



SELEÇÃO DE BASES WAVELET PARA A REDUÇÃO DO RUÍDO DE
BANDA LARGA EM MEDIÇÕES DE DESCARGAS PARCIAIS EM
MÁQUINAS SÍNCRONAS

André Tomaz de Carvalho

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2014

SELEÇÃO DE BASES WAVELET PARA A REDUÇÃO DO RUÍDO DE
BANDA LARGA EM MEDIÇÕES DE DESCARGAS PARCIAIS EM
MÁQUINAS SÍNCRONAS

André Tomaz de Carvalho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

Prof. José Gabriel Rodriguez Carneiro Gomes, Ph.D.

Prof. Alexandre Pinto Alves da Silva, Ph.D.

Prof. Carlos Augusto Duque, D.Sc.

Prof. Edson Guedes da Costa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
FEVEREIRO DE 2014

Carvalho, André Tomaz de

Seleção de Bases Wavelet para a Redução do Ruído de Banda Larga em Medições de Descargas Parciais em Máquinas Síncronas/André Tomaz de Carvalho. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XXX, 202 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 177 – 183.

1. Descargas Parciais. 2. Máquinas Síncronas. 3. Transformada Wavelet. 4. Ruídos de Banda Larga. 5. Limiarização de Coeficientes Wavelet. I. Lima, Antonio Carlos Siqueira de. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*“Les grandes intuitions
personnelles, les lumières
pénétrantes viennent, à égalité
de valeur, du perfectionnement
moral, du détachement de soi et
des banalités coutumières, de
l’humilité, de la simplicité, de la
discipline des sens et de
l’imagination, de l’élan vers les
grandes fins.”*
(A. D. Sertillanges)

*À minha querida esposa
Mariana.*

Agradecimentos

A gratidão é uma atitude de reconhecimento pelo bem recebido, e integra, no quadro geral das virtudes, a cardeal virtude da justiça. Recapitulando uma vida, vejo que sou devedor acima de tudo. Ensaio, pois, uma desproporcional retribuição, manifestando aqui minha gratidão, especialmente àqueles que contribuíram na elaboração desta pesquisa.

Agradeço a Deus, de quem todo bem procede; e a meus pais, pelo carinho e atenção, pelas orações, pelo amor.

Agradeço especialissimamente ao meu orientador, Professor Antonio Carlos Siqueira de Lima, por me guiar nos últimos quatro anos na elaboração deste trabalho. Pela amizade, pelos conselhos, pela dedicação, sou-lhe muito grato.

À Professora Mariane Rembold Petrágia, pela co-orientação em matéria de processamento de sinais, e ao amigo matemático Lucas Stolerman, pelos esclarecimentos no estudo da Análise Funcional.

Ao Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPTEL, através do qual pude dedicar-me nos últimos 13 anos à pesquisa do fenômeno das Descargas Parciais, sua medição e interpretação. À ELETRONORTE Centrais Elétricas do Brasil S/A, pela parceria técnica com o CEPTEL, pelo incentivo à pesquisa na área de DP; e à UHE Tucuruí, por viabilizar a realização das medições de DP utilizadas nesta pesquisa.

Aos colegas Alain François Sanson Levy e Hélio de Paiva Amorim Júnior, por militarem comigo na pesquisa sobre a avaliação de materiais dielétricos e o diagnóstico preditivo de equipamentos elétricos de alta tensão.

Ao colega Caio Fleming Ferreira de Carvalho Cunha, pelas valiosas contribuições sobre os métodos de seleção de filtros de decomposição wavelet; e ao colega Plutarcho Maravilha Lourenço, pela contribuição no estudo da teoria de Probabilidade.

Aos demais colegas do CEPTEL cujos nomes não caberiam neste breve agradecimento: às equipes de ensaios em laboratório e no campo, aos colegas pesquisadores, por todo apoio e colaboração.

Finalmente, agradeço à minha esposa Mariana, a quem dedico este trabalho, pela paciência, pelo apoio, por todo o carinho, e pela heroica revisão deste texto.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

SELEÇÃO DE BASES WAVELET PARA A REDUÇÃO DO RUÍDO DE
BANDA LARGA EM MEDIÇÕES DE DESCARGAS PARCIAIS EM
MÁQUINAS SÍNCRONAS

André Tomaz de Carvalho

Fevereiro/2014

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

O ruído de fundo é uma das principais causas de problemas em medições de Descargas Parciais (DP) em máquinas síncronas, especialmente em medições *on-line*. Níveis elevados de ruído podem reduzir muito a sensibilidade da medição, ou mesmo inviabilizar a sua realização. A técnica de Limiarização dos Coeficientes Wavelet (LCW) apresenta os melhores resultados na eliminação deste tipo de ruído, o qual apresenta características de largo espectro. Na aplicação da LCW, é fundamental a escolha de uma Base Wavelet adequada ao processamento de cada tipo de sinal, definida para a Transformada Wavelet Rápida (FWT) pelo número de níveis e pelos filtros utilizados em sua árvore de decomposição. Para a seleção dos filtros, dois métodos principais foram publicados anteriormente: CBWS e EBWS, baseados respectivamente na correlação entre a forma de onda dos pulsos e a função wavelet, e na distribuição de energia dos coeficientes wavelet. Neste trabalho propomos um novo algoritmo para seleção automática do número de níveis (NDL), e três novos métodos para seleção dos filtros de decomposição wavelet: os métodos MEBWS e SNRBWS, propostos como alternativas ao EBWS; e o SWTBWS, proposto como alternativa ao CBWS. Os métodos de seleção de bases foram comparados entre si levando em conta: a variação da forma de onda, do instante inicial e da amplitude dos pulsos, bem como a distribuição de probabilidade do ruído estocástico de banda larga aditivo. Como principal resultado, o método SWTBWS associado ao algoritmo NDL apresentou resultados superiores a todos os demais métodos previamente publicados, tanto em relação aos parâmetros de avaliação da filtragem quanto em relação aos tempos de execução.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

WAVELET BASIS SELECTION FOR WIDEBAND NOISE REDUCTION ON PARTIAL DISCHARGE MEASUREMENTS AT SYNCHRONOUS MACHINES

André Tomaz de Carvalho

February/2014

Advisor: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

Background noise is a major cause of problems in measuring Partial Discharge (PD) at synchronous machines, especially when measurements are performed online. High levels of noise can greatly reduce the measurement sensitivity, or even derail its implementation. The technique of Wavelet Shrinkage presents the best results on the elimination of this type of noise, which is typically broadband. On the application of wavelet shrinkage, to properly process each type of signal, the choice of a wavelet basis is critical, which is defined for the Fast Wavelet Transform (FWT) by the number of levels and by the filters used on its decomposition tree. For the filter selection, two main methods have been published previously: CBWS and EBWS, respectively based on the correlation between the waveform of the pulses and the wavelet function, and based on the energy distribution of the wavelet coefficients. In this work we propose a new algorithm for automatic selection of the number of decomposition levels (NDL), and three new methods for selecting the wavelet decomposition filters: the MEBWS and SNRBWS methods proposed as alternatives to the EBWS method; and the SWTBWS method, proposed as an alternative to the CBWS method. The basis selection methods were compared taking into account the variation of the waveform, the initial time and the amplitude of the pulses, as well as the probability distribution of the stochastic additive broadband noise. As main result, SWTBWS method associated with the NDL algorithm showed to be superior to all other previously published methods, as much with respect to filtering results as with respect to runtimes.

Sumário

Lista de Figuras	xiv
Lista de Tabelas	xxiv
Lista de Símbolos	xxvi
Lista de Abreviaturas	xxix
1 Introdução	1
1.1 Contextualização	1
1.1.1 Ruído e Sensibilidade	2
1.1.2 Dificuldades Inerentes à Medição de DP em Máquinas Síncronas	3
1.1.3 A Seleção de Bases Wavelet na Literatura	4
1.1.4 Nomenclatura e Traduções	5
1.2 Metodologia Científica e Resultados	6
1.2.1 Dados Experimentais	7
1.2.2 Resultados Apresentados	9
1.2.3 Publicações Originadas do Presente Trabalho	10
1.3 Estrutura do Texto	10
2 Medição de Descargas Parciais em Máquinas Síncronas	12
2.1 Avaliação Dielétrica em Máquinas Síncronas	12
2.1.1 Medição <i>on-line</i> de DP em Máquinas Síncronas	13
2.1.2 Limitações	14
2.2 Descargas Parciais	14
2.2.1 Defeitos em Dielétricos	15
2.2.2 Modelo Capacitivo	16
2.3 Origens de DP em Enrolamentos Estatóricos	17
2.3.1 Descargas Internas	19
2.3.2 Descargas na Ranhura	21
2.3.3 Descargas nos Terminais de Saída do Enrolamento	21
2.4 Medição de DP em Máquinas Síncronas	22

2.4.1	Circuito de Medição	23
2.4.2	Propagação das DP no Enrolamento	24
2.4.3	Características dos Pulsos de DP	26
2.4.4	Armazenamento da Informação	27
2.5	Ruídos de Medição	28
2.6	Esquema Geral de Medição e Processamento	30
2.7	Conclusão	32
3	Técnicas de Processamento Digital de Sinais aplicadas à medição de DP em Máquinas Síncronas	33
3.1	Sequência de Processamento na Medição de DP	33
3.1.1	Estratégias de Processamento	34
3.2	Filtragem dos Ruídos Harmônicos e Medição da Tensão	36
3.3	Filtragem Passa Altas em 1 MHz	42
3.4	Eliminação de Ruídos de Espectro Discreto	49
3.5	Determinação da Forma de Onda dos Pulsos	54
3.6	Conclusão	55
4	Transformada Wavelet	58
4.1	Introdução	58
4.2	Série de Wavelets: Bases e Molduras em $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$	59
4.3	Transformada Wavelet Discreta (DWT)	63
4.3.1	Representação da Amostragem no Tempo	63
4.3.2	De Séries a Transformadas Discretas	63
4.3.3	Representação em $l^2(\mathbb{Z})$	65
4.4	Cálculo da DWT com Bancos de Filtros Multitaxa	66
4.4.1	Operações de Subamostragem e de Sobreamostragem	67
4.4.2	Convoluções e Reamostragens	67
4.4.3	Expressões Multitaxa da DWT e da IDWT	67
4.5	Algoritmo À Trous	69
4.5.1	Estruturação Recursiva do Cálculo	72
4.6	Transformada Wavelet Rápida (FWT)	73
4.6.1	Banco de Filtros de Dois Canais com Reconstrução Perfeita	73
4.6.2	Propriedades do Banco de Filtros de Dois Canais com Reconstrução Perfeita	75
4.6.3	Árvores Logarítmicas de Decomposição e de Reconstrução	76
4.6.4	Propriedades das Árvores Logarítmicas	77
4.6.5	Banco de Filtros Equivalente	78
4.6.6	Relação entre a FWT e o Algoritmo À Trous	81
4.6.7	Wavelets e Funções de Escala Contínuas	81

4.6.8	Análise Multirresolução	83
4.6.9	Propriedades da FWT	85
4.7	A Transformada Wavelet Estacionária (SWT)	87
4.7.1	Bancos de Filtros de dois Canais não Reamostrados	87
4.7.2	Implementação da SWT	88
4.8	A Transformada Wavelet Packets (WPT)	88
4.9	Aspectos Computacionais	89
4.10	Conclusão	91
5	Redução de Ruído em Sinais de DP no Domínio da Transformada Wavelet	92
5.1	Representação dos Sinais de DP no Domínio Wavelet	93
5.2	Redução do Ruído Branco por Limiarização dos Coeficientes Wavelet	95
5.3	Comparação com Filtros Lineares	97
5.4	Variáveis no processo de LCW	100
5.4.1	Influência da Base Wavelet	101
5.4.2	Determinação dos Limiares de Ruído	103
5.4.3	Fator de Escala do Nível de Ruído	106
5.4.4	Funções de Limiarização	107
5.5	Conclusão	109
6	Seleção de Bases Wavelet	110
6.1	Bases e Árvores de Decomposição	110
6.1.1	Definição do Problema da Seleção da Base Wavelet	111
6.2	Algoritmo para Determinação do Número de Níveis de Decomposição	111
6.2.1	Métodos Tradicionalmente Empregados	111
6.2.2	Determinação do Número Máximo de Níveis de Decomposição	113
6.2.3	Desenvolvimento Matemático	113
6.2.4	Proposta do Algoritmo NDL	115
6.2.5	Comentários Adicionais	116
6.3	Métodos de Seleção dos Filtros de Decomposição	118
6.3.1	Expressões Utilizadas: Wavelet Mãe e Filtros de Decomposição	119
6.3.2	Objetivo da Seleção dos Filtros	119
6.3.3	Métodos Anteriormente Publicados	120
6.3.4	Novos Métodos Propostos	124
6.3.5	Exemplo Comparativo	128
6.4	Conclusão	129

7	Metodologia para a Avaliação dos Métodos de Seleção da Base Wavelet para Redução de Ruídos de Banda Larga	130
7.1	Necessidade da Definição de uma Metodologia de Avaliação	130
7.1.1	Linhas Gerais da Metodologia de Avaliação	131
7.2	Avaliação da LCW nos Pulsos Individuais de DP	132
7.3	Influência do Instante de Ocorrência dos Pulsos no Sinal	134
7.4	Influência da Distribuição de Probabilidade do Ruído Branco	135
7.4.1	Valor Esperado da Limiarização Abrupta de um Sinal com Ruído Branco Gaussiano Aditivo	136
7.4.2	Valor Esperado da Limiarização Suave de um Sinal com Ruído Branco Gaussiano Aditivo	139
7.5	Influência da Amplitude dos Pulsos em relação ao Nível do Ruído	142
7.6	Metodologia Proposta	143
7.7	Exemplo	144
7.8	Conclusão	148
8	Simulações e Resultados	151
8.1	Avaliação dos Métodos de Seleção de Bases	151
8.1.1	Comparação Entre os Métodos CBWS e EBWS	153
8.1.2	Comparação Entre o Método EBWS e o Método Proposto MEBWS	153
8.1.3	Comparação Entre o Método EBWS e o Método Proposto SNRBWS	153
8.1.4	Comparação Entre os Dois Métodos Propostos: MEBWS e SNRBWS	154
8.1.5	Comparação Entre o Método CBWS e os Métodos Multinível	155
8.1.6	Comparação Entre o Método CBWS e o Método Proposto SWTBWS	157
8.1.7	Comparação Entre o Método SWTBWS e os Métodos Multinível	157
8.1.8	Comparação Geral	157
8.1.9	Média dos Resultados com Limiarização Abrupta	157
8.1.10	Média dos Resultados com Limiarização Suave	159
8.1.11	Comparação entre Limiarização Suave e Abrupta	160
8.1.12	Tempos de Processamento	161
8.2	Discussão dos Resultados	162
8.3	Aplicação à Medição de DP em Máquinas Síncronas	164
8.3.1	Determinação da Base Wavelet	164
8.3.2	Filtragem do Ruído de Banda Larga	165
8.3.3	Resultado da Medição	165

8.4	Conclusão	170
9	Conclusão	171
9.1	Principais Contribuições	171
9.1.1	Outras Contribuições	173
9.2	Questões em Aberto e Trabalhos Futuros	174
	Referências Bibliográficas	177
A	Definições do Sistema de Medição de DP	184
A.1	Bandas de Medição	184
A.1.1	Seleção da Banda de Medição	186
A.2	Sistemas Digitais de Medição	186
A.3	Características da Medição	187
A.4	Definições do Hardware de Digitalização dos Sinais	188
B	Algoritmos de Finalização da Medição	189
B.1	Identificação dos Pulsos por Cruzamento de Nível e Cálculo das Amplitudes	189
B.2	Classificação dos Pulsos	191
B.3	Compactação da Informação em Mapas PRPD	193
C	A Transformada Wavelet Contínua	195
C.1	Definição da CWT	195
C.2	Resposta em Frequência de Funções Wavelet Escaladas e Deslocadas no Tempo	198
C.3	CWT como uma Análise Passa-faixa	199

Lista de Figuras

1.1	Vista aérea da UHE Tucuruí. (Fonte: http://www.eletronorte.gov.br)	8
1.2	Unidades hidrogeradoras da UHE Tucuruí. (Fonte: http://www.eletronorte.gov.br)	8
1.3	Caixa de terminais de acesso aos sinais de DP.	9
1.4	Fotografias de uma medição realizada na UHE Tucuruí para a aquisição digital dos sinais de DP.	9
2.1	Diagrama de uma cavidade gasosa inserida em um material dielétrico, onde podem ocorrer as Descargas Parciais.	15
2.2	Modelo capacitivo para representação de DP em uma cavidade no interior de um dielétrico.	17
2.3	Enrolamento estatórico de um hidrogerador na Usina Hidrelétrica Três Gargantas - China. (Fonte: http://www.alstom.com)	18
2.4	Barras encaixadas nas ranhuras do estator. A fita branca constitui um revestimento semicondutor destinado ao controle do potencial elétrico na superfície do isolamento da barra nas regiões em que esta sai da ranhura. (Fonte: http://www.gef.com.my/rewind_high-voltage_motor.html)	18
2.5	Diagrama com indicação das fontes de descargas internas em uma barra estatórica. a) Cavidade interna. b) Delaminação interna. c) Delaminação entre condutores e isolamento. d) Arboramento elétrico.	19
2.6	Fotografia em detalhe da seção transversal de uma barra estatórica, onde se podem observar cavidades internas no isolamento. (Fonte: http://cr4.globalspec.com/thread/30820)	20
2.7	Fotografia da seção transversal de uma barra estatórica, onde se podem observar delaminações internas no isolamento.	20
2.8	Evidências de atividade de DP na ranhura. (Fonte: www.irispower.com)	22
2.9	À esquerda: capacitores de acoplamento sem impedância de medição. (Fonte: www.irispower.com) À direita: capacitor de acoplamento com impedância de medição integrada, caracterizando um sensor de DP. (Fonte: http://www.doble-lemke.eu)	23

2.10	Instalação de um capacitor de acoplamento em um gerador síncrono.	24
2.11	Fotografia da placa com as impedâncias de medição que, juntamente com os capacitores de acoplamento, compõem os circuitos de medição de DP.	24
2.12	Instalação dos sensores de medição de DP na saída de fase de um gerador síncrono. Fonte: <i>www.hvpd.co.uk</i>	24
2.13	Circuito de medição de DP pelo método elétrico em uma máquina síncrona. PD(A), PD(B) e PD(C) são os sinais de DP medidos nas fases Φ_A , Φ_B e Φ_C , respectivamente.	25
2.14	Representação esquemática da rede de indutâncias e capacitâncias distribuídas ao longo do enrolamento estático.	25
2.15	Parâmetros típicos medidos em pulsos de DP.	27
2.16	Mapa PRPD Bipolar em duas e três dimensões. Amplitude medida em Volts.	28
2.17	Mapa PRPD Unipolar em duas e três dimensões. Amplitude medida em Volts.	29
2.18	Esquema geral de medição e processamento dos sinais de DP.	31
3.1	Fluxograma geral de processamento dos sinais de DP.	35
3.2	Função de transferência do circuito de medição de DP para $R = 680 \Omega$ e $C = 80 \text{ pF}$	37
3.3	Fluxograma do algoritmo de filtragem dos harmônicos da rede elétrica e de cálculo da tensão aplicada.	38
3.4	Sinal <i>bruto</i> de DP medido <i>on-line</i> em um gerador síncrono de 340 MVA e 13,8 kV. O circuito de medição utilizado foi um capacitor de acoplamento de 80 pF e uma impedância puramente resistiva de 680 Ω	39
3.5	Análise harmônica do sinal medido.	39
3.6	Separação da tensão de alimentação do sinal medido.	40
3.7	Resultado da filtragem das componentes harmônicas do sinal medido com medição da tensão aplicada.	41
3.8	Fluxograma do algoritmo de filtragem dos harmônicos da rede elétrica e de cálculo da tensão aplicada, adaptado para implementação em tempo de aquisição.	42
3.9	Formas de onda normalizadas em amplitude dos pulsos de DP e do disparo de um tiristor extraídas do sinal medido.	43
3.10	Espectros normalizados do pulso de DP e do pulso do tiristor.	43
3.11	Resposta em frequência do filtro passa altas de Butterworth de ordem 3 com frequência de corte em 1 MHz.	44

3.12	Sinal de DP filtrado com o Filtro Butterworth de ordem 3. Coeficiente de correlação com o sinal original: 0,9766.	45
3.13	Fluxograma do algoritmo de filtragem dupla com cancelamento da defasagem do sinal filtrado.	45
3.14	Resposta em frequência do filtro passa altas de Butterworth duplo com cancelamento de fase, com frequência de corte em 1 MHz.	46
3.15	Sinal de DP filtrado com o filtro de Butterworth duplo com cancelamento de fase. Coeficiente de correlação com o sinal original: 0,9994.	47
3.16	Resposta em frequência do filtro FIR de fase linear.	47
3.17	Sinal de DP filtrado com o Filtro FIR. Coeficiente de Correlação com o sinal original: 0,9997.	48
3.18	Magnitude das respostas em frequência dos filtros projetados sobre o espectro do pulso de DP e do pulso do tiristor.	48
3.19	Sinal de DP filtrado em 1 MHz com remoção dos pulsos dos tiristores.	49
3.20	Densidade Espectral de Potência calculada na média de 120 sinais. As setas indicam algumas componentes de ruído em frequências discretas.	50
3.21	Processo de identificação das frequências do ruído de espectro discreto. Acima: PSD original. Abaixo: resultado da filtragem da PSD tratada como um sinal no tempo, e limiar utilizado para identificação das frequências. Foram identificadas 134 componentes de espectro discreto acima do limiar de detecção.	51
3.22	Fluxograma do algoritmo de identificação e filtragem dos ruídos de espectro discreto.	52
3.23	Densidade espectral de potência do sinal antes e depois da filtragem das frequências do ruído de espectro discreto. Foram eliminadas 134 componentes de frequência discreta do sinal original.	53
3.24	Filtragem dos ruídos de espectro discreto. Coeficiente de Correlação: 0,9965.	53
3.25	Fluxograma do algoritmo utilizado para o cálculo da forma de onda do pulso médio presente em um sinal de DP.	55
3.26	Sinal de DP e limiares de ruído utilizados pelo algoritmo de determinação do pulso médio.	56
3.27	Pulso de maior amplitude registrado no sinal, e pulso médio de DP calculado pelo algoritmo proposto.	56
4.1	Sinal oscilatório exponencialmente amortecido $x_p(t)$	61

4.2	Coeficientes da WS do sinal $x_p(t)$, calculados utilizando a wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ definida em (4.9). Os coeficientes são mostrados sobre a CWT previamente calculada. As linhas azuis indicam os coeficientes da CWT correspondentes à escala diádica.	62
4.3	Representação do Cálculo da DWT e de sua inversa através de Filtrros Multitaxa para $m \geq 0$. Os retângulos indicam operações de convolução com os filtros indicados, e os símbolos ($\downarrow 2^m$) e ($\uparrow 2^m$) indicam, respectivamente, operações de subamostragem e de sobreamostragem por 2^m	68
4.4	Discretização da componente real da wavelet de Morlet.	70
4.5	Primeira interpolação da wavelet de Morlet sobreamostrada: $\psi[k/2]$. A amplitude do espectro de $\bar{g}[k]$ na banda de passagem foi normalizada em $\sqrt{2}$ para assegurar a conservação da energia.	70
4.6	Segunda interpolação da wavelet de Morlet: $\psi[k/4]$	71
4.7	Implementação do algoritmo À Trous em uma árvore estruturada de bancos de filtros.	72
4.8	Banco de Filtros de Dois Canais com Reconstrução Perfeita e sua correspondente divisão do espectro em duas sub-bandas complementares.	74
4.9	(a) Resposta em frequência dos filtros $h[k]$ e $g[k]$ do banco de filtros de Haar. (a) Resposta em frequência dos filtros $h[k]$ e $g[k]$ do banco de filtros bior3.1.	75
4.10	Implementação da FWT através da árvore logarítmica de decomposição.	77
4.11	Subdivisões do espectro realizadas pela FWT.	77
4.12	Implementação da IFWT através da árvore logarítmica de recomposição do sinal.	78
4.13	Bancos de filtros equivalente à estrutura das árvores logarítmicas.	80
4.14	Resposta dos filtros equivalentes da árvore de decomposição utilizando o banco de filtros de Haar até o quarto nível de decomposição.	80
4.15	Convergência do algoritmo na obtenção da Wavelet de Daubechies de ordem 2, onde J é o número de níveis de decomposição (ou de iterações) utilizado. Tempo normalizado de acordo com o período de amostragem τ do sinal processado.	82
4.16	Função Wavelet Contínua e Função de Escala Contínua de Daubechies de ordem 2, evidenciando a sua relação com os coeficientes dos filtros $h[k]$ e $g[k]$, respectivamente. Tempo normalizado de acordo com o período de amostragem τ do sinal processado.	83

4.17	Função Wavelet Contínua e Função de Escala Contínua de Daubechies de ordem 6, evidenciando a sua relação com os coeficientes dos filtros $h[k]$ e $g[k]$, respectivamente. Tempo normalizado de acordo com o período de amostragem τ do sinal processado.	84
4.18	Representação dos espaços de projeção de um sinal pela Transformada FWT no plano tempo (amostras) - frequência.	86
4.19	Banco de filtros de 2 canais não subamostrado.	87
4.20	Árvore de decomposição da Transformada Wavelet Estacionária (SWT).	89
4.21	Árvore de decomposição da Transformada Wavelet Packets (WPT).	90
5.1	(a) Simulação de um pulso de DP oscilatório exponencialmente amortecido. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso simulado.	93
5.2	(a) Sinal simulado: pulso oscilatório exponencialmente amortecido com ruído branco gaussiano aditivo com $\sigma = 0,3$; simulado por 16,67 ms com taxa de amostragem de 100 MS/s. O sinal original é mostrado em preto, e o sinal com adição de ruído, em azul. (b) Detalhe do pulso de DP simulado.	94
5.3	(a) Valor absoluto dos coeficientes da DFT do sinal simulado sem adição de ruído. (b) Decomposição do mesmo sinal pela FWT utilizando 7 níveis de decomposição com a Wavelet Mãe Daubechies de ordem 4. Os coeficientes wavelet de cada sub-banda de decomposição foram plotados em cores diferentes.	95
5.4	(a) Valor absoluto dos coeficientes da DFT do sinal simulado com e sem adição de ruído. (b) Decomposição do sinal simulado com adição de ruído pela FWT utilizando 7 níveis de decomposição com a Wavelet Mãe Daubechies de ordem 4. Os coeficientes wavelet de cada sub-banda de decomposição foram plotados em cores diferentes. As linhas tracejadas indicam o limiar de discriminação de ruído $\lambda = 1,5 V$	96
5.5	(a) Resultado da filtragem do sinal simulado por LCW, utilizando 7 níveis de decomposição, limiar $\lambda = 1,5 V$, função de limiarização abrupta (<i>hard threshold</i>) e a Wavelet Mãe Daubechies de ordem 4. O sinal com ruído é mostrado em azul, e o sinal resultante em vermelho. (b) Detalhe do pulso simulado.	97
5.6	Projeto do filtro de Butterworth de ordem 10 para eliminação do ruído branco do sinal simulado. As frequências de corte de 2,2 e de 7,03 MHz foram determinadas de modo que todas as componentes com mais de 10% do valor de pico da Densidade Espectral de Energia do pulso fossem preservadas na banda de passagem.	98

5.7	(a) Resultado da filtragem do sinal simulado com ruído pelo filtro de Butterworth de ordem 10. (b) Detalhamento do pulso de DP.	99
5.8	(a) Resultado da filtragem do sinal simulado com ruído pelo filtro de Butterworth de ordem 10 com o cancelamento das distorções decorrentes da não linearidade da sua resposta de fase. (b) Detalhamento do pulso de DP.	99
5.9	(a) Resultado da filtragem do sinal simulado com ruído utilizando filtro casado.(b) Detalhamento do pulso.	100
5.10	Efeito do número de níveis de decomposição J na filtragem por LCW utilizando a wavelet de Haar e hard thresholding com limiar $\lambda = 0,5 V$. (a) Sinal original. (b) Sinal filtrado com $J = 1$. (c) Sinal filtrado com $J = 2$. (d) Sinal filtrado com $J = 3$	102
5.11	Efeito da Wavelet Mãe na filtragem pelo método LCW utilizando 7 níveis de decomposição e hard thresholding com limiar $\lambda = 0,5 V$. (a) Sinal original. (b) Sinal filtrado com a wavelet de Daubechies de ordem 1. (c) Sinal filtrado com a wavelet de Daubechies de ordem 2. (d) Sinal filtrado com a wavelet de Daubechies de ordem 4.	102
5.12	Funções wavelet contínuas de Haar (db1), de Daubechies de ordem 2 (db2), e de Daubechies de ordem 4 (db4).	103
5.13	Limiares calculados por cada método para o ruído branco $N(0,1)$ gerado com 1 667 000 pontos.	105
5.14	Ruído branco $N(0,1)$ gerado com 1 667 000 pontos, e valores médios dos limiares calculados por cada método.	105
5.15	Função de Limiarização Abrupta para $\lambda = 0,25$	108
5.16	Função de Limiarização Suave para $\lambda = 0,25$	108
5.17	Comparação entre as reconstruções do pulso simulado de DP utilizando LCW com funções de limiarização abrupta e suave. Foi utilizada a wavelet de Daubechies de ordem 4 com 7 níveis de decomposição. As funções de limiarização utilizaram um nível de limiar $\lambda = 0,5$	109
6.1	(a) Divisão simétrica do espectro por um banco de filtros ortogonal de banda dupla com propriedade de reconstrução perfeita. (b) Divisão do espectro em $J+1$ sub-bandas pela FWT utilizando filtros ortogonais.	114
6.2	(a) Divisão assimétrica do espectro (na frequência $\omega_c = \gamma\pi$) realizada por um banco de filtros biortogonal de banda dupla com propriedade de reconstrução perfeita. (b) Divisão do espectro em $J+1$ sub-bandas pela FWT utilizando filtros biortogonais.	114

6.3	Algoritmo NDL proposto para a determinação do número de níveis de decomposição wavelet J , onde $(100 - u)\%$ é o percentual da energia do pulso médio a ser decomposto em bandas de detalhamento, e f_s é a frequência de amostragem dos sinais.	117
6.4	Seleção do número de níveis de decomposição. (a) Pulso de DP Simulado. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso de DP. As linhas vermelhas indicam a divisão do espectro em sub-bandas pela FWT utilizando filtros ortogonais. A linha tracejada vertical indica a menor frequência cuja componente na ESD é superior a 5% da energia total do espectro.	118
6.5	Escolha da wavelet Symlet de ordem 4 como wavelet ótima pelo método CBWS, com ajuste heurístico proposto para as curvas do pulso de DP simulado e da WM no cálculo da correlação.	122
6.6	Distribuição de Energia por bandas de decomposição obtida pelo método EBWS.	123
6.7	SWT do sinal calculada com a wavelet sym7, selecionada pelo método SWTBWS.	125
6.8	Coefficientes wavelet do sinal simulado, gerados na decomposição determinada pelo método SNRBWS, onde é maximizada a diferença entre os máximos valores em módulo dos coeficientes de cada banda de decomposição.	127
6.9	Distribuição de energia por bandas de decomposição obtida pelo Método MEBWS. O resultado previamente obtido para o método EBWS foi repetido para efeito de comparação.	128
7.1	Convergência da média de $\Lambda_H(s(t), \lambda)$ para o seu valor esperado $E[\Lambda_H(s(t), \lambda)]$. A média de $\Lambda_H(s(t), \lambda)$ foi calculada sobre 10 simulações com ruído branco aditivo de $\sigma = 1$, e a limiarização foi feita com limiar $\lambda = 3$	139
7.2	Valores esperados da função de limiarização abrupta $\Lambda_H(t, \lambda)$, calculados para diferentes níveis de ruído branco aditivo (dados pelo seu desvio padrão σ) e para um limiar de $\lambda = 3$	140
7.3	Convergência da média de $\Lambda_S(s(t), \lambda)$ para o seu valor esperado $E[\Lambda_S(s(t), \lambda)]$. A média de $\Lambda_S(s(t), \lambda)$ foi calculada sobre 10 simulações com RB aditivo com $\sigma = 1$, e a limiarização foi feita com limiar $\lambda = 3$	142
7.4	Valores esperados da função de limiarização suave $\Lambda_S(t, \lambda)$, calculados para diferentes níveis de ruído branco aditivo (dados pelo seu desvio padrão σ) e para um limiar de $\lambda = 3$	143

7.5	Fluxograma da metodologia proposta para a avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet para a LCW dos pulsos de DP.	145
7.6	(a) Pulso de DP Simulado. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso de DP, decomposto em 6 níveis.	146
7.7	Variação do Coeficiente de Correlação calculado entre o pulso original e o pulso resultante da LCW com a wavelet sym7 em 6 níveis de decomposição	147
7.8	Indicação das bases vencedoras, i.e., das bases que produziram os maiores coeficientes de correlação na avaliação da LCW, em função do nível de ruído e do deslocamento dos pulsos. As bases são referenciadas pelos seus respectivos métodos de seleção, e encontram-se descritas na Tabela 7.1.	149
7.9	Indicação das bases vencedoras, i.e., das bases que produziram os melhores resultados na avaliação da LCW segundo diversos parâmetros de avaliação, em função do nível de ruído e do deslocamento dos pulsos. As bases são referenciadas pelos seus respectivos métodos de seleção, e encontram-se descritas na Tabela 7.1.	150
8.1	Exemplo de pulsos de DP selecionados.	152
8.2	Comparação entre os resultados médios das LCW utilizando função de limiarização abrupta e bases selecionadas pelos métodos CBWS e EBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	154
8.3	Comparação entre os resultados médios das LCW utilizando função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos EBWS e MEBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	154
8.4	Comparação entre os resultados das LCW utilizando função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos EBWS e SNRBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	155
8.5	Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos MEBWS e SNRBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	155
8.6	Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos CWBS e MEBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	156

8.7	Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos CWBS e SNRBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	156
8.8	Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos CWBS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	157
8.9	Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos EWBS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	158
8.10	Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos MEWBS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	158
8.11	Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos SNRBWS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.	159
8.12	Comparação geral entre os resultados das filtragens utilizando a função de limiarização abrupta e cada um dos métodos de seleção de Bases Wavelet. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhor resultado.	159
8.13	Tempo médio de seleção dos filtros de decomposição.	162
8.14	Tempo médio de processamento da LCW utilizando as bases calculadas por cada método.	162
8.15	Sinal de DP e limiares de ruído LR utilizados pelo algoritmo de determinação da forma de onda do pulso médio presente na medição. . .	165
8.16	(a) Pulso médio de DP calculado. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso médio de DP. As linhas vermelhas indicam a divisão do espectro em sub-bandas pela FWT utilizando filtros ortogonais. A linha tracejada vertical indica a menor frequência cuja componente na ESD é superior a 10% da energia total do espectro.	166
8.17	Resultado da supressão do ruído de banda larga no sinal de DP utilizando a Base Wavelet selecionada no processo de LCW.	166
8.18	Mapa de DP calculado em 120 ciclos aquistados, com limiar $LR = 5,179\sigma$, onde σ é o desvio padrão do sinal de DP.	168

8.19	Mapa de DP calculado em 120 ciclos aquisitados, com redução do ruído de banda larga por LCW.	169
A.1	Esquema de um sistema de medição digital de DP.	186
B.1	Fluxograma do algoritmo de identificação dos pulsos e detecção de pico para o cálculo de sua amplitude.	191
B.2	Sinal processado e limiar de ruído para a detecção dos pulsos de DP, definido visualmente em 25mV.	192
B.3	Identificação dos pulsos de DP. a) Identificação de um pulso positivo em uma janela de 2 μs . b) Identificação de um pulso negativo em uma janela de 2 μs	192
B.4	Mapa PRPD Bipolar correspondente a um ciclo de medição com limiar de ruído setado em 25mV.	194
C.1	Função Wavelet de Morlet para $\omega_0 = \frac{3\pi}{2}$ e $\beta = 0.5$	199
C.2	Operações de mudança de escala com conservação da energia sobre a wavelet de Morlet e seu efeito no Domínio da Frequência.	200
C.3	Operações de deslocamento no tempo sobre a wavelet de Morlet e seu efeito no Domínio da Frequência.	200
C.4	Sinal oscilatório amortecido $x_p(t)$	201
C.5	Transformada Wavelet Contínua do sinal $x_p(t)$, calculada utilizando a wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ definida em (C.19).	202
C.6	Escalograma do sinal $x_p(t)$, onde a CWT foi calculada utilizando a wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ definida em (C.19).	202

Lista de Tabelas

4.1	Coeficientes dos filtros do banco de Haar e do banco bior3.1.	75
5.1	Percentual de coeficientes preservados utilizando limiares calculados pelos métodos MINIMAXI, SURE, e Universal.	104
6.1	Filtros determinados em cada nível pelos diversos métodos. As linhas indicam o nível de decomposição j , e as colunas correspondem ao método utilizado para a determinação da decomposição.	129
7.1	Filtros determinados em cada nível pelos diversos métodos. As linhas indicam o nível de decomposição j , e as colunas correspondem ao método utilizado para a determinação da decomposição.	145
7.2	Média dos parâmetros de avaliação da LCW com limiarização abrupta para cada uma das bases propostas.	148
7.3	Média dos parâmetros de avaliação da LCW com limiarização suave para cada uma das bases propostas.	148
8.1	Valores médios dos parâmetros de avaliação da LCW utilizando a função de limiarização abrupta, considerando todos os níveis de ruído e todos os deslocamentos.	160
8.2	Diferença Percentual entre o método SWTBWS e cada um dos demais métodos testados utilizando a função de limiarização abrupta.	160
8.3	Valores médios dos parâmetros de avaliação da filtragem obtidos utilizando a função de limiarização suave.	160
8.4	Diferença Percentual entre o método SWTBWS e cada um dos demais métodos testados utilizando a função de limiarização suave.	161
8.5	Diferença percentual entre os valores dos parâmetros obtidos por limiarização abrupta em relação aos obtidos com limiarização suave.	161
8.6	Percentual de redução dos tempos médios de seleção da base e de processamento por LCW do método SWTBWS em relação aos tempos médios registrados nos outros métodos.	161

A.1	Características gerais estipuladas para o sistema digital de medição de DP.	187
A.2	Características do hardware de medição utilizado na implementação do sistema digital de medição de DP.	188

Lista de Símbolos

$*$	Operador de convolução, p. 68
D_M	Operador de subamostragem por M , p. 68
J	Número de níveis de decomposição wavelet, p. 83
N	Número de amostras do sinal, p. 114
N_W	Número de coeficientes dos filtros de decomposição, p. 114
U_L	Operador de sobreamostragem por L , p. 68
V	Espaço vetorial de aproximação ou de baixas frequências, p. 77
W	Espaço vetorial de detalhamento ou de altas frequências, p. 77
$X(\omega)$	Transformada de Fourier de $x(t)$, p. 198
X_ψ	Transformada Wavelet de x , p. 73
$\Lambda_H(t, \lambda)$	Função de limiarização abrupta, p. 138
$\Lambda_S(t, \lambda)$	Função de limiarização suave, p. 141
$\Psi(\omega)$	Transformada de Fourier de $\psi(t)$, p. 200
$\alpha^{(J)}$	Coefficientes de aproximação do nível J , p. 78
\bar{g}	Filtro de interpolação usado no algoritmo À Trous, p. 72
$\beta^{(l)}$	Coefficientes de detalhamento do nível l , p. 78
δ	Função impulso, p. 64
γ	Proporção de divisão do espectro em bandas complementares de altas e baixas frequências, p. 77
λ	Limiar utilizado na LCW, p. 98

$\langle x, y \rangle$	Produto interno entre x e y , p. 60
\mathbb{C}	Conjunto dos números complexos, p. 60
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais, p. 60
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros, p. 66
$\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$	Espaço de Hilbert das funções complexas de energia finita, p. 60
ω	Frequência, p. 198
\oplus	Operador de soma direta de espaços vetoriais, p. 77
ϕ	Função de escala contínua, p. 82
ψ	Função wavelet contínua, p. 198
ψ_R	Função wavelet ψ invertida no tempo, p. 201
$\psi_{b,a}$	Função wavelet filha na escala a e no deslocamento b , p. 198
$\psi_{m,n}$	Função wavelet tomada na escala 2^m e no deslocamento $n \times 2^m$, p. 61
ψ_{mR}	Wavelet ψ_m invertida em seus coeficientes, p. 69
ψ_m	Wavelet ψ na escala de 2^m , p. 69
σ	Desvio padrão do ruído de fundo, p. 104
τ	Período de amostragem, p. 64
$\tilde{\psi}_{b,a}$	Funções wavelet recíprocas de $\psi_{b,a}(t)$, p. 199
*	Complexo conjugado, p. 197
a	Escala contínua, p. 198
a_m	Escala diádica, p. 61
b	Deslocamento contínuo, p. 198
g	Filtro passa baixas usado na FWT, p. 74
h	Filtro passa altas usado na FWT, p. 74
$l^2(\mathbb{Z})$	Espaço de Hilbert das séries complexas de energia finita, p. 66

q	Constante utilizada no cálculo dos limiares, p. 107
u	Percentual mínimo de energia que não será decomposto em bandas de aproximação pelo algoritmo NDL, p. 116
x_V	Projeção do sinal x no subespaço V , p. 77
x_W	Projeção do sinal x no subespaço W , p. 77
E	Valor esperado de uma variável aleatória, p. 138
fix	Função que retorna o maior inteiro inferior ao seu argumento, p. 114

Lista de Abreviaturas

CBWS	Correlation Based Wavelet Selection - Seleção da Wavelet Baseada na Correlação, p. 121
CC	Coefficiente de Correlação, p. 135
DE	Diferença de Energias, p. 135
DP	Descargas Parciais, p. 1
EBWS	Energy Based Wavelet Selection, p. 122
EMA	Erro Médio Absoluto, p. 135
EMQ	Erro Médio Quadrático, p. 123
EM	Erro de Máximo de Amplitude, p. 123
ESD	Energy Spectral Density - Densidade Espectral de Energia, p. 7
ETS	Erro de Tempo de Subida, p. 136
FDP	Função Densidade de Probabilidade, p. 137
FFT	Fast Fourier Transform - Transformada Rápida de Fourier, p. 6
FIR	Finite Impulse Response - (filtro de) Resposta ao Impulso Finita, p. 35
FWT	Fast Wavelet Transform - Transformada Wavelet Rápida, p. 77
HF	High Frequency - banda de altas frequências, p. 10
IFWT	Inverse Fast Wavelet Transform - Transformada Wavelet Rápida Inversa, p. 78

MAD	Median Absolute Deviation - Desvio Absoluto da Mediana, p. 107
MEBWS	Modified Energy Based Wavelet Selection - Método Modificado de Seleção da Wavelet Baseada na Energia, p. 128
NDL	Number of Decomposition Levels - Algoritmo para a Determinação do Número de Níveis de Decomposição, p. 116
PRPD	Phase Resolved Partial Discharges - Descargas Parciais Discriminadas por Fase, p. 2
PSD	Power Spectral Density - Densidade Espectral de Potência, p. 50
RMS	Root Mean Square - Raiz da Média do Quadrado ou Valor Eficaz, p. 37
SIN	Sistema Interligado Nacional, p. 8
SNRBWS	Signal to Noise Rate Based Wavelet Selection - Seleção da Wavelet Baseada numa Relação Sinal Ruído entre coeficientes, p. 127
SWTBWS	Stationary Wavelet Transform Based Wavelet Selection - Seleção da Wavelet Baseada na Transformada Wavelet Estacionária, p. 126
SWT	Steady Wavelet Transform - Transformada Wavelet Estacionária, p. 88
UHE	Usina Hidroelétrica, p. 7
WM	Wavelet Mãe, p. vi
WPT	Wavelet Packets Transform - Transformada Wavelet Packets, p. 89
WT	Wavelet Transform - Transformada Wavelet, p. vi

Capítulo 1

Introdução

Este trabalho trata da aplicação da Transformada Wavelet (WT) na redução dos ruídos de largo espectro inerentes à medição de Descargas Parciais (DP) em máquinas síncronas. O objetivo é, através da redução do ruído de fundo, aumentar a sensibilidade da medição e ampliar as possibilidades de diagnóstico preditivo dos sistemas isolantes em geradores e motores de grande porte.

Neste capítulo introdutório faremos uma contextualização desta pesquisa, apresentaremos a metodologia científica utilizada e daremos uma descrição sucinta de como este texto será organizado.

1.1 Contextualização

Máquinas síncronas desempenham quase que exclusivamente o papel primordial da geração de energia elétrica no Brasil. Consequentemente, todo esforço técnico em assegurar o seu bom funcionamento se reverte na segurança e confiabilidade da operação de todo o sistema.

No atual contexto competitivo do setor, garantir continuidade na operação de unidades geradoras tornou-se uma tarefa criticamente necessária. Em consequência, a demanda por técnicas eficazes na gestão de ativos físicos cresce exponencialmente. Produtores de grande e médio porte buscam constantemente incorporar avanços tecnológicos que permitam novas abordagens na manutenção, diminuindo riscos de falhas nos seus equipamentos, evitando a redução no fornecimento da potência contratada e as decorrentes penalidades por indisponibilidade [1].

Nesse sentido, técnicas como o monitoramento das condições de operação dos equipamentos, seu diagnóstico preditivo e a manutenção centrada na confiabilidade [2] contribuem fortemente na elaboração de programas de manutenção capazes de melhorar o desempenho e estender a vida útil dos equipamentos assim geridos.

Dentre os possíveis modos de falha em máquinas síncronas, quer sejam elas motores ou geradores, as falhas no isolamento elétrico podem causar os mais severos

danos pessoais e materiais, além de prejuízos ambientais e econômicos de grande vulto. Faz-se necessário, portanto, que a degradação dos sistemas isolantes nestes equipamentos seja detectada e quantificada o quanto antes, de modo que as convenientes ações de reparação possam ser programadas em tempo hábil.

Quanto à monitoração dos sistemas de isolamento em máquinas síncronas, a medição e a análise de Descargas Parciais (DP) é a principal técnica de diagnóstico, utilizada com comprovada eficácia.

De acordo com a norma da Comissão Eletrotécnica Internacional IEC 60270 [3], Descargas Parciais são descargas elétricas localizadas que percorrem apenas parcialmente o isolamento entre condutores, e que não podem ocorrer adjacientemente a um condutor.

De forma geral, a medição de DP fornece informações sobre pontos fracos na isolação da máquina e permite avaliar processos de degradação do dielétrico. Tais informações, articuladas dentro de um programa de manutenção baseado no diagnóstico preditivo, subsidiam decisões importantes quanto às medidas cabíveis de manutenção e aos intervalos mais adequados entre as revisões programadas.

1.1.1 Ruído e Sensibilidade

A medição de DP, especialmente quando realizada *on-line*, isto é, com o equipamento em operação, sofre forte interferência de ruídos de medição. Estes ruídos não só diminuem a sensibilidade da medição, mas em casos extremos podem inviabilizá-la por completo.

Daí advém todo o interesse em técnicas de redução dos ruídos em medições de DP; ruídos estes que podem ser classificados em: ruídos de largo espectro (ou de banda larga), ruídos de espectro discreto e ruídos pulsantes.

Para eliminação de ruídos pulsantes estocásticos, a solução geral consiste em utilizar classificadores como redes neurais artificiais ou máquinas de vetor de suporte [2, 4–6]. Ruídos pulsantes periódicos (como o ruído oriundo do chaveamento de dispositivos de eletrônica de potência) podem, no entanto, ser filtrados ou eliminados através do desprezo dos sinais medidos em ângulos de fase específicos, na etapa de construção dos mapas PRPD (*Phase Resolved Partial Discharge*) [7]. Contudo, esse janelamento da medição implica a perda dos pulsos de DP registrados nesses intervalos. Por esse motivo, é indicado evitar o janelamento e fazer a separação deste tipo de ruído na etapa de classificação, juntamente com os ruídos pulsantes estocásticos.

Para a separação de ruídos de espectro discreto, geralmente são utilizados filtros do tipo *Notch* [7]; e para a separação de ruídos de banda larga, a técnica empregada com maior sucesso consiste na filtragem realizada no Domínio da Transformada

Wavelet (WT) [8, 9].

O recurso à WT nesse último caso se justifica porque, no Domínio Wavelet, os sinais de DP (caracterizados por uma série de pequenas oscilações localizadas de tensão) são mais facilmente separados do ruído de banda larga do que no Domínio do Tempo. Assim, o processo de filtragem consiste em transformar o sinal medido para o Domínio Wavelet, em igualar a zero os coeficientes wavelet associados ao ruído, e em obter o sinal filtrado no Domínio do Tempo pela aplicação da Transformada Wavelet Inversa. Referir-nos-emos a este processo como a Limiarização dos Coeficientes Wavelet (LCW).

Ruídos de banda larga, via de regra, constituem em sua maior parte o ruído de fundo presente em medições de DP, e a sua redução é um problema essencial na medição. O nível do ruído de fundo determina a sensibilidade da medição e, em última análise, a observabilidade dos fenômenos físicos avaliados. A redução do ruído de fundo, aumentando a sensibilidade e a capacidade de identificação dos pulsos, precede e portanto facilita a classificação dos mesmos.

A sensibilidade da medição de DP é de fundamental importância no diagnóstico das condições do isolamento elétrico. Em certos tipos de defeito, onde a degradação do dielétrico ocorre de forma particularmente acelerada, a detecção de DP em seu estado incipiente pode evitar a falha completa do isolamento e a perda do equipamento.

Para a redução do ruído de fundo, quando as medições são realizadas *off-line*, e preferencialmente em ambiente laboratorial (o que raramente é possível no caso de máquinas síncronas), alterações no arranjo de medição podem ser aplicadas para aumentar a sensibilidade da medição. Em medições *on-line*, no entanto, a única alternativa reside no recurso a técnicas de processamento de sinais tais como as apresentadas neste trabalho.

1.1.2 Dificuldades Inerentes à Medição de DP em Máquinas Síncronas

O fenômeno DP é, por natureza, pouco observável. Sem acesso à descarga física no interior do material dielétrico, a medição limita-se a registrar oscilações de poucos mV sobre uma tensão de operação da ordem de kV.

Por se tratar de um circuito com parâmetros distribuídos, o isolamento de uma máquina síncrona não pode ser avaliado exatamente da mesma forma que equipamentos com parâmetros concentrados, como sugere a norma IEC 60270 [3].

A indeterminação do local onde ocorre a descarga no isolamento estatístico implica indeterminação da função de transferência entre o seu local de origem e o circuito de medição. Desse modo, torna-se impossível quantificar a atenuação e a

distorção que sofrem os sinais devido à sua propagação pelo circuito distribuído do enrolamento da máquina.

No sinal de DP obtido através de um circuito típico de medição (vide o item 2.4.1), as componentes de ruído geralmente possuem maiores energias do que os próprios pulsos de DP. Especialmente no caso de medições *on-line*, a presença de altos níveis de ruído distorce e mascara a forma de onda destes pulsos.

Do ponto de vista do processamento digital dos sinais, também se apresentam certas particularidades. Ao contrário do que ocorre em outras aplicações, na medição de DP o sinal de interesse está concentrado em componentes de pequena energia, tipicamente com conteúdo espectral em altas frequências. Nas usuais técnicas de processamento digital de sinais, componentes com tais características são geralmente tratadas como ruído e desprezadas. Além do mais, como na medição de DP o sinal original é desconhecido, não se aplicam propriamente parâmetros tradicionalmente empregados na avaliação da filtragem dos sinais, como por exemplo o cálculo de uma relação sinal-ruído.

Finalmente, não só a interpretação dos resultados, mas também a própria medição de DP depende muitas vezes da experiência técnica do responsável pela medição, como por exemplo na determinação dos limiares para a discriminação do ruído de fundo. Uma das contribuições que apresentamos nesta pesquisa é a eliminação da necessidade de identificação visual de tais limiares.

1.1.3 A Seleção de Bases Wavelet na Literatura

Como a WT não é uma transformada unívoca, mas admite um número infinito de possíveis bases de decomposição, a aplicação da LCW na redução do ruído de fundo da medição pode ser otimizada de acordo com a seleção da Base Wavelet mais adequada ao processamento de cada tipo de sinal [10, 11].

Para a Transformada Wavelet Rápida (FWT), uma Base Wavelet é definida pelo seu número de níveis de decomposição e pelos filtros de decomposição utilizados¹. Entretanto, as escolhas dos filtros e do número de níveis de decomposição foram tradicionalmente abordadas em separado na literatura técnica.

Pouca atenção foi dada na literatura a técnicas de determinação do número de níveis de decomposição. Um grande número de trabalhos simplesmente adotou esse número arbitrariamente ou por tentativa e erro [2, 9, 12–19].

Zhou *et al.* [20] foram os primeiros a chamar a atenção para a influência do número de níveis nos resultados da LCW. Os autores indicaram que tal número deveria ser determinado de acordo com a taxa de aquisição e com a distribuição da

¹O termo *Base Wavelet*, embora seja mais frequentemente associado à transformada WPT, foi aqui utilizado pois, como será mostrado no Capítulo 4, a escolha do número de níveis e a seleção dos filtros de decomposição determinam, no caso da FWT, uma base vetorial no espaço $l^2(\mathbb{Z})$.

energia nos coeficientes wavelet. Como proposta para a determinação do número de níveis, Zhou *et al.* limitaram-se a propor fórmulas genéricas para a adoção do máximo número de níveis de decomposição, o que implica, em muitos casos, uma sobrecarga desnecessária de processamento.

Com relação à determinação dos filtros de decomposição, dois métodos principais foram propostos anteriormente: o método CBWS (*Correlation Based Wavelet Selection*) [13] e o método EBWS (*Energy Based Wavelet Selection*) [14]. Ambos os métodos, contudo, são passíveis de crítica. O método CBWS, embora se destine à aplicação da Transformada Wavelet Rápida (FWT), utiliza como ponto de partida um conceito aplicável com propriedade somente à Transformada Wavelet Contínua (CWT): a ideia do produto interno do sinal com wavelets derivadas como versões reescaladas no tempo de uma única Wavelet Mãe. Por outro lado, o método EBWS propõe que a escolha dos filtros de decomposição seja realizada, a cada nível, de modo a maximizar a energia do sinal na banda de mais baixas frequências, o que pode ser inapropriado ao tratamento dos pulsos de DP, cujas componentes de frequência são tipicamente elevadas. Revisões detalhadas da literatura sobre a determinação do número de níveis e a determinação dos filtros de decomposição são apresentadas no Capítulo 6, nos itens 6.2.1 e 6.3.3 respectivamente.

Além da inexistência de métodos apropriados para a determinação do número de níveis de decomposição dos sinais e das evidentes falhas apresentadas pelos métodos CBWS e EBWS, a revisão da literatura apresentou ainda o problema da inexistência de uma metodologia consistente de avaliação dos métodos de seleção de bases no desempenho da LCW.

Nesse contexto insere-se a presente pesquisa, com o objetivo de propor metodologias mais eficazes de seleção de Bases Wavelet para o processamento dos sinais de DP.

1.1.4 Nomenclatura e Traduções

Para conferir maior clareza ao texto, definiremos aqui alguns termos utilizados.

Como foi indicado no item anterior, uma *Base Wavelet*, no caso da Transformada Wavelet Rápida (FWT), engloba o seu número de níveis de decomposição e os filtros de decomposição utilizados em cada nível.

Estabelecemos ainda uma distinção de termos entre *sinal* de DP e *pulsos* de DP. Na literatura técnica, a maioria dos artigos publicados se detém sobre a análise e o processamento dos pulsos de DP isolados, intercambiando os termos *pulso* e *sinal*. Nesta pesquisa, porém, partimos da aquisição do sinal *bruto*, por assim dizer, ao longo de um ciclo da tensão de operação da máquina. Portanto, definimos a seguinte nomenclatura:

Sinal de DP: Para nós, o sinal será a totalidade do conteúdo aquistado durante um ciclo da rede, incluindo todas as componentes de ruído presentes.

Pulsos de DP: Os pulsos de DP serão os eventos transitórios no sinal medido, associados às Descargas Parciais ocorridas no sistema de isolamento do equipamento avaliado.

Cabe observar que, no contexto de uma medição real, muitas das técnicas propostas na literatura para o processamento de pulsos isolados perdem a sua eficácia se aplicadas ao sinal *bruto* de DP, aquistado diretamente do circuito de medição. O tratamento dos sinais de DP requererá um pré-processamento ou condicionamento digital dos sinais medidos, descrito adiante no Capítulo 3. O tratamento integral dos sinais medidos é apontado como uma contribuição desta pesquisa que tornará seus resultados aplicáveis a situações práticas em medições reais.

Uma última nota cabe acerca das siglas e traduções do inglês. Algumas expressões foram traduzidas um tanto livremente, como, por exemplo, a tradução de *shrinkage* como *limiarização de coeficientes*. Acreditamos ser esta uma expressão mais significativa do que as suas alternativas: *redução* ou *encolhimento*. A palavra *Wavelet* foi mantida em sua versão inglesa, embora o termo *ondaletas*, utilizado em [21], esteja mais próximo da palavra francesa *ondelette*, que deu origem ao termo em inglês. O termo *Wavelet* foi eleito por ser palavra de uso comum na academia e na comunidade científica brasileiras.

Quanto às siglas que designarão as diversas transformadas neste texto, adotamos o mesmo padrão utilizado para a FFT. Embora falemos em *Transformada Rápida de Fourier*, sua sigla continua remetendo-se à expressão em inglês: *Fast Fourier Transform*. Da mesma forma, optamos por traduzir expressões como *Continuous Wavelet Transform* por *Transformada Wavelet Contínua*, mantendo no entanto sua sigla como CWT. Esta simbologia, além de ser útil na orientação nos textos em língua inglesa, corresponde ainda aos comandos utilizados no software Matlab para o cálculo das respectivas transformadas.

Uma exceção foi no entanto a expressão *Transformada Wavelet Packets*, na qual o termo *Packets* foi mantido, não só pela dificuldade em traduzi-lo de forma apropriada, mas pelo seu uso comum no meio acadêmico e científico.

As siglas dos métodos de seleção de bases foram igualmente mantidas em sua correlação com o inglês, para facilitar a referência à literatura.

1.2 Metodologia Científica e Resultados

A revisão da literatura revelou questões em aberto em relação à seleção de Bases Wavelet para a aplicação da LCW aos sinais de DP. Verificamos, no entanto, que a

maior parte dessas dificuldades se devia a uma superficial compreensão da teoria da WT.

Essa constatação levou-nos ao aprofundamento no estudo da WT e de suas variantes: da transformada contínua à implementação da FWT através do algoritmo de Mallat, passando por sistemas multitaxas, pelo algoritmo À Trous e pela Transformada Wavelet Estacionária (SWT).

A partir do estudo da WT e dos métodos de seleção de filtros previamente publicados, propusemos o seguinte:

1. Um método para a seleção automática do menor número de níveis de decomposição necessário ao processamento dos pulsos de DP, baseado no cálculo da Densidade Espectral de Energia (ESD) dos pulsos;
2. Um método de seleção dos filtros de decomposição baseado na Transformada Wavelet Estacionária (SWT) dos pulsos de DP, como uma proposta de aprimoramento do método CBWS anteriormente publicado;
3. Um novo método de seleção dos filtros de decomposição baseado na energia dos coeficientes, como uma proposta de aprimoramento do método EBWS anteriormente publicado;
4. Um novo método de seleção dos filtros de decomposição baseado na diferença de amplitude máxima dos coeficientes entre bandas adjacentes, como uma segunda proposta de aprimoramento do método EBWS;
5. Uma metodologia consistente de avaliação dos métodos de seleção dos filtros e das Bases Wavelet, que contempla: a variação na forma de onda dos pulsos, a variação da FWT ao deslocamento dos pulsos, a influência da amplitude dos pulsos em relação ao nível de ruído, e a influência da distribuição de probabilidade do ruído no resultado da LCW.

1.2.1 Dados Experimentais

Para realização das simulações apresentadas nesta pesquisa, fizemos a aquisição de sinais de DP medidos *on-line* em dois hidrogeradores de 13,8 kV e 340 MVA pertencentes à Usina Hidroelétrica (UHE) de Tucuruí-PA (Figuras 1.1 e 1.2).

A UHE Tucuruí, com capacidade geradora instalada de 8 370 MW, é a maior usina hidroelétrica totalmente brasileira e a principal usina integrante do Subsistema Norte do Sistema Interligado Nacional (SIN), sendo responsável pelo abastecimento de grande parte das redes: da Celpa (no Pará), da Cemar (no Maranhão) e da Celtins (no Tocantins). Em períodos de cheia no rio Tocantins, a Usina de Tucuruí também complementa a demanda do restante do país através do SIN [22].



Figura 1.1: Vista aérea da UHE Tucuruí. (Fonte: <http://www.eletronorte.gov.br>)



Figura 1.2: Unidades hidrogeradoras da UHE Tucuruí. (Fonte: <http://www.eletronorte.gov.br>)

Cada uma das duas máquinas analisadas possui instalação permanente de 24 capacitores de acoplamento de 80 pF distribuídos ao longo do enrolamento, e utiliza impedâncias de medição puramente resistivas de 680 Ω . Os sinais dos circuitos de medição de DP são disponibilizados em caixas de terminais como mostra a Figura 1.3, onde periodicamente se realizam medições *on-line*.

Para cada circuito de medição foram adquiridos 120 ciclos da tensão de operação,

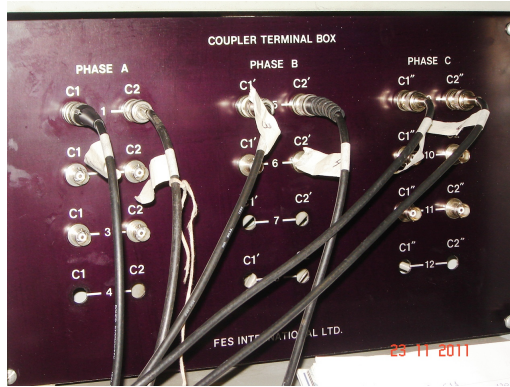


Figura 1.3: Caixa de terminais de acesso aos sinais de DP.

