BLFM	-2,1999	0,55148	6,1886	9,0674	0,002	0,086
	Monte Carlo	-2,2018	0,55143	6,1888	9,0676	-	-
22-38	Clássico	-17,874	-14,307	-7,1734	-3,6064	0,256	4,270
	Discreta	-17,935	-14,323	-7,1886	-3,6674	0,044	4,626
	BLF	-17,955	-14,329	-7,1918	-3,6862	0	4,743
	BLFM	-17,955	-14,329	-7,1918	-3,6873	0	4,743
	Monte Carlo	-17,142	-13,928	-7,1918	-3,6841	-	-
38-44	Clássico	-35,177	-29,761	-18,929	-13,513	0,103	3,050
	Discreta	-35,047	-29,728	-18,896	-13,383	1,065	2,669
	BLF	-35,203	-29,767	-18,93	-13,542	0,111	3,126
	BLFM	-35,203	-29,767	-18,93	-13,542	0,111	3,126
	Monte Carlo	-34,136	-29,228	-19,37	-13,527	-	-
56-42	Clássico	-3,2138	-2,396	-0,76037	0,05745	0,058	0,844
	Discreta	-3,2093	-2,3949	-0,75925	0,061925	0,013	0,397
	BLF	-3,2058	-2,3946	-0,75809	0,065629	0	0,026
	BLFM	-3,2058	-2,3946	-0,7581	0,065629	0	0,026
	Monte Carlo	-3,2058	-2,3946	-0,75809	0,065891	-	-
38-49	Clássico	-9,3718	-7,0176	-2,3093	0,044864	0,093	3,385
	Discreta	-9,3376	-7,0091	-2,3008	0,079015	0,026	0,077
	BLF	-9,3405	-7,0111	-2,3002	0,078708	0	0,046
	BLFM	-9,3405	-7,0112	-2,3002	0,078708	0	0,046
	Monte Carlo	-9,3448	-7,0111	-2,3002	0,07871	-	-

Tabela 5.87: DP dos fluxos relativos (MVar) - IEEE 57

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
3-4	Clássico	-20,627	-14,406	-1,9635	4,2578	3,737	18,243
	Discreta	-20,318	-14,329	-1,8863	4,5661	3,183	12,324
	BLF	-19,633	-14,161	-1,7238	5,2079	0	2,586
	BLFM	-19,633	-14,161	-1,7238	5,2079	0	2,586
	Monte Carlo	-19,138	-13,887	-1,7238	5,2079	-	-
1-15	Clássico	28,665	31,203	36,279	38,817	0,179	5,717
	Discreta	30,04	31,547	36,622	40,186	0,765	1,906
	BLF	31,151	31,736	36,802	40,988	0,215	2,460
	BLFM	30,406	31,736	36,802	40,988	0,010	1,318
	Monte Carlo	30,403	32,16	36,344	40,9	-	-
1-16	Clássico	-1,5383	-1,204	-0,53547	-0,2012	15,204	112,58
	Discreta	-0,20212	-0,86959	-0,20047	1,1395	12,644	81,625
	BLF	-1,1679	-1,0204	-0,074026	1,5995	0,001	6,173
	BLFM	-1,0665	-1,0342	-0,074026	1,5995	0,001	3,045
	Monte Carlo	-1,1	-1,0451	-0,074031	1,5996	-	-
1-17	Clássico	2,8388	3,3873	4,4841	5,0325	3,369	25,819
	Discreta	3,5185	3,5574	4,6545	5,7147	1,483	15,763
	BLF	3,1054	3,5182	4,9656	6,9141	0,365	1,916
	BLFM	3,128	3,5403	4,9656	6,9146	0,996	1,924
	Monte Carlo	3,0858	3,5054	4,8981	6,7841	-	-
12-16	Clássico	-5,8241	1,4969	16,139	23,46	1,507	61,274
	Discreta	-5,3609	1,6123	16,253	23,916	0,812	48,448
	BLF	-3,6114	2,0613	16,745	25,951	0	3,374
	BLFM	-3,6114	2,0613	16,745	25,951	0	3,374
	Monte Carlo	-3,6113	2,0613	16,386	25,104	-	-
12-17	Clássico	-5,3814	1,892	16,439	23,712	1,445	68,722
	Discreta	-4,2433	2,1747	16,718	24,819	0,228	33,040
	BLF	-3,1896	2,4516	17,037	26,175	0	3,336
	BLFM	-3,1896	2,4516	17,037	26,175	0	3,336
	Monte Carlo	-3,1895	2,4516	16,68	25,33	-	-
24-26	Clássico	-7,1234	-4,3267	1,2667	4,0635	27,118	96,337
	Discreta	-5,1979	-3,3733	0,33192	2,2126	0,893	5,503
	BLF	-5,3172	-3,403	0,30328	2,0972	0	0,036
	BLFM	-5,3172	-3,403	0,30328	2,0972	0	0,036
	Monte Carlo	-5,3191	-3,4037	0,30333	2,0972	-	-
38-44	Clássico	0,18166	2,7384	7,8518	10,409	1,162	12,987
	Discreta	0,24009	2,753	7,8665	10,467	0,635	7,144
	BLF	0,31143	2,7705	7,8873	10,551	0,004	4,922
	BLFM	0,31143	2,7705	7,8873	10,551	0,004	4,922
	Monte Carlo	0,31153	2,7706	7,5173	10,559	-	-
57-56	Clássico	-0,091993	0,25962	0,96284	1,3145	2,011	7,271
	Discreta	-0,087736	0,26068	0,9639	1,3187	2,436	7,614
	BLF	-0,10894	0,25491	0,95871	1,2976	0,316	5,892
	BLFM	-0,10894	0,2549	0,95871	1,2976	0,316	5,892
	Monte Carlo	-0,1121	0,29357	0,92083	1,2254	-	-

Tabela 5.88: DP das perdas ativas (kW) - IEEE 57

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
4-5	Clássico	0,13365	0,21375	291,23	452,17	13,807	99,109
	Discreta	14,851	20,949	342,8	658,39	1,155	385,85
	BLF	130,1	21,246	345,19	672,31	2,163	4156,2
	BLFM	3,9527	21,246	345,19	672,31	2,163	29,313
	Monte Carlo	3,0567	23,987	337,88	650,87	-	-
4-6	Clássico	0,41182	0,026477	254,34	413,91	19,439	99,00
	Discreta	44,662	2,4617	321,56	682,7	1,432	4466,2
	BLF	94,778	2,6478	324,32	699,55	0,004	9477,8
	BLFM	0,081499	2,6476	324,32	699,55	0,004	8,150
	Monte Carlo	1,54E-06	2,6477	315,71	673,06	-	-
9-13	Clássico	1,3825	0,25687	22,902	43,109	24,279	138,25
	Discreta	132,12	24,99	65,484	213,59	0,881	13212,0
	BLF	2,5081	2,5834	64,912	208,48	0	256,93
	BLFM	0,0013171	0,1207	64,912	208,48	0	10,662
	Monte Carlo	2,66E-07	0,014082	64,912	208,48	-	-
5-6	Clássico	0,58811	0,13994	27,71	45,195	44,704	97,608
	Discreta	60,193	13,966	48,914	129,97	2,391	1206,5
	BLF	10,026	9,4194	53,628	151,34	0	117,62
	BLFM	4,6594	5,8426	53,628	151,34	0	7,016
	Monte Carlo	4,6072	5,8501	50,112	151,34	-	-
12-16	Clássico	0,039388	0,38731	457,64	703,21	3,053	99,00
	Discreta	6,2038	37,687	528,56	986,3	0,930	619,49
	BLF	212,07	38,731	533,52	1015	0	21206,1
	BLFM	0,066239	38,731	533,52	1015	0	5,738
	Monte Carlo	0,0088545	38,731	533,52	1015	-	-
19-20	Clássico	0,013721	0,015196	11,832	18,006	15,055	99,00
	Discreta	1,333	1,4809	13,813	25,894	0,833	168,88
	BLF	4,1309	1,5197	13,929	26,523	0	733,25
	BLFM	0,50384	1,5197	13,929	26,523	0	1,630
	Monte Carlo	0,49576	1,5196	13,929	26,522	-	-
48-49	Clássico	7,9904	24,169	56,526	72,705	4,575	61,923
	Discreta	24,901	28,375	60,69	89,271	2,455	18,661
	BLF	28,191	27,544	62,027	96,611	0,001	34,339
	BLFM	20,142	27,476	62,032	96,498	0,116	5,736
	Monte Carlo	20,985	29,148	59,236	96,61	-	-
49-50	Clássico	0,26084	37,012	132,44	180,16	6,555	99,00
	Discreta	26,813	46,401	141,85	217,84	0,085	6,192
	BLF	37,692	46,208	141,73	217,4	0	44,502
	BLFM	26,06	46,208	141,73	217,4	0	6,583
	Monte Carlo	26,084	49,464	141,73	217,4	-	-
56-42	Clássico	0,021072	3,2352	17,833	25,132	3,896	98,839
	Discreta	2,1822	4,7932	19,384	31,323	1,139	20,231
	BLF	3,4999	4,7382	19,364	31,234	0,021	92,832
	BLFM	1,8194	4,7384	19,364	31,233	0,017	6,437
	Monte Carlo	1,815	4,7392	18,556	29,344	-	-

Tabela 5.89: DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 57

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
4-5	Clássico	-2876,5	-2536,1	-1855,5	-1515,1	4,785	44,488
	Discreta	-2440,5	-2427,2	-1746,5	-1079,6	0,285	2,956
	BLF	-2195,8	-2426,5	-1741,1	-1048,6	0	10,870
	BLFM	-2461,9	-2426,5	-1741,1	-1048,6	0	0,888
	Monte Carlo	-2463,6	-2420,3	-1756,7	-1048,6	-	-
6-7	Clássico	-3065,6	-2695,9	-1956,4	-1586,7	3,870	36,092
	Discreta	-2638,7	-2589,1	-1849,7	-1159,8	0,244	1,795
	BLF	-2328,4	-2590,4	-1851	-1165,9	0	12,149
	BLFM	-2649,9	-2590,4	-1851	-1165,9	0	1,726
	Monte Carlo	-2650,4	-2582,8	-1883,5	-1165,9	-	-
13-14	Clássico	-1209,5	-984,87	-535,61	-310,98	9,649	796,06
	Discreta	-901,56	-908,21	-459,59	-8,1851	1,114	118,32
	BLF	-799,55	-907,07	-449,87	44,69	0,029	14,174
	BLFM	-934,34	-907,07	-449,87	44,698	0,047	4,876
	Monte Carlo	-931,59	-898,2	-472,93	44,677	-	-
12-16	Clássico	-3490,1	-2377	-150,75	962,37	17,423	178,23
	Discreta	-2201,6	-2055,4	169,55	2241	1,101	12,009
	BLF	-1263,9	-2050,1	192,69	2373,5	0	43,224
	BLFM	-2226,2	-2050,1	192,69	2373,5	0	1,275
	Monte Carlo	-2226,1	-2024,3	192,69	2373,5	-	-
19-20	Clássico	-10,261	-0,79235	18,145	27,614	15,055	1102,1
	Discreta	2,0442	2,271	21,183	39,711	0,833	128,39
	BLF	6,335	2,3305	21,361	40,674	0	557,47
	BLFM	0,76608	2,3305	21,361	40,674	0	0,579
	Monte Carlo	0,76029	2,3305	21,361	40,674	-	-
21-20	Clássico	-19,522	-4,2413	26,319	41,599	17,301	1971,9
	Discreta	2,9394	1,4162	32,062	64,741	0,745	274,25
	BLF	8,5656	1,3517	31,825	63,429	0	836,87
	BLFM	0,11044	1,3517	31,825	63,429	0	8,648
	Monte Carlo	0,19692	1,3518	31,825	63,429	-	-
21-22	Clássico	-2,7038	-0,58762	3,6448	5,761	17,293	273,11
	Discreta	0,39904	0,19236	4,4333	8,9326	0,518	37,177
	BLF	1,1861	0,18717	4,4069	8,7832	0	115,88
	BLFM	0,02164	0,18717	4,4069	8,7832	0	0,563
	Monte Carlo	0,027268	0,18718	4,4069	8,7832	-	-
49-50	Clássico	-17,103	59,145	211,64	287,89	2,132	141,08
	Discreta	42,848	74,149	226,68	348,11	0,201	4,823
	BLF	60,232	73,84	226,48	347,41	0	44,663
	BLFM	41,644	73,84	226,48	347,41	0	4,731
	Monte Carlo	41,636	73,841	216,25	347,41	-	-
56-42	Clássico	-6,7696	5,3894	29,707	41,867	3,901	327,58
	Discreta	3,6353	7,9849	32,292	52,181	1,140	22,211
	BLF	5,8304	7,8933	32,259	52,031	0,020	96,006
	BLFM	3,031	7,8937	32,259	52,031	0,015	6,440
	Monte Carlo	2,9746	7,8949	30,913	48,883	-	-

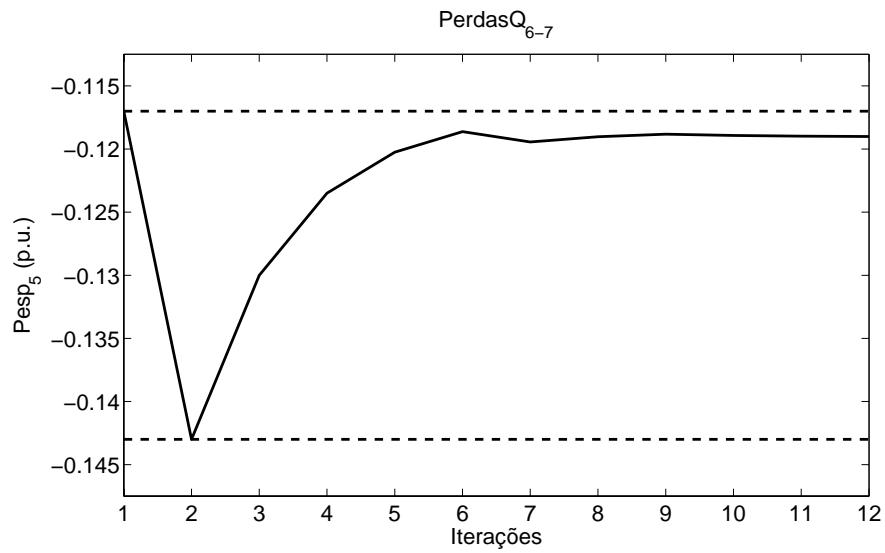


Figura 5.15: Variação da injeção ativa especificada da barra 5 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57

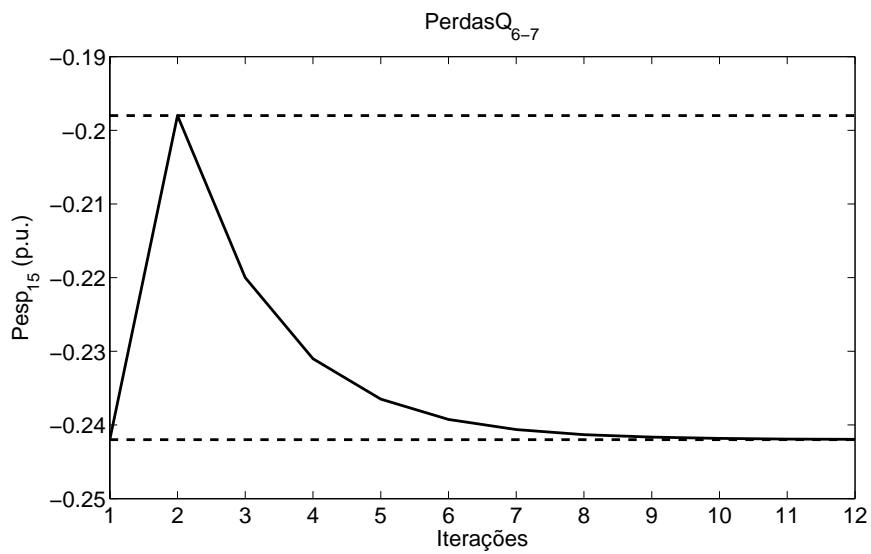


Figura 5.16: Variação da injeção ativa especificada da barra 15 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57

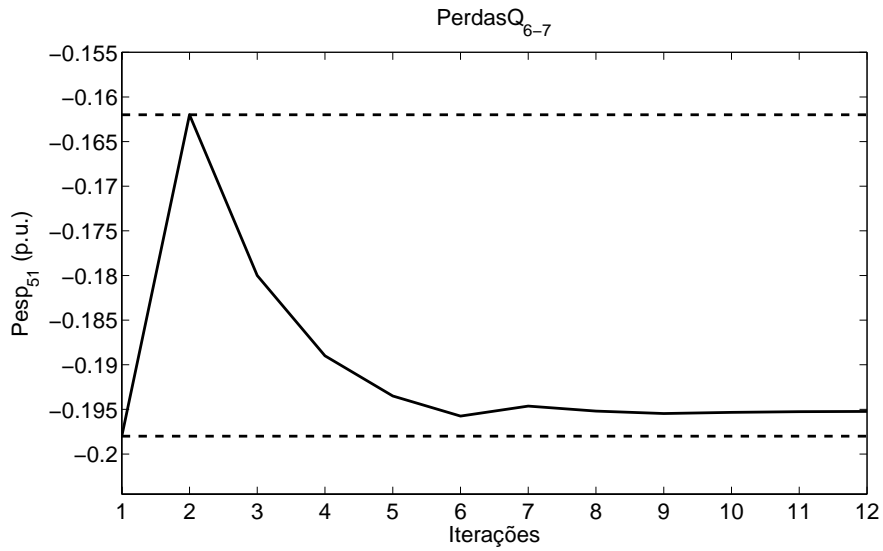


Figura 5.17: Variação da injeção ativa especificada da barra 51 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57

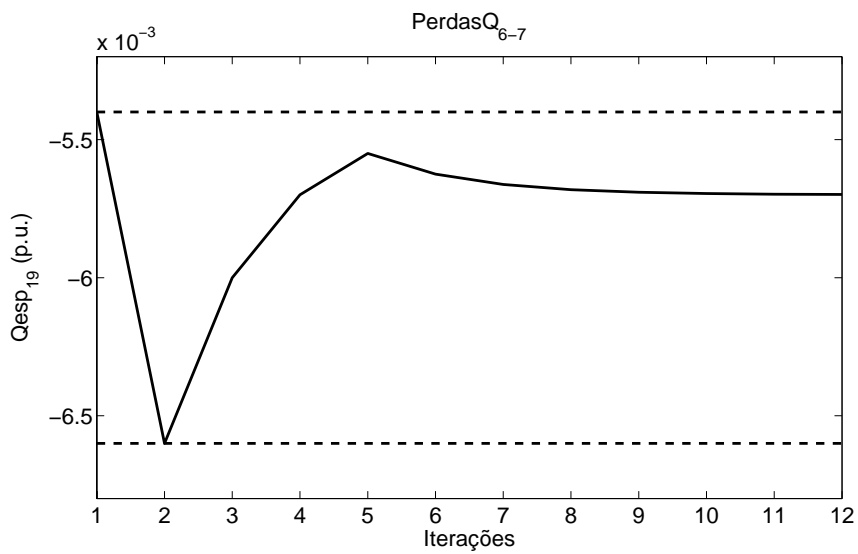


Figura 5.18: Variação da injeção reativa especificada da barra 19 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57

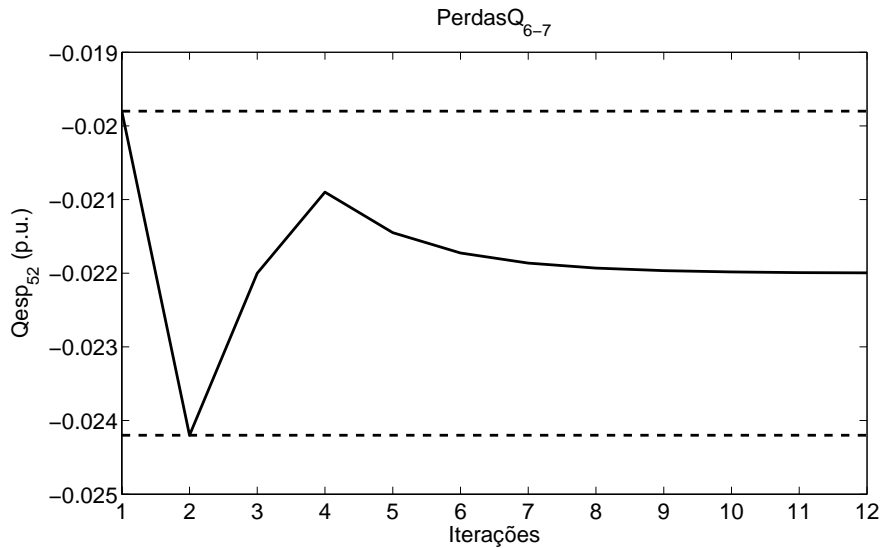


Figura 5.19: Variação da injeção reativa especificada da barra 52 - Perdas reativas da linha 6-7 - IEEE 57

Tabela 5.90: DP da geração ativa (MW) - IEEE 57

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
1	Clássico	262,62	370,64	586,67	694,69	0,159	1,602
	Discreta	257,01	367,85	589,35	699,84	0,616	2,721
	BLF	263,69	369,56	591,23	707,57	0,193	1,466
	BLFM	263,69	369,56	591,23	707,57	0,193	1,466
	Monte Carlo	264,2	375,06	585,74	706	-	-

A Tabela 5.100 apresenta os erros máximos e médios obtidos para o sistema IEEE 57 barras, na determinação das distribuições de possibilidade das variáveis de estado e de saída do problema, aplicando-se o modelo clássico e as metodologias discreta, BLF e BLFM.