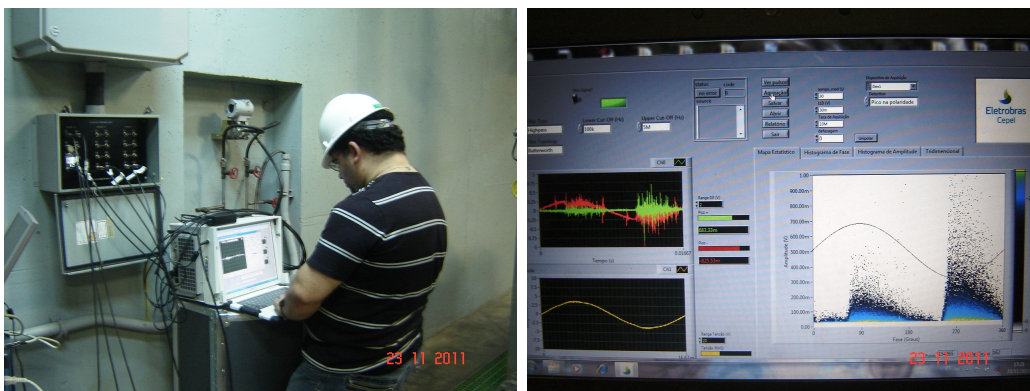


Figura 1.4: Fotografias de uma medição realizada na UHE Tucuruí para a aquisição digital dos sinais de DP.

registrados em cartões de digitalização de alta velocidade, conforme a especificação do hardware de medição descrita no Apêndice A. A Figura 1.4 mostra a realização das medições na usina.

1.2.2 Resultados Apresentados

Sobre os dados experimentais, aplicamos a metodologia proposta para a avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet para a LCW aplicada a sinais de DP.

Como principal resultado, concluímos que a seleção do número de níveis de decomposição baseada na Densidade Espectral de Energia (ESD), juntamente com a seleção dos filtros de decomposição a partir da Transformada Wavelet Estacionária (SWT) dos pulsos de DP, constituem o melhor dentre todos os métodos apresentados para a seleção de Bases Wavelet utilizadas na redução do ruído de banda larga por Limiarização dos Coeficientes Wavelet (LCW).

Adicionalmente, com o objetivo de viabilizar a aplicação prática da técnica proposta em medições de DP, desenvolvemos ao longo deste trabalho uma série de algoritmos de processamento de sinais que descrevem a completa implementação de

um sistema digital de medição de DP em HF), desde a aquisição dos sinais até a sua compactação na forma dos mapas PRPD. Somados à técnica de LCW otimizada pela seleção adequada da Base Wavelet, estes algoritmos constituem o ferramental necessário para a implementação de um sistema de medição de DP com aumento de sensibilidade devido à eliminação automática dos ruídos de banda larga da medição.

1.2.3 Publicações Originadas do Presente Trabalho

Três artigos científicos foram gerados a partir dos resultados desta pesquisa:

1. *An Improved Scale Dependent Wavelet Selection for Data Denoising of Partial Discharge Measurement* [23], apresentado no congresso internacional: *11th IEEE International Conference on Solid Dielectrics - Bologna*, 30/6 a 04/7 de 2013.
2. *A New Wavelet Selection Method for Partial Discharge Denoising* [24], submetido à revista *IET Science, Measurement and Technology*.
3. *Improving Wavelet Selection Methods for Partial Discharge Signal Denoising* [25], submetido à revista *IEEE Transactions on Dielectrics and Insulation*.

1.3 Estrutura do Texto

Este texto está organizado de modo a fundamentar progressivamente o problema da seleção de Bases Wavelet para a aplicação da LCW em sinais de DP. Até o Capítulo 5 apresentaremos a revisão teórica e o ferramental necessário para a apresentação dos métodos de seleção de Bases Wavelet propostos no Capítulo 6. Os principais resultados desta pesquisa encontram-se nos Capítulos 6 a 8.

O Capítulo 2 tratará da medição de DP em máquinas síncronas como técnica de avaliação do sistema de isolamento. O fenômeno das DP será apresentado, e serão discutidas as principais origens de DP em enrolamentos estáticos. A influência dos ruídos de medição será discutida, bem como os fatores que afetam a forma de onda dos pulsos de DP, e um esquema geral de medição será por fim delineado.

O Capítulo 3 apresentará algoritmos para a implementação de um sistema digital de medição de DP em HF, focando principalmente no condicionamento digital dos sinais, anterior à supressão do ruído de banda larga.

A apresentação da técnica de LCW para supressão do ruído de banda larga será dividida em dois capítulos: o Capítulo 4, que conterà os fundamentos da Transformada Wavelet, e o Capítulo 5, que tratará especificamente da sua aplicação na supressão do ruído. O Capítulo 4, além de fundamentar teoricamente o processo de

LCW, dará ainda o embasamento teórico às críticas aos métodos CBWS e EBWS apresentadas no Capítulo 6.

O Capítulo 5 tratará propriamente da aplicação da técnica de LCW na redução de ruídos de banda larga em sinais de DP, sendo o capítulo mais importante na fundamentação teórica deste trabalho. Nele a técnica de redução do ruído de banda larga por LCW será apresentada, bem como as suas vantagens em relação a outras possíveis soluções de filtragem. Destacaremos especialmente as variáveis que afetam o processo de LCW, bem como a influência decisiva da Base Wavelet nos seus resultados.

O Capítulo 6 tratará da seleção de Bases Wavelet. Será proposto um algoritmo para a seleção do número de níveis de decomposição baseado na ESD dos pulsos de DP. Após apresentarmos as críticas dos métodos anteriormente publicados para a seleção dos filtros de decomposição, proporemos três novos métodos como hipóteses de melhorias aos métodos tradicionais.

Para a comparação entre os métodos de seleção de bases apresentados no Capítulo 6, definiremos no Capítulo 7 uma metodologia de avaliação que levará em conta as variáveis que podem influenciar no resultado de cada operação de LCW em particular.

No Capítulo 8 apresentaremos os resultados das simulações realizadas sobre os dados adquiridos nos hidrogeradores de 340 MVA e 13,8 kV. Como principal resultado, mostraremos que a seleção de número de níveis de decomposição baseada na ESD e a seleção dos filtros de decomposição baseada na SWT dos pulsos, duas propostas originais desta pesquisa, compõem a estratégia mais eficaz dentre todos os demais métodos para a seleção de Bases Wavelet utilizadas na LCW dos sinais de DP.

O Capítulo 9 sumará as contribuições desta pesquisa, e apresentará algumas questões levantadas e ainda não resolvidas, indicadas como temas de trabalhos futuros.

Ao final, incluiremos ainda três anexos a este texto. O Anexo A tratará das definições do hardware de medição de DP utilizado para aquisição dos dados experimentais. O Anexo B, complementando os algoritmos apresentados no Capítulo 3, apresentará os algoritmos de finalização da medição de DP, implementados após a redução do ruído de banda larga para a obtenção dos mapas PRPD. Finalmente, o Anexo C apresentará a Transformada Wavelet Contínua (CWT), como uma análise passa-faixa, complementando o conteúdo do Capítulo 4 e estabelecendo uma relação entre a CWT e a FWT.

Capítulo 2

Medição de Descargas Parciais em Máquinas Síncronas

Neste capítulo apresentaremos uma revisão da técnica de medição de DP em máquinas síncronas. Definiremos as descargas parciais como fenômeno físico, e mostraremos onde estas podem ocorrer no sistema de isolamento de máquinas síncronas indicando, em cada caso, o grau de severidade de cada tipo defeito e o risco de falha da máquina associado à sua ocorrência.

Após a apresentação dos sensores e circuitos de medição de DP utilizados em máquinas síncronas, descreveremos o produto final da medição de DP: os mapas PRPD ou padrões de DP, que caracterizam a contagem e a amplitude das DP em função do ângulo de fase da tensão no equipamento. O diagnóstico das DP é usualmente processado sobre os mapas PRPD obtidos nas medições.

Finalmente discutiremos os ruídos de medição e as técnicas utilizadas para o tratamento dos mesmos dentro do esquema geral da medição de DP utilizando processamento digital dos sinais.

2.1 Avaliação Dielétrica em Máquinas Síncronas

A avaliação do dielétrico em estatores de máquinas síncronas pode ser realizada por meio de três ensaios principais: a medição da resistência da isolamento, a medição do fator de perdas e a medição de Descargas Parciais (DP)[26–28]. Destes três métodos, a medição de DP (segundo [29], possível em máquinas com tensão nominal a partir de 6 kV), além de apresentar maior sensibilidade e possibilitar a localização dos pontos de maior fragilidade no sistema de isolamento, é a única técnica que pode ser empregada *on-line*, isto é, durante a operação normal da máquina.

2.1.1 Medição *on-line* de DP em Máquinas Síncronas

O ensaio de DP pode ser realizado *off-line* ou *on-line*. Em ambos os casos, o enrolamento estatórico é energizado e os sinais de DP são adquiridos através de um circuito de medição apropriado. Os dois tipos de ensaio diferem essencialmente quanto à fonte de tensão utilizada.

Na medição *off-line* a máquina é isolada do sistema elétrico, e uma fonte de tensão separada é utilizada para energizar o enrolamento [29, 30]. Na medição *on-line* a própria tensão de operação da máquina é utilizada. A medição *on-line* ocorre, portanto, durante a operação normal do equipamento, com a máquina conectada ao sistema elétrico, e pode ser realizada de forma contínua ou periódica.

A técnica de medição *on-line* apresenta as seguintes vantagens em relação à medição *off-line*:

1. Além de evitar retirada do equipamento de serviço, na medição *on-line* a distribuição de tensão ao longo do enrolamento é a mesma aplicada durante a operação regular da máquina.
2. Além do mais, as medições são realizadas à temperatura de operação, nas condições mecânicas de forças e vibrações normais de operação. Em outras palavras, a medição é feita nas condições normais de operação da máquina, avaliando assim as solicitações do dielétrico às quais a máquina está usualmente submetida.
3. Outro aspecto vantajoso em medições *on-line* é o seu baixo custo comparado às medições *off-line*. Devido à elevada capacitância do enrolamento, a medição *off-line* requer uma fonte de alta potência (geralmente de disponibilidade limitada) para gerar a tensão de ensaio necessária, o que encarece substancialmente e por vezes chega a inviabilizar esse tipo de ensaio. Na medição *on-line*, por outro lado, uma vez que os sensores de DP são instalados durante uma interrupção programada da máquina, o custo de medições posteriores é praticamente nulo.
4. Torna-se possível na medição *on-line* o monitoramento em tempo real das condições de operação do sistema de isolamento do estator. Eventuais alterações nestas condições podem ser identificadas e avaliadas em seu estado inicial, permitindo o seu diagnóstico preditivo e a determinação das estratégias de manutenção mais convenientes.

Pelos motivos supracitados, neste trabalho enfocaremos sobretudo as medições *on-line*.

2.1.2 Limitações

A principal limitação da medição de DP consiste no fato de que esta não produz resultados absolutos, mas sempre comparativos. A avaliação dos resultados é geralmente realizada na prática por comparação com limites empíricos, ou através da análise de curvas de tendência. Esta característica torna a interpretação dos dados de DP especialmente difícil, pois não é possível estabelecer parâmetros absolutos de avaliação, como por exemplo limites toleráveis de DP para um certo tipo de equipamento. Dentre os motivos que impedem a sua avaliação absoluta podemos elencar:

1. A diversidade de sensores e de instrumentos de medição, geralmente incompatíveis entre si, que produzem medições diferentes para um mesmo fenômeno.
2. A forte influência da função de transferência do enrolamento sobre os pulsos de DP. O mesmo tipo de fenômeno pode produzir, em máquinas diferentes, medições completamente distintas, de acordo com as capacitâncias e as indutâncias distribuídas dos enrolamentos e de suas conexões.
3. Diferentes tipos de defeitos podem gerar pulsos de DP com diferentes amplitudes e características.
4. Devido à atenuação dos pulsos durante sua propagação através do enrolamento, pulsos de DP mais distantes do sensor produzem menores respostas no sistema de medição.

Entretanto, embora não haja um consenso normativo no diagnóstico, estimula-se ainda assim a avaliação comparativa entre máquinas semelhantes, com sistemas de isolamento semelhantes, avaliadas nas mesmas condições de operação e utilizando o mesmo sistema de medição [30].

2.2 Descargas Parciais

Descargas Parciais são consequência da concentração local do campo elétrico acima de um certo valor crítico no interior ou na superfície de um material dielétrico [3]. Em geral, tais descargas induzem nos condutores pulsos com tempo de subida da ordem de poucos ns.

Para que uma DP ocorra, duas condições devem ser satisfeitas: o campo elétrico deve estar acima do valor de início das DP, e uma certa quantidade mínima de elétrons deve estar disponível para iniciar o processo de descarga por efeito avalanche. Sendo a disponibilidade de elétrons um processo estocástico, os sinais de DP são gerados estocasticamente por natureza [2] .

De acordo com a norma IEC 60270, *corona* é uma forma de descarga parcial que ocorre em um meio gasoso em torno de condutores que não possuem isolamento sólido ou líquido, e o termo não deve ser utilizado para designar genericamente todas as formas de DP. As descargas corona são também chamadas de descargas externas, e as DP de descargas internas.

O fenômeno físico das DP é geralmente acompanhado pela emissão de som, luz, calor e reações químicas, possibilitando assim alguns métodos alternativos de detecção. Entretanto, sendo um fenômeno de natureza elétrica, as DP são detectadas e quantificadas com maior precisão pelo método elétrico aqui adotado, no qual pulsos de tensão ou de corrente são registrados através de circuitos de medição adequados.

2.2.1 Defeitos em Dielétricos

Geralmente as DP ocorrem em locais onde as propriedades dielétricas dos materiais não são homogêneas.

Do ponto de vista físico, avalanches de elétrons auto-sustentadas só podem ocorrer em meios gasosos. Consequentemente, descargas em dielétricos sólidos só podem ocorrer em regiões de inclusão gasosa, tais como cavidades ou delaminações [31]. Tais cavidades (Figura 2.1) podem surgir consequência de falhas no processo de fabricação, podem ser originadas a partir de estresse mecânico ou térmico, ou ainda a partir de concentrações de campo elétrico intenso. As DP geralmente se originam quando o campo elétrico numa região de inclusão gasosa excede a rigidez dielétrica do gás.

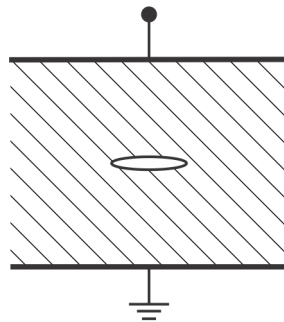


Figura 2.1: Diagrama de uma cavidade gasosa inserida em um material dielétrico, onde podem ocorrer as Descargas Parciais.

As tensões de início e de extinção, assim como a amplitude das DP e os padrões de sequência de pulsos, variam não só em função do tipo de defeito e da pressão do gás, mas também em função das dimensões da região de inserção gasosa e do tipo de material dielétrico.

Como as DP causam a progressiva deterioração dos materiais dielétricos, estas

são frequentemente classificadas como fenômenos irreversíveis. A deterioração do dielétrico, como por exemplo a formação da chamada árvore elétrica em dielétricos sólidos, pode evoluir muito rapidamente ou de forma extremamente lenta. A falha completa do dielétrico pode, portanto, ocorrer em poucos segundos ou levar anos até que o rompimento final ocorra na forma de um curto-circuito.

2.2.2 Modelo Capacitivo

A atividade de DP induzirá cargas elétricas nos condutores separados pelo sistema de isolamento. Essas cargas induzidas gerarão sinais transientes nos condutores que, se corretamente medidos, permitirão o estudo e a análise das DP.

A modelagem desse fenômeno deve idealmente conter um modelo da cavidade gasosa interior ao isolamento, representar apropriadamente o fenômeno da descarga, e deverá gerar finalmente sinais transientes que se assemelhem ao máximo aos sinais medidos no sistema modelado.

Tradicionalmente, o isolamento elétrico é modelado como uma associação de capacitores, a cavidade gasosa é modelada como um capacitor adicional inserida em uma porção do isolamento, e o efeito avalanche é modelado como a descarga desse mesmo capacitor.

Contudo, esse modelo capacitivo foi sistematicamente criticado na literatura [32]. Seus críticos argumentavam que a cavidade não poderia ser corretamente modelada como uma capacitância com base em três argumentos:

1. O conceito de carga induzida nos condutores sugere a não variação da capacitância do isolamento durante o processo de descarga.
2. A presença de cargas espaciais provoca a ausência de um campo Laplaciano na região da cavidade.
3. A inexistência de uma superfície equipotencial nas paredes da cavidade.

Como solução, a carga induzida medida através do circuito de medição deveria portanto ser calculada diretamente a partir da modelagem do fenômeno eletromagnético e da aplicação direta das equações de Maxwell.

Achillides *et al.* [32] solucionaram essa discussão (que se estendeu na comunidade científica por três décadas) demonstrando, a partir das equações de Maxwell, que os fatos supracitados não se contrapõem ao conceito de capacitância, pois:

1. De fato a capacitância do isolamento aumenta durante o processo de descarga, como sugere o modelo capacitivo.
2. A presença de cargas espaciais cria um campo Poisoniano, o que em nada se opõe ao conceito de capacitância.

3. A ausência de uma superfície equipotencial é um fenômeno geométrico, não correlacionado com a presença ou com a natureza da cavidade, e pode ser solucionado intuitiva e matematicamente por uma associação de infinitos capacitores elementares.

Como conclusão, foi demonstrado que o modelo capacitivo, embora não permita representar nem a magnitude da corrente nem o fenômeno físico envolvendo a descarga, é capaz de representar adequadamente os transientes associados à mesma (os quais são codeterminados pelas impedâncias do circuito externo) através da variação da capacitância total do isolamento.

A Figura 2.2 mostra o modelo capacitivo contendo quatro capacitâncias [33]. A capacitância C_b representa a cavidade gasosa no interior do dielétrico. A descarga de C_b através do *gap* s representa o evento de uma descarga parcial. As capacitâncias C_a e C_c representam o material dielétrico em série com a cavidade, e a capacitância C_d representa o material dielétrico no restante do sistema isolante.

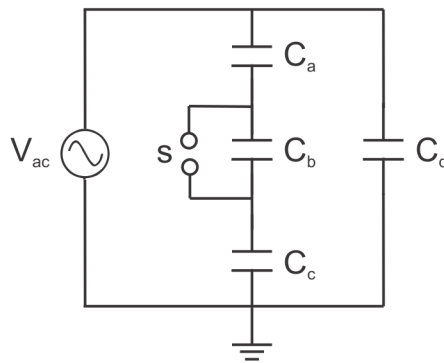


Figura 2.2: Modelo capacitivo para representação de DP em uma cavidade no interior de um dielétrico.

Como a permissividade elétrica do gás é menor do que a do material sólido, e as dimensões da cavidade serão sempre muito inferiores às dimensões do dielétrico, a capacitância C_b será, em geral, consideravelmente menor do que as demais. Supondo a disponibilidade de cargas livres, a descarga ocorrerá quando a tensão sobre C_b ultrapassar um certo valor crítico, desencadeando assim o processo de avalanche.

2.3 Origens de DP em Enrolamentos Estatóricos

Os três componentes fundamentais de um estator de uma máquina síncrona (vide a Figura 2.3) são os condutores de cobre, seu núcleo de ferro e o isolamento dos condutores.

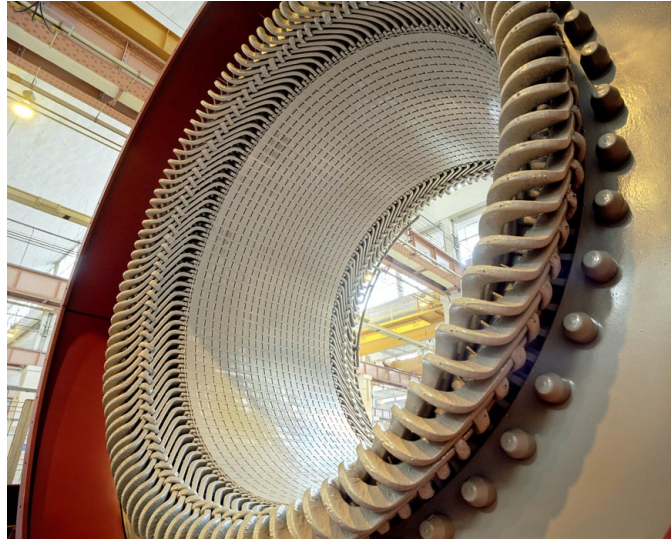


Figura 2.3: Enrolamento estático de um hidrogenador na Usina Hidrelétrica Três Gargantas - China. (Fonte: <http://www.alstom.com>)

Em máquinas elétricas de grande porte, o circuito do enrolamento é construído através da interligação de barras condutoras isoladas e encaixadas nas ranhuras no estator, como mostra a Figura 2.4. As barras possuem um núcleo com condutores de cobre, e são impregnadas e recobertas por um material isolante, por exemplo, à base de mica e epóxi.



Figura 2.4: Barras encaixadas nas ranhuras do estator. A fita branca constitui um revestimento semicondutor destinado ao controle do potencial elétrico na superfície do isolamento da barra nas regiões em que esta sai da ranhura. (Fonte: http://www.gef.com.my/rewind_high_voltage_motor.html)

Os defeitos que originam DP em um enrolamento estático podem decorrer das tecnologias de fabricação, de deficiências no processo de fabricação, do envelhecimento normal durante a operação da máquina, ou ainda de um possível envelheci-

mento e deterioração anormal do isolamento. O projeto da máquina, a natureza dos materiais empregados, as técnicas de fabricação e as condições de operação podem, dentre outros fatores, afetar profundamente a quantidade, as características, a localização, a evolução e o significado das DP. Em uma dada máquina, as fontes de DP podem, em princípio, ser identificadas e separadas em função das características de comportamento dos sinais medidos.

2.3.1 Descargas Internas

Quatro tipos de descargas internas podem ocorrer no isolamento das barras que compõem o enrolamento do estator. Estas são classificadas segundo a origem do defeito em: cavidades internas, delaminação interna, delaminação entre condutores e isolamento, e arboramento elétrico. As possíveis origens de descargas internas em uma barra estatórica podem ser vistas na Figura 2.5.

Cavidades Internas

Embora os processos de fabricação busquem minimizar a ocorrência de cavidades internas, é inevitável que haja presença de pequenas cavidades no isolamento. Este fato justifica a presença usual de uma certa atividade de DP considerada normal em máquinas rotativas. A Figura 2.6 mostra, em uma fotografia da seção transversal de uma barra estatórica, a presença de cavidades internas com a indicação de suas dimensões.

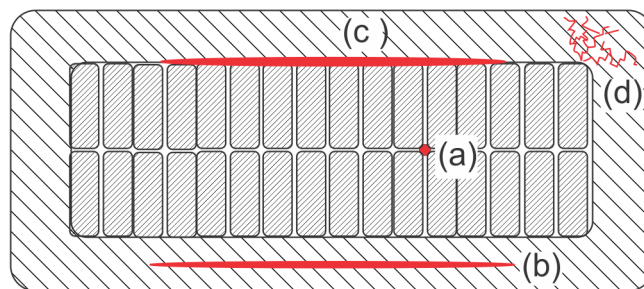


Figura 2.5: Diagrama com indicação das fontes de descargas internas em uma barra estatórica. a) Cavidade interna. b) Delaminação interna. c) Delaminação entre condutores e isolamento. d) Arboramento elétrico.

Desde que as cavidades internas sejam de pequena dimensão e que não cresçam significativamente, a confiabilidade operacional da máquina não é reduzida pela sua presença.

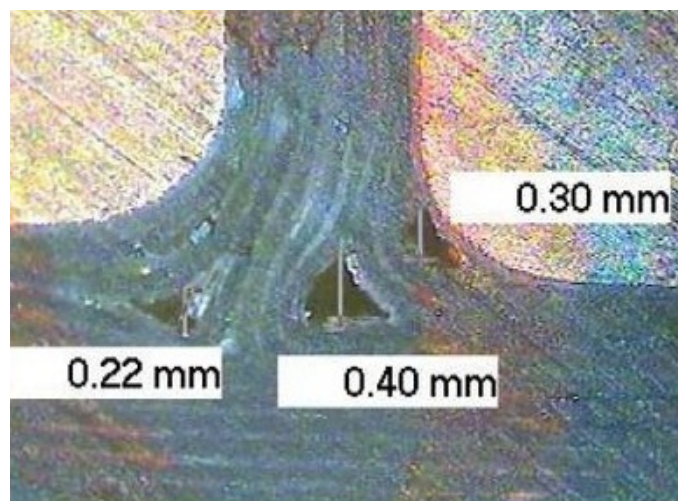


Figura 2.6: Fotografia em detalhe da seção transversal de uma barra estatórica, onde se podem observar cavidades internas no isolamento. (Fonte: <http://cr4.globalspec.com/thread/30820>)

Delaminação Interna

A delaminação interna na isolação principal pode decorrer de falha no processo de cura da isolação durante sua fabricação, ou ainda de estresse térmico e mecânico durante a sua operação. Grandes cavidades podem se desenvolver com grandes superfícies, resultando em descargas de grande energia, que podem inclusive atacar a própria isolação por um processo erosivo.

A delaminação interna reduz ainda a condutividade térmica do isolamento, o que pode levar a um acelerado envelhecimento. Delaminações internas demandam, portanto, uma cuidadosa atenção na análise da atividade de DP. A Figura 2.7 mostra a presença de delaminações internas na seção transversal de uma barra estatórica.



Figura 2.7: Fotografia da seção transversal de uma barra estatórica, onde se podem observar delaminações internas no isolamento.

Delaminação entre Condutores e Isolação

Ciclos térmicos de operação podem causar delaminação na superfície de contato entre o condutor e a isolação principal. Este tipo de descarga pode evoluir rapidamente para uma falha do isolamento.

Arboramento Elétrico

Arboramento elétrico é um processo de envelhecimento no qual finos canais erosivos se propagam através do epoxy em torno às barreiras de mica, e podem finalmente levar à falha completa do isolamento principal. O arboramento elétrico pode se iniciar em qualquer ponto onde o campo elétrico se concentre no interior do isolamento, como estruturas pontiagudas no condutor interno, impurezas no isolamento, cavidades ou delaminações internas. Em geral, trata-se de um processo associado à atividade de descargas internas.

2.3.2 Descargas na Ranhura

Descargas de ranhura (vide a Figura 2.8) ocorrem quando a cobertura condutiva da ranhura na qual a barra ou a bobina se encaixam é deteriorada devido ao movimento na ranhura ou na região de saída da ranhura, por exemplo, em virtude do afrouxamento nas cunhas de fixação, erosão do material, ataque químico ou deficiências de montagem.

Quando há um dano mecânico sério, grandes descargas podem ocorrer, o que pode por sua vez prejudicar o isolamento e eventualmente provocar a sua falha completa.

Descargas de ranhura ocorrem em regiões de elevado campo elétrico, pelo que geralmente estas se localizam nas proximidades da saída de cada fase.

Comparado a outros tipos de defeito, o tempo de deterioração do isolamento até a falha completa é relativamente curto, especialmente quando há demasiada vibração no enrolamento. Assim sendo, faz-se necessária sua detecção no estado inicial, para que as cabíveis medidas de manutenção e prevenção possam ser tomadas.

2.3.3 Descargas nos Terminais de Saída do Enrolamento

As descargas nos terminais de saída do enrolamento podem ocorrer em diversos locais na presença de campo elétrico elevado, geralmente na junção de diferentes elementos do enrolamento.

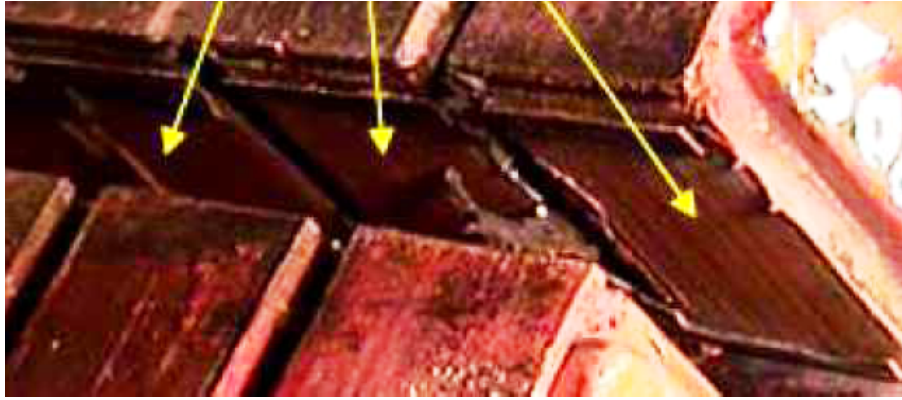


Figura 2.8: Evidências de atividade de DP na ranhura. (Fonte: www.irispower.com)

Descargas Superficiais

Descargas superficiais ocorrem quando o campo elétrico em uma superfície excede a rigidez dielétrica do gás ao seu redor. Isso pode ocorrer em uma barra estatórica devido à ausência ou à deterioração da camada semicondutora nos terminais do enrolamento, nas regiões onde a barra sai da ranhura. Este tipo de descarga pode gradualmente erodir o isolamento. Embora tal processo erosivo seja considerado lento, o comportamento das DP pode se alterar rapidamente devido a descargas superficiais.

Descargas superficiais geralmente levam a falhas entre fase e terra.

Descargas entre Fases

Em virtude do distanciamento inadequado entre fases ou da distorção do campo elétrico devido à presença de elementos mal posicionados, tais como espaçadores ou cordoalhas, podem ocorrer DP entre fases. Dependendo do caso, estas descargas podem ter grandes amplitudes e podem resultar em falhas entre fase e fase.

Partículas Condutoras

A presença de partículas condutoras, especialmente aquelas de pequenas dimensões (decorrentes, por exemplo, de contaminação do isolamento), podem provocar uma forte concentração de DP, acarretando falhas de rápida evolução no isolamento.

2.4 Medição de DP em Máquinas Síncronas

A medição de DP é influenciada por uma série de fatores, que envolvem desde a propagação do pulso no próprio enrolamento, passando pelas características do circuito de medição, sensores e cabos, até às especificidades do sistema de medição utilizado.

2.4.1 Circuito de Medição

O sensor utilizado para a captação de DP consiste em um capacitor de acoplamento conectado à saída de cada fase da máquina associado a uma impedância de medição ou dispositivo de acoplamento, como mostram as Figuras de 2.9 a 2.13. Quando presente na instalação, o próprio capacitor de surto da máquina pode ser utilizado como capacitor de acoplamento na medição de DP. O capacitor de acoplamento cria um ramo de baixa impedância em altas frequências para captar os sinais de DP, de modo que estes possam ser medidos através de um dispositivo de acoplamento adequado.

Quando o capacitor e o dispositivo de acoplamento são fornecidos separadamente e interconectados por um cabo coaxial, falamos mais propriamente de um circuito de medição. A associação desses dois elementos em um único objeto pode ser chamada de sensor de DP.



Figura 2.9: À esquerda: capacitores de acoplamento sem impedância de medição. (Fonte: www.irispower.com) À direita: capacitor de acoplamento com impedância de medição integrada, caracterizando um sensor de DP. (Fonte: <http://www.doble-lemke.eu>)

Conforme já mencionado, sinais de DP são pulsos elétricos extremamente rápidos, portanto com características de frequências elevadas. A função dos capacitores de acoplamento $C_{A,B,C}$ na Figura 2.13 é criar ramos paralelos de baixa impedância para sinais de alta frequência, proporcionando um caminho preferencial para que os sinais de DP possam ser captados através do dispositivo de acoplamento. Quanto maior a capacitância, menor a impedância do ramo de medição, e consequentemente maior a sensibilidade do circuito de medição.

O dispositivo de acoplamento pode ser, em geral, uma impedância de medição RLC, um TC para altas frequências (HF) ou uma bobina de Rogowski [3, 29]. Na Figura 2.11, como em grande parte dos circuitos de medição utilizados na prática, a impedâncias de medição mostradas são puramente resistivas.



Figura 2.10: Instalação de um capacitor de acoplamento em um gerador síncrono.

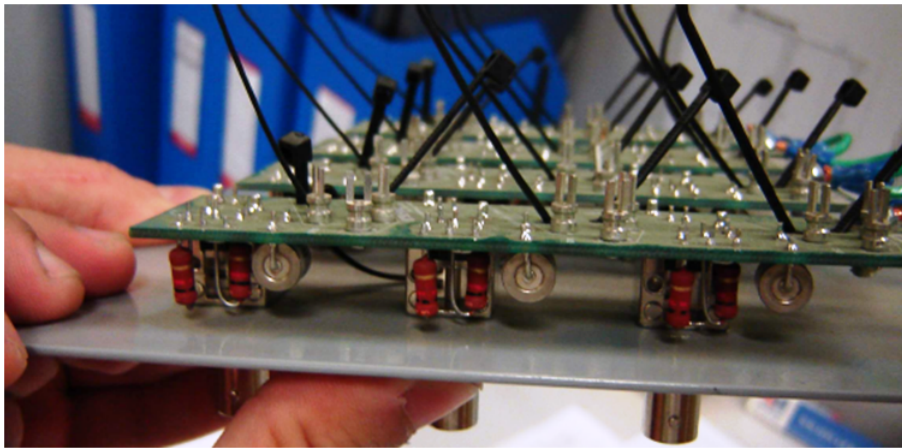


Figura 2.11: Fotografia da placa com as impedâncias de medição que, juntamente com os capacitores de acoplamento, compõem os circuitos de medição de DP.

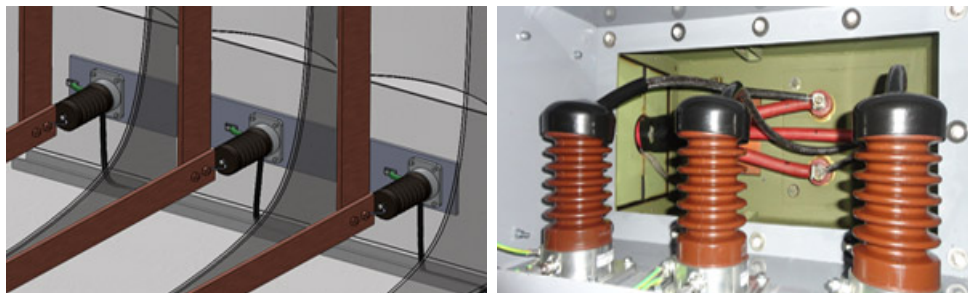


Figura 2.12: Instalação dos sensores de medição de DP na saída de fase de um gerador síncrono. Fonte: www.hvpsd.co.uk.

2.4.2 Propagação das DP no Enrolamento

Para pulsos com componentes de altas frequências, o enrolamento estático é modelado como um circuito distribuído, uma linha de transmissão na qual os pulsos de

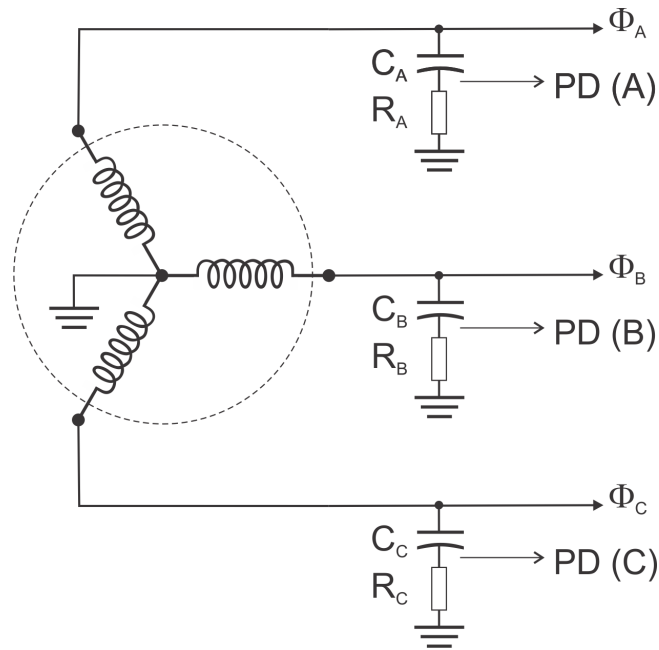


Figura 2.13: Circuito de medição de DP pelo método elétrico em uma máquina síncrona. PD(A), PD(B) e PD(C) são os sinais de DP medidos nas fases Φ_A , Φ_B e Φ_C , respectivamente.

DP se propagam desde o seu local de origem até o circuito de medição, como mostra o esquema simplificado na Figura 2.14 [33]. Desde o seu ponto de origem (que é, a princípio, ignorado) até o circuito de medição, o pulso de DP se propaga por uma rede de parâmetros distribuídos, composta por indutâncias em série, capacitâncias em paralelo e capacitâncias *shunt* para a terra.

Devido a fenômenos como atenuação, distorção, e acoplamento entre fases de ondas viajantes, a amplitude e a forma de onda das DP captadas pelo circuito de medição diferem sensivelmente daquelas ocorridas onde a DP se originou.

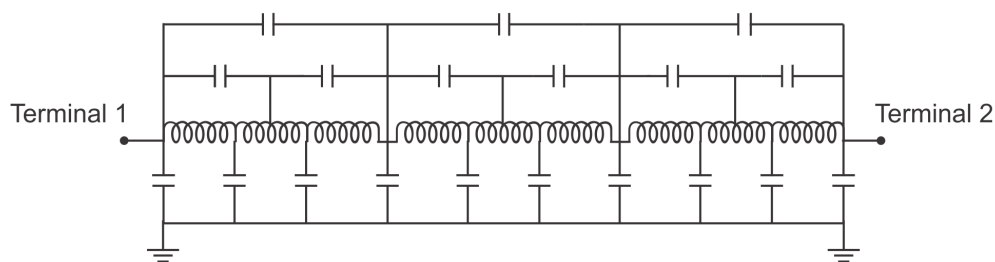


Figura 2.14: Representação esquemática da rede de indutâncias e capacitâncias distribuídas ao longo do enrolamento estatórico.

A função de transferência entre a fonte de DP e o circuito de medição é portanto desconhecida, e depende do projeto específico de cada máquina, que determina a resposta em frequência do enrolamento estatórico. Assim sendo, a energia na origem

da DP não pode ser medida diretamente. Este fato impossibilita o relacionamento preciso dos pulsos medidos com o fenômeno das DP ocorrido no interior do isolamento em máquinas síncronas. Por esse motivo, a medição em máquinas síncronas registra usualmente a amplitude das DP em mV, e não em pC como recomenda a norma IEC 60270 para isolamentos modelados com parâmetros concentrados.

Os sinais de DP medidos terão características distintas em função das propriedades de cada enrolamento, bem como da localização e do tipo da fonte de DP. Além do mais, as DP estão sujeitas a uma forte atenuação ao se propagar pelo enrolamento, podendo, dependendo da sua localização, tornar-se indetectáveis pelo circuito de medição.

2.4.3 Características dos Pulsos de DP

A forma de onda medida dos pulsos de DP é determinada pelo fenômeno físico da descarga, pela sua propagação no interior do equipamento, e pelo circuito de medição utilizado [34].

Uma única avalanche contendo um certo número de elétrons e de íons determina a amplitude, o tempo de subida e a duração de cada pulso de DP [35]. A forma de onda do pulso no seu local de ocorrência é influenciada por vários fatores, incluindo: a origem e a geometria da fonte da DP, a pressão do gás, a tensão sobre a cavidade, a condutividade dos eletrodos ou das paredes da cavidade, a impedância da fonte da tensão aplicada, etc.

A ocorrência de uma DP induzirá uma certa corrente elétrica nos condutores, cuja forma de onda transiente corresponde à DP efetivamente medida através do circuito de medição. A forma de onda detectada pelo circuito de medição, no entanto, dependerá também das características de propagação do pulso no interior do próprio equipamento: a linha de transmissão pela qual o pulso se propaga, incluindo partes condutoras do equipamento e o circuito de medição.

A forma de onda finalmente detectada nos terminais do sistema de aquisição geralmente é modelada na forma de uma dupla exponencial amortecida ou de uma oscilação amortecida [35].

Podemos ainda, conforme a prática usual em processamento de sinais, calcular os seguintes valores que caracterizam a forma de onda de um pulso, ilustrados na Figura 2.15:

- valor de pico;
- tempo de subida, correspondente ao tempo entre 10% e 90% do valor de pico;
- tempo de descida, correspondente ao tempo entre 90% e 10% do valor de pico;

- duração do pulso, correspondente ao tempo em que o mesmo permanece acima do nível de 50% do valor de pico.

Para pulsos oscilatórios, considera-se geralmente o primeiro pico no cálculo dos parâmetros acima.

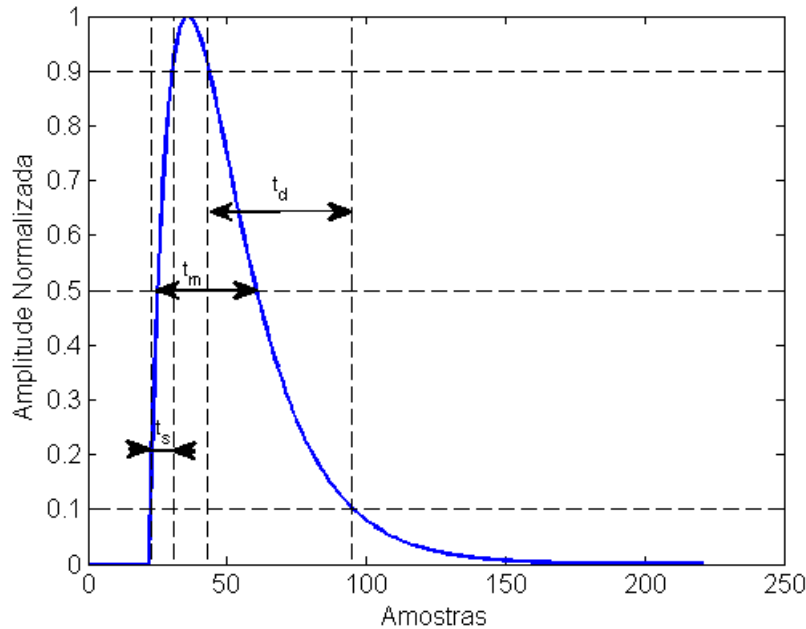


Figura 2.15: Parâmetros típicos medidos em pulsos de DP.

2.4.4 Armazenamento da Informação

Pela grande quantidade de informação gerada em uma medição DP, torna-se necessário condensar os dados de modo que estes possam convenientemente ser armazenados e processados.

O método amplamente adotado para armazenar essas informações, em conformidade com a norma IEC 60270, são os padrões ou mapas de descargas parciais discriminadas por fase (*Phase Resolved Partial Discharge - PRPD*).

Em um mapa PRPD são registrados o número de pulsos ocorridos com uma certa amplitude e em função do valor instantâneo da tensão aplicada, registrado indiretamente pelo ângulo de fase da tensão CA. O resultado é um gráfico tridimensional, usualmente representado na forma de um gráfico de superfície conforme as Figuras 2.16 e 2.17.

Toda a análise e o diagnóstico do isolamento de equipamentos elétricos de alta tensão pela técnica de DP são feitos atualmente com base na análise dos mapas PRPD e nas curvas de tendência deles extraídas.

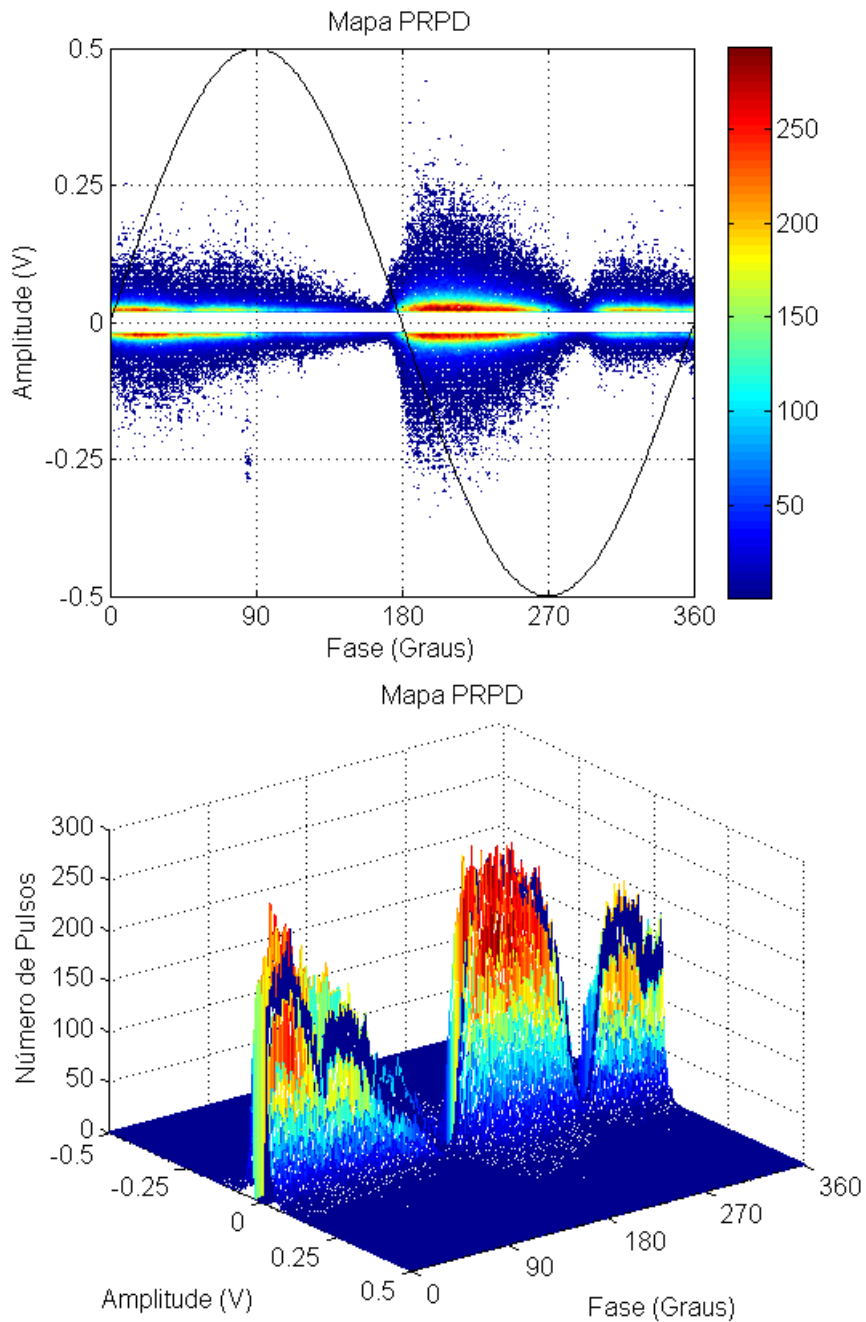


Figura 2.16: Mapa PRPD Bipolar em duas e três dimensões. Amplitude medida em Volts.

2.5 Ruídos de Medição

Um dos maiores desafios na medição de DP é a distinção entre os sinais de DP provenientes do enrolamento estatórico e os ruídos e interferências presentes na medição. Se o ruído não for adequadamente suprimido, a medição pode apresentar falsos positivos, i.e., sinais erroneamente identificados como DP, porém sem relação alguma com o estado do isolamento do enrolamento avaliado. Nesse caso, a análise de DP pode chegar a condenar um isolamento em boas condições. Se demasiados falsos po-

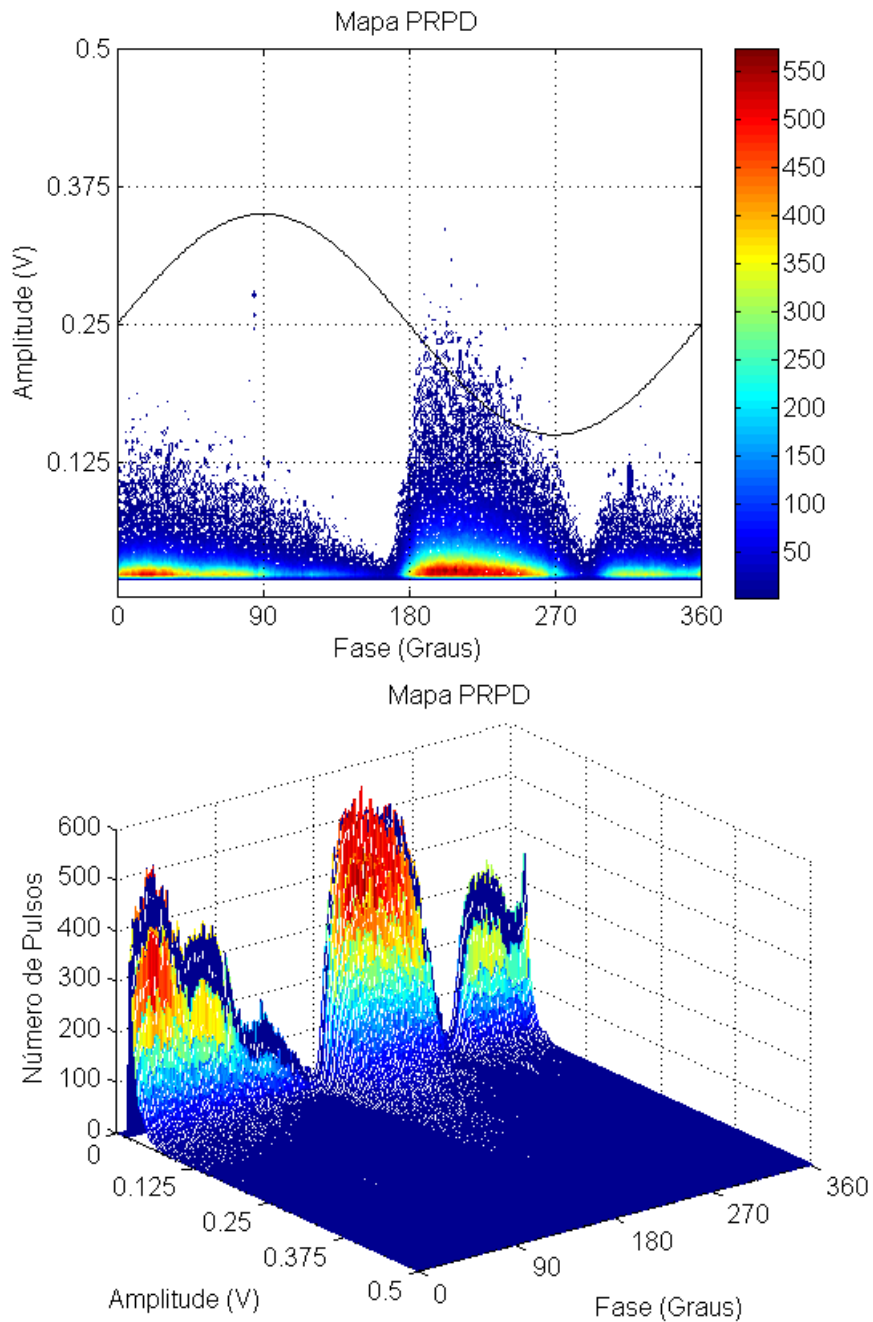


Figura 2.17: Mapa PRPD Unipolar em duas e três dimensões. Amplitude medida em Volts.

sitivos ocorrem, a confiabilidade do ensaio de DP pode ser comprometida, e ensaios futuros podem ser negligenciados com prejuízo ao diagnóstico preditivo da máquina.

Em outros casos, o ruído de fundo presente na medição pode encobrir DP de menores amplitudes, reduzindo a sensibilidade da medição e por vezes mesmo inviabilizando a medição de DP.

Quanto à sua natureza, os ruídos na medição de DP podem ser classificados [13, 16, 17, 20] em:

- Ruídos senoidais contínuos e de espectro discreto.
- Ruídos estocásticos contínuos.
- Ruídos pulsantes periódicos.
- Ruídos pulsantes estocásticos.

Os ruídos senoidais contínuos e de espectro discreto são, em geral, originados dos diversos sistemas de telecomunicações: estações de rádio, comunicadores, ou a portadora de sistemas de comunicação em linhas de transmissão. Geralmente há no espaço a presença de ondas de rádio moduladas em AM (144-30000 kHz), ondas de rádio moduladas em FM (88-108 MHz), sinais de rádios de comunicação local e sinais de telefonia celular (890-1880 MHz). Em [16], em uma medição na faixa HF, devido à taxa de aquisição utilizada ser de alguns MHz, foi considerado que somente os sinais de rádio AM teriam influência nas medições de DP.

Ruídos contínuos de natureza estocástica são representados usualmente por um ruído branco. O ruído branco é um típico ruído aleatório com uma densidade espectral de potência constante, que obedece a uma distribuição aleatória no tempo e na frequência, e que pode ser simulado por um sinal aleatório (com uma certa distribuição de probabilidade, por exemplo, Gaussiana) com média zero e variância constante. Ruídos que correspondem a essa categoria incluem o ruído térmico dos próprios componentes do sistema de medição, o ruído térmico proveniente de linhas de transmissão e dos próprios enrolamentos [14].

Ruídos pulsantes periódicos podem ser, por exemplo: o ruído do disparo de tiristores (dos circuitos de retificação da corrente nas excitatrizes de máquinas síncronas), pulsos de chaveamentos de dispositivos de eletrônica de potência ou outros chaveamentos periódicos (como do acionamento de motores por drivers de estado sólido).

Ruídos pulsantes estocásticos, aleatórios tanto na sua amplitude quanto no seu instante de ocorrência, podem ser, por exemplo: descargas por efeito corona, centelhamentos, descargas atmosféricas, operações de chaveamento infrequentes, ruídos gerados dentro do próprio circuito de medição, arcos elétricos gerados entre contatos metálicos adjacentes, arcos em anéis coletores e escovas em máquinas rotativas, e até sinais de DP externos ao equipamento ensaiado.

Outras fontes de ruído podem ser ainda: harmônicos da rede, interferências das conexões de aterramento, etc.

2.6 Esquema Geral de Medição e Processamento

A Figura 2.18 ilustra a cadeia completa de processamento digital dos sinais de DP a partir do seu circuito de medição.

Conforme detalhado no Apêndice A, um sistema de medição digital recebe geralmente dois sinais de entrada: o sinal de DP, oriundo diretamente do circuito de medição, e um sinal correspondente à tensão aplicada ao equipamento, utilizada como sincronismo para determinação da fase nos mapas PRPD.

Após a digitalização, os sinais de DP são submetidos a um processo de filtragem digital destinado a remover as componentes de ruídos harmônicos, de ruído de espectro discreto e de ruído estocástico de banda larga.

Após a etapa de filtragem, os sinais podem ser submetidos ou não a um classificador. Na classificação os ruídos de natureza pulsante podem ser eliminados, e os pulsos de DP podem ser agrupados nos mapas PRPD de acordo com suas diferentes origens e defeitos associados.

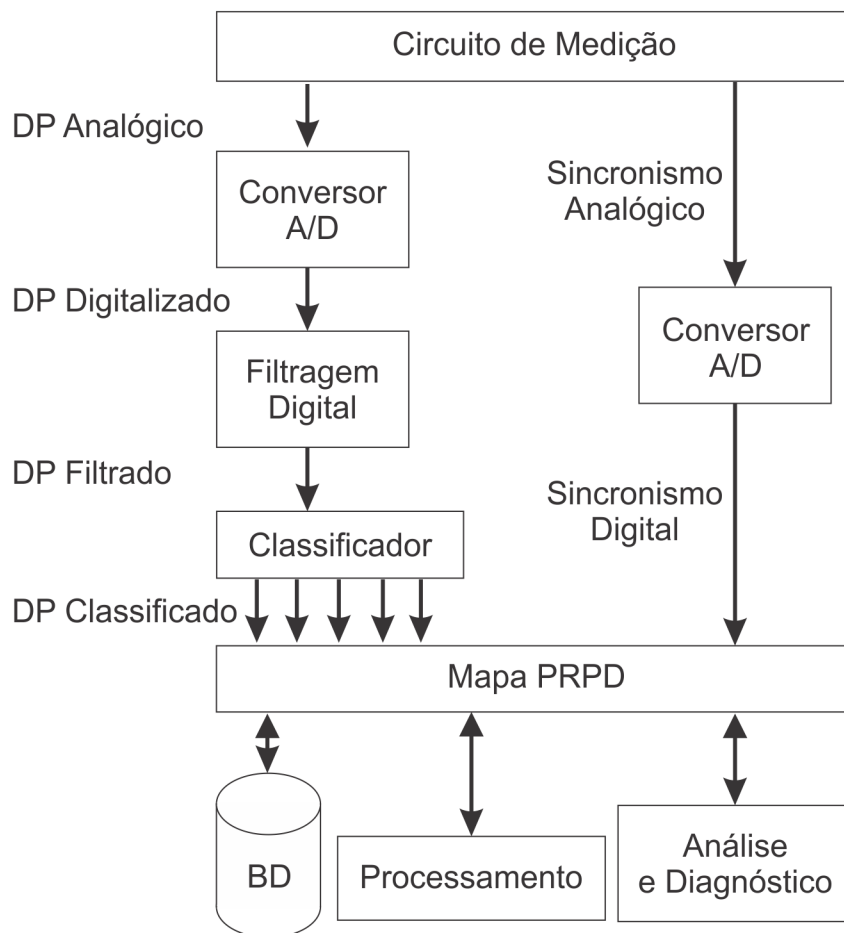


Figura 2.18: Esquema geral de medição e processamento dos sinais de DP.

2.7 Conclusão

Neste capítulo apresentamos os principais conceitos sobre o fenômeno e a medição de DP em máquinas síncronas. Apresentamos os circuitos e o esquema geral da medição de DP, e justificamos a definição do escopo desta pesquisa à técnica de medição *on-line*.

No Capítulo 3 apresentaremos algumas técnicas de processamento de sinais necessárias para condicionamento prévio dos sinais de DP, visando a posterior redução do ruído de banda larga pela aplicação dos métodos propostos nos capítulos seguintes.

Capítulo 3

Técnicas de Processamento Digital de Sinais aplicadas à medição de DP em Máquinas Síncronas

Um sistema digital de medição de DP (vide o Apêndice A) contém geralmente um mínimo de condicionamento analógico de sinais (como circuitos de casamento de impedâncias), e trabalha, após a sua digitalização, principalmente com o processamento digital dos sinais aquistados.

Para que as técnicas de supressão de ruído propostas nos capítulos seguintes possam ser aplicadas com sucesso, trataremos neste capítulo de um necessário condicionamento digital dos sinais.

Muito embora as técnicas utilizadas neste capítulo não sejam, em si mesmas, inovadoras, a articulação e a integração de todas elas na elaboração de um completo sistema digital de medição de DP parece não ter sido ainda publicada na literatura técnica da forma como apresentaremos, constituindo portanto uma contribuição, ainda que menor, desta pesquisa.

3.1 Sequência de Processamento na Medição de DP

O processamento da medição de DP pode ser dividido em três etapas: o condicionamento digital dos sinais, a redução do ruído de banda larga (foco desta pesquisa), e a posterior finalização da medição.

A sequência completa de processamento de um sistema digital de medição de DP, como mostra o fluxograma da Figura 3.1, pode ser sumarizada como segue:

1. Eliminação dos ruídos harmônicos da rede elétrica com medição da tensão aplicada.

2. Filtragem passa-altas dos sinais em 1 MHz, de acordo com a especificação da medição em HF feita no Apêndice A;
3. Filtragem dos ruídos de espectro discreto.
4. Etapa de redução de ruídos de banda larga (foco principal deste trabalho).
5. Etapa de identificação e detecção de pico dos pulsos individuais de DP.
6. Etapa de classificação dos pulsos (não implementada no escopo deste trabalho).
7. Etapa de compactação da informação no mapa PRPD.

Os algoritmos de condicionamento digital de sinais fazem a supressão dos ruídos harmônicos da rede elétrica, dos ruídos de baixas frequências e dos ruídos de espectro discreto. Esse pré-processamento é de fundamental importância pois, sem esse condicionamento, os subsequentes algoritmos de supressão de ruído de banda larga perderiam sua eficácia.

A finalização da medição envolve os algoritmos utilizados no cálculo dos mapas PRPD, os quais deverão ser executados após as rotinas de supressão do ruído de banda larga: a identificação, a detecção de pico e a classificação dos pulsos de DP. Algoritmos de classificação não serão tratados no contexto desta pesquisa. Os demais algoritmos utilizados na finalização da medição e na elaboração dos mapas PRPD serão descritos no Apêndice B.

3.1.1 Estratégias de Processamento

O processamento dos sinais adquiridos na etapa de Registro dos Pulsos de DP pode ser feito em *tempo de aquisição* ou em *batelada*.

O processamento em tempo de aquisição é feito à medida em que cada amostra é registrada pelo conversor A/D. Este tipo de processamento ponto a ponto é geralmente implementado diretamente em hardware, através de dispositivos FPGA.

A técnica de processamento em batelada, num primeiro momento, registra em uma memória um conjunto de amostras adquiridas, e num segundo momento, realiza o processamento sobre esse conjunto de dados.

A opção por um ou outro tipo de processamento irá determinar que algoritmos de processamento de sinais poderão ser adotados. Por exemplo, o algoritmo da FFT só pode ser utilizado em batelada, pois para o cálculo de cada ponto da transformada este requer a utilização de todos os pontos do sinal original. Em contrapartida, a implementação da FWT, sendo essencialmente uma associação de filtros FIR, pode facilmente ser implementada em tempo de aquisição.