Tabela 5.91: DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 57

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	-4,1998	-2,4775	0,96702	2,6893	60,769	83,152
	Discreta	-11,097	-6,4011	5,8449	13,403	0,827	3,158
	BLF	-9,6487	-6,3505	5,933	13,84	0	12,332
	BLFM	-10,991	-6,3505	5,933	13,84	0	3,368
	Monte Carlo	-11,006	-6,3151	5,7397	13,84	-	-
3	Clássico	-21,513	-11,25	9,2763	19,54	2,171	28,490
	Discreta	-21,877	-11,867	10,757	23,355	7,774	17,846
	BLF	-18,564	-11,011	11,709	27,325	0	0
	BLFM	-18,564	-11,011	11,709	27,325	0	0
	Monte Carlo	-18,564	-11,011	11,709	27,325	-	-
6	Clássico	-9,4862	-4,3143	6,0295	11,201	8,544	19,495
	Discreta	-8,8465	-4,2046	6,3387	12,237	3,854	11,437
	BLF	-7,9386	-3,9724	6,5929	13,285	0	2,984
	BLFM	-7,9386	-3,9724	6,5929	13,285	0	2,984
	Monte Carlo	-7,9386	-3,9725	6,5928	12,9	-	-
9	Clássico	-12,409	-5,1051	9,5029	16,807	8,938	20,016
	Discreta	-13,973	-6,1461	11,062	20,44	1,276	2,727
	BLF	-13,133	-6,0163	11,205	21,014	0	3,625
	BLFM	-13,615	-6,0163	11,205	21,014	0	0,088
	Monte Carlo	-13,627	-6,0164	11,205	21,013	-	-

Tabela 5.92: Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 57

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4
4	BLF	4	4	3	4
	BLFM	3	2	2	3
21	BLF	5	4	4	5
	BLFM	4	4	4	4
31	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
46	BLF	5	4	4	5
	BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.93: Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 57

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
7	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
29	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
43	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
55	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5

Tabela 5.94: Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 57

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}
4-5	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
9-10	BLF	4	3	3	4
	BLFM	4	3	3	4
13-15	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
10-12	BLF	4	3	4	4
	BLFM	4	3	3	4
12-16	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
23-24	BLF	4	4	4	4
	BLFM	4	4	4	4
24-25	BLF	4	3	5	6
	BLFM	3	3	3	4
32-33	BLF	7	7	4	4
	BLFM	5	4	4	4
22-38	BLF	4	3	3	5
	BLFM	3	3	3	4
38-44	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
56-42	BLF	4	4	4	4
	BLFM	4	4	3	4
38-49	BLF	4	4	4	4
	BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.95: Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 57

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}
3-4	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
1-15	BLF	7	4	4	5
	BLFM	7	3	3	4
1-16	BLF	7	6	4	5
	BLFM	5	7	4	5
1-17	BLF	7	6	4	5
	BLFM	10	9	4	4
12-16	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
12-17	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
24-26	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
30-31	BLF	4	4	4	7
	BLFM	3	4	4	5
32-33	BLF	5	4	5	6
	BLFM	5	4	4	5
38-44	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	4
50-51	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
57-56	BLF	4	4	4	5
	BLFM	4	3	4	5
6-8	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
8-9	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
5-6	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
21-22	BLF	4	4	4	4
	BLFM	4	4	4	4
38-48	BLF	4	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
7-29	BLF	4	4	4	4
	BLFM	4	3	3	4
22-38	BLF	5	4	4	5
	BLFM	4	4	4	4
11-43	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5

Tabela 5.96: Número de iterações das perdas ativas - IEEE 57

Linha	Método	P_{km1}^{perdas}	P_{km2}^{perdas}	P_{km3}^{perdas}	P_{km4}^{perdas}
4-5	BLF	7	4	4	5
	BLFM	11	4	4	5
4-6	BLF	7	4	4	5
	BLFM	11	4	4	5
13-14	BLF	7	4	4	5
	BLFM	12	4	4	4
5-6	BLF	6	6	4	5
	BLFM	9	9	4	4
12-13	BLF	7	6	4	5
	BLFM	10	12	3	4
12-16	BLF	7	4	4	5
	BLFM	11	4	4	5
19-20	BLF	7	4	4	5
	BLFM	9	4	4	5
23-24	BLF	7	6	4	5
	BLFM	13	8	4	4
26-27	BLF	8	4	4	4
	BLFM	4	4	4	4
48-49	BLF	7	6	5	5
	BLFM	11	5	4	5
49-50	BLF	7	4	4	4
	BLFM	9	4	4	4
56-42	BLF	7	5	4	5
	BLFM	10	5	4	4
9-12	BLF	6	6	4	4
	BLFM	10	9	3	4
13-15	BLF	5	4	4	5
	BLFM	7	4	4	5
10-12	BLF	7	4	4	4
	BLFM	13	3	3	4
31-32	BLF	6	5	3	4
	BLFM	5	5	3	4
35-36	BLF	6	3	3	4
	BLFM	5	3	3	4
38-44	BLF	6	4	4	5
	BLFM	8	4	4	5
44-45	BLF	6	4	5	5
	BLFM	8	4	4	5
38-48	BLF	6	3	3	4
	BLFM	11	3	3	5

Tabela 5.97: Número de iterações das perdas reativas - IEEE 57

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}
4-5	BLF	7	5	4	5
	BLFM	12	4	4	5
6-7	BLF	7	6	4	5
	BLFM	12	5	4	5
9-11	BLF	7	4	4	9
	BLFM	13	4	4	4
13-14	BLF	7	4	4	5
	BLFM	15	4	4	4
10-12	BLF	7	4	4	4
	BLFM	15	3	3	4
12-13	BLF	7	6	5	6
	BLFM	11	14	3	3
12-16	BLF	7	4	4	5
	BLFM	11	4	4	5
19-20	BLF	7	4	4	5
	BLFM	10	4	4	5
21-20	BLF	8	4	4	5
	BLFM	10	4	4	5
21-22	BLF	7	4	4	5
	BLFM	7	4	4	5
49-50	BLF	7	4	4	4
	BLFM	9	4	4	4
56-42	BLF	7	5	4	5
	BLFM	10	5	4	4

Tabela 5.98: Número de iterações da geração ativa - IEEE 57

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}
1	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5

Tabela 5.99: Número de iterações das gerações reativas - IEEE 57

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}
1	BLF	6	5	4	5
	BLFM	5	5	4	5
2	BLF	7	4	4	5
	BLFM	10	4	4	5
6	BLF	5	4	4	5
	BLFM	5	4	4	5
9	BLF	7	3	4	4
	BLFM	6	3	3	4

Tabela 5.100: Erros máximos e médios (%) - IEEE 57

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,1920	0,0482	0,1910	0,0482	0,2890	0,0489	0,2890	0,0490
Ângulos de tensão	17,398	1,8256	17,397	1,8256	2,7393	1,0525	2,7393	1,0525
Fluxos ativos	14,686	1,0597	13,204	1,1150	4,7427	0,6801	4,7427	0,6802
Fluxos reativos	112,58	4,9261	81,625	3,1810	6,1727	0,8272	5,8920	0,8095
Perdas ativas	138,2	25,978	13212	101,829	21206,1	174,05	29,313	2,9039
Perdas reativas	1971,9	36,089	274,25	4,3006	836,87	6,8250	8,6480	1,3067
Geração ativa	1,6020	0,8843	2,7214	1,5332	1,4664	0,7048	1,4664	0,7048
Gerações reativas	83,152	17,771	17,846	3,7689	12,332	0,8965	3,3678	0,3352

5.4.7 Sistema IEEE 118 barras

Os resultados correspondentes às distribuições de possibilidade das variáveis de estado e de saída deste sistema estão apresentados nas Tabelas 5.101 a 5.108.

Para os módulos de tensão, todas as metodologias testadas apresentaram resultados com erros baixos em relação às simulações tipo Monte Carlo. Entretanto, no geral, a metodologia BLFM obteve o melhor desempenho. Destaca-se ainda que, nesse caso, a metodologia BLF apresentou resultados incoerentes para as barras 37, 47 e 81, decorrentes de problemas associados à oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade correspondentes.

As Figuras 5.20 a 5.23 apresentam as variações de injeção especificada de potência reativa em quatro barras do sistema, na determinação do valor máximo do módulo de tensão da barra 47, em $\alpha = 0$, através da metodologia BLFM.

Por outro lado, as distribuições de possibilidade dos ângulos de tensão, obtidas a partir do modelo clássico e da metodologia discreta, atingiram erros da ordem de 57,8%. As metodologias BLF e BLFM, por sua vez, tiveram um desempenho bastante superior, com erros máximos de 0,19%.

No que diz respeito à determinação das distribuições de possibilidade dos fluxos ativos, as metodologias BLF e BLFM também apresentaram um desempenho similar e bastante satisfatório, cujos erros alcançaram 4,1%. No entanto, o modelo clássico e a metodologia discreta obtiveram erros de 99,2% e 52,3%, respectivamente.

Tabela 5.101: DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 118

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
14	Clássico	0,98317	0,98338	0,9838	0,98401	0,003	0,014
	Discreta	0,98317	0,98338	0,9838	0,98401	0,003	0,014
	BLF	0,98301	0,98334	0,98373	0,98387	0,001	0,003
	BLFM	0,98301	0,98334	0,98377	0,9839	0	0,002
	Monte Carlo	0,98303	0,98335	0,98376	0,9839	–	–
37	Clássico	0,98968	0,99005	0,99079	0,99116	0,004	0,041
	Discreta	0,98968	0,99005	0,99079	0,99116	0,004	0,041
	BLF	0,98899	0,98988	0,99065	0,99059	0,002	0,036
	BLFM	0,98899	0,98988	0,99065	0,99074	0,001	0,036
	Monte Carlo	0,98935	0,99001	0,99063	0,99075	–	–
38	Clássico	0,95765	0,96032	0,96566	0,96832	0,006	0,275
	Discreta	0,95765	0,96032	0,96566	0,96832	0,006	0,275
	BLF	0,95412	0,95947	0,96496	0,96529	0,028	0,248
	BLFM	0,95412	0,95947	0,96498	0,96609	0,041	0,248
	Monte Carlo	0,9566	0,96038	0,96457	0,96557	–	–
43	Clássico	0,97044	0,97378	0,98045	0,98379	0,019	0,212
	Discreta	0,97044	0,97378	0,98045	0,98379	0,019	0,212
	BLF	0,96789	0,97316	0,97989	0,98025	0,023	0,274
	BLFM	0,96789	0,97316	0,97989	0,98172	0,005	0,274
	Monte Carlo	0,97063	0,97409	0,97966	0,98167	–	–
47	Clássico	1,0124	1,0147	1,0194	1,0217	0,010	0,255
	Discreta	1,0124	1,0147	1,0194	1,0217	0,010	0,255
	BLF	1,0092	1,014	1,0187	1,0177	0,029	0,326
	BLFM	1,0092	1,014	1,0187	1,0192	0,010	0,326
	Monte Carlo	1,0125	1,0151	1,0184	1,0191	–	–
71	Clássico	0,98661	0,98673	0,98696	0,98707	0,004	0,023
	Discreta	0,98661	0,98673	0,98696	0,98707	0,004	0,023
	BLF	0,98615	0,98662	0,98685	0,98685	0,003	0,023
	BLFM	0,98615	0,98662	0,98688	0,98688	0	0,023
	Monte Carlo	0,98638	0,98669	0,98688	0,98688	–	–
81	Clássico	0,99504	0,99592	0,99767	0,99855	0	0,129
	Discreta	0,99504	0,99592	0,99767	0,99855	0	0,129
	BLF	0,99334	0,9955	0,99726	0,99679	0,005	0,122
	BLFM	0,99334	0,9955	0,99726	0,99727	0,001	0,122
	Monte Carlo	0,99456	0,99592	0,99721	0,99726	–	–
98	Clássico	1,022	1,0228	1,0242	1,025	0,010	0,098
	Discreta	1,022	1,0228	1,0242	1,025	0,010	0,098
	BLF	1,0207	1,0224	1,024	1,0246	0	0,029
	BLFM	1,0207	1,0224	1,0241	1,0246	0	0,029
	Monte Carlo	1,021	1,0225	1,0241	1,0246	–	–
118	Clássico	0,94706	0,94824	0,95062	0,95181	0,004	0,070
	Discreta	0,94706	0,94824	0,95062	0,95181	0,004	0,070
	BLF	0,94627	0,94806	0,95045	0,95105	0,006	0,083
	BLFM	0,94627	0,94806	0,95045	0,95121	0,010	0,083
	Monte Carlo	0,9471	0,94836	0,95033	0,95111	–	–

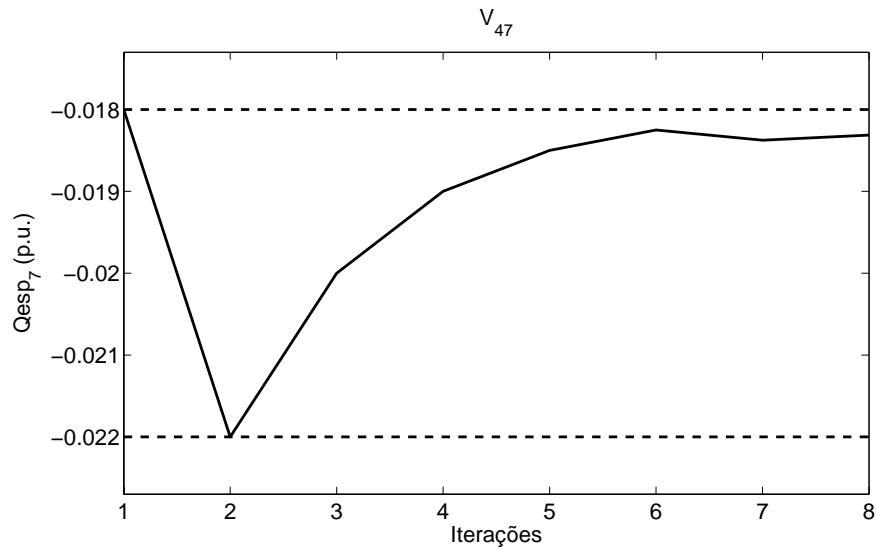


Figura 5.20: Variação da injeção reativa especificada da barra 7 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118

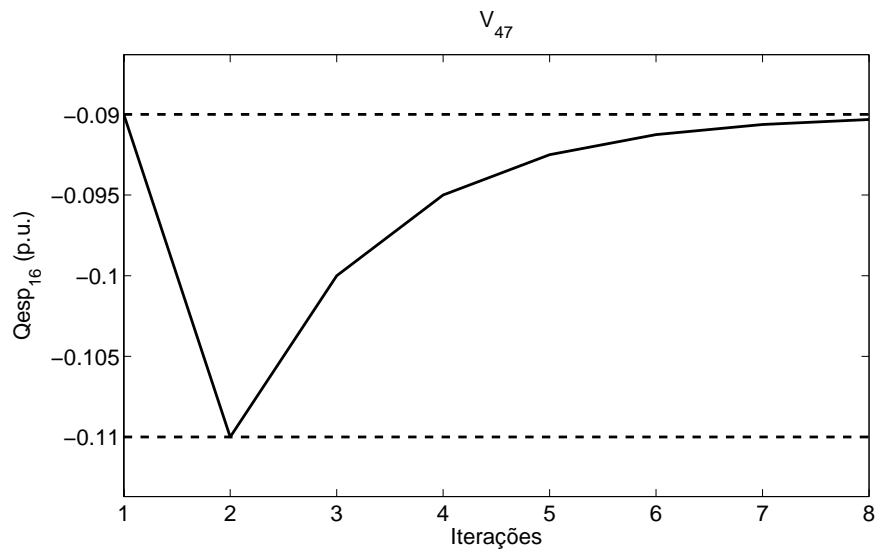


Figura 5.21: Variação da injeção reativa especificada da barra 16 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118

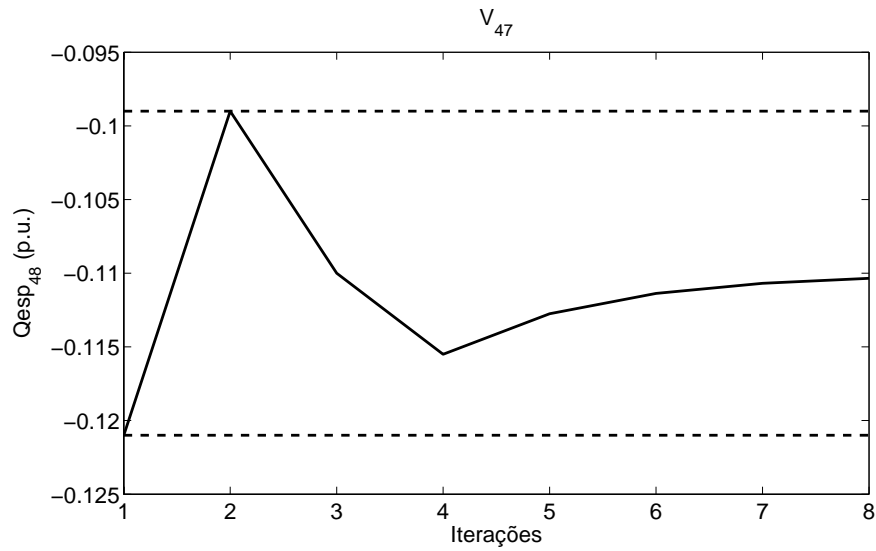


Figura 5.22: Variação da injeção reativa especificada da barra 48 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118

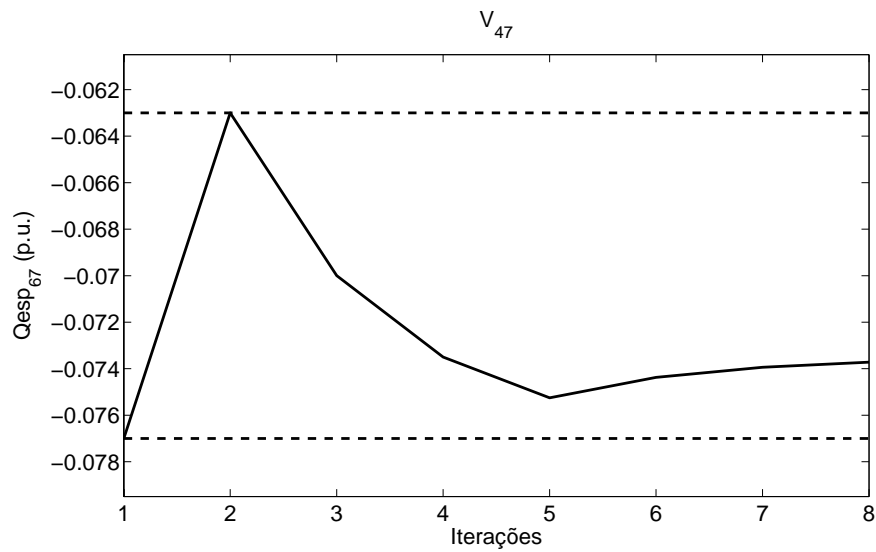


Figura 5.23: Variação da injeção reativa especificada da barra 67 - Módulo de tensão da barra 47 - IEEE 118

Tabela 5.102: DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 118

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
2	Clássico	-41,542	-30,036	-7,0235	4,4826	0,645	15,397
	Discreta	-41,542	-30,036	-7,0235	4,4826	0,645	15,397
	BLF	-42,388	-30,231	-7,1839	3,8853	0	0,021
	BLFM	-42,388	-30,231	-7,1839	3,8852	0	0,018
	Monte Carlo	-42,388	-30,231	-7,184	3,8845	-	-
15	Clássico	-39,571	-29,07	-8,068	2,4329	0,663	32,728
	Discreta	-39,571	-29,07	-8,068	2,4329	0,663	32,728
	BLF	-40,414	-29,264	-8,2287	1,8335	0	0,027
	BLFM	-40,414	-29,264	-8,2287	1,8334	0	0,022
	Monte Carlo	-40,414	-29,264	-8,2287	1,833	-	-
19	Clássico	-39,465	-29,097	-8,3613	2,0067	0,666	42,694
	Discreta	-39,465	-29,097	-8,3613	2,0067	0,666	42,694
	BLF	-40,308	-29,292	-8,5221	1,4066	0	0,021
	BLFM	-40,308	-29,292	-8,5221	1,4065	0	0,014
	Monte Carlo	-40,308	-29,292	-8,5221	1,4063	-	-
33	Clássico	-38,861	-29,024	-9,3518	0,48449	0,644	57,801
	Discreta	-38,861	-29,024	-9,3518	0,48448	0,644	57,800
	BLF	-39,676	-29,212	-9,5067	-0,093047	0	0,047
	BLFM	-39,676	-29,212	-9,5067	-0,093077	0	0,044
	Monte Carlo	-39,676	-29,212	-9,5068	-0,093515	-	-
37	Clássico	-36,049	-27,061	-9,0857	-0,09794	0,661	55,265
	Discreta	-36,049	-27,061	-9,0857	-0,097952	0,661	55,264
	BLF	-36,829	-27,241	-9,2339	-0,65028	0	0,031
	BLFM	-36,829	-27,241	-9,234	-0,65029	0	0,030
	Monte Carlo	-36,829	-27,241	-9,234	-0,65059	-	-
46	Clássico	-23,67	-17,561	-5,3433	0,76557	0,802	42,761
	Discreta	-23,67	-17,561	-5,3433	0,76557	0,802	42,761
	BLF	-24,291	-17,703	-5,4592	0,33834	0	0,038
	BLFM	-24,291	-17,703	-5,4592	0,33828	0	0,032
	Monte Carlo	-24,291	-17,703	-5,4592	0,33796	-	-
84	Clássico	-14,369	-6,8405	8,2168	15,745	1,367	3,777
	Discreta	-14,369	-6,8405	8,2168	15,745	1,367	3,777
	BLF	-14,942	-6,9725	8,1061	15,332	0,001	0,060
	BLFM	-14,942	-6,9725	8,1061	15,332	0,001	0,060
	Monte Carlo	-14,933	-6,971	8,106	15,331	-	-
107	Clássico	-29,813	-21,198	-3,966	4,6498	0,642	10,510
	Discreta	-29,813	-21,198	-3,966	4,6498	0,642	10,510
	BLF	-30,41	-21,336	-4,0834	4,2121	0,005	0,107
	BLFM	-30,41	-21,336	-4,0834	4,2121	0,005	0,107
	Monte Carlo	-30,403	-21,335	-4,0836	4,2076	-	-
112	Clássico	-33,021	-24,07	-6,1691	2,7815	0,570	19,020
	Discreta	-33,021	-24,07	-6,1691	2,7815	0,570	19,020
	BLF	-33,62	-24,209	-6,2871	2,3415	0,003	0,193
	BLFM	-33,62	-24,209	-6,2871	2,3415	0,003	0,193
	Monte Carlo	-33,613	-24,208	-6,2873	2,337	-	-

Tabela 5.103: DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 118

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
41-42	Clássico	-45,148	-33,388	-9,8678	1,8923	0,287	18,714
	Discreta	-44,992	-33,35	-9,8307	2,0382	0,400	27,867
	BLF	-45,558	-33,484	-9,9471	1,6016	0	0,477
	BLFM	-45,558	-33,484	-9,9471	1,6016	0	0,477
	Monte Carlo	-45,558	-33,484	-9,9471	1,594	-	-
43-44	Clássico	-41,632	-29,133	-4,1351	8,3638	0,267	3,462
	Discreta	-41,274	-29,046	-4,0527	8,6837	0,565	7,420
	BLF	-41,927	-29,212	-4,2115	8,0842	0	0,004
	BLFM	-41,927	-29,212	-4,2115	8,0842	0	0,004
	Monte Carlo	-41,927	-29,211	-4,2115	8,0839	-	-
47-69	Clássico	-116,95	-86,514	-25,649	4,7835	0,142	3,455
	Discreta	-113,57	-85,709	-24,929	7,4887	0,789	51,143
	BLF	-116,28	-86,391	-25,576	4,9581	0	0,069
	BLFM	-116,28	-86,391	-25,577	4,958	0	0,067
	Monte Carlo	-116,28	-86,391	-25,577	4,9547	-	-
49-69	Clássico	-106,69	-76,687	-16,677	13,327	0,292	3,873
	Discreta	-103,15	-75,854	-15,959	15,968	0,798	15,176
	BLF	-105,62	-76,465	-16,512	13,865	0,000	0,007
	BLFM	-105,62	-76,465	-16,512	13,865	0,000	0,007
	Monte Carlo	-105,62	-76,464	-16,512	13,864	-	-
82-83	Clássico	-88,671	-66,854	-23,218	-1,3999	1,073	99,249
	Discreta	-88,2	-66,736	-23,1	-0,92999	0,536	52,258
	BLF	-87,735	-66,618	-22,971	-0,40538	0	2,799
	BLFM	-87,735	-66,618	-22,971	-0,40538	0	2,799
	Monte Carlo	-87,73	-64,804	-22,971	-0,40741	-	-
94-95	Clássico	7,4914	24,01	57,047	73,566	0,297	4,237
	Discreta	7,435	23,996	57,033	73,506	0,238	3,452
	BLF	7,1859	23,937	56,982	73,304	0,008	2,259
	BLFM	7,1859	23,937	56,982	73,304	0,008	2,259
	Monte Carlo	7,1869	23,939	55,723	73,293	-	-
80-98	Clássico	-8,9867	10,217	48,623	67,827	0,538	12,122
	Discreta	-8,8431	10,251	48,655	67,949	0,473	10,331
	BLF	-8,0641	10,457	48,887	68,899	0,002	0,611
	BLFM	-8,0641	10,458	48,887	68,899	0,002	0,611
	Monte Carlo	-8,0151	10,463	48,886	68,891	-	-
99-100	Clássico	-59,229	-40,708	-3,6671	14,854	0,654	4,353
	Discreta	-59,086	-40,673	-3,6336	14,985	0,411	4,263
	BLF	-58,897	-40,614	-3,5518	15,338	0,048	4,112
	BLFM	-58,897	-40,614	-3,5518	15,338	0,048	4,112
	Monte Carlo	-58,844	-39,01	-3,5535	15,33	-	-
75-118	Clássico	7,6738	24,102	56,959	73,387	0,395	9,198
	Discreta	7,776	24,127	56,984	73,486	0,351	7,988
	BLF	8,451	24,304	57,185	74,329	0	0,001
	BLFM	8,451	24,304	57,185	74,329	0	0,001
	Monte Carlo	8,4511	24,304	57,185	74,328	-	-

Para o caso dos fluxos reativos, a metodologia BLFM apresentou resultados com um erro máximo de 7,5 %, ocorrido na linha 68-81. A metodologia BLF, por outro lado, apresentou muitos resultados com erros maiores em comparação ao método proposto, alcançando valores da ordem de 32,6 %. Além disso, ainda apresentou resultados incoerentes para 3 linhas deste sistema, os quais estão destacados em negrito na Tabela 5.104. Os erros associados ao modelo clássico e à metodologia discreta atingiram, respectivamente, 140,5 % e 114,2 %.