Ambos os tipos de processamento, em tempo de aquisição e em batelada, podem ser implementados em tempo real. O processamento em batelada será um

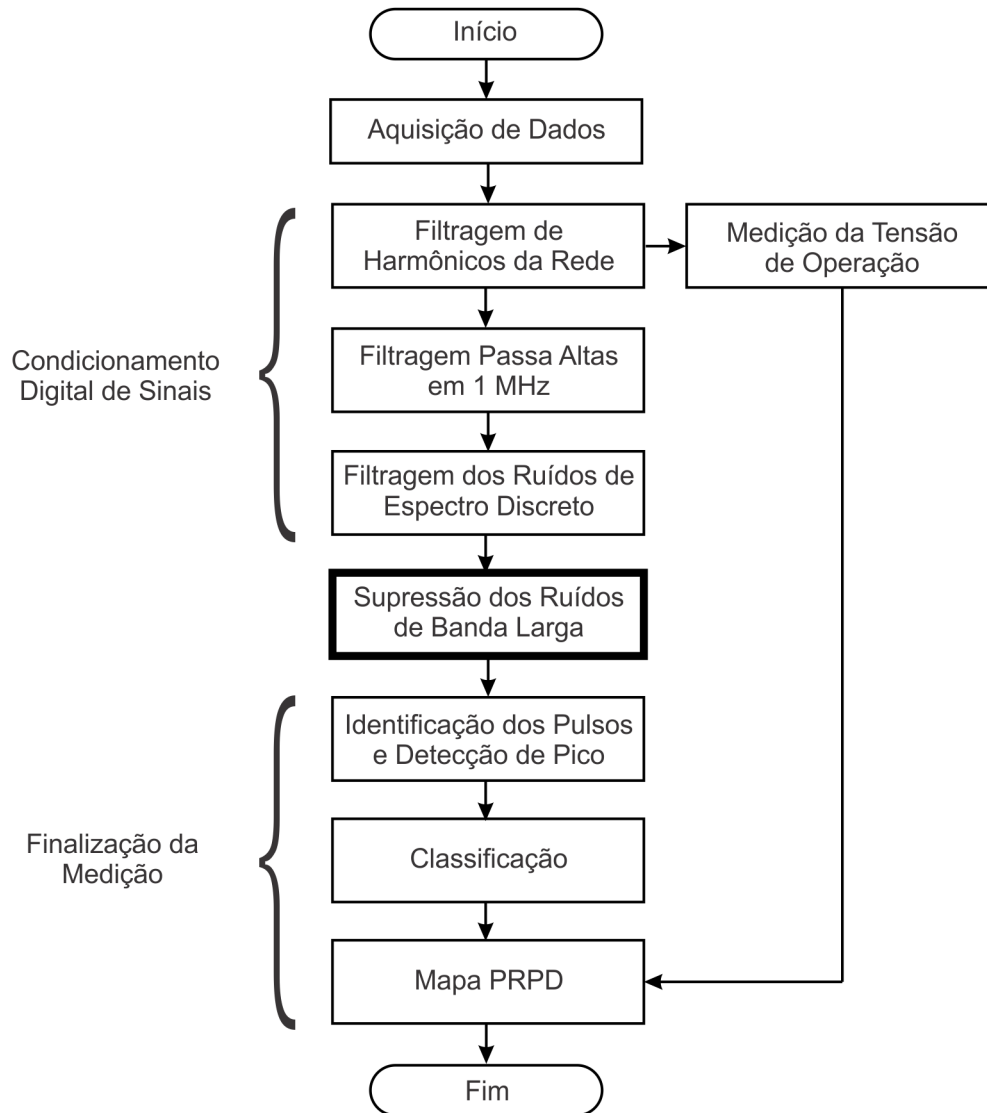


Figura 3.1: Fluxograma geral de processamento dos sinais de DP.

processamento em tempo real desde que este possa ser realizado em paralelo com a aquisição do ciclo seguinte, e que o tempo de processamento total (incluindo tempos de transferência de dados nos barramentos do circuito) não exceda a duração total de um ciclo (que, em uma frequência de 60 Hz como é o caso do SIN, será de aproximadamente 16,667 ms).

Ao longo deste capítulo, apresentamos os algoritmos de processamento digital de sinais de DP considerando o seu processamento em batelada. Para o desenvolvimento das técnicas de processamento apresentadas neste trabalho, os sinais foram registrados em seu estado *bruto*, de modo que o desempenho dos diversos algoritmos de processamento propostos pudessem ser comparados posteriormente.

Para uma maior generalidade, no entanto, procuramos sempre que possível apon-

tar e comentar as possíveis soluções para seu processamento em tempo de aquisição.

3.2 Filtragem dos Ruídos Harmônicos e Medição da Tensão

A primeira etapa do processamento consiste em separar do sinal medido os ruídos harmônicos da tensão de alimentação.

Ao invés de suprimir o sinal da tensão de alimentação juntamente com os demais sinais de frequências abaixo de 1 MHz, propomos aqui que o ruído harmônico da tensão de alimentação seja tratado e utilizado como sinal de medição da tensão aplicada ao equipamento, fundamental à análise de DP.

Este artifício, eliminando a necessidade de aquisição do sinal da tensão aplicada (vide a Figura 2.18) utilizada como sinal de sincronismo na medição de DP, reduz o número de canais de aquisição do sistema de medição pela metade, o que implica numa considerável redução de custos no hardware.

Efeitos do Circuito de Medição

A função de transferência do circuito de medição, conforme a Figura 2.13, contendo um capacitor de acoplamento C e uma impedância puramente resistiva R será:

$$T(s) = \frac{RC s}{RC s + 1} \quad (3.1)$$

Considerando valores típicos de $R = 680 \Omega$ e $C = 80 \text{ pF}$, a resposta em frequência do circuito de medição segundo a função de transferência (3.1) pode ser vista na Figura 3.2. Fazendo $s = j\omega$ e $\omega = 2\pi f$, a tensão na frequência $f = 60 \text{ Hz}$ nesse caso será defasada em $+90$ graus e atenuada em -107.94 dB . Os sinais de mais altas frequências serão defasados conforme a curva de fase do diagrama de Bode mostrado na Figura 3.2.

A determinação dos parâmetros RC do circuito de medição (mais especificamente, do produto $R \times C$) pode ainda ser calibrada comparando-se o valor RMS da tensão aplicada ao equipamento (obtido a partir de um TP ou de um sistema supervisorio, por exemplo) ao valor RMS do sinal de 60 Hz medido através do circuito de medição.

A partir do modelo do circuito de medição, poderemos adiante calcular a fase e o valor da tensão no equipamento presente durante a medição.

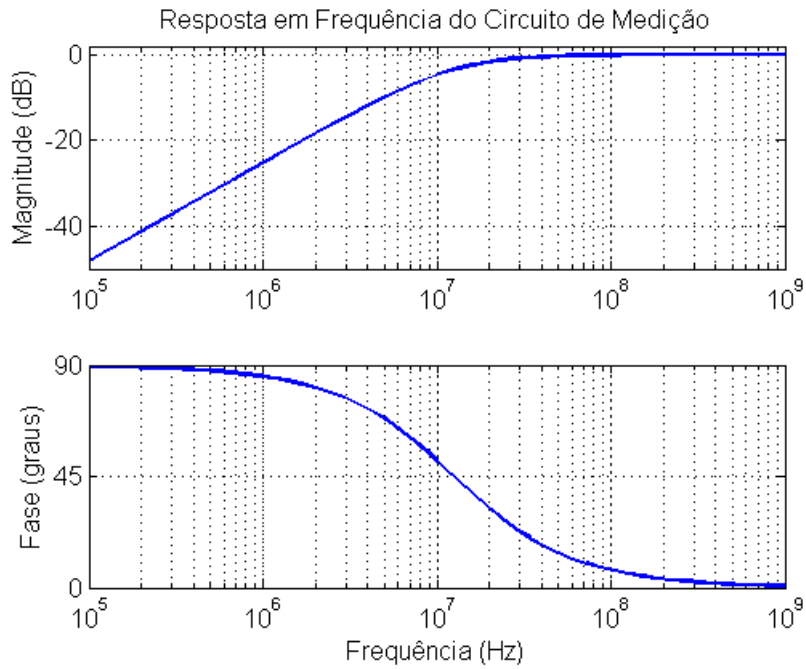


Figura 3.2: Função de transferência do circuito de medição de DP para $R = 680 \Omega$ e $C = 80 \text{ pF}$.

Algoritmo de Filtragem de Harmônicos e Medição da Tensão

Separaremos o sinal de DP da tensão de alimentação do equipamento por subtração espectral do sinal, e recuperaremos em seguida o sinal de tensão através do seguinte algoritmo:

1. Calcular a FFT do sinal medido.
2. Calcular o ângulo de fase do termo da FFT correspondente à tensão de alimentação em 60 Hz: $\phi = \angle V$.
3. Zerar os termos da FFT correspondentes aos 20 primeiros harmônicos da tensão de alimentação, isto é, de 60 a 1200 Hz.
4. Calcular a FFT inversa com os coeficientes zerados, obtendo assim o sinal de DP sem a tensão de alimentação.
5. Obter o sinal da tensão de alimentação V subtraindo o sinal medido do sinal processado.
6. Rotacionar o sinal de tensão V de -90 graus para compensar efeito do circuito de medição.
7. Rotacionar o sinal de tensão V e o sinal processado de DP de $-\phi$ graus, para zerar a fase de V e sincronizar os sinais.

- Finalmente, multiplicar o sinal de tensão V pelo fator de escala do circuito de medição de modo a obtermos o valor da tensão do equipamento durante a medição. No caso considerado, bastará aplicarmos o ganho de +107,94 dB.

A Figura 3.3 mostra o fluxograma do algoritmo descrito acima.

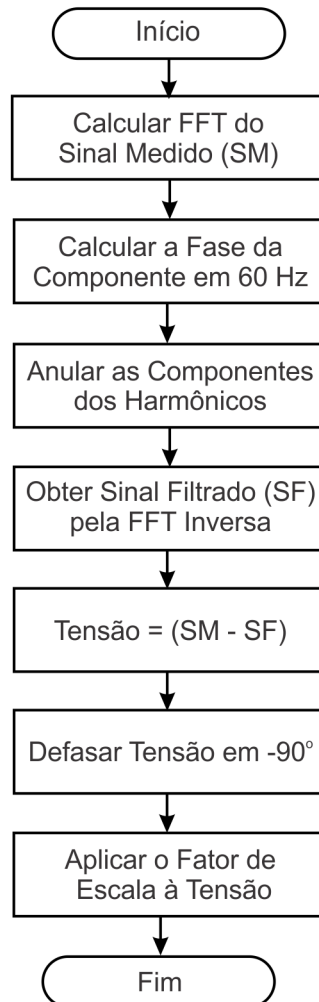


Figura 3.3: Fluxograma do algoritmo de filtragem dos harmônicos da rede elétrica e de cálculo da tensão aplicada.

Exemplo

A Figura 3.4 mostra um sinal *bruto* de DP registrado ao longo de um ciclo da tensão, e a Figura 3.5 mostra o seu conteúdo harmônico de ordem 1 a 20.

O resultado da subtração espectral pode ser visto na Figura 3.6, com o sinal medido separado do sinal da tensão do equipamento.

De acordo com a função de transferência do circuito, a tensão de alimentação foi defasada de +90 graus pelo circuito de medição. Logo, devemos corrigir sua

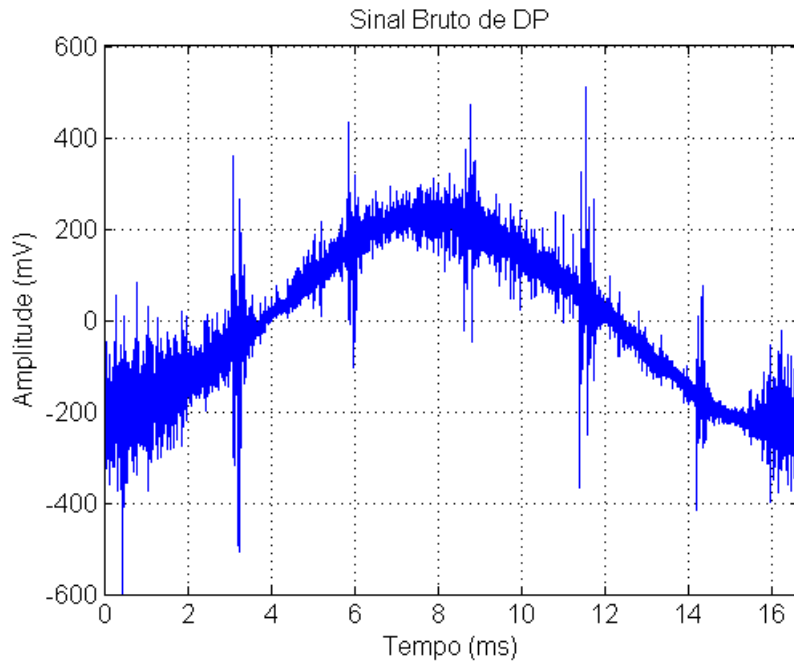


Figura 3.4: Sinal *bruto* de DP medido *on-line* em um gerador síncrono de 340 MVA e 13,8 kV. O circuito de medição utilizado foi um capacitor de acoplamento de 80 pF e uma impedância puramente resistiva de 680 Ω .

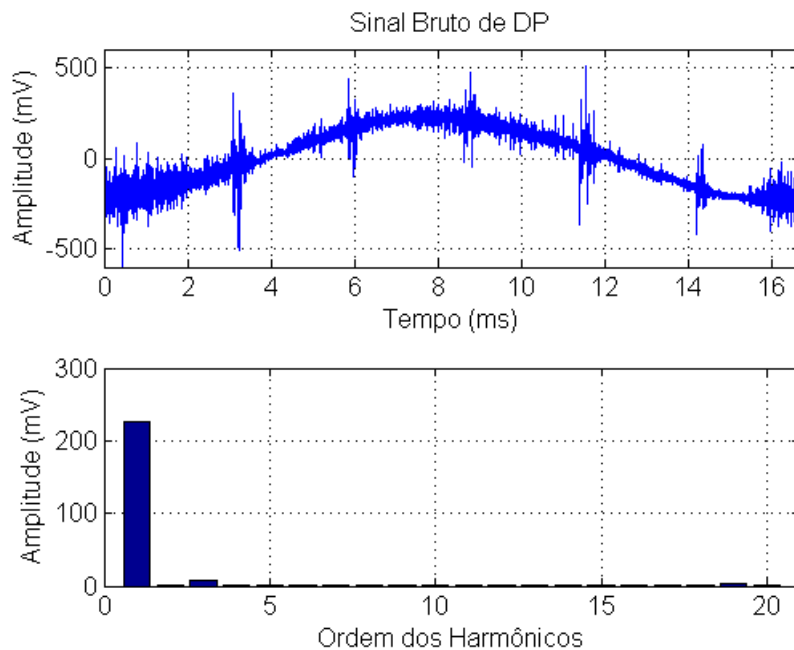


Figura 3.5: Análise harmônica do sinal medido.

defasagem em -90 graus, o que equivale a deslocá-la para a direita rotacionando o seu vetor de pontos. Feita essa operação, os pulsos de DP estarão em posição correta em relação à tensão de alimentação.

Após a rotação do sinal da tensão, ambos os sinais devem ainda ser rotacionados

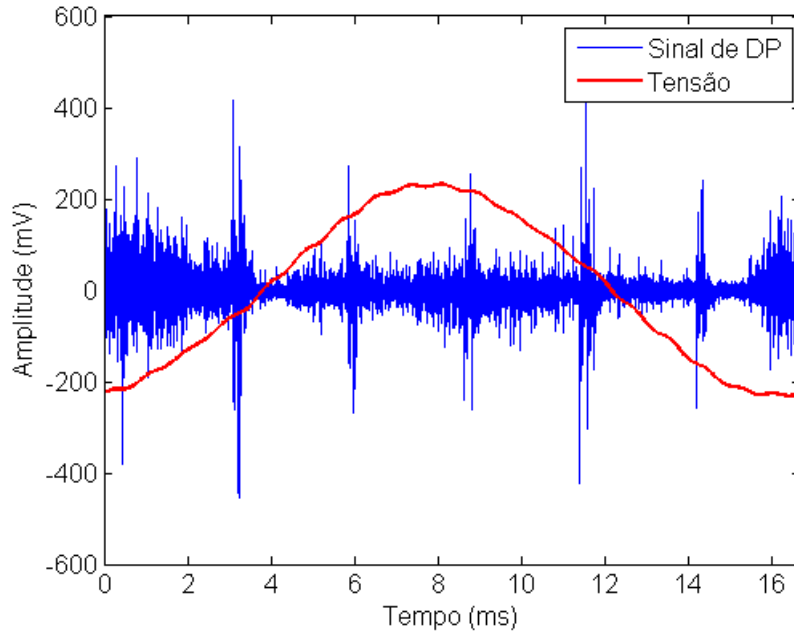


Figura 3.6: Separação da tensão de alimentação do sinal medido.

para zerar a fase da tensão de alimentação em 60 Hz, medida na etapa anterior¹.

Como ajustes finais, a escala de tempo pode ser convertida para a fase da tensão de alimentação em graus, e o sinal da tensão de alimentação pode ser colocado em escala dividindo-o pela constante de atenuação do circuito de medição.

Os sinais sincronizados e em escala podem ser vistos na Figura 3.7.

Implementação em Tempo de Aquisição

Em tempo de aquisição, como dissemos anteriormente, não é possível realizar o cálculo da FFT e a consequente obtenção do ângulo de fase da tensão aplicada. Para obtenção de resultados semelhantes com processamento em tempo de aquisição, propomos o seguinte algoritmo:

1. Filtragem do sinal medido com um filtro FIR passa altas sintonizado em 1200 Hz.
2. Realinhar o sinal medido e o sinal filtrado de modo a compensar o atraso inserido pelo filtro FIR.
3. Obter o sinal da tensão de alimentação V subtraindo o sinal medido do sinal processado.

¹Essa correção de fase, no entanto, pode ser deixada para a etapa de compactação da informação no mapa PRPD com a finalidade de evitar distorções por efeito de borda no processamento subsequente do sinal.

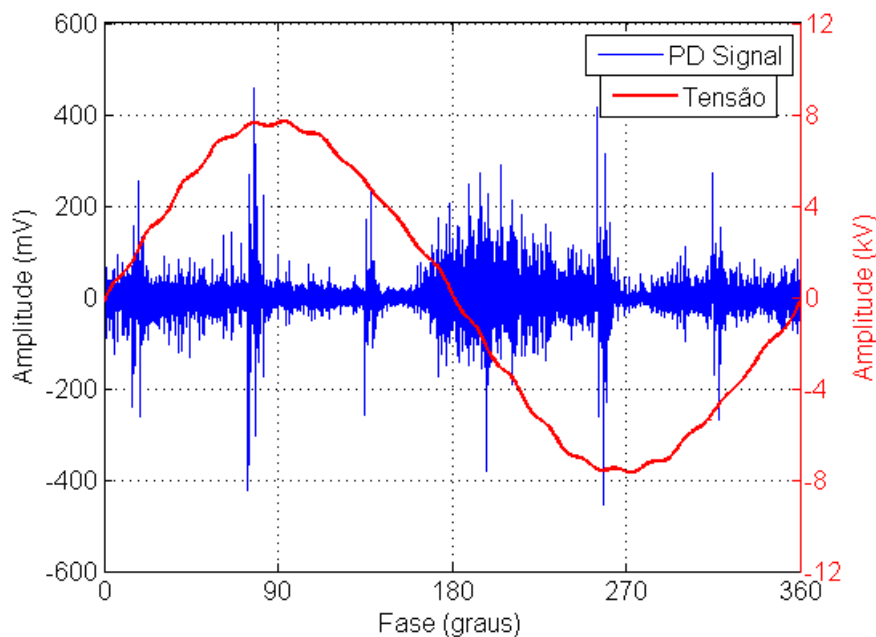


Figura 3.7: Resultado da filtragem das componentes harmônicas do sinal medido com medição da tensão aplicada.

4. Calcular o ângulo de fase da tensão de alimentação $\phi = \angle V$ através do cálculo do ponto de cruzamento do zero (na derivada positiva) da tensão V .
5. Rotacionar o sinal de tensão V de -90 graus para compensar efeito do circuito de medição.
6. Rotacionar o sinal de tensão V e o sinal processado de DP de $-\phi$ graus, para zerar a fase de V e sincronizar os sinais.
7. Finalmente, multiplicar o sinal de tensão V pelo fator de escala do circuito de medição de modo a obtermos o valor da tensão do equipamento durante a medição. No caso considerado, bastará aplicarmos o ganho de $+107,4$ dB.

Comparativamente, será menos preciso o cálculo do ângulo de fase da componente de 60 Hz através da detecção do cruzamento do zero, pois a tensão V conterá, além da componente principal, os primeiros 20 harmônicos da tensão aplicada, os quais poderão ter alguma influência na determinação do ponto de cruzamento do zero. Entretanto, desde que a distorção harmônica da tensão não seja demasiada, eventuais erros no cálculo da fase poderão ser desprezados.

A Figura 3.8 mostra o fluxograma do algoritmo proposto para o cálculo em tempo de aquisição.

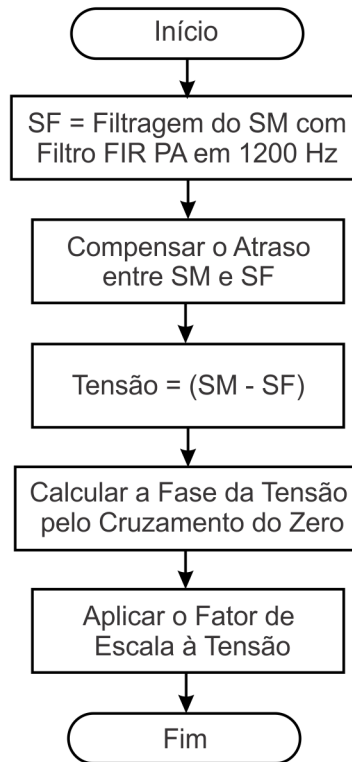


Figura 3.8: Fluxograma do algoritmo de filtragem dos harmônicos da rede elétrica e de cálculo da tensão aplicada, adaptado para implementação em tempo de aquisição.

3.3 Filtragem Passa Altas em 1 MHz

Sistemas de medição digital na banda de HF estabelecem sua frequência de corte inferior em torno de 1 MHz com a finalidade de suprimir ruídos no espectro de frequências abaixo desse valor. No caso da medição de DP em máquinas síncronas, esse procedimento elimina grande parte da energia dos pulsos decorrentes do chaveamento de tiristores na retificação da corrente de campo no rotor da máquina.

Analisaremos a seguir o efeito da filtragem passa altas em 1 MHz sobre os pulsos de DP e sobre os pulsos decorrentes do chaveamento dos tiristores, e discutiremos o projeto de filtros passa altas que atendam a esse propósito.

Inicialmente isolamos um pulso típico de tiristor e um pulso típico de DP no sinal medido, como mostra a Figura 3.9, e fizemos sua análise no domínio da frequência.

A Figura 3.10 mostra a análise na amplitude dos espectros de potência normalizados dos dois pulsos. Com base nesta análise determinamos como requisitos do filtro:

- Tipo passa altas.
- Frequência de corte em 1 MHz.

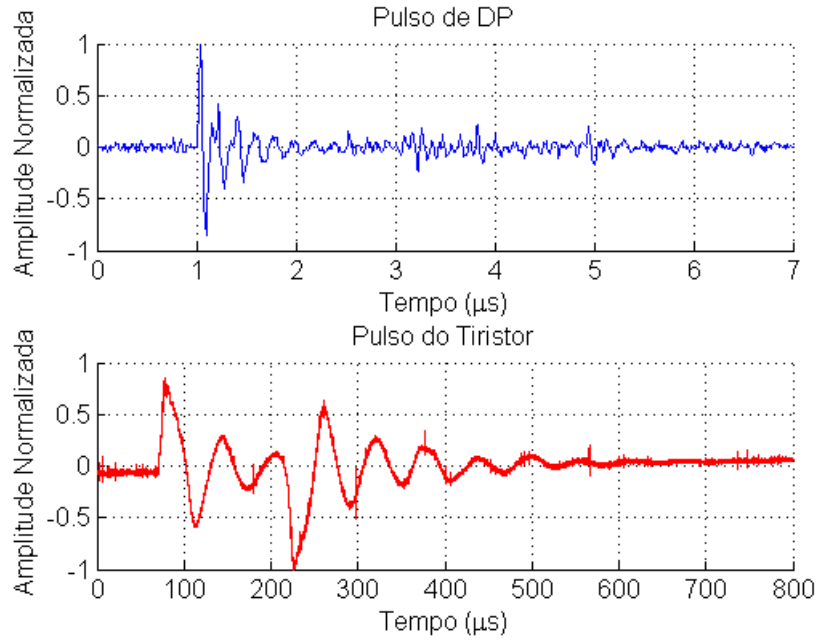


Figura 3.9: Formas de onda normalizadas em amplitude dos pulsos de DP e do disparo de um tiristor extraídas do sinal medido.

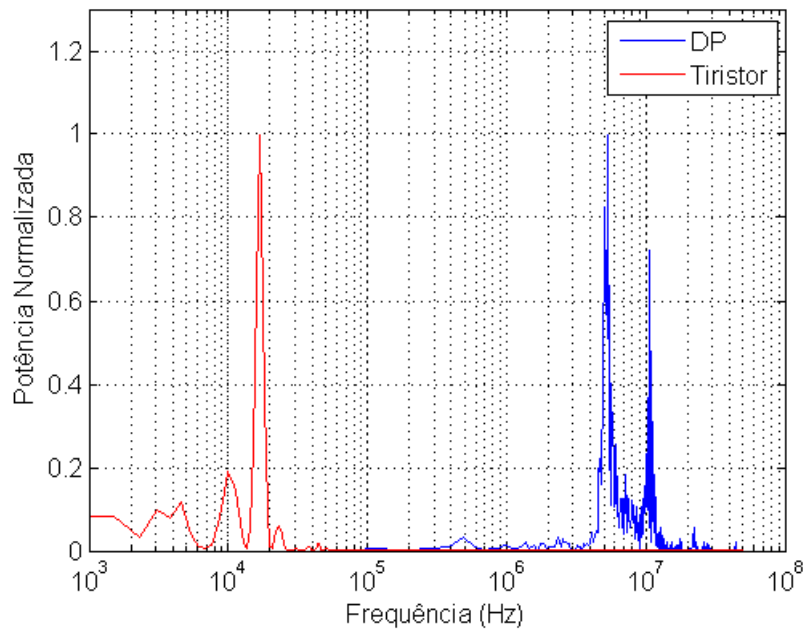


Figura 3.10: Espectros normalizados do pulso de DP e do pulso do tiristor.

- Atenuação inferior a 1 dB na banda de passagem.
- Banda de rejeição de 0 a 100 kHz.
- Atenuação mínima de 60 dB na banda de rejeição.

Para a filtragem, selecionamos inicialmente um filtro Butterworth passa altas

de ordem 3 com frequência de corte de 1 MHz, por sua resposta ser maximamente plana na banda de passagem, como pode ser visto na Figura 3.11. Este filtro realiza, para cada ponto de saída, 10 multiplicações e 6 somas.

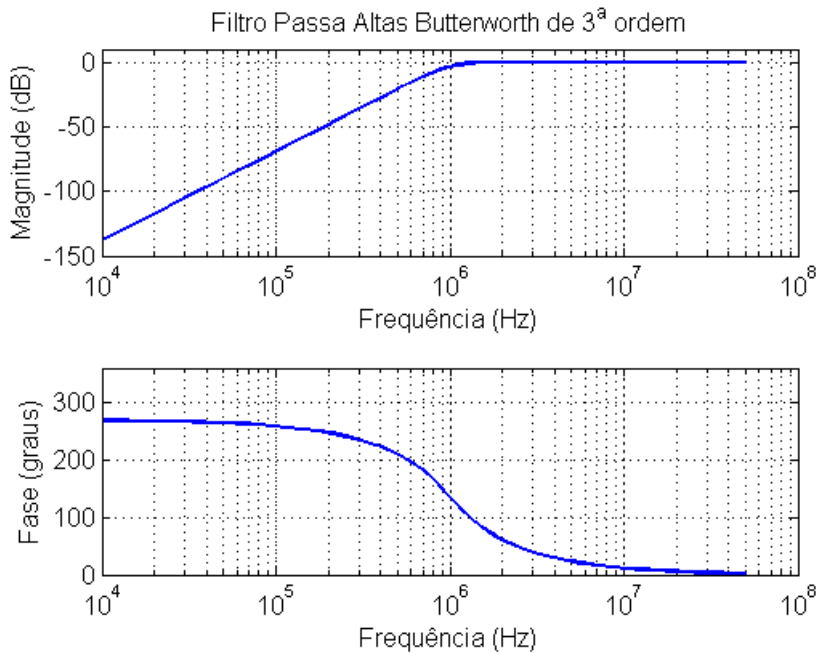


Figura 3.11: Resposta em frequência do filtro passa altas de Butterworth de ordem 3 com frequência de corte em 1 MHz.

A escolha do filtro de Butterworth de baixa ordem, além da sua maior simplicidade computacional, foi justificada pela menor defasagem e conseqüente menor distorção do sinal.

O sinal de DP filtrado com o filtro de Butterworth de ordem 3 pode ser visto na Figura 3.12. No entanto a Figura 3.12 mostra que, mesmo com a baixa ordem do filtro, alguma distorção do sinal ainda pôde ser observada. Para redução das distorções de fase, a seguinte alternativa foi proposta.

Filtro Duplo de Butterworth com Cancelamento de Fase

Nos casos em que o processamento possa ser feito em batelada, a solução adotada para o cancelamento da defasagem pode ser a utilização de um processo de filtragem utilizando duas vezes o filtro Butterworth original.

O processo descrito no fluxograma da Figura 3.13 consiste em:

1. Filtrar o sinal.
2. Inverter o sinal filtrado.
3. Filtrar novamente o sinal invertido.

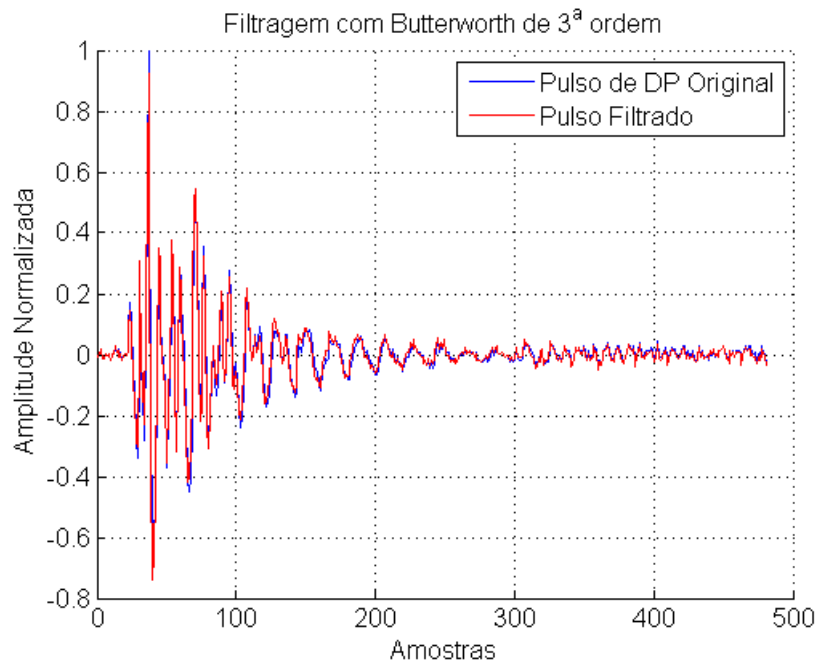


Figura 3.12: Sinal de DP filtrado com o Filtro Butterworth de ordem 3. Coeficiente de correlação com o sinal original: 0,9766.

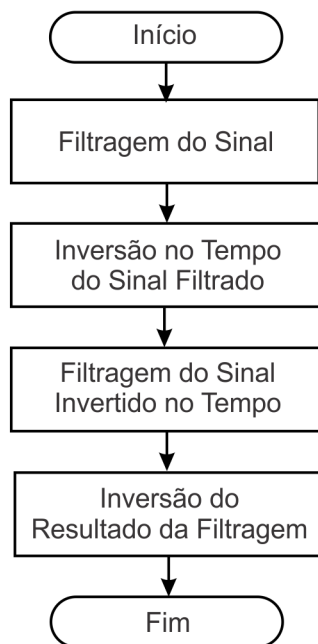


Figura 3.13: Fluxograma do algoritmo de filtragem dupla com cancelamento da defasagem do sinal filtrado.

4. Reverter o sinal resultante.

O resultado desse algoritmo de processamento é que as defasagens em cada frequência se cancelam, de modo que as distorções no sinal são eliminadas. Adi-

cionalmente, a seletividade do filtro é aumentada. A resposta em frequência do filtro resultante, denominado Filtro Duplo de Butterworth com Cancelamento de Fase, pode ser vista na Figura 3.14.

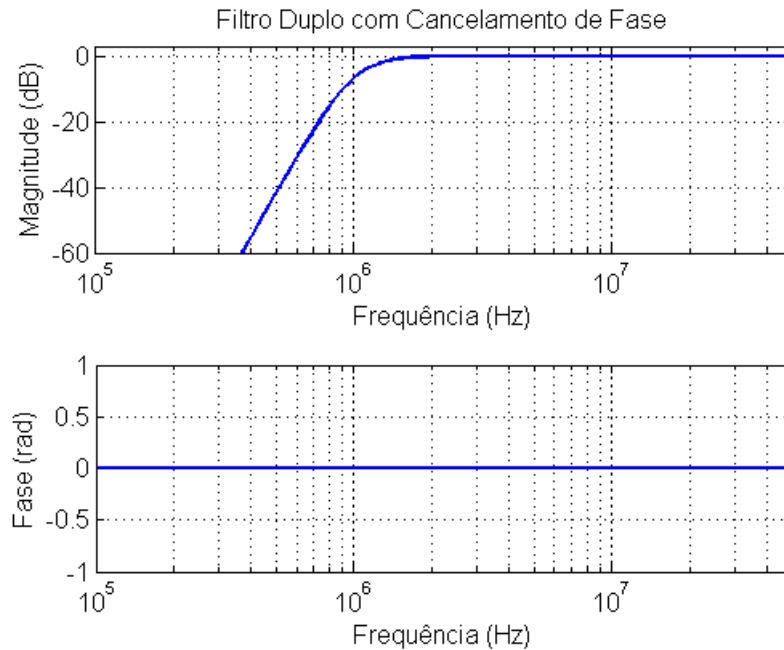


Figura 3.14: Resposta em frequência do filtro passa altas de Butterworth duplo com cancelamento de fase, com frequência de corte em 1 MHz.

O resultado da filtragem do pulso de DP pode ser visto na Figura 3.15. A distorção do pulso filtrado foi substancialmente reduzida em relação ao filtro de Butterworth original. A desvantagem desta técnica de processamento, no entanto, é não poder ser realizada em tempo de aquisição.

Filtro FIR de Fase Linear para Processamento em Tempo de Aquisição

A solução para o processamento em tempo de aquisição consiste em implementar um filtro FIR de fase linear. O filtro projetado, cuja resposta pode ser vista na Figura 3.16, possui comprimento de 238 elementos, e calcula para cada ponto de saída 239 multiplicações e 238 somas².

A desvantagem na utilização do filtro FIR é o atraso na resposta do sinal. Com ordem 238, obtivemos um atraso de 119 amostras, o que equivale a $1,19 \mu s$. Entretanto, corrigida essa defasagem, a Figura 3.17 mostra que a resposta do filtro não distorce o sinal de DP original, apresentando melhor correlação com o sinal

²Filtros FIR de fase linear, em virtude da simetria de seus coeficientes, admitem implementações mais eficientes (com processamento em paralelo), reduzindo assim o seu número de operações. Entretanto, dada a elevada ordem do filtro projetado, sua implementação será, de qualquer forma, computacionalmente mais cara do que a implementação do filtro de Butterworth projetado anteriormente.

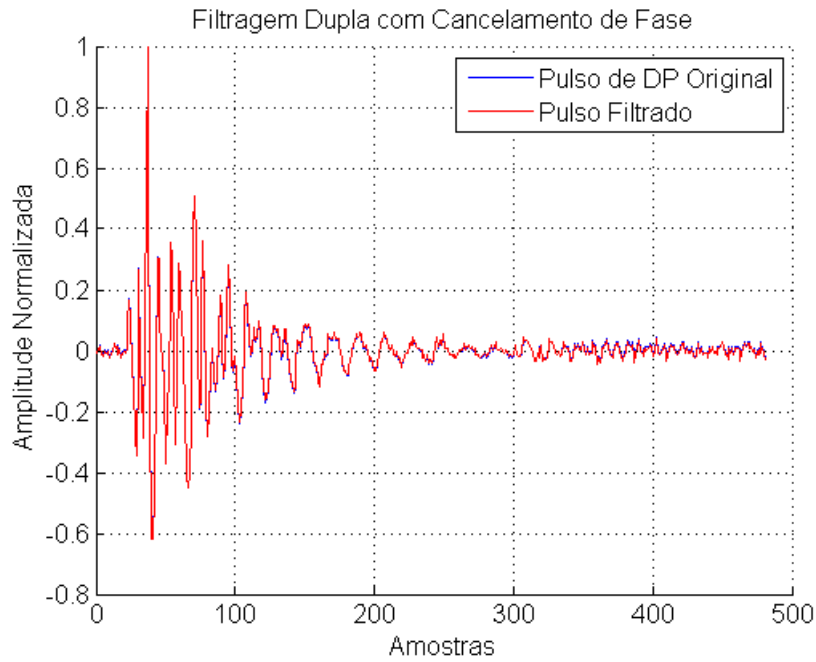


Figura 3.15: Sinal de DP filtrado com o filtro de Butterworth duplo com cancelamento de fase. Coeficiente de correlação com o sinal original: 0,9994.

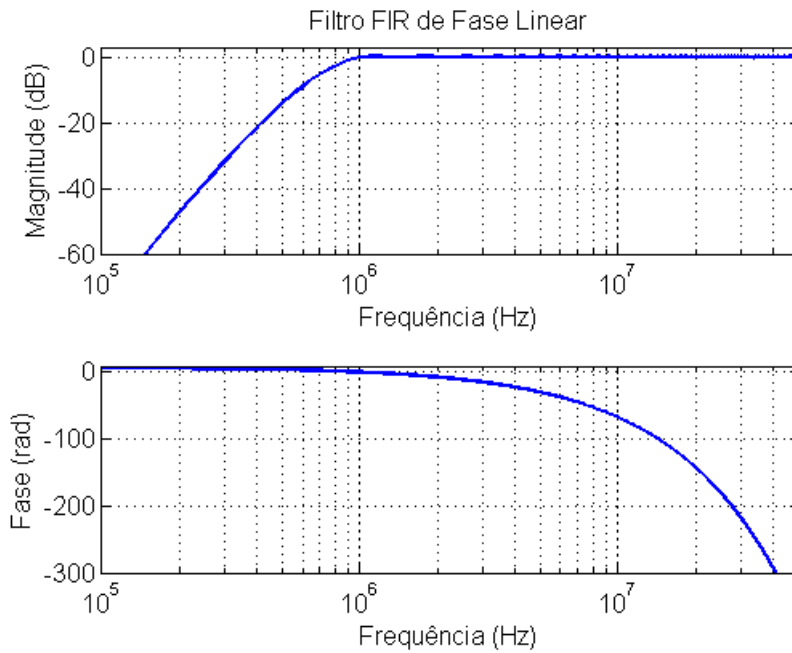


Figura 3.16: Resposta em frequência do filtro FIR de fase linear.

original do que o filtro de Butterworth e do que o filtro duplo de Butterworth com cancelamento de fase.

A Figura 3.18 mostra que os três filtros projetados são capazes de suprimir as componentes de frequência associadas aos pulsos dos tiristores. O resultado desta etapa de filtragem das componentes abaixo de 1 MHz do sinal original produzirá,

finalmente, um sinal livre dos pulsos dos tiristores, como pode ser visualizado na Figura 3.19.

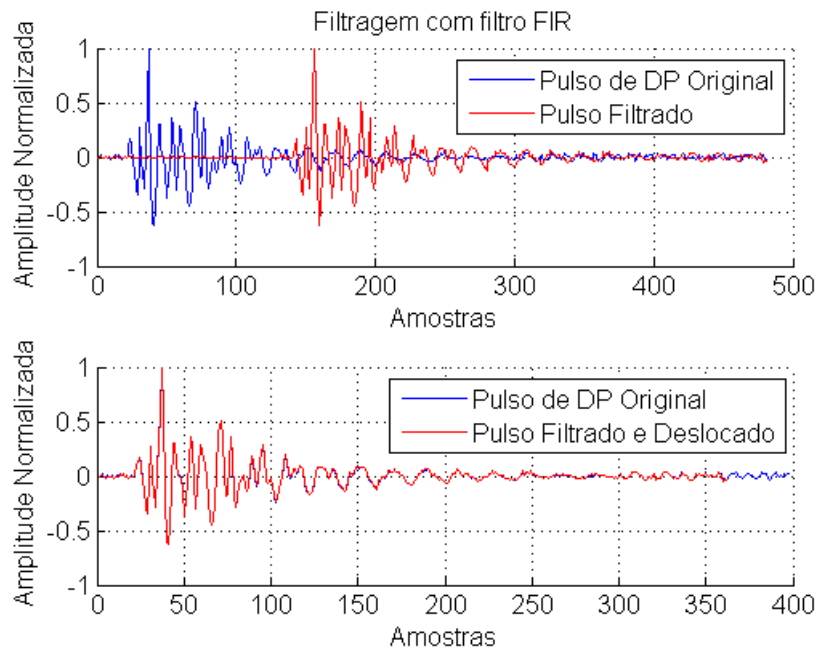


Figura 3.17: Sinal de DP filtrado com o Filtro FIR. Coeficiente de Correlação com o sinal original: 0,9997.

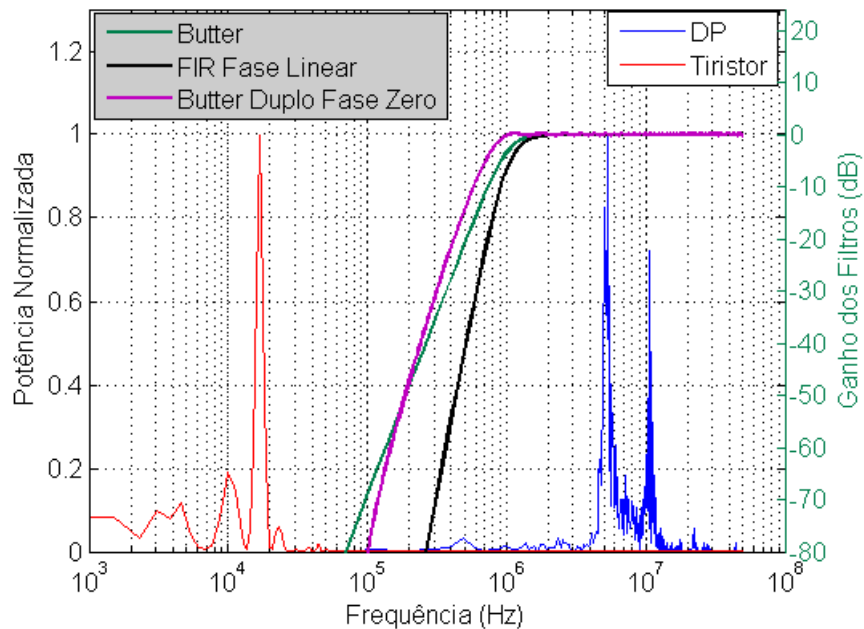


Figura 3.18: Magnitude das respostas em frequência dos filtros projetados sobre o espectro do pulso de DP e do pulso do tiristor.

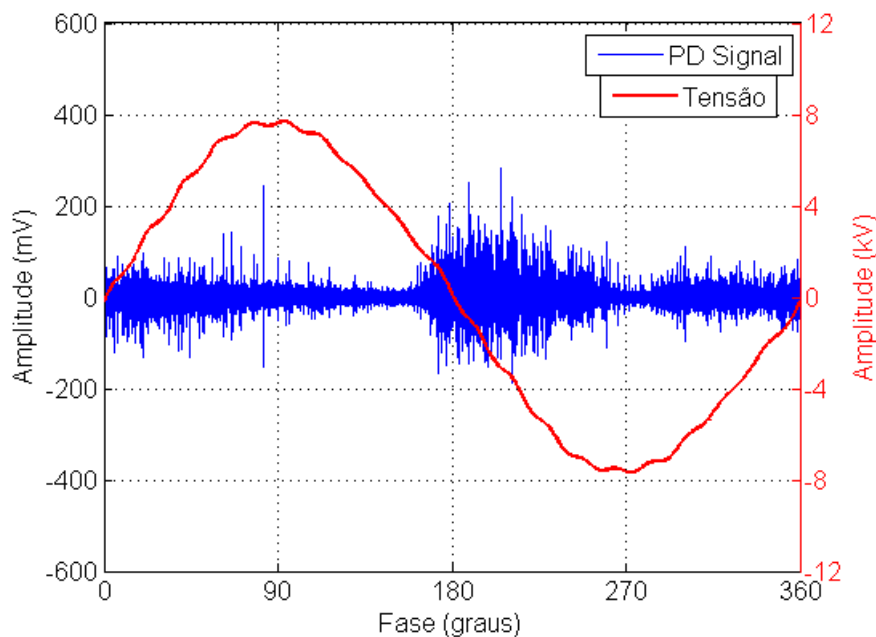


Figura 3.19: Sinal de DP filtrado em 1 MHz com remoção dos pulsos dos tiristores.

3.4 Eliminação de Ruídos de Espectro Discreto

A eliminação dos ruídos de espectro discreto é feita em duas etapas: a primeira consiste na análise do sinal e na detecção das frequências das componentes de ruído, e a segunda consiste na filtragem das frequências identificadas.

Identificação das Frequências de Ruído de Espectro Discreto

A Densidade Espectral de Potência (PSD - *Power Spectral Density*) de um sinal revela a potência de cada uma das suas componentes de frequência. Entretanto, na presença de ruído branco estocástico, essas componentes são, em geral, mascaradas pelo próprio ruído. Para obtermos a visualização das componentes de espectro discreto, o artifício mais usado é o cálculo da média das PSD calculadas de vários sinais medidos. A Figura 3.20 mostra a média da PSD de 120 sinais de um ciclo, adquiridos segundo o procedimento descrito acima.

Para implementar a detecção automática das frequências do ruído de espectro discreto, usamos como artifício tratar a SPD como um sinal no domínio tempo, e filtrar³ esse sinal eliminando as suas componentes de baixas frequências. Como resultado, este procedimento produz um novo sinal onde as componentes de ruído em frequências discretas podem ser identificadas pelo cruzamento de um certo limiar.

Propomos o seguinte algoritmo:

³Como a SPD agora será tratada como um sinal no domínio do tempo, sua filtragem não deve ser confundida com a operação de multiplicação do sinal por uma certa janela, o que corresponderia a uma operação de filtragem no domínio da frequência.

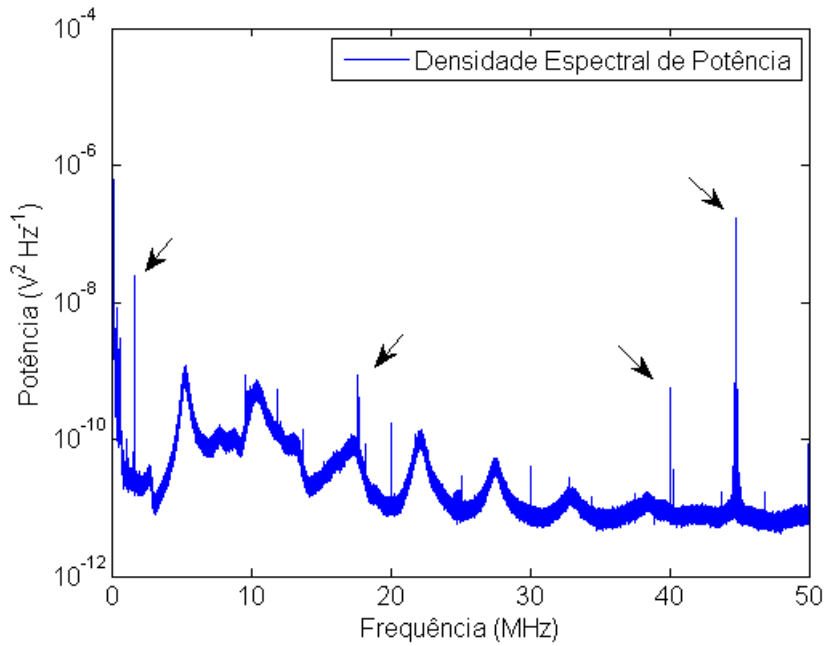


Figura 3.20: Densidade Espectral de Potência calculada na média de 120 sinais. As setas indicam algumas componentes de ruído em frequências discretas.

1. Cálculo da média da PSD de vários sinais aquistados.
2. Tratando agora a PSD como um sinal no tempo aquistado com a mesma frequência de amostragem dos sinais originais (no caso, de 100 MHz), fazer a filtragem da PSD média com um filtro passa-altas sintonizado em 1 MHz.
3. Limiarização do sinal resultante com limiar igual a 10σ , onde σ é o desvio padrão do sinal resultante.
4. Identificação das frequências dos ruídos de espectro discreto como a frequência dos pontos resultantes do processo de limiarização.

A Figura 3.21 mostra o resultado da filtragem da PSD média, e a limiarização utilizada para identificação das frequências do ruído de espectro discreto segundo o algoritmo proposto. O filtro utilizado foi o mesmo Filtro Duplo de Butterworth com Cancelamento de Fase mostrado na Figura 3.14. Com este processamento, foram identificadas 134 componentes de espectro discreto acima do limiar de detecção.

Filtragem das Componentes de Ruído de Espectro Discreto Identificadas

Na etapa de filtragem, vários filtros devem ser projetados com o objetivo de cancelar cada uma das componentes do ruído de espectro discreto identificadas na etapa anterior. Um filtro global será então obtido pela associação em cascata dos filtros individuais e será aplicado ao processamento do sinal.

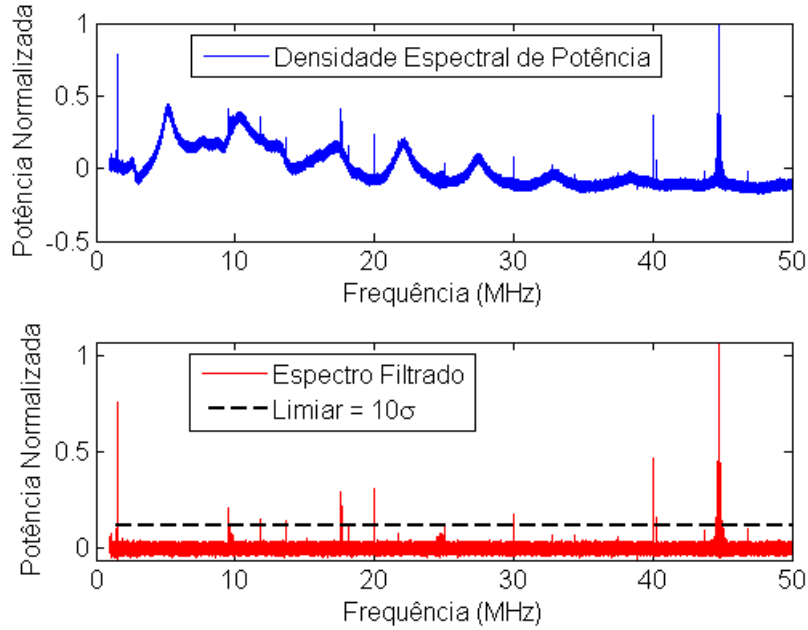


Figura 3.21: Processo de identificação das frequências do ruído de espectro discreto. Acima: PSD original. Abaixo: resultado da filtragem da PSD tratada como um sinal no tempo, e limiar utilizado para identificação das frequências. Foram identificadas 134 componentes de espectro discreto acima do limiar de detecção.

Para o projeto dos filtros individuais, foram selecionados, a título de ilustração, filtros do tipo Butterworth com rejeição de banda (tipo *band-stop*) tais que, para cada frequência f identificada, o filtro atenuasse as frequências na banda $[f - 0,1\%f, f + 0,1\%f]$ em 60 dB. O algoritmo completo de processamento dos sinais para remoção dos ruídos de espectro discreto pode ser visto na Figura 3.22.

A PSD resultante após a filtragem do sinal pode ser vista na Figura 3.23, onde as 134 componentes de frequências discretas identificadas foram eliminadas do sinal original.

Entretanto, um resultado importante pôde ser observado ao analisarmos a forma de onda dos pulsos após o processamento para redução dos ruídos de espectro discreto. Comparando os pulsos processados com os pulsos originais, verificamos que *a remoção das frequências discretas selecionadas não acarretou nenhuma distorção significativa nos pulsos originais.*

A Figura 3.24 mostra um trecho do sinal contendo três pulsos de DP, antes e depois da remoção das componentes de ruído discreto. O coeficiente de correlação calculado entre os sinais foi de 0,9965, indicando que os ruídos de espectro discreto, no caso analisado, não alteraram a forma dos pulsos de DP.

Concluimos que, ao contrário do que atestam muitas publicações [7, 16, 17], os ruídos de espectro discreto não necessariamente prejudicam a medição de DP. No caso analisado, a filtragem das componentes de espectro discreto acarreta apenas

custo computacional, sem alteração na forma de onda dos pulsos medidos e sem agregar benefícios à medição.

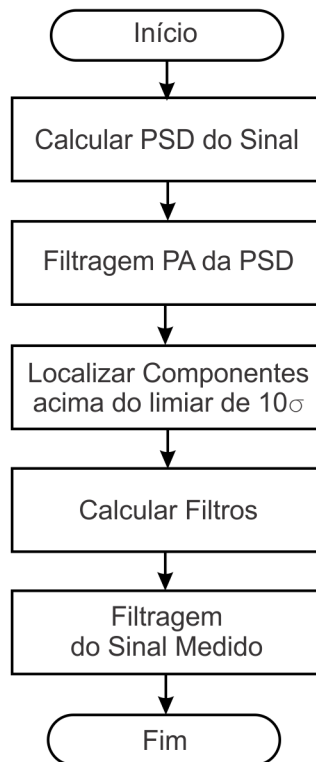


Figura 3.22: Fluxograma do algoritmo de identificação e filtragem dos ruídos de espectro discreto.

Implementação em Tempo de Aquisição

Um último comentário faremos quanto à implementação deste procedimento em tempo de aquisição.

A análise do sinal e a identificação de suas componentes de ruído em frequências discretas, bem como o projeto do filtro que fará a rejeição de todas estas frequências, deverá ser feita em uma etapa anterior à medição de DP propriamente dita. Esta etapa pode levar algum tempo, não exigindo uma grande velocidade de processamento.

Para a implementação da etapa de filtragem em tempo de aquisição, será suficiente implementar o filtro resultante como uma associação em série de filtros FIR do tipo *Notch*. Ressaltamos ainda que, nesse caso, o atraso no sinal filtrado deverá ser calculado e levado em conta para o registro correto do ângulo de fase da tensão em que ocorre cada pulso de DP.

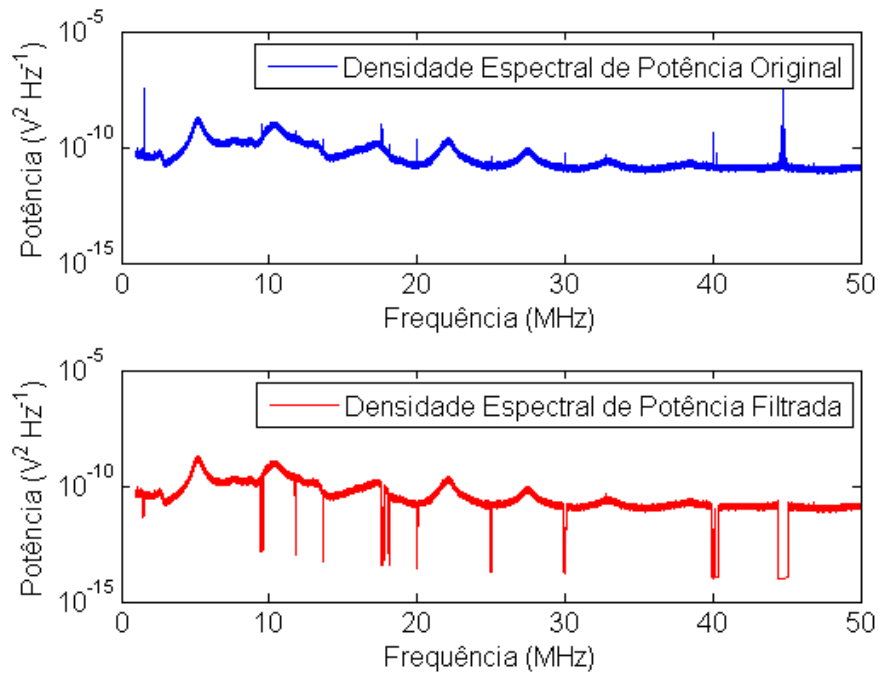


Figura 3.23: Densidade espectral de potência do sinal antes e depois da filtragem das frequências do ruído de espectro discreto. Foram eliminadas 134 componentes de frequência discreta do sinal original.

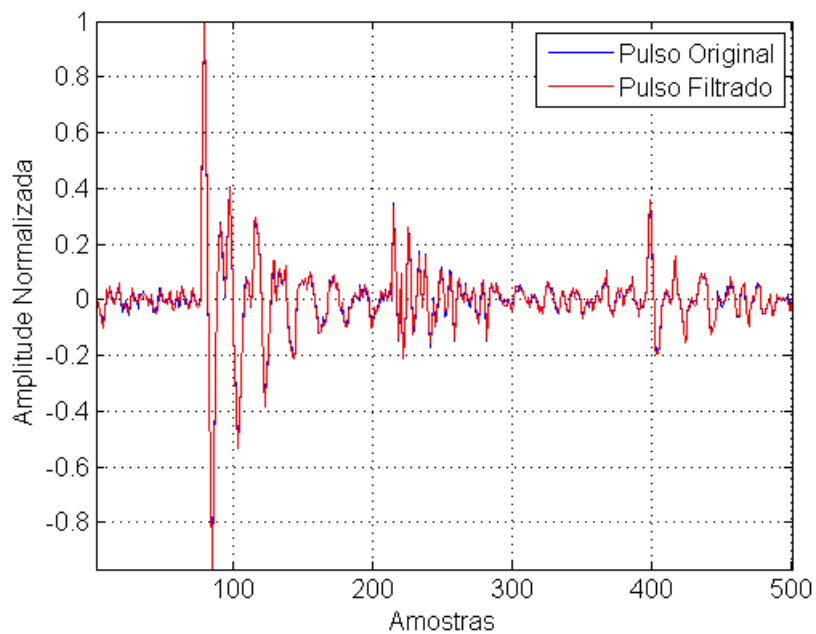


Figura 3.24: Filtragem dos ruídos de espectro discreto. Coeficiente de Correlação: 0,9965.

3.5 Determinação da Forma de Onda dos Pulsos

Para a posterior aplicação na otimização do processo de LCW, conforme será apresentado no Capítulo 6, discutiremos neste item a determinação da forma de onda típica dos pulsos em uma medição de DP.

Para obtenção da forma de onda do pulso esperado em uma medição, propomos aqui duas alternativas:

- Que um pulso típico do sinal seja visualmente identificado e selecionado.
- Que a forma de onda de um pulso médio seja calculada para o sinal.

A seleção visual de um pulso típico de DP presente no sinal é o método mais direto. Com relação à seleção do pulso, exigimos apenas que a amplitude do pulso escolhido seja grande o suficiente para que as eventuais distorções devido ao ruído possam ser desprezadas. Tal condição pode ser visualmente identificada quando o nível do ruído é desprezível em relação ao pulso. No entanto, em muitos casos e especialmente no caso da detecção de defeitos incipientes, a aquisição de um pulso com grande amplitude em relação ao ruído de fundo pode não ser viável.

A segunda alternativa, o cálculo da forma de onda de um pulso médio, requer algum processamento extra do sinal. Não obstante, esta técnica apresenta bons resultados mesmo quando a amplitude dos pulsos medidos é pequena.

Para a determinação do pulso médio, propomos o seguinte algoritmo, a ser processado após a filtragem das componentes de frequências abaixo de 1 MHz:

1. Estabelecer um limiar maior ou igual a $5,179 \times \sigma$, onde σ é o desvio padrão do sinal medido, com o objetivo de levar em conta somente os pulsos de DP com as maiores amplitudes⁴.
2. Identificação e alinhamento dos pulsos de DP pelos picos e vales do sinal com amplitudes superiores ao limiar.
3. Normalização de todos os pulsos;
4. Inversão dos pulsos negativos;
5. Cálculo do pulso médio normalizado.

O cálculo do pulso médio se torna a alternativa mais eficaz quando, de modo geral, o nível dos pulsos de DP presentes no sinal medido é baixo, e conseqüentemente a forma de onda dos pulsos é muito distorcida pelo ruído de banda larga. Esta

⁴O valor $5,179 \times \sigma$ foi calculado de modo que a probabilidade de um ruído branco Gaussiano apresentar um ponto maior que este limiar seja menor que $\frac{1}{1.667.000}$. Em outras palavras, este limiar torna improvável a detecção de pulsos falsos positivos criados pelo ruído branco.

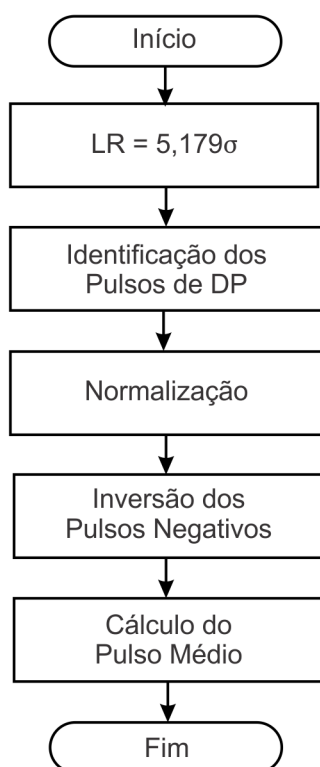


Figura 3.25: Fluxograma do algoritmo utilizado para o cálculo da forma de onda do pulso médio presente em um sinal de DP.

situação é comumente encontrada em medições *on-line* em máquinas síncronas, onde o nível do ruído é muito elevado. Nesse caso, a média dos pulsos tenderá a cancelar as componentes do ruído de fundo, revelando assim uma forma de onda melhor definida.

Exemplo

Como exemplo, considere o sinal de DP mostrado na Figura 3.26. Adotando os limiares de ruído $LR = \pm 5,179\sigma$, e seguindo o procedimento descrito acima para o cálculo do pulso médio, calculamos a forma de onda mostrada na Figura 3.27. Para efeito de comparação, a Figura 3.27 mostra também o pulso de maior amplitude registrado no sinal medido, indicando que o algoritmo proposto elimina as distorções inseridas pelo ruído de fundo na forma de onda dos pulsos.

3.6 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas algumas soluções para a implementação de sistemas digitais de medição de DP em máquinas síncronas. O foco principal do capítulo

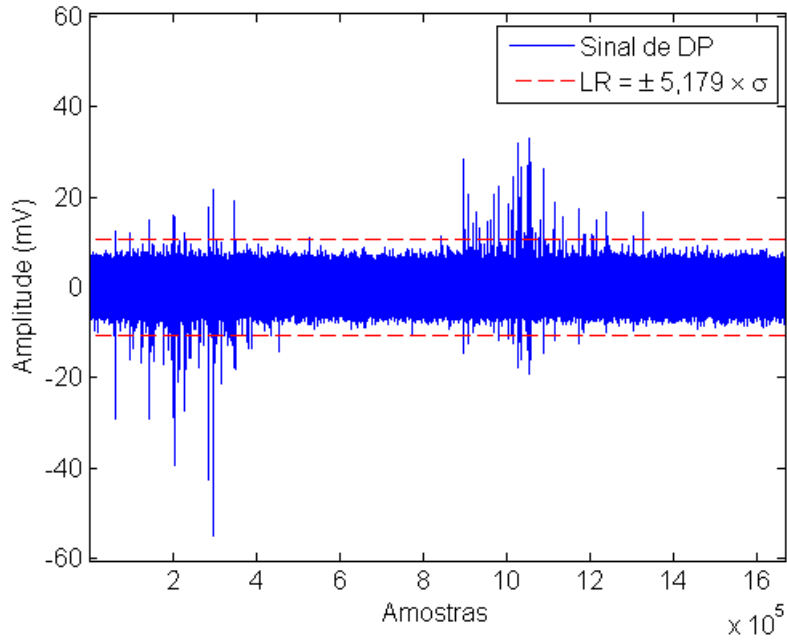


Figura 3.26: Sinal de DP e limiares de ruído utilizados pelo algoritmo de determinação do pulso médio.

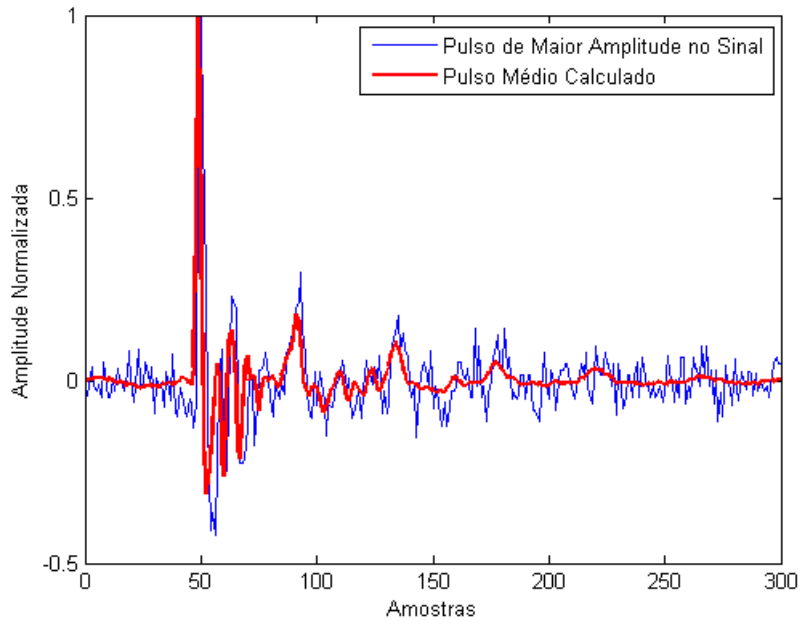


Figura 3.27: Pulso de maior amplitude registrado no sinal, e pulso médio de DP calculado pelo algoritmo proposto.

foi dado à descrição do condicionamento digital dos sinais, necessário para a implementação adequada dos métodos de supressão de ruído de banda larga apresentados nos capítulos seguintes. Os algoritmos de finalização da medição são apresentados no Apêndice B.

Um resultado notório foi obtido: para os sinais tomados como exemplo, a filtração de ruídos de espectro discreto revelou-se desnecessária. Entretanto, a supressão de ruídos de espectro discreto pelo método proposto, ainda que não tenha agregado benefícios à medição, atendeu satisfatoriamente à sua finalidade, sendo indicada para os casos em que esse tipo de ruído cause distorções significativas nos pulsos medidos.

Apresentamos ainda um algoritmo para a determinação da forma de onda de um pulso médio, para situações em que a forma de onda dos pulsos de DP não possa ser claramente identificada sobre o ruído de fundo. A forma de onda típica dos pulsos detectados em uma medição será utilizada futuramente na determinação das Bases Wavelet.

Nos capítulos seguintes trataremos do processamento do ruído de banda larga. Entretanto, antes de apresentarmos a técnica de redução do ruído de banda larga proposta no Capítulo 5, daremos algum embasamento teórico sobre a Transformada Wavelet no Capítulo 4.

Capítulo 4

Transformada Wavelet

Neste capítulo trataremos da Transformada Wavelet, ferramenta consensualmente utilizada na supressão de ruídos de banda larga em medições de sinais de DP. Os conceitos aqui apresentados constituem a fundamentação teórica da técnica de LCW, apresentada no Capítulo 5, e serão de suma importância na justificação dos métodos propostos para seleção de bases apresentados no Capítulo 6. Para fundamentar a crítica aos métodos de seleção dos filtros anteriormente propostos na literatura, enfatizaremos neste capítulo particularmente a relação entre as funções Wavelet Mãe (WM) e os filtros de decomposição utilizados na FWT.

4.1 Introdução

A Transformada Wavelet (WT) é uma poderosa ferramenta em processamento de sinais. Além de representar os sinais em um domínio relacionado com a frequência sem perder completamente a informação no tempo (como ocorre com a Transformada de Fourier), a WT introduz a análise multirresolução de sinais, que permite representar cada componente do sinal com uma resolução correspondente ao seu conteúdo. Componentes pobres em detalhes (por detalhe entenda-se altas frequências) são representadas com baixa resolução, e componentes ricas em detalhes são representadas em maiores resoluções.

Entretanto, a WT é consideravelmente mais complexa do que transformadas que possuem funções núcleo previamente fixadas, como ocorre com as transformadas de Fourier, Laplace, Z e Hilbert, por exemplo. A WT distancia-se destas transformadas pois, além de fazer da função núcleo uma variável e introduzir operações de reamostragem dos sinais, esta representa sinais unidimensionais em um domínio bidimensional (deslocamento e escala). Essas dificuldades frequentemente conduzem a confusões, ambiguidades, erros de aplicação e erros de interpretação; especialmente entre pesquisadores e engenheiros que, não sendo especialistas em processamento de sinais, necessitam utilizar a WT como uma ferramenta aplicada.

O objetivo deste capítulo é, portanto, a apresentação da teoria da WT de forma sumária, ressaltando conceitos e propriedades fundamentais à sua correta aplicação em processamento de sinais.

4.2 Série de Wavelets: Bases e Molduras em $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$

Uma transformada é calculada pelo produto interno entre o sinal e uma certa função núcleo que a define. Sendo uma transformada contínua¹ extremamente redundante, na prática, a representação compacta de sinais no domínio da transformada é obtida através de uma série, i.e., de um somatório de termos cujos valores são discretizados a partir da transformada contínua original.

A representação compacta de sinais no Domínio Wavelet através de um somatório de termos discretos é obtida, portanto, através da Série de Wavelets² (WS).

Para representar um sinal contínuo no tempo como um somatório de termos, a função núcleo da transformada deverá ter como argumentos: o tempo contínuo e as correspondentes variáveis discretas no domínio da transformada.

Por exemplo, façamos uso de uma analogia com a Transformada de Fourier. A Série de Fourier representa um sinal contínuo $x(t)$ (periódico, com período T) como um somatório de componentes harmônicas de uma frequência fundamental $\frac{2\pi}{T}$:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X[n] e^{j\frac{2\pi n t}{T}} \quad , \quad (4.1)$$

onde:

$$X[n] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j\frac{2\pi n t}{T}} dt \quad . \quad (4.2)$$

A função núcleo $e^{-j\frac{2\pi n t}{T}}$, nesse caso, é contínua em t e discreta nas frequências $\frac{2\pi n}{T}$.

De forma análoga, a Série de Wavelets representa um sinal contínuo $x(t)$ como um somatório de componentes discretas no domínio tempo-escala. Seja função núcleo da WS:

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a > 0 \quad , \quad (4.3)$$

onde o termo a se chama de *escala*, o termo b é chamado de *deslocamento*, e a função $\psi(t)$ é também chamada de função Wavelet Mãe (WM), visto que esta origina todas as demais funções wavelet através de operações de reescalamiento e deslocamento no tempo. A questão chave nesta representação, assim como no caso da Série de

¹Para uma descrição detalhada da CWT, vide o Apêndice C.

²Na literatura específica, a representação de sinais como um somatório de wavelets é, por vezes, referida como Transformada Wavelet Discreta (DWT). Neste trabalho optamos pelo termo Série de Wavelets (WS), sugerido por Mertins [36] para mantermos uma terminologia análoga às Transformadas de Fourier.

Fourier, é a seleção dos valores discretos nos quais a transformada deve ser calculada.

Tomamos os valores de a em *escala diádica*:

$$a_m = 2^m, \quad m \in \mathbb{Z} \quad , \quad (4.4)$$

e os valores de b como deslocamentos múltiplos de a_m :

$$b = 2^m n, \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4.5)$$

Obtemos assim um conjunto contável de funções wavelet contínuas no tempo, as quais comporão o núcleo da WS:

$$\psi_{mn}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi \left(\frac{t}{2^m} - n \right), \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4.6)$$

A WS será, portanto, uma amostragem da Transformada Wavelet Contínua (CWT) calculada no produto interno com $\psi_{mn}(t)$:

$$X_\psi(2^m n, 2^m) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t}{2^m} - n \right) dt \quad , \quad (4.7)$$

com $m, n \in \mathbb{Z}$.

Exemplo

Como exemplo, considere o sinal $x_p(t)$, representado na Figura 4.1 para $t \in [0, 2\mu\text{s}]$, cujo modelo adotado em [14] consiste na forma de onda oscilatória exponencialmente amortecida explícita em (4.8):

$$x_p(t) = A \left[e^{-\alpha_1 t} \cos(\omega_d t - \phi) - e^{-\alpha_2 t} \cos \phi \right] \quad , \quad (4.8)$$

onde $A = 1,625$, $\alpha_1 = 13 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, $\alpha_2 = 10^7 \text{ s}^{-1}$, $f_d = 5 \text{ MHz}$, $\omega_d = 2\pi f_d$ e $\phi = \tan^{-1}(\frac{\omega_d}{\alpha_2})$.

A Figura 4.2 mostra os coeficientes da WS sobre o gráfico da CWT, onde ambas as transformadas foram calculadas com a wavelet de Morlet definida em (4.9). Assim como a Série de Fourier pode ser interpretada como uma amostragem da Transformada de Fourier contínua para sinais periódicos, este exemplo mostra que os coeficientes da WS podem ser interpretados como uma amostragem da CWT.

$$\varphi_1(t) = e^{-\frac{t^2}{8}} \cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \quad . \quad (4.9)$$

Para que possamos reconstruir o sinal $x(t)$, devemos encontrar um conjunto dual

de wavelets recíprocas $\tilde{\psi}_{mn}(t)$ de modo que:

$$x(t) = \left\langle X_{\psi}(2^m n, 2^m), \tilde{\psi}_{mn}(t) \right\rangle \quad , \quad (4.10)$$

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle x(t), \psi_{mn}(t) \rangle \tilde{\psi}_{mn}(t) \quad , \quad (4.11)$$

ou alternativamente:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\langle x(t), \tilde{\psi}_{mn}(t) \right\rangle \psi_{mn}(t) \quad . \quad (4.12)$$

Em outras palavras, ambos os conjuntos $\psi_{mn}(t)$ e $\tilde{\psi}_{mn}(t)$ devem expandir o espaço $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$.

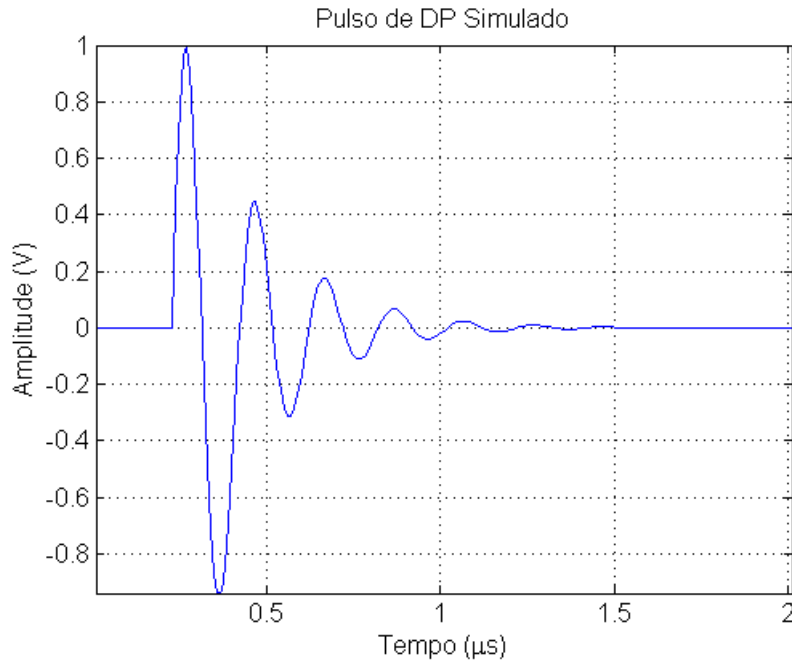


Figura 4.1: Sinal oscilatório exponencialmente amortecido $x_p(t)$.

Pode-se mostrar que, para que o conjunto de wavelets $\psi_{mn}(t)$ seja uma base do espaço $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, a seguinte condição é necessária e suficiente:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\langle x(t), \psi_{mn}(t) \rangle|^2 = \|x(t)\|^2 \quad . \quad (4.13)$$

Se o conjunto de wavelets $\psi_{mn}(t)$ for redefinido com um deslocamento sobre-mostrado de modo que $b < 2^m n$ (com $m, n \in \mathbb{Z}$), os valores de $\langle x(t), \psi_{mn}(t) \rangle$ serão redundantes, as funções $\psi_{mn}(t)$ serão linearmente dependentes, e haverá um número infinito de conjuntos de wavelets duais $\tilde{\psi}_{mn}(t)$ que permitirão recuperar $x(t)$.

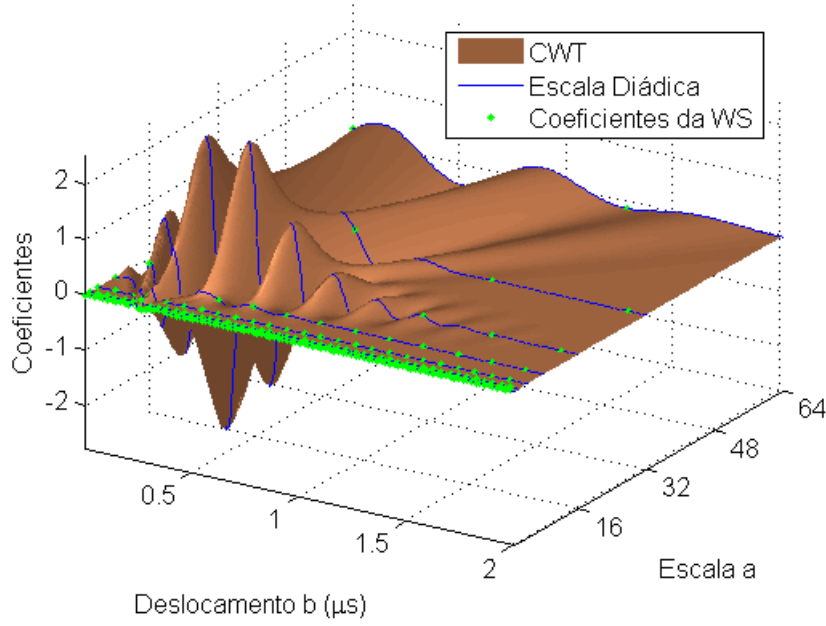


Figura 4.2: Coeficientes da WS do sinal $x_p(t)$, calculados utilizando a wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ definida em (4.9). Os coeficientes são mostrados sobre a CWT previamente calculada. As linhas azuis indicam os coeficientes da CWT correspondentes à escala diádica.

O deslocamento b pode ainda ser definido de tal modo que as funções $\psi_{mn}(t)$, linearmente dependentes, formem uma moldura justa em $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ [36], de modo que a reconstrução perfeita do sinal $x(t)$ seja dada por:

$$x(t) = \frac{1}{\lambda} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle x, \tilde{\psi}_{mn}(t) \rangle \psi_{mn}(t) \quad , \quad (4.14)$$

onde a constante λ é chamada redundância da moldura.

Com a amostragem crítica do deslocamento $b = 2^m n$, onde $m, n \in \mathbb{Z}$, ambos os conjuntos $\psi_{mn}(t)$ e $\tilde{\psi}_{mn}(t)$ serão linearmente independentes, e se a condição (4.13) for satisfeita, estes constituirão bases biortogonais em $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. Nesse caso, as wavelets $\psi_{mn}(t)$ e $\tilde{\psi}_{mn}(t)$ serão então chamadas de *wavelets biortogonais*, e a seguinte condição será satisfeita:

$$\langle \psi_{mn}, \tilde{\psi}_{lk} \rangle = \begin{cases} 1, & \text{se } m = l, n = k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad . \quad (4.15)$$

Um caso especial ocorrerá ainda quando o conjunto $\psi_{mn}(t)$ formar uma base ortogonal em $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. Neste caso, $\tilde{\psi}_{mn}(t) = \psi_{mn}^*(t)$, e a mesma função wavelet $\psi_{mn}(t)$ poderá ser usada tanto na decomposição quanto na reconstrução do sinal.

Grande parte do estudo da WT concentra-se na determinação de funções $\psi_{mn}(t)$ que satisfaçam as condições supracitadas.

4.3 Transformada Wavelet Discreta (DWT)

Definiremos agora a Transformada Wavelet Discreta (DWT) como a aplicação da WS a sinais discretos. Para derivarmos a sua formulação, utilizaremos como artifício a representação do sinal amostrado no domínio do tempo contínuo.

4.3.1 Representação da Amostragem no Tempo

A amostragem de um sinal $x(t)$ pode ser representada no domínio contínuo pela sua multiplicação por um trem de impulsos:

$$x_s(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau) \quad , \quad (4.16)$$

onde $\tau > 0$ é o período de amostragem de $x(t)$. A Transformada de Fourier de $x_s(t)$ será dada por:

$$X_s(\omega) = \frac{1}{\tau} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega - k\frac{2\pi}{\tau}) \quad , \quad (4.17)$$

onde $X(\omega)$ é a Transformada de Fourier de $x(t)$ [37].

Seja B o limite de banda do sinal $x(t)$. Admitindo que $x(t)$ é amostrado de acordo com o critério de Shannon-Nyquist, teremos:

$$\tau < \frac{\pi}{B} \quad . \quad (4.18)$$

Nessas condições, o espectro de $X_s(\omega)$ será uma versão periódica escalada por $\frac{1}{\tau}$ do espectro do sinal contínuo $X(\omega)$, com um período igual a $\frac{2\pi}{\tau}$ rad/s.

4.3.2 De Séries a Transformadas Discretas

Antes de apresentarmos a DWT, faremos novamente um paralelo com a Transformada de Fourier, mostrando como a Transformada Discreta de Fourier pode ser obtida pelo cálculo da Série de Fourier de um sinal amostrado no tempo.

Para expressarmos $x_s(t)$ como uma Série de Fourier, é necessário, por hipótese, que $x_s(t)$ seja periódico. No entanto, para que $x_s(t)$ seja periódico com período fundamental de N amostras, é necessário que:

- O sinal $x(t)$ seja periódico com período fundamental T .
- Que exista um número inteiro m tal que:

$$N\tau = mT, \quad m \in \mathbb{Z} \quad , \quad (4.19)$$

isto é, que cada N amostras do sinal $x_s(t)$ espaçadas por intervalos τ correspondam exatamente a um número inteiro de períodos do sinal contínuo original $x(t)$.

Por simplicidade, suponhamos que a cada N pontos amostrados se repita um período de $x(t)$, ou seja:

$$N\tau = T \quad . \quad (4.20)$$

Calculando então os coeficientes $X[n]$ da Série de Fourier de $x_s(t)$ teremos:

$$X[n] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau) \right] e^{-\frac{j2\pi nt}{T}} dt \quad . \quad (4.21)$$

Alternando a integral e o somatório chegamos a:

$$X[n] = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_0^T x(t) e^{-\frac{j2\pi nt}{T}} \delta(t - k\tau) dt \quad . \quad (4.22)$$

Pelas propriedades do impulso temos:

$$x(t) e^{-\frac{j2\pi nt}{T}} \delta(t - k\tau) = x(k\tau) e^{-\frac{j2\pi nk\tau}{T}} \quad . \quad (4.23)$$

Logo:

$$X[n] = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau) e^{-\frac{j2\pi nk\tau}{T}} \int_0^T \delta(t - k\tau) dt \quad . \quad (4.24)$$

Temos ainda:

$$\int_0^T \delta(t - k\tau) dt = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \leq k\tau \leq T \\ 0, & \text{para } k\tau > T \end{cases} \quad . \quad (4.25)$$

Logo:

$$X[n] = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{\frac{T}{\tau}} x(k\tau) e^{-\frac{j2\pi nk\tau}{T}} \quad . \quad (4.26)$$

Substituindo finalmente $T = N\tau$ chegamos a:

$$X[n] = \frac{1}{N\tau} \sum_{k=0}^N x(k\tau) e^{-\frac{j2\pi nk}{N}} \quad , \quad (4.27)$$

que, para o período de amostragem normalizado em $\tau = 1$, corresponde exatamente à formulação da DFT. Observe que a DFT é o resultado do produto interno entre um sinal discretizado no tempo $x_s(t)$ e uma função núcleo ao mesmo tempo contínua no domínio do tempo e discreta no domínio da transformada: $e^{\frac{j2\pi nt}{T}}$.

Seguindo um procedimento análogo, calcularemos agora a WS do sinal amostrado

$x_s(t)$ a partir de uma função wavelet $\psi_{mn}(t)$ definida em (4.6), discretizada nas variáveis correspondentes ao domínio da transformada (nas variáveis m e n , que correspondem respectivamente à escala e ao deslocamento), e contínua na variável t :

$$X_\psi(2^m n, 2^m) = \langle x_s(t), \psi_{mn}(t) \rangle \quad , \quad (4.28)$$

$$X_\psi(2^m n, 2^m) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau) \right] \psi_{mn}^*(t) dt \quad . \quad (4.29)$$

Alternando a integral e o somatório obtemos:

$$X_\psi(2^m n, 2^m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{mn}^*(t) \delta(t - k\tau) dt \quad . \quad (4.30)$$

E aplicando as propriedades do impulso:

$$X_\psi(2^m n, 2^m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau) \psi_{mn}^*(k\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau) dt \quad , \quad (4.31)$$

$$X_\psi(2^m n, 2^m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau) \psi_{mn}^*(k\tau) \quad . \quad (4.32)$$

Seguindo um procedimento análogo, obtemos a formulação da Transformada Wavelet Discreta Inversa (IDWT) a partir de (4.11):

$$x(k\tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_\psi(2^m n, 2^m) \tilde{\psi}_{mn}(k\tau) \quad (4.33)$$

onde $\tilde{\psi}_{mn}(k\tau)$ são as funções wavelet biortogonais a $\psi_{mn}(t)$.

4.3.3 Representação em $l^2(\mathbb{Z})$

Sinais discretos são usualmente representados no espaço de Hilbert das séries complexas de energia finita:

$$l^2(\mathbb{Z}) = \left\{ x : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C} \mid \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 < \infty \right\} \quad , \quad (4.34)$$

cujos produto interno é definido como:

$$\langle x[n], y[n] \rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] y[n]^* \quad . \quad (4.35)$$

Para representarmos a amostragem de $x(t)$ com período τ no espaço $l^2(\mathbb{Z})$, faremos:

$$x[k] = x(k\tau), \quad \forall k \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4.36)$$

Podemos portanto reescrever (4.32) e obteremos a expressão da DWT no domínio discreto como segue:

$$X_\psi[2^m n, 2^m] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \psi_{mn}^*[k] \quad , \quad (4.37)$$

onde $\psi_{mn}[k]$ corresponde à amostragem da wavelet contínua no tempo $\psi_{mn}(t)$:

$$\psi_{mn}[k] = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi\left(\frac{k\tau}{2^m} - n\right), \quad k, m, n \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4.38)$$

Para o desenvolvimento que se segue, definiremos ainda:

$$\psi_m[k] = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi\left(\frac{k\tau}{2^m}\right) \quad . \quad (4.39)$$

Normalizando $\tau = 1$ obtemos finalmente a expressão da DWT:

$$X_\psi[2^m n, 2^m] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \psi_m^*[k - 2^m n] \quad . \quad (4.40)$$

A IDWT, obtida a partir de (4.33), será dada por:

$$x[k] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_\psi[2^m n, 2^m] \tilde{\psi}_m[k - 2^m n] \quad , \quad (4.41)$$

onde $\tilde{\psi}_m[k]$ é uma wavelet biortogonal a $\psi_m[k]$ discretizada de forma análoga.

4.4 Cálculo da DWT com Bancos de Filtros Multitaxa

Gostaríamos agora de expressar a DWT e sua inversa como operações de filtragem. Para tal, devemos reescrever (4.40) e (4.41) como operações de convolução. No entanto, devido ao período de amostragem em deslocamento 2^m das funções wavelet discretizadas $\psi_m[k]$ e $\tilde{\psi}_m[k]$, necessitamos definir as operações de reamostragem de sinais discretos. Incluindo operações de reamostragem, (4.40) e (4.41) podem ser calculadas como bancos de filtros multitaxa.

4.4.1 Operações de Subamostragem e de Sobreamostragem

A operação de subamostragem por M , denotada pelo operador linear D_M , consiste em selecionar um ponto a cada M pontos da sequência original, ou seja:

$$y[n] = D_M x[n] = x[Mn], \quad M \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4.42)$$

A operação de sobreamostragem por L , denotada pelo operador linear U_L , consiste em inserir $(L - 1)$ zeros entre cada 2 pontos da sequência original, ou seja:

$$y[n] = U_L x[n] = \begin{cases} x[\frac{n}{L}], & \text{se } \frac{n}{L} \in \mathbb{Z} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad . \quad (4.43)$$

4.4.2 Convoluções e Reamostragens

Quando a filtragem de sinais discretos envolve, além das operações de convolução, operações de subamostragem e sobreamostragem, este é chamado de Filtro Multitaxa. Tais sistemas apresentam as seguintes propriedades [38]:

1. A subamostragem por M do resultado da convolução de dois sinais pode ser calculada como:

$$y[n] = D_M(x[k] * h[k]) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[Mn - k] \quad . \quad (4.44)$$

2. A convolução de um sinal com o resultado da sobreamostragem de um segundo sinal por L é equivalente a:

$$y[n] = U_L(x[k] * h[k]) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n - Lk] \quad . \quad (4.45)$$

3. São ainda válidas as seguintes identidades, conhecidas como Identidades Nobres dos Sistemas Multitaxas [37, 39]:

$$(D_M x[k]) * h[k] = D_M [x[k] * (U_M h[k])] \quad \text{e} \quad (4.46)$$

$$U_L (x[k] * h[k]) = (U_L x[k]) * (U_L h[k]) \quad . \quad (4.47)$$

4.4.3 Expressões Multitaxa da DWT e da IDWT

Seja $\psi_{mR}[k]$ uma versão da wavelet discreta $\psi_m[k]$ invertida no tempo:

$$\psi_{mR}[k] = \psi_m[-k] \quad . \quad (4.48)$$

A inversão no tempo de $\psi_m[k]$ não alterará, naturalmente, a sua resposta em frequência. Substituindo (4.48) em (4.40) teremos:

$$X_\psi[2^m n, 2^m] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \psi_{mR}^*[2^m n - k] \quad . \quad (4.49)$$

Aplicando (4.44) obteremos a expressão da DWT como um filtro multitaxa:

$$X_\psi[2^m n, 2^m] = D_{2^m} \{x[k] * \psi_{mR}^*[k]\} \quad , \quad (4.50)$$

onde os coeficientes da DWT serão o resultado da subamostragem por 2^m da filtração de $x[k]$ por $\psi_{mR}^*[k]$.

De forma análoga, aplicando (4.45) em (4.41) obteremos a expressão da IDWT como um filtro multitaxa:

$$x[k] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_{2^m} \{X_\psi[n, m]\} * \tilde{\psi}_{mR}^*[k] \quad . \quad (4.51)$$

A Figura 4.3 ilustra a implementação da DWT e da IDWT como bancos de filtros multitaxa obtidos conforme o desenvolvimento acima.

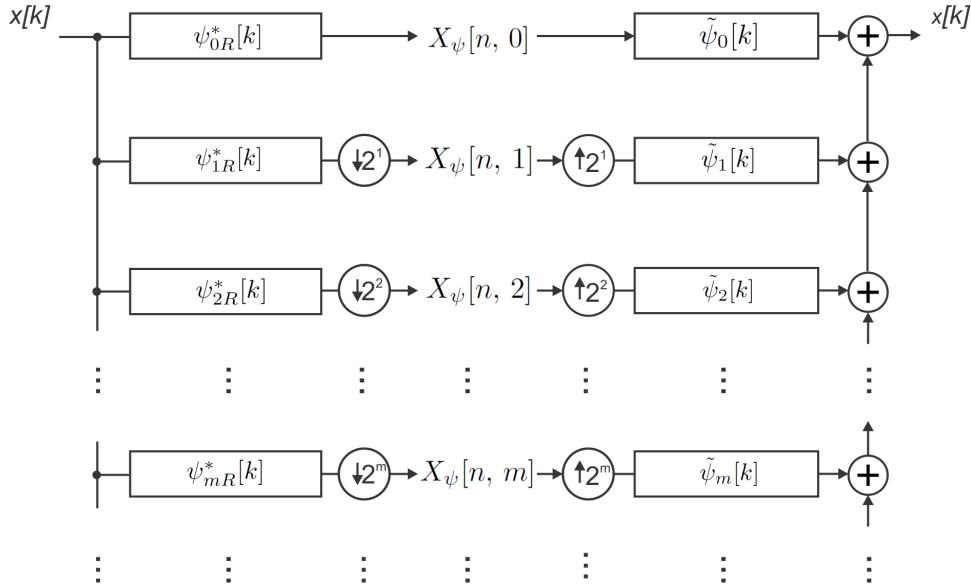


Figura 4.3: Representação do Cálculo da DWT e de sua inversa através de Filtros Multitaxa para $m \geq 0$. Os retângulos indicam operações de convolução com os filtros indicados, e os símbolos $(\downarrow 2^m)$ e $(\uparrow 2^m)$ indicam, respectivamente, operações de subamostragem e de sobreamostragem por 2^m .

Finalmente, os filtros $\psi_{mR}^*[k]$ e $\tilde{\psi}_{mR}^*[k]$ serão obtidos, para cada valor de escala 2^m , a partir da discretização das funções wavelet contínuas $\psi_{mn}(t)$ e $\tilde{\psi}_{mn}(t)$. Essa discretização se dá através do produto interno das wavelets contínuas com o sinal discretizado, de modo que a taxa de amostragem de $\psi_{mR}^*[k]$ e $\tilde{\psi}_{mR}^*[k]$ será a mesma taxa de amostragem do sinal $x[k]$. A existência de funções wavelet contínuas implícitas na DWT e na IDWT será de fundamental importância para visualizarmos a conexão entre a CWT e a implementação da FWT através do algoritmo de Mallat.

Antes de passarmos à FWT, daremos um passo intermediário, apresentando o Algoritmo À Trous a seguir.

4.5 Algoritmo À Trous

Como os filtros $\psi_{mR}^*[k]$ e $\tilde{\psi}_{mR}^*[k]$ são obtidos, para cada valor de escala 2^m , pela discretização das funções wavelet contínuas $\psi_{mn}(t)$ e $\tilde{\psi}_{mn}(t)$ à taxa de aquisição do sinal $x[k]$, o número de coeficientes dos filtros será proporcional a 2^m . O Algoritmo À Trous foi criado para contornar o custo computacional da DWT devido a esse crescimento exponencial do número de coeficientes das wavelets amostradas a cada novo nível de decomposição.

A ideia consiste em amostrar $\psi^*(t)$ uma única vez no início do processo, e calcular iterativamente aproximações de suas dilatações através de sobreamostragens seguidas de interpolações.

Ao amostrarmos $\psi^*(t)$ com período de amostragem τ , o espectro de $\psi^*[k]$ corresponderá a uma versão periódica do espectro de $\psi^*(t)$ com período no intervalo $[-\frac{\pi}{\tau}, \frac{\pi}{\tau}]$ e normalizado no intervalo $[-\pi, \pi]$. A Figura 4.4 apresenta a amostragem da componente real de uma wavelet de Morlet com seu respectivo espectro de frequências. Por simplicidade, são representadas somente as suas componentes de frequência positivas.

A wavelet sobreamostrada $\psi^*[\frac{k}{2^m}]$ será igual à wavelet discreta $\psi^*[k]$ com $(m-1)$ zeros inseridos entre cada duas amostras. Por esse motivo o algoritmo foi nomeado algoritmo *com lacunas*, ou em francês: *À Trous*.

Ao sobreamostrar $\psi^*[k]$ por 2, sua frequência central ω_0 e sua largura de banda $\Delta\omega$ cairão à metade, mas surgirá um efeito de *aliasing* em $(\pi - \frac{\omega_0}{2})$, como pode ser visto na Figura 4.5. Faz-se necessário portanto utilizar um filtro de interpolação $\bar{g}[k]$ que atenuar essas frequências de *aliasing*. O resultado de $\bar{g}[k] * \psi^*[\frac{k}{2}]$ será, portanto, uma aproximação (possivelmente deslocada) da wavelet contínua dilatada.

Seja agora a escala de dilatação $\psi^*[\frac{k}{4}]$, como mostra a Figura 4.6. Novamente a frequência central e a largura de banda da função wavelet serão reduzidas à metade, com efeitos de *aliasing* surgindo agora em $(\pi - \frac{\omega_0}{2})$ e em $(\frac{\pi}{2} \pm \frac{\omega_0}{4})$.

O algoritmo À Trous propõe então que o filtro $\bar{g}[k]$ utilizado na escala anterior

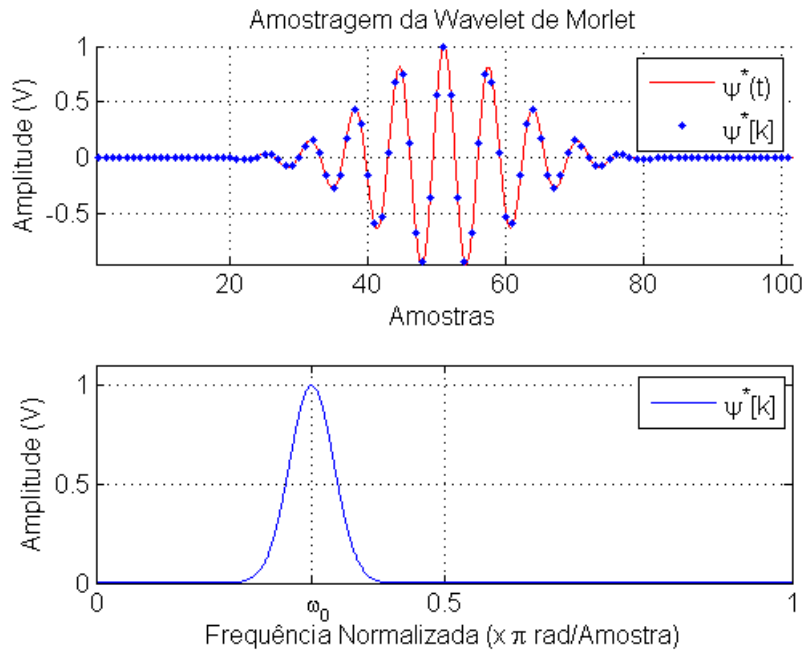


Figura 4.4: Discretização da componente real da wavelet de Morlet.

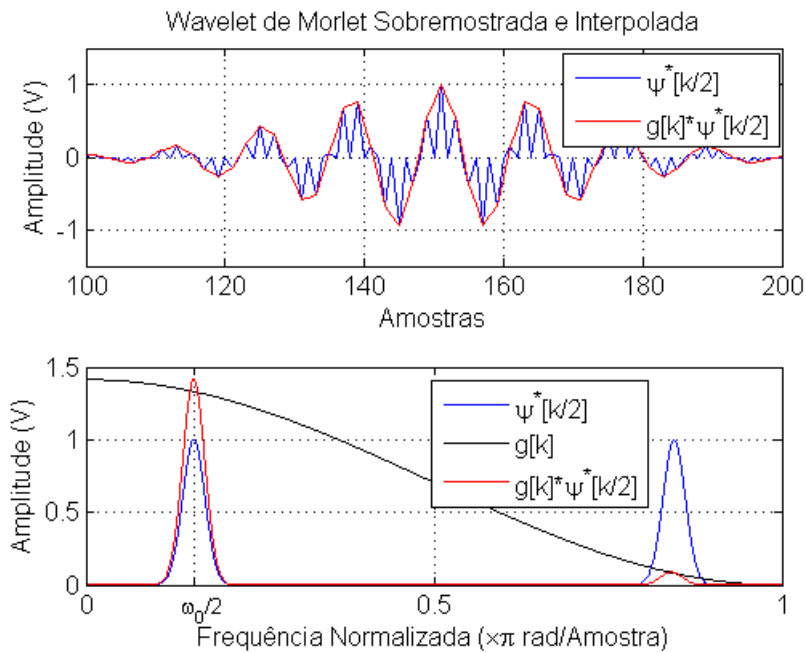


Figura 4.5: Primeira interpolação da wavelet de Morlet sobreamostrada: $\psi[k/2]$. A amplitude do espectro de $\bar{g}[k]$ na banda de passagem foi normalizada em $\sqrt{2}$ para assegurar a conservação da energia.

seja sobreamostrado e reutilizado na nova interpolação. No entanto, como pode ser visto na Figura 4.6, $\bar{g}[\frac{k}{2}]$ também sofrerá um efeito de aliasing, o que é contornado através da interpolação de $\bar{g}[\frac{k}{2}]$ com o próprio $\bar{g}[k]$.

Generalizando para uma escala 2^m , a aproximação da wavelet contínua dilatada

no tempo será calculada através da interpolação de $\psi^*[\frac{k}{2^m}]$ com o filtro de interpolação obtido pela associação em cascata dos filtros: $\bar{g}[k] * \bar{g}[\frac{k}{2}] * \bar{g}[\frac{k}{4}] * \dots * \bar{g}[\frac{k}{2^{(m-1)}}]$. Como os cálculos envolvidos consistem em convoluções entre sinais cheios de zeros, o custo computacional do algoritmo é consideravelmente reduzido em relação ao cálculo direto da DWT. O algoritmo À Trous pode, portanto, ser implementado como um banco de filtros tal como mostra a Figura 4.3.

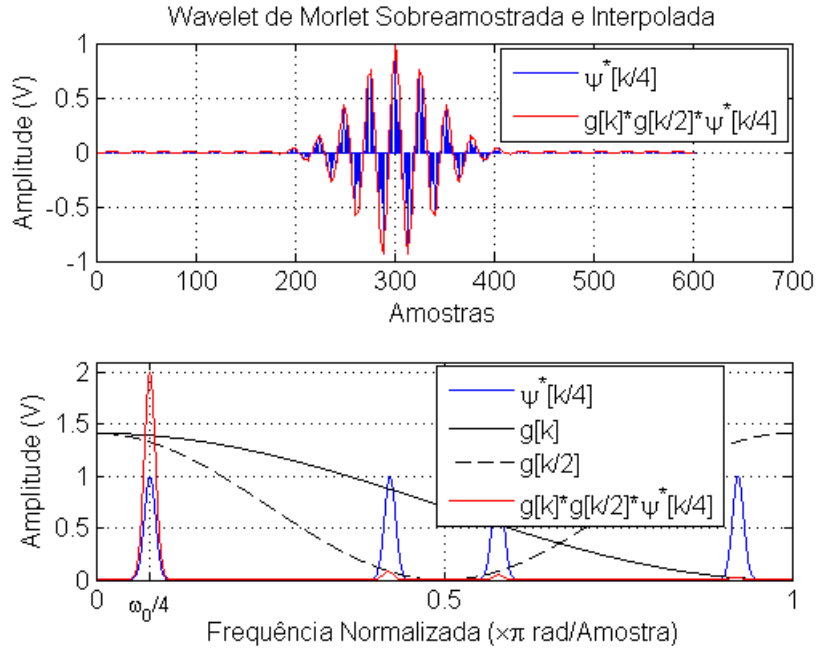


Figura 4.6: Segunda interpolação da wavelet de Morlet: $\psi[k/4]$.

Não é estritamente necessário fazer nenhuma restrição sobre o filtro de interpolação $\bar{g}[k]$, visto que se trata, no caso geral, de um cálculo aproximado. Entretanto, em [40] explicita-se uma condição para que o filtro de interpolação $\bar{g}[k]$ preserve os coeficientes amostrados de $\psi^*[k]$:

$$\bar{g}[2k] = \frac{\delta[k]}{\sqrt{2}} \quad , \quad (4.52)$$

onde, nesse caso, $\bar{g}[k]$ será chamado de filtro À Trous.

Se os coeficientes calculados forem criticamente subamostrados em cada nível, o algoritmo implementará uma aproximação da DWT. Os coeficientes da Transformada Wavelet poderão ser obtidos através de (4.50), onde:

$$\psi_{mR}^*[-k] \approx \left(\bar{g}[k] * \bar{g}[\frac{k}{2}] * \dots * \bar{g}[\frac{k}{2^{(m-1)}}] \right) * \psi[\frac{k}{2^m}] \quad , \quad (4.53)$$

ou, expressando em termos do operador de sobreamostragem:

$$\psi_{mR}^*[-k] \approx \bar{g}^{(m)}[k] * U_{2^m} \psi[k] \quad , \quad (4.54)$$

onde:

$$\bar{g}^{(m)}[k] = \bar{g}[k] * U_2 \bar{g}[k] * \dots * U_{2^{(m-1)}} \bar{g}[k] \quad . \quad (4.55)$$

Utilizando um processo análogo para a obtenção da wavelet recíproca, o algoritmo À Trous fornece uma reconstrução aproximada do sinal original através de (4.51).

4.5.1 Estruturação Recursiva do Cálculo

Aplicando (4.54) em (4.50), os coeficientes aproximados da DWT criticamente amostrada serão:

$$X_\psi[n, m] = D_{2^m} \{x[k] * \bar{g}^{(m)}[-k] * U_{2^m} \psi[-k]\} \quad , \quad (4.56)$$

onde $\bar{g}^{(m)}[k]$ é dado por (4.55).

Aplicando sucessivamente a Identidade Nobre (4.46), podemos distribuir a subamostragem por 2^m entre J níveis de decomposição (onde o nível J corresponderá à escala $m = J - 1$), e assim obteremos a estrutura do banco de filtros em cascata mostrado na Figura 4.7.

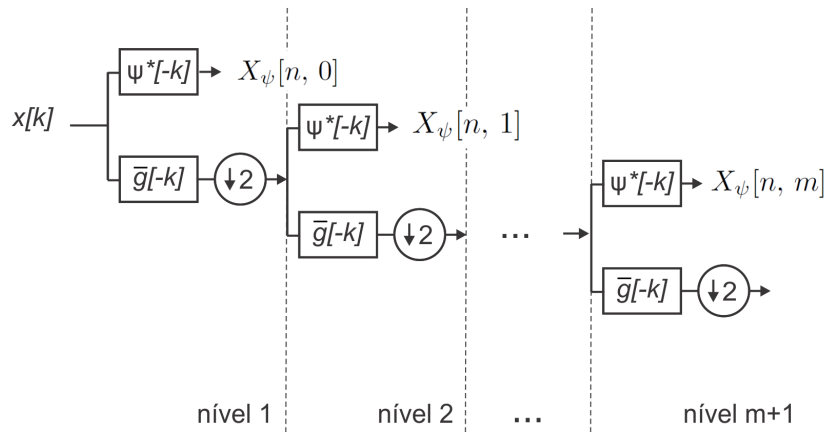


Figura 4.7: Implementação do algoritmo À Trous em uma árvore estruturada de bancos de filtros.

Chegamos portanto a uma nova implementação da DWT através de um banco de filtros, dessa vez computacionalmente mais eficiente, porém aproximada. Através do algoritmo À Trous, a aplicação da DWT seguida da sua inversa IDWT não

reconstruirá perfeitamente o sinal original, inserindo no resultado um erro decorrente das interpolações do algoritmo.

A reconstrução perfeita do sinal será possível utilizando bancos de filtros com propriedade de reconstrução perfeita. Certos tipos de filtros, quando encadeados tal como mostra a Figura 4.7, permitirão a decomposição e a seguinte reconstrução perfeita do sinal original, a menos de um certo atraso. Nesse caso, porém, os coeficientes dos filtros deixam de ser amostragens de funções wavelet contínuas, tal como ocorre no algoritmo À Trous. Entretanto, ainda assim, haverá funções wavelet contínuas implícitas nesse processo, agora definidas indiretamente pelos bancos de filtros utilizados, como descreveremos a seguir.

4.6 Transformada Wavelet Rápida (FWT)

A DWT, como vimos, pode ser calculada por um banco de filtros multitaxa tal como mostrado na Figura 4.3. Em cada escala m o sinal $x[k]$ passa por um filtro e em seguida é subamostrado a cada 2^m pontos. O cálculo da IDWT corresponde à soma de parcelas nas quais, em cada escala, os coeficientes wavelet sofrem uma sobreamostragem por 2^m seguida pela passagem por um filtro recíproco. Além do mais, vimos que a implementação do algoritmo À Trous mostrada na Figura 4.7 pode ser feita através da associação em cascata de um banco elementar de filtros multitaxa de dois canais.

Essas semelhanças sugeriram o casamento entre as teorias da Transformada Wavelet e dos Sistemas Multitaxa, resultando na implementação da FWT pelo algoritmo de Mallat e na Análise Multirresolução de sinais. Utilizando Bancos de Filtros de Dois Canais com propriedade de Reconstrução Perfeita, a teoria dos filtros multitaxa deu à Transformada Wavelet não só uma implementação computacionalmente eficiente, mas uma metodologia consistente para a obtenção das funções wavelet utilizadas na prática.

4.6.1 Banco de Filtros de Dois Canais com Reconstrução Perfeita

O componente fundamental no recurso aos filtros multitaxa consiste na obtenção de um banco de filtros que decomponha um sinal discreto em duas bandas complementares, e que permita recompor perfeitamente o sinal original a menos de um certo atraso.

Decompor um sinal em duas bandas complementares é uma tarefa relativamente fácil: basta utilizarmos um filtro passa-altas $h[k]$ e um filtro passa-baixas $g[k]$ sintonizados na mesma frequência de corte ω_c .

No entanto, como não existem filtros perfeitos, cada um desses filtros inserirá necessariamente distorções e efeitos de aliasing nos sinais. A parte difícil consiste, portanto, em encontrar filtros de reconstrução do sinal tais que essas distorções e efeitos de aliasing, inseridos na etapa de decomposição e sempre presentes nos dois sinais separados, cancelem-se mutuamente permitindo a reconstrução perfeita do sinal original.

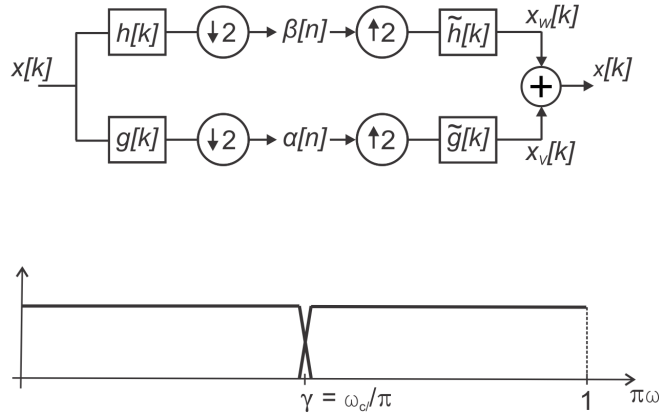


Figura 4.8: Banco de Filtros de Dois Canais com Reconstrução Perfeita e sua correspondente divisão do espectro em duas sub-bandas complementares.

A Figura 4.8 mostra um banco de filtros de dois canais que decompõe o sinal original em duas bandas complementares, e logo em seguida o reconstrói perfeitamente. Após as operações de filtragem, os sinais são subamostrados por 2, de modo que se mantém o número de coeficientes do sinal original.

Sejam $H(z)$ e $G(z)$, respectivamente, as representações de $h[k]$ e $g[k]$ no domínio da Transformada Z. Pode-se mostrar que, para obtermos a reconstrução perfeita do sinal através do cancelamento dos efeitos de aliasing e distorções, devem ser satisfeitas as seguintes condições [41]:

$$\begin{cases} G(z) = \tilde{H}(-z) \\ H(z) = -\tilde{G}(-z) \end{cases}, \quad (4.57)$$

$$G(z)\tilde{G}(z) + H(z)\tilde{H}(z) = 2z^{-l}, \quad (4.58)$$

onde l é o atraso final no sinal reconstruído.

Na prática, para a obtenção de $H(z)$ e $G(z)$, projeta-se um filtro $P(z)$ tal que:

$$P(z) + P(-z) = 2, \quad (4.59)$$

fatora-se $P(z) = z^l G(z)\tilde{G}(z)$, e obtém-se $H(z)$ e $\tilde{H}(z)$ aplicando diretamente (4.57).

A equação (4.59) é conhecida como Equação da Complementariedade de Potências.

Exemplo

Como exemplo de bancos de filtros com propriedade de reconstrução perfeita, a Figura 4.9 mostra a resposta em frequência dos filtros de decomposição $h[k]$ e $g[k]$ dos bancos de *Haar* e *bior3.1*, cujos coeficientes são mostrados na Tabela 4.1.

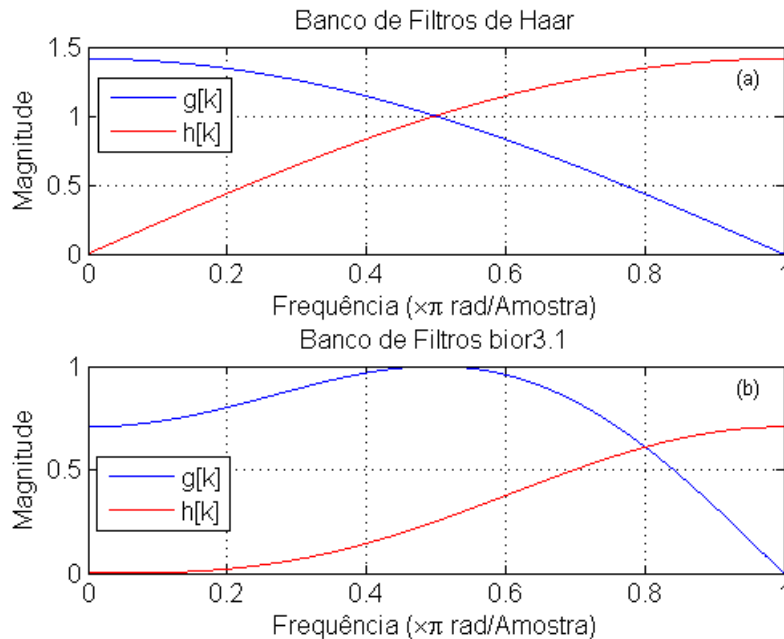


Figura 4.9: (a) Resposta em frequência dos filtros $h[k]$ e $g[k]$ do banco de filtros de Haar. (b) Resposta em frequência dos filtros $h[k]$ e $g[k]$ do banco de filtros bior3.1.

Tabela 4.1: Coeficientes dos filtros do banco de Haar e do banco bior3.1.

$h[k]$ Haar	$g[k]$ Haar	$h[k]$ bior3.1	$g[k]$ bior3.1
-0,7071	0,7071	-0,3536	-0,1768
0,7071	0,7071	1,0607	0,5303
		1,0607	-0,5303
		-0,3536	0,1768

4.6.2 Propriedades do Banco de Filtros de Dois Canais com Reconstrução Perfeita

Em consequência de (4.57), os coeficientes dos filtros $h[k]$ e $\tilde{h}[k]$ serão respectivamente iguais aos coeficientes dos filtros $\tilde{g}[k]$ e $g[k]$, na ordem invertida e alternando os sinais dos coeficientes de índice ímpar. Por essa razão, o banco de filtros mos-

trado na Figura 4.8 é também chamado de Banco de Filtros com Espelhamento em Quadratura (*Quadrature Mirror Filter Bank*).

Cada ramo do banco de filtros da Figura 4.8 calcula a projeção do sinal $x[k]$ em um subespaço de $l^2(\mathbb{Z})$, aos quais podemos chamar: subespaço de baixas frequências ou de aproximações V , e subespaço de altas frequências ou de detalhes W . Por essa razão, os coeficientes intermediários $\alpha[n]$ e $\beta[n]$ são chamados respectivamente de coeficientes de aproximação e de detalhamento.

Os espaços V e W são, no caso geral, biortogonais e complementares em $l^2(\mathbb{Z})$:

$$V \oplus W = l^2(\mathbb{Z}) \quad . \quad (4.60)$$

No caso particular em que: $\tilde{g}[k] = g^*[-k]$ e $\tilde{h}[k] = h^*[-k]$, o banco de filtros é ortogonal e os espaços V e W serão ortogonais. Neste caso, a divisão do espectro será simétrica, isto é, teremos $\omega_c = \frac{\pi}{2}$ e $\gamma = \frac{1}{2}$ na Figura 4.8.

Tanto no caso ortogonal quanto no caso biortogonal, a seguinte equação de reconstrução será sempre válida:

$$x[k] = x_V[k] + x_W[k] \quad . \quad (4.61)$$

Entretanto, somente no caso dos espaços V e W serem ortogonais será válido o Teorema de Pitágoras e haverá conservação da energia entre as componentes decompostas, conforme mostra a equação (4.62):

$$\sum_k (x[k])^2 = \sum_k (x_V[k])^2 + \sum_k (x_W[k])^2 \quad . \quad (4.62)$$

4.6.3 Árvores Logarítmicas de Decomposição e de Reconstrução

A Transformada Wavelet Rápida (FWT) é implementada pela decomposição dos sinais através do encadeamento de bancos de filtros de dois canais com propriedade de reconstrução perfeita, formando uma árvore binária de decomposição como mostra a Figura 4.10. Em cada nível de decomposição, apenas os coeficientes de aproximação do nível anterior serão decompostos em novas sub-bandas. Como a cada nível de decomposição o espectro da banda de aproximação é novamente subdividido na mesma proporção, esta árvore também é chamada de árvore de decomposição logarítmica³.

No nível J da árvore de decomposição, teremos como produto final: um vetor

³Alguns autores também a chamam de árvore de decomposição *em oitavas*. No entanto, este termo só é adequado quando o banco de filtros utilizado é ortogonal, pois apenas neste caso se garante que o espectro da banda de aproximação será, a cada nível de decomposição, subdividido simetricamente.

de coeficientes de aproximação $\alpha^{(J)}[n]$ e J vetores de coeficientes de detalhamento: $\beta^{(1)}[n], \beta^{(2)}[n], \dots, \beta^{(J)}[n]$. O espectro inicial, normalizado de 0 a π , é dividido em uma banda de aproximação $[0, \pi\gamma^J]$ e em J bandas de detalhamento $[\pi\gamma^l, \pi\gamma^{l-1}]$, onde $l = 1, 2, \dots, J$, como mostra a Figura 4.11.

A árvore de reconstrução simétrica que implementa a Transformada Wavelet Rápida Inversa (IFWT) e permite a reconstrução perfeita do sinal original é mostrada na Figura 4.12.

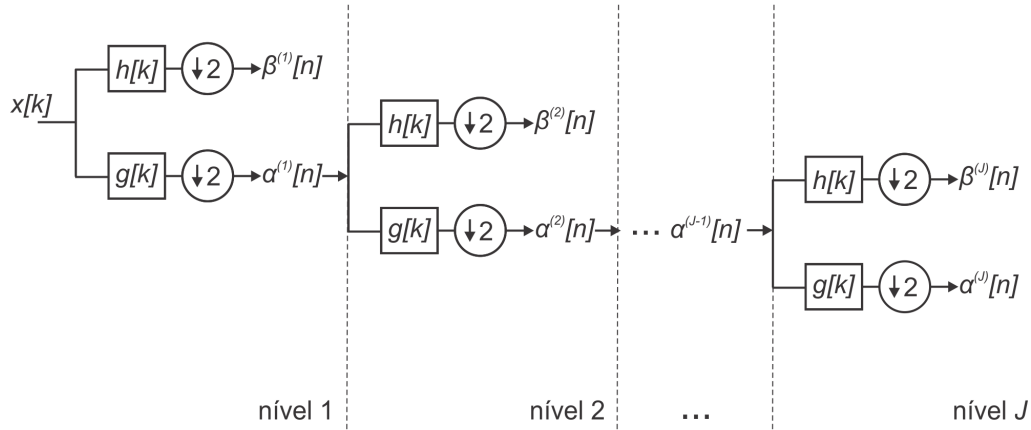


Figura 4.10: Implementação da FWT através da árvore logarítmica de decomposição.

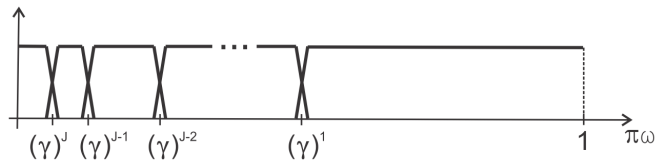


Figura 4.11: Subdivisões do espectro realizadas pela FWT.

4.6.4 Propriedades das Árvore Logarítmicas

Como as árvores logarítmicas são construídas a partir de bancos de filtros elementares, estas herdarão necessariamente suas propriedades.

Como o banco de filtros decompõe o sinal de entrada em dois espaços complementares, por uma simples recursão, temos que:

$$V^{(1)} \oplus W^{(1)} = l^2(\mathbb{Z}) \quad , \quad (4.63)$$

$$V^{(i-1)} = V^{(i)} \oplus W^{(i)}, \quad i = 2, \dots, J \quad . \quad (4.64)$$

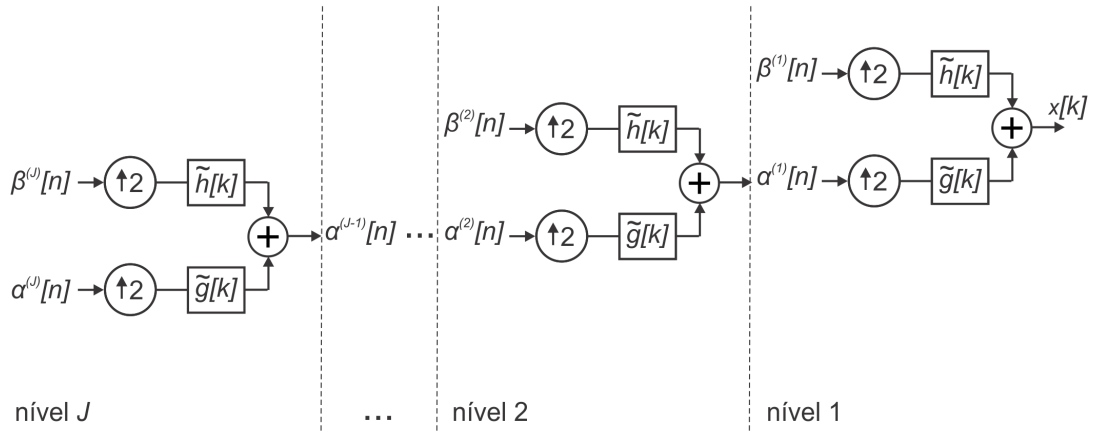


Figura 4.12: Implementação da IFFT através da árvore logarítmica de recomposição do sinal.

Logo, podemos escrever que:

$$W^{(1)} \oplus W^{(2)} \oplus \dots \oplus W^{(i)} \dots \oplus W^{(J)} \oplus V^{(J)} = l^2(\mathbb{Z}) \quad , \quad (4.65)$$

onde $W^{(l)}$ são os espaços de detalhamento e $V^{(J)}$ é o espaço de aproximação. Assim, a estrutura de filtragem composta pelas árvores binárias projetará o sinal de entrada em $J + 1$ subespaços complementares em $l^2(\mathbb{Z})$ (correspondentes às $J + 1$ subdivisões do espectro), e permitirá a recomposição perfeita do sinal original através da soma de suas projeções em cada subespaço.

Para obtermos a projeção do sinal original $x[k]$ sobre um subespaço, basta entrar na árvore logarítmica de reconstrução com os coeficientes correspondentes ao subespaço, igualando a zero todos os demais coeficientes.

4.6.5 Banco de Filtros Equivalente

Considere, na árvore logarítmica de decomposição do sinal apresentada na Figura 4.10, todas as operações encadeadas de filtragem e subamostragem desde a entrada do sinal $x[k]$ até a obtenção do vetor de coeficientes de aproximação $\alpha^{(J)}[n]$. Aplicando várias vezes a Identidade Nobre (4.46), concluímos que os coeficientes $\alpha^{(J)}[n]$ podem ser obtidos através da filtragem com um filtro equivalente $g^{(J)}[k]$, seguida de uma subamostragem por 2^J :

$$\alpha^{(J)}[n] = D_{2^J} \{g^{(J)}[k] * x[k]\} \quad , \quad (4.66)$$

onde:

$$g^{(J)}[k] = g[k] * U_2g[k] * U_4g[k] * \dots * U_{2^{J-1}}g[k] \quad . \quad (4.67)$$

Similarmente, para todo nível $l = 1, 2, \dots, J$ chegamos à expressão para os coeficientes $\beta^{(l)}[n]$:

$$\beta^{(l)}[n] = D_{2^l} \{h^{(l)}[k] * x[k]\} \quad , \quad (4.68)$$

onde:

$$h^{(l)}[k] = U_{2^{l-1}} h[k] * g^{(l-1)}[k] \quad l = 1, 2, \dots, J \quad , \quad (4.69)$$

e $g^{(l-1)}[k]$ é dado por (4.67).

Analisando agora a árvore de reconstrução dos sinais mostrada na Figura 4.12, observemos agora todas as operações encadeadas de sobreamostragens e de filtra-gens desde a entrada do vetor de coeficientes $\alpha^{(J)}[n]$ até a obtenção da parcela de contribuição (ou projeção) para a recuperação de $x[k]$. Aplicando sucessivamente a Identidade Nobre (4.47) obtemos a projeção de $x[k]$ no subespaço de aproximação $V^{(J)}$ correspondente à banda de $[0, \pi\gamma^J]$:

$$x_{V^{(J)}}[k] = U_{2^J} \alpha^{(J)}[n] * \tilde{g}^{(J)}[k] \quad , \quad (4.70)$$

onde:

$$\tilde{g}^{(J)}[k] = U_{2^{J-1}} \tilde{g}[k] * \dots * U_4 \tilde{g}[k] * U_2 \tilde{g}[k] * \tilde{g}[k] \quad . \quad (4.71)$$

Similarmente, a projeção de $x[k]$ em um subespaço de detalhamento $W^{(l)}$ correspondente à banda de $[\pi\gamma^l, \pi\gamma^{l-1}]$ será:

$$x_{W^{(l)}}[k] = U_{2^l} \beta^{(l)}[n] * \tilde{h}^{(l)}[k] \quad l = 1, 2, \dots, J \quad , \quad (4.72)$$

onde:

$$\tilde{h}^{(l)}[k] = \tilde{g}^{(l-1)}[k] * U_{2^{l-1}} \tilde{h}[k] \quad l = 1, 2, \dots, J \quad , \quad (4.73)$$

e $\tilde{g}^{(l-1)}[k]$ é dada por (4.71).