No que se refere ao cálculo das distribuições de possibilidade das perdas ativas, a metodologia BLFM apresentou os resultados que mais se aproximaram das simulações tipo Monte Carlo, de maneira geral. Por outro lado, o modelo clássico e as metodologias discreta e BLF apresentaram erros extremamente elevados, conforme pode ser verificado na Tabela 5.105. A metodologia BLF ainda apresentou incoerência de resultados em 29 linhas do sistema, enquanto a metodologia discreta e o modelo clássico tiveram 47 e 27 linhas, respectivamente, com resultados incoerentes.

Um ponto importante a destacar, diz respeito aos resultados encontrados pela metodologia BLFM, que apresentaram erros significativos, como por exemplo, nas linhas 43-44 e 82-96, cujos erros foram de 108,3 % e 144 %, respectivamente. Os erros associados ao problema são calculados a partir da comparação entre cada ponto correspondente das distribuições de possibilidade. Entretanto, é importante também verificar a dimensão da amplitude da incerteza presente nos resultados do problema. Para o caso da linha 43-44, o valor máximo referente às perdas ativas foi de 1205 *kW*, no nível de pertinência igual a 0. Dessa forma, a diferença entre os respectivos valores mínimos (2,76 e 5,74 *kW*), que implicou no alto valor do erro obtido, pode ser considerada satisfatória se comparada ao tamanho do intervalo definido pela correspondente distribuição de possibilidade. Cabe destacar também que, essas observações são válidas para os resultados obtidos pela metodologia BLF, com exceção dos casos onde ocorreram incoerências.

Tabela 5.104: DP dos fluxos reativos (MVar) - IEEE 118

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
25-27	Clássico	29,605	29,83	30,281	30,507	0,125	0,778
	Discreta	29,837	29,888	30,339	30,738	0,000	0,166
	BLF	30,056	29,889	30,341	30,749	0,027	0,734
	BLFM	29,839	29,889	30,341	30,749	0,007	0,202
	Monte Carlo	29,837	29,897	30,319	30,687	-	-
38-37	Clássico	100,11	105,1	115,08	120,06	1,038	11,648
	Discreta	98,405	104,2	116,07	122,14	0,173	9,746
	BLF	89,666	102,06	114,21	113,28	0	1,884
	BLFM	89,666	102,06	114,25	116,21	0	1,884
	Monte Carlo	89,666	104,02	113,39	115,25	-	-
30-38	Clássico	2,0637	9,4145	24,116	31,467	6,675	75,351
	Discreta	5,5678	10,288	24,983	34,924	3,320	33,499
	BLF	10,479	11,029	25,842	38,509	0,003	25,160
	BLFM	8,3612	11,029	25,842	38,509	0,003	6,787
	Monte Carlo	8,3725	11,832	25,841	38,508	-	-
47-69	Clássico	-16,439	-2,3706	25,766	39,834	5,494	140,54
	Discreta	-10,737	-0,96691	27,12	45,14	0,175	2,008
	BLF	-10,958	-0,96525	27,264	46,054	0	0,009
	BLFM	-10,958	-0,9652	27,264	46,054	0	0,009
	Monte Carlo	-10,957	-0,96516	27,264	46,054	-	-
68-69	Clássico	94,432	103,66	122,13	131,36	5,053	17,045
	Discreta	121,61	110,42	129,05	158,81	0,290	12,342
	BLF	112,9	112,9	128,63	158,35	0	4,296
	BLFM	109,2	109,2	128,63	158,35	0	0,878
	Monte Carlo	108,25	109,27	128,63	158,35	-	-
69-70	Clássico	7,3913	11,727	20,4	24,736	4,405	38,985
	Discreta	11,938	12,863	21,531	29,249	0,895	4,697
	BLF	16,064	12,795	21,341	28,287	0	32,607
	BLFM	11,938	12,795	21,341	28,287	0	5,201
	Monte Carlo	12,114	13,497	21,34	28,287	-	-
68-81	Clássico	-16,262	-10,487	1,062	6,8368	35,944	85,472
	Discreta	-12,49	-9,544	2,0063	10,615	23,720	42,451
	BLF	-8,6395	-8,2953	3,1859	15,243	0,000	7,533
	BLFM	-9,4143	-8,2953	3,1859	15,243	0,000	7,533
	Monte Carlo	-8,7679	-7,7142	3,1859	15,243	-	-
84-85	Clássico	0,90878	4,7854	12,539	16,415	5,264	103,75
	Discreta	1,0129	4,8114	12,564	16,519	5,473	114,16
	BLF	-0,12872	4,5305	12,294	15,45	0	4,470
	BLFM	-0,12872	4,5305	12,294	15,45	0	4,470
	Monte Carlo	-0,12872	4,5305	11,912	14,789	-	-
68-116	Clássico	-77,94	-72,14	-60,54	-54,74	2,688	21,561
	Discreta	-77,928	-72,137	-60,537	-54,728	2,692	21,573
	BLF	-99,365	-77,641	-65,805	-65,279	0,001	4,732
	BLFM	-99,365	-77,641	-64,086	-63,424	0,001	4,732
	Monte Carlo	-99,364	-74,133	-64,063	-63,402	-	-

Tabela 5.105: DP das perdas ativas (kW) - IEEE 118

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
12-16	Clássico	0,29766	0,10505	39,522	60,753	21,330	98,838
	Discreta	28,842	10,31	52,764	113,7	0,412	294,08
	BLF	16,727	15,152	52,902	114,18	0,009	128,55
	BLFM	7,682	9,3338	52,902	114,18	0,009	5,303
	Monte Carlo	7,3189	9,0416	50,238	114,17	–	–
33-37	Clássico	1,779	0,71863	300,39	458,92	23,010	98,991
	Discreta	175,78	70,985	387,88	808,5	0,299	166,30
	BLF	138,57	132	390,17	821,59	0	109,93
	BLFM	66,346	70,413	390,17	821,59	0	1,103
	Monte Carlo	66,009	71,198	390,17	821,59	–	–
43-44	Clássico	0,63249	0,14964	450,97	724,16	20,535	98,923
	Discreta	72,101	14,189	559,33	1155	1,441	2515,1
	BLF	177,78	12,99	567,51	1205	0	6348,1
	BLFM	5,7419	13,897	567,51	1205	0	108,26
	Monte Carlo	2,7571	13,897	567,51	1205	–	–
65-68	Clássico	15,775	3,5639	67,066	130,08	85,628	895,71
	Discreta	1507,1	348,3	474,17	1757,9	1,614	95027,2
	BLF	4,0487	4,0507	466,64	1701,9	0	155,55
	BLFM	1,6153	1,6153	466,64	1701,9	0	1,957
	Monte Carlo	1,5843	1,5948	466,64	1701,9	–	–
49-69	Clássico	2,2598	2,6061	5294,2	8332,5	16,991	99,000
	Discreta	291,91	242,94	6308	12353	1,096	3215,2
	BLF	2255,7	260,61	6417,7	13027	0	25517,5
	BLFM	8,5912	260,62	6417,7	13027	0,004	2,431
	Monte Carlo	8,8053	260,61	6377,9	12853	–	–
24-70	Clássico	13,262	2,3649	329,22	613,26	35,005	264,48
	Discreta	1416,8	246,71	813,97	2546,4	2,763	38838,1
	BLF	45,094	45,173	837,1	2725,7	0	1141,5
	BLFM	3,6486	3,6492	837,1	2725,7	0	0,291
	Monte Carlo	3,6386	3,6386	837,1	2725,7	–	–
82-96	Clássico	0,63934	0,086702	65,539	110,56	17,323	97,702
	Discreta	63,003	8,5708	98,493	242,14	0,107	6219,0
	BLF	18,12	19,023	98,391	246,3	0,003	1730,7
	BLFM	2,2523	4,0452	98,391	244,48	0,003	143,97
	Monte Carlo	0,81257	3,7725	98,388	244,45	–	–
17-113	Clássico	0,60385	2,5381	6,4065	8,3407	26,923	79,070
	Discreta	27,498	9,2644	13,139	35,281	5,407	1048,478
	BLF	4,2068	4,3234	14,319	40,449	1,503	75,701
	BLFM	3,6557	3,9101	14,319	40,449	1,503	52,683
	Monte Carlo	2,3943	3,4732	13,89	39,85	–	–
76-118	Clássico	1,4532	0,41596	52,186	80,025	47,845	97,455
	Discreta	154,96	43,103	98,824	266,66	1,235	1246,5
	BLF	21,008	22,626	100,06	277,66	0	82,551
	BLFM	14,873	16,651	100,06	277,66	0	29,241
	Monte Carlo	11,508	16,343	100,06	277,65	–	–

Para o caso das perdas reativas, os erros associados a todas as metodologias foram menores em comparação às perdas ativas. Da mesma forma, os resultados apresentados pela metodologia BLFM tiveram um melhor desempenho em relação às simulações tipo Monte Carlo. O erro máximo encontrado foi de 20,9% e também pode ser considerado satisfatório, quando comparado à amplitude total da incerteza resultante. Os erros referentes ao modelo clássico e às metodologias discreta e BLF atingiram, respectivamente, 1320,9%, 680,2% e 335%. Além disso, as metodologias discreta e BLF apresentaram resultados incoerentes de perdas reativas para 51 e 27 linhas deste sistema, respectivamente.

Na determinação da distribuição de possibilidade da geração ativa da barra de referência, os erros associados também foram maiores para o modelo clássico e a metodologia discreta, atingindo 13,6% e 11,1%, respectivamente. As metodologias BLF e BLFM, por sua vez, apresentaram resultados bem próximos das simulações tipo Monte Carlo.

No que se refere à determinação das gerações reativas, o desempenho da metodologia BLFM também foi superior às demais metodologias analisadas. O erro máximo associado ao método proposto foi de 22,2%, decorrente da ordem decimal dos valores mínimos obtidos para a barra 77, no nível de pertinência igual a 1. Por outro lado, a metodologia BLF apresentou erros bem maiores em relação às simulações tipo Monte Carlo, da ordem de 388,1%, além de incoerência nos resultados referentes às barras 65, 69 (barra de referência) e 70. Mesmo nos casos onde não ocorreram incoerências, alguns erros associados à metodologia BLF também foram bastante significativos, como por exemplo, na barra 77. De maneira semelhante às demais variáveis de saída deste sistema, o modelo clássico e a metodologia discreta também apresentaram erros bem altos.

As Figuras 5.24 a 5.28 ilustram as variações de injeção especificada de potência ativa e reativa de algumas barras, empregando-se o método BLFM para o cálculo do valor mínimo da geração reativa da barra 65, em $\alpha = 0$. Destaca-se que, no caso da barra 86, a mudança do sinal do coeficiente de sensibilidade associado ocorreu somente até a segunda iteração, não sendo necessária a aplicação do processo proposto para os casos de oscilação numérica.

Tabela 5.106: DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 118

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
41-42	Clássico	-3893,2	-3219,6	-1872,6	-1199,1	10,008	351,332
	Discreta	-3035,1	-3005,2	-1658,5	-343,4	0,821	29,253
	BLF	-2552,7	-3001,6	-1644,9	-265,68	0	16,921
	BLFM	-3076,2	-3001,6	-1644,9	-265,68	0	2,559
	Monte Carlo	-3072,6	-2926,7	-1645	-265,68	-	-
64-61	Clássico	-372,82	-35,022	640,58	978,38	17,462	635,67
	Discreta	166,6	99,71	775,06	1515,8	0,134	139,37
	BLF	302,73	97,879	776,93	1532,4	0,107	334,96
	BLFM	84,153	97,879	776,93	1532,4	0,107	20,911
	Monte Carlo	69,599	98,1	776,1	1530,3	-	-
47-69	Clássico	-19157	-8771,3	12000	22386	19,398	174,72
	Discreta	-7219,4	-5802,3	14926	33975	0,255	4,546
	BLF	1613,1	-5707,6	15304	36197	0	123,13
	BLFM	-7398,5	-5707,6	15304	36197	0	6,096
	Monte Carlo	-6973,4	-5707,6	14888	35593	-	-
68-69	Clássico	-25232	-7952,9	26605	43884	35,089	767,71
	Discreta	29483	5731,2	40269	98437	1,752	680,20
	BLF	9325,2	9325,9	41067	104290	0,195	146,77
	BLFM	3848,8	3848,8	41067	104290	0,075	1,850
	Monte Carlo	3778,9	3845,9	40987	103346	-	-
75-77	Clássico	-6981,7	-4607,2	141,68	2516,1	26,759	82,835
	Discreta	-4097,5	-3886,8	860,21	5385,3	1,467	6,939
	BLF	-2286,8	-3891,4	829,66	5220,6	0,429	45,009
	BLFM	-4187,7	-3891,4	829,66	5220,6	0,429	7,065
	Monte Carlo	-4158,5	-3634,6	825,4	5198,3	-	-
81-80	Clássico	-3279,6	-419,39	5301	8161,2	35,910	291,20
	Discreta	9087,5	2675,4	8400,3	20564	1,561	429,79
	BLF	2440,6	2440,8	8290,5	20025	0,005	42,284
	BLFM	1766,1	1766,1	8290,5	20025	0,005	2,962
	Monte Carlo	1715,3	1757,6	8271,2	20024	-	-
82-83	Clássico	-4532,6	-3612,9	-1773,4	-853,72	5,560	1320,9
	Discreta	-3688,5	-3402,2	-1563,6	-15,825	0,614	73,661
	BLF	-3685,1	-3404,1	-1571,9	-59,668	0,521	6,435
	BLFM	-3685,1	-3404,1	-1571,9	-59,676	0,521	6,435
	Monte Carlo	-3666	-3358,6	-1680	-60,082	-	-
80-98	Clássico	-4229,7	-3157,3	-1012,6	59,809	16,056	96,546
	Discreta	-2698,7	-2774,9	-630,84	1585,2	2,000	8,444
	BLF	-2097,1	-2762,7	-602,97	1732,6	0,028	25,866
	BLFM	-2828,8	-2762,7	-602,97	1732,6	0	1,551
	Monte Carlo	-2828,8	-2720,5	-603,14	1731,4	-	-
75-118	Clássico	-1141,5	-550	632,93	1224,4	19,903	116,07
	Discreta	-548,97	-401,94	780,85	1815,8	0,422	3,915
	BLF	-226,62	-400,27	792,08	1881,5	0	57,103
	BLFM	-559,07	-400,27	792,08	1881,5	0	5,826
	Monte Carlo	-528,29	-400,25	790,2	1881,5	-	-

Tabela 5.107: DP da geração ativa (MW) - IEEE 118

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
69	Clássico	-325,82	95,976	939,57	1361,4	0,668	13,645
	Discreta	-318,64	97,401	940,25	1362,6	0,596	11,141
	BLF	-288,38	105,57	949,98	1404,6	0,429	0,780
	BLFM	-288,38	105,57	949,98	1404,6	0,429	0,780
	Monte Carlo	-286,7	106,4	945,89	1398,6	–	–

Portanto, constatou-se que a aplicação da metodologia BLFM também apresentou, de maneira geral, os melhores resultados para as variáveis de estado e de saída do sistema IEEE 118 barras. Ressalta-se ainda que, neste caso, a metodologia proposta não se destacou apenas no cálculo das perdas ativas e reativas, mas também na determinação dos módulos de tensão, fluxos reativos e, principalmente, das gerações reativas.

O número de iterações correspondente ao cálculo de algumas variáveis de estado e de saída deste sistema estão apresentados nas Tabelas 5.109 a 5.116.

Cabe destacar também que, o número de iterações associado à metodologia BLFM foi maior em comparação à metodologia BLF, principalmente nas situações onde houveram oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade. Por outro lado, em muitos casos, o processo de solução da metodologia BLFM convergiu com um menor número de iterações. Na metodologia BLFM, foram necessárias até 17 iterações para a convergência das perdas reativas e, no máximo, 14 iterações para as perdas ativas e gerações reativas. No caso dos fluxos reativos e módulos de tensão foram necessárias até 11 e 9 iterações, respectivamente. Por outro lado, a metodologia BLF convergiu em até 9 iterações.

Finalmente, a Tabela 5.117 apresenta, de maneira geral, os erros máximos e médios associados ao cálculo das variáveis de estado e de saída deste sistema.

Tabela 5.108: DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 118

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
24	Clássico	-16,739	-15,065	-11,717	-10,044	1,560	451,96
	Discreta	-14,076	-14,401	-11,058	-7,4145	1,914	307,46
	BLF	-15,188	-14,384	-10,175	-1,8197	0	11,805
	BLFM	-15,832	-14,696	-10,486	-1,8197	0	9,110
	Monte Carlo	-15,884	-14,682	-11,537	-1,8197	-	-
34	Clássico	-30,2	-24,254	-12,363	-6,4171	3,583	211,01
	Discreta	-31,973	-25,347	-10,855	-2,9875	8,251	151,68
	BLF	-26,422	-22,489	-8,7316	5,7805	0	4,355
	BLFM	-27,631	-23,713	-8,7316	5,7805	0	1,273
	Monte Carlo	-27,625	-23,415	-8,7493	5,7805	-	-
65	Clássico	32,898	56,341	103,23	126,67	5,726	45,817
	Discreta	53,141	61,393	108,26	146,73	1,132	12,476
	BLF	73,957	63,283	110,55	156,76	0,552	21,808
	BLFM	59,139	63,283	110,55	156,76	0,552	4,953
	Monte Carlo	60,716	66,581	109,5	155,9	-	-
69	Clássico	-140,88	-111,84	-53,761	-24,721	12,758	175,60
	Discreta	-80,715	-96,806	-38,782	34,998	0,288	22,120
	BLF	-85,719	-95,826	-38,894	32,701	0	17,292
	BLFM	-104,33	-99,249	-38,894	32,702	0	0,666
	Monte Carlo	-103,64	-99,186	-38,894	32,701	-	-
70	Clássico	-8,2245	-0,027436	16,367	24,564	19,533	735,25
	Discreta	-2,0291	1,0226	19,414	34,736	4,553	115,71
	BLF	3,0093	1,6812	20,369	39,258	0,003	388,13
	BLFM	-0,94392	1,6812	20,369	39,258	0,003	7,192
	Monte Carlo	-0,872	1,703	20,34	39,257	-	-
77	Clássico	-10,474	0,74409	23,181	34,4	13,180	29,450
	Discreta	-8,2565	0,5991	25,837	42,222	3,232	14,951
	BLF	-5,7221	2,5145	26,704	48,424	0,015	206,49
	BLFM	-9,3232	0,67164	26,701	47,673	0,004	22,205
	Monte Carlo	-8,9124	0,44959	26,7	47,536	-	-
80	Clássico	63,338	84,225	126	146,89	1,628	10,610
	Discreta	66,372	84,332	128,7	155,09	1,129	6,328
	BLF	77,259	85,555	130,2	161,32	0,023	9,037
	BLFM	70,926	85,555	130,2	161,32	0,023	0,261
	Monte Carlo	70,856	85,619	130,17	160,9	-	-
85	Clássico	-14,836	-10,033	-0,42691	4,3761	1,211	133,55
	Discreta	-15,372	-10,542	0,56308	6,8345	3,801	34,552
	BLF	-12,719	-10,325	0,92623	8,298	0,007	11,174
	BLFM	-14,417	-10,325	0,92623	8,298	0,007	1,763
	Monte Carlo	-14,319	-10,156	0,9086	8,2974	-	-
116	Clássico	39,369	45,337	57,272	63,24	7,193	24,218
	Discreta	39,376	45,338	57,274	63,246	7,190	24,211
	BLF	49,98	50,634	62,812	84,841	1,667	3,924
	BLFM	48,114	48,906	62,812	84,841	0,044	1,784
	Monte Carlo	48,093	48,883	61,711	83,45	-	-

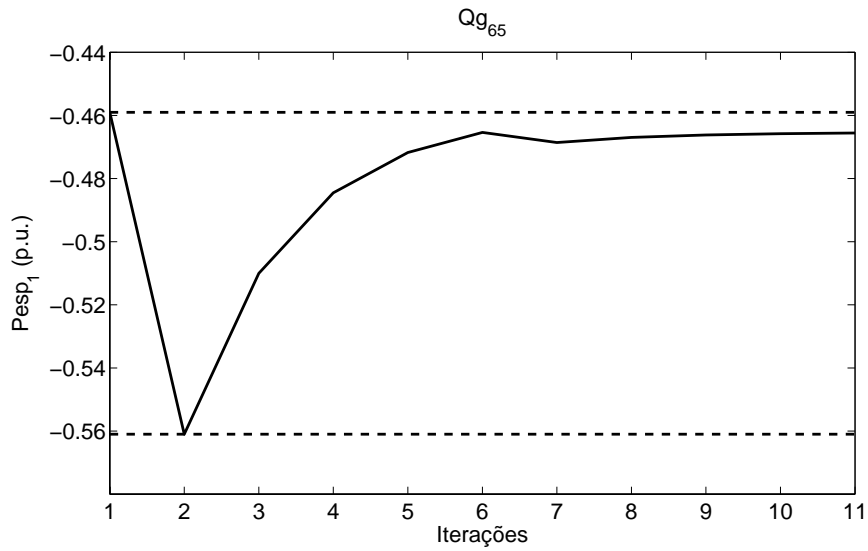


Figura 5.24: Variação da injeção ativa especificada da barra 1 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118

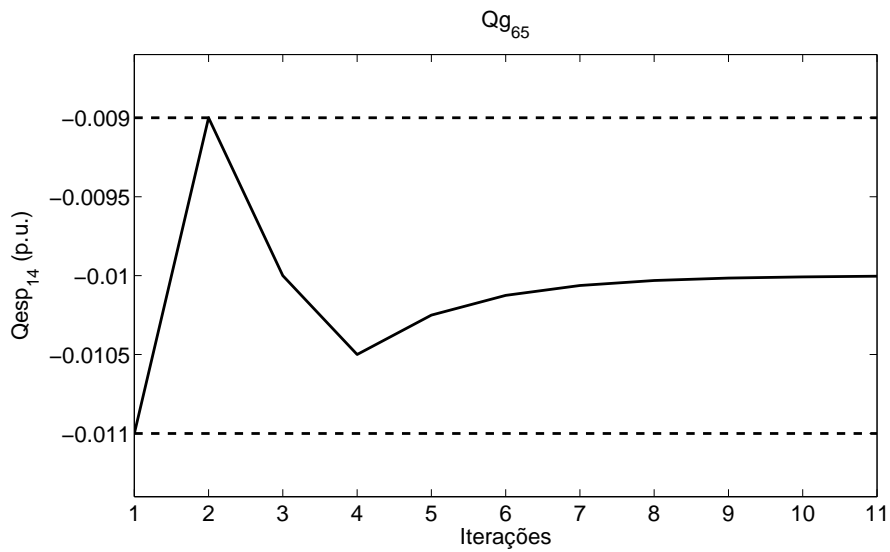


Figura 5.25: Variação da injeção reativa especificada da barra 14 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118

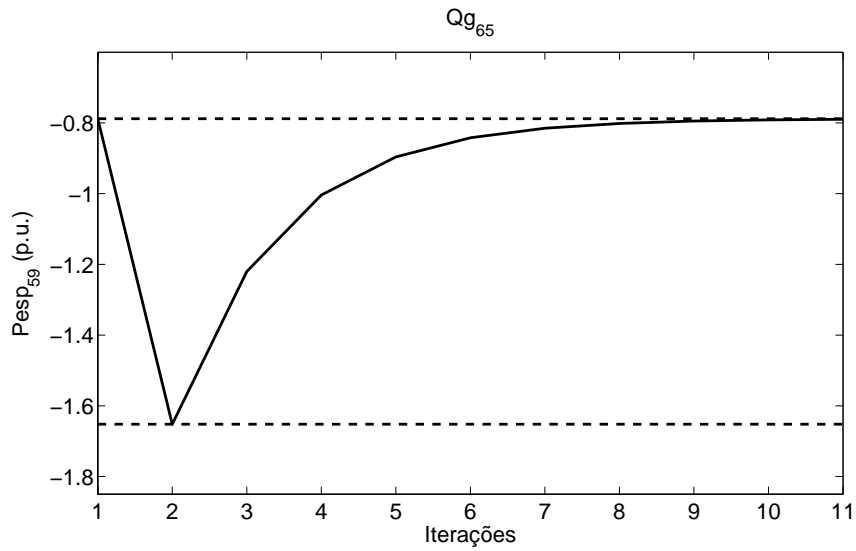


Figura 5.26: Variação da injeção ativa especificada da barra 59 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118

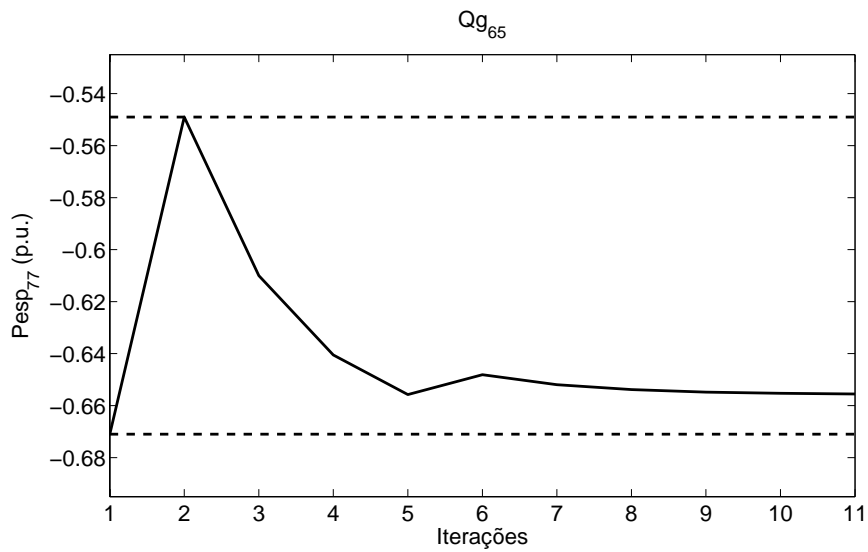


Figura 5.27: Variação da injeção ativa especificada da barra 77 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118

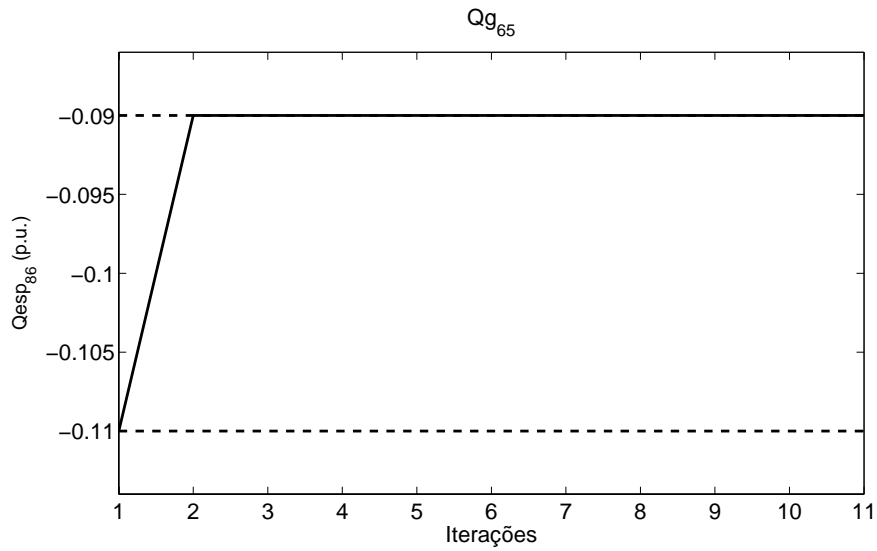


Figura 5.28: Variação da injeção reativa especificada da barra 86 - Geração reativa da barra 65 - IEEE 118

Tabela 5.109: Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 118

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4
14	BLF	5	5	6	7
	BLFM	3	3	4	6
37	BLF	5	5	6	7
	BLFM	3	3	5	6
38	BLF	5	5	6	7
	BLFM	4	3	5	9
43	BLF	5	5	5	7
	BLFM	4	3	3	7
47	BLF	4	3	5	7
	BLFM	4	3	3	8
71	BLF	4	3	7	8
	BLFM	3	3	6	7
81	BLF	5	3	7	7
	BLFM	3	3	3	7
98	BLF	5	3	7	7
	BLFM	3	3	7	8
118	BLF	4	3	5	7
	BLFM	3	3	3	6

Tabela 5.110: Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 118

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
2	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
15	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
19	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
33	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
37	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
46	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
84	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
107	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4
112	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.111: Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 118

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}
41-42	BLF	5	3	5	5
	BLFM	4	3	3	4
43-44	BLF	4	3	5	5
	BLFM	4	3	3	3
47-69	BLF	4	3	5	5
	BLFM	4	3	3	4
49-69	BLF	4	3	5	5
	BLFM	4	3	3	4
82-83	BLF	5	5	3	4
	BLFM	3	3	3	4
94-95	BLF	4	3	5	5
	BLFM	4	3	3	3
80-98	BLF	5	5	3	5
	BLFM	4	3	3	4
96-97	BLF	5	3	5	6
	BLFM	4	3	3	3
99-100	BLF	5	5	3	5
	BLFM	4	3	3	4
68-116	BLF	9	6	5	5
	BLFM	5	5	3	3
75-118	BLF	5	5	3	4
	BLFM	3	3	3	3

Tabela 5.112: Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 118

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}
4-5	BLF	7	7	4	5
	BLFM	5	5	4	4
25-27	BLF	8	5	3	4
	BLFM	6	3	3	4
30-17	BLF	6	5	7	8
	BLFM	4	3	6	8
38-37	BLF	5	5	6	7
	BLFM	4	3	6	11
30-38	BLF	6	4	5	5
	BLFM	9	4	3	4
47-69	BLF	5	5	3	4
	BLFM	4	3	3	4
68-69	BLF	7	8	3	4
	BLFM	10	9	3	4
69-70	BLF	8	3	5	5
	BLFM	7	3	3	4
68-81	BLF	6	4	6	5
	BLFM	11	3	3	3
84-85	BLF	4	3	5	5
	BLFM	4	3	3	4
68-116	BLF	5	5	6	7
	BLFM	3	3	8	9
26-30	BLF	7	5	3	4
	BLFM	6	3	3	3
35-37	BLF	8	6	5	5
	BLFM	7	5	3	4
34-37	BLF	7	6	5	5
	BLFM	10	5	3	4
65-66	BLF	7	6	5	5
	BLFM	7	6	3	3
65-68	BLF	7	3	5	5
	BLFM	8	3	3	4
74-75	BLF	7	5	5	5
	BLFM	7	3	3	4
93-94	BLF	6	6	3	5
	BLFM	6	5	3	3
106-107	BLF	5	5	3	4
	BLFM	3	3	3	4
32-114	BLF	5	5	5	5
	BLFM	4	3	3	3

Tabela 5.113: Número de iterações das perdas ativas - IEEE 118

Linha	Método	P_{km1}^{perdas}	P_{km2}^{perdas}	P_{km3}^{perdas}	P_{km4}^{perdas}
1-2	BLF	5	5	3	4
	BLFM	3	3	3	3
12-16	BLF	7	6	5	5
	BLFM	9	7	3	4
8-30	BLF	6	5	4	4
	BLFM	10	5	4	4
29-31	BLF	7	3	5	5
	BLFM	9	3	3	3
35-36	BLF	8	7	6	8
	BLFM	4	3	5	6
33-37	BLF	7	6	5	5
	BLFM	10	8	3	4
30-38	BLF	7	7	5	4
	BLFM	12	10	3	4
43-44	BLF	7	5	3	4
	BLFM	11	8	3	4
56-58	BLF	7	7	5	5
	BLFM	10	7	3	4
65-68	BLF	7	7	3	6
	BLFM	11	10	3	3
49-69	BLF	8	5	3	4
	BLFM	11	3	3	4
24-70	BLF	8	7	3	4
	BLFM	9	8	3	4
77-82	BLF	7	6	5	5
	BLFM	14	11	3	4
80-96	BLF	7	7	3	5
	BLFM	13	11	3	4
82-96	BLF	7	7	3	5
	BLFM	10	9	3	3
103-105	BLF	4	3	5	5
	BLFM	3	3	3	3
105-106	BLF	6	5	3	4
	BLFM	6	3	3	4
17-113	BLF	8	6	5	5
	BLFM	9	8	4	4
68-116	BLF	9	6	5	5
	BLFM	7	6	3	3
76-118	BLF	8	7	4	4
	BLFM	11	10	4	4

Tabela 5.114: Número de iterações das perdas reativas - IEEE 118

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}
1-2	BLF	5	5	3	4
	BLFM	3	3	3	3
3-12	BLF	5	5	3	4
	BLFM	3	3	3	3
35-36	BLF	8	7	6	8
	BLFM	6	5	5	7
38-37	BLF	4	4	5	5
	BLFM	4	3	3	8
41-42	BLF	7	5	3	5
	BLFM	14	3	3	4
47-49	BLF	7	7	5	5
	BLFM	15	14	3	4
60-62	BLF	7	5	5	5
	BLFM	12	3	3	4
64-61	BLF	7	3	5	5
	BLFM	15	3	3	4
47-69	BLF	7	5	3	4
	BLFM	14	3	3	4
49-69	BLF	8	5	3	4
	BLFM	14	3	3	4
24-72	BLF	9	7	3	4
	BLFM	15	14	3	4
70-75	BLF	7	8	5	5
	BLFM	15	15	3	4
75-77	BLF	7	3	5	5
	BLFM	16	3	3	7
68-81	BLF	7	6	6	5
	BLFM	17	16	3	3
81-80	BLF	7	6	6	5
	BLFM	16	15	3	3
82-83	BLF	5	3	5	5
	BLFM	5	3	3	4
90-91	BLF	7	7	3	5
	BLFM	11	10	3	3
80-96	BLF	7	7	3	5
	BLFM	17	15	3	4
80-98	BLF	7	5	3	5
	BLFM	14	3	3	4
100-101	BLF	5	3	5	5
	BLFM	9	3	3	3
75-118	BLF	7	5	4	4
	BLFM	13	3	3	4

Tabela 5.115: Número de iterações da geração ativa - IEEE 118

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}
69	BLF	5	5	3	4
	BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.116: Número de iterações das gerações reativas - IEEE 118

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}
19	BLF	8	6	3	8
	BLFM	8	3	3	4
24	BLF	7	7	5	4
	BLFM	7	7	4	4
34	BLF	7	7	5	5
	BLFM	10	9	4	4
65	BLF	7	3	6	5
	BLFM	11	3	3	4
69	BLF	7	6	5	5
	BLFM	14	11	3	4
70	BLF	7	5	3	4
	BLFM	9	3	3	4
77	BLF	7	7	6	7
	BLFM	10	10	4	5
80	BLF	7	4	5	5
	BLFM	11	4	3	3
85	BLF	7	5	3	5
	BLFM	9	4	3	3
116	BLF	7	6	5	5
	BLFM	9	8	3	3

Tabela 5.117: Erros máximos e médios (%) - IEEE 118

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,3010	0,0145	0,3010	0,0145	0,3640	0,0137	0,3640	0,0130
Ângulos de tensão	57,801	5,2704	57,800	5,2703	0,1926	0,0088	0,1926	0,0087
Fluxos ativos	99,249	1,0367	52,258	1,0379	4,1118	0,0710	4,1118	0,0709
Fluxos reativos	140,54	6,9099	114,16	3,9864	32,607	0,3643	7,533	0,2351
Perdas ativas	895,7	29,039	95027	387,60	25517,5	105,44	143,97	1,2967
Perdas reativas	1320,9	36,993	680,20	5,4157	334,96	2,1511	20,911	0,2725
Geração ativa	13,645	6,6925	11,141	5,6921	0,7801	0,5569	0,7801	0,5569
Gerações reativas	735,25	27,052	307,46	6,6993	388,13	3,7656	22,205	0,4114

5.4.8 Sistema IEEE 300 barras

As Tabelas 5.118 a 5.125 apresentam alguns resultados obtidos para as variáveis de estado e de saída deste sistema, de acordo com as condições estabelecidas no item 5.2.3.

No que diz respeito às distribuições de possibilidade dos módulos de tensão, os erros associados a todas as metodologias testadas neste trabalho foram baixos. No entanto, as metodologias BLFM e BLF apresentaram os resultados mais próximos das simulações tipo Monte Carlo.

Para os ângulos de tensão, o modelo clássico e a metodologia discreta apresentaram os maiores erros, da ordem de 86%. No entanto, tais valores se devem principalmente à ordem decimal dos valores obtidos para estas variáveis. De qualquer forma, as metodologias BLFM e BLF tiveram o melhor desempenho, com erros de até 2,7%.

De maneira semelhante, os erros associados aos fluxos ativos também foram baixos, quando foram aplicadas as metodologias BLFM e BLF. Em algumas situações, o modelo clássico e a metodologia discreta apresentaram bons resultados, como por exemplo, na linha 9012-9002. Entretanto, no geral, tais formulações apresentaram os erros mais significativos, principalmente a metodologia discreta.

No que se refere às distribuições de possibilidade dos fluxos reativos, onde o grau de não linearidade é maior em comparação aos fluxos ativos, os resultados apresentados pela metodologia BLFM foram os mais próximos das simulações tipo Monte Carlo, de maneira geral. Em alguns casos, como as linhas 142-175 e 163-137 (Tabela 5.121), todas as metodologias tiveram um desempenho equivalente, apresentando erros maiores para os respectivos valores mínimos, em ambos níveis de pertinência 0 e 1. Em outras situações, a metodologia BLFM teve o desempenho mais satisfatório, como por exemplo, na linha 7049-49. A metodologia discreta e o modelo clássico, no entanto, apresentaram alguns resultados bastante divergentes daqueles encontrados pelas demais metodologias, conforme pode ser observado para as linhas 37-9001 e 9001-9005, por exemplo.

Tabela 5.118: DP dos módulos de tensão (p.u.) - IEEE 300

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
49	Clássico	1,0464	1,0469	1,0481	1,0486	0,019	0,268
	Discreta	1,0464	1,0469	1,0481	1,0486	0,019	0,268
	BLF	1,0437	1,0464	1,0477	1,0477	0,0	0,057
	BLFM	1,0437	1,0464	1,0479	1,0483	0,0	0,010
	Monte Carlo	1,0436	1,0464	1,0479	1,0483	-	-
51	Clássico	1,0143	1,0198	1,0309	1,0365	0,165	0,785
	Discreta	1,0143	1,0198	1,0309	1,0365	0,165	0,785
	BLF	1,0061	1,018	1,0293	1,0303	0	0,058
	BLFM	1,0061	1,018	1,0293	1,031	0	0,030
	Monte Carlo	1,0064	1,018	1,0292	1,0309	-	-
53	Clássico	0,98944	0,99274	0,99933	1,0026	0,079	0,372
	Discreta	0,98944	0,99274	0,99933	1,0026	0,079	0,372
	BLF	0,98561	0,99185	0,99834	1,0003	0,003	0,020
	BLFM	0,98561	0,99185	0,99858	1,0005	0	0,011
	Monte Carlo	0,98572	0,99188	0,99854	1,0005	-	-
55	Clássico	1,0089	1,012	1,0183	1,0214	0,069	0,378
	Discreta	1,0089	1,012	1,0183	1,0214	0,069	0,378
	BLF	1,005	1,0111	1,0174	1,0193	0,010	0,029
	BLFM	1,005	1,0111	1,0176	1,0196	0	0,010
	Monte Carlo	1,0051	1,0112	1,0176	1,0196	-	-
89	Clássico	1,0291	1,0304	1,033	1,0343	0	0,185
	Discreta	1,0291	1,0304	1,033	1,0343	0	0,185
	BLF	1,0288	1,0304	1,0329	1,034	0,010	0,156
	BLFM	1,0288	1,0304	1,033	1,0342	0	0,156
	Monte Carlo	1,0272	1,03	1,033	1,0342	-	-
196	Clássico	0,97255	0,97327	0,97469	0,97541	0,003	0,011
	Discreta	0,97255	0,97327	0,97469	0,97541	0,003	0,011
	BLF	0,97243	0,97325	0,97468	0,97534	0,001	0,002
	BLFM	0,97249	0,97325	0,97468	0,97537	0,001	0,005
	Monte Carlo	0,97244	0,97324	0,97466	0,97533	-	-
9001	Clássico	1,0042	1,008	1,0156	1,0194	0,118	0,578
	Discreta	1,0042	1,008	1,0156	1,0194	0,118	0,578
	BLF	0,99825	1,0066	1,014	1,0156	0,010	0,039
	BLFM	0,99825	1,0066	1,0144	1,0159	0	0,017
	Monte Carlo	0,99842	1,0067	1,0144	1,0159	-	-
9034	Clássico	0,98765	0,99245	1,002	1,0068	0,150	0,732
	Discreta	0,98765	0,99245	1,002	1,0068	0,150	0,732
	BLF	0,98011	0,99071	1,000	1,002	0,006	0,050
	BLFM	0,98011	0,99071	1,0005	1,0024	0	0,022
	Monte Carlo	0,98033	0,99077	1,0005	1,0024	-	-
9071	Clássico	0,96618	0,97081	0,98006	0,98468	0,149	0,707
	Discreta	0,96618	0,97081	0,98006	0,98468	0,149	0,707
	BLF	0,9589	0,96913	0,97814	0,98004	0,006	0,043
	BLFM	0,9589	0,96913	0,97858	0,98042	0,001	0,021
	Monte Carlo	0,95911	0,96919	0,97857	0,98043	-	-

Tabela 5.119: DP dos ângulos de tensão (graus) - IEEE 300

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	E_{min} (%)	E_{max} (%)
17	Clássico	-25,708	-19,396	-6,7732	-0,46166	0,640	54,059
	Discreta	-25,708	-19,396	-6,7732	-0,46166	0,640	54,059
	BLF	-26,616	-19,593	-6,9257	-1,0042	0	0,593
	BLFM	-26,616	-19,593	-6,9257	-1,0042	0	0,593
	Monte Carlo	-26,459	-19,521	-6,9257	-1,0049	-	-
23	Clássico	-11,11	-3,579	11,482	19,012	2,080	5,487
	Discreta	-11,11	-3,579	11,482	19,012	2,080	5,487
	BLF	-11,965	-3,763	11,343	18,525	0,845	2,716
	BLFM	-11,965	-3,763	11,343	18,525	0,845	2,716
	Monte Carlo	-11,755	-3,6635	11,248	18,335	-	-
97	Clássico	-26,089	-19,688	-6,8861	-0,48504	0,631	53,181
	Discreta	-26,089	-19,688	-6,8861	-0,48504	0,631	53,181
	BLF	-27,006	-19,887	-7,0405	-1,0359	0,010	0,951
	BLFM	-27,006	-19,887	-7,0405	-1,0359	0,010	0,951
	Monte Carlo	-26,845	-19,813	-7,1081	-1,036	-	-
162	Clássico	1,1825	9,8525	27,192	35,862	0,932	86,128
	Discreta	1,1825	9,8525	27,192	35,862	0,932	86,128
	BLF	0,31883	9,6666	27,051	35,369	0,005	0,640
	BLFM	0,31883	9,6666	27,051	35,369	0,005	0,640
	Monte Carlo	0,32122	9,6671	26,941	35,144	-	-
243	Clássico	-33,397	-26,173	-11,726	-4,5018	0,555	11,289
	Discreta	-33,397	-26,173	-11,726	-4,5018	0,555	11,289
	BLF	-34,347	-26,379	-11,885	-5,0739	0,016	0,461
	BLFM	-34,347	-26,379	-11,886	-5,0737	0,020	0,452
	Monte Carlo	-34,213	-26,319	-11,94	-5,0747	-	-
323	Clássico	-27,003	-20,376	-7,1207	-0,49308	0,522	52,738
	Discreta	-27,003	-20,376	-7,1207	-0,49308	0,522	52,738
	BLF	-27,921	-20,575	-7,275	-1,0431	0,019	1,148
	BLFM	-27,921	-20,575	-7,275	-1,0431	0,019	1,148
	Monte Carlo	-27,726	-20,483	-7,3595	-1,0433	-	-
7017	Clássico	-23,075	-16,763	-4,1389	2,1732	1,162	33,227
	Discreta	-23,075	-16,763	-4,1389	2,1732	1,162	33,227
	BLF	-23,982	-16,96	-4,2911	1,6319	0	1,515
	BLFM	-23,982	-16,96	-4,2911	1,6319	0	1,515
	Monte Carlo	-23,982	-16,96	-4,3571	1,6312	-	-
7057	Clássico	-15,7	-9,5556	2,7336	8,8782	1,356	8,039
	Discreta	-15,7	-9,5556	2,7336	8,8782	1,356	8,039
	BLF	-16,59	-9,7481	2,5876	8,3635	0,153	2,269
	BLFM	-16,59	-9,7481	2,5876	8,3635	0,153	2,269
	Monte Carlo	-16,457	-9,687	2,5302	8,3507	-	-
9055	Clássico	-16,696	-12,11	-2,9366	1,65	0,827	33,733
	Discreta	-16,696	-12,11	-2,9366	1,65	0,827	33,733
	BLF	-17,405	-12,262	-3,0537	1,2339	0,008	1,598
	BLFM	-17,405	-12,262	-3,0537	1,2339	0,008	1,598
	Monte Carlo	-17,296	-12,211	-3,1033	1,2338	-	-

Tabela 5.120: DP dos fluxos ativos (MW) - IEEE 300

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
9012-9002	Clássico	6,2809	6,4021	6,6445	6,7657	0	0,005
	Discreta	6,2814	6,4022	6,6447	6,7663	0	0,009
	BLF	6,2815	6,4022	6,6445	6,7657	0	0,005
	BLFM	6,2813	6,4022	6,6445	6,7658	0	0,002
	Monte Carlo	6,2812	6,4022	6,6445	6,7657	-	-
15-90	Clássico	4,0498	8,6835	17,951	22,585	0,532	4,825
	Discreta	4,1019	8,6963	17,963	22,633	0,599	3,600
	BLF	4,1294	8,7021	17,968	22,651	0,627	2,954
	BLFM	4,1294	8,7021	17,968	22,651	0,627	2,954
	Monte Carlo	4,2551	8,8076	17,856	22,423	-	-
37-41	Clássico	-78,749	-61,318	-26,456	-9,0245	0,434	15,521
	Discreta	-79,21	-61,433	-26,571	-9,4855	0,622	21,422
	BLF	-77,718	-61,053	-26,167	-7,8067	0	0,068
	BLFM	-77,718	-61,053	-26,167	-7,8067	0	0,068
	Monte Carlo	-77,718	-61,053	-26,167	-7,812	-	-
41-49	Clássico	-133,16	-100,28	-34,512	-1,6302	0,179	30,991
	Discreta	-130,18	-99,553	-33,833	0,99645	0,903	142,181
	BLF	-133,91	-100,46	-34,694	-2,3623	0	0
	BLFM	-133,91	-100,46	-34,694	-2,3623	0	0
	Monte Carlo	-133,91	-100,46	-34,694	-2,3623	-	-
41-51	Clássico	-94,14	-67,359	-13,796	12,985	0,235	5,142
	Discreta	-92,57	-66,967	-13,407	14,536	0,816	17,700
	BLF	-94,778	-67,518	-13,953	12,35	0	0
	BLFM	-94,778	-67,518	-13,953	12,35	0	0
	Monte Carlo	-94,778	-67,518	-13,953	12,35	-	-
49-51	Clássico	10,047	55,998	147,9	193,85	0,918	32,330
	Discreta	10,24	56,032	147,9	193,81	0,918	31,030
	BLF	14,847	57,241	149,27	199,66	0	0
	BLFM	14,847	57,241	149,27	199,66	0	0
	Monte Carlo	14,847	57,241	149,27	199,66	-	-
81-194	Clássico	-9,1334	1,1679	21,77	32,072	0,046	4,247
	Discreta	-9,1947	1,1525	21,755	32,01	0,115	5,510
	BLF	-9,0214	1,1956	21,802	32,203	0,101	1,976
	BLFM	-9,0231	1,1956	21,802	32,203	0,101	1,976
	Monte Carlo	-8,9874	1,2197	21,78	32,16	-	-
206-208	Clássico	-7,2762	-5,7141	-2,5901	-1,028	0,620	1,296
	Discreta	-7,2477	-5,707	-2,583	-0,99965	0,495	3,648
	BLF	-7,2579	-5,7096	-2,5847	-1,0068	0,541	2,959
	BLFM	-7,2579	-5,7096	-2,5847	-1,0068	0,541	2,959
	Monte Carlo	-7,2053	-5,6789	-2,6241	-1,0375	-	-
7049-49	Clássico	132,11	294,03	617,87	779,78	0,456	12,487
	Discreta	131,93	293,97	617,79	779,46	0,469	12,606
	BLF	148,02	298,15	622,42	799,2	0,277	1,948
	BLFM	148,02	298,15	622,42	799,2	0,277	1,948
	Monte Carlo	150,96	299,69	620,7	795,54	-	-