Juntando esses resultados, concluímos que as árvores de construção e de reconstrução do sinal representadas nas Figuras 4.10 e 4.12 são equivalentes ao o sistema multitaxa representado na Figura 4.13, onde se evidencia a decomposição do sinal $x[k]$ nos $J + 1$ subespaços definidos pelos filtros.

Exemplo

Como exemplo, na Figura 4.14 são mostradas as magnitudes das respostas em frequência dos filtros equivalentes da FWT até o quarto nível de decomposição utilizando o banco de filtros de Haar. Em decorrência da normalização dos filtros, a cada nível de decomposição, o espectro da banda correspondente aumenta na proporção de $\sqrt{2}$. A menos das bandas inicial e final, observe a semelhança entre a resposta em frequência dos filtros equivalentes $h^{(2)}[k]$, $h^{(3)}[k]$ e $h^{(4)}[k]$ e a resposta

em frequência das wavelets contínuas mostradas na Figura C.2 do Apêndice C.

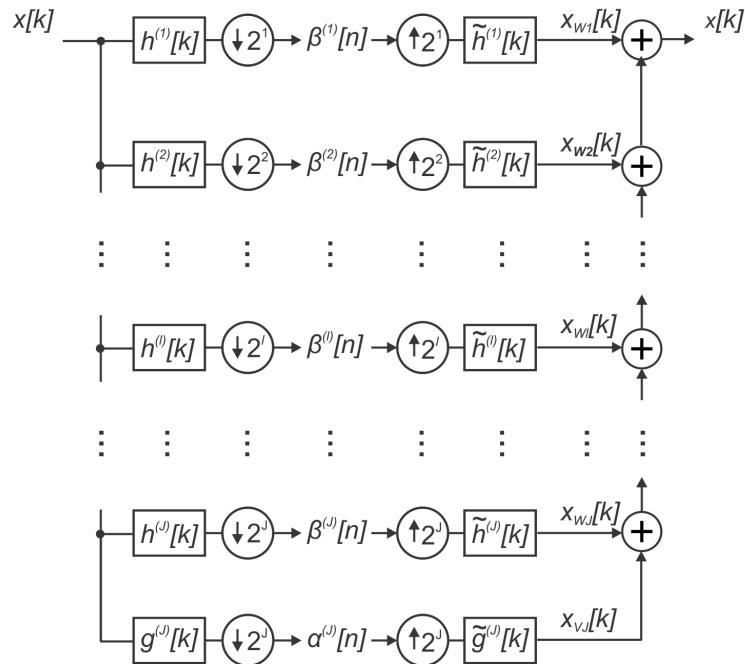


Figura 4.13: Bancos de filtros equivalente à estrutura das árvores logarítmicas.

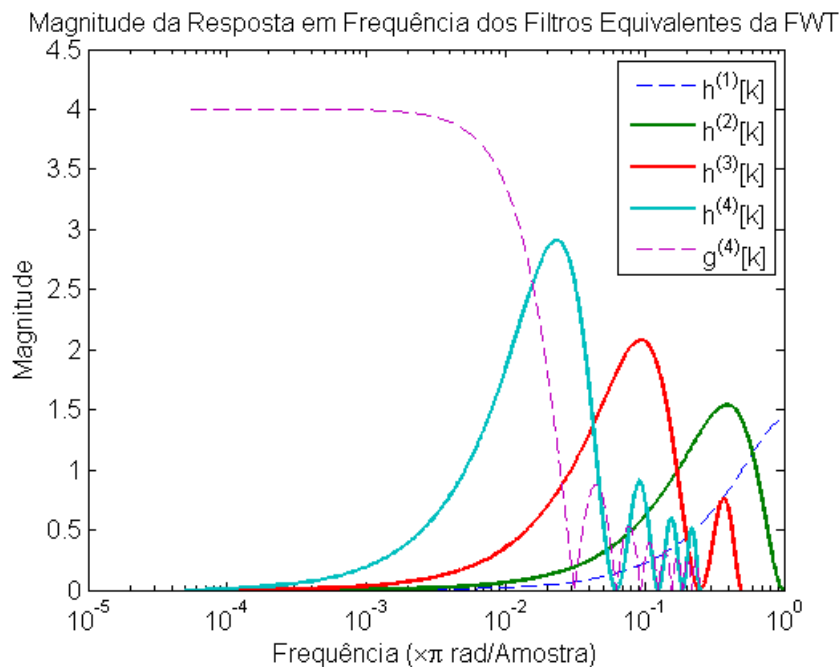


Figura 4.14: Resposta dos filtros equivalentes da árvore de decomposição utilizando o banco de filtros de Haar até o quarto nível de decomposição.

4.6.6 Relação entre a FWT e o Algoritmo À Trous

Comparando as Figuras 4.7 e 4.10 e confrontando as Equações 4.68 e 4.54, vemos que a árvore de implementação da FWT se assemelha à árvore de implementação do algoritmo À Trous a menos de uma subamostragem dos coeficientes wavelet. Em um dado nível l teremos portanto:

$$\beta^{(l)}[n] = D_2 \{X_\psi[n, (l-1)]\} \quad . \quad (4.74)$$

O filtro passa altas $h[k]$ da FWT corresponde, no algoritmo À Trous, à amostragem inicial de uma função wavelet contínua invertida no tempo $\psi(-t)$, e o filtro passa baixas $g[k]$ da FWT corresponde, no algoritmo À Trous, ao filtro de interpolação utilizado $\bar{g}[-k]$.

4.6.7 Wavelets e Funções de Escala Contínuas

A comparação entre as Figuras 4.13 e 4.3 indica que, em um dado nível de decomposição m , a função wavelet contínua dilatada $\psi_{mR}^*(t)$ discretizada na escala 2^m corresponde, na árvore da FWT, ao filtro passa-altas equivalente:

$$\psi_m^*[k] \leftrightarrow h^{(m+1)}[-k] \quad , \quad (4.75)$$

onde $h^{(m)}[k]$ é dado por (4.69). $h^{(m+1)}[k]$ corresponderá na DWT à amostragem da wavelet contínua $\psi_m^*(t)$ na escala 2^m .

Entretanto, na FWT a função contínua da Wavelet Mãe é ignorada a priori, sendo determinada indiretamente a partir dos coeficientes dos seus filtros. Pode-se mostrar que a função wavelet contínua é obtida por convergência através de infinitas iterações quando o número de níveis de decomposição tende ao infinito:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} h^{(m)}[-k] = \psi_m^*(t) \quad . \quad (4.76)$$

Por analogia, define-se ainda a Função de Escala, calculada como:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} g^{(m)}[-k] = \phi_m^*(t) \quad . \quad (4.77)$$

Para obtenção de uma aproximação de $\psi_m^*(t)$ e de $\phi_m^*(t)$, pode-se usar o seguinte algoritmo:

1. Para um valor de J suficientemente grande, calcular $g^{(J)}[k]$ por (4.67).
2. Calcular $h^{(J)}[k]$ por (4.69).
3. Inverter ambos os vetores $g^{(J)}[k]$ e $h^{(J)}[k]$ no tempo;

4. Normalizar ambos os vetores em amplitude, multiplicando-os por $(\sqrt{2})^{J-1}$.
5. Criar um vetor de tempo normalizado $t[k]$, dividindo o número de amostras dos vetores por 2^{J-1} .
6. Plotar $(\sqrt{2})^{J-1} g^{(J)}[-k]$ e $(\sqrt{2})^{J-1} h^{(J)}[-k]$ em função de $t[k]$.

Exemplo

A Figura 4.15 mostra a convergência do algoritmo para a função wavelet de Daubechies de ordem 2 utilizando de um a sete níveis de decomposição.

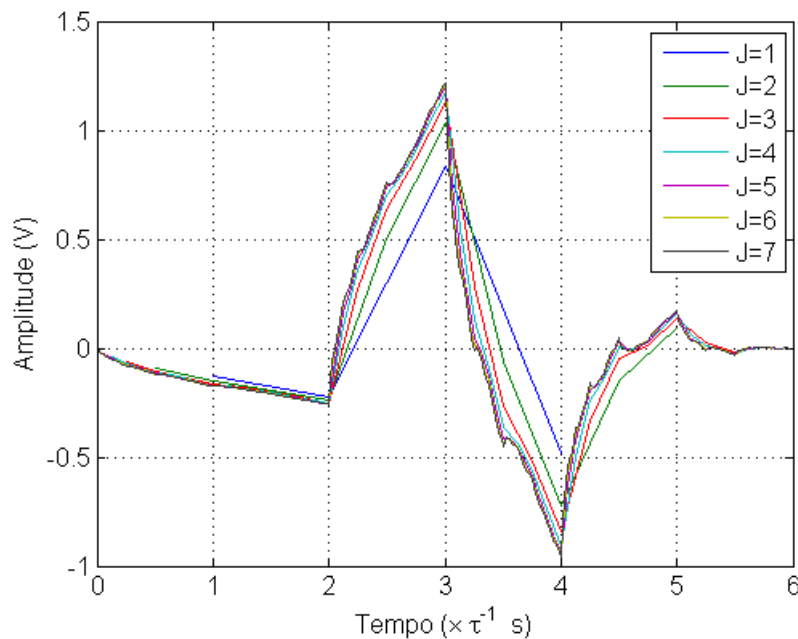


Figura 4.15: Convergência do algoritmo na obtenção da Wavelet de Daubechies de ordem 2, onde J é o número de níveis de decomposição (ou de iterações) utilizado. Tempo normalizado de acordo com o período de amostragem τ do sinal processado.

Como exemplos adicionais, nas Figuras 4.16 e 4.17 são mostradas as funções wavelet de Daubechies de ordem 2 e 6, respectivamente, obtidas segundo este algoritmo.

Os coeficientes invertidos de $h[k]$ não são uma amostragem perfeita da wavelet contínua $\varphi(t)$, como seria de se esperar no algoritmo À Trous, visto que o filtro $g[k]$ não é um Filtro de Interpolação À Trous tal como definido em (4.52). Entretanto, nas Figuras 4.5 e 4.6, se evidencia a relação entre os coeficientes dos filtros e as funções contínuas aproximadas iterativamente. Observe que os coeficientes dos filtros $h[k]$ e $g[k]$ na sua ordem invertida guardam certa semelhança com as funções $\varphi(t)$ e $\phi(t)$.

Tradicionalmente, muitos autores apresentam aproximações de wavelets contínuas obtidas pela iteração de bancos de filtros normalizadas em escala e no

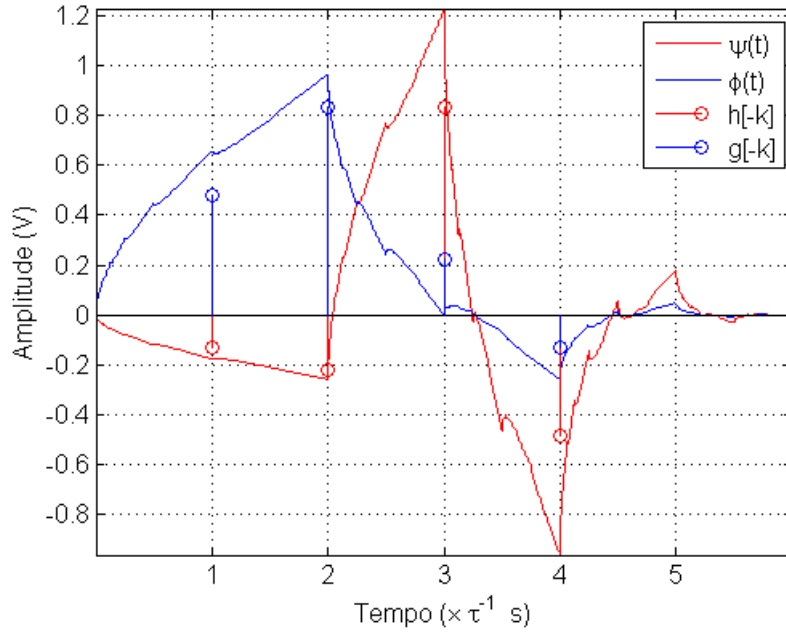


Figura 4.16: Função Wavelet Contínua e Função de Escala Contínua de Daubechies de ordem 2, evidenciando a sua relação com os coeficientes dos filtros $h[k]$ e $g[k]$, respectivamente. Tempo normalizado de acordo com o período de amostragem τ do sinal processado.

tempo por $(\sqrt{2})^J$ e por 2^J respectivamente, onde J é o número de níveis utilizado na sua árvore de decomposição. Entretanto, mostramos no desenvolvimento acima que o nível J de decomposição corresponde à escala 2^{m+1} . Do ponto de vista da CWT, pouco importa a escala inicial da Wavelet Mãe, visto que esta será dilatada e comprimida continuamente, gerando todas as wavelets filhas possíveis. No entanto, somente com o escalonamento indicado acima se evidencia a relação dos coeficientes dos filtros como aproximações da função wavelet e da função de escala.

4.6.8 Análise Multirresolução

A formulação da DWT busca a completude do espaço original fazendo infinitas decomposições em subespaços de detalhamento $W^{(l)}$:

$$l^2(\mathbb{Z}) = W^{(1)} \oplus W^{(2)} \oplus \dots \oplus W^{(l)} \oplus \dots \quad (4.78)$$

A FWT, no entanto, possui um espaço de aproximação complementar $V^{(J)}$ que permite a decomposição completa do espaço original em um número finito de subespaços, de modo que:

$$V^{(J)} = W^{J+1} \oplus W^{J+2} \oplus \dots \quad (4.79)$$

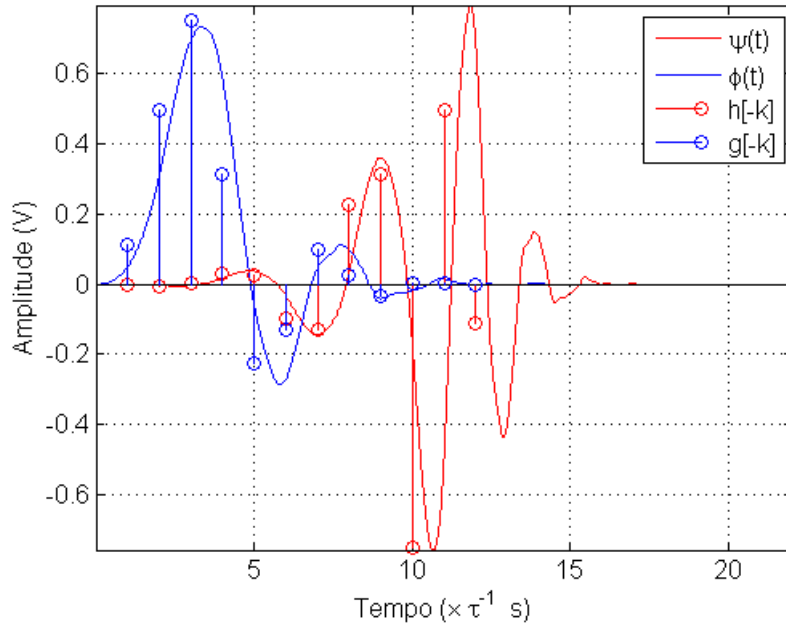


Figura 4.17: Função Wavelet Contínua e Função de Escala Contínua de Daubechies de ordem 6, evidenciando a sua relação com os coeficientes dos filtros $h[k]$ e $g[k]$, respectivamente. Tempo normalizado de acordo com o período de amostragem τ do sinal processado.

A base do espaço $V^{(J)}$, correspondente a um filtro passa-baixas, é a função de escala $\phi_{Jn}^*(t)$, cuja aproximação em cada nível J é dada por:

$$\phi_J^*[k] = g^{(J)}[-k] \quad , \quad (4.80)$$

onde $g^{(J)}[k]$ é dado por (4.67).

Como o cálculo da Wavelet Mãe $\psi(t)$ depende do cálculo da função de escala $\phi(t)$, esta é também chamada de *wavelet pai*. Os coeficientes $\alpha^{(J)}[k]$ e $\beta^{(l)}[k]$ são também chamados respectivamente de coeficientes de escala e coeficientes wavelet.

A existência do espaço $V^{(J)} = W^{J+1} \oplus W^{J+2} \oplus \dots$ e de uma função de escala correspondente não se verifica em qualquer wavelet, mas decorre naturalmente na implementação da FWT.

Na maioria dos sinais, os detalhes correspondem a componentes desprezíveis e ruidosas em altas frequências, ao passo que suas componentes de baixas frequências fornecem uma boa aproximação do mesmo. Quanto maior for a resolução do sinal, mais detalhes serão percebidos, mas não necessariamente com proveito na sua interpretação e utilização.

Como a cada nível de decomposição da árvore logarítmica obtemos uma aproximação mais grosseira (em baixas frequências) do sinal removendo os seus detalhes (altas frequências), esta análise recebe o nome de análise multirresolução.

4.6.9 Propriedades da FWT

A implementação da FWT e da IFWT através das árvores de decomposição e reconstrução apresenta as seguintes propriedades.

Linearidade

Sendo construída utilizando um banco de filtros de dois canais como bloco elementar, a FWT herda as propriedades desse mesmo banco de filtros. Trata-se portanto de uma operação linear. Portanto, se x e y são dois sinais e a e b são duas constantes:

$$FWT(ax + by) = aFWT(x) + bFWT(y) \quad . \quad (4.81)$$

Variação ao Deslocamento

A FWT é PVD (Periodicamente Variante ao Deslocamento) de ordem $(2^J, 1)$, onde J é o seu número de níveis de decomposição [39]. Particularmente, os coeficientes correspondentes a um certo nível l serão PVD de ordem $(2^J, 2^{J-l})$, ou seja, um deslocamento de $2^J n_0$ em um sinal de entrada x resultará nos seguintes deslocamentos nos coeficientes wavelet:

$$x[n - 2^J n_0] \xleftrightarrow{FWT} \alpha^{(J)}[k - n_0], \beta^{(J)}[k - n_0], \beta^{(J-1)}[k - 2n_0], \dots, \beta^{(1)}[k - 2^{J-1} n_0]. \quad (4.82)$$

Igualdade de Parseval

Se a FWT for ortonormal, isto é, se for obtida exclusivamente a partir de filtros ortonormais, esta será um operador unitário, e preservará portanto a norma Euclidiana dos sinais.

$$\|x\|^2 = \sum_{n \in \mathbb{Z}} |x[n]|^2 = \|\alpha^{(J)}\|^2 + \sum_{l=1}^J \|\beta^{(l)}\|^2 \quad . \quad (4.83)$$

A Igualdade de Parseval supracitada é válida apenas para uma base ortonormal, verificada se a FWT for construída a partir de um banco de filtros ortonormais, não sendo válida, portanto, para uma FWT definida a partir de filtros biortogonais.

Análise Conjunta no Tempo e na Frequência

A análise da FWT, implementada pelo banco de filtros equivalentes da árvore logarítmica, decompõe o espaço $l^2(\mathbb{Z})$ em $J + 1$ subespaços que, sendo expandidos pelos filtros $\tilde{g}^{(J)}[n]$ e $\tilde{h}^{(l)}[n]$, $l = \{1, 2, \dots, J\}$, correspondem às bandas de frequência destes mesmos filtros equivalentes, como mostrado na Figura 4.11.

Na Figura 4.18 o eixo vertical representa essa divisão logarítmica do espectro. Pelo Princípio da Incerteza [39], no entanto, não é possível determinar exata e

simultaneamente a frequência e o instante de ocorrência de uma determinada porção do sinal. Este compromisso entre tempo e frequência é representado pela divisão do plano da Figura 4.18 nos diversos retângulos, onde o tempo é representado pelo índice da amostra n no eixo horizontal.

As maiores bandas de frequências correspondem menores intervalos no tempo e vice-versa. Em outras palavras, eventos com maiores componentes de frequência, localizados grosseiramente na metade superior do espectro na banda de $[\pi\gamma, \pi]$, serão localizados no tempo com maior precisão. À medida em que as bandas $[\pi\gamma^l, \pi\gamma^{l-1}]$, onde $l = 1, 2, \dots, J$, diminuem e permitem identificar com maior precisão a frequência de determinados eventos, aumenta conseqüentemente a incerteza na localização no tempo desses mesmos eventos, representada pelas maiores divisões correspondentes ao eixo horizontal na Figura 4.18.

Se o número de amostras N é uma potência de 2, os eventos localizados na banda de maiores frequências $[\pi\gamma, \pi]$ serão localizados em intervalos de 2 amostras e, nas sucessivas bandas de nível $l = 1, 2, \dots, J$: $[\pi\gamma^l, \pi\gamma^{l-1}]$, os eventos serão localizados com a precisão de intervalos de 2^l amostras, respeitado o limite de $J \leq \log_2 N$.

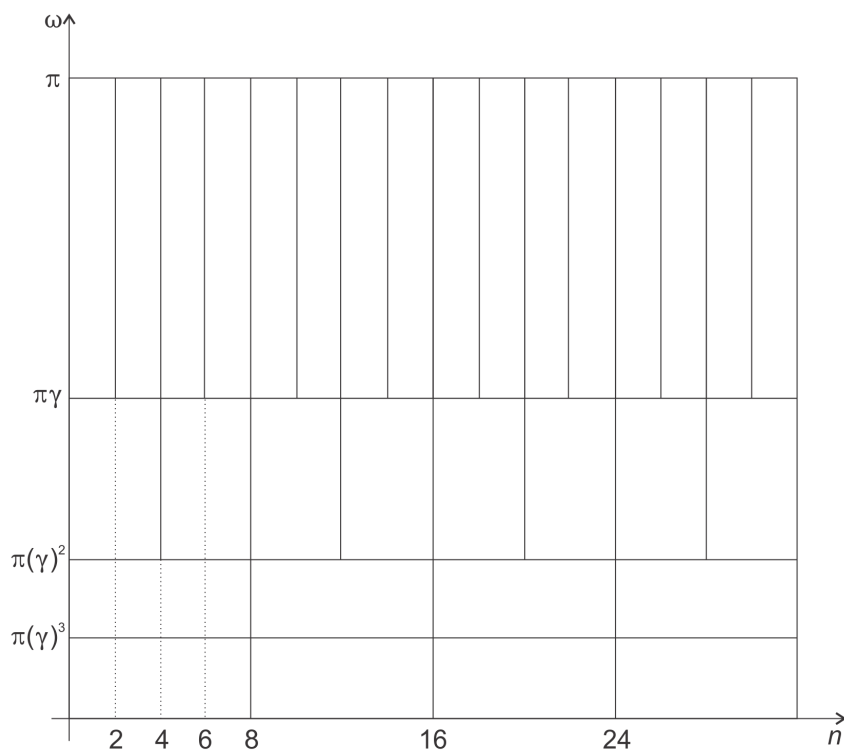


Figura 4.18: Representação dos espaços de projeção de um sinal pela Transformada FWT no plano tempo (amostras) - frequência.

4.7 A Transformada Wavelet Estacionária (SWT)

Uma importante característica da FWT consiste na sua variação ao deslocamento no tempo, conforme (4.82), o que decorre diretamente das operações de subamostragem do sinal. Se a invariância ao deslocamento for necessária, uma transformada modificada pode ser obtida através da eliminação das operações de subamostragem. Pela supressão das subamostragens no cálculo da FWT, obtém-se a Transformada Wavelet Estacionária (SWT), cuja primeira e mais importante propriedade é a sua invariância ao deslocamento no tempo. Esta invariância ao deslocamento pode ser um fator essencial em certas aplicações, como por exemplo o reconhecimento de padrões no Domínio Wavelet.

Entretanto, ao eliminar as operações de subamostragem, são alteradas as bases dos espaços nos quais o sinal original é projetado. Convém, portanto, examinar se o sinal original pode ser reconstruído e de que forma. Intuitivamente, a cada nível da FWT, metade dos pontos do sinal é descartada. Ao eliminar as subamostragens, será produzida uma transformada redundante, na qual há mais informação do que o mínimo necessário para a reconstrução perfeita do sinal.

4.7.1 Bancos de Filtros de dois Canais não Reamostrados

Seja um banco de filtros de dois canais com propriedade de reconstrução perfeita, mas agora sem a reamostragem dos coeficientes, como mostra a Figura 4.19.

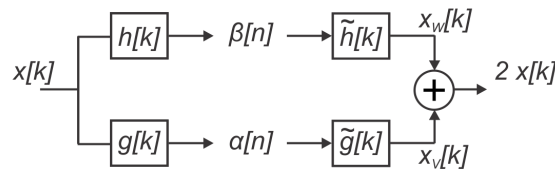


Figura 4.19: Banco de filtros de 2 canais não subamostrado.

Eliminando-se a operação de subamostragem por dois, o banco de filtros resultante irá gerar uma representação sobrecompleta ou moldura de redundância igual a 2.

No domínio da Transformada Z teremos:

$$\hat{X}(z) = [G(z)G(z^{-1}) + H(z)H(z^{-1})] X(z) \quad . \quad (4.84)$$

Mas, pela equação (4.58), $H(z)H(z^{-1}) = G(-z)G(-z^{-1})$ [37]. Logo, por (4.59):

$$\hat{X}(z) = 2 X(z) \quad . \quad (4.85)$$

Essa moldura representará unicamente qualquer vetor $x \in l^2(\mathbb{Z})$ utilizando o dobro de vetores da base original, isto é, produzindo agora o dobro de coeficientes. A relação de Parseval indica ainda que:

$$\|x\|^2 = \frac{1}{2} (\|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2) \quad . \quad (4.86)$$

4.7.2 Implementação da SWT

A Transformada Wavelet Estacionária, também chamada de Transformada Wavelet Invariante ao Deslocamento, consiste na transformada obtida pela supressão das operações de subamostragem da FWT.

Como o banco de filtros de dois canais não subamostrado possui redundância igual a 2, a redundância da SWT crescerá exponencialmente a cada nível de decomposição. Seja A_l a redundância para os coeficientes da Transformada SWT no nível l :

$$A_l = 2^l \quad . \quad (4.87)$$

A relação de Parseval para uma decomposição em J níveis será:

$$\|x\|^2 = 2^{-J} \|\alpha_J\|^2 + \sum_{l=0}^J 2^{-l} \|\beta_l\|^2 \quad . \quad (4.88)$$

Embora a redundância por nível cresça exponencialmente, a redundância global do algoritmo crescerá linearmente:

$$A = A_J 2^{-J} + \sum_{l=0}^J A_l 2^{-l} = J + 1 \quad , \quad (4.89)$$

indicando que, a cada nível adicional de decomposição, será produzido um novo vetor de coeficientes com a mesma dimensão do sinal original.

4.8 A Transformada Wavelet Packets (WPT)

O cálculo da FWT consiste em um processo iterativo no qual, em cada nível, decompõe-se a banda de mais baixas frequências (ou de aproximação) em duas outras novas sub-bandas (uma nova banda de aproximação e outra de detalhamento).

A Transformada Wavelet Packets (WPT) flexibiliza essa regra, permitindo que também os detalhes sejam decompostos iterativamente em novas sub-bandas. A Figura 4.21 representa a árvore de decomposição binária implementada pela WPT.

A WPT generaliza portanto a FWT, e esta última passa a ser o caso particular da WPT onde somente as bandas de aproximação são decompostas.

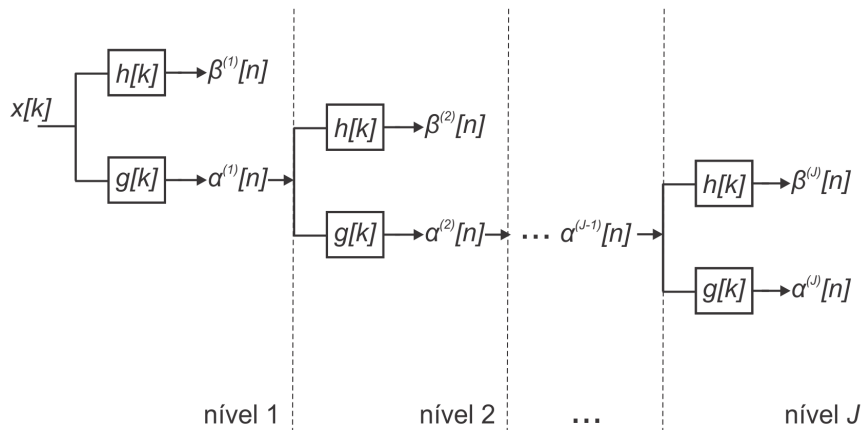


Figura 4.20: Árvore de decomposição da Transformada Wavelet Estacionária (SWT).

O principal apelo da WPT é a sua capacidade de oferecer um amplo repertório de bases ou árvores de decomposição, dentre as quais a árvore mais apropriada pode ser selecionada de acordo com certos critérios. A escolha adequada de uma determinada árvore permite que as componentes de mais altas frequências de um sinal possam ser melhor resolvidas em frequência, o que representa uma maior flexibilidade na análise dos sinais.

Seja $N^{(J)}$ o número de árvores de decomposição possíveis em J níveis. O número de árvores de decomposição possíveis no nível l pode ser escrito em função do número de árvores possíveis para o nível anterior:

$$N^{(l)} = (N^{(l-1)})^2 + 1 \quad , \quad (4.90)$$

onde a parcela $+1$ vem da possibilidade de não decomposição.

Essa recursão conduz a:

$$N^{(J)} \sim 2^{2^J} \quad , \quad (4.91)$$

que será o número de árvores de decomposição possíveis em em J níveis de decomposição. Cada uma destas árvores possibilitará uma forma particular de representação do sinal e possibilitará também sua exata reconstrução a partir de uma árvore de reconstrução simétrica.

4.9 Aspectos Computacionais

Para efeito de comparação, lembramos que a FFT possui uma complexidade computacional de ordem $O(N \log_2 N)$, e que esta produz exatamente o mesmo número

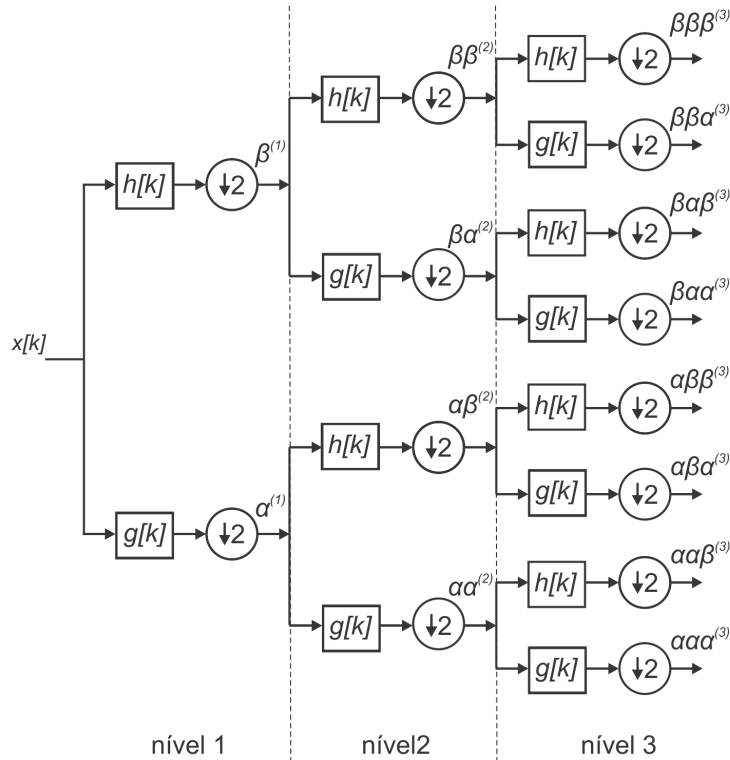


Figura 4.21: Árvore de decomposição da Transformada Wavelet Packets (WPT).

de coeficientes (números complexos) do sinal original.

A FWT apresenta complexidade substancialmente menor que a FFT, da ordem de $O(N)$, e também produz o mesmo número de coeficientes do sinal original. Para um sinal real, como costuma ser o caso em medições de sinais de DP, a FWT produz coeficientes reais, que, em termos de memória de armazenamento, ocupam a metade do espaço dos coeficientes complexos calculados pela FFT.

A SWT possui complexidade de ordem $O(N \log_2 N)$, e em J níveis de decomposição possuirá uma redundância igual a J , ou seja, produzirá J vezes o número de coeficientes do sinal original. Para sinais com grande quantidade de pontos, como costuma ser o caso dos sinais de DP, aquistados com elevada taxa de aquisição pelo período de um ciclo da rede elétrica, o custo de armazenamento em memória dos coeficientes da SWT pode se tornar proibitivo.

A WPT, por sua vez, também possui complexidade de ordem $O(N \log_2 N)$ e não apresenta nenhuma redundância, isto é, produz exatamente o mesmo número de coeficientes do sinal original.

Finalmente, a FFT exige o processamento em batelada do sinal, ou seja, todos os pontos do sinal são necessários para o cálculo de cada coeficiente. Na FWT, na SWT e na WPT, por outro lado, como este cálculo é feito através de operações de

filtragem e de subamostragem encadeadas, seus coeficientes podem ser calculados ponto a ponto em tempo de aquisição dos sinais, o que facilita conseqüentemente a sua implementação em tempo real.

4.10 Conclusão

Neste capítulo apresentamos de forma resumida a teoria da Transformada Wavelet, utilizada a seguir para remoção de ruídos de banda larga. O objetivo principal foi esclarecer alguns pontos essenciais à correta aplicação da WT como ferramenta no processamento de sinais de DP.

A WS foi definida como a decomposição de sinais contínuos em somatórios de funções wavelet contínuas em $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. Para estabelecermos a relação entre a WS e a implementação da FWT através do algoritmo de Mallat, definimos a DWT como uma aplicação da WS a sinais discretos, e apresentamos o algoritmo À Trous como uma implementação eficiente, porém aproximada, da FWT. Finalmente mostramos como a FWT, utilizando uma estrutura semelhante à do algoritmo À Trous, implementa o cálculo da WT permitindo a reconstrução perfeita do sinal original (a menos de um certo atraso).

A comparação entre a FWT e a DWT e o algoritmo À Trous mostra que a amostragem da função wavelet contínua invertida no tempo equivale aproximadamente, a cada nível de decomposição, aos coeficientes do filtro equivalente $h^{(J)}[k]$ na FWT. A função wavelet contínua na FWT é implicitamente definida pelos filtros de decomposição utilizados, e pode ser aproximada por (4.76).

Uma importante propriedade consiste em que as operações de subamostragem fazem com que a FWT seja variante ao deslocamento dos sinais com período de 2^J , onde J é número de níveis de decomposição utilizado. A Transformada SWT, alternativamente, fornece uma representação invariante ao deslocamento. Em contrapartida, a SWT apresenta maior custo computacional e uma grande redundância, o que implica um grande número de coeficientes calculados e armazenados.

No capítulo seguinte trataremos sobre a redução de ruído em sinais de DP através da sua discriminação no Domínio Wavelet.

Capítulo 5

Redução de Ruído em Sinais de DP no Domínio da Transformada Wavelet

A discriminação entre sinal e ruído no domínio de uma transformada ocorre, em geral, pela diferença de amplitudes entre os coeficientes correspondentes ao sinal e ao ruído. O processo de remoção de ruído no domínio de uma transformada consiste, portanto, essencialmente em anular os coeficientes abaixo de um certo limiar, preservando apenas aqueles coeficientes que representam o sinal de interesse. Trata-se, evidentemente, de um processamento não linear.

Em [42] foi apresentado um método de filtragem dos sinais de DP baseado na Transformada Discreta de Fourier (DFT). Na metodologia apresentada, o sinal foi transformado para o Domínio da Frequência, os coeficientes abaixo de um certo limiar foram desprezados e igualados a zero, e finalmente o sinal foi reconstruído a partir dos coeficientes modificados. Duas variantes desse método foram discutidas: uma com limiar constante, e outra com limiar dependente da frequência.

No entanto, como o Domínio da Frequência não guarda relação com o tempo, e como os pulsos de DP são oscilações localizadas, a reconstrução dos pulsos após o processo de limiarização apresenta grandes dificuldades de convergência. Quando os sinais de DP são decompostos em bases de funções contínuas e periódicas (como é o caso da DFT), sua energia se distribui por todo o espectro de medição e se mistura com o ruído. Os métodos de redução do ruído baseados na limiarização dos coeficientes da DFT são, portanto, limitados em virtude das características dos pulsos de DP, não estacionários e transientes por natureza [43].

A FWT, por outro lado, decompõe os sinais de DP em um domínio que facilita a separação entre os pulsos e o ruído de banda larga, visto que as funções núcleo da Transformada Wavelet são, similarmente aos pulsos de DP, pulsos oscilatórios

localizados no tempo. Em [13] foi demonstrado que os sinais de DP e o ruído branco se distribuem diferentemente no Domínio Wavelet, o que favorece à sua separação. Segundo os autores, na FWT os sinais de DP concentram sua energia em certos níveis de decomposição, ao passo que o ruído branco distribui-se uniformemente por todos os níveis. O Domínio Wavelet é, portanto, um domínio mais adequado à separação entre sinais pulsantes e o ruído branco, o qual constitui em grande parte o ruído de fundo da medição.

Neste capítulo apresentaremos a teoria da filtragem por Limiarização dos Coeficientes Wavelet (LCW), também chamada de *Wavelet Shrinkage*. Embora a LCW tenha se desenvolvido a partir da hipótese do ruído branco, ressaltamos que estes resultados aplicam-se a uma ampla categoria de ruídos de banda larga em geral.

5.1 Representação dos Sinais de DP no Domínio Wavelet

O ruído branco distribui-se uniformemente tanto nos coeficientes da DFT quanto nos coeficientes da Transformada Wavelet. Entretanto, pela própria característica de localização no tempo da representação no Domínio Wavelet, os coeficientes wavelet associados aos pulsos de DP terão amplitudes maiores, o que possibilita a sua separação do ruído branco. Este resultado pode ser observado no seguinte exemplo.

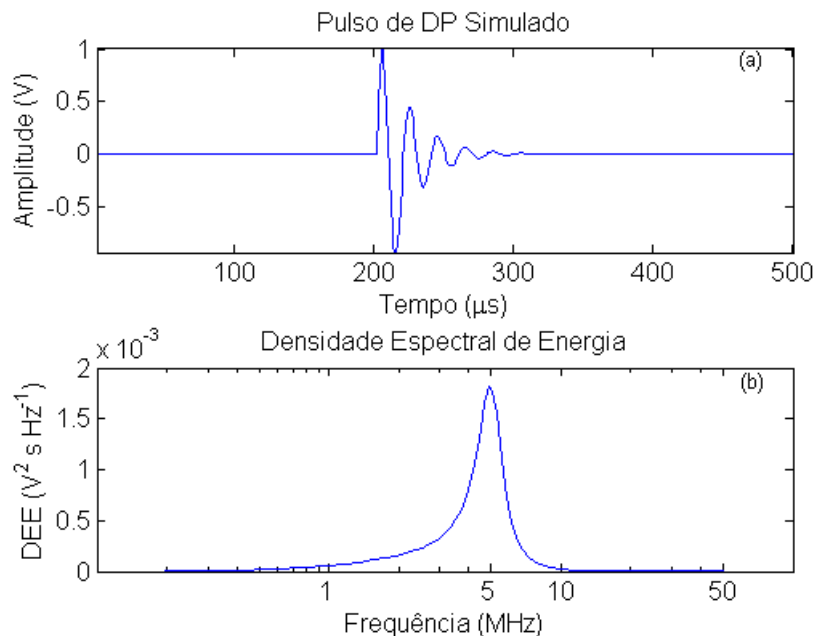


Figura 5.1: (a) Simulação de um pulso de DP oscilatório exponencialmente amortecido. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso simulado.

Exemplo

Seja o pulso da Figura 5.1, cujo modelo adotado em [14] consiste na forma de onda oscilatória exponencialmente amortecida explícita em (5.1).

$$x_p(t) = A [e^{-\alpha_1 t} \cos(\omega_d t - \phi) - e^{-\alpha_2 t} \cos \phi] \quad , \quad (5.1)$$

Os valores utilizados em nossa simulação foram $A = 1,625$, $\alpha_1 = 13 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, $\alpha_2 = 10^7 \text{ s}^{-1}$, $f_d = 5 \text{ MHz}$, $\omega_d = 2\pi f_d$ e $\phi = \tan^{-1}(\frac{\omega_d}{\alpha_2})$; com uma taxa de amostragem de 100 MS/s. O sinal foi simulado em um período de 16,6 ms, que corresponde a um ciclo de tensão em uma rede elétrica na frequência de 60 Hz.

Ao pulso da Figura 5.1 foi somado um ruído branco com $\sigma = 0,3$. O sinal resultante, com e sem adição de ruído, pode ser visto na Figura 5.2.

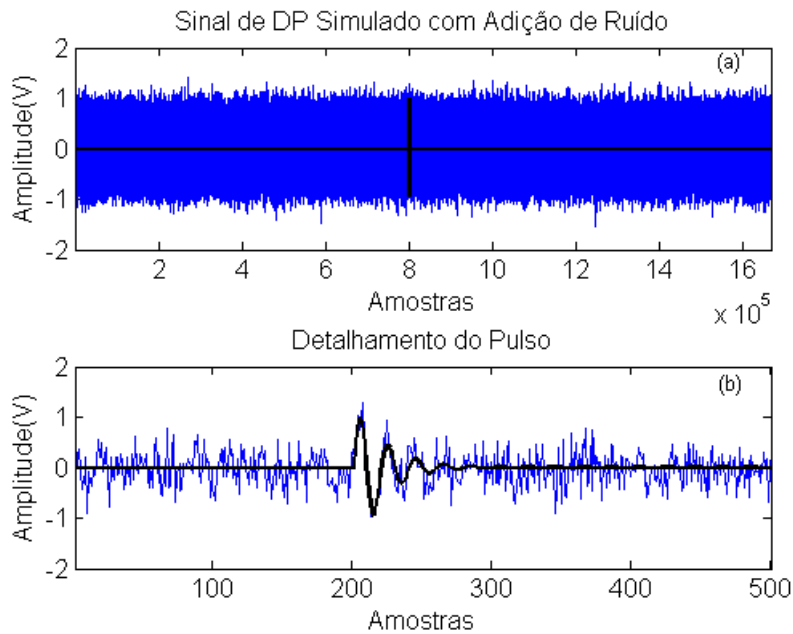


Figura 5.2: (a) Sinal simulado: pulso oscilatório exponencialmente amortecido com ruído branco aussiano aditivo com $\sigma = 0,3$; simulado por 16,67 ms com taxa de amostragem de 100 MS/s. O sinal original é mostrado em preto, e o sinal com adição de ruído, em azul. (b) Detalhe do pulso de DP simulado.

A Figura 5.3 mostra o valor absoluto dos coeficientes da DFT, bem como os coeficientes da FWT obtidos na decomposição em 7 níveis com a Wavelet Mãe db4 (Daubechies de ordem 4) do sinal ainda limpo (i.e., sem adição de ruído). Os gráficos evidenciam que a decomposição do sinal no Domínio Wavelet é mais compacta e possui coeficientes com maiores amplitudes. Neste exemplo, como ambas as transformadas são ortogonais, a energia do sinal se conserva, tanto nos coeficientes de Fourier quanto nos coeficientes wavelet.

A Figura 5.4 mostra o resultado da decomposição pela DFT e pela FWT do sinal

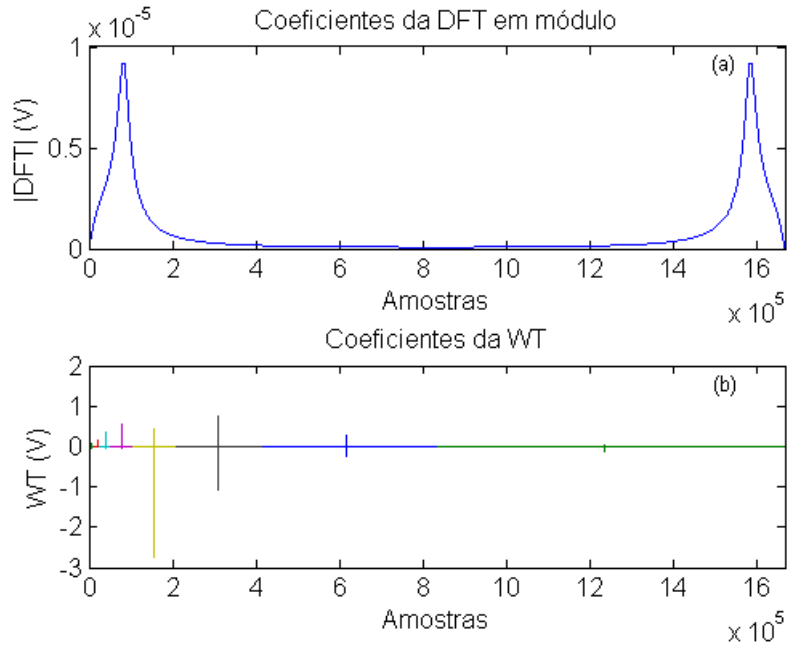


Figura 5.3: (a) Valor absoluto dos coeficientes da DFT do sinal simulado sem adição de ruído. (b) Decomposição do mesmo sinal pela FWT utilizando 7 níveis de decomposição com a Wavelet Mãe Daubechies de ordem 4. Os coeficientes wavelet de cada sub-banda de decomposição foram plotados em cores diferentes.

com adição de ruído. O gráfico do valor absoluto dos coeficientes da DFT do sinal sem ruído foi acrescentado à figura para efeito de comparação.

A Figura 5.4(a) mostra que os coeficientes da DFT não permitem identificar por limiarização de amplitudes as componentes do pulso no Domínio de Fourier, pois estas ficam completamente imersas no ruído. Torna-se impossível, nesse caso, a remoção do ruído por limiarização dos coeficientes da DFT.

Por outro lado, os coeficientes da FWT correspondentes ao pulso se sobressaem (com maiores amplitudes) aos demais coeficientes do ruído, permitindo separar o sinal pulsante do ruído branco por uma limiarização adequada.

5.2 Redução do Ruído Branco por Limiarização dos Coeficientes Wavelet

O procedimento da LCW foi proposto por Donoho [19] com o objetivo de reconstrução de uma função desconhecida a partir de dados medidos imersos em ruído branco Gaussiano. Com base na teoria estatística, os autores demonstraram que, em virtude da característica de suporte compacto das Bases Wavelet, a maior parte da energia do sinal decomposto pela WT se concentra em alguns poucos coeficientes, o que não ocorre com a decomposição do ruído. Desta forma, a anulação

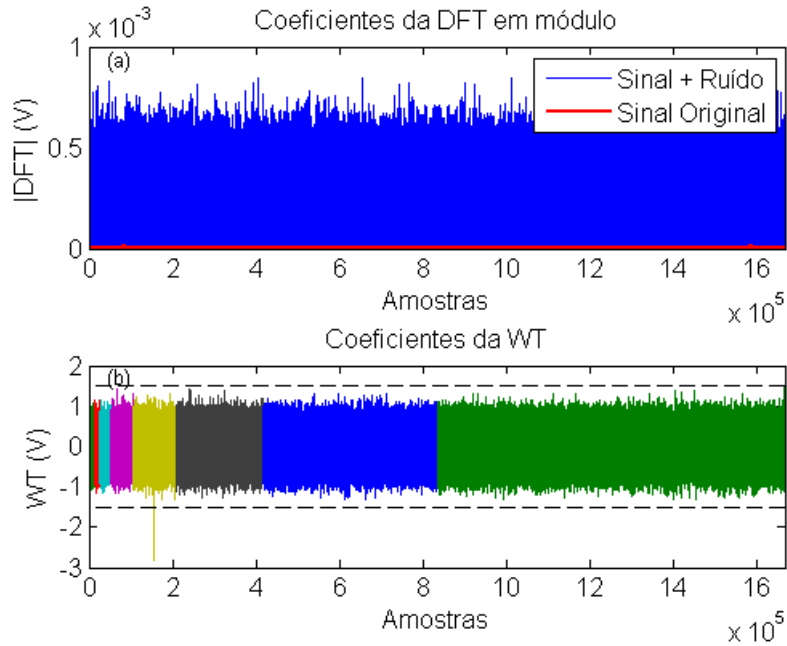


Figura 5.4: (a) Valor absoluto dos coeficientes da DFT do sinal simulado com e sem adição de ruído. (b) Decomposição do sinal simulado com adição de ruído pela FWT utilizando 7 níveis de decomposição com a Wavelet Mãe Daubechies de ordem 4. Os coeficientes wavelet de cada sub-banda de decomposição foram plotados em cores diferentes. As linhas tracejadas indicam o limiar de discriminação de ruído $\lambda = 1, 5 V$.

dos coeficientes wavelet sob um limiar adequadamente escolhido permite reduzir significativamente o ruído.

Foi demonstrado [19] que, para sinais suaves por partes, i.e., com um número finito de pontos de descontinuidade, os coeficientes wavelet de maior energia se concentram em torno das transições abruptas do sinal, ao passo que a energia do ruído branco é distribuída em todo o espectro, de modo que a amplitude dos seus coeficientes em cada nível de decomposição tende a ser menor. Em consequência, a limiarização dos coeficientes wavelet produz uma boa estimativa do sinal medido em meio ao ruído.

Adicionalmente, a técnica de filtragem por LCW é eficaz para filtrar não só o ruído branco, mas também sinais do ruído de espectro discreto, desde que as frequências dos sinais de espectro discreto não coincidam com as componentes de maiores energias dos sinais de DP.

O método de filtragem por LCW compreende três etapas:

1. Aplicar a Transformada Wavelet aos sinais de DP medidos no Domínio do Tempo.
2. Aplicar aos coeficientes wavelet uma função de limiarização.

3. Reconstruir o sinal a partir dos coeficientes modificados aplicando a Transformada Wavelet Inversa.

Como exemplo, considere novamente o sinal simulado com adição de ruído branco mostrado na Figura 5.2. Utilizando como limiar $\lambda = 1,5\text{ V}$ (indicado pelas linhas tracejadas na Figura 5.4), e igualando a zero os coeficientes com valor absoluto inferior a este valor, obtemos pela IFWT o sinal mostrado na Figura 5.5. O ruído branco foi neste caso completamente eliminado, e o pulso original foi reconstruído com alguma distorção, preservando, no entanto, aproximadamente a sua amplitude e a sua forma.

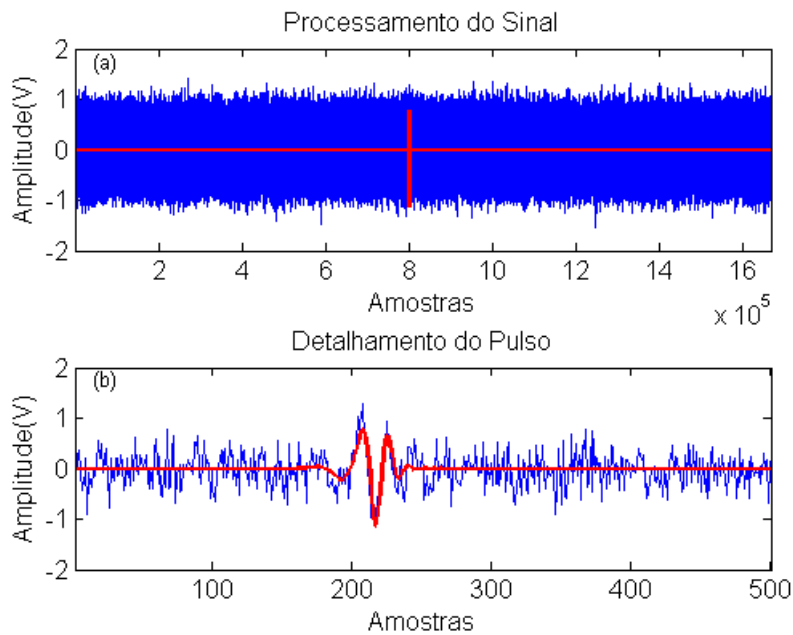


Figura 5.5: (a) Resultado da filtragem do sinal simulado por LCW, utilizando 7 níveis de decomposição, limiar $\lambda = 1,5\text{ V}$, função de limiarização abrupta (*hard threshold*) e a Wavelet Mãe Daubechies de ordem 4. O sinal com ruído é mostrado em azul, e o sinal resultante em vermelho. (b) Detalhe do pulso simulado.

5.3 Comparação com Filtros Lineares

A título de comparação, examinemos o resultado da filtragem linear do sinal proposto na Figura 5.2. A partir do espectro do pulso simulado, projetamos um filtro passa-faixa cujas frequências de corte foram selecionadas de modo que todas as componentes de frequência com mais de 10% do valor de pico da Densidade Espectral de Energia do pulso fossem preservadas na banda de passagem. A Figura 5.6 mostra o módulo da resposta em frequência do filtro projetado. Escolhemos um filtro de

Butterworth de ordem 10, por sua resposta ser maximamente plana na banda de passagem.

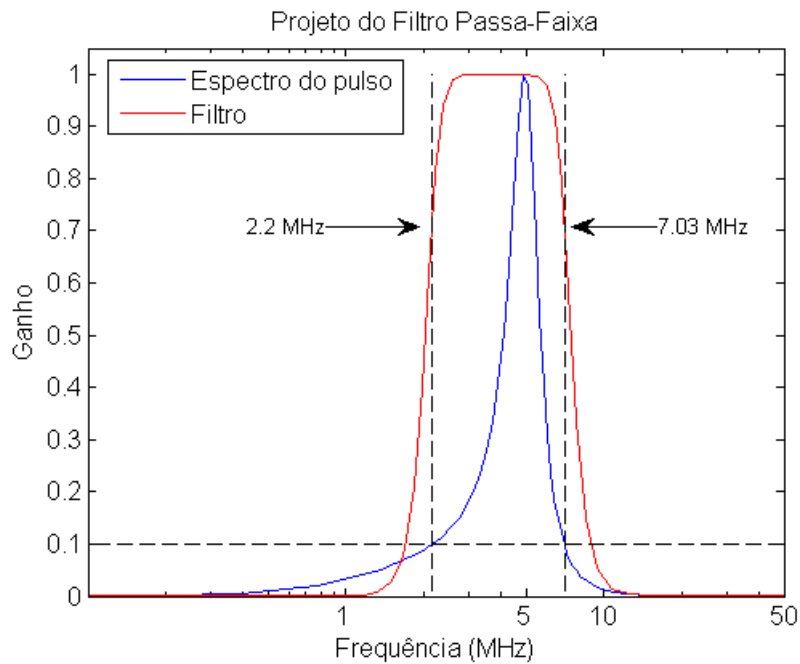


Figura 5.6: Projeto do filtro de Butterworth de ordem 10 para eliminação do ruído branco do sinal simulado. As frequências de corte de 2,2 e de 7,03 MHz foram determinadas de modo que todas as componentes com mais de 10% do valor de pico da Densidade Espectral de Energia do pulso fossem preservadas na banda de passagem.

O resultado da filtragem com o pulso da Figura 5.6 pode ser visto na Figura 5.7. Uma simples análise qualitativa mostra que o resultado da filtragem é inferior ao resultado obtido por LCW apresentado na Figura 5.5. A Figura 5.6 evidencia a persistência de ruído de fundo no sinal filtrado, a distorção do pulso resultante em relação ao pulso simulado e o seu maior erro de amplitude.

Para corrigir as distorções decorrentes da resposta de fase do filtro, podemos utilizar o mesmo artifício descrito no item 3.3: após a filtragem, inverter o sinal no tempo e filtrá-lo novamente com o mesmo filtro, reinvertendo o resultado final. Por esse procedimento os atrasos de fase se cancelarão, eliminando as distorções de fase na filtragem. O resultado pode ser visto na Figura 5.8. O sinal resultante, mesmo apresentando menores distorções, não elimina por completo o ruído de fundo e ainda apresenta um maior erro de amplitude do que o obtido por LCW. O artifício utilizado neste caso para o cancelamento de fase do filtro também acarreta um custo computacional adicional, além de não poder ser realizado em tempo de aquisição.

Finalmente, examinemos o resultado do processamento do sinal com um filtro casado, cuja resposta em frequência é igual à do sinal original. Em [44] foi proposta a utilização de filtros casados para a detecção de DP. Desde que a forma de onda

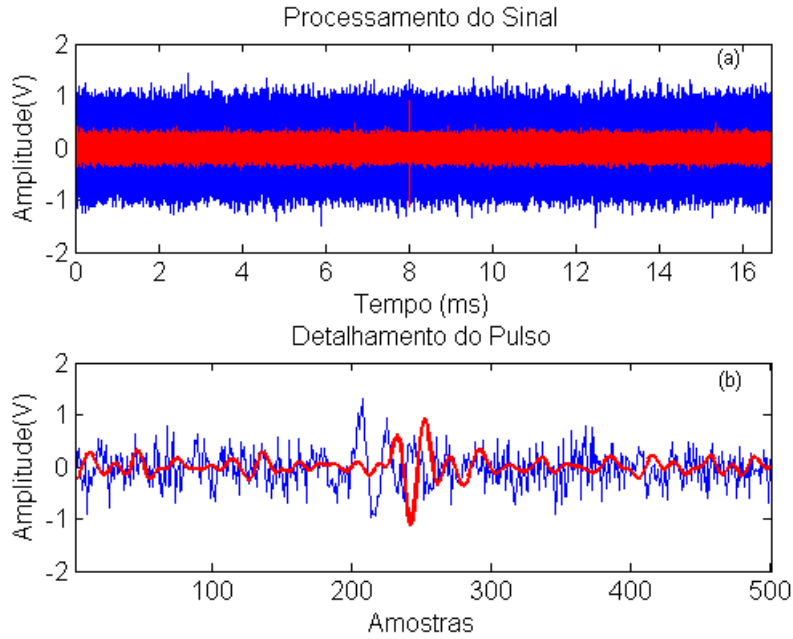


Figura 5.7: (a) Resultado da filtragem do sinal simulado com ruído pelo filtro de Butterworth de ordem 10. (b) Detalhamento do pulso de DP.

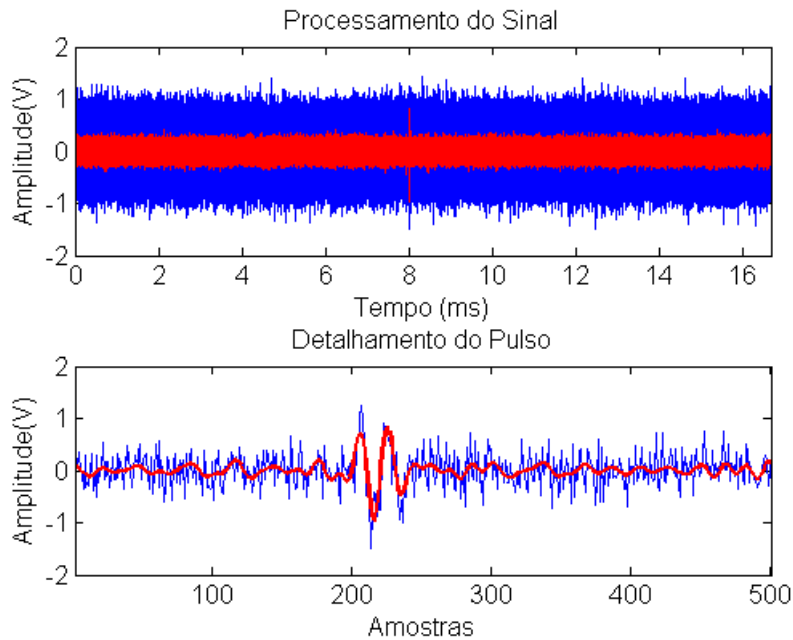


Figura 5.8: (a) Resultado da filtragem do sinal simulado com ruído pelo filtro de Butterworth de ordem 10 com o cancelamento das distorções decorrentes da não linearidade da sua resposta de fase. (b) Detalhamento do pulso de DP.

do sinal original seja conhecida, o filtro casado (cuja resposta ao impulso será igual à forma de onda do sinal de interesse invertida no tempo) será ótimo para detecção dos pulsos de DP na presença de ruído. O resultado do processamento do sinal com um filtro casado é mostrado na Figura 5.9.

A resposta de um filtro casado maximiza a relação sinal-ruído (considerados somente os valores máximos de amplitude do pulso e do ruído). Entretanto, observe que o nível de ruído de fundo também se eleva, dificultando a identificação de pulsos com distintas formas de onda. O pulso resultante apresenta ainda uma elevada distorção em relação ao pulso original.

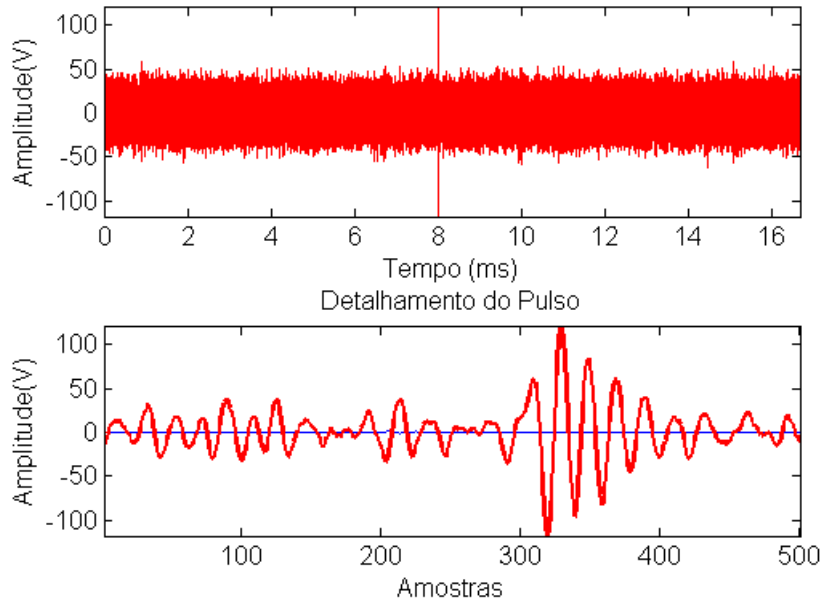


Figura 5.9: (a) Resultado da filtragem do sinal simulado com ruído utilizando filtro casado.(b) Detalhamento do pulso.

Tendo em vista a impossibilidade da eliminação do ruído por limiarização dos coeficientes da DFT, e os pobres resultados obtidos na utilização de filtros lineares e de filtros casados, a utilização da técnica de LCW se mostrou claramente a melhor alternativa para a remoção do ruído branco em sinais de DP.