Tabela 5.121: DP dos fluxos relativos (MVar) - IEEE 300

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
37-9001	Clássico	-24,945	-8,1091	25,562	42,398	102,263	537,12
	Discreta	-1,8469	3,4243	14,06	19,424	11,252	84,588
	BLF	-8,5386	1,8536	12,285	14,902	0,081	2,793
	BLFM	-8,5386	1,8536	12,648	15,336	0,079	0,340
	Monte Carlo	-8,5225	1,8551	12,638	15,284	–	–
9001-9005	Clássico	-16,542	-11,501	-1,4197	3,621	11,079	374,83
	Discreta	-16,482	-11,486	-1,4048	3,6807	11,195	380,80
	BLF	-22,646	-12,934	-3,0364	-0,47498	0	34,764
	BLFM	-22,646	-12,934	-2,7056	-0,080567	0	4,677
	Monte Carlo	-22,646	-12,934	-2,7145	-0,12734	–	–
9005-9051	Clássico	-8,7514	-7,7921	-5,8735	-4,9142	2,677	16,199
	Discreta	-8,5775	-7,7085	-5,9503	-5,061	3,721	13,695
	BLF	-9,8949	-8,0176	-6,3103	-5,9366	0,140	1,297
	BLFM	-9,8949	-8,0176	-6,2239	-5,8641	0	0,382
	Monte Carlo	-9,8572	-8,0064	-6,2295	-5,8641	–	–
42-46	Clássico	-37,166	-32,275	-22,494	-17,603	0,930	6,605
	Discreta	-37,04	-32,244	-22,462	-17,478	1,025	7,269
	BLF	-39,159	-32,75	-22,812	-19,82	0	5,157
	BLFM	-39,159	-32,75	-22,811	-18,556	0,004	2,096
	Monte Carlo	-38,355	-32,578	-22,812	-18,848	–	–
89-91	Clássico	-12,045	-9,1853	-3,4653	-0,60531	4,080	71,612
	Discreta	-11,978	-9,1685	-3,4484	-0,53775	4,255	74,781
	BLF	-13,871	-9,6136	-3,8539	-2,1079	0,393	1,144
	BLFM	-13,871	-9,6136	-3,8539	-2,1079	0,393	1,144
	Monte Carlo	-13,773	-9,576	-3,8738	-2,1323	–	–
105-107	Clássico	5,1124	6,1849	8,3299	9,4024	2,546	14,907
	Discreta	5,1134	6,1852	8,3301	9,4034	2,543	14,890
	BLF	6,0564	6,4132	8,5945	10,558	0,550	1,033
	BLFM	5,9463	6,4132	8,5945	10,558	0,550	1,033
	Monte Carlo	6,008	6,4759	8,5475	10,45	–	–
142-175	Clássico	86,225	87,792	90,926	92,493	0,026	5,349
	Discreta	86,238	87,798	90,922	92,486	0,031	5,365
	BLF	86,338	87,823	90,951	92,609	0,001	5,487
	BLFM	86,338	87,823	90,951	92,609	0,001	5,487
	Monte Carlo	81,847	83,335	90,95	92,601	–	–
163-137	Clássico	41,56	43,811	48,313	50,564	0,188	8,981
	Discreta	41,417	43,715	48,456	50,899	0,107	8,606
	BLF	41,208	43,663	48,404	50,691	0	8,058
	BLFM	41,208	43,663	48,404	50,691	0	8,058
	Monte Carlo	38,135	40,582	48,404	50,691	–	–
7049-49	Clássico	23,571	31,205	46,472	54,106	10,906	43,401
	Discreta	29,486	32,683	47,95	60,015	6,687	37,220
	BLF	37,121	37,332	56,329	96,573	0,426	16,883
	BLFM	33,806	35,1	56,329	96,573	0,214	6,445
	Monte Carlo	31,759	35,025	56,09	95,595	–	–

No caso das perdas ativas, o nível de não linearidade associado às equações é bem mais significativo. Conseqüentemente, as dificuldades relacionadas às oscilações dos sinais dos coeficientes de sensibilidade se tornam ainda mais evidentes, conforme já constatado para os sistemas analisados anteriormente neste trabalho. Portanto, apesar da metodologia BLFM ter alcançado erros altos, como na linha 41-51 (Tabela 5.122), os resultados foram os mais próximos daqueles obtidos pelas simulações tipo Monte Carlo. Ressalta-se que, neste caso, o erro pode ser considerado aceitável, tendo em vista que o intervalo em questão é bastante amplo. Da mesma forma, as demais metodologias apresentaram erros ainda mais elevados, além de problemas de incoerência de resultados, conforme destacado em negrito na Tabela 5.122. No total, a metodologia BLF apresentou resultados incoerentes para as perdas ativas de 9 linhas, enquanto a metodologia discreta teve problemas em 12 linhas. O modelo clássico, por sua vez, apresentou apenas 1 linha com problemas de incoerência.

No que diz respeito às distribuições de possibilidade das perdas reativas, a metodologia BLFM também apresentou o melhor desempenho, com um erro máximo de 4,2%. Enquanto a metodologia discreta teve incoerência de resultados em 10 linhas, a metodologia BLF apresentou 8 linhas com valores de perdas reativas incoerentes.

Para a geração ativa da barra de referência, os resultados apresentados pelas metodologias BLFM e BLF foram bem melhores do que aqueles obtidos pelo modelo clássico e pela metodologia discreta, conforme pode ser verificado na Tabela 5.124. No caso das gerações reativas das barras *PV* e da barra de referência, a metodologia BLFM também apresentou os melhores resultados, de forma geral. Destaca-se ainda que, para a barra de referência 7049, onde as dificuldades associadas às oscilações numéricas foram maiores, a metodologia BLFM proporcionou os resultados mais próximos das simulações tipo Monte Carlo, em ambos os valores mínimos correspondentes aos níveis de pertinência 0 e 1.

Tabela 5.122: DP das perdas ativas (kW) - IEEE 300

Linha	Método	$P_{perdas_{km1}}$	$P_{perdas_{km2}}$	$P_{perdas_{km3}}$	$P_{perdas_{km4}}$	E_{min} (%)	E_{max} (%)
15-37	Clássico	0,91417	0,59143	526,11	809,42	15,191	99,000
	Discreta	66,156	57,156	624,08	1201,8	0,601	104,00
	BLF	239,99	59,051	620,51	1180,1	0,026	640,02
	BLFM	42,11	59,094	620,51	1180,1	0,026	29,849
	Monte Carlo	32,43	59,141	620,35	1179,5	–	–
37-90	Clássico	1,8028	4,3119	21,397	29,94	57,096	88,744
	Discreta	193,63	53,494	70,01	223,25	7,718	2368,9
	BLF	12,184	11,925	75,865	266	0	55,353
	BLFM	10,54	11,387	75,865	266	0	34,391
	Monte Carlo	7,8428	10,05	75,865	266	–	–
41-49	Clássico	0,15038	7,5296	6027	9070,2	13,064	99,000
	Discreta	13,559	714,47	6788,8	12090	2,076	7,542
	BLF	2979,2	752,97	6932,7	12965	0	20215,0
	BLFM	14,951	752,96	6932,7	12965	0	1,950
	Monte Carlo	14,665	752,96	6932,7	12964	–	–
41-51	Clássico	0,44832	0,857	1354,4	2114,8	17,010	99,000
	Discreta	59,648	78,042	1594,3	3065,2	2,310	1480,0
	BLF	593,51	85,7	1632,2	3301,1	0	15620,9
	BLFM	6,9954	85,7	1632,2	3301,1	0	85,294
	Monte Carlo	3,7753	85,7	1632	3298,6	–	–
52-55	Clássico	1,8542	30,527	220,39	315,32	27,274	97,413
	Discreta	181,68	91,524	280,34	553,03	5,959	153,53
	BLF	103,94	113,93	303,04	683,51	0	45,044
	BLFM	73,513	86,709	303,04	683,51	0	2,584
	Monte Carlo	71,661	86,377	303,04	683,51	–	–
77-80	Clássico	0,051042	1,8364	6,1511	8,3084	17,792	98,093
	Discreta	5,1347	3,2001	7,5145	13,762	0,429	91,801
	BLF	3,5539	3,7676	7,5033	13,717	0,279	32,752
	BLFM	2,824	3,054	7,5033	13,714	0,279	5,487
	Monte Carlo	2,6771	3,0046	7,4824	13,64	–	–
199-200	Clássico	0,0017631	0,19448	3,1015	4,5551	10,245	36,253
	Discreta	0,18176	0,55501	3,4627	6,0011	0,200	1,256
	BLF	0,79347	0,55353	3,4618	5,9992	0,182	62,427
	BLFM	0,16851	0,55355	3,4618	5,9992	0,069	0,346
	Monte Carlo	0,1692	0,55701	3,4555	5,9827	–	–
205-206	Clássico	10,905	22,79	46,561	58,446	10,254	49,090
	Discreta	34,624	28,734	52,531	82,382	1,253	61,643
	BLF	28,318	27,758	52,425	81,98	0,928	32,204
	BLFM	22,07	27,11	52,425	81,98	0,169	3,035
	Monte Carlo	21,42	27,156	51,881	81,226	–	–
248-249	Clássico	3,525	9,9418	22,776	29,192	3,241	46,612
	Discreta	6,5866	10,708	23,542	32,261	0,009	0,242
	BLF	7,2789	10,709	23,54	32,24	0	10,243
	BLFM	6,5815	10,709	23,54	32,24	0	0,320
	Monte Carlo	6,6026	10,709	23,539	32,238	–	–

Tabela 5.123: DP das perdas reativas (kVar) - IEEE 300

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
15-37	Clássico	-13955	-12899	-10788	-9731,9	3,110	17,955
	Discreta	-12467	-12526	-10414	-8235,1	0,038	1,633
	BLF	-11870	-12510	-10410	-8250,5	0	6,344
	BLFM	-12570	-12510	-10410	-8250,5	0	0,821
	Monte Carlo	-12674	-12510	-10410	-8250,5	-	-
41-49	Clássico	-11294	-2341,4	15564	24516	14,624	4790,5
	Discreta	-2137,3	-67,44	17802	33389	0,930	235,10
	BLF	6589,8	49,921	18230	35983	0	411,19
	BLFM	-2117,4	49,92	18230	35983	0	0,009
	Monte Carlo	-2117,6	49,918	18230	35980	-	-
41-51	Clássico	-6528,1	-4311,1	123	2340	20,523	86,812
	Discreta	-3695,9	-3609,7	810,82	5064	0,914	13,067
	BLF	-2121,1	-3577	932,7	5795,5	0	44,494
	BLFM	-3809,7	-3577	932,7	5795,5	0	0,306
	Monte Carlo	-3821,4	-3577	932,69	5795,5	-	-
43-44	Clássico	-3780,2	-3533,2	-3039,1	-2792,1	2,169	13,778
	Discreta	-3521,6	-3468,9	-2975,5	-2539,2	0,309	3,472
	BLF	-3305,2	-3458,2	-2958,7	-2453,9	0	5,471
	BLFM	-3496	-3458,2	-2958,7	-2453,9	0	0,014
	Monte Carlo	-3496,5	-3458,2	-2958,7	-2454	-	-
133-169	Clássico	-132,62	165,4	761,44	1059,5	1,126	49,987
	Discreta	-93,658	175,14	771,18	1098,4	0,139	5,923
	BLF	-92,102	175,51	771,51	1099,7	0,182	4,163
	BLFM	-92,103	175,51	771,51	1099,7	0,182	4,164
	Monte Carlo	-88,421	177,46	770,11	1096,7	-	-
205-206	Clássico	16,104	33,657	68,762	86,314	11,185	49,091
	Discreta	51,134	42,434	77,579	121,66	0,203	61,648
	BLF	41,821	40,993	77,422	121,07	0	32,207
	BLFM	32,594	40,012	77,422	121,07	0	3,038
	Monte Carlo	31,633	40,104	77,422	121,07	-	-
246-247	Clássico	3,3445	8,1367	17,721	22,513	5,417	54,835
	Discreta	7,5249	9,1818	18,766	26,694	0,125	1,618
	BLF	8,4327	9,1621	18,745	26,604	0,048	13,877
	BLFM	7,1561	9,1621	18,745	26,603	0,048	3,363
	Monte Carlo	7,4051	9,1703	18,736	26,584	-	-
248-249	Clássico	10,083	28,438	65,147	83,502	3,244	46,611
	Discreta	18,84	30,628	67,34	92,279	0,013	0,244
	BLF	20,821	30,631	67,332	92,219	0,001	10,246
	BLFM	18,826	30,631	67,332	92,219	0,001	0,318
	Monte Carlo	18,886	30,632	67,331	92,215	-	-
218-219	Clássico	3736,3	3818,8	3983,9	4066,4	0,003	0,048
	Discreta	3740	3819,9	3984,3	4068,8	0,013	0,054
	BLF	3737,9	3819,4	3983,8	4066,5	0	0,005
	BLFM	3737,9	3819,4	3983,8	4067	0	0,010
	Monte Carlo	3738,1	3819,4	3983,8	4066,6	-	-

Tabela 5.124: DP da geração ativa (MW) - IEEE 300

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
7049	Clássico	132,11	294,03	617,87	779,78	0,456	12,487
	Discreta	131,93	293,97	617,79	779,46	0,469	12,606
	BLF	148,02	298,15	622,42	799,2	0,277	1,948
	BLFM	148,02	298,15	622,42	799,2	0,277	1,948
	Monte Carlo	150,96	299,69	620,7	795,54	–	–

As Tabelas 5.126 a 5.133 apresentam o número de iterações associado à convergência dos métodos BLFM e BLF, quando aplicados na determinação das variáveis de estado e de saída deste sistema. Verificou-se que na metodologia BLFM foram necessárias até 17 iterações, as quais foram realizadas no cálculo das perdas reativas. A metodologia BLF, por sua vez, obteve um número máximo de 11 iterações, obtidas no cálculo dos fluxos ativos e das perdas ativas e reativas. Ressalta-se ainda que, em muitas situações, a metodologia BLFM apresentou resultados com um menor número de iterações em relação à metodologia BLF.

A Tabela 5.134 apresenta, de maneira resumida, os erros máximos e médios associados ao cálculo das variáveis de estado e de saída deste sistema.

Tabela 5.125: DP das gerações reativas (MVar) - IEEE 300

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}	E_{min} (%)	E_{max} (%)
8	Clássico	0,95387	5,4008	14,295	18,741	1,038	60,830
	Discreta	1,2173	5,4666	14,36	19,004	0,588	50,012
	BLF	2,3146	5,7406	14,634	20,104	0,883	4,952
	BLFM	2,3146	5,7406	14,634	20,104	0,883	4,952
	Monte Carlo	2,4352	5,7991	14,445	19,928	–	–
20	Clássico	3,5092	11,905	28,696	37,091	17,298	146,15
	Discreta	-8,3234	5,9466	34,738	49,258	0,115	9,456
	BLF	-7,8478	6,065	34,857	49,737	0,458	3,217
	BLFM	-7,8536	6,065	34,857	49,737	0,458	3,278
	Monte Carlo	-7,6043	6,2666	34,698	49,486	–	–
91	Clássico	38,987	41,508	46,55	49,071	0,183	1,900
	Discreta	39,036	41,52	46,562	49,119	0,209	1,776
	BLF	40,254	41,66	46,704	49,698	0,337	1,288
	BLFM	39,543	41,659	46,704	49,698	0,340	0,514
	Monte Carlo	39,742	41,801	46,465	49,52	–	–
108	Clássico	13,439	17,042	24,247	27,85	0,879	5,010
	Discreta	13,44	17,042	24,248	27,851	0,875	5,007
	BLF	14,052	17,218	24,383	28,454	0,099	2,950
	BLFM	13,807	17,144	24,383	28,454	0,323	2,950
	Monte Carlo	13,988	17,235	24,462	29,319	–	–
190	Clássico	-84,578	-75,749	-58,091	-49,262	0,138	2,028
	Discreta	-84,564	-75,745	-58,087	-49,248	0,131	1,999
	BLF	-83,081	-75,522	-57,86	-48,312	0,060	0,344
	BLFM	-83,684	-75,522	-57,86	-48,312	0,060	0,379
	Monte Carlo	-83,368	-75,306	-58,011	-48,283	–	–
7049	Clássico	23,571	31,205	46,472	54,106	10,906	43,401
	Discreta	29,486	32,683	47,95	60,015	6,687	37,220
	BLF	37,121	37,332	56,329	96,573	0,426	16,883
	BLFM	33,806	35,1	56,329	96,573	0,214	6,445
	Monte Carlo	31,759	35,025	56,09	95,595	–	–
9002	Clássico	0,65932	1,3316	2,676	3,3483	5,662	40,067
	Discreta	0,65962	1,3316	2,6761	3,3486	5,658	40,040
	BLF	1,1217	1,522	2,8426	4,0677	0,212	2,873
	BLFM	1,0853	1,4765	2,8426	4,0677	0,203	1,345
	Monte Carlo	1,1001	1,4795	2,8366	4,0471	–	–
9054	Clássico	17,293	19,649	24,361	26,716	3,199	11,601
	Discreta	17,293	19,649	24,361	26,716	3,199	11,601
	BLF	19,613	20,608	25,197	30,326	0,123	1,059
	BLFM	19,42	20,386	25,197	30,326	0	0,344
	Monte Carlo	19,42	20,392	25,166	30,222	–	–
9055	Clássico	3,1779	3,6251	4,5195	4,9667	3,274	11,816
	Discreta	3,1779	3,6251	4,5195	4,9667	3,274	11,816
	BLF	3,6183	3,8072	4,6783	5,6519	0,124	1,089
	BLFM	3,5832	3,7634	4,6783	5,6519	0,042	0,350
	Monte Carlo	3,5817	3,7662	4,6725	5,6322	–	–

Tabela 5.126: Número de iterações dos módulos de tensão - IEEE 300

Barra	Método	V_1	V_2	V_3	V_4
49	BLF	5	5	7	7
	BLFM	4	4	7	8
51	BLF	4	4	3	7
	BLFM	4	3	3	6
53	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	3	6	8
55	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	4	6	9
89	BLF	6	5	7	7
	BLFM	4	3	6	7
196	BLF	6	4	3	9
	BLFM	3	3	3	3
9001	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	3	7	8
9034	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	3	7	8
9071	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	3	7	8

Tabela 5.127: Número de iterações dos ângulos de tensão - IEEE 300

Barra	Método	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
17	BLF	7	7	5	7
	BLFM	4	4	3	4
23	BLF	7	7	5	7
	BLFM	4	4	3	4
97	BLF	7	7	5	7
	BLFM	4	4	3	4
162	BLF	7	7	5	7
	BLFM	4	4	3	4
243	BLF	7	7	5	11
	BLFM	4	4	4	4
323	BLF	7	7	5	7
	BLFM	4	4	3	4
7017	BLF	7	7	5	7
	BLFM	4	4	3	4
7057	BLF	7	7	7	7
	BLFM	4	4	4	4
9055	BLF	7	5	5	7
	BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.128: Número de iterações dos fluxos ativos - IEEE 300

Linha	Método	P_{km1}	P_{km2}	P_{km3}	P_{km4}
9012-9002	BLF	11	4	6	7
	BLFM	3	4	3	3
15-90	BLF	4	3	3	5
	BLFM	4	3	3	3
37-41	BLF	4	3	4	4
	BLFM	4	3	3	4
41-49	BLF	4	4	3	4
	BLFM	4	4	3	4
41-51	BLF	4	4	3	4
	BLFM	4	3	3	4
49-51	BLF	4	3	4	4
	BLFM	4	3	3	4
81-194	BLF	6	3	4	4
	BLFM	4	3	4	4
206-208	BLF	4	3	3	4
	BLFM	4	3	3	4
229-190	BLF	7	4	5	4
	BLFM	5	3	3	4
7049-49	BLF	4	3	4	4
	BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.129: Número de iterações dos fluxos reativos - IEEE 300

Linha	Método	Q_{km1}	Q_{km2}	Q_{km3}	Q_{km4}
37-9001	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	4	7	8
9001-9005	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	3	7	8
9005-9051	BLF	4	4	6	7
	BLFM	4	4	5	7
42-46	BLF	6	6	5	7
	BLFM	4	4	3	10
89-91	BLF	4	4	3	4
	BLFM	4	4	3	4
105-107	BLF	6	4	4	4
	BLFM	6	4	4	4
242-245	BLF	9	7	5	5
	BLFM	3	3	4	3
142-175	BLF	3	3	4	6
	BLFM	3	3	3	4
163-137	BLF	4	4	3	3
	BLFM	4	3	3	3
7049-49	BLF	7	7	4	4
	BLFM	13	11	3	4

Tabela 5.130: Número de iterações das perdas ativas - IEEE 300

Linha	Método	P_{km1}^{perdas}	P_{km2}^{perdas}	P_{km3}^{perdas}	P_{km4}^{perdas}
37-9001	BLF	11	8	6	7
	BLFM	4	4	4	5
9012-9002	BLF	11	4	6	7
	BLFM	4	3	5	6
15-37	BLF	7	3	4	4
	BLFM	12	5	3	4
35-72	BLF	8	3	3	6
	BLFM	4	3	3	4
37-89	BLF	7	7	4	5
	BLFM	11	10	4	5
37-90	BLF	7	7	4	4
	BLFM	10	9	4	4
41-49	BLF	7	3	4	4
	BLFM	15	3	4	4
41-51	BLF	7	3	4	4
	BLFM	11	3	4	4
48-107	BLF	7	7	5	5
	BLFM	8	8	4	4
52-55	BLF	7	7	4	4
	BLFM	6	9	4	4
55-57	BLF	5	4	3	4
	BLFM	8	7	3	4
73-76	BLF	4	4	6	7
	BLFM	6	5	6	8
77-80	BLF	8	7	4	6
	BLFM	6	5	4	4
91-94	BLF	7	7	4	5
	BLFM	10	9	4	4
112-114	BLF	7	4	3	6
	BLFM	5	3	3	3
128-133	BLF	6	6	3	3
	BLFM	5	4	3	3
199-200	BLF	7	4	4	4
	BLFM	5	3	4	4
205-206	BLF	6	7	4	4
	BLFM	11	7	4	4
216-217	BLF	6	6	4	4
	BLFM	10	7	4	4
248-249	BLF	7	6	4	5
	BLFM	5	3	4	4

Tabela 5.131: Número de iterações das perdas reativas - IEEE 300

Linha	Método	Q_{km1}^{perdas}	Q_{km2}^{perdas}	Q_{km3}^{perdas}	Q_{km4}^{perdas}
37-9001	BLF	11	8	6	7
	BLFM	5	6	5	6
9012-9002	BLF	11	4	6	7
	BLFM	4	4	5	7
55-37	BLF	7	4	3	4
	BLFM	15	4	3	4
41-49	BLF	7	3	4	4
	BLFM	17	3	4	4
41-51	BLF	7	3	4	4
	BLFM	14	3	3	4
43-44	BLF	7	4	4	4
	BLFM	14	4	4	4
52-55	BLF	7	7	4	4
	BLFM	14	13	4	4
99-108	BLF	8	8	4	7
	BLFM	6	5	4	4
112-114	BLF	8	5	4	6
	BLFM	10	4	4	4
133-169	BLF	5	3	3	3
	BLFM	3	3	3	3
205-206	BLF	6	7	4	4
	BLFM	13	10	4	4
217-218	BLF	4	6	6	9
	BLFM	4	3	3	5
231-237	BLF	7	3	3	4
	BLFM	9	3	3	4
246-247	BLF	6	4	4	5
	BLFM	7	4	3	4
248-249	BLF	7	6	4	5
	BLFM	7	3	4	4
21-20	BLF	4	4	6	6
	BLFM	4	4	10	11
130-131	BLF	6	5	3	3
	BLFM	11	4	3	3
218-219	BLF	4	4	4	7
	BLFM	4	4	3	8
7002-2	BLF	6	6	3	4
	BLFM	10	7	3	3
7055-55	BLF	7	6	4	4
	BLFM	13	13	4	4

Tabela 5.132: Número de iterações da geração ativa - IEEE 300

Barra	Método	P_{g1}	P_{g2}	P_{g3}	P_{g4}
7049	BLF	4	3	4	4
	BLFM	4	3	3	4

Tabela 5.133: Número de iterações das gerações reativas - IEEE 300

Barra	Método	Q_{g1}	Q_{g2}	Q_{g3}	Q_{g4}
8	BLF	3	3	3	4
	BLFM	3	3	3	3
20	BLF	7	6	3	6
	BLFM	5	3	3	3
91	BLF	7	6	3	4
	BLFM	7	4	3	4
108	BLF	7	7	4	6
	BLFM	7	6	4	4
146	BLF	8	7	5	5
	BLFM	5	4	3	4
190	BLF	7	3	3	4
	BLFM	7	3	3	4
7049	BLF	7	7	4	4
	BLFM	13	11	3	4
7057	BLF	7	6	4	8
	BLFM	6	5	4	4
9002	BLF	7	6	4	4
	BLFM	6	5	4	4
9054	BLF	7	6	4	4
	BLFM	7	6	3	4
9055	BLF	7	6	4	4
	BLFM	6	5	3	4

Tabela 5.134: Erros máximos e médios (%) - IEEE 300

Variável	Clássico		Discreta		BLF		BLFM	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,785	0,043	0,785	0,043	0,156	0,004	0,156	0,003
Ângulos de tensão	86,128	4,634	86,128	4,634	2,716	0,463	2,716	0,463
Fluxos ativos	32,330	0,241	142,18	0,362	2,959	0,094	2,959	0,094
Fluxos reativos	537,12	3,523	380,80	2,745	34,764	0,287	8,058	0,239
Perdas ativas	99,05	4,983	2368,9	5,677	20215,0	27,706	85,294	0,391
Perdas reativas	4790,5	9,192	235,10	0,944	411,19	0,432	4,164	0,100
Geração ativa	12,487	4,203	12,606	4,251	1,948	0,800	1,948	0,800
Gerações reativas	146,15	2,977	50,012	1,552	16,883	0,285	6,445	0,200

5.5 Considerações sobre a Barra de Folga do Sistema

No problema de fluxo de potência determinístico tradicional, a barra de folga (ou barra de referência) é definida como a barra do tipo $V\theta$, a qual é responsável pela absorção das perdas e pelo balanço de potência do sistema.

Entretanto, no problema de fluxo de potência com incertezas, a barra de folga apresenta uma característica adicional: a mesma também deve absorver todas as incertezas resultantes da solução do problema. As incertezas presentes nos dados de entrada se propagam pelo sistema, cujo impacto se reflete na barra de folga. Conseqüentemente, a distribuição de possibilidade da barra de folga irá apresentar uma faixa de incerteza ainda mais ampla.

Deve ser destacado também que, nesta situação, podem ocorrer resultados em pontos de operação acima da capacidade de geração da barra de folga. No entanto, tais limites de geração não foram considerados neste trabalho.

5.6 Aspectos Computacionais

Fundamentalmente, o fluxo de potência determinístico e o fluxo de potência com incertezas, são diferentes e têm aplicações distintas. Portanto, ambos não devem ser comparados em termos de eficiência computacional. No que diz respeito às metodologias BLFM e BLF, o esforço computacional é significativo, tendo em vista que deve ser realizado um processo iterativo para cada ponto da distribuição de possibilidade de cada variável de estado e de saída do problema. O número total de processos iterativos associados às metodologias BLFM e BLF ($N_{BLFM-BLF}$), de acordo com as Equações (4.105) e (4.121), pode então ser generalizado por:

$$N_{BLFM-BLF} = 16 \cdot nl + 8 \cdot (N_{PV} + N_{PQ}) + 8 \quad (5.4)$$

onde:

nl é o número de linhas do sistema.

N_{PV} e N_{PQ} correspondem ao número de barras PV e PQ do sistema, respectivamente.

Também é importante destacar que, para aumentar a eficiência computacional do problema, a matriz Jacobiana correspondente às metodologias BLFM e BLF pode ser considerada constante e igual àquela obtida na última iteração do fluxo de potência determinístico, principalmente nos casos onde não ocorrerem oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade. Em situações de oscilação numérica, o emprego da Jacobiana constante também mostrou-se bastante satisfatório na maioria dos casos testados. De forma geral, os resultados obtidos considerando-se a atualização da Jacobiana a cada iteração, ainda apresentaram um melhor desempenho em comparação às simulações tipo Monte Carlo.

A Tabela 5.135 apresenta os tempos computacionais associados às metodologias BLFM e BLF, quando a matriz Jacobiana é mantida constante ou variável durante o processo de convergência do problema. O modelo clássico e a metodologia discreta, por sua vez, apresentaram um esforço computacional bastante reduzido, pois se baseiam apenas na realização de um único processo de linearização em torno da solução determinística. No entanto, como os erros associados a esses modelos foram bem superiores em relação às metodologias BLFM e BLF, na grande maioria dos casos, decidiu-se não apresentar os seus respectivos tempos de simulação.

Tabela 5.135: Tempos computacionais - BLFM e BLF

Sistema	Incertezas	$N_{BLFM-BLF}$	Tempo computacional (seg.)			
			Jacobiana constante		Jacobiana variável	
			BLF	BLFM	BLF	BLFM
Oporto 13	Várias	328	0,39	0,81	0,77	1,03
IEEE 14	5-10 %	432	0,45	0,89	0,99	1,25
IEEE 14	10-20 %		0,48	0,95	1,05	1,30
IEEE 14	20-40 %		0,59	1,03	1,21	1,47
IEEE 30	5-10 %	896	1,03	1,70	3,45	3,62
CEMIG 37	5-10 %	872	1,04	1,48	3,38	3,45
IEEE 57	5-10 %	1736	4,67	6,66	20,9	21,2
IEEE 118	5-10 %	3920	29,9	35,4	295,2	229,4
IEEE 300	5-10 %	8976	182,1	263,3	7077,5	5524,4

Conforme pode ser verificado na Tabela 5.135, o esforço computacional resultante da aplicação da matriz Jacobiana constante à formulação do problema foi bastante reduzido. Além disso, observou-se que a metodologia BLFM apresentou, no geral, um maior tempo computacional em relação à metodologia BLF. Por outro lado,

a metodologia BLFM teve um desempenho melhor para os sistemas IEEE 118 e 300 barras, quando a matriz Jacobiana é atualizada a cada iteração. Isso porque, nos casos onde não ocorreram problemas de oscilação numérica, a metodologia BLF apresentou um número total de iterações bem maior, para todas as variáveis do problema. Como consequência, o esforço computacional global associado ao processo de convergência de tais sistemas tornou-se mais custoso.

Comparativamente às simulações tipo Monte Carlo, a metodologia BLFM proposta ainda apresenta grande vantagem, pois o tempo computacional envolvido naquelas simulações foi extremamente elevado, conforme apresentado anteriormente na Tabela 5.4, onde foram necessários vários dias para a realização dos testes.

5.7 Jacobiana Constante X Jacobiana Variável

De maneira geral, os resultados obtidos para os sistemas Oporto, CEMIG, IEEE 14, 30 e 57 barras apresentaram um desempenho bastante equivalente, quando a matriz Jacobiana associada aos métodos BLFM e BLF foi admitida constante ou atualizada a cada iteração. A Tabela 5.136 apresenta, por exemplo, os erros máximos e médios correspondentes às variáveis de estado e de saída do sistema IEEE 57 barras.

Tabela 5.136: Erros (%) - Jacobiana constante e variável - IEEE 57

Variável	BLF				BLFM			
	Jac. constante		Jac. variável		Jac. constante		Jac. variável	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,289	0,050	0,293	0,052	0,289	0,050	0,293	0,054
Ângulos de tensão	2,739	1,052	2,746	1,058	2,739	1,052	2,746	1,058
Fluxos ativos	4,743	0,680	4,743	0,673	4,743	0,680	4,743	0,673
Fluxos reativos	6,173	0,827	6,071	0,849	5,892	0,810	6,071	0,831
Perdas ativas	21206,1	174,05	21206,1	134,37	29,313	2,904	29,064	2,306
Perdas reativas	836,87	6,825	836,87	6,571	8,648	1,307	8,903	1,334
Geração ativa	1,466	0,705	1,466	0,707	1,466	0,705	1,466	0,707
Gerações reativas	12,332	0,897	12,332	0,955	3,368	0,335	3,368	0,340

Por outro lado, a metodologia BLFM apresentou um desempenho mais satisfatório, quando foi considerada a matriz Jacobiana variável durante o processo de determinação das variáveis dos sistemas IEEE 118 e 300 barras. Entretanto, a aplicação da matriz Jacobiana constante ao método BLFM implicou, em alguns casos, na obtenção de resultados incoerentes, conforme pode ser verificado nos exemplos apresentados na Tabela 5.137, para o sistema IEEE 118 barras. A metodologia BLF, no entanto, apresentou problemas de incoerência nas duas situações.

Tabela 5.137: Resultados BLFM - Jacobiana constante e variável - IEEE 118

Grandeza	Jacobiana	z_1	z_2	z_3	z_4
\tilde{V}_{37}	Constante	0,989	0,98988	0,99064	0,99056
	Variável	0,98899	0,98988	0,99065	0,99074
\tilde{Q}_{68-116}	Constante	-99,364	-77,641	-66,502	-79,531
	Variável	-99,365	-77,641	-64,086	-63,424
\tilde{Q}_{G116}	Constante	64,316	51,334	62,812	84,84
	Variável	48,114	48,906	62,812	84,841

As Tabelas 5.138 e 5.139 apresentam os erros máximos e médios associados aos métodos BLFM e BLF, empregando-se a matriz Jacobiana constante e variável, para os sistemas IEEE 118 e 300 barras, respectivamente.

Tabela 5.138: Erros (%) - Jacobiana constante e variável - IEEE 118

Variável	BLF				BLFM			
	Jac. constante		Jac. variável		Jac. constante		Jac. variável	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,088	0,0009	0,364	0,014	0,088	0,0009	0,364	0,013
Ângulos de tensão	0,009	0,0002	0,193	0,009	0,009	0,0002	0,193	0,009
Fluxos ativos	0,254	0,003	4,112	0,071	0,301	0,004	4,112	0,071
Fluxos reativos	34,663	0,150	32,607	0,364	25,439	0,100	7,533	0,235
Perdas ativas	25519,8	105,87	25517,5	105,44	144,06	1,072	143,97	1,297
Perdas reativas	335,03	1,956	334,96	2,151	20,890	0,059	20,911	0,272
Geração ativa	0,007	0,002	0,780	0,557	0,007	0,002	0,780	0,557
Gerações reativas	258,80	1,980	388,13	3,766	33,733	0,532	22,205	0,411

Tabela 5.139: Erros (%) - Jacobiana constante e variável - IEEE 300

Variável	BLF				BLFM			
	Jac. constante		Jac. variável		Jac. constante		Jac. variável	
	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}	E_{max}	E_{med}
Módulos de tensão	0,220	0,006	0,156	0,004	0,220	0,006	0,156	0,003
Ângulos de tensão	2,702	0,453	2,716	0,463	2,702	0,453	2,716	0,463
Fluxos ativos	2,952	0,094	2,959	0,094	2,947	0,093	2,959	0,094
Fluxos reativos	124,09	0,322	34,764	0,287	124,09	0,347	8,058	0,239
Perdas ativas	15412,7	10,467	20215,0	27,706	85,869	0,322	85,294	0,391
Perdas reativas	44,494	0,183	411,19	0,432	4,163	0,110	4,164	0,100
Geração ativa	1,948	0,799	1,948	0,800	1,948	0,799	1,948	0,800
Gerações reativas	14,173	0,351	16,883	0,285	40,171	0,479	6,445	0,200

Portanto, observou-se que, de maneira geral, o emprego da matriz Jacobiana variável aplicada ao método BLFM também proporcionou a redução dos erros associados, principalmente no que se refere aos fluxos reativos e gerações reativas. Na metodologia BLF, entretanto, alguns erros tornaram-se ainda mais significativos.

Também é importante ressaltar que, a utilização da matriz Jacobiana variável associada à metodologia BLFM deveria proporcionar resultados com os menores erros em comparação à utilização da matriz Jacobiana constante, em todas as situações, tendo em vista que a mesma corresponde a uma representação mais exata do problema. Com exceção do erro máximo obtido para os fluxos ativos do sistema IEEE 118 barras, os erros correspondentes foram ligeiramente superiores nos casos onde o emprego da matriz Jacobiana variável não apresentou o melhor desempenho.

5.8 Variação do Fator de Divisão

Conforme demonstrado nos resultados deste capítulo, a metodologia BLFM apresentou, de forma geral, um desempenho bastante satisfatório. Deve ser destacado que o processo de solução admitido para lidar com os casos de oscilação numérica e, conseqüentemente, reduzir os erros de linearização associados, trata-se de uma aproximação. No entanto, pode-se ainda obter resultados melhores através de estudos mais elaborados.

A nova técnica de solução se baseia num processo, cuja direção de passo é definida pelos sinais dos coeficientes de sensibilidade e o tamanho de passo correspondente é determinado pela divisão do tamanho de passo anterior por um fator igual a 2.

Em muitas situações, onde o BLFM apresentou maiores erros de linearização, é possível variar o valor do fator de divisão e alcançar resultados mais próximos das simulações tipo Monte Carlo. Neste caso, pode ser feito o seguinte procedimento:

Quando o critério de solução proposto for aplicado ao problema, deve-se repetir o procedimento anterior, ou seja, as injeções de potência são fixadas nos seus respectivos pontos médios, obtidos pela divisão do tamanho de passo anterior pela metade. A partir deste instante, podem ser considerados dois valores para o fator de divisão. Nos casos onde houverem mudanças de sinal dos coeficientes de sensibilidade associados ao problema, deve-se admitir um fator de divisão sempre igual a 2. Por outro lado, se os sinais correspondentes forem os mesmos em relação à iteração anterior, então deve ser considerado um novo valor para o fator de divisão. Esse processo é realizado até o final da convergência do método BLFM.

A Tabela 5.140 apresenta alguns resultados obtidos para o sistema IEEE 118 barras, considerando um novo fator de divisão igual a 1, por exemplo, o qual é empregado em associação com o fator de divisão igual a 2.

Tabela 5.140: Variação do fator de divisão em $\alpha = 0$ - IEEE 118

Grandeza	Método	Fator de Divisão	Valor mínimo (kW)	Nº de iterações
$\tilde{P}_{43-44}^{perdas}$	BLFM	1 e 2	2,7815	29
		2	5,7418	11
	Monte Carlo	–	2,7571	–
$\tilde{P}_{17-113}^{perdas}$	BLFM	1 e 2	2,3239	50
		2	3,6863	9
	Monte Carlo	–	2,3943	–
$\tilde{P}_{76-118}^{perdas}$	BLFM	1 e 2	10,859	20
		2	14,861	11
	Monte Carlo	–	11,508	–

Entretanto, a melhoria alcançada implica em um número de iterações bem maior. Dessa forma, considerar o fator de divisão sempre igual a 2 é uma alternativa satisfatória, tendo em vista que, no geral, os resultados foram bastante aceitáveis.

As Figuras 5.29 e 5.30 ilustram o comportamento da variação da injeção de potência ativa da barra 43 no cálculo das perdas ativas da linha 43-44 (Tabela 5.140), respectivamente, considerando o fator de divisão igual a 2 e admitindo que o mesmo assumia os valores 1 e 2, durante o processo iterativo do método BLFM.

Conforme pode ser observado, para este caso, os respectivos valores finais da injeção ativa em questão não são equivalentes, tendo em vista que o fator de divisão assume o valor igual a 1, a partir da 9^a iteração, de acordo com a Figura 5.30. Por outro lado, em outras situações, tais valores também poderão ser os mesmos ao final da convergência.

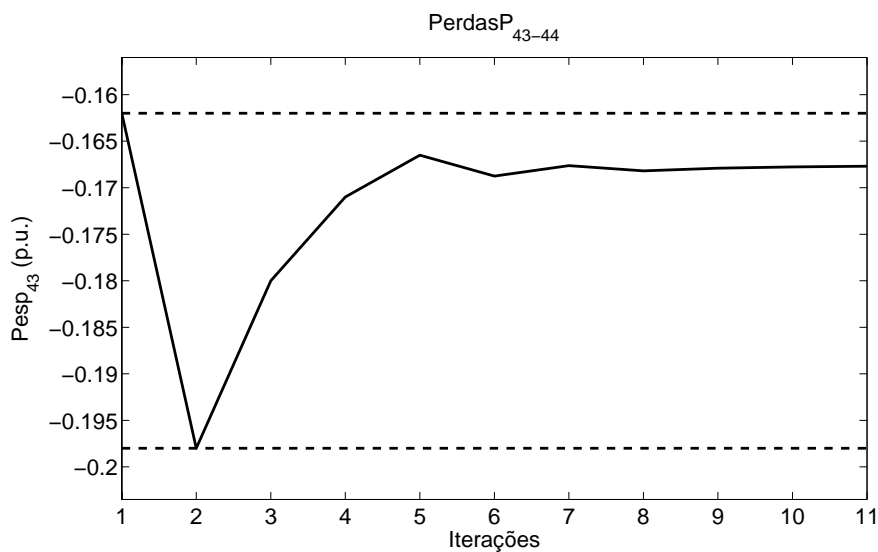


Figura 5.29: Variação da injeção ativa especificada da barra 43 - Perdas ativas da linha 43-44 - Fator de divisão igual a 2 - IEEE 118

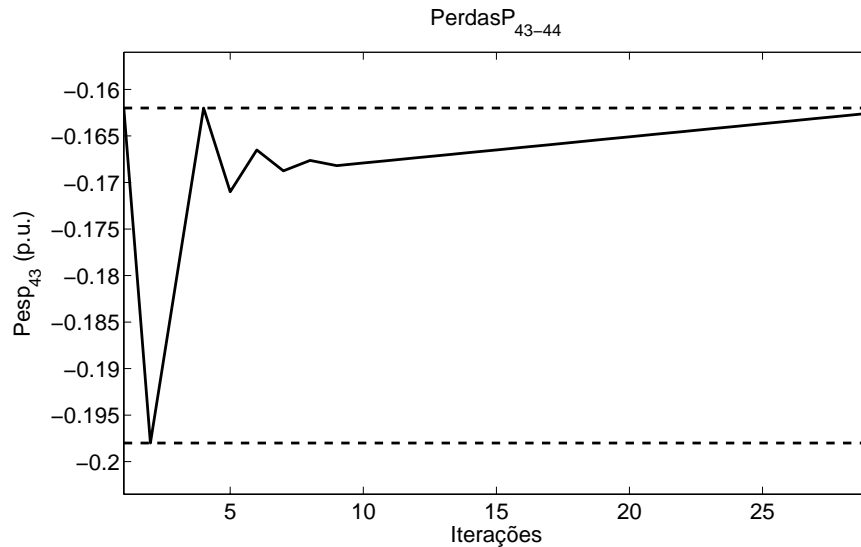


Figura 5.30: Variação da injeção ativa especificada da barra 43 - Perdas ativas da linha 43-44 - Fator de divisão igual a 1 e 2 - IEEE 118

5.9 Observações Adicionais

Conforme discutido anteriormente, considerou-se uma tolerância de oscilação de valor igual a 3 nas simulações deste trabalho, cujos coeficientes de sensibilidade associados ao problema apresentaram mudanças de sinal a cada iteração. Deve ser destacado que, caso fossem admitidos valores maiores para a tolerância de oscilação, por exemplo, apenas o número total de iterações tenderia a aumentar.

As Figuras 5.31 e 5.32 ilustram a variação de injeção de potência ativa da barra 3 no cálculo do valor mínimo, em $\alpha = 0$, das perdas ativas na linha 6-11 do sistema IEEE 14 barras (20 a 40 %), respectivamente, para as tolerâncias de oscilação iguais a 4 e 5. Como pode ser observado, o valor assumido pela injeção ativa correspondente ao final do processo iterativo tende a ser o mesmo em comparação àquele apresentado na Figura 5.8, que considerou uma tolerância de oscilação igual a 3.

As Figuras 5.33 e 5.34, por sua vez, ilustram a mesma variação de injeção ativa apresentada na Figura 5.17, para a barra 51 do sistema IEEE 57 barras, porém considerando as tolerâncias de oscilação de valores iguais a 4 e 5, respectivamente. Da mesma forma, observou-se que a injeção ativa em questão apresentou um valor final similar ao caso onde foi admitida uma tolerância de oscilação igual a 3.

Portanto, independentemente do valor admitido para a tolerância de oscilação, tanto os valores das injeções ativas e reativas correspondentes ao final do processo iterativo, quanto os resultados alcançados pelas variáveis do problema, tendem a ser os mesmos.