5.4 Variáveis no processo de LCW

Para que a remoção do ruído por LCW seja bem sucedida, é necessário que a limiarização anule os coeficientes wavelet correspondentes ao ruído e preserve ao máximo os coeficientes wavelet correspondentes aos pulsos de DP.

Os fatores que podem afetar este resultado serão:

- A base selecionada para a representação do sinal no Domínio Wavelet, que por sua vez engloba:
 - a topologia da árvore de decomposição,
 - o número de níveis de decomposição, e

- a função Wavelet Mãe ou os filtros de decomposição adotados.
- A estimativa do limiar para discriminação dos coeficientes correspondentes ao ruído.
- A função de limiarização utilizada.

5.4.1 Influência da Base Wavelet

A Base Wavelet em que os sinais serão decompostos no Domínio da Transformada Wavelet Rápida é definida pela sua árvore de decomposição. Na FWT, onde a topologia da árvore de decomposição é previamente estabelecida, a determinação desta base terá como variáveis: o número de níveis de decomposição e os filtros utilizados em cada ramo da árvore (associados à Wavelet Mãe).

Por definição, independentemente da forma de decomposição, a FWT permite recuperar perfeitamente o sinal original através da IFWT. Entretanto, com a limiarização dos coeficientes, o sinal reconstruído será distorcido na medida em que certos coeficientes correspondentes ao sinal original sejam igualados a zero juntamente com os coeficientes do ruído.

Assim sendo, dentre diferentes decomposições possíveis, serão mais adequadas aquelas que produzirem coeficientes com maiores valores absolutos, de modo que, ao eliminar os coeficientes do ruído, os coeficientes associados ao sinal sejam maximamente preservados na etapa de limiarização.

Os seguintes exemplos ilustram de que forma o número de níveis de decomposição e os filtros de decomposição podem afetar no resultado da LCW.

A Figura 5.10 mostra o resultado da LCW do pulso de DP simulado variando o número de níveis de decomposição de 1 a 3. Foi utilizada a wavelet de Haar, a função de limiarização abrupta, e limiar $\lambda = 0,5 V$. Observe que o número de níveis de decomposição afeta substancialmente a forma de onda do pulso reconstruído.

Na Figura 5.11 vemos o resultado da LCW do mesmo pulso de DP simulado, agora fixando o número de níveis de decomposição em $J = 7$ e variando a função Wavelet Mãe, e conseqüentemente os seus filtros associados em cada ramo da árvore. Foram utilizadas as wavelets de Haar, de Daubechies de ordem 2 e de Daubechies de ordem 3, cujas formas de onda aproximadas de suas funções contínuas podem ser visualizadas na Figura 5.12. É evidente a forte dependência da forma de onda dos sinais reconstruídos com a Wavelet Mãe adotada na decomposição.

O exemplo da Figura 5.11 ilustra ainda como a FWT, mesmo sendo implementada através de bancos de filtros, recompõe o sinal original como uma combinação linear das aproximações das funções wavelet contínuas selecionadas, dilatadas e deslocadas no tempo.

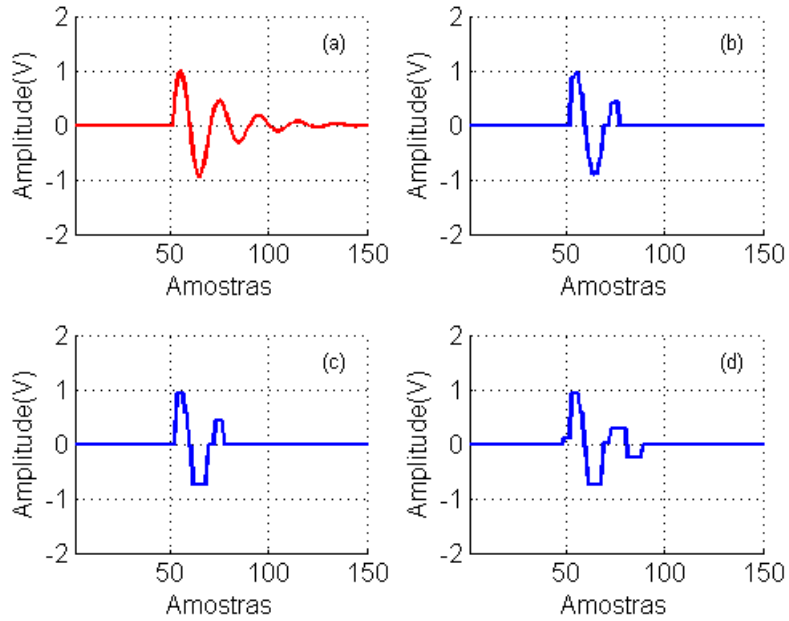


Figura 5.10: Efeito do número de níveis de decomposição J na filtragem por LCW utilizando a wavelet de Haar e hard thresholding com limiar $\lambda = 0,5$ V. (a) Sinal original. (b) Sinal filtrado com $J = 1$. (c) Sinal filtrado com $J = 2$. (d) Sinal filtrado com $J = 3$.

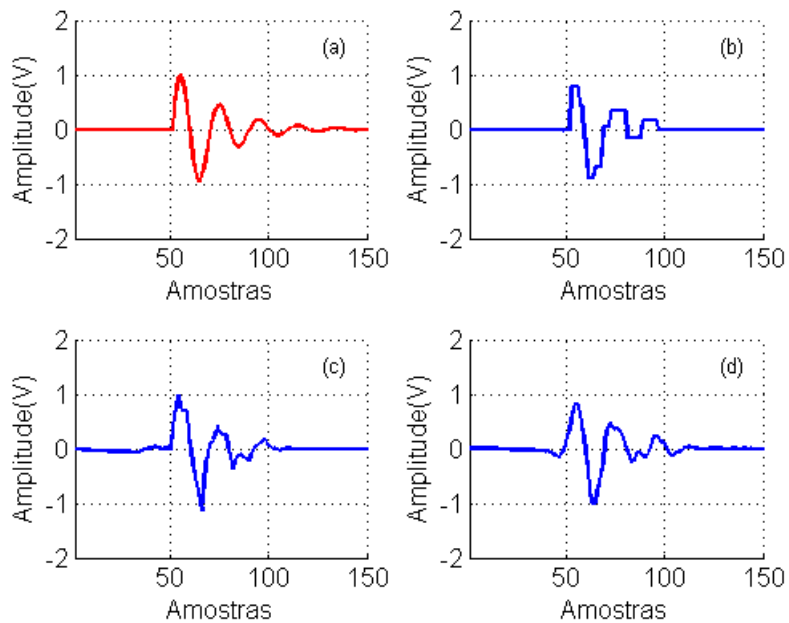


Figura 5.11: Efeito da Wavelet Mãe na filtragem pelo método LCW utilizando 7 níveis de decomposição e hard thresholding com limiar $\lambda = 0,5$ V. (a) Sinal original. (b) Sinal filtrado com a wavelet de Daubechies de ordem 1. (c) Sinal filtrado com a wavelet de Daubechies de ordem 2. (d) Sinal filtrado com a wavelet de Daubechies de ordem 4.

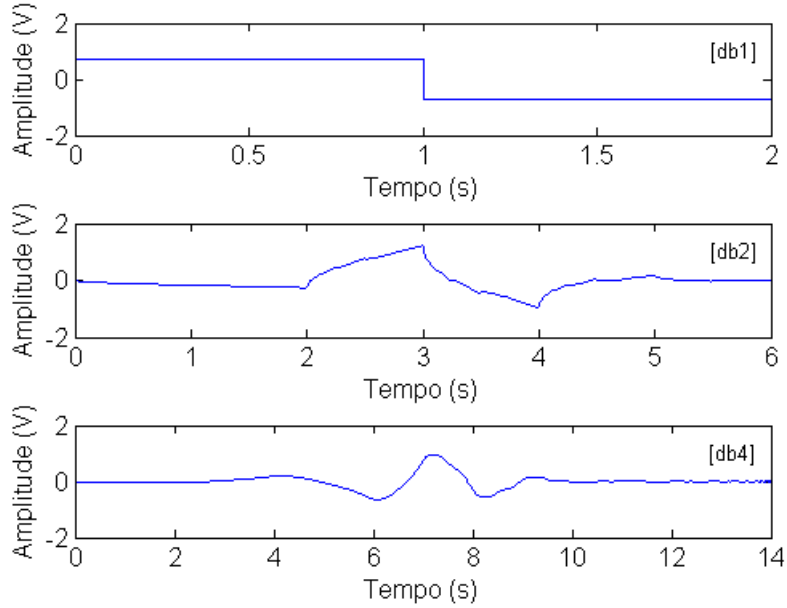


Figura 5.12: Funções wavelet contínuas de Haar (db1), de Daubechies de ordem 2 (db2), e de Daubechies de ordem 4 (db4).

5.4.2 Determinação dos Limiares de Ruído

No processo de filtragem por LCW, um dos fatores determinantes do seu bom desempenho está na escolha adequada dos limiares do ruído [19].

Embora alguns autores tenham proposto métodos heurísticos ou empíricos de determinação de limiares [9, 17, 20, 45] para LCW de sinais de DP, apresentaremos a seguir as técnicas de determinação de limiares decorrentes da proposta original de Donoho [19].

Consideremos o modelo de um sinal com um ruído aditivo:

$$s[n] = f[n] + \sigma e[n] \quad , \quad (5.2)$$

onde as amostras n são igualmente espaçadas. No caso mais simples, o ruído $e[n]$ é um ruído branco Gaussiano $N(0, 1)$ e o nível do ruído σ é supostamente igual a 1. O objetivo da filtragem é recuperar $f[n]$ a partir de $s[n]$. De acordo com [46], o método de LCW é eficiente para famílias de funções f que possuem uma representação esparsa no Domínio Wavelet, o que corresponde, como vimos, ao caso dos sinais de DP.

Em uma série de artigos sobre limiarização dos coeficientes wavelet, Donoho *et al.* propuseram alguns algoritmos de seleção do limiar, descritos a seguir.

- Limiar Universal, fixo para todos os níveis, igual a $\sqrt{2 \log(N)}$, onde N é o número de amostras do sinal.

- Limiar SURE: uma regra de seleção adaptativa do limiar baseada no método SURE (*Stein's Unbiased Risk Estimate*). Por este método obtém-se o limiar minimizando o risco correspondente à função de perda quadrática.
- Limiar Heurístico: uma modificação heurística dos métodos anteriores, que passa do Limiar SURE ao Limiar Universal quando a relação sinal ruído torna-se muito pequena.
- Limiar MINIMAX: considerando o sinal filtrado como uma estimativa estatística de uma função de regressão desconhecida, este método busca minimizar o máximo erro médio quadrático da estimativa (variando o limiar), dentre uma série de possíveis funções ou sinais.

Exemplo

Para efeito de comparação, apresentaremos os resultados de simulações utilizando os métodos de determinação de limiares supracitados. Foram gerados 1000 sinais de 1 667 000 amostras cada, com características de ruído branco com variância unitária $N(0, 1)$. Este número de pontos foi escolhido por ser equivalente à amostragem de 1 ciclo de 60 Hz a uma taxa de 100 MS/s. Os limiares de ruído calculados pelos métodos Universal, SURE e MINIMAXI podem ser vistos na Figura 5.13.

Considerando a limiarização do ruído, em cada simulação, para cada método foram calculados o percentual de coeficientes preservados. Observe de antemão que, como todos os sinais limiarizados possuem características de ruído branco, o resultado ideal é que todos os coeficientes sejam anulados, ou seja, que o percentual de coeficientes preservados seja 0.

A Tabela 5.1 mostra os resultados desta simulação, e a Figura 5.14 mostra o gráfico de um dos ruídos simulados com a indicação da média dos limiares obtidos por cada método.

Tabela 5.1: Percentual de coeficientes preservados utilizando limiares calculados pelos métodos MINIMAXI, SURE, e Universal.

	MINIMAXI	SURE	Universal
min	0,0600	0,0000	0,0000
mean	0,1496	0,3714	0,0004
max	0,2460	4,9070	0,0120

Na média, o limiar SURE é mais conservativo, chegando no caso limite a preservar 4,9% dos pontos do ruído. O limiar MINIMAXI é em média mais seletivo, embora sempre preserve uma parcela mínima dos pontos do ruído. O limiar Universal praticamente cancelou o ruído por completo em todos os casos.

A utilização de um limiar mais conservativo pode preservar sinais de DP cujos coeficientes estejam muito próximos do limiar de ruído. Em contrapartida, limiares mais conservativos não eliminarão completamente o ruído de fundo, gerando falsos positivos no resultado do processamento de LCW.

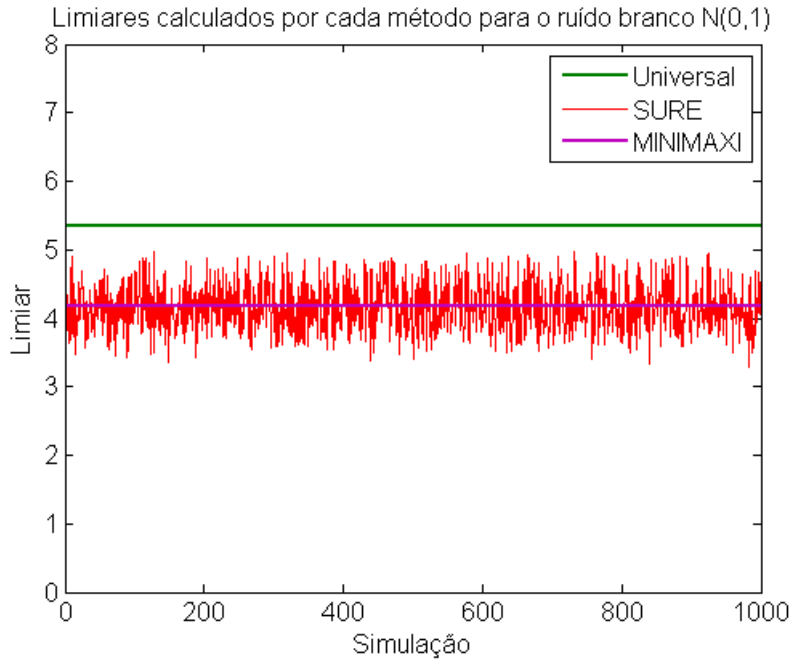


Figura 5.13: Limiares calculados por cada método para o ruído branco $N(0,1)$ gerado com 1 667 000 pontos.

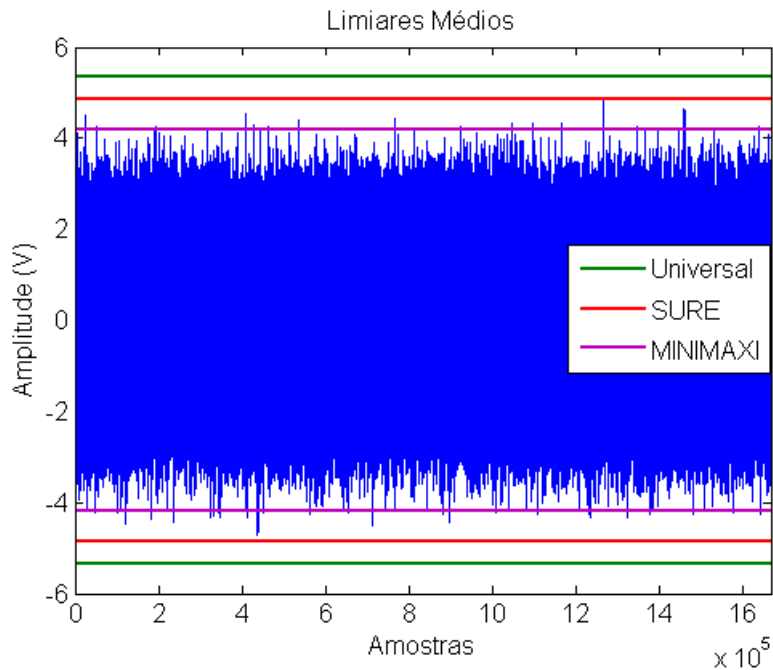


Figura 5.14: Ruído branco $N(0,1)$ gerado com 1 667 000 pontos, e valores médios dos limiares calculados por cada método.

5.4.3 Fator de Escala do Nível de Ruído

Cada um dos métodos acima assume como hipótese um ruído branco com distribuição $N(0, 1)$. Na prática, para determinação dos limiares, é necessário estimar o nível real desse ruído estimando o valor do seu desvio padrão σ .

Em muitos casos, pode-se supor que o primeiro nível de coeficientes de detalhamento contém essencialmente ruído branco com desvio padrão σ . No entanto, foi sugerido em [46] o cálculo do Desvio Absoluto da Mediana (MAD - *Median Absolute Deviation*) desses coeficientes como uma estimativa robusta de σ . Por este artifício garante-se uma boa estimativa do nível do ruído, mesmo quando o primeiro nível de detalhamento contém componentes do sinal, visto que estas componentes corresponderão a um pequeno número coeficientes.

$$\sigma = MAD(X) = MED_i(|X_i - MED_j(X_j)|) \quad , \quad (5.3)$$

Na equação (5.3) é calculada a mediana de um sinal cujos pontos são dados pelo valor absoluto da diferença entre cada ponto e a mediana do sinal original.

Quando o ruído é considerado colorido, o nível estimado do ruído pode ser calculado em cada nível de decomposição utilizando o mesmo artifício anterior.

Em [19] os quatro limiares propostos por Donoho *et al.* foram testados na filtragem de sinais simulados de DP, sem que no entanto uma conclusão pudesse ser generalizada sobre qual o mais adequado dentre eles. Os autores sugeriram, portanto, a seleção caso a caso do cálculo do limiar de acordo com os sinais medidos.

Ma *et al.* [12, 13] propuseram o cálculo de um limiar para cada nível, considerando a flutuação dos valores dos coeficientes wavelet para cada escala. O limiar para cada escala foi calculado como segue:

$$\lambda_j = \frac{\sigma_j}{q} \sqrt{2 \log(n_j)} \quad , \quad (5.4)$$

onde $\sigma_j = MAD(x_j)$ é o desvio absoluto da mediana dos coeficientes do nível considerado, n_j é o número de coeficientes desse nível, e a constante q , que poderia ser escolhida entre 0,4 e 1, foi determinada experimentalmente como $q = 0,6745$. Alguns trabalhos posteriores [16] utilizaram este mesmo valor de q , embora em [43] tenha sido utilizado $q = 0,65$.

Ao fazer $q < 1$, o limiar obtido por (5.4) será ainda maior do que o obtido pela aplicação direta do limiar universal, que por sua vez é o mais elevado dentre os limiares apresentados na Tabela 5.1. Isso significa que os autores em [16] e [43] optaram por um limiar bastante elevado, assumindo que o nível esperado dos coeficientes dos pulsos de DP se situaria bem acima do nível dos coeficientes do ruído.

5.4.4 Funções de Limiarização

A função de limiarização iguala a zero os coeficientes com valor absoluto abaixo do limiar de ruído. Existem duas funções clássicas de redução dos coeficientes wavelet: a limiarização abrupta (*hard thresholding*) e a limiarização suave (*soft thresholding*).

A função de limiarização abrupta para um limiar λ corresponde a:

$$\Lambda_H(t, \lambda) = \begin{cases} t, & \text{se } |t| \geq \lambda \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} . \quad (5.5)$$

A função de limiarização suave para um dado limiar λ é dada por:

$$\Lambda_S(t, \lambda) = \begin{cases} t - \lambda, & \text{se } t \geq \lambda \\ 0, & \text{se } -\lambda < t < \lambda \\ t + \lambda, & \text{se } t \leq -\lambda \end{cases} . \quad (5.6)$$

As funções de limiarização abrupta e suave podem ser visualizadas respectivamente nas Figuras 5.15 e 5.16.

As amplitudes dos coeficientes obtidos por limiarização abrupta serão maiores do que aqueles obtidos por limiarização suave, pois a limiarização abrupta não reduz os coeficientes originalmente acima do limiar. Segundo Xiaorong *et al.* [19], essa característica da limiarização abrupta permite uma melhor reprodução de sinais impulsivos como os de DP.

Em [9] foi relatado que a limiarização suave reduziu demasiadamente a amplitude dos sinais, ao ponto da localização das descargas deixar de ser evidente, ao passo que a limiarização abrupta preservou de forma mais adequada a amplitude dos pulsos processados.

Ma *et al.* [12, 13] usaram a limiarização abrupta em seus experimentos por esta obter coeficientes de maiores valores associados às DP, melhorando assim a relação sinal-ruído (calculada entre os valores máximos dos pulsos e do ruído).

Exemplo

Apresentaremos como exemplo os resultados da LCW do pulso definido em (5.1). O pulso foi decomposto em 7 níveis com a wavelet de Daubechies de ordem 4, e seus coeficientes wavelet foram limiarizados pelas funções de limiarização abrupta e suave com um nível de limiar $\lambda = 0,5$. Suas reconstruções são mostradas na Figura 5.17.

Nesse caso, o pulso reconstruído por limiarização suave apresentou amplitude menor do que o pulso reconstruído por limiarização abrupta, resultado este apontado também em [9] e [12].

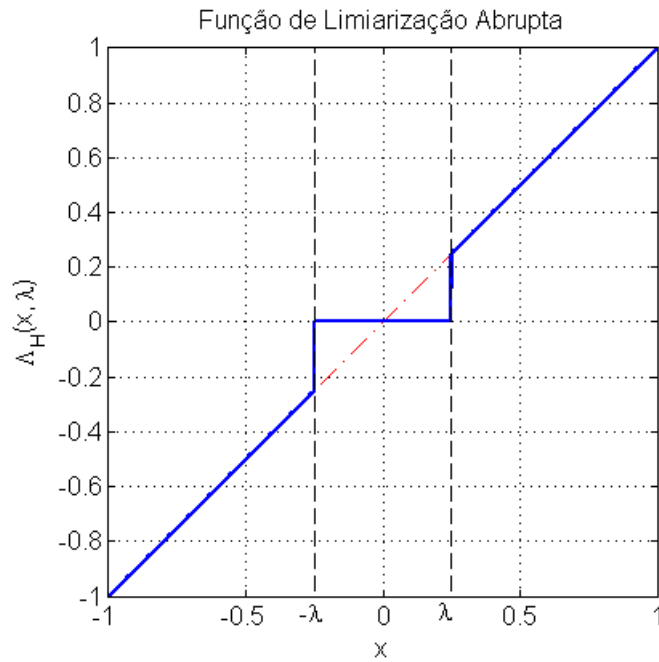


Figura 5.15: Função de Limiarização Abrupta para $\lambda = 0,25$.

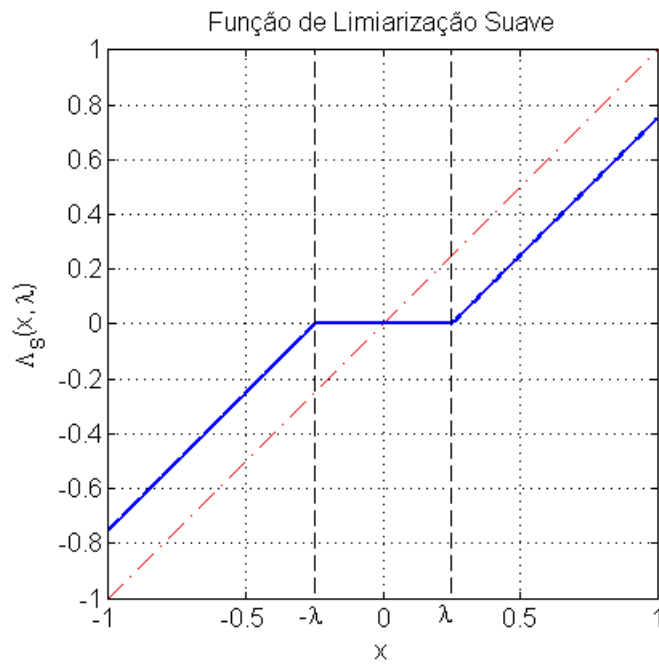


Figura 5.16: Função de Limiarização Suave para $\lambda = 0,25$.

A Figura 5.17 mostra ainda que os sinais resultantes das operações de LCW são não causais, e possivelmente de fase não mínima. Esse efeito deverá ser levado em consideração na identificação dos pulsos por cruzamento de borda, conforme descrito no Apêndice B.

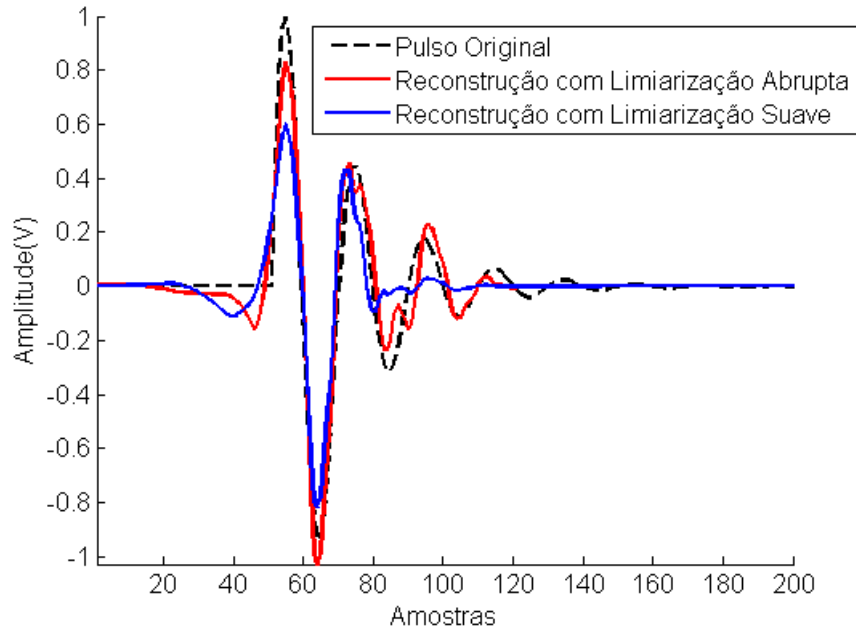


Figura 5.17: Comparação entre as reconstruções do pulso simulado de DP utilizando LCW com funções de limiarização abrupta e suave. Foi utilizada a wavelet de Daubechies de ordem 4 com 7 níveis de decomposição. As funções de limiarização utilizaram um nível de limiar $\lambda = 0,5$.

5.5 Conclusão

Neste capítulo apresentamos a técnica de redução de ruído de banda larga por limiarização dos coeficientes wavelet aplicada aos sinais de DP. Foi mostrado que a técnica LCW é mais eficaz para a redução do ruído branco em sinais de DP do que a limiarização dos coeficientes de Fourier e do que os tradicionais métodos de filtragem linear. Este resultado pode ser estendido a ruídos de banda larga em geral.

Especial atenção foi dada aos fatores que podem influenciar no resultado da filtragem por LCW, a saber: a base de decomposição wavelet, o método de estimativa do limiar de ruído e a função de limiarização dos coeficientes. Particularmente, mostramos a influência da seleção do número de níveis de decomposição e da função wavelet no resultado desta filtragem.

No capítulo seguinte trataremos mais especificamente dos métodos de seleção de Bases Wavelet com o objetivo de otimizar o processo de LCW aplicado a sinais de DP.

Capítulo 6

Seleção de Bases Wavelet

Neste capítulo abordaremos a seleção de Bases Wavelet para o processamento dos sinais de DP. Até o presente, as propostas publicadas para a seleção de Bases Wavelet restringiram-se à seleção das funções wavelet utilizadas na decomposição dos sinais. Neste capítulo proporemos um inovador algoritmo para a determinação do número de níveis de decomposição, bem como três novos métodos para a seleção das funções wavelet utilizadas.

6.1 Bases e Árvores de Decomposição

Na FWT e na WPT, o sinal é decomposto em subespaços complementares disjuntos, cujas bases são formadas pela união dos deslocamentos diádicos dos filtros de decomposição equivalentes para cada ramo da árvore. A união das bases de cada subespaço forma, portanto, uma base do espaço $l^2(\mathbb{Z})$.

De forma geral, podemos identificar em cada uma dessas transformadas a sua árvore de decomposição com a base em $l^2(\mathbb{Z})$ na qual os sinais discretos são representados. Nesse sentido, uma Base Wavelet será determinada pelas seguintes características:

- A topologia da sua árvore de decomposição.
- O número de níveis de decomposição.
- Os filtros utilizados em cada ramo da árvore.

No caso da FWT, a topologia da árvore é sempre a mesma (veja a Figura 4.10). A base de uma FWT é, portanto, completamente determinada pelo número de níveis e pelos filtros de cada ramo em sua árvore de decomposição.

A árvore de decomposição da SWT, suprimindo as operações de subamostragem, produz ainda uma representação sobrecompleta dos sinais em $l^2(\mathbb{Z})$, formada por combinações lineares de todos os deslocamentos possíveis dos filtros equivalentes de

cada ramo. Trata-se de uma moldura justa em $l^2(\mathbb{Z})$, não devendo ser confundida com uma base.

6.1.1 Definição do Problema da Seleção da Base Wavelet

O problema da seleção da Base Wavelet mais adequada para remoção de ruído por LCW em sinais de DP pode ser formulado como segue.

Dada a forma de onda de um pulso de DP, encontrar a base que melhor o represente no Domínio Wavelet de modo que, na LCW, o pulso processado preserve ao máximo as características do pulso original.

Em geral, este objetivo é alcançado desde que a decomposição do pulso na Base Wavelet selecionada maximize o valor dos seus coeficientes em módulo, de modo que estes possam ser preservados no processo de LCW.

Apresentaremos a seguir um método de determinação do número de níveis de decomposição, bem como os métodos tradicionais e novas propostas de determinação das funções wavelet (dos filtros nos ramos da árvore de decomposição) para obtenção de melhores resultados no processamento de sinais de DP por LCW.

6.2 Algoritmo para Determinação do Número de Níveis de Decomposição

O número de níveis de decomposição de um sinal determina em quantas sub-bandas este será decomposto. Trata-se portanto de um conceito essencial que, no entanto, parece ainda não ter sido completamente esclarecido nas publicações referentes à filtragem dos sinais de DP.

No item 5.4 foi mostrado de forma qualitativa como o número de níveis de decomposição pode afetar o resultado do processamento por LCW. Apresentaremos agora uma metodologia capaz de determinar o menor número de níveis de decomposição para que os pulsos de DP sejam representados majoritariamente em bandas de detalhamento no Domínio Wavelet.

Como ocorre necessariamente em toda técnica de filtragem em malha aberta, partiremos da análise dos sinais (e dos ruídos) presentes na medição [9]. A análise realizada será a avaliação da Densidade Espectral de Energia dos pulsos de DP.

6.2.1 Métodos Tradicionalmente Empregados

Pouca atenção foi dada anteriormente à determinação do número de níveis de decomposição para a LCW. Um grande número de trabalhos simplesmente adotou

um número arbitrariamente ou por tentativa e erro, sem maiores esclarecimentos a respeito [2, 9, 12–19]. Em [19] foi feita inclusive uma inapropriada recomendação genérica de que, em geral, 4 ou 5 níveis seriam *sempre* suficientes nessa decomposição.

Em [47], como a energia dos sinais decompostos concentrou-se na primeira banda de detalhamento, o autor usou somente um nível de decomposição, obtendo naturalmente um resultado pouco satisfatório. Hongxia e Xuefeng [48] publicaram um resultado semelhante e, para melhorar a decomposição, reaplicaram a FWT nos coeficientes da primeira banda de detalhamento, implementando uma árvore de decomposição particular, equivalente a uma árvore de decomposição na WPT.

Mortazavi *et al.* [16] sugeriram que o número de níveis dependerá das características de frequência dos sinais de DP e do ruído, e que poderá ser determinado por tentativa e erro. Satish *et al.* [17] também sugeriram a determinação do número de níveis por tentativa e erro, embora tenham comentado sua relação com a taxa de aquisição dos sinais e com o limite de banda do sistema de medição de DP. Shetty *et al.* [45] sugeriram que o número de níveis deve ser definido *a priori*, de acordo com a frequência de amostragem e com a largura de banda do medidor de DP utilizado. Em [20] Zhou *et al.* afirmaram que a filtragem através da LCW pode ser melhorada grandemente através do conhecimento prévio da distribuição da energia nos diversos níveis da FWT, distribuição essa que dependerá fundamentalmente do espectro dos sinais de DP e da taxa de aquisição utilizada no sistema de medição.

Xiaorong *et al.* [19] também chamaram a atenção para a importância da determinação do número de níveis de decomposição. Segundo os autores, a filtragem por LCW baseia-se nas características de multirresolução da WT. Caso o número de níveis de decomposição seja muito pequeno, o resultado da filtragem será pobre. Entretanto, se o número de níveis de resolução for muito grande, não necessariamente obter-se-á uma melhor filtragem dos sinais, aumentando desnecessariamente o tempo e a carga de processamento.

Em suas experiências, Zhou *et al.* [20] concluíram que, quando a relação sinal-ruído é muito grande, pouco importa o número de níveis de decomposição no resultado final da filtragem. Entretanto, quando a relação sinal-ruído diminui, deve-se usar o maior número possível de níveis de decomposição com a finalidade de obter melhores resultados de filtragem. Via de regra, portanto, os autores recomendaram decomposição do sinal no máximo número de níveis possível.

Há portanto um consenso na literatura de que a escolha do número de níveis de decomposição estabelece um compromisso entre o resultado da filtragem e o seu custo computacional associado.

6.2.2 Determinação do Número Máximo de Níveis de Decomposição

Zhou *et al.* [20] definiram o número máximo de níveis de decomposição para a FWT em função do número de amostras do sinal:

$$J_{max} = \text{fix}(\log_2 N) \quad , \quad (6.1)$$

onde N é o comprimento do sinal e a função $\text{fix}(\cdot)$ retorna o maior número inteiro inferior ao seu argumento.

Levando em conta o número de pontos resultante de cada operação de convolução, o resultado da decomposição pela FWT terá sempre um mínimo de $(N_W - 1)$ pontos, onde N_W é o número de coeficientes dos filtros de decomposição utilizados. Alguns autores [20, 46] estabeleceram com base nessa propriedade o número máximo de níveis de decomposição, de modo que a banda de aproximação contenha sempre um número maior de pontos do que o filtro de decomposição utilizado.

$$J_{max} = \text{fix} \left(\log_2 \frac{N}{(N_W - 1)} \right) \quad . \quad (6.2)$$

No desenvolvimento que se segue, para manter o cálculo de J_{max} independente dos filtros de decomposição utilizados, adotaremos o limite calculado por (6.1).

6.2.3 Desenvolvimento Matemático

Quando os filtros utilizados na FWT são ortonormais, estes dividirão o espectro simetricamente [40], de modo que a árvore de decomposição em oitavas decomporá o espectro em $J + 1$ sub-bandas como sugere a Figura 6.1.

No caso geral em que os filtros utilizados são biortogonais, o espectro será dividido assimetricamente a cada nível de decomposição, e a árvore de decomposição da FWT decomporá o espectro em $J + 1$ sub-bandas como sugere a Figura 6.2. Faremos uso dessa propriedade no desenvolvimento que segue.

Seja ω_c a frequência normalizada na qual se divide o espectro em um banco de filtros de banda dupla com propriedade de reconstrução perfeita do sinal, de acordo com a Figura 6.2. A constante γ , $0 < \gamma < 1$, representa a proporção entre a largura da banda de altas frequências e a largura de banda de baixas frequências. Para um banco de filtros ortogonal, γ sempre terá valor $\gamma = 0,5$.

Em uma árvore de decomposição por oitavas, a banda de aproximação no J -ésimo nível estará no intervalo $[0, \gamma^J \pi]$.

Seja o sinal $x_p(t)$ uma oscilação com média nula e duração finita. Como $x_p(t)$ terá características de um sinal passa-faixa, seja F_{min} o limite inferior da banda de

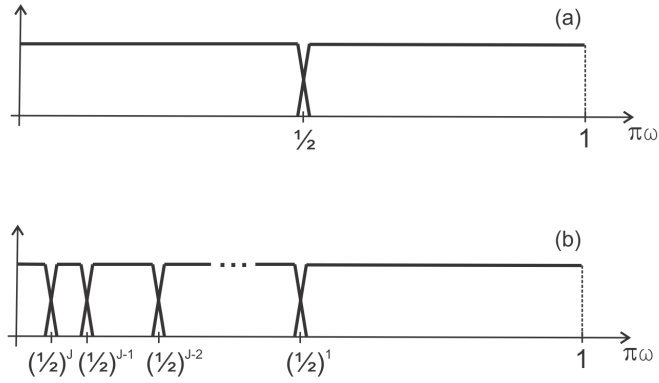


Figura 6.1: (a) Divisão simétrica do espectro por um banco de filtros ortogonal de banda dupla com propriedade de reconstrução perfeita. (b) Divisão do espectro em $J + 1$ sub-bandas pela FWT utilizando filtros ortogonais.

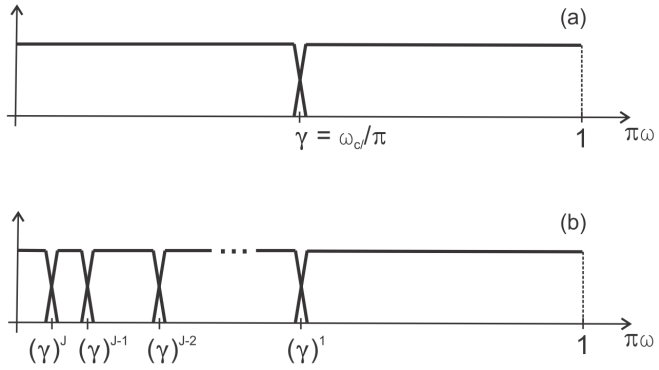


Figura 6.2: (a) Divisão assimétrica do espectro (na frequência $\omega_c = \gamma\pi$) realizada por um banco de filtros biortogonal de banda dupla com propriedade de reconstrução perfeita. (b) Divisão do espectro em $J + 1$ sub-bandas pela FWT utilizando filtros biortogonais.

$x_p(t)$. Se o sinal for amostrado com uma taxa de amostragem F_s , o limite de banda inferior normalizado será:

$$f_{min} = \frac{2\pi F_{min}}{F_s} \quad . \quad (6.3)$$

Para que a FWT decomponha o sinal somente em bandas de aproximação (associadas à função wavelet), devemos ter:

$$\gamma^J \pi < f_{min} \quad , \quad (6.4)$$

ou:

$$\gamma^J < \frac{2F_{min}}{F_s} \quad . \quad (6.5)$$

Reescrevendo:

$$\left(\frac{1}{\gamma}\right)^J > \frac{F_s}{2F_{min}} \quad , \quad (6.6)$$

calculamos:

$$J > \log_{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{F_s}{2F_{min}} \right) \quad . \quad (6.7)$$

Como $J \in \mathbb{Z}$, o menor número de níveis de decomposição para que o sinal seja decomposto em sub-bandas de detalhamento será:

$$J = \text{ceil} \left[\log_{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{F_s}{2F_{min}} \right) \right] \quad . \quad (6.8)$$

Façamos: $\text{ceil}(x) = \text{fix}(x + 1)$. Logo:

$$J = \text{fix} \left[\log_{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{F_s}{2F_{min}} \right) + \log_{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{1}{\gamma} \right) \right] \quad , \quad (6.9)$$

$$J = \text{fix} \left[\log_{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{F_s}{2\gamma F_{min}} \right) \right] \quad . \quad (6.10)$$

Passando o logaritmo à base 2 teremos:

$$J = \text{fix} \left[\frac{\log_2 \left(\frac{F_s}{2\gamma F_{min}} \right)}{\log_2 \left(\frac{1}{\gamma} \right)} \right] \quad . \quad (6.11)$$

Observe finalmente que, para um banco de filtros ortogonal, onde $\gamma = 0,5$, chegamos à equação:

$$J = \text{fix} \left[\log_2 \left(\frac{F_s}{F_{min}} \right) \right] \quad . \quad (6.12)$$

6.2.4 Proposta do Algoritmo NDL

Na prática, a determinação do limite de banda inferior dos pulsos de DP pode dificultar o emprego do método descrito no item anterior. Se este limite for próximo de zero, o método não trará nenhum benefício, conduzindo à utilização do máximo número possível de níveis de decomposição.

Para solucionar esta dificuldade, propomos que F_{min} seja igualada à menor frequência para a qual a ESD (*Energy Spectral Density* ou Densidade Espectral de Energia) seja maior que um valor percentual mínimo $u\%$ da energia total do pulso de DP. O algoritmo para determinação do número de níveis de decomposição NDL (*Number of Decomposition Levels*) proposto na Figura 6.3 calcula, desta forma, o menor número de níveis de decomposição para o qual pelo menos $(100 - u)\%$ da energia do pulso será decomposta em subespaços de detalhamento, evitando o custo

computacional da decomposição do sinal em bandas que não contenham informações relevantes.

Podemos resumir este procedimento nos seguintes passos:

1. Cálculo da ESD de um pulso de DP típico da medição, cuja forma de onda possa ser claramente identificada sobre o ruído de fundo.
2. Determinação do percentual mínimo da energia do pulso que desejamos decompor em sub-bandas de detalhamento $(100 - u)\%$.
3. Busca do limite de banda inferior f_{min} para o qual este percentual de energia do pulso será decomposto em sub-bandas de detalhamento.
4. Cálculo do número de níveis de decomposição por (6.11).

Como o algoritmo NDL não leva em consideração nem o número de amostras do sinal original nem o número de coeficientes dos filtros utilizados, é possível que o valor calculado para J exceda o valor máximo admitido. Nesse caso, deverá ser adotado o valor dado por (6.1).

O algoritmo proposto é ainda computacionalmente eficiente, convergindo em um número máximo de 100 iterações (em virtude dos passos de 1% na redução da variável E , como indicado na Figura 6.3).

Exemplo

Considere novamente na Figura 6.4(a) o pulso oscilatório exponencialmente amortecido definido em (5.1). Sua ESD é mostrada na Figura 6.4(b). A linha horizontal pontilhada indica o limiar obtido para que 95% da energia do sinal seja decomposta em bandas de detalhamento, e a linha vertical pontilhada indica a menor componente de frequência acima desse limiar, que no caso é de $f_{min} = 1,17$ MHz. Substituindo em (6.11), calculamos que o mínimo de 6 níveis de decomposição serão suficientes para representar 95% da energia deste pulso em sub-bandas de detalhamento.

6.2.5 Comentários Adicionais

O algoritmo NDL tem por objetivo determinar o número mínimo de níveis de decomposição da FWT para que um pulso de DP seja adequadamente representado no Domínio Wavelet. Na prática, ao invés de processar um único pulso tomado como amostra, o algoritmo seria empregado com mais aproveitamento se este calculasse o número de níveis a partir da ESD do pulso médio presente na medição, conforme apresentado no item 3.5.

O requisito de que os pulsos sejam decompostos em sub-bandas de detalhamento é inerente à própria Transformada Wavelet, visto que as funções wavelet formam

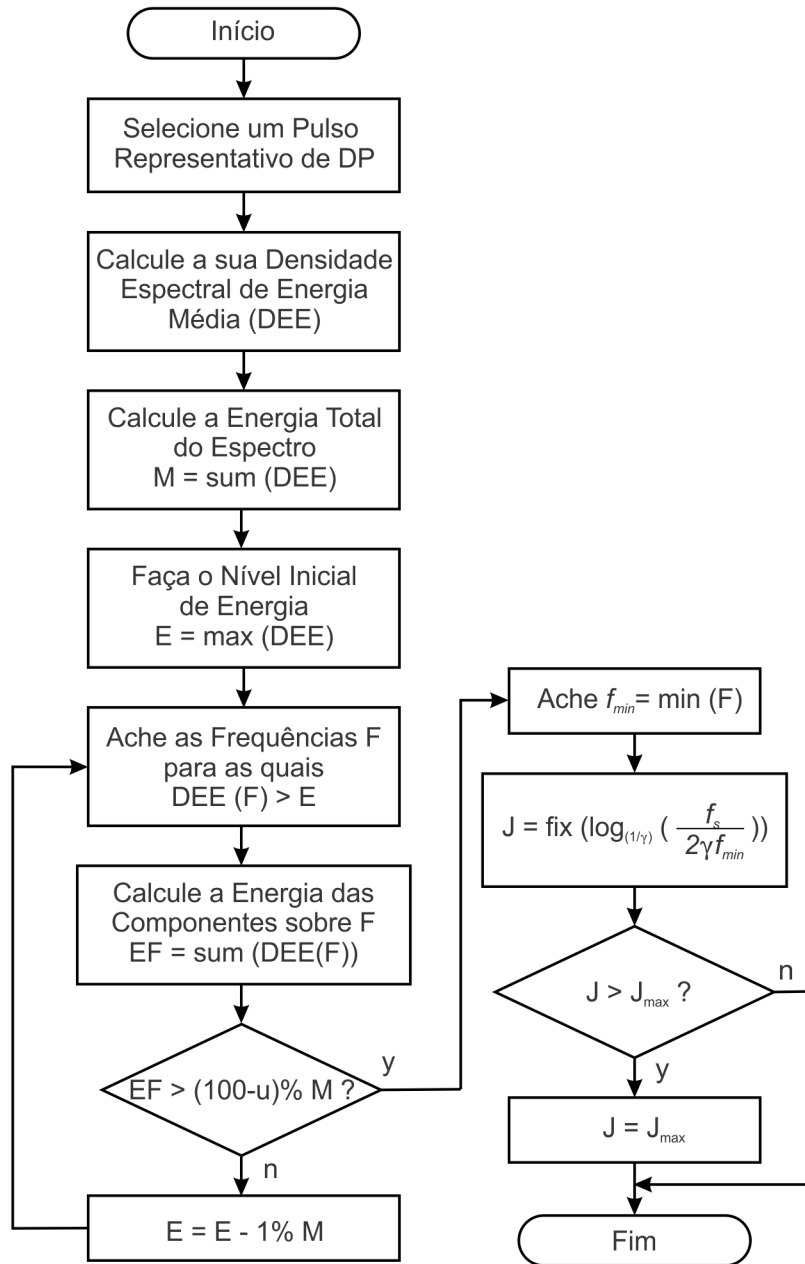


Figura 6.3: Algoritmo NDL proposto para a determinação do número de níveis de decomposição wavelet J , onde $(100 - u)\%$ é o percentual da energia do pulso médio a ser decomposto em bandas de detalhamento, e f_s é a frequência de amostragem dos sinais.

as bases vetoriais dos sub-espacos de detalhamento. Por sua vez, o espaco de aproximação nada mais é que um sub-espaco complementar aos espacos de detalhamento existentes, podendo teoricamente ser decomposto em outros infinitos sub-espacos de

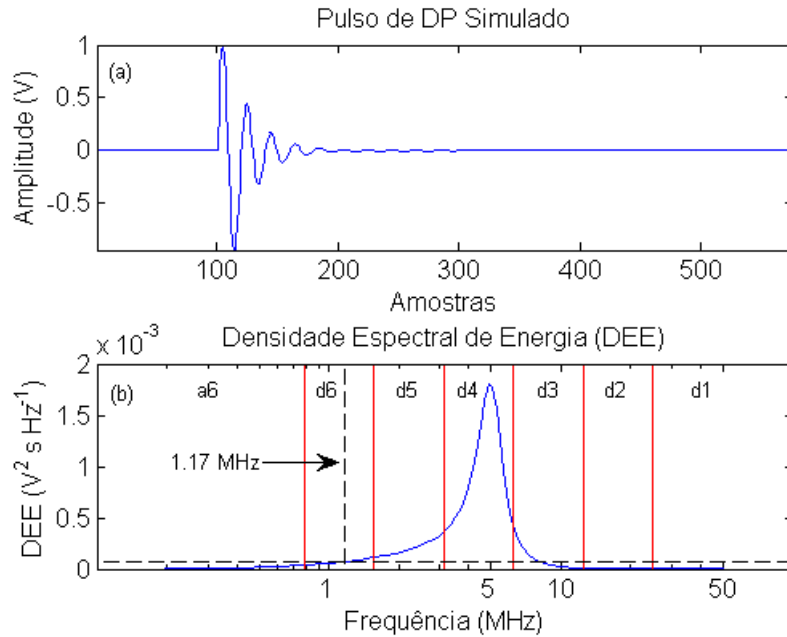


Figura 6.4: Seleção do número de níveis de decomposição. (a) Pulso de DP Simulado. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso de DP. As linhas vermelhas indicam a divisão do espectro em sub-bandas pela FWT utilizando filtros ortogonais. A linha tracejada vertical indica a menor frequência cuja componente na ESD é superior a 5% da energia total do espectro.

detalhamento em diferentes escalas.

Uma limitação deste método seria a utilização de diferentes bancos de filtros em uma mesma árvore de decomposição na FWT. No caso de todos os filtros serem ortogonais, em nada se alteraria o resultado. Entretanto, no caso de filtros com diferentes valores de γ , já não se poderia garantir a decomposição dos sinais principalmente em bandas de detalhamento.

Em resumo, concluímos que o algoritmo NDL, além de ser computacionalmente eficiente, representa um avanço na determinação do tipo de decomposição wavelet mais adequada para o processamento de sinais de DP por LCW.

O próximo passo na busca da Base Wavelet, após a determinação do número de níveis de decomposição, será a determinação adequada das funções wavelet e dos filtros de decomposição a elas associados, tratada a seguir.

6.3 Métodos de Seleção dos Filtros de Decomposição

Na Transformada Wavelet, para cada diferente escolha da função Wavelet Mãe, uma transformada diferente é definida. No item 5.4 foi mostrado de forma qualitativa

como a seleção da função wavelet utilizada na decomposição dos sinais pode afetar o resultado do processamento por LCW.

6.3.1 Expressões Utilizadas: Wavelet Mãe e Filtros de Decomposição

A CWT calcula o produto interno entre o sinal processado e versões escalonadas e deslocadas no tempo de uma função Wavelet Mãe (WM) original [36].

Na FWT, no entanto, os coeficientes são o resultado de filtragens e subamostragens sucessivas, não intervindo diretamente nesse cálculo nenhuma função wavelet reescalada no tempo. A conexão entre a CWT e a implementação da FWT se torna mais evidente no Domínio da Frequência, e pode-se mostrar que quando o número de níveis de decomposição tende ao infinito, o filtro equivalente que produz os coeficientes de detalhamento $\beta^{(J)}[n]$ converge para uma função wavelet contínua invertida no tempo [49]. Portanto, o mais próximo de uma Wavelet Mãe a que podemos chegar é a aproximação de uma função wavelet contínua através de algumas iterações entre filtros de decomposição. Mesmo assim, o termo *Wavelet Mãe* é comumente utilizado para designar os filtros utilizados nesse processo.

As expressões *Wavelet Mãe* e *Filtros de Decomposição* deixaram, no entanto, de ser intercambiáveis, a partir do momento em que Li *et al.* [14] propuseram a utilização de diferentes filtros de decomposição em cada um dos níveis da árvore de decomposição da FWT. Por esse motivo, utilizamos neste trabalho, quando for oportuno, a expressão *Filtros de Decomposição* de forma mais geral, com a finalidade de englobar também a forma de decomposição que utiliza filtros associados a mais de uma função wavelet em uma mesma árvore de decomposição.

6.3.2 Objetivo da Seleção dos Filtros

Segundo [16], a escolha adequada da WM possibilita a representação das características do sinal em um número reduzido de coeficientes wavelet que, concentrando a energia do sinal, terão maiores amplitudes e facilitarão assim o processo de filtragem por LCW. Segundo [12], a WM mais adequada para a análise de um determinado sinal será aquela capaz de gerar coeficientes com os maiores valores possíveis dentro do domínio tempo-escala.

Intuitivamente, sendo a WT uma decomposição do sinal em uma base formada por versões da WM em diferentes escalas, a função wavelet que proporcionará os coeficientes de maior amplitude será aquela que tiver o menor ângulo (conforme a definição de ângulo em um espaço de Hilbert [39]) em relação ao sinal processado. Em outras palavras, será aquela que for mais semelhante à forma de onda do sinal.

Embora haja um consenso na importância da seleção apropriada da WM, verifica-se na literatura que muitas vezes essa seleção foi feita empiricamente, por tentativa e erro, ou por mera comparação visual entre a forma do sinal e da WM [2, 4, 9, 17, 18, 45, 50].

Lalitha *et al.* [4] limitou-se a afirmar que não existe regra geral para a escolha da WM, e que deve ser feita dependendo da aplicação.

Chang *et al.* [50] propuseram um método heurístico que decompunha inicialmente o sinal em 4 níveis com a WPT, e buscava pela WM que minimizasse o valor médio dos seus coeficientes em módulo.

Para solucionar a questão da seleção da WM, alguns autores propuseram métodos de seleção prévia da WM, baseados na forma de onda dos pulsos, que serão descritos a seguir. Estes métodos propõem critérios de seleção da melhor WM dentre uma biblioteca de funções wavelet candidatas para o processamento de sinais de DP.

6.3.3 Métodos Anteriormente Publicados

Correlation Based Wavelet Selection (CBWS)

O produto interno entre um sinal e uma função wavelet (em uma escala e em uma posição determinadas) expressa o quanto essa wavelet contribuirá como parcela na representação do sinal original. Quanto mais semelhantes forem as suas formas de onda, maior será o seu produto interno.

Este fato justifica que as primeiras tentativas de filtragem de sinais de DP no Domínio Wavelet tenham selecionado os filtros de decomposição da FWT empiricamente, com base na semelhança visual entre a sua função wavelet associada e a forma de onda dos pulsos de DP [17–19, 51].

Ma, Zhou, and Kemp [12, 13] propuseram que essa semelhança visual fosse avaliada pelo coeficiente de correlação estatística entre o sinal e a função wavelet, selecionando a wavelet que maximizasse a sua correlação estatística com a forma de onda dos pulsos de DP.

Em análise estatística, o coeficiente de correlação¹ CC é usado para detectar uma relação particular entre duas variáveis. Quanto mais próximo da unidade for o CC , maior será a aproximação da forma de onda dessas variáveis [13].

Dadas as variáveis $x[k]$ e $y[k]$ ambas com N amostras, o coeficiente de correlação

¹O coeficiente de correlação estatístico coincide com o produto interno entre sinais de média nula e variância unitária. Em muitas publicações essas duas condições são admitidas por hipótese, e a correlação entre os sinais é calculada aproximadamente pelo seu produto interno.

entre ambas é dado por:

$$CC = \frac{\sum_{k=1}^N (x[k] - \overline{x[k]})(y[k] - \overline{y[k]})}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (x[k] - \overline{x[k]})^2 \sum_{k=1}^N (y[k] - \overline{y[k]})^2}}, \quad (6.13)$$

onde $\overline{x[k]} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x[k]$ e $\overline{y[k]} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y[k]$.

O procedimento proposto pelo CBWS consiste em selecionar um pulso de DP e calcular a sua correlação com várias WM, escolhendo aquela que apresentar o maior coeficiente de correlação com o pulso.

Segundo os autores, durante o processamento da FWT, ao se reescalar a WM em duração e em amplitude, esta produzirá eventualmente coeficientes com os maiores valores absolutos, desde que tenha sido escolhida a WM mais adequada.

Ma *et al.* concluem com a recomendação de que wavelets de baixa ordem são mais adequadas à análise de pulsos exponencialmente amortecidos, e que wavelets de ordem mais elevada são mais adequados à análise de pulsos oscilantes com decaimento exponencial [12, 13].

Este método foi utilizado por vários outros autores [16, 52, 53] apresentando bons resultados.

Entretanto, o método CBWS supõe que a correlação seja calculada com a função wavelet em todas as escalas e em todos os deslocamentos possíveis, o que acarreta um elevado custo computacional.

Para contornar este problema, Li, Jiang, Grzybowski and Cheng [14] propuseram uma determinação heurística do deslocamento e da escala da função wavelet, ajustando-a de modo que a wavelet escalada e o pulso de DP coincidam no seus máximos e no primeiro cruzamento do zero após o máximo de cada forma de onda. Essa implementação fornece bons resultados e foi adotada também no presente trabalho para efeito de comparação.

A Figura 6.5 mostra, sobre o pulso oscilatório exponencialmente amortecido definido em (5.1), a wavelet Symlet de ordem 4 posicionada e escalonada de acordo com este método, a qual produziu o maior CC em relação a todas as outras wavelets testadas.

Energy Based Wavelet Selection (EBWS)

Como alternativa ao CBWS, os autores em [14] propuseram uma seleção multinível dos filtros de decomposição baseada na distribuição da energia entre as sub-bandas de decomposição.

Por este método, a cada nível realiza-se uma decomposição do sinal utilizando

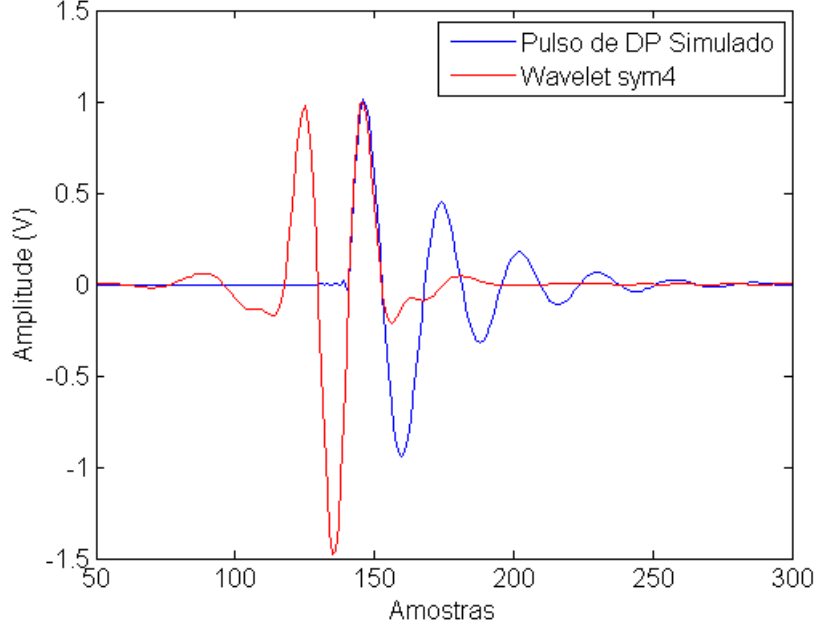


Figura 6.5: Escolha da wavelet Symlet de ordem 4 como wavelet ótima pelo método CBWS, com ajuste heurístico proposto para as curvas do pulso de DP simulado e da WM no cálculo da correlação.

todas as WM candidatas, sendo selecionada aquela que apresentar o maior percentual de energia nos coeficientes de aproximação. Seja $\alpha^{(l)}$ o vetor de coeficientes de aproximação numa dada escala l , onde $l = 1, 2, \dots, J$. O cálculo do percentual de energia nessa banda de aproximação foi definido como:

$$E_a^{(l)} = \frac{\sum_k (\alpha^{(l)}[k])^2}{\sum_k (\alpha^{(l)}[k])^2 + \sum_{i=1}^l \sum_k (\beta^{(i)}[k])^2}, \quad (6.14)$$

onde $\beta_k^{(i)}$ são os coeficientes de detalhamento do nível i , onde $i = 1, 2, \dots, l$.

A energia percentual da aproximação no nível l foi então usada como critério para selecionar a Wavelet Mãe ótima para decomposição em cada nível.

Ao apresentar o método baseado na energia percentual de decomposição, Li *et al.* implementaram uma nova seleção da WM a cada novo nível de decomposição. Segundo os autores, comparado ao CBWS, este método apresentou menores erros de máxima amplitude (EM) e de erro médio quadrático (EMQ) nos sinais de DP filtrados, além de ser significativamente mais rápido.

Como exemplo, a Figura 6.6 mostra a distribuição de energias obtida na decomposição do pulso de DP simulado definido em (5.1) pelo método EBWS. Os filtros selecionados para cada nível são mostrados na Tabela 6.1.

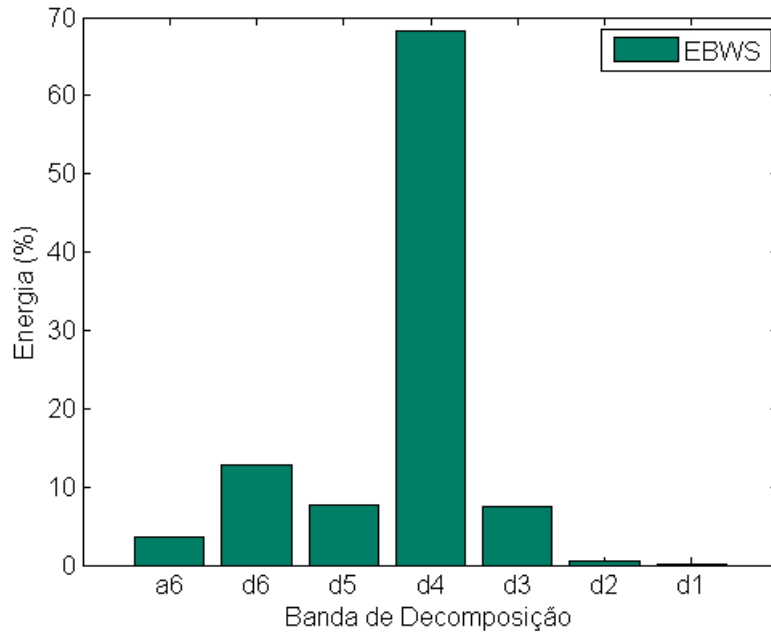


Figura 6.6: Distribuição de Energia por bandas de decomposição obtida pelo método EBWS.

Restrição a Wavelets Biortogonais de Fase Linear

Além dos métodos citados, em [52, 53] foi proposta a restrição das wavelets candidatas a wavelets biortogonais de fase linear, com o objetivo de minimizar a distorção dos pulsos, já que filtros de fase linear não inserem distorção de fase nos sinais.

No entanto, cabe observar que, em qualquer banco de filtros de meia banda com reconstrução perfeita (ortogonais ou não), as distorções dos filtros se cancelarão na etapa de reconstrução dos sinais. Por outro lado, em todo processo de limiarização dos coeficientes wavelet, necessariamente haverá distorção do sinal de saída, independentemente dos tipos de filtros utilizados.

A escolha de filtros de fase linear somente se justifica quando se requer uma mínima distorção no domínio da transformada. Não sendo esse o caso, tal restrição é absolutamente inapropriada.

Método de seleção da WM Baseado na Máxima Seletividade dos Filtros

Gaouda *et al.* [43] propuseram a seleção da WM com base na resposta em frequência do banco de filtros utilizado na decomposição pela FWT.

Os autores argumentaram que a resposta em frequência dos filtros será mais seletiva na medida em que forem utilizadas wavelets com ordens maiores. Na medida em que se aumenta a ordem da WM, seu espectro tende a ficar mais achatado nas proximidades de 0 e de π . Logo, reduz-se a região de sobreposição entre dois filtros adjacentes e assim evita-se o vazamento espectral entre estas bandas no processo de

decomposição wavelet.