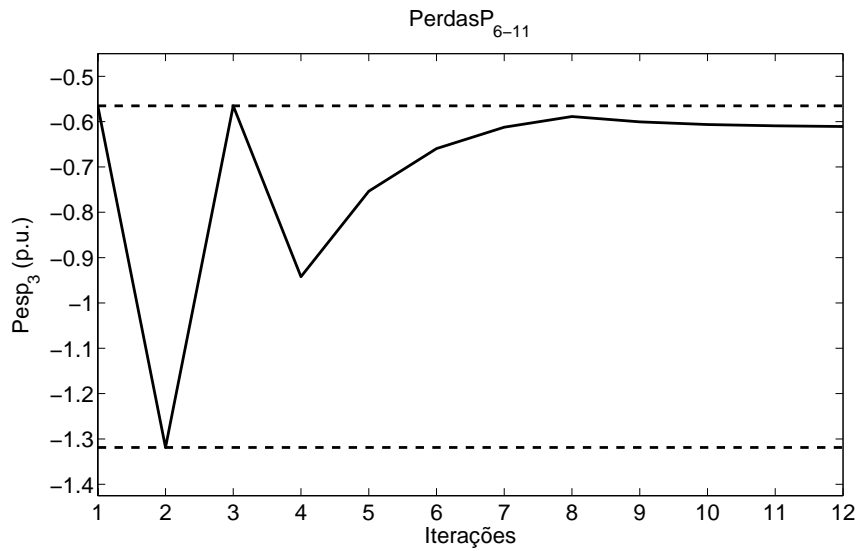


Figura 5.31: Variação da injeção ativa especificada da barra 3 - Perdas ativas da linha 6-11 - Tolerância de oscilação igual a 4 - IEEE 14 - 20-40 %

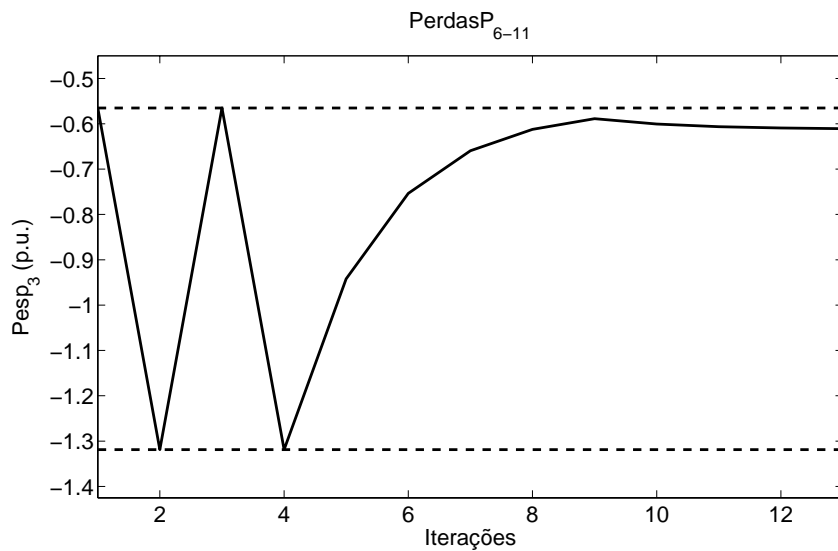


Figura 5.32: Variação da injeção ativa especificada da barra 3 - Perdas ativas da linha 6-11 - Tolerância de oscilação igual a 5 - IEEE 14 - 20-40 %

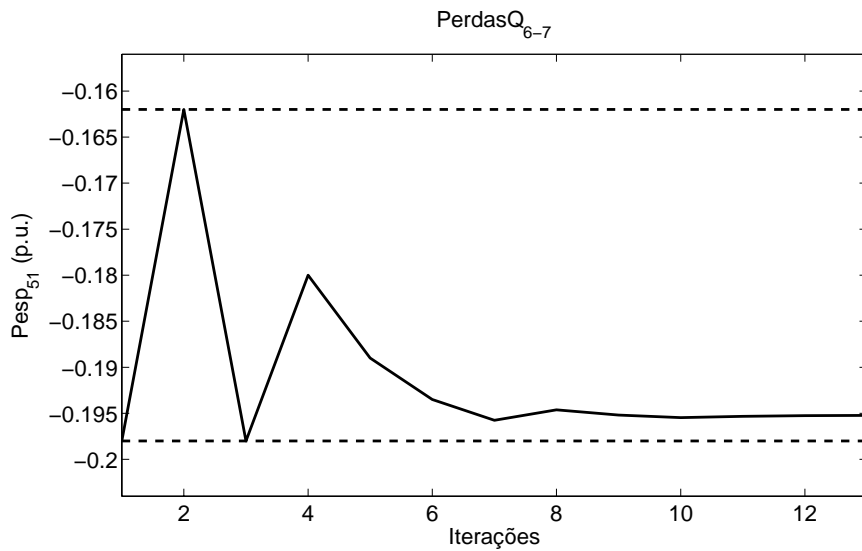


Figura 5.33: Variação da injeção ativa especificada da barra 51 - Perdas reativas da linha 6-7 - Tolerância de oscilação igual a 4 - IEEE 57

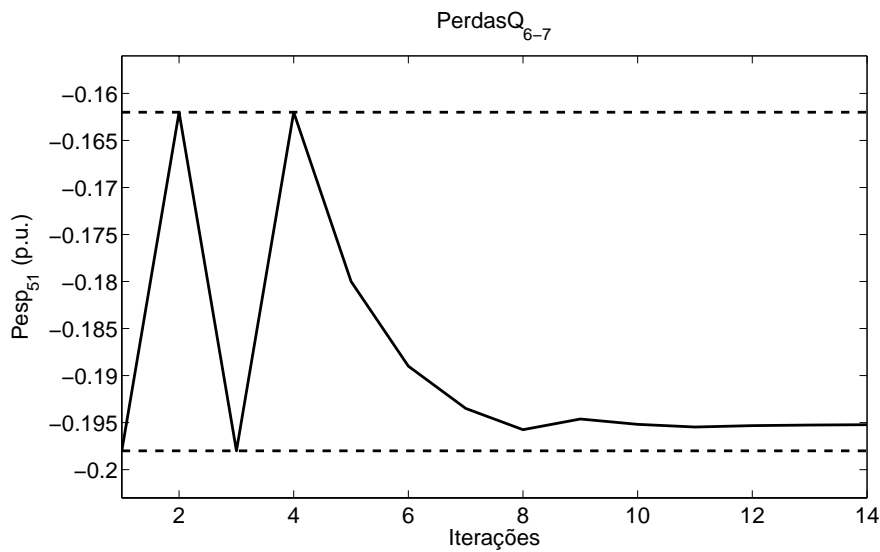


Figura 5.34: Variação da injeção ativa especificada da barra 51 - Perdas reativas da linha 6-7 - Tolerância de oscilação igual a 5 - IEEE 57

Capítulo 6

Conclusão

6.1 Considerações Gerais

O presente trabalho propõe uma nova metodologia para o tratamento de incertezas no problema de fluxo de potência, onde os dados de entrada correspondentes às cargas e gerações, e conseqüentemente, todas as grandezas resultantes do problema, são modelados por números fuzzy ou distribuições de possibilidade do tipo trapezoidal. Dessa maneira, todo o conhecimento vago e impreciso associado às observações práticas e à experiência dos engenheiros da operação e do planejamento dos sistemas elétricos de potência, podem ser integrados à solução do problema de fluxo de potência. Além disso, o problema fluxo de potência com incertezas é uma ferramenta muito útil nas situações onde seriam necessárias diversas simulações do problema de fluxo de potência determinístico, como por exemplo, no planejamento da expansão.

Um ponto importante a destacar é que, neste trabalho, para efeito de comparação e validação dos resultados, foram realizadas simulações de diversos casos do problema de fluxo de potência determinístico, baseadas na técnica de Monte Carlo, o que não é feito na grande maioria dos trabalhos publicados neste assunto. Destaca-se ainda que as simulações tipo Monte Carlo realizadas foram amplamente estendidas, visando à obtenção de resultados mais próximos da solução verdadeira do problema.

Outro aspecto importante a ressaltar é que, em todos os testes e simulações realizadas, foram considerados apenas os intervalos correspondentes aos níveis de

pertinência iguais a 0 e 1. Caso fossem empregados outros *cortes- α* na faixa $[0,1]$, as distribuições de possibilidade das variáveis do problema de fluxo de potência poderiam não ter exatamente uma forma trapezoidal, mas sim uma representação aproximada da mesma.

De maneira geral, o modelo clássico e a metodologia discreta apresentaram os resultados com os maiores erros de linearização, tendo em vista que este processo é realizado em torno da solução determinística. De qualquer maneira, a metodologia discreta mostrou-se como uma técnica superior ao modelo clássico, principalmente no que se refere à determinação das distribuições de possibilidade das perdas ativas e reativas. Além disso, ainda contornou o problema encontrado pelo modelo clássico com relação às perdas ativas negativas. Entretanto, a metodologia discreta apresenta resultados mais satisfatórios apenas em algumas situações, principalmente quando os dados de entrada são representados por níveis de incertezas reduzidos.

Em comparação ao modelo clássico e à metodologia discreta, as metodologias BLFM e BLF são técnicas mais robustas, pois o processo de solução é baseado em diversas linearizações, onde o ponto de linearização inicial corresponde à solução determinística. A metodologia BLFM mostrou-se bem superior à técnica BLF, principalmente no que se refere aos casos de oscilação de sinais dos coeficientes de sensibilidade associados às grandezas de entrada. O método BLF trata esta questão com maior rigidez, onde as injeções de potência correspondentes são sempre fixadas nos pontos médios de suas respectivas distribuições de possibilidade. O critério proposto no método BLFM permite uma flexibilidade bem maior, onde as injeções de potência podem assumir quaisquer valores intermediários pertencentes aos intervalos correspondentes, bem como os próprios valores extremos. Conseqüentemente, os erros de linearização associados à metodologia BLFM são reduzidos, principalmente no cálculo das perdas ativas e reativas, e em algumas situações, para os módulos de tensão, fluxos reativos e gerações reativas, onde a presença de não linearidade é mais evidente.

Cabe ressaltar que o processo de solução adotado pela metodologia BLFM trata-se de uma forma analítica e aproximada de contornar as dificuldades decorrentes das situações de oscilação dos sinais dos coeficientes de sensibilidade, porém os resultados

obtidos se mostraram aceitáveis, na grande maioria dos casos, e bem superiores em relação ao método BLF. Entretanto, a flexibilidade associada à metodologia BLFM leva a um processo mais custoso em termos de número de iterações realizadas. Por outro lado, a metodologia BLF apresentou um maior número total de iterações, nas situações onde não ocorreram problemas de oscilação numérica.

Também é importante destacar que os problemas associados às oscilações numéricas ocorreram com maior frequência no cálculo do valor mínimo das variáveis no nível de pertinência igual a 0. Isso se deve tanto ao maior nível de incertezas dos dados de entrada quanto ao maior grau de não linearidade associado ao problema nestas regiões.

Ressalta-se também que os erros elevados obtidos pela metodologia BLFM se referem a casos patológicos. Em algumas situações, tais erros decorrem da ordem decimal dos resultados. Em outras, poderia ser considerada uma nova caracterização dos erros associados com base no tamanho da amplitude das distribuições de possibilidade resultantes, com o intuito de destacar ainda mais a confiabilidade da ferramenta. De qualquer forma, os resultados alcançados foram bastante aceitáveis.

No que diz respeito ao desempenho computacional, ambas as metodologias BLFM e BLF apresentaram um tempo de simulação razoavelmente significativo, porém extremamente inferior àquele necessário para realizar as simulações tipo Monte Carlo.

Portanto, as principais contribuições desta tese se referem à nova técnica de solução associada à metodologia BLFM para contornar os casos de oscilação numérica, assim como ao fato da metodologia BLFM representar uma alternativa bastante satisfatória em comparação às milhões de simulações tipo Monte Carlo, tendo em vista o elevado tempo computacional envolvido.

No que se refere às aplicações do problema de fluxo de potência com incertezas, verifica-se uma maior relevância na área de planejamento, onde existe a necessidade de se analisar numerosos cenários. A partir dessa ferramenta, também é possível avaliar o impacto da propagação das incertezas associadas à geração eólica, as quais são refletidas para os geradores convencionais, implicando diretamente no despacho

integrado do sistema.

Concluindo, espera-se que este trabalho possa servir de base para o desenvolvimento de estudos que envolva o fluxo de potência, onde as incertezas associadas ao problema sejam adequadamente modeladas, visando auxiliar os engenheiros na tomada de decisões.

6.2 Proposta para Continuação do Trabalho

Visando dar continuidade à pesquisa iniciada no presente trabalho, são apresentadas a seguir, algumas possíveis sugestões para o desenvolvimento futuro da aplicação da metodologia BLFM proposta, dentre as quais destacam-se:

- Consideração dos limites operacionais associados às grandezas do problema de fluxo de potência, as quais são representadas por distribuições de possibilidade;
- Incorporação do controle de tensão por transformadores de tap variável e do controle de tensão em barras remotas;
- Desenvolvimento de um método de cálculo de erro entre distribuições de possibilidade, baseado no tamanho da amplitude das incertezas resultantes;
- Desenvolvimento de uma formulação para o modelo linear do problema de fluxo de potência com incertezas;
- Aplicações considerando parques eólicos nos sistemas de transmissão;
- Aplicações em outros sistemas de distribuição, onde as cargas apresentam incertezas muito altas e são estimadas, geralmente, através de dados de contas de energia.

Apêndice A

Problema de Fluxo de Potência

A.1 Considerações Iniciais

O estudo de fluxo de potência ou fluxo de carga consiste na determinação das tensões e dos fluxos em uma rede elétrica de potência, para uma dada condição de carga e geração. Tais cálculos são necessários tanto para a análise em regime permanente, como para o desempenho dinâmico dos sistemas de potência.

Na grande maioria dos casos, o emprego de métodos diretos de solução não é possível, devendo ser usados métodos iterativos. Não se pode ainda, garantir que um sistema de equações não-lineares tenha qualquer solução ou, quando houver solução, que seja única ou existam várias outras. Felizmente, no problema de fluxo de potência, tais dificuldades ficam bastante atenuadas pelo fato de que as faixas de valores permitidos para as variáveis do problema, praticamente são as mesmas para a grande maioria dos sistemas elétricos de potência existentes.

O método para solução do fluxo de potência deve atender a alguns requisitos básicos, tais como alta velocidade, eficiência computacional, confiabilidade especialmente no que concerne a problemas mal-condicionados e habilidade para representar os dispositivos de controle.

O estado de operação estático do sistema é especificado pelas restrições de potência e/ou tensão nas barras. Na formulação básica, para uma barra genérica k da rede, estão associadas quatro grandezas: V_k , θ_k , P_k e Q_k . Dependendo de como

estas grandezas são tratadas no problema de fluxo de potência, são então definidos três tipos de barras:

- PQ (ou barra de carga) - conhecidos P_k e Q_k , calculam-se V_k e θ_k .
- PV (ou barra de tensão controlada) - conhecidos P_k e V_k , calculam-se Q_k e θ_k .
- $V\theta$ (ou barra de referência) - conhecidos V_k e θ_k , calculam-se P_k e Q_k .

A seguir é apresentado o principal método de solução para o problema de fluxo de potência em coordenadas polares. Uma ampla revisão dos métodos numéricos para análise do fluxo de potência pode ser encontrada na referência [4].

A.2 Método de Newton-Raphson

Para uma barra genérica k , tem-se que:

$$S_k = P_k + jQ_k \quad (\text{A.1})$$

As equações básicas do problema de fluxo de potência são definidas, respectivamente, por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \gamma_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A.2})$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \gamma_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.3})$$

onde:

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$$

$$k = 1, 2, \dots, nb$$

γ_k é o conjunto das barras diretamente conectadas à barra k , incluindo à própria barra k .

nb é o número de barras do sistema.

Aplicando-se o método de Newton-Raphson para linearizar as Equações (A.2) e (A.3), obtém-se a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta V} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

onde:

$\underline{\Delta P}$ é o vetor de resíduos de injeção de potência ativa.

$\underline{\Delta Q}$ é o vetor de resíduos de injeção de potência reativa.

$\underline{\Delta \theta}$ é o vetor de incrementos de ângulos de tensão.

$\underline{\Delta V}$ é o vetor de incrementos de módulos de tensão.

H , N , M e L são as sub-matrizes da matriz Jacobiana.

De acordo com a referência [62], tem-se que:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) \quad (\text{A.5})$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in \gamma_k} V_m (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) \quad (\text{A.6})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \text{cos } \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) \quad (\text{A.7})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = V_k G_{kk} + \sum_{m \in \gamma_k} V_m (G_{km} \text{cos } \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) \quad (\text{A.8})$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (G_{km} \text{cos } \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) \quad (\text{A.9})$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \gamma_k} V_m (G_{km} \text{cos } \theta_{km} + B_{km} \text{sen } \theta_{km}) \quad (\text{A.10})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) \quad (\text{A.11})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in \gamma_k} V_m (G_{km} \text{sen } \theta_{km} - B_{km} \text{cos } \theta_{km}) \quad (\text{A.12})$$

Os elementos H_{kk} , N_{kk} , M_{kk} e L_{kk} podem ser expressos em função das injeções de potência ativa e reativa na barra k . Assim, tem-se:

$$H_{kk} = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \quad (\text{A.13})$$

$$N_{kk} = \frac{P_k - V_k^2 G_{kk}}{V_k} \quad (\text{A.14})$$

$$M_{kk} = P_k - V_k^2 G_{kk} \quad (\text{A.15})$$

$$L_{kk} = \frac{Q_k - V_k^2 B_{kk}}{V_k} \quad (\text{A.16})$$

Os resíduos de injeção de potência ativa e reativa são dados, respectivamente, por:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k \quad (\text{A.17})$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k \quad (\text{A.18})$$

onde:

$$P_k^{esp} = P_{Gk} - P_{Lk} \quad (\text{A.19})$$

$$Q_k^{esp} = Q_{Gk} - Q_{Lk} \quad (\text{A.20})$$

Portanto, a cada iteração os resíduos (A.17) e (A.18) devem ser calculados e se os mesmos forem menores do que uma tolerância pré-estabelecida, o processo iterativo converge para uma solução. Caso contrário, recalcula-se a matriz Jacobiana e atualiza-se os módulos e ângulos das tensões nodais da seguinte forma:

$$\underline{\theta}^{(h+1)} = \underline{\theta}^{(h)} + \Delta \underline{\theta}^{(h)} \quad (\text{A.21})$$

$$\underline{V}^{(h+1)} = \underline{V}^{(h)} + \Delta \underline{V}^{(h)} \quad (\text{A.22})$$

onde $\Delta \underline{\theta}^{(h)}$ e $\Delta \underline{V}^{(h)}$ são obtidos através da solução da Equação (A.4). Logo em seguida, recalcula-se os valores dos novos resíduos (A.17) e (A.18), repetindo-se o ciclo até a convergência do problema ser atingida.

A.3 Cálculo dos Fluxos e Perdas nas Linhas

Após o problema ter convergido para a solução, os fluxos de potência ativa e reativa são determinados pelas seguintes expressões gerais:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \sen(\theta_{km} + \varphi_{km})) \quad (\text{A.23})$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) g_{km} + a_{km} V_k V_m (b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - g_{km} \sen(\theta_{km} + \varphi_{km})) \quad (\text{A.24})$$

No caso de linhas de transmissão, $a_{km} = 1$ e $\varphi_{km} = 0$. Para transformadores com tap fixo, $b_{km}^{sh} = 0$ e $\varphi_{km} = 0$. Para os transformadores com variação automática de tap sob carga (LTCs), $b_{km}^{sh} = 0$ e $\varphi_{km} = 1$. Finalmente, para os transformadores defasadores, $a_{km} = 1$ e $b_{km}^{sh} = 0$.

As perdas no elemento da rede podem ser calculadas somando-se os fluxos nos dois terminais da mesma. Para o caso de linhas de transmissão, as perdas ativas e reativas são dadas, respectivamente, por:

$$P_{km}^{perdas} = P_{km} + P_{mk} = g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2 V_k V_m \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.25})$$

$$Q_{km}^{perdas} = Q_{km} + Q_{mk} = -(b_{km} + b_{km}^{sh}) (V_k^2 + V_m^2) + 2 V_k V_m b_{km} \cos \theta_{km} \quad (\text{A.26})$$

Apêndice B

Teoria dos Conjuntos Fuzzy

B.1 Considerações Iniciais

Em 1965, Lofti Zadeh apresentou a Lógica Fuzzy, baseada na Teoria dos Conjuntos Fuzzy [10], e desde então, vários trabalhos têm sido publicados nas diversas áreas do conhecimento. No entanto, a aplicação da abordagem fuzzy na análise de sistemas elétricos de potência ainda é relativamente recente. Em [63, 64, 65, 66, 67, 68, 69] podem ser encontradas diversas aplicações nas áreas de operação, planejamento e controle dos sistemas de potência.

A característica especial associada à lógica fuzzy é a de representar uma forma inovadora de manusear informações imprecisas, de maneira bastante distinta da teoria de probabilidades. A lógica fuzzy provê um método que permite traduzir em valores numéricos, expressões verbais, vagas, imprecisas e qualitativas, comuns na comunicação humana. Isso abre as portas para se converter a experiência humana em uma forma que possa ser compreensível pelos computadores. Outra característica importante é o conceito de dualidade, que estabelece que algo pode e deve coexistir com o seu oposto, fazendo a lógica fuzzy parecer natural e até mesmo inevitável. A lógica booleana trata binariamente as afirmações, classificando-as como verdadeiras ou falsas. Não obstante, muitas das experiências humanas não podem ser classificadas simplesmente como verdadeiras ou falsas. Por exemplo, aquele homem é alto ou baixo? A taxa de risco para aquele empreendimento é grande ou pequena? Um *sim* ou *não* como resposta a estas questões é, na maioria das vezes, incompleta.

Na verdade, entre a certeza de ser e a certeza de não ser, existem infinitos graus de incerteza.

Portanto, a tecnologia possibilitada pelo enfoque fuzzy tem um imenso valor prático, na qual se torna possível à inclusão da experiência de operadores humanos em sistemas computadorizados, possibilitando a criação de uma estratégia de tomada de decisões para problemas complexos.

Assim, este apêndice apresenta, de forma sucinta, os principais conceitos e definições associados à teoria dos conjuntos fuzzy, utilizados neste trabalho.

B.2 Conjuntos Fuzzy

É através do conceito de conjuntos fuzzy que se procura estudar e tratar a informação imprecisa e vaga. O princípio básico dos conjuntos fuzzy está fundamentado na teoria desenvolvida por Zadeh [10], que consiste na agregação da precisão inerente ao modelo matemático dos conjuntos clássicos com a imprecisão do mundo real.

A teoria dos conjuntos fuzzy é uma extensão e generalização dos conceitos básicos dos conjuntos da teoria clássica (conjuntos *crisp*). Na teoria clássica, um conjunto pode ser definido por uma propriedade comum a todos os seus elementos, como por exemplo, o “conjunto de números pares”, o qual pode ser representado por uma função característica. Por outro lado, os conjuntos fuzzy são definidos por funções de pertinência que exprimem o grau de pertinência no qual cada elemento satisfaz a propriedade associada ao conjunto. Desta forma, pode-se representar propriedades vagas ou dependentes do contexto, como por exemplo, o valor lingüístico “tensão alta”. Portanto, a função de pertinência realiza a transformação da informação quantitativa para a informação qualitativa.

A função de pertinência pode assumir valores que variam de 0 a 1, diferindo da função característica, a qual assume apenas os valores 0 ou 1, onde o elemento pertence ou não ao referido conjunto.

Para o conjunto fuzzy \tilde{A} de um universo de discurso X , tem-se que:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) : X \rightarrow [0, 1] \quad (\text{B.1})$$

onde $\mu_{\tilde{A}}(x)$ é a função de pertinência responsável pelo mapeamento de $x \in X$ em relação à \tilde{A} .

Um conjunto fuzzy \tilde{A} é caracterizado pelo par $(x, \mu_A(x))$, onde x é a variável em estudo e $\mu_A(x)$ é o grau de pertinência de x em relação à \tilde{A} .

Sendo o universo X representado por $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ então, para o caso discreto, o conjunto fuzzy \tilde{A} pode ser expresso na seguinte forma:

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_3)}{x_3} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \right\} \quad (\text{B.2})$$

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \quad (\text{B.3})$$

onde o sinal “+” indica a união entre os elementos.

E para o caso contínuo, tem-se que:

$$\tilde{A} = \int_X \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \quad (\text{B.4})$$

B.3 Cortes de Nível (*Cortes- α*)

Seja um conjunto fuzzy \tilde{A} , definido sobre o conjunto dos números reais \mathfrak{R} e caracterizado por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{A}}(x)$. Dado um número real $\alpha \in [0, 1]$, tem-se que:

$$A^\alpha = \{x \in \mathfrak{R} \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (\text{B.5})$$

onde A^α é um conjunto *crisp* e é denominado de *corte- α* de \tilde{A} .

A figura B.1 ilustra o *corte- α* do conjunto fuzzy \tilde{A} , que é dado pelo intervalo $[A_1^\alpha, A_2^\alpha]$.

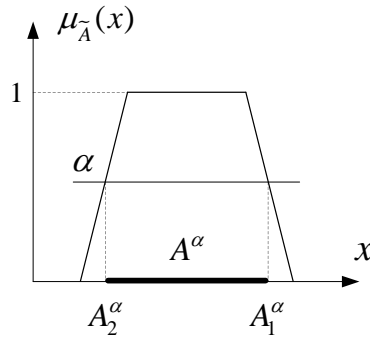


Figura B.1: *Corte- α* de \tilde{A}

B.4 Números Fuzzy

O conjunto fuzzy \tilde{A} é dito ser um *número fuzzy*, se \tilde{A} é um subconjunto fuzzy *normal* e *convexo* sobre \mathfrak{R} . A normalização implica que existe pelo menos um número real x tal que o valor da função de pertinência neste ponto seja igual a 1, isto é:

$$\max_{x \in \mathfrak{R}} \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \quad (\text{B.6})$$

A convexidade significa que, dados dois cortes α e α' , ou seja, A^α e $A^{\alpha'}$, então a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\alpha < \alpha' \iff A^{\alpha'} \subset A^\alpha \quad (\text{B.7})$$

Um número fuzzy pode ser visto como uma extensão do conceito de intervalos de confiança. Ao invés de considerar o intervalo de confiança em um único nível, são considerados todos os níveis entre 0 e 1.

As formas mais comuns de representação de números fuzzy são dadas pelas funções de pertinência do tipo *trapezoidal* e *triangular*, as quais são utilizadas na grande maioria das aplicações.

Um número fuzzy trapezoidal \tilde{A} pode ser caracterizado pelo quarteto $[a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]$, conforme ilustra a Figura B.2. Um número fuzzy triangular é um caso particular de um número fuzzy trapezoidal, quando $a_2 = a_3$.

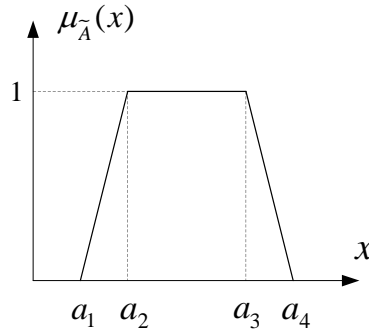


Figura B.2: Número fuzzy trapezoidal

Os valores de pertinência de um número fuzzy trapezoidal são definidos da seguinte maneira:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 < x \leq a_2 \\ 1, & a_2 < x \leq a_3 \\ \frac{a_4-x}{a_4-a_3}, & a_3 < x \leq a_4 \\ 0, & x \geq a_4 \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Sob a representação dos *cortes- α* , um número fuzzy trapezoidal é caracterizado por:

$$A^\alpha = [a_1 + (a_2 - a_1) \cdot \alpha, a_4 - (a_4 - a_3) \cdot \alpha] \quad (\text{B.9})$$

para todo $\alpha \in [0, 1]$.

B.5 Teoria de Possibilidades

Após o desenvolvimento da teoria dos conjuntos fuzzy [10], Zadeh apresentou a Teoria de Possibilidades [11], criando uma base teórica que possibilita inserir nas simulações, as imprecisões presentes nos sistemas elétricos de potência.

A teoria de possibilidades permitiu uma grande flexibilidade no que diz respeito à codificação da informação imprecisa da variável de interesse. Neste contexto, toda a informação fornecida por uma fonte de conhecimento sobre a pertinência de um elemento x em relação a um universo X , é convertida para a forma de uma distribuição de possibilidade.

Uma distribuição de possibilidade relativa à uma variável x pode ser vista como a função de pertinência de um conjunto fuzzy dos possíveis valores de x . Toda a fundamentação teórica para esta afirmação pode ser encontrada em [11]. Portanto, cada variável pode ter a sua própria distribuição de possibilidade.

Para uma distribuição de possibilidade, representada por Π_A , tem-se:

$$\Pi_A = \pi_A \tag{B.10}$$

onde a função π_A é definida como sendo igual à função de pertinência da mesma variável, ou seja: $\pi_A = \mu_A(x)$.

Por exemplo, cada carga ativa terá a sua própria distribuição de possibilidade e não ficará vinculada a uma distribuição de possibilidade geral feita para a carga ativa nas barras. Isto permite uma maior expressividade para a variável em questão, no momento de ser trabalhada e analisada.

Apêndice C

Sistemas Testes

Neste apêndice são apresentados os dados de barra e de linha dos sistemas de distribuição Oporto e CEMIG, bem como as barras representadas por incertezas do sistema IEEE 300 barras.

C.1 Sistema Oporto - 13 Barras

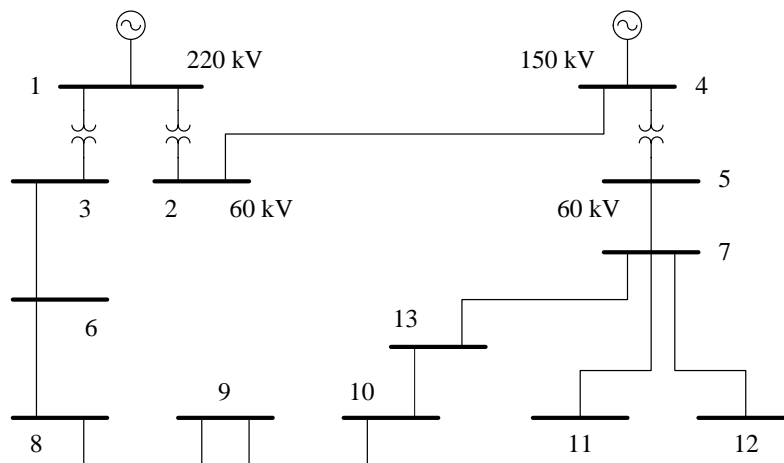


Figura C.1: Sistema Oporto

Tabela C.1: Dados de barras - Oporto

Barra	Tipo	V (p.u.)	θ (graus)
1	V θ	1,05	0,0
2	PQ	1,0	0,0
3	PQ	1,0	0,0
4	PV	1,0505	0,0
5	PQ	1,0	0,0
6	PQ	1,0	0,0
7	PQ	1,0	0,0
8	PQ	1,0	0,0
9	PQ	1,0	0,0
10	PQ	1,0	0,0
11	PQ	1,0	0,0
12	PQ	1,0	0,0
13	PQ	1,0	0,0

Tabela C.2: Dados de linhas - Oporto

Linha	R (p.u.)	X (p.u.)	Shunt (p.u.)
2-4	0,007191	0,057528	0,0
3-6	0,034975	0,2798	0,0
5-7	0,031276	0,25021	0,0
6-10	0,008748	0,029322	1,04E-08
6-8	0,008172	0,024306	8,68E-09
8-9	0,020377	0,040027	3,08E-09
9-10	0,019181	0,037675	2,91E-09
10-13	0,01555	0,047124	9,40E-09
7-13	0,011274	0,034165	6,83E-09
7-11	0,014098	0,011944	1,76E-08
7-12	0,007764	0,014508	8,25E-09
1-3	0,0	0,125	0,0
1-2	0,0	0,14286	0,0
4-5	0,0	0,2	0,0

C.2 Sistema CEMIG - 37 Barras

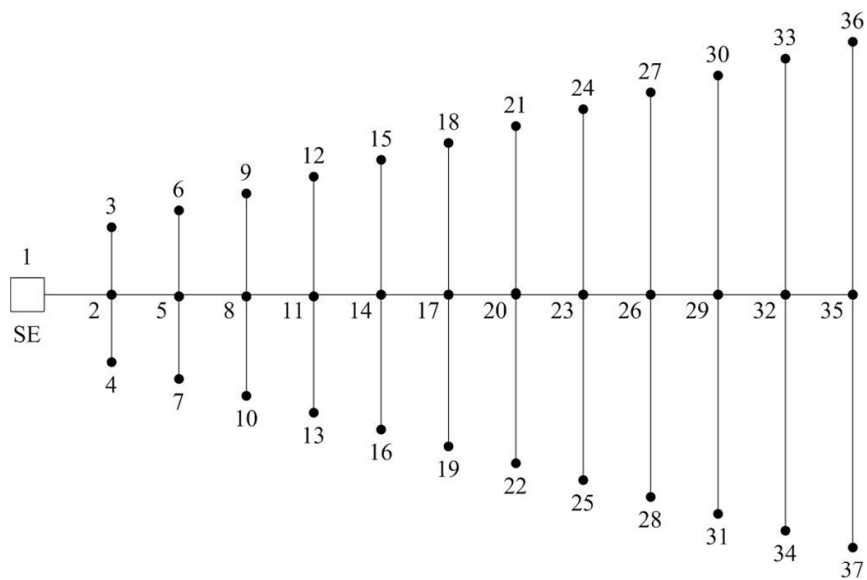


Figura C.2: Sistema CEMIG

Tabela C.3: Dados de barras - CEMIG

Barra	Tipo	V (p.u.)	θ (graus)	P_G (MW)	Q_G (MVar)	P_L (MW)	Q_L (MVar)
1	PQ	0,995	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
2	PQ	0,995	0,0	0,0	0,0	15,0	9,0
3	PQ	0,995	0,0	0,0	0,0	15,0	9,0
4	PQ	0,991	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
5	PQ	0,991	0,0	0,0	0,0	30,0	17,0
6	PQ	0,991	0,0	0,0	0,0	30,0	17,0
7	PQ	0,987	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
8	PQ	0,986	0,0	0,0	0,0	45,0	26,0
9	PQ	0,986	0,0	0,0	0,0	45,0	26,0
10	PQ	0,982	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
11	PQ	0,982	0,0	0,0	0,0	60,0	34,0
12	PQ	0,982	0,0	0,0	0,0	60,0	34,0
13	PQ	0,978	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
14	PQ	0,978	0,0	0,0	0,0	75,0	43,0
15	PQ	0,978	0,0	0,0	0,0	75,0	43,0
16	PQ	0,975	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
17	PQ	0,974	0,0	0,0	0,0	90,0	51,0
18	PQ	0,974	0,0	0,0	0,0	90,0	51,0
19	PQ	0,972	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
20	PQ	0,971	0,0	0,0	0,0	106,0	60,0
21	PQ	0,971	0,0	0,0	0,0	106,0	60,0
22	PQ	0,969	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
23	PQ	0,968	0,0	0,0	0,0	121,0	68,0
24	PQ	0,968	0,0	0,0	0,0	121,0	68,0
25	PQ	0,966	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
26	PQ	0,965	0,0	0,0	0,0	136,0	77,0
27	PQ	0,965	0,0	0,0	0,0	136,0	77,0
28	PQ	0,965	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
29	PQ	0,963	0,0	0,0	0,0	151,0	85,0
30	PQ	0,963	0,0	0,0	0,0	151,0	85,0
31	PQ	0,963	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
32	PQ	0,961	0,0	0,0	0,0	166,0	94,0
33	PQ	0,961	0,0	0,0	0,0	166,0	94,0
34	PQ	0,963	0,0	0,0	0,0	37,0	21,0
35	PQ	0,96	0,0	0,0	0,0	181,0	102,0
36	PQ	0,96	0,0	0,0	0,0	181,0	102,0
37	V θ	1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela C.4: Dados de linhas - CEMIG

Linha	R (p.u.)	X (p.u.)	Shunt (p.u.)
37-1	7,91E-05	0,000152	0,0
1-2	0,000163	8,26E-05	0,0
1-3	0,000163	8,26E-05	0,0
1-4	7,91E-05	0,000152	0,0
4-5	0,000325	0,000165	0,0
4-6	0,000325	0,000165	0,0
4-7	7,91E-05	0,000152	0,0
7-8	0,000488	0,000248	0,0
7-9	0,000488	0,000248	0,0
7-10	7,91E-05	0,000152	0,0
10-11	0,00065	0,00033	0,0
10-12	0,00065	0,00033	0,0
10-13	7,91E-05	0,000152	0,0
13-14	0,000813	0,000413	0,0
13-15	0,000813	0,000413	0,0
13-16	7,91E-05	0,000152	0,0
16-17	0,000976	0,000496	0,0
16-18	0,000976	0,000496	0,0
16-19	7,91E-05	0,000152	0,0
19-20	0,001138	0,000578	0,0
19-21	0,001138	0,000578	0,0
19-22	7,91E-05	0,000152	0,0
22-23	0,001301	0,000661	0,0
22-24	0,001301	0,000661	0,0
22-25	7,91E-05	0,000152	0,0
25-26	0,001464	0,000743	0,0
25-27	0,001464	0,000743	0,0
25-28	7,91E-05	0,000152	0,0
28-29	0,001626	0,000826	0,0
28-30	0,001626	0,000826	0,0
28-31	7,91E-05	0,000152	0,0
31-32	0,001789	0,000909	0,0
31-33	0,001789	0,000909	0,0
31-34	7,91E-05	0,000152	0,0
34-35	0,001951	0,000991	0,0
34-36	0,001951	0,000991	0,0

C.3 Sistema IEEE 300 Barras

Tabela C.5: Valores médios das grandezas de entrada representadas por incertezas - IEEE 300

Barra	Tipo	P_G (MW)	Q_G (MVar)	P_L (MW)	Q_L (MVar)
1	PQ	0	0	90	49
10	PV	-5	0	148	33
20	PV	-10	0	595	120
33	PQ	0	0	55	6
41	PQ	0	0	86	0
52	PQ	0	0	61	28
63	PV	0	0	70	30
77	PQ	0	0	74	28
89	PQ	0	0	44,2	0
102	PQ	0	0	77,8	0
114	PQ	0	0	18,2	0
122	PQ	0	0	229,1	11,8
135	PQ	0	0	169,2	41,6
145	PQ	0	0	24	14
155	PQ	0	0	200	50
162	PQ	0	0	85	24
173	PQ	0	0	163,5	43
181	PQ	0	0	73,4	0
189	PQ	0	0	7	2
197	PQ	0	0	43	14
207	PQ	0	0	-21	-14,2
216	PQ	0	0	176	105
228	PQ	0	0	223	148
245	PQ	0	0	61	30
250	PQ	0	0	-23	-17
323	PQ	0	0	-14,9	26,5
1190	PQ	0	0	100,31	29,17
9021	PQ	0	0	4,75	1,56
9052	PQ	0	0	30	23
9121	PQ	0	0	3,8	1,25

Referências Bibliográficas

- [1] DA COSTA, V. M., *Uma Formulação Alternativa para o Problema de Fluxo de Potência*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1997.
- [2] STOTT, B., “Effective Starting Process for Newton-Raphson Load Flows”. *IEE Proceedings*, vol. 118, pp. 983–987, August 1971.
- [3] STOTT, B., “Decoupled Newton Load Flow”. *IEEE Transactions on Power Systems, PAS-91*, pp. 1955–1959, 1972.
- [4] STOTT, B., “Review of Load-Flow Calculation Methods”. *Proceedings of IEEE*, pp. 916–929, July 1974.
- [5] STOTT, B., ALSAC, O., “Fast Decoupled Load Flow”. *IEEE Transactions on Power Systems, PAS-93*, pp. 859–869, May/June 1974.
- [6] TINNEY, W. F., HART, C. E., “Power Flow Solution by Newton’s Method”. *IEEE Transactions on Power Systems, PAS-86*, pp. 1449–1456, November 1967.
- [7] TINNEY, W. F., WALKER, J. W., “Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorizations”. *Proceedings of IEEE*, pp. 1801–1809, November 1967.
- [8] MANGUEIRA, H., SAAVEDRA, O. R., PENHA, F. D., “Análise de fluxo de potência em sistemas de energia elétrica levando em conta incertezas utilizando multi-linearização”. In: *Anais do V Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, vol. 1, pp. 1162–1168, Gramado, RS, 2001.
- [9] LIMA, M. M. P., *Nova Conceção para Fluxo de Carga Fuzzy incorporando Função de Pertinência Sinusoidal*. Dissertação de M.Sc., UNICAMP-FEEC, Campinas, SP, Brasil, 2000.

- [10] ZADEH, L., “Fuzzy Sets”. *Information and Control*, vol. 8, pp. 338–353, 1965.
- [11] ZADEH, L., “Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility”. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, pp. 3–28, 1978.
- [12] MIRANDA, V., MATOS, M. A., SARAIVA, J. T., “Fuzzy load flow - New algorithms incorporating uncertain generation and load representation”. In: *Proceedings of the Tenth Power Systems Computation Conference*, pp. 621–627, Graz, Austria, 1990.
- [13] BORKOWSKA, B., “Probabilistic Load Flow”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-93, no. 6, pp. 752–755, 1974.
- [14] ALLAN, R. N., AL-SHAKARCHI, M. R. G., “Probabilistic A.C. Load Flow”. *IEE Proceedings*, vol. 123, pp. 531–536, June 1976.
- [15] ALLAN, R. N., LEITE DA SILVA, A. M., BURCHETT, R. C., “Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, pp. 2539–2546, May 1981.
- [16] ALLAN, R. N., LEITE DA SILVA, A. M., “Probabilistic Load Flow using Multilinearizations”. *IEE Proceedings*, vol. 128, pp. 280–287, September 1981.
- [17] LEITE DA SILVA, A. M., ARIENTI, V. L., “Probabilistic Load Flow by a Multilinear Simulation Algorithm”. *IEE Proceedings*, vol. 137, pp. 276–282, July 1990.
- [18] MELIOPOULOS, A. P., COKKINIDES, G. J., CHAO, X. Y., “A New Probabilistic Power Analysis Method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, pp. 182–190, February 1990.
- [19] SU, C. L., “Probabilistic load flow computation using point estimate method”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, pp. 1843–1851, November 2005.
- [20] MIRANDA, V., MATOS, M. A., “Distribution system planning with fuzzy models and techniques”. In: *Proceedings of CIREN*, vol. 6, pp. 472–476, Brighton, U.K., May 1989.

- [21] SARAIVA, J. T., DUARTE, F. O., “Enhanced fuzzy power flow models integrating correlation between nodal injections”. In: *Proceedings of the 8th MELECON*, vol. 2, pp. 885–888, May 1996.
- [22] SARAIVA, J. T., FONSECA, N., MATOS, M. A., “Fuzzy power flow - An AC model addressing correlated data”. In: *Proceedings of 8th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 519–524, September 2004.
- [23] MONTICELLI, A., GARCIA, A. V., SAAVEDRA, O. R., “Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations and Testing”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, pp. 1425–1431, November 1990.
- [24] PAJÁN, P. A., PAUCAR, V. L., “Fuzzy power flow: Considerations and application to the planning and operation of a real power system”. In: *Proceedings of International Conference on Power System Technology, IEEE*, vol. 1, pp. 433–437, October 2002.
- [25] GAO, B., MORISON, G. K., KUNDUR, P., “Voltage Stability Evaluation using Modal Analysis”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, pp. 1529–1542, November 1992.
- [26] KENARANGUI, R., SEIFI, A., “Fuzzy Power Flow Analysis”. *Electric Power Systems Research*, vol. 29, pp. 105–109, 1994.
- [27] DUBOIS, D., PRADE, H., *Fuzzy Sets and Systems - Theory and Applications*. New York, Academic Press, 1980.
- [28] DAS, D., GHOSH, S., SRINIVAS, D. K., “Fuzzy Distribution Load Flow”. *Electric Machines and Power Systems*, vol. 27, pp. 1215–1226, 1999.
- [29] KAUHANIEMI, K., “Fuzzy models and techniques for the calculation of radial distribution networks”. In: *Proceedings of IEEE Athens Power Tech Conference: Planning, Operation and Control of Today’s Electric Power Systems*, pp. 423–428, September 1993.
- [30] CESPEDES, G. R., “New method for the analysis of distribution networks”. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, pp. 391–396, January 1990.

- [31] DIMITROVSKI, A., “Iterative fuzzy load flow in radial distribution networks”. In: *Proceedings of 6th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 1–6, 2000.
- [32] SARAIVA, J. P., MIRANDA, V., MATOS, M. A., “Generation and load uncertainties incorporated in load flow studies”. In: *Proceedings of the 6th MELECON*, pp. 1339–1342, Ljubljana, Yugoslavia, May 1991.
- [33] MIRANDA, V., “Fuzzy flow simulation in gas and electric networks”. In: *Proceedings of European Simulation Multicongress*, 1991.
- [34] PEREIRA, M. A., MURARI, C. A. F., “Electrical Distribution Systems Fuzzy Load Estimation”. *Intelligent System Application to Power Systems (ISAP’99)*, pp. 370–375, 1999.
- [35] SUN, H., YU, D. C., XIE Y., “Application of Fuzzy Set Theory to Power Flow Analysis with Uncertain Power Injections”. *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 2, pp. 1191–1196, January 2000.
- [36] WANG, Z., ALVARADO, F. L., “Interval Arithmetic in Power Flow Analysis”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, pp. 1341–1349, August 1992.
- [37] BARBOZA, L. V., DIMURO, G. P., REISER, H. S., “Towards interval analysis of the load uncertainty in power electric systems”. *Proceedings of the 8th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 538–544, September 2004.
- [38] KRAWCZYK, R., “Newton-algorithmen zur bestimmung von nullstellen mit fehlerschranken”. *Computing*, vol. 4, pp. 187–201, 1969.
- [39] MORI, H., YUIHARA, A., “Contingency screening using interval analysis in power systems”. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Monterey, CA, USA*, vol. 3, pp. 444–447, 1998.
- [40] DIMITROVSKI, A., TOMSOVIC, K., “Boundary Load Flow Solutions”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, pp. 348–355, February 2004.

- [41] LEITE DA SILVA, A. M., *Probabilistic Load Flow Computational Techniques*. Ph.D. thesis, Victoria University of Manchester, Manchester, England, 1980.
- [42] DIMITROVSKI, A., TOMSOVIC, K., “Slack bus treatment in load flow solutions with uncertain nodal powers”. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 27, pp. 614–619, November-December 2005.
- [43] DIMITROVSKI, A., TOMSOVIC, K., “Uncertainty in load flow modeling: Application of the boundary load flow”. *Automation of Electric Power Systems: Special Issue on Developments in Load Flow and Optimal Power Flow Techniques*, vol. 29, pp. 6–15, August 2005.
- [44] BIJWE, P. R., HANMANDLU, M., PANDE, V. N., “Fuzzy power flow solutions with reactive limits and multiple uncertainties”. *Electric Power Systems Research*, vol. 76, pp. 145–152, September 2005.
- [45] MATOS, M. A., GOUVEIA, E. M., “The fuzzy power flow revisited”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, pp. 213–218, February 2008.
- [46] SARIĆ, A. T. , GLIŠOVIĆ, B., STANKOVIĆ, A. M., “An optimization approach to uncertainty propagation in boundary load flow”. In: *Proceedings of the 15th PSCC*, Liege, August 2005.
- [47] ROSS, T. J., *Fuzzy Logic With Engineering Applications*. Second ed., University of New Mexico, USA, John Wiley & Sons Ltda, 2004.
- [48] KAUFMANN, A., GUPTA, M. M., *Introduction to Fuzzy Arithmetic*. New York, Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [49] DONG, W., SHAH, H., “Vertex Method for Computing Functions of Fuzzy Variables”. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 24, pp. 65–78, 1987.
- [50] DONG, W., SHAH, H., “Fuzzy Computing in Risk and Decision Analysis”. *Civil Eng. Systems*, vol. 2, pp. 201–208, 1985.
- [51] GIVENS, J., TAHANI, H., “An improved method of performing fuzzy arithmetic for computer vision”. In: *Proceedings of North American Information Processing Society (NAFIPS)*, pp. 275–280, 1987.

- [52] HANSS, M., “A nearly strict fuzzy arithmetic for solving problems with uncertainties”. In: *Proceedings of 19th International Conference of the NAFIPS, IEEE*, pp. 439–443, July 2000.
- [53] PEDRYCZ, W., GOMIDE, F., *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*. A Bradford Book - The MIT Press, 1998.
- [54] MATOS, M. A., MIRANDA, V., “A holistic approach in multicriteria decision aid”. In: *Proceedings of VIIIth Int. Conf. on MCDM*, Manchester, England, 1988.
- [55] DOPAZO, J. F., KLITIN, O. A., SASSON, A. M., “Stochastic Load Flows”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-94, pp. 299–309, March/April 1975.
- [56] HEYDT, G. T., “Stochastic power flow calculations”. In: *IEEE Summer Power Meeting*, San Francisco, California, 1975.
- [57] ALLAN, R. N., AL-SHAKARCHI, M. R. G., “Probabilistic Techniques in A.C. Load Flow Analysis”. *IEE Proceedings*, vol. 124, pp. 154–160, February 1977.
- [58] LEITE DA SILVA, A. M., QUEIROZ, J. F., “Fluxo de potência probabilístico - Uma solução alternativa”. In: *1st Pan-American Meeting in Electrical Engineering and Electronics - IEEE*, Salvador, Brazil, January 1978.
- [59] ALLAN, R. N., BORKOWSKA, B., GRIGG, C. H., “Probabilistic Analysis of Power Flows”. *IEEE Proceedings*, vol. 121, pp. 1551–1556, December 1974.
- [60] ALLAN, R. N., GRIGG, C. H., AL-SHAKARCHI, M. R. G., “Numerical Techniques in Probabilistic Load Flow Problems”. *Int. Journal Numerical Methods Eng.*, vol. 10, no. 10, pp. 853–860, 1976.
- [61] UNIVERSITY OF WASHINGTON. *Power System Test Cases*. Disponível em: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>.
- [62] MONTICELLI, A., *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo - Brasil, Ed. Edgar Blücher LTDA, 1983.

- [63] BANSAL, R. C., “Bibliography on the Fuzzy Set Theory Applications in Power Systems (1994-2001)”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, pp. 1291–1299, November 2003.
- [64] EL-HAWARY, M. E., *Fuzzy Power Applications of Fuzzy Systems*. New York, IEEE Press Power Systems Engineering Series, 1998.
- [65] HIYAMA, T., TOMSOVIC, K., “Current Status of Fuzzy System Applications in Power Systems”. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 6, pp. 527–532, October 1999.
- [66] MOMOH, J. A., TOMSOVIC, K., “Overview and Literature Survey of Fuzzy Set Theory in Power Systems”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, pp. 1676–1690, August 1995.
- [67] TOMSOVIC, K., LAMBERT-TORRES, G., “Fuzzy systems applications to power systems”. *IEEE Power Engineering Society Tutorial: Fuzzy Logic and Evolutionary Programming Techniques in Power Systems*, July 2000.
- [68] SRINIVASAN, D., LIEW, A. C., CHANG, C. S., “Application of fuzzy systems in power systems”. *Electric Power Systems Research*, vol. 35, pp. 39–43, 1995.
- [69] SARFI, R. J., SALAMA, M. M. A., CHIKHANI, A. Y., “Application of fuzzy sets theory in power system planning and operation: A critical review to assist in implementation”. *Electric Power Systems Research*, vol. 39, pp. 89–101, 1996.