No entanto, a energia dos sinais de DP pode estar distribuída entre várias bandas de decomposição (como, por exemplo, ocorre na Figura 6.4), e a escolha criteriosa de filtros com máxima seletividade não produz melhores resultados (como mostra claramente o exemplo do item 7.7).

6.3.4 Novos Métodos Propostos

Proporemos a seguir três novos métodos de seleção dos filtros para a filtragem dos sinais de DP.

A proposta de cada um desses métodos foi baseada no estudo e na crítica dos métodos anteriormente publicados, confrontados com o aprofundamento das características da própria FWT. O primeiro método proposto, chamado SWTBWS, aperfeiçoa o tradicional método CBWS. Os outros dois métodos propostos, aqui chamados de SNRBWS e MEBWS, visam aperfeiçoar o método EBWS.

Crítica ao Método CBWS

O método CBWS, da forma como foi publicado em [13], contém imprecisões e alguns pontos deixados em aberto pelos próprios autores.

Na FWT, a WM é obtida por um processo iterativo que converge para uma função wavelet contínua. Embora Ma *et al.* tenham sugerido a máxima correlação entre a WM e o sinal como critério de seleção, em nenhum momento foi explicitado como realizar esse teste de correlação, isto é, em que escala e em que deslocamento a WM deveria ser colocada. O custo computacional do cálculo da correlação com a WM colocada em todas as escalas e em todos os deslocamentos possíveis seria inviável, ainda maior que o custo computacional da CWT.

Por outro lado, conforme apresentado no Capítulo 4, na FWT a convolução não é realizada entre o sinal e versões escaladas e invertidas de uma WM. Ao aplicar a FWT, a cada nível de decomposição, a convolução do sinal é feita com uma aproximação diferente da função wavelet contínua, calculada pela associação em cascata dos filtros de decomposição utilizados.

Nesse ponto os autores cometeram um erro conceitual, ao fazer a correlação do sinal com uma versão reescalada e deslocada de uma aproximação da WM limite, para a qual as convoluções dos filtros utilizados convergem quando o número de iterações tende a infinito. Li *et al.* [14] cometeram o mesmo erro ao propor heurísticamente um valor de escala e de deslocamento para uma aproximação da função wavelet contínua.

Stationary Wavelet Transform Based Wavelet Selection (SWTBWS)

O método SWTBWS, assim como o CBWS, propõe a utilização de uma única WM em todos os níveis de decomposição, selecionando aquela que maximizar o módulo dos coeficientes da Transformada Wavelet Estacionária (SWT) do sinal.

Esse método é aqui proposto como uma tentativa de melhorar o método CBWS sob dois aspectos. Em primeiro lugar, porque a FWT calcula, a cada nível, o produto interno discreto, e não a correlação entre o sinal e o filtro equivalente de cada ramo da sua árvore de decomposição. Em segundo lugar, porque a aproximação da função wavelet obtida por um número suficientemente grande de iterações não coincide exatamente com os bancos de filtros equivalentes sobre os quais se calcula o produto interno.

Assim como ocorre com o cálculo da correlação, como a SWT não é subamostrada, esta é invariante ao deslocamento do sinal de entrada, sendo por este motivo mais adequada do que a avaliação direta dos coeficientes da FWT.

A Figura 6.7 mostra em um gráfico tridimensional o valor dos coeficientes da SWT calculados entre o pulso simulado $x_p(t)$ e a wavelet Symlet de ordem 7. A wavelet sym7 foi selecionada por produzir o máximo valor em módulo dentre todas as demais wavelets testadas.

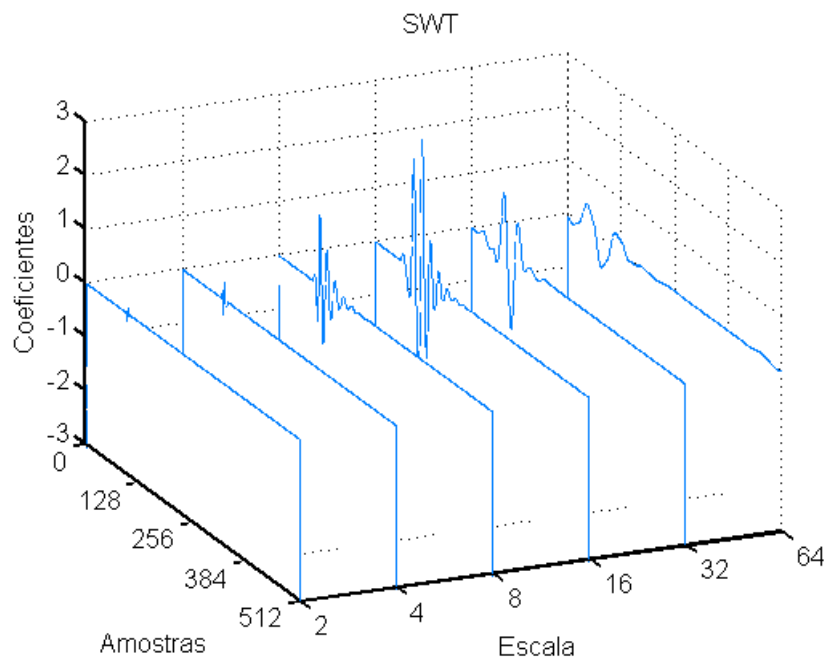


Figura 6.7: SWT do sinal calculada com a wavelet sym7, selecionada pelo método SWTBWS.

Crítica ao Método EBWS

Nossa primeira crítica ao artigo de Li *et al.* [14] está no fato de que, ao testar diversas WM, busca-se sempre aquela que maximiza o nível de energia na banda de aproximação $E_a^{(l)}$. Essa estratégia vem da suposição (frequentemente verdadeira) de que, na análise da FWT, os subespaços dos detalhes contém essencialmente ruído, e a aproximação contém as informações úteis do sinal. A própria nomenclatura utilizada sugere que os *detalhes* podem ser suprimidos para que se tenha uma boa *aproximação* do sinal.

Entretanto, essa suposição nem sempre é verdadeira. Nos trabalhos [47, 48] foram descritas duas experiências em que a energia dos pulsos de DP concentrou-se precisamente na primeira banda dos detalhes de mais altas frequências.

Além do mais, os autores sugerem que esse procedimento seja repetido a cada nível de decomposição. Na decomposição da FWT, como a banda de aproximação é reduzida à metade a cada iteração, certamente, para algum nível de decomposição, a energia dos sinais pertencerá às bandas correspondentes aos detalhes, e não mais à banda de aproximação. O método certamente falhará a partir de um determinado nível. Mais ainda, sempre que o sinal tiver componentes distribuídas entre as próximas bandas de aproximação e de detalhes, o método EBWS errará e não encontrará uma solução adequada.

Uma segunda crítica consiste no fato dos autores calcularem o percentual da energia correspondente à banda de aproximação sem mencionar que, para wavelets biortogonais, a energia do sinal não se conserva nos coeficientes de decomposição. O procedimento deve, portanto, restringir-se a wavelets ortogonais ou, para wavelets biortogonais, ser adaptado de modo a levar em conta essa não conservação da energia.

Signal to Noise Rate Based Wavelet Selection (SNRBWS)

Ao supor que a energia dos sinais de DP sempre se concentrará na banda de aproximação, o método EBWS, a partir de um certo nível de decomposição, passará a atuar no sentido oposto ao da maximização dos coeficientes wavelet correspondentes ao pulso de DP.

Para contornar esse problema, propomos um método multinível que busca identificar, a cada nível de decomposição, a banda onde se concentrarão os sinais de DP e a banda onde se concentrará o ruído.

A cada nível de decomposição, a banda que contiver o coeficiente com maior valor absoluto será identificada como a banda do sinal, e a sua banda complementar será identificada como a banda do ruído. A relação sinal-ruído será então calculada como a razão entre o máximo coeficiente na banda do sinal e o máximo coeficiente na

banda de ruído, ambos tomados em valor absoluto. Para cada nível de decomposição, deverá ser selecionada a função wavelet que maximizar esta relação sinal-ruído.

Computacionalmente, esse algoritmo equivale à seleção da função wavelet que maximizar, a cada nível de decomposição, a diferença entre os valores absolutos dos maiores coeficientes de cada banda.

A Figura 6.8 mostra os coeficientes wavelet obtidos na decomposição resultante do método SNRBWS para o mesmo pulso simulado $x_p(t)$ definido em (5.1). Os filtros selecionados para cada nível são mostrados na Tabela 6.1.

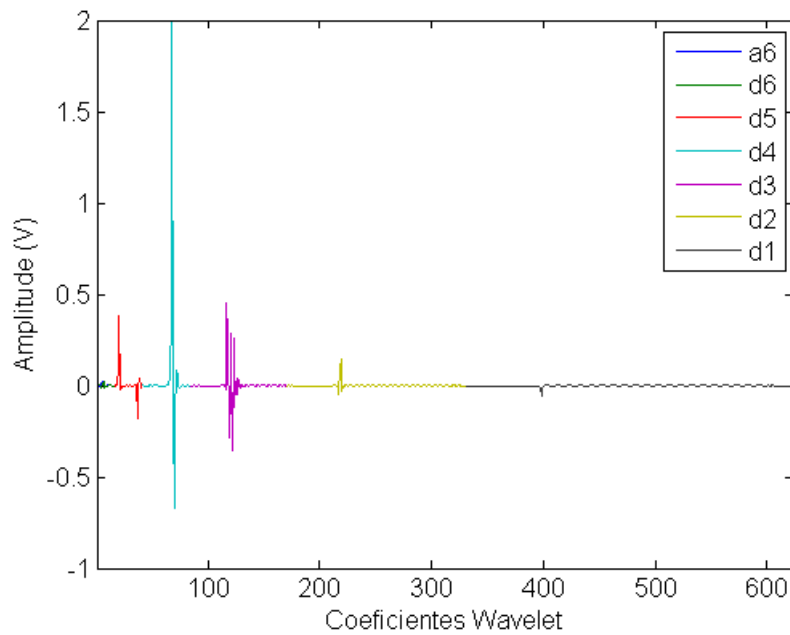


Figura 6.8: Coeficientes wavelet do sinal simulado, gerados na decomposição determinada pelo método SNRBWS, onde é maximizada a diferença entre os máximos valores em módulo dos coeficientes de cada banda de decomposição.

Modified Energy Based Wavelet Selection (MEBWS)

Neste método propomos utilizar a mesma ideia do método SNRBWS, buscando identificar a cada nível de decomposição a banda que concentrará os pulsos de DP.

No método MEBWS, a cada nível de decomposição, a banda correspondente aos sinais de DP será identificada como aquela que apresentar a maior energia. O método selecionará para cada nível a função wavelet que maximizar a energia nesta banda.

Computacionalmente este método seleciona, portanto, a cada nível de decomposição, o filtro que maximizar a diferença de energias entre as bandas complementares.

A Figura 6.9 mostra a distribuição de energia por bandas nas decomposições

propostas pelos métodos EBWS e MEBWS. As wavelet selecionadas para cada nível podem ser visualizadas na Tabela 6.1. O método EBWS seleciona, a cada nível, funções wavelet de modo a maximizar a energia na banda de aproximação. O método MEBWS seleciona, também a cada nível, funções wavelet de modo a maximizar a diferença de energia entre as bandas adjacentes.

Embora o método solucione o problema identificado no método EBWS, como a seleção dos filtros de decomposição é feita *localmente*, i.e., levando em conta somente a distribuição de energia entre as bandas complementares obtidas a cada nível, a distribuição final de energia não necessariamente maximizará a energia na banda mais adequada (onde presumidamente concentra-se a energia do pulso). Este resultado pode ser visto comparando-se as Figuras 6.9 e 6.4.

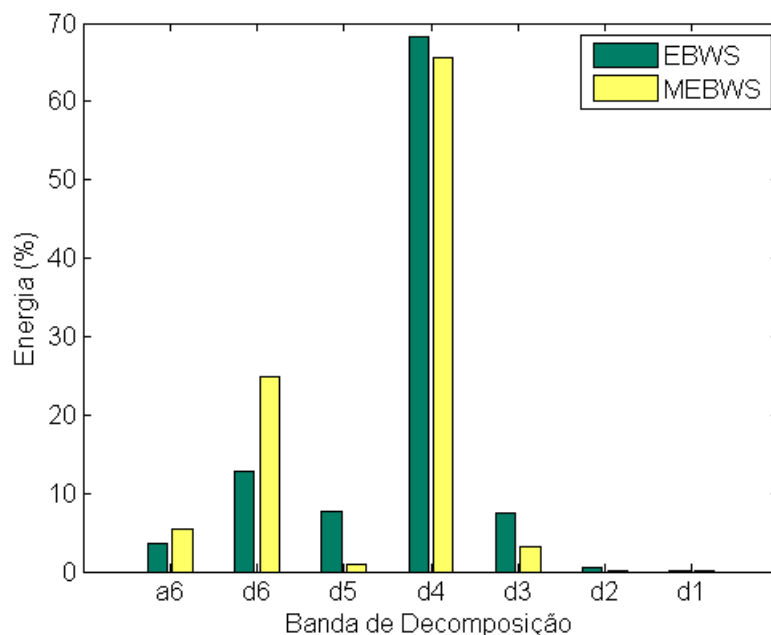


Figura 6.9: Distribuição de energia por bandas de decomposição obtida pelo Método MEBWS. O resultado previamente obtido para o método EBWS foi repetido para efeito de comparação.

6.3.5 Exemplo Comparativo

Aplicando o algoritmo NDL sobre o pulso simulado $x_p(t)$, obtivemos o número de 6 níveis de decomposição, com o qual garantimos que a energia do pulso de DP estará pelo menos 95% contida nas bandas de detalhamento.

Para a determinação dos filtros de decomposição, utilizamos uma biblioteca com 60 funções wavelet² candidatas: wavelets de Daubechies com ordens de 1 a 40, wavelets de Symlet com ordens de 1 a 15, e wavelets Coiflet com ordens de 1 a 5.

²A rigor, são 59 funções wavelet distintas, visto que a wavelet sym1 é idêntica à db1.

Tabela 6.1: Filtros determinados em cada nível pelos diversos métodos. As linhas indicam o nível de decomposição j , e as colunas correspondem ao método utilizado para a determinação da decomposição.

	CBWS	EBWS	SNRBWS	MEBWS	SWTBWS
$j=1$	sym4	db5	coif2	coif2	sym7
$j=2$	sym4	db38	sym14	db40	sym7
$j=3$	sym4	db8	db7	db8	sym7
$j=4$	sym4	db1	db1	sym9	sym7
$j=5$	sym4	db7	db4	db1	sym7
$j=6$	sym4	db1	db3	db1	sym7

A Tabela 6.1 traz o resultado da decomposição determinada por cada um dos métodos para o pulso de DP simulado da Figura 6.4. Os métodos CBWS e SWTBWS apontam uma única função wavelet para todos os níveis, ao passo que os demais métodos apontam uma função wavelet para cada nível de decomposição.

6.4 Conclusão

Apresentamos neste capítulo alguns métodos propostos para, dado um pulso de DP com uma determinada forma de onda, selecionarmos a Base Wavelet mais adequada ao processamento do sinal por LCW para redução do ruído de banda larga da medição. Propusemos um novo método para a seleção do número de níveis de decomposição do sinal, e três novos métodos para a seleção dos filtros de decomposição.

Embora os três métodos propostos a partir da crítica dos métodos anteriores sejam, por hipótese, mais adequados que os seus predecessores, resta avaliar qual dos métodos será mais adequado ao processamento dos sinais de DP para redução do ruído de banda larga por LCW.

Aqui encontramos uma dificuldade de comparar consistentemente os métodos de seleção de bases. Em primeiro lugar porque, como o ruído de banda larga é estocástico, o resultado da LCW poderá variar até mesmo entre duas situações semelhantes, onde somente a realização estocástica do ruído é alterada. Outros aspectos, como a variação da FWT ao deslocamento relativo dos pulsos no sinal medido e a variação do resultado da LCW com o nível de ruído que se deseja suprimir, podem fazer com que uma mesma base selecionada produza resultados de LCW melhores ou piores. Em resumo, a avaliação de um método para seleção de uma Base Wavelet utilizada na LCW não deve ser confundida com a avaliação pontual do resultado de uma única operação LCW. Identificamos, portanto, a necessidade de estabelecer uma metodologia consistente de comparação entre os métodos de seleção de Bases Wavelet para LCW dos sinais de DP, discutida no próximo capítulo.

Capítulo 7

Metodologia para a Avaliação dos Métodos de Seleção da Base Wavelet para Redução de Ruídos de Banda Larga

No Capítulo 6 apresentamos várias propostas para a seleção de Bases Wavelet para o processamento na redução de ruído de banda larga por LCW em sinais de DP.

A fim de avaliarmos e compararmos cada um dos métodos propostos, convém agora definirmos uma metodologia adequada, que leve em consideração todas as variáveis envolvidas no cálculo da LCW de um sinal.

7.1 Necessidade da Definição de uma Metodologia de Avaliação

Tradicionalmente, a avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet para LCW vinha sendo feita através da avaliação do resultado da LCW em alguns casos particulares.

Um bom resultado em uma operação de LCW, por definição, será aquele que, removendo as componentes do ruído de banda larga, preservar maximamente as características dos pulsos de DP no sinal resultante.

Entretanto, como em um sinal medido a forma de onda dos pulsos de DP não é previamente conhecida, o processo de avaliação da LCW consiste usualmente em simular alguns pulsos de DP, adicionar-lhes ruído e, após a LCW, comparar os sinais original e processado.

O resultado de um processo de LCW será determinado pelas características do sinal processado e pela Base Wavelet adotada. Dentre as características do sinal

processado, podemos elencar:

- A forma de onda dos pulsos de DP, a partir da qual se determinará a Base Wavelet utilizada.
- A posição relativa de cada pulso de DP dentro do sinal.
- O nível de ruído do sinal, a partir do qual se calculará o limiar de ruído utilizado.

Além do mais, como o ruído de banda larga é de natureza estocástica, o resultado da LCW dependerá ainda da particular realização do ruído presente no sinal processado.

Concluimos, dada a multiplicidade de fatores que podem influenciar no resultado de cada operação de LCW, que a avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet para a LCW dos sinais de DP não pode ser feita considerando um certo número de casos particulares. Convém, portanto, que esta avaliação leve em conta todas estas variáveis acima elencadas, como proporemos a seguir.

7.1.1 Linhas Gerais da Metodologia de Avaliação

Para um certo pulso de DP (caracterizado pela sua forma de onda), a Base Wavelet mais adequada será aquela que produzir bons resultados de LCW independentemente do sinal no qual o pulso se encontra, isto é: independentemente do nível de ruído, da posição relativa do pulso dentro do sinal, e ainda independentemente da realização do ruído estocástico no sinal.

Por outro lado, um bom método de seleção de Bases Wavelet deverá ser capaz de determinar boas bases para quaisquer pulsos, sejam quais forem as suas formas de onda.

Assim sendo, propomos em linhas gerais que a metodologia de avaliação dos métodos de seleção de bases para a LCW dos sinais de DP seja implementada como segue:

1. Selecionar vários pulsos de DP com distintas formas de onda.
2. Para cada pulso:
 - (a) selecionar uma Base Wavelet pelo algoritmo NDL e por cada um dos métodos de seleção de filtros de decomposição: CBWS, EBWS, SWTBWS, SNRBWS e MEBWS;
 - (b) avaliar o resultado da LCW do pulso levando em conta:
 - i. todos os deslocamentos possíveis do pulso em relação ao sinal original;

- ii. vários níveis de ruído;
- iii. várias realizações do ruído estocástico.

Os pulsos de DP selecionados podem ser simulados ou, alternativamente, pulsos medidos podem ser utilizados, desde que a amplitude de cada pulso seja tal que a componente aditiva de ruído presente na medição possa ser desprezada.

Ao término desta análise, dentro do universo de pulsos considerado, o método de seleção de bases mais adequado será aquele que tiver obtido os melhores resultados de LCW em média e na maioria dos casos.

7.2 Avaliação da LCW nos Pulsos Individuais de DP

No contexto da medição de DP, objetivo da LCW é eliminar por completo o ruído de banda larga, preservando maximamente as características dos pulsos. Com o ruído de fundo completamente anulado no sinal resultante, a avaliação da LCW será feita comparando-se o pulso resultante com o pulso original.

A eliminação do ruído de um sinal é sempre um processo imperfeito, no qual inevitavelmente o sinal filtrado sofre algum tipo de distorção. Sendo a filtragem, em última análise, uma atenuação das componentes nas quais o ruído é predominante, a atenuação de componentes do sinal desejado e sua distorção ocorrerão sempre que o sinal possua componentes significativas em meio às componentes do ruído, o que frequentemente se verifica.

Diferentes formas de filtragem podem ser avaliadas pelo compromisso entre atenuar o ruído e minimizar a distorção do sinal. A distorção do sinal filtrado em relação ao sinal original pode ser avaliada por diversos parâmetros, descritos a seguir.

Seja o pulso original de DP $x[k]$ contendo N amostras, ao qual se acrescentará ruído em diversos níveis. O resultado da filtragem será o pulso estimado $y[k]$, também com N amostras.

Para avaliar a diferença entre os sinais $x[k]$ e $y[k]$ os seguintes parâmetros foram propostos na literatura técnica.

CC - Coeficiente de Correlação Estatística de Pearson

O coeficiente de correlação (CC) expressa o grau de semelhança global entre dos dois pulsos $x[k]$ e $y[k]$, e pode ser calculado como:

$$CC = \frac{\sum_{k=1}^N (x[k] - \overline{x[k]})(y[k] - \overline{y[k]})}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (x[k] - \overline{x[k]})^2 \sum_{k=1}^N (y[k] - \overline{y[k]})^2}} \quad , \quad (7.1)$$

onde $\overline{x[k]} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x[k]$ e $\overline{y[k]} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y[k]$.

Ma *et al.* [12, 13] e Mortazavi *et al.* [16] utilizaram este coeficiente como critério de comparação entre os pulsos original e estimado.

EMQ - Erro Médio Quadrático

O Erro Médio Quadrático (EMQ) é uma forma de avaliar a distância absoluta entre os sinais, e foi utilizado em diversas publicações [14, 16, 20, 54, 55] como forma de avaliar a diferença entre o pulso original de DP e o pulso estimado.

$$EMQ = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x[k] - y[k])^2 \quad . \quad (7.2)$$

EMA - Erro Médio Absoluto

O Erro Médio Absoluto (EMA) é uma medida alternativa da distância entre os pulsos original e estimado, e foi adotado em [48], sendo dado por:

$$EMA = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x[k] - y[k]| \quad . \quad (7.3)$$

DE - Diferença de Energia

Outro critério utilizado foi a Diferença de Energias (DE) dos sinais, dada por:

$$DE = \sum_{k=1}^N x[k]^2 - \sum_{k=1}^N y[k]^2 \quad . \quad (7.4)$$

Hongxia *et al.* [48] usaram como critério de avaliação essa Diferença de Energias (DE) entre os sinais filtrado e original, além do Erro Médio Absoluto (EMA) entre os dois sinais.

EM - Erro de Máxima Amplitude

O Erro de Máxima Amplitude (EM) avalia a redução percentual na amplitude de um sinal, descrito por (7.5).

Shim *et al.* [9, 12, 13] avaliaram somente o erro de amplitude do sinal filtrado.

$$EM = \left| \frac{\max(x[k]) - \max(y[k])}{\max(x[k])} \right| . \quad (7.5)$$

ETS - Erro de Tempo de Subida

O Erro de Tempo de Subida (ETS) é uma forma de avaliar uma deformação local na frente de onda dos pulsos, relacionada ao seu conteúdo de altas frequências.

$$ETS = \left| \frac{RT\{x[k]\} - RT\{y[k]\}}{RT\{x[k]\}} \right| . \quad (7.6)$$

7.3 Influência do Instante de Ocorrência dos Pulsos no Sinal

Como foi visto no Capítulo 4, a FWT, devido às operações de subamostragem, é uma transformada variante ao deslocamento dos sinais. Um sinal deslocado de algumas amostras terá, portanto, coeficientes wavelet completamente diferentes, e o deslocamento dos pulsos influenciará diretamente no resultado da LCW.

Uma mesma Base Wavelet poderá assim, dependendo do instante de ocorrência de cada pulso analisado, apresentar melhor ou pior resultado na LCW do sinal.

Neste trabalho, assumimos por hipótese (vide Capítulo 3) que o sinal de DP seria aquistado por ciclos inteiros de tensão, e não na forma de pulsos individuais. Além do mais, conforme apresentado no Capítulo 2, vimos que a ocorrência dos pulsos de DP é um processo estocástico. Podemos portanto, pelas premissas acima, concluir que o instante inicial e, por conseguinte, a posição relativa dos pulsos de DP em um sinal medido, são indeterminados e aleatórios.

Para avaliarmos a adequação de uma certa Base Wavelet na LCW de um sinal de DP devemos, portanto, considerar todos os deslocamentos possíveis dos pulsos de DP. No Capítulo 4 foi mostrado, no entanto, que a variação da FWT ao deslocamento dos sinais é periódica. Para J níveis de decomposição, a FWT produzirá coeficientes com os mesmos valores após o período de 2^J deslocamentos do sinal processado.

Sendo assim, considerando a aleatoriedade do instante de ocorrência dos pulsos como influência no processo de LCW, propomos que a LCW seja avaliada estatisticamente pela média de 2^J deslocamentos do sinal.

7.4 Influência da Distribuição de Probabilidade do Ruído Branco

Para avaliarmos a influência do ruído branco estocástico, recorreremos à análise probabilística [56, 57], supondo que o ruído branco aditivo possui uma distribuição normal de probabilidade.

Seja $P[k]$ o pulso ideal e $p_n[k]$ o pulso medido com adição de uma componente de ruído $x'[k]$:

$$p_n[k] = P[k] + x'[k] \quad . \quad (7.7)$$

Admitamos que, para todo k , $x'[k]$ é uma variável aleatória cuja função densidade de probabilidade (FDP) obedece à distribuição normal com média zero e desvio padrão σ :

$$x'[k] \sim N(0, \sigma^2) \quad , \quad (7.8)$$

$$\text{FDP}(x'[k]) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x'[k]^2}{2\sigma^2}} \quad . \quad (7.9)$$

Pela linearidade da FWT temos:

$$\text{WT}\{p_n[k]\} = \text{WT}\{P[k]\} + \text{WT}\{x'[k]\} \quad . \quad (7.10)$$

Em virtude da equação (4.58) da complementariedade de potências dos bancos de filtros elementares que implementam a FWT, a FWT do ruído branco terá as mesmas características de $N(0, \sigma^2)$, preservando inclusive a sua variância. Isto é:

$$x[k] = \text{WT}\{x'[k]\} \sim N(0, \sigma^2) \quad , \quad (7.11)$$

com

$$\text{FDP}(x[k]) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x[k]^2}{2\sigma^2}} \quad . \quad (7.12)$$

Reescrevemos então:

$$\text{WT}\{p_n[k]\} = \text{WT}\{P[k]\} + x[k] \quad . \quad (7.13)$$

Considere agora a função de limiarização (suave ou abrupta) $\Lambda(t, \lambda)$. No processo de LCW calculamos:

$$\Lambda(\text{WT}\{p_n[k]\}, \lambda) = \Lambda((\text{WT}\{P[k]\} + x[k]), \lambda) \quad . \quad (7.14)$$

Devido à distribuição de probabilidade de $x[k]$, a equação (7.14) convergirá na média para um certo vetor de coeficientes wavelet limiarizados, dado pelo seguinte

Valor Esperado:

$$E[\Lambda(WT\{p_n[k]\}, \lambda)] = \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(WT\{p_n[k]\}, \lambda) \text{FDP}(x[k]) dx[k] \quad . \quad (7.15)$$

Logo, a reconstrução do pulso com remoção de ruído, calculada pela Transformada Wavelet Inversa, convergirá na média para o pulso:

$$p_d[k] = WT^{-1}\{E[\Lambda(WT\{p_n[k]\}, \lambda)]\} \quad . \quad (7.16)$$

A avaliação da remoção do ruído levando em conta a distribuição de probabilidade da componente de ruído branco presente no sinal poderá então ser realizada através da comparação entre as formas de onda dos pulsos $P[k]$ e $p_d[k]$.

7.4.1 Valor Esperado da Limiarização Abrupta de um Sinal com Ruído Branco Gaussiano Aditivo

Seja a função de limiarização abrupta dada por:

$$\Lambda_H(t, \lambda) = \begin{cases} t, & \text{se } |t| \geq \lambda \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad . \quad (7.17)$$

Para simplificar a notação, façamos $WT\{P[k]\} = K$, e denotemos $x[k]$ simplesmente como x . O valor esperado dos coeficientes wavelet do pulso com ruído após a sua limiarização será dado por:

$$E[\Lambda_H((K + x), \lambda)] = \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_H((K + x), \lambda) \text{FDP}(x) dx \quad . \quad (7.18)$$

O cálculo desta integral conduz a:

$$\begin{aligned} E[\Lambda_H((K + x), \lambda)] &= \frac{K}{2} \left[2 + \text{erf} \left(\frac{-K - \lambda}{\sigma\sqrt{2}} \right) + \text{erf} \left(\frac{-K + \lambda}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right] \\ &\quad + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(\lambda-K)^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(\lambda+K)^2}{2\sigma^2}} \right] \quad , \quad (7.19) \end{aligned}$$

onde:

$$\text{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x}^x e^{-t^2} dt \quad . \quad (7.20)$$

Demonstração

Reescrevamos inicialmente $\Lambda_H((K+x), \lambda)$ como:

$$\Lambda_H((K+x), \lambda) = (K+x) [1 - \text{step}((K+x) + \lambda) + \text{step}((K+x) - \lambda)] , \quad (7.21)$$

onde:

$$\text{step}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ 1, & \text{se } x \geq 0 \end{cases} . \quad (7.22)$$

De (7.19) segue que:

$$\begin{aligned} E[\Lambda_H((K+x), \lambda)] &= \int_{-\infty}^{\infty} (K+x) \text{FDP}(x) dx \\ &\quad - \int_{-\infty}^{\infty} (K+x) \text{step}(K+x+\lambda) \text{FDP}(x) dx \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} (K+x) \text{step}(K+x-\lambda) \text{FDP}(x) dx \quad , \quad (7.23) \end{aligned}$$

ou ainda:

$$\begin{aligned} E[\Lambda_H((K+x), \lambda)] &= \int_{-\infty}^{\infty} (K+x) \text{FDP}(x) dx \\ &\quad - \int_{-(K+\lambda)}^{\infty} (K+x) \text{FDP}(x) dx \\ &\quad + \int_{-(K-\lambda)}^{\infty} (K+x) \text{FDP}(x) dx \quad . \quad (7.24) \end{aligned}$$

Redefinindo os limites de integração podemos escrever:

$$\begin{aligned} E[\Lambda_H((K+x), \lambda)] &= \int_{-\infty}^{-(K+\lambda)} (K+x) \text{FDP}(x) dx \\ &\quad + \int_{-(K-\lambda)}^{\infty} (K+x) \text{FDP}(x) dx \quad . \quad (7.25) \end{aligned}$$

Reagrupando os termos, teremos:

$$\begin{aligned} E[\Lambda_H((K+x), \lambda)] &= K \left[\int_{-\infty}^{-(K+\lambda)} \text{FDP}(x) dx + \int_{-(K-\lambda)}^{\infty} \text{FDP}(x) dx \right] \\ &\quad + \int_{-\infty}^{-(K+\lambda)} x \text{FDP}(x) dx \\ &\quad + \int_{-(K-\lambda)}^{\infty} x \text{FDP}(x) dx \quad . \quad (7.26) \end{aligned}$$

No entanto, para a FDP(x) normal definida em (7.9), temos que:

$$\int_a^b x \text{FDP}(x) dx = -\sigma^2 \text{FDP}(x) \Big|_a^b, \quad (7.27)$$

isto é:

$$\int_a^b x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = -\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \Big|_a^b. \quad (7.28)$$

Temos ainda que:

$$\int_{-\infty}^c \text{FDP}(x) dx = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf}\left(\frac{c}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]. \quad (7.29)$$

Se fizermos:

$$\int_{-(K-\lambda)}^{\infty} \text{FDP}(x) dx = \left[1 - \int_{-\infty}^{-(K-\lambda)} \text{FDP}(x) dx \right], \quad (7.30)$$

substituindo, obtemos:

$$\begin{aligned} E[\Lambda_H((K+x), \lambda)] = & \\ & K \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{-(K-\lambda)}{\sigma\sqrt{2}}\right) + 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{-(K+\lambda)}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \right] \\ & - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left(\left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]_{-\infty}^{-(K+\lambda)} + \left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]_{-(K-\lambda)}^{\infty} \right). \end{aligned} \quad (7.31)$$

Simplificando, chegamos finalmente a:

$$\begin{aligned} E[\Lambda_H((K+x), \lambda)] = & \\ & \frac{K}{2} \left[2 + \text{erf}\left(\frac{-(K-\lambda)}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \text{erf}\left(\frac{-(K+\lambda)}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] \\ & + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(\lambda-K)^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(\lambda+K)^2}{2\sigma^2}} \right], \end{aligned} \quad (7.32)$$

como queríamos demonstrar.

Exemplo

Como exemplo, tomemos a função identidade $s(t) = t$. A limiarização abrupta de $s(t)$ coincidirá com a própria função $\Lambda_H(t, \lambda)$. Entretanto, se calcularmos a média da limiarização de $s(t) = t + x$, onde x é uma parcela de ruído branco Gaussiano, o resultado convergirá para o seu valor esperado, uma função suave dada por (7.19), como mostra a Figura 7.1.

A Figura 7.2 mostra o comportamento do valor esperado da função de limia-

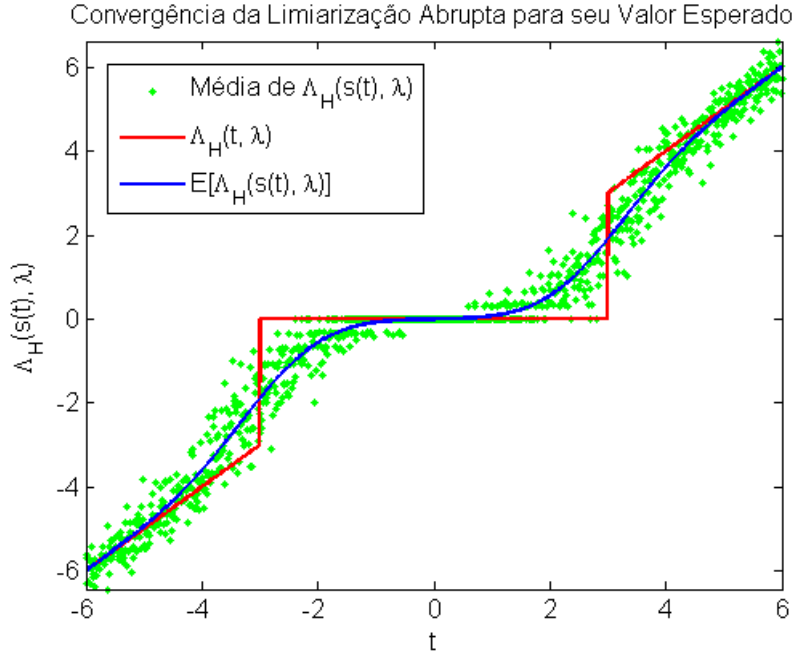


Figura 7.1: Convergência da média de $\Lambda_H(s(t), \lambda)$ para o seu valor esperado $E[\Lambda_H(s(t), \lambda)]$. A média de $\Lambda_H(s(t), \lambda)$ foi calculada sobre 10 simulações com ruído branco aditivo de $\sigma = 1$, e a limiarização foi feita com limiar $\lambda = 3$.

rização em função de diferentes níveis de ruído branco, indicados pelo seu desvio padrão σ . Quanto menor for o desvio padrão do ruído branco, mais o valor esperado do resultado da limiarização se aproximará da própria função de limiarização abrupta. Pelo contrário, se o nível de ruído for muito alto, o valor esperado da limiarização tenderá para a função identidade e deixará de ter qualquer efeito no processamento do sinal.

7.4.2 Valor Esperado da Limiarização Suave de um Sinal com Ruído Branco Gaussiano Aditivo

Seja a função de limiarização suave:

$$\Lambda_S(t, \lambda) = \begin{cases} t - \lambda, & \text{se } t \geq \lambda \\ 0, & \text{se } -\lambda \leq t \leq \lambda \\ t + \lambda, & \text{se } t \leq -\lambda \end{cases} . \quad (7.33)$$

O valor esperado da limiarização de um sinal com adição de ruído branco Gaussiano será portanto:

$$E[\Lambda_S((K + x), \lambda)] = \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_S((K + x), \lambda) \text{FDP}(x) dx \quad , \quad (7.34)$$

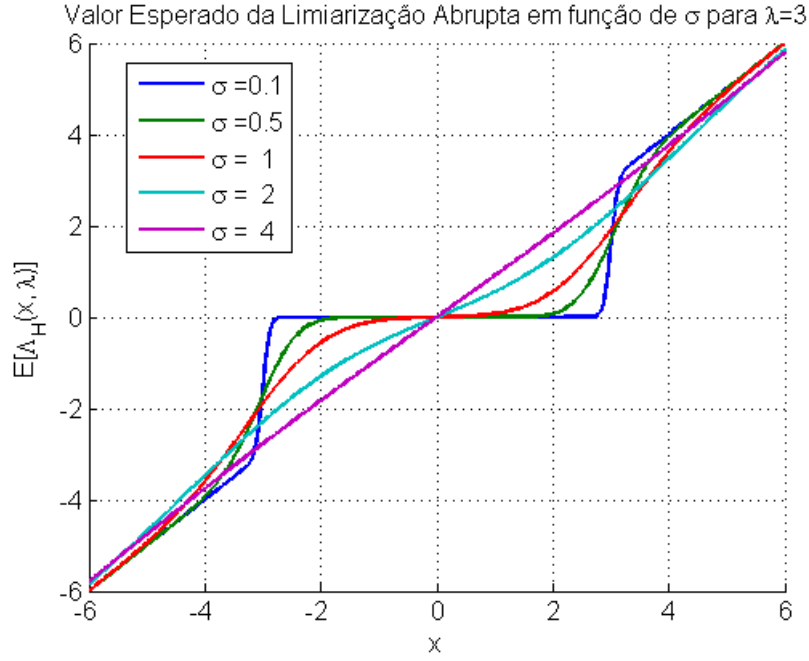


Figura 7.2: Valores esperados da função de limiarização abrupta $\Lambda_H(t, \lambda)$, calculados para diferentes níveis de ruído branco aditivo (dados pelo seu desvio padrão σ) e para um limiar de $\lambda = 3$.

e cálculo desta integral conduzirá a:

$$\begin{aligned}
 E[\Lambda_S((K+x), \lambda)] &= (K+\lambda) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{-(K+\lambda)}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right] \\
 &+ (K-\lambda) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{-(K-\lambda)}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right] \\
 &- \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(K+\lambda)^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(K-\lambda)^2}{2\sigma^2}} \right] . \quad (7.35)
 \end{aligned}$$

Demonstração

A função $\Lambda_S(t, \lambda)$ pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_S((K+x), \lambda) &= (K+x+\lambda)[1 - \operatorname{step}((K+x) + \lambda)] \\
 &+ (K+x-\lambda)[\operatorname{step}((K+x) - \lambda)] , \quad (7.36)
 \end{aligned}$$

onde a função $\operatorname{step}(x)$ foi definida em (7.22).

$$\begin{aligned}
 E[\Lambda_S((K+x), \lambda)] &= \\
 &\int_{-\infty}^{\infty} (K+x+\lambda)[1 - \operatorname{step}((K+x) + \lambda)] \operatorname{FDP}(x) dx \\
 &+ \int_{-\infty}^{\infty} (K+x-\lambda)[\operatorname{step}((K+x) - \lambda)] \operatorname{FDP}(x) dx , \quad (7.37)
 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}
E[\Lambda_S((K+x), \lambda)] &= \\
&\int_{-\infty}^{\infty} (K+x+\lambda) \text{FDP}(x) dx \\
&- \int_{-\infty}^{\infty} (K+x+\lambda) \text{step}((K+x)+\lambda) \text{FDP}(x) dx \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} (K+x-\lambda) \text{step}((K+x)-\lambda) \text{FDP}(x) dx \quad . \quad (7.38)
\end{aligned}$$

Redefinindo os limites de integração temos:

$$\begin{aligned}
E[\Lambda_S((K+x), \lambda)] &= \int_{-\infty}^{-(K+\lambda)} (K+x+\lambda) \text{FDP}(x) dx \\
&+ \int_{-(K-\lambda)}^{\infty} (K+x-\lambda) \text{FDP}(x) dx \quad . \quad (7.39)
\end{aligned}$$

Reagrupando:

$$\begin{aligned}
E[\Lambda_S((K+x), \lambda)] &= (K+\lambda) \int_{-\infty}^{-(K+\lambda)} \text{FDP}(x) dx \\
&+ (K-\lambda) \int_{-(K-\lambda)}^{\infty} \text{FDP}(x) dx \\
&+ \int_{-\infty}^{-(K+\lambda)} x \text{FDP}(x) dx \\
&+ \int_{-(K-\lambda)}^{\infty} x \text{FDP}(x) dx \quad . \quad (7.40)
\end{aligned}$$

Finalmente, aplicando as identidades (7.28), (7.29) e (7.30) teremos:

$$\begin{aligned}
E[\Lambda_H((K+x), \lambda)] &= (K+\lambda) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{-(K-\lambda)}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] \\
&+ (K-\lambda) \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{-(K+\lambda)}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \right] \\
&- \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left(\left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]_{-\infty}^{-(K+\lambda)} + \left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]_{-(K-\lambda)}^{\infty} \right) \quad , \quad (7.41)
\end{aligned}$$

como queríamos demonstrar.

Exemplo

Tomemos novamente como exemplo a função identidade $s(t) = t$. A limiarização suave de $s(t)$ coincidirá com a própria função $\Lambda_S(t, \lambda)$. Entretanto, a média da limiarização suave de $s(t) = t + x$, onde x é uma parcela de ruído branco Gaussiano,

convergir para o seu valor esperado, uma função suave dada por (7.19), como mostra a Figura 7.3.

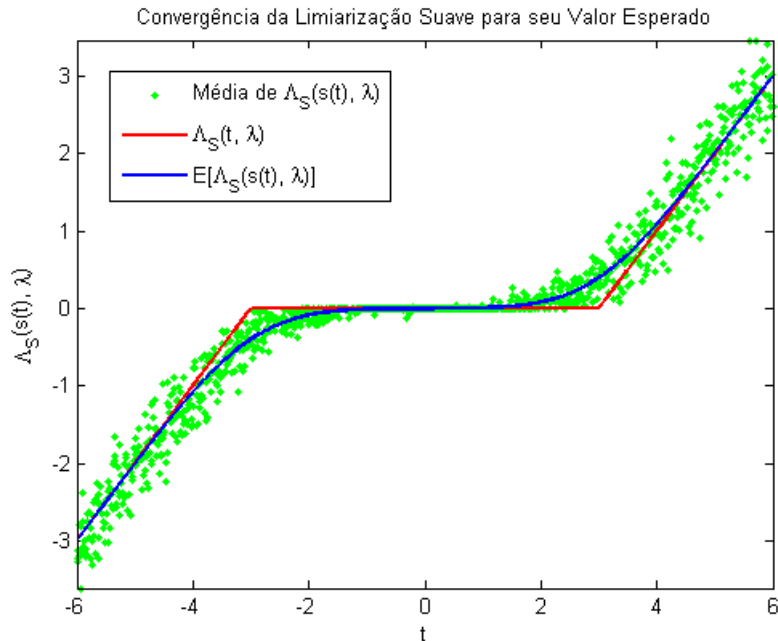


Figura 7.3: Convergência da média de $\Lambda_S(s(t), \lambda)$ para o seu valor esperado $E[\Lambda_S(s(t), \lambda)]$. A média de $\Lambda_S(s(t), \lambda)$ foi calculada sobre 10 simulações com RB aditivo com $\sigma = 1$, e a limiarização foi feita com limiar $\lambda = 3$.

A Figura 7.4 mostra o comportamento do valor esperado da função de limiarização suave em função de diferentes níveis de ruído branco, expressos pelo seu desvio padrão σ . Quanto menor for o desvio padrão do ruído branco, mais o valor esperado da limiarização se aproximará da própria função de limiarização suave. Quando, pelo contrário, o desvio padrão do ruído branco é mais alto, o valor esperado se aproxima da função identidade. Em outras palavras, quando o nível de ruído branco é muito alto em relação a λ , a operação de limiarização suave perde o seu efeito.

7.5 Influência da Amplitude dos Pulsos em relação ao Nível do Ruído

O processo de LCW anulará os coeficientes wavelet abaixo de um certo limiar, que por sua vez será calculado de acordo com o nível do ruído presente no próprio sinal.

Em um sinal de DP, frequentemente ocorrem pulsos com formas de onda semelhantes, mas com significativa variação de amplitudes.

Pela linearidade da FWT, para diferentes amplitudes, os coeficientes wavelet de pulsos semelhantes serão versões escaladas em amplitude dos coeficientes de um

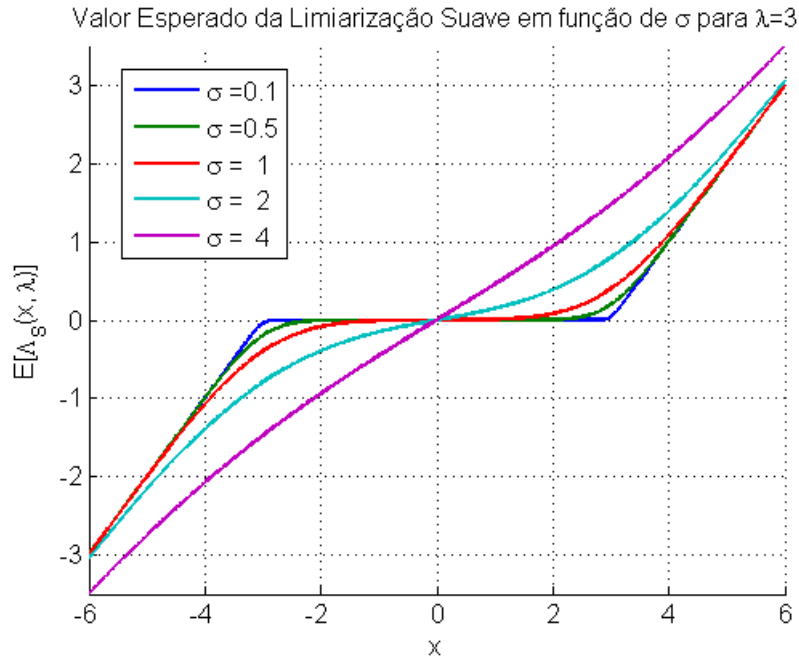


Figura 7.4: Valores esperados da função de limiarização suave $\Lambda_S(t, \lambda)$, calculados para diferentes níveis de ruído branco aditivo (dados pelo seu desvio padrão σ) e para um limiar de $\lambda = 3$.

destes pulsos. Assim, a variação em amplitude dos pulsos pode ser simulada pela variação do limiar de ruído para os coeficientes de um certo pulso analisado.

Uma Base Wavelet adequada ao processamento de uma certa forma de onda de um pulso de DP deverá apresentar bons resultados de LCW para vários níveis de ruído possíveis.

Definimos então como procedimento geral de avaliação a simulação de N níveis de ruído distribuídos entre zero e um múltiplo A do pico do pulso analisado. O valor de A determinará a máxima proporção de ruído na qual o pulso se insere:

$$\sigma_{\max} = A \max\{P[k]\} \quad , \quad (7.42)$$

e será tipicamente um número pequeno, como por exemplo: 0,5 ou 1.

Os diversos valores do desvio padrão do ruído poderão então ser calculados como:

$$\sigma[i] = (i - 1) \times \frac{A \max\{P[k]\}}{(N - 1)} \quad , \quad i = 1 \text{ a } N \quad . \quad (7.43)$$

7.6 Metodologia Proposta

Levando em conta as considerações dos itens anteriores, adotamos finalmente a seguinte metodologia para avaliação dos métodos de seleção de bases wavelet para a LCW dos sinais de DP:

1. Seleção de um conjunto de pulsos de DP com diferentes formas de onda e com grandes amplitudes, cuja influência do ruído branco no formato dos pulsos possa ser desprezada.
2. Seleção de uma biblioteca de wavelets candidatas.
3. Para cada pulso, realizar o seguinte procedimento:
 - (a) Calcular através do algoritmo NDL o número de níveis de decomposição J , e calcular, dentre as wavelets candidatas, os filtros de decomposição por cada um dos métodos descritos no Capítulo 6: CBWS, EBWS, SWTBWS, SNRBWS e MEBWS.
 - (b) Gerar 2^J versões deslocadas do pulso original, onde J é o número de níveis de decomposição calculado.
 - (c) Estabelecer N níveis de ruído com valores de desvio padrão igualmente distribuídos entre 0 e A vezes o valor de pico do pulso, de acordo com (7.43).
 - (d) Para cada valor de deslocamento e para cada nível de ruído, aplicar a LCW e calcular o valor esperado do pulso reconstruído de acordo com (7.16) conforme a função de limiarização utilizada, seja ela suave ou abrupta.
 - (e) Avaliar o resultado da LCW de acordo com os parâmetros definidos no item 7.2.
 - (f) Para cada parâmetro de avaliação da filtragem, calcular a média dos resultados obtidos para todos os deslocamentos e para todos os níveis de ruído considerados.

O procedimento para cada pulso é mostrado na Figura 7.5.

7.7 Exemplo

Para ilustrar a aplicação da metodologia de avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet para a LCW de pulsos de DP, consideremos o pulso de DP simulado definido em (5.1), mostrado novamente na Figura 7.6. Utilizaremos os resultados dos métodos de seleção de bases previamente obtidos no Capítulo 6, repetidos por conveniência na Tabela 7.1. Seguindo a sequência da metodologia proposta, para 6 níveis de decomposição, geramos 2^6 versões deslocadas do pulso simulado.

Para geração dos níveis de ruído, fizemos $N = 20$ e $A = 0,5$; isto é, consideramos 20 níveis de ruído branco com valores de desvio padrão igualmente distribuídos entre 0 e metade do valor de pico do pulso.

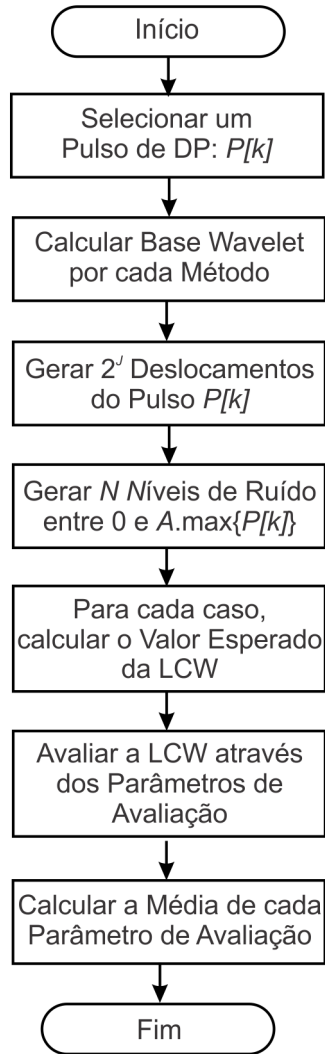


Figura 7.5: Fluxograma da metodologia proposta para a avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet para a LCW dos pulsos de DP.

Tabela 7.1: Filtros determinados em cada nível pelos diversos métodos. As linhas indicam o nível de decomposição j , e as colunas correspondem ao método utilizado para a determinação da decomposição.

	CBWS	EBWS	SNRBWS	MEBWS	SWTBWS
$j=1$	sym4	db5	coif2	coif2	sym7
$j=2$	sym4	db38	sym14	db40	sym7
$j=3$	sym4	db8	db7	db8	sym7
$j=4$	sym4	db1	db1	sym9	sym7
$j=5$	sym4	db7	db4	db1	sym7
$j=6$	sym4	db1	db3	db1	sym7

Em seguida, calculamos a LCW (considerando a função de limiarização abrupta) para cada deslocamento e para cada nível de ruído, e avaliamos o resultado de acordo

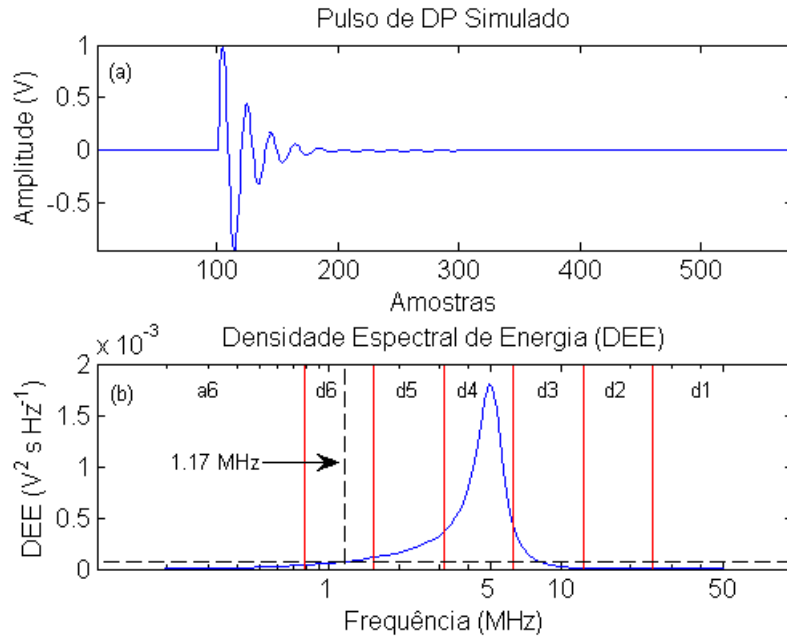


Figura 7.6: (a) Pulso de DP Simulado. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso de DP, decomposto em 6 níveis.

com os parâmetros: CC, EMQ, EMA, DE, EM e ETS.

Para ilustrar a influência do deslocamento dos pulsos e do nível de ruído no resultado da LCW, tomemos como exemplo a base selecionada pelo método SWTBWS, que decompõe o sinal em 6 níveis com a wavelet sym7. A Figura 7.7 mostra a variação do coeficiente de correlação CC entre o pulso original e o pulso resultante da LCW em função do deslocamento do pulso e do nível do ruído simulado.

Na ausência de ruído (desvio padrão igual a zero) a LCW preserva todas as características do pulso original, e a correlação obtida é unitária. Para cada valor de deslocamento, à medida em que o nível do ruído aumenta, o valor da correlação diminui até se estabilizar em torno de um valor constante.

Entretanto, o principal fato a ser observado na Figura 7.7 é a variação do resultado com o deslocamento dos pulsos. Em outras palavras, a mesma base produzirá melhores ou piores coeficientes de correlação dependendo do deslocamento do pulso, isto é, dependendo do seu instante inicial dentro do sinal medido.

A variação do coeficiente de correlação com o deslocamento do pulso pode ser também observada em todos os demais parâmetros de avaliação da LCW e em todas as bases selecionadas, sendo uma consequência direta da variação dos coeficientes da FWT ao deslocamento.

Comparemos agora, através do coeficiente de correlação, o resultado das LCW obtidas utilizando cada uma das bases propostas na Tabela 7.1. A melhor base será aquela cuja LCW apresentar o maior coeficiente de correlação. A Figura 7.8 mostra,

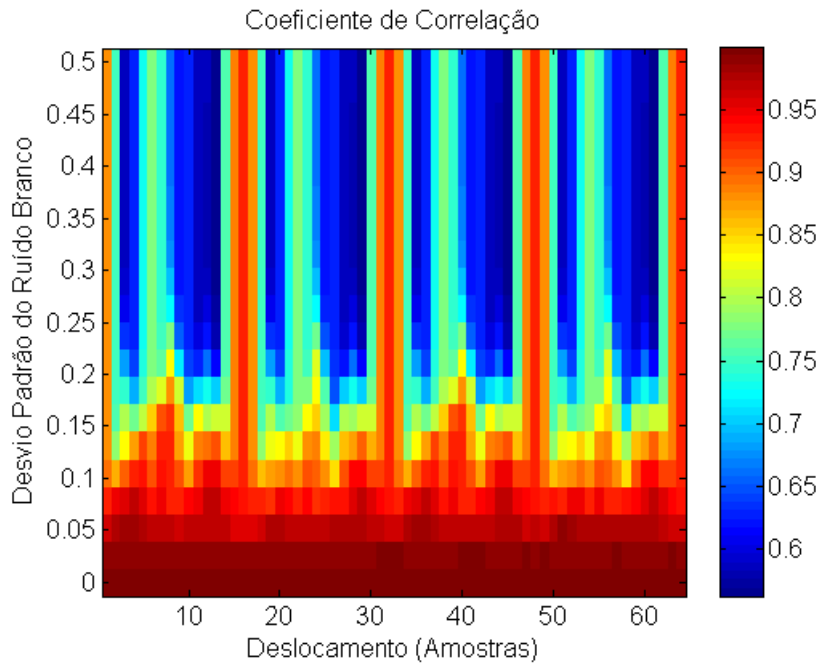


Figura 7.7: Variação do Coeficiente de Correlação calculado entre o pulso original e o pulso resultante da LCW com a wavelet sym7 em 6 níveis de decomposição

em função do deslocamento dos pulsos e do nível de ruído, qual foi a melhor base (indicada pelo seu método de seleção) em cada caso.

Observe na Figura 7.8 a intrínseca dificuldade envolvida na identificação da melhor base em face de sua variação com o nível do ruído e com o deslocamento dos pulsos. A identificação da melhor base será um problema com relação a todos os parâmetros analisados, como mostra a Figura 7.9.

Frente a esta dificuldade, a solução adotada foi o cálculo, para cada base selecionada e para cada parâmetro de avaliação, da média desse parâmetro tomada sobre todos os casos considerados.

A Tabela 7.2 mostra a média dos parâmetros de avaliação da LCW com limiarização abrupta utilizando cada uma das bases propostas. Na média, o método SWTBWS obteve os melhores valores para CC, EMQ, DE e EM. O método CBWS obteve os melhores valores para EMA e ETS.

Ainda para efeito de comparação, a Tabela 7.3 mostra a média dos parâmetros de avaliação da LCW realizada agora com a função de limiarização suave. De modo geral, a limiarização suave dos coeficientes produz piores resultados do que os valores correspondentes calculados com limiarização abrupta, indicados na Tabela 7.2. Na média, o método SWTBWS obteve agora os melhores valores para CC, EMQ, EMA e DE. O método CBWS obteve os melhores valores para EM e ETS, além de igualar o resultado do método SWTBWS para o EMA.

Os resultados das Tabelas 7.2 e 7.3 mostram que bases são mais indicadas para

Tabela 7.2: Média dos parâmetros de avaliação da LCW com limiarização abrupta para cada uma das bases propostas.

	CBWS	EBWS	MEBWS	SNRBWS	SWTBWS
CC	0,7889	0,7663	0,7856	0,7882	0,7915
EMQ	0,0101	0,0105	0,0102	0,0101	0,0098
EMA	0,0247	0,0258	0,0249	0,0254	0,0249
DE	0,6007	0,6164	0,6059	0,5985	0,5878
EM	0,5226	0,5927	0,5625	0,5647	0,5208
ETS	1,4393	2,8427	1,9919	2,6776	2,0143

Tabela 7.3: Média dos parâmetros de avaliação da LCW com limiarização suave para cada uma das bases propostas.

	CBWS	EBWS	MEBWS	SNRBWS	SWTBWS
CC	0,7712	0,7482	0,7684	0,7711	0,7739
EMQ	0,0132	0,0135	0,0133	0,0132	0,0131
EMA	0,0282	0,0287	0,0283	0,0284	0,0282
DE	0,8434	0,8488	0,8452	0,8426	0,8390
EM	0,7540	0,7898	0,7746	0,7766	0,7562
ETS	1,4599	2,5372	1,9417	2,7615	2,1154

a LCW do pulso simulado, de acordo com os parâmetros de avaliação considerados. No entanto, a metodologia proposta de avaliação comparativa entre os métodos de seleção de bases requer ainda que este procedimento seja repetido para um conjunto de pulsos de DP com diversificadas formas de onda.

7.8 Conclusão

Neste capítulo definimos uma metodologia de avaliação comparativa entre os métodos de seleção de bases para a LCW de sinais de DP, levando em conta as possíveis variações do instante inicial dos pulsos, da sua amplitude, e da realização do ruído branco no sinal.

A aplicação da metodologia proposta a um conjunto de pulsos de DP medidos em geradores síncronos será vista no próximo capítulo, onde finalmente apresentaremos uma comparação entre os diferentes métodos propostos para a seleção de Bases Wavelet.

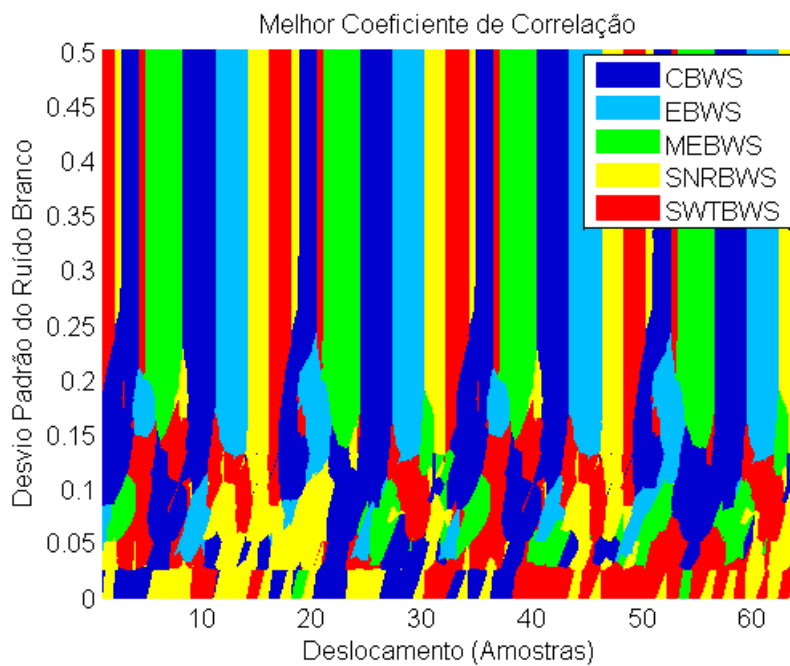


Figura 7.8: Indicação das bases vencedoras, i.e., das bases que produziram os maiores coeficientes de correlação na avaliação da LCW, em função do nível de ruído e do deslocamento dos pulsos. As bases são referenciadas pelos seus respectivos métodos de seleção, e encontram-se descritas na Tabela 7.1.

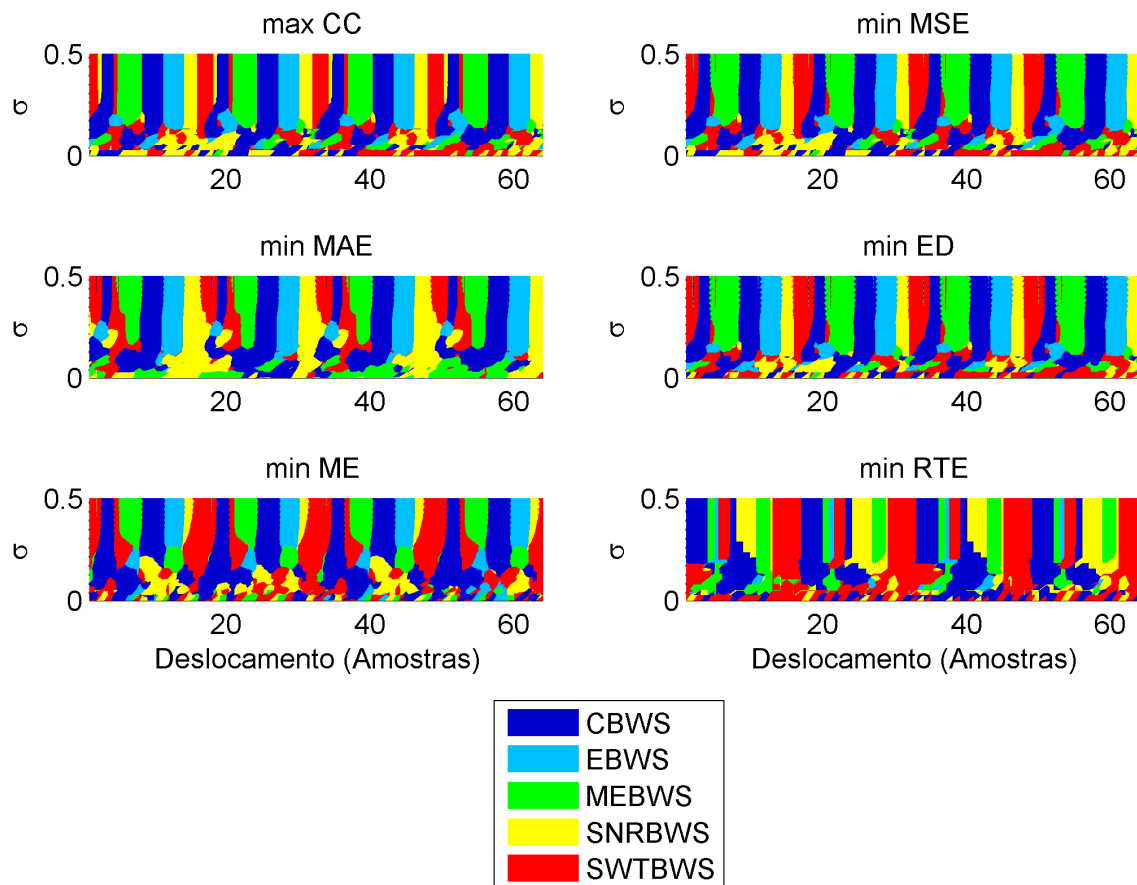


Figura 7.9: Indicação das bases vencedoras, i.e., das bases que produziram os melhores resultados na avaliação da LCW segundo diversos parâmetros de avaliação, em função do nível de ruído e do deslocamento dos pulsos. As bases são referenciadas pelos seus respectivos métodos de seleção, e encontram-se descritas na Tabela 7.1.

Capítulo 8

Simulações e Resultados

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma aplicação prática das técnicas desenvolvidas nos capítulos anteriores. Como principal resultado, mostraremos no item 8.1 a avaliação comparativa entre os métodos de seleção de Bases Wavelet para LCW de sinais de DP, segundo a metodologia apresentada no Capítulo 7. Uma discussão dos resultados obtidos será apresentada no item 8.2.

Finalmente, daremos um exemplo de aplicação em uma medição de DP em um hidrogerador de 13,8 kV e 340 MVA, pondo em evidência os benefícios da escolha adequada das Bases Wavelet na redução do ruído de fundo da medição por LCW.

8.1 Avaliação dos Métodos de Seleção de Bases

A metodologia apresentada no Capítulo 7 para avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet parte da seleção de um conjunto representativo de pulsos de DP.

Para tal, fizemos uso das medições realizadas em dois hidrogeradores da UHE Tucuruí (vide item 1.2.1). Os dados foram adquiridos conforme as definições do hardware de aquisição apresentadas no Apêndice A.

Selecionamos dentre os sinais medidos 360 pulsos de DP. Adotamos como critério a seleção de pulsos com grandes amplitudes, registrados nas três fases de cada máquina, nos quais a forma de onda dos mesmos pôde ser identificada claramente bem acima do nível do ruído de fundo, como pode ser visto na Figura 8.1.

Para a aplicação da metodologia proposta no Capítulo 7 estabelecemos então as seguintes condições:

1. Selecionamos uma biblioteca de 60 funções wavelet candidatas: wavelets de Daubechies com ordens de 1 a 40, wavelets de Symlet com ordens de 1 a 15, e wavelets Coiflet com ordens de 1 a 5.
2. Testamos cinco métodos de seleção de Bases Wavelet: CBWS, EBWS, MEBWS, SNRBWS e SWTBWS, todos definidos no Capítulo 6. Em cada

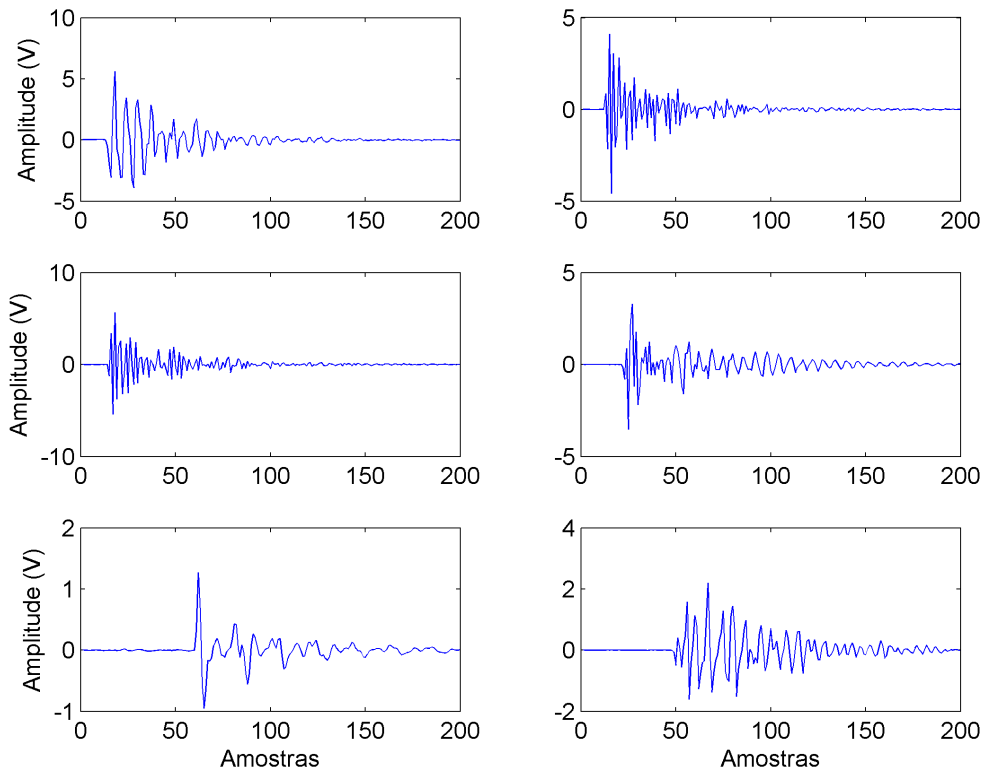


Figura 8.1: Exemplo de pulsos de DP selecionados.

um dos métodos, a determinação do número de níveis de decomposição foi realizada através do algoritmo NDL, descrito no item 6.2.

3. Como níveis do ruído branco Gaussiano, selecionamos vinte valores de desvio padrão entre 0 e 0,5 vezes o valor de pico de cada pulso, isto é, fizemos $N = 20$ e $A = 0,5$ nos parâmetros da equação (7.43).
4. Nas operações de LCW, foi utilizado o cálculo do limiar universal descrito no item (5.4.2), e foram usadas as funções de limiarização suave e abrupta.
5. Como parâmetros de avaliação de cada LCW, selecionamos: CC, EMQ, EMA, DE, EM e ETS, definidos no item 7.2.

A seguir serão apresentados os resultados da comparação entre os métodos de seleção de bases. Indicaremos inicialmente, para cada parâmetro avaliado, o percentual dos pulsos analisados em que cada método de seleção da Base Wavelet obteve o melhor resultado em relação aos demais na LCW utilizando a função de limiarização abrupta.

As comparações realizadas serão apresentadas na seguinte ordem:

1. Comparação entre os métodos anteriormente propostos na literatura: CBWS e EBWS (item 8.1.1).

2. Comparação entre o método EBWS e os métodos propostos neste trabalho como melhorias ao EBWS: MEBWS e SNRBWS (itens 8.1.2 e 8.1.3).
3. Comparação dos métodos propostos MEBWS e SNRBWS entre si (item 8.1.4).
4. Comparação entre o método CBWS e os métodos propostos MEBWS e SNRBWS (item 8.1.5).
5. Comparação do método proposto SWTBWS com todos os demais métodos (itens 8.1.6 a 8.1.8).

Em seguida, apresentaremos nos itens 8.1.9 e 8.1.10 tabelas com os valores médios dos resultados obtidos, e faremos no item 8.1.11 uma comparação entre os resultados obtidos utilizando as funções de limiarização suave e abrupta. Finalmente, no item 8.1.12 apresentaremos uma comparação entre os tempos de processamento de seleção de bases e das operações de LCW utilizando as bases selecionadas por cada método.

8.1.1 Comparação Entre os Métodos CBWS e EBWS

Seguindo a ordem cronológica de proposição dos métodos na literatura técnica, comparamos inicialmente os métodos CBWS e EBWS entre si.

A Figura 8.2 mostra o percentual de pulsos em que cada método obteve melhor média de resultados na LCW, segundo os parâmetros de avaliação indicados. Diferentemente do resultado obtido em [14], verificamos que o método CBWS obteve melhores resultados em cerca de 70% dos casos para todos os parâmetros considerados.

8.1.2 Comparação Entre o Método EBWS e o Método Proposto MEBWS

Comparando o método EBWS com o método proposto MEBWS na Figura 8.3, constatamos a superioridade do método MEBWS em aproximadamente 60% dos casos.

8.1.3 Comparação Entre o Método EBWS e o Método Proposto SNRBWS

Comparando o método EBWS com o método proposto SNRBWS na Figura 8.4, constatamos também a superioridade do método proposto SNRBWS em aproximadamente 60% dos casos.

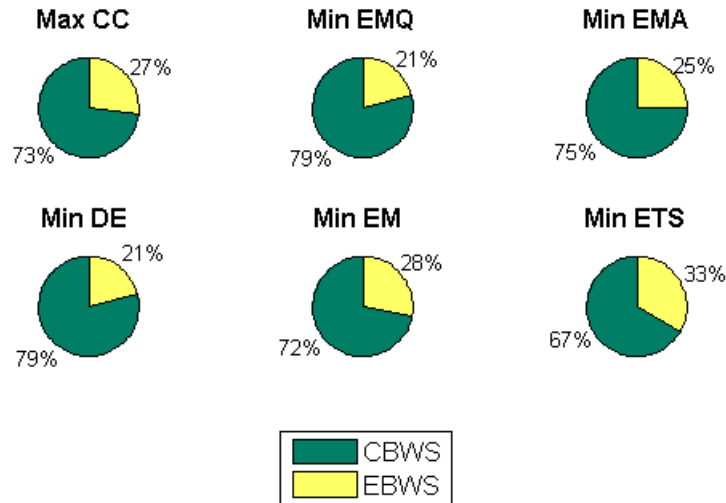


Figura 8.2: Comparação entre os resultados médios das LCW utilizando função de limiarização abrupta e bases selecionadas pelos métodos CBWS e EBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

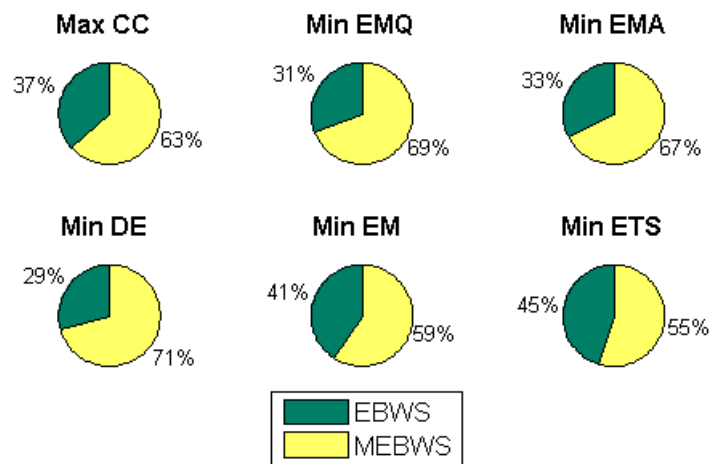


Figura 8.3: Comparação entre os resultados médios das LCW utilizando função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos EBWS e MEBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

8.1.4 Comparação Entre os Dois Métodos Propostos: MEBWS e SNRBWS

Comparando o método MEBWS com o método SNRBWS, constatamos na Figura 8.5 que os resultados são bastante equilibrados, com uma ligeira superioridade do método SNRBWS em todos os parâmetros de avaliação, exceto no EMA e no ETS.

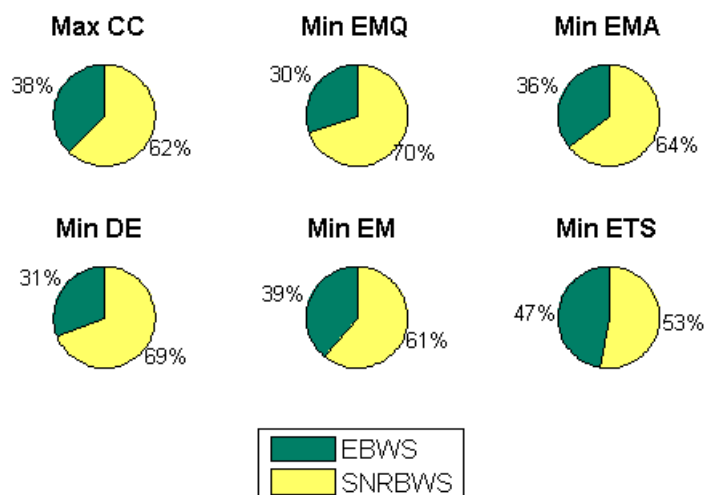


Figura 8.4: Comparação entre os resultados das LCW utilizando função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos EBWS e SNRBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

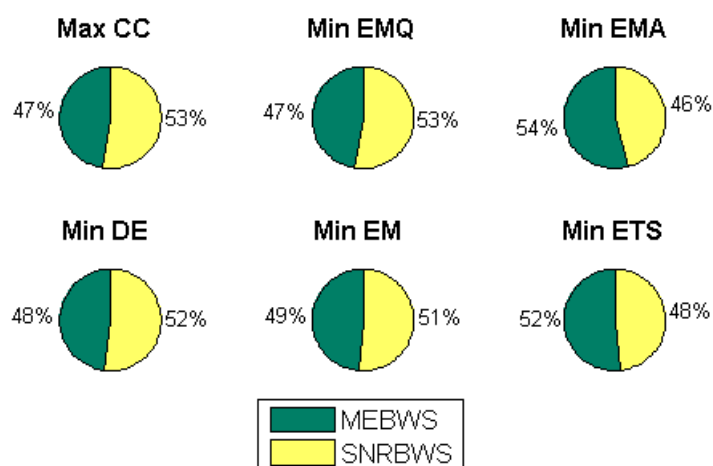


Figura 8.5: Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos MEBWS e SNRBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

8.1.5 Comparação Entre o Método CBWS e os Métodos Multinível

As Figuras 8.6 e 8.7 mostram respectivamente a comparação entre o método CBWS e os métodos propostos MEBWS e SNRBWS. Nas duas comparações, o método CBWS obteve melhores resultados para todos os parâmetros avaliados em cerca de 60% dos pulsos analisados.

Embora os métodos MEBWS e SNRBWS tenham apresentado melhores resul-

tados do que o método EBWS originalmente proposto, os resultados apresentados nas Figuras 8.2, 8.6 e 8.7 indicam que o método CBWS ainda apresenta melhor desempenho do que todos os métodos de seleção multinível.

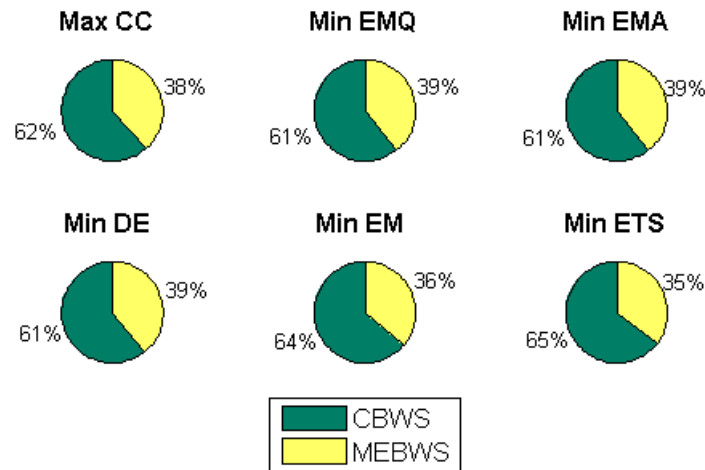


Figura 8.6: Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos CWBS e MEBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

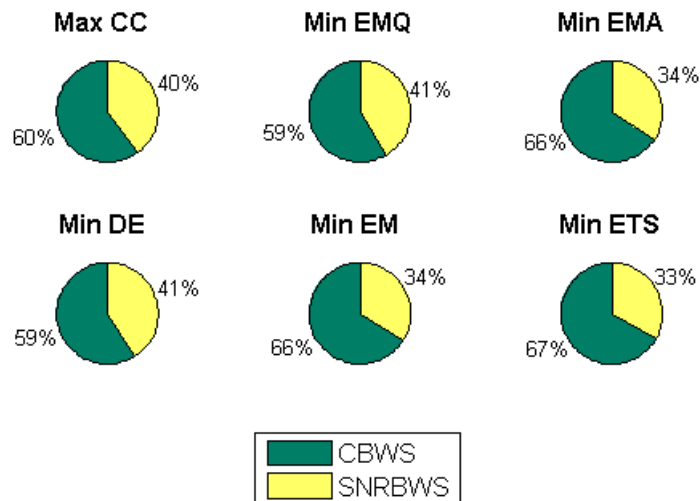


Figura 8.7: Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos CWBS e SNRBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

8.1.6 Comparação Entre o Método CBWS e o Método Proposto SWTBWS

Comparando os métodos CBWS com o método proposto SWTBWS, vemos na Figura 8.8 que o método SWTBWS obteve melhores resultados em aproximadamente 65% dos casos para todos os parâmetros de avaliação considerados.

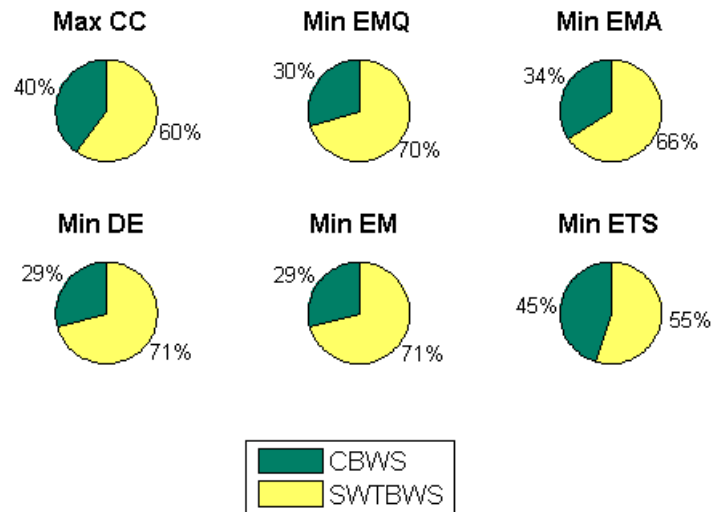


Figura 8.8: Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos CWBS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

8.1.7 Comparação Entre o Método SWTBWS e os Métodos Multinível

As Figuras 8.9, 8.10 e 8.11 mostram a superioridade do método SWTBWS sobre os métodos de seleção multinível de filtros EBWS, MEBWS e SNRBWS para todos os parâmetros de avaliação em cerca de 80% dos casos.

8.1.8 Comparação Geral

A Figura 8.12 finalmente ilustra a superioridade do método SWTBWS sobre todos os demais métodos, considerando o número de resultados onde a LCW obteve melhores resultados médios.

8.1.9 Média dos Resultados com Limiarização Abrupta

As Tabelas 8.1 e 8.2 mostram respectivamente os valores médios dos parâmetros de avaliação da LCW com limiarização abrupta para cada método, e a diferença

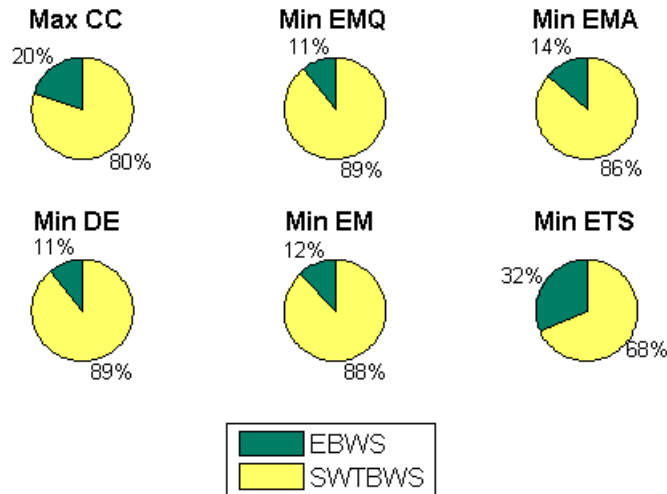


Figura 8.9: Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos EWBS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

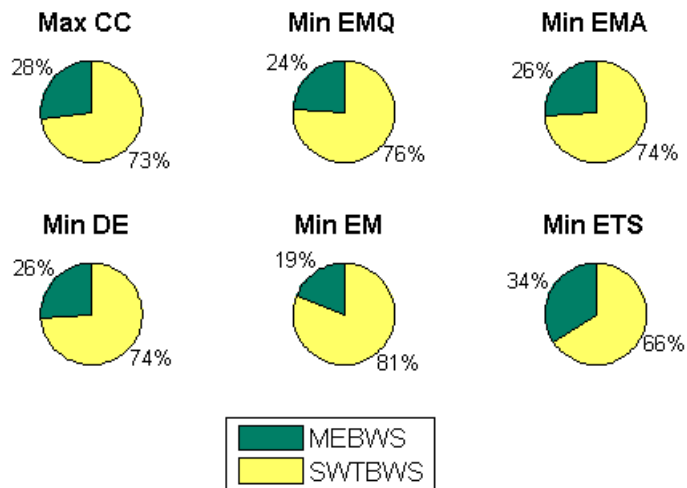


Figura 8.10: Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos MEWBS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

percentual entre o método SWTBWS e os demais métodos.

Na média, o método SWTBWS obteve melhores resultados que todos os demais métodos em todos os parâmetros de avaliação.

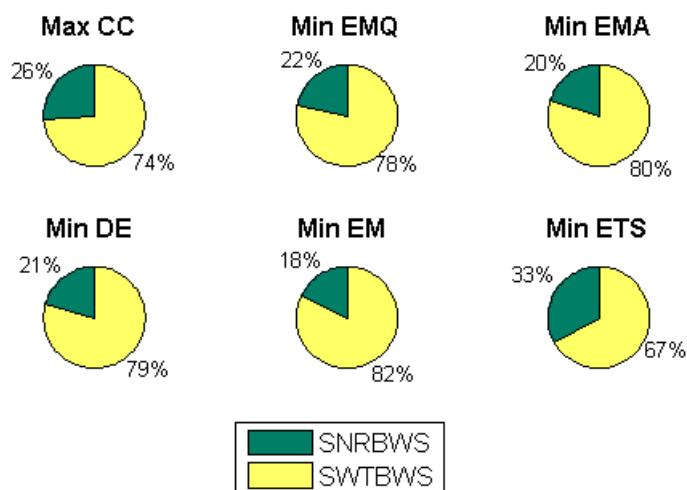


Figura 8.11: Comparação entre os resultados das LCW utilizando a função de limiarização abrupta e as bases selecionadas pelos métodos SNRBWS e SWTBWS. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhores resultados.

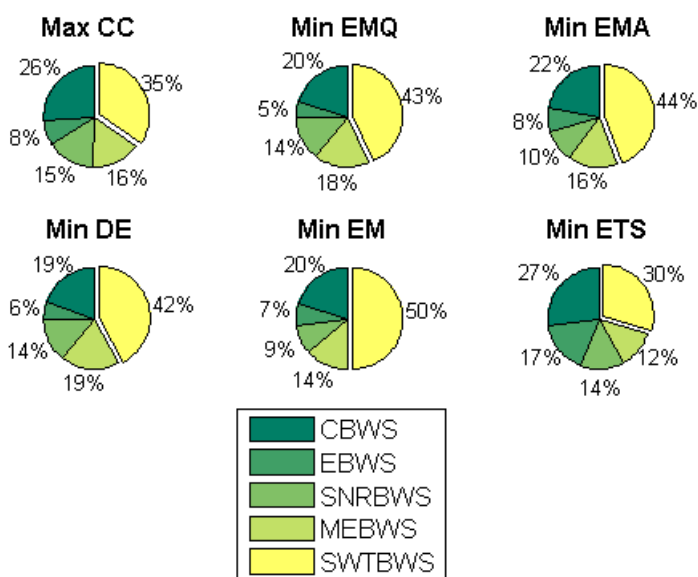


Figura 8.12: Comparação geral entre os resultados das filtragens utilizando a função de limiarização abrupta e cada um dos métodos de seleção de Bases Wavelet. O percentual indica o número de casos em que cada método obteve melhor resultado.

8.1.10 Média dos Resultados com Limiarização Suave

As Tabelas 8.1 e 8.2 mostram respectivamente os valores médios dos parâmetros de avaliação da LCW com limiarização suave, e a diferença percentual entre o método SWTBWS e os demais métodos.

As LCW utilizando as bases determinadas pelo método SNRBWS obtiveram

novamente os melhores resultados para todos os parâmetros avaliados.

Tabela 8.1: Valores médios dos parâmetros de avaliação da LCW utilizando a função de limiarização abrupta, considerando todos os níveis de ruído e todos os deslocamentos.

	CBWS	EBWS	MEBWS	SNRBWS	SWTBWS
CC	0,6258	0,5997	0,6112	0,6144	0,6368
EMQ	0,0101	0,0103	0,0102	0,0102	0,0100
EMA	0,0387	0,0390	0,0388	0,0388	0,0386
DE	0,8211	0,8342	0,8269	0,8265	0,8163
EM	0,7514	0,7747	0,7671	0,7642	0,7378
ETS	2,1451	5,3113	4,4054	4,7344	1,5042

Tabela 8.2: Diferença Percentual entre o método SWTBWS e cada um dos demais métodos testados utilizando a função de limiarização abrupta.

	CBWS	EBWS	SNRBWS	MEBWS
CC	+1,75%	+6,18%	+4,17%	+3,64%
EMQ	-0,69%	-2,57%	-1,52%	-1,32%
EMA	-0,32%	-1,11%	-0,70%	-0,73%
DE	-0,59%	-2,14%	-1,28%	-1,23%
EM	-1,81%	-4,76%	-3,82%	-3,45%
RTE	-29,87%	-71,67%	-65,85%	-68,22%

Tabela 8.3: Valores médios dos parâmetros de avaliação da filtragem obtidos utilizando a função de limiarização suave.

	CBWS	EBWS	SNRBWS	MEBWS	SWTBWS
CC	0,6115	0,5849	0,5965	0,5999	0,6230
EMQ	0,0110	0,0111	0,0111	0,0111	0,0110
EMA	0,0401	0,0403	0,0402	0,0402	0,0401
DE	0,9190	0,9235	0,9210	0,9209	0,9174
EM	0,8639	0,8751	0,8715	0,8705	0,8569
ETS	2,1865	5,4669	4,5060	4,8890	1,5382

8.1.11 Comparação entre Limiarização Suave e Abrupta

Comparando as Tabelas 8.1 e 8.3, constatamos que, para todos os parâmetros (e não só para o EM, como indicado em [13]), a LCW com limiarização abrupta obteve melhores resultados em relação à limiarização suave. A Tabela 8.5 mostra a diferença percentual dos parâmetros obtidos por limiarização abrupta em relação aos parâmetros obtidos por limiarização suave, evidenciando em todos os casos os melhores resultados médios da limiarização abrupta.

Tabela 8.4: Diferença Percentual entre o método SWTBWS e cada um dos demais métodos testados utilizando a função de limiarização suave.

	CBWS	EBWS	SNRBWS	MEBWS
CC	+1.87%	+6,52%	+4,44%	+3,86%
EMQ	-0.39%	-1,46%	-0,85%	-0,75%
EMA	-0.13%	-0,50%	-0,28%	-0,29%
DE	-0.18%	-0,65%	-0,39%	-0,37%
EM	-0.81%	-2,08%	-1,67%	-1,56%
ETS	-29.64%	-71,86%	-65,86%	-68,53%

Tabela 8.5: Diferença percentual entre os valores dos parâmetros obtidos por limiarização abrupta em relação aos obtidos com limiarização suave.

	CBWS	EBWS	SNRBWS	MEBWS	SWTBWS
CC	+2,32%	+2,52%	+2,46%	+2,42%	+2,20%
EMQ	-8,32%	-7,55%	-7,98%	-8,07%	-8,60%
EMA	-3,64%	-3,22%	-3,41%	-3,39%	-3,82%
DE	-10,65%	-9,66%	-10,21%	-10,25%	-11,01%
EM	-13,01%	-11,47%	-11,97%	-12,20%	-13,89%
ETS	-1,89%	-2,84%	-2,23%	-3,16%	-2,20%

8.1.12 Tempos de Processamento

A Figura 8.13 mostra os tempos de processamento normalizados de cada um dos métodos na obtenção dos filtros de decomposição. O método SWTBWS obteve o menor tempo de seleção em 100% dos pulsos analisados, sendo 69,5% mais rápido que os métodos multinível e 88,5% mais rápido do que o CBWS, como mostra a Tabela 8.6.

Analisando a Figura 8.14, observamos que os tempos de filtragem multinível foram consideravelmente maiores em relação aos métodos que utilizaram um único tipo de filtro. Para o conjunto de pulsos selecionado, o método SWTBWS obteve também o menor tempo médio de filtragem. A Tabela 8.6 quantifica percentualmente a redução do tempo de processamento associado às bases determinadas pelo método SWTBWS em relação aos demais.

Tabela 8.6: Percentual de redução dos tempos médios de seleção da base e de processamento por LCW do método SWTBWS em relação aos tempos médios registrados nos outros métodos.

Redução dos Tempos	CBWS	EBWS	SNRBWS	MEBWS
Seleção da Base	88,55%	69,55%	69,48%	69,59%
Processamento na LCW	16,00%	57,92%	69,62%	65,51%

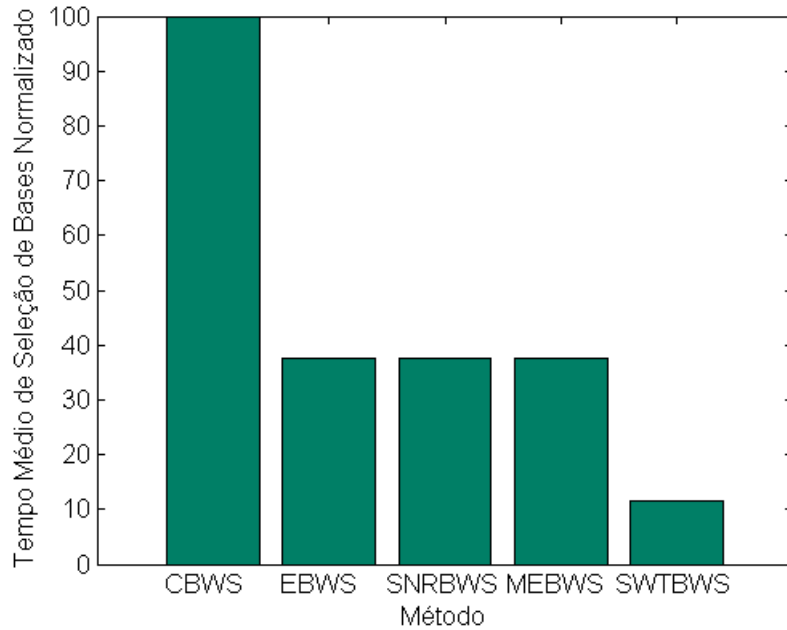


Figura 8.13: Tempo médio de seleção dos filtros de decomposição.

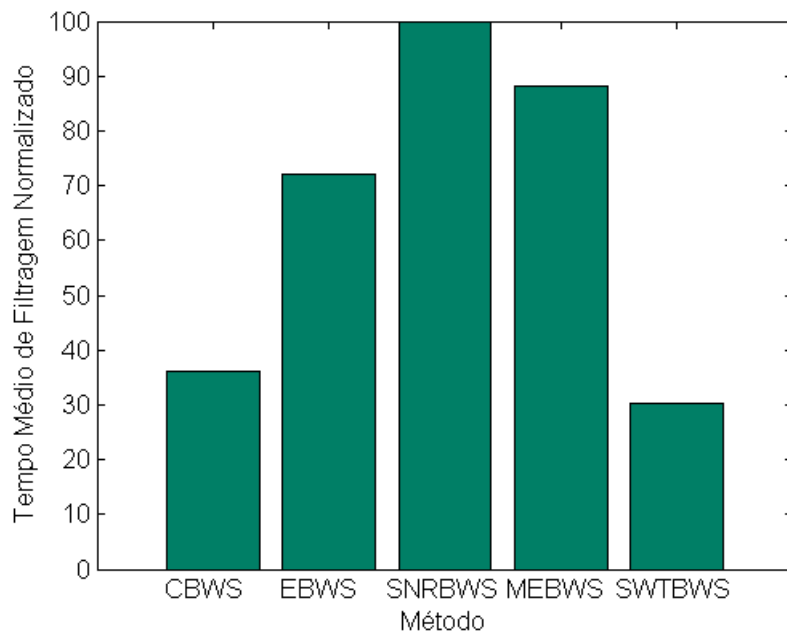


Figura 8.14: Tempo médio de processamento da LCW utilizando as bases calculadas por cada método.

8.2 Discussão dos Resultados

No Capítulo 7 verificamos que, na avaliação da LCW, sejam quais forem os parâmetros considerados, dificilmente uma mesma base selecionada apresentará os melhores resultados em todos os casos. Por esse motivo, propusemos que a avaliação de cada LCW tratasse estatisticamente o deslocamento dos pulsos e a amplitude dos

pulsos em relação ao nível de ruído, ambos aqui considerados de distribuição uniforme. Além do mais, propusemos que a avaliação da LCW considerasse ainda a distribuição de probabilidade do ruído branco estocástico, assumido sua distribuição de probabilidade como sendo Gaussiana. Propusemos então que a avaliação da LCW fosse feita, para cada parâmetro, através da média dos resultados obtidos para todos os deslocamentos possíveis e para todos os níveis de ruído considerados.

A avaliação dos métodos de seleção de bases também recebeu um tratamento estatístico, sendo feita pela média dos resultados das LCW realizadas sobre um conjunto de pulsos de DP selecionados, assumido supostamente como um espaço amostral representativo.

Nas comparações realizadas entre os métodos de seleção de bases (vide a Figura 8.12), verificamos que nenhum método é absolutamente superior aos demais em todos os casos. Essa constatação confirma a hipótese de que esta avaliação deve ser feita estatisticamente, e não sobre um reduzido número de pulsos, tal como vem sendo feito na literatura técnica até o momento (veja, por exemplo, a proposta do método EBWS em [14]).

Levando em consideração a variação dos coeficientes wavelet com o deslocamento dos pulsos de DP, o método CBWS apresentou, ao contrário dos resultados anteriormente publicados em [14], resultados superiores ao método EBWS, tanto em valores médios quanto no número de vezes em que obteve melhores resultados. A contradição à literatura decorre do fato de que, como vimos no item 7.7, qualquer um dos métodos pode se apresentar superior aos demais em um caso particular.

Entretanto, segundo a crítica apresentada no item 6.3.4, o método EBWS, ao maximizar a cada nível de decomposição a energia dos coeficientes de aproximação, não identifica as bandas nas quais a energia dos pulsos de DP se concentra. Daí decorre a constatação da superioridade dos dois novos métodos propostos MEBWS e SNRBWS sobre o EBWS. Estes dois métodos, cada um à sua forma, a cada nível de decomposição identificam a banda predominante dos pulsos de DP e selecionam os filtros que maximizarão os coeficientes wavelet nessa banda.

Comparando os métodos SNRBWS e MEBWS entre si, verificamos que ambos apresentaram resultados relativamente próximos, com ligeira superioridade do SNRBWS.

É notável, no entanto, que os métodos CBWS e SWTBWS, selecionando um único tipo de filtro para todos os níveis de decomposição, tenham apresentado resultados claramente superiores a todos os demais métodos de seleção multinível.

A principal razão deste resultado é que, por definição, cada um dos métodos multinível calcula sua decomposição considerando o pulso de DP em um certo deslocamento particular. Entretanto, como vimos, os resultados da LCW variam sensivelmente com o deslocamento. Já os métodos CBWS e SWTBWS, como não

realizam operações de subamostragem dos sinais, selecionam suas bases de forma invariante ao deslocamento, obtendo assim melhores resultados.

O método SWTBWS superou o método CBWS e todos os demais métodos. Foi confirmada, portanto, a hipótese formulada no item 6.3.4 de que, sendo a SWT uma versão não subamostrada da FWT, os filtros que maximizassem os coeficientes da SWT também maximizariam os coeficientes da FWT na média dos deslocamentos dos pulsos.

O CBWS torna-se um bom método de seleção da base na medida em que o critério utilizado, o coeficiente de correlação entre a função wavelet e o pulso de DP, aproxima-se do produto interno calculado pela SWT. No entanto, a função wavelet usada no CBWS será sempre diferente daquela produzida pela SWT, produzindo portanto resultados inferiores.

Concluimos pelos resultados acima que o método SWTBWS é o método mais adequado à seleção dos filtros de decomposição wavelet para a LCW de sinais de DP, apresentando os melhores resultados na filtragem do ruído de banda larga, e apresentando ainda um tempo de processamento consideravelmente menor em relação aos demais métodos, tanto na seleção das bases quanto no processamento da LCW utilizando as bases por ele selecionadas.

8.3 Aplicação à Medição de DP em Máquinas Síncronas

Mostraremos agora a aplicação do método de seleção de Bases Wavelet proposto na redução do ruído de fundo em uma medição de DP. Novamente utilizaremos os dados adquiridos em um dos hidrogenadores de 13,8 kV e 340 MVA da UHE Tucuruí.

Processamos inicialmente os sinais adquiridos com os algoritmos descritos no Capítulo 3 para a análise prévia e o condicionamento digital dos sinais, identificando e eliminando eventuais componentes de ruído de espectro discreto, e calculando a forma de onda de um pulso médio para o sinal.

Tal como no exemplo apresentado no item 3.4, a filtragem das componentes de ruído de espectro discreto se mostrou desnecessária e foi omitida também neste exemplo.

8.3.1 Determinação da Base Wavelet

A Figura 8.15 mostra um sinal adquirido ao longo de um ciclo de operação da máquina, e os limiares de ruído LR utilizados para o cálculo do pulso médio. A aplicação do algoritmo descrito no item 3.5 determinou o pulso médio mostrado na Figura 8.16.

Utilizando a forma de onda do pulso médio obtido, calculamos a Base Wavelet aplicando o algoritmo NDL e o método SWTBWS. O algoritmo NDL (ajustado para decompor 90% da energia do pulso em bandas de detalhamento) e o método SWTBWS (assumindo as mesmas 60 wavelets candidatas utilizadas anteriormente) determinaram que a decomposição do sinal fosse feita em 5 níveis pela wavelet de Daubechies de ordem 2.

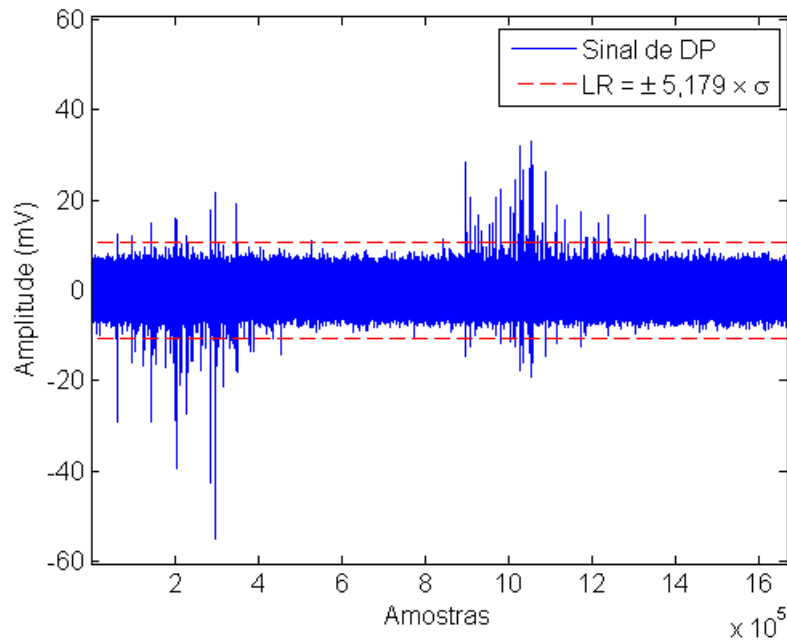


Figura 8.15: Sinal de DP e limiares de ruído LR utilizados pelo algoritmo de determinação da forma de onda do pulso médio presente na medição.

8.3.2 Filtragem do Ruído de Banda Larga

Após a determinação da Base Wavelet, a filtragem do ruído de banda larga foi feita aplicando o processo de LCW (conforme a descrição apresentada no Capítulo 5).

A Figura 8.17 mostra o resultado da LCW do sinal da Figura 8.15, utilizando a Base Wavelet selecionada e a função de limiarização abrupta com limiar universal. O resultado evidencia a supressão do ruído de banda larga com preservação dos pulsos de DP. Comparando a superposição do sinal filtrado com o sinal original, o erro de amplitude máxima dos pulsos é visivelmente pequeno na maioria dos casos.

8.3.3 Resultado da Medição

Repetindo este processamento para todos os sinais aqúistados em 120 ciclos de tensão, calculamos o mapa PRPD resultante da medição conforme o algoritmo apresentado no Apêndice B.

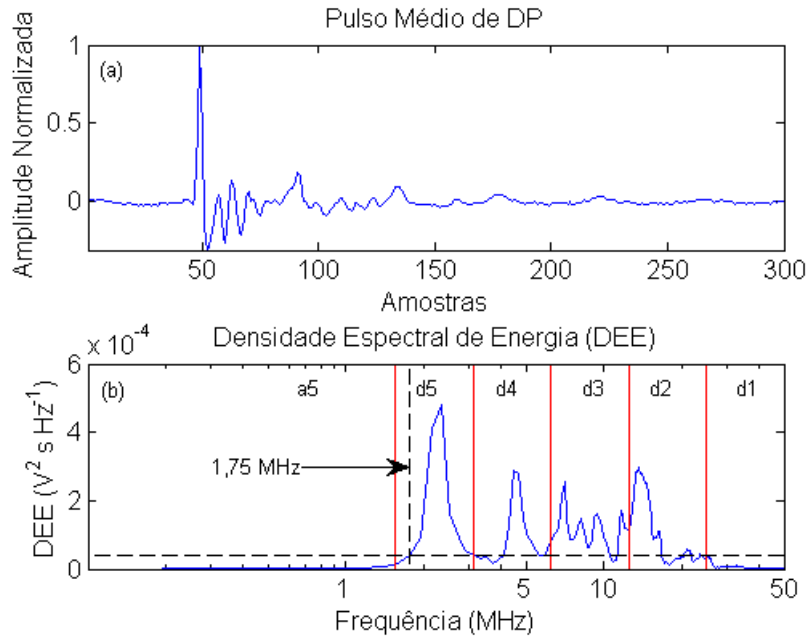


Figura 8.16: (a) Pulso médio de DP calculado. (b) Densidade Espectral de Energia do pulso médio de DP. As linhas vermelhas indicam a divisão do espectro em sub-bandas pela FWT utilizando filtros ortogonais. A linha tracejada vertical indica a menor frequência cuja componente na ESD é superior a 10% da energia total do espectro.

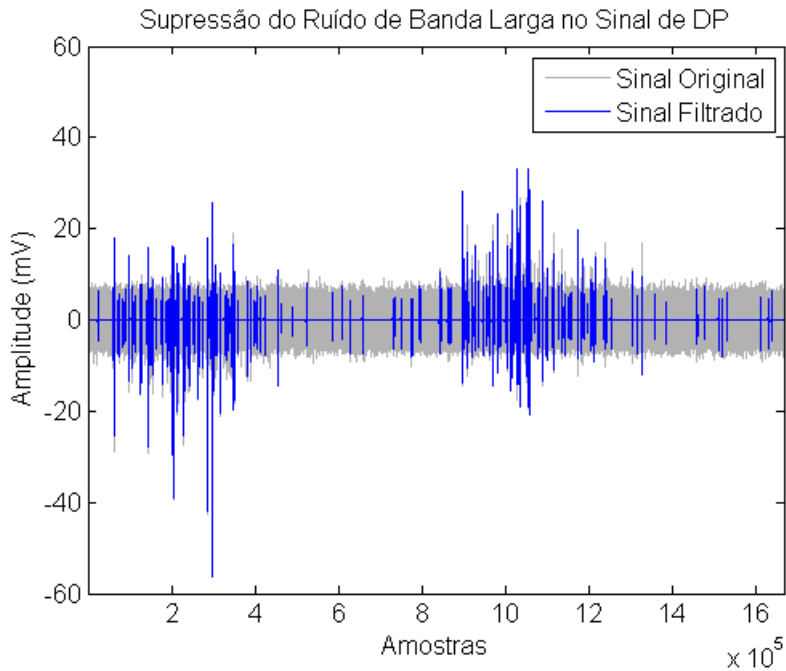


Figura 8.17: Resultado da supressão do ruído de banda larga no sinal de DP utilizando a Base Wavelet selecionada no processo de LCW.

Para efeito de comparação, a Figura 8.18 mostra o mapa PRPD obtido pelo processamento de 120 sinais aqúistados sem o processamento por LCW. Nesse caso,

para minimizar a probabilidade de registro de falsos positivos devido ao ruído branco, adotamos os limiares de ruído $LR = 5,179 \times \sigma$, onde σ é o desvio padrão do sinal de DP. Tal como no algoritmo utilizado para o cálculo do pulso médio, esse valor foi determinado de modo que a probabilidade de um ruído branco Gaussiano apresentar um ponto superior ao limiar fosse menor que $\frac{1}{N}$, onde N é o número de amostras do sinal.

A Figura 8.19 mostra o mapa PRPD obtido pelo processamento dos mesmos 120 sinais de DP, agora processados pela LCW utilizando a base selecionada. Com a redução do ruído por LCW, note que a medição de DP processada sobre os mesmos 120 sinais adquiridos registrou aproximadamente o triplo de pulsos, sem no entanto inserir ruído de banda larga no mapa PRPD resultante.

Observando a Figura 8.19, é possível notar a cada 30 graus o registro de pulsos remanescentes do chaveamento dos tiristores. Com o processamento do sinal descrito no item 3.3 as componentes abaixo de 1 MHz dos pulsos dos tiristores foram atenuadas, de modo que o sinal pulsante dos tiristores ficou em grande parte encoberto pelo ruído de fundo. A aparição das componentes dos pulsos dos tiristores no mapa PRPD da Figura 8.19 confirma, finalmente, a eficácia da LCW em detectar pulsos encobertos pelo ruído de banda larga.

A técnica de LCW associada ao método de seleção de Bases Wavelet proposto reduziu o ruído de fundo e permitiu o registro de pulsos de DP com menores amplitudes, aumentando assim a sensibilidade da medição.

Em síntese, podemos dizer que a proposta da aplicação da LCW em medições de DP consiste, na elaboração dos mapas PRPD, em transpor a operação de limitização do ruído de fundo para o Domínio da Transformada Wavelet, onde a amplitude dos pulsos presentes no sinal naturalmente se sobressai. O resultado obtido é, como vimos, um aumento da sensibilidade da medição decorrente da separação entre os pulsos de DP e o ruído de banda larga no domínio da transformada.

A detecção de pulsos com menores amplitudes e o aumento da sensibilidade da medição, quer seja pela detecção de defeitos mais distantes do circuito de medição, quer seja pela detecção de defeitos em seu estado inicial de deterioração do dielétrico, aumentarão consequentemente a capacidade da técnica de medição de DP em prever o estado do sistema de isolamento em enrolamentos estatóricos de máquinas síncronas.

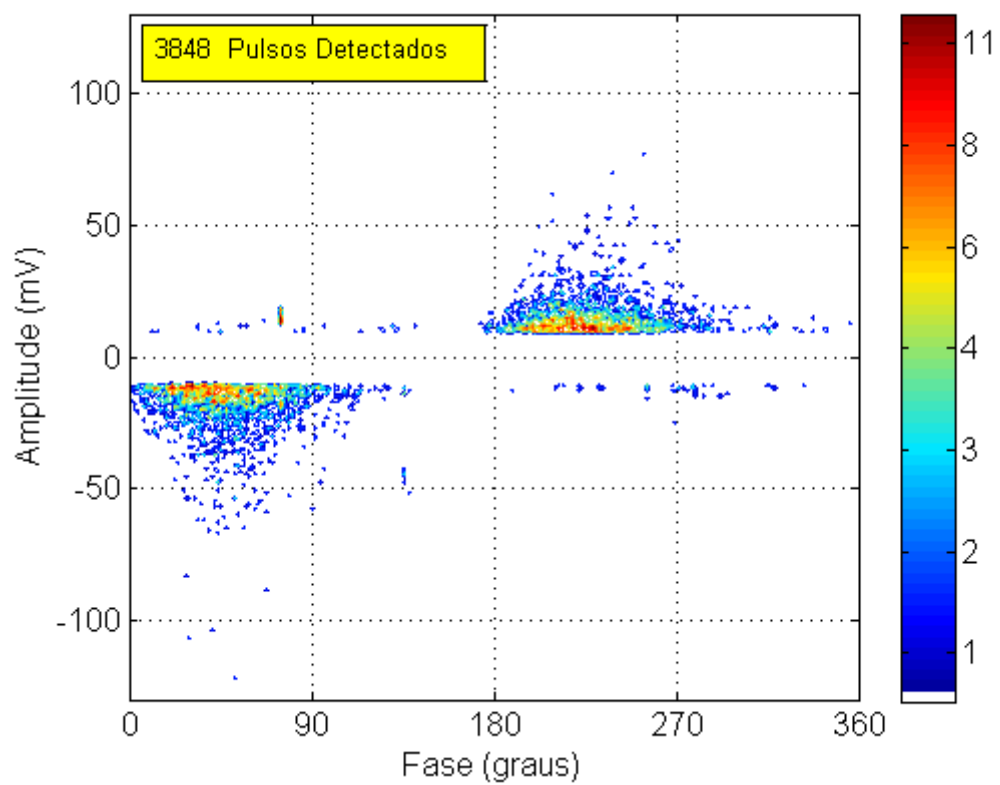


Figura 8.18: Mapa de DP calculado em 120 ciclos aquistados, com limiar $LR = 5,179\sigma$, onde σ é o desvio padrão do sinal de DP.

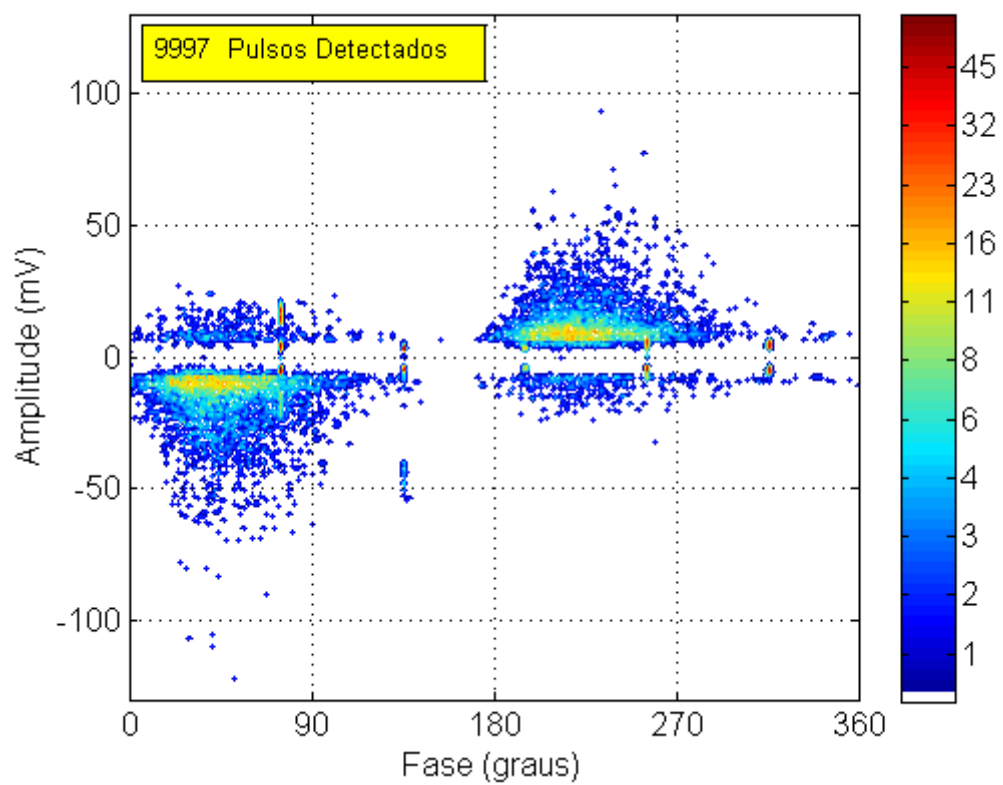


Figura 8.19: Mapa de DP calculado em 120 ciclos aquistados, com redução do ruído de banda larga por LCW.

8.4 Conclusão

Neste capítulo apresentamos as simulações realizadas e os resultados obtidos nesta pesquisa.

A aplicação da metodologia de avaliação dos métodos de seleção de Bases Wavelet, proposta no Capítulo 7, foi aplicada sobre um conjunto de 360 pulsos selecionados de sinais medidos em dois hidrogeradores de grande porte.

Como resultado principal, concluímos que o método proposto SWTBWS é o mais indicado para a escolha dos filtros de decomposição utilizados na FWT, superando todos os outros métodos publicados anteriormente. Associado ao algoritmo NDL, apresentamos um método eficaz de seleção de Bases Wavelet para a aplicação da LCW em sinais de DP.

Ao final do capítulo, apresentamos um exemplo no qual a LCW utilizando o método proposto para a seleção da Base Wavelet aumentou consideravelmente a sensibilidade da medição de DP em um hidrogerador de grande porte.

Capítulo 9

Conclusão

Em síntese, apresentamos neste trabalho uma técnica de processamento de sinais capaz de aumentar a sensibilidade da medição de DP em máquinas síncronas. A maior sensibilidade da medição trará como vantagens a antecipação na detecção de defeitos, bem como o acesso a fenômenos ocorrendo no isolamento em pontos mais distantes do enrolamento em relação ao sensor de DP.

Este acréscimo de informação visa trazer benefícios para o diagnóstico preditivo do sistema de isolamento como um todo, contribuindo como recurso fundamental para o delineamento das estratégias de manutenção dos equipamentos monitorados.

Indo de encontro à demanda dos agentes geradores de energia elétrica por técnicas cada vez mais eficazes na gestão de seus ativos físicos, esperamos que estes resultados possam contribuir, através do diagnóstico preditivo pela medição de DP, na redução de falhas em máquinas síncronas, no aumento do desempenho das unidades geradoras e na extensão de sua vida útil.

9.1 Principais Contribuições

Neste trabalho discutimos a otimização da técnica de LCW aplicada à redução de ruídos de banda larga em medições de DP através da determinação adequada das Bases Wavelet utilizadas.

Sumarizaremos a seguir os principais resultados e contribuições apresentados.

1. Como primeira contribuição, formulamos neste trabalho o problema da determinação de Bases Wavelet, conjugando dois assuntos anteriormente tratados em separado na literatura: a determinação do número de níveis de decomposição e a determinação da chamada *Wavelet Mãe* (termo inadequado no caso da seleção multinível dos filtros de decomposição, conforme apresentado no item 6.3.1).

2. Para darmos uma aplicação prática aos conceitos aqui abordados, diferentemente do que vinha sendo apresentado mais frequentemente na literatura, propusemos a distinção entre sinais e pulsos de DP, e adotamos como ponto de partida o processamento dos sinais aquiridos ao longo de um ciclo da tensão de operação da máquina.
3. Propusemos o algoritmo NDL para a determinação automática do número mínimo de níveis de decomposição de modo que o pulso de DP processado fosse decomposto majoritariamente em bandas de detalhamento. Na ausência de propostas similares anteriormente publicadas, o algoritmo NDL foi associado a todos os métodos de seleção dos filtros de decomposição, constituindo desta forma os métodos de seleção de Bases Wavelet analisados.
4. Partindo do aprofundamento das propriedades da FWT, apresentamos no Capítulo 6 críticas aos métodos de seleção de filtros anteriormente publicados: CBWS e EBWS. Propusemos então três novos métodos de seleção dos filtros de decomposição: SWTBWS, MEBWS e SNRBWS. Hipoteticamente, o método SWTBWS deveria obter melhores resultados que o CBWS, e os métodos MEBWS e SNRBWS deveriam obter melhores resultados que o EBWS.
5. Apontamos o erro recorrente na literatura técnica de confundir a avaliação do método de seleção da base com a avaliação da LCW utilizando uma base calculada por certo método.
6. Para avaliarmos os métodos de seleção de Bases Wavelet com o rigor necessário, propusemos no Capítulo 7 uma metodologia de avaliação que leva em conta todas as variáveis que podem influenciar no resultado de cada LCW. Estas variáveis incluem: a forma de onda do pulso, seu instante inicial, sua amplitude em relação ao nível de ruído, e a distribuição de probabilidade do ruído branco aditivo.
7. Mesmo que o melhor método de seleção de Bases Wavelet proposto neste trabalho venha a ser futuramente superado, acreditamos que a metodologia de avaliação proposta no Capítulo 7 representa uma sólida contribuição à pesquisa neste campo, devendo ser empregada para a avaliação, com o devido rigor científico, de outros métodos futuramente propostos.
8. A aplicação da metodologia de avaliação proposta no Capítulo 7 a um conjunto de 360 pulsos medidos em hidrogeradores comprovou as hipóteses de que o método SWTBWS seleciona melhores bases do que o método CBWS, e de que

os métodos MEBWS e SNRBWS selecionam ambos melhores bases do que o método EBWS.

9. Além do mais, contradizendo publicações anteriores, verificamos que o método CBWS seleciona melhores bases do que o EBWS. De fato, o CBWS apresentou melhores resultados do que todos os demais métodos de seleção multinível dos filtros de decomposição.
10. O resultado anterior indica, contrariando a expectativa baseada na literatura, que os métodos de seleção de uma única função wavelet para todos os níveis, em geral, apresentam melhores resultados do que os métodos de seleção multinível.
11. Como principal contribuição deste trabalho, apresentamos portanto a associação do algoritmo NDL ao SWTBWS como um método de seleção de Bases Wavelet superior a todos os demais, com a vantagem de ser ainda consideravelmente mais rápido.
12. Não menos importante contribuição, com a incorporação da LCW e do método de seleção de bases proposto aos algoritmos propostos no Capítulo 3, obtivemos por fim um aumento de sensibilidade da medição de DP em máquinas síncronas, agregando ao sistema de medição a capacidade de identificação e registro de pulsos de DP anteriormente encobertos pelo ruído de fundo.

9.1.1 Outras Contribuições

Como outras contribuições dignas de nota, elencamos ainda:

1. Esclarecemos no Capítulo 4 a relação entre a DWT, o algoritmo À Trouis e a FWT, bem como da relação entre funções wavelet contínuas e os coeficientes dos filtros de decomposição da FWT. No item 4.6.7, ao propormos um algoritmo para o cálculo aproximado da função wavelet associada ao banco de filtros, mostramos que o seu cálculo na escala correta revela a similaridade entre a forma de onda da wavelet e os coeficientes invertidos do filtro passa altas, resultado este frequentemente omitido na literatura sobre a WT.
2. Apresentamos no Anexo A a especificação do hardware necessário para a implementação de um sistema digital de medição de DP em HF.
3. Apresentamos no Capítulo 3 e no Anexo B algoritmos de processamento de sinais suficientes para a implementação de um completo sistema digital de medição em HF destinado ao monitoramento *on-line* de DP em máquinas síncronas.

4. Particularmente, o algoritmo de filtragem dos harmônicos com medição da tensão aplicada proposto no item 3.2 elimina a necessidade de um canal adicional para a aquisição do sinal de sincronismo de tensão, trazendo uma significativa redução de custos no hardware de aquisição.
5. Propusemos no item 3.4 a implementação de uma nova metodologia de identificação e filtragem das componentes de ruídos de espectro discreto.
6. Mostramos ainda que os ruídos de espectro discreto, diferentemente do que atestam muitas publicações, não necessariamente prejudicam a medição de DP, podendo ser portanto desprezados, poupando o sistema de medição de uma carga extra de processamento.
7. Para viabilizar a aplicação prática das técnicas de seleção de bases, propusemos no item 3.5 o cálculo da forma de onda de um pulso médio presente nos sinais de DP, a ser usada como parâmetro de entrada para os métodos de seleção de bases.
8. No Capítulo 5 foi demonstrada a superioridade da técnica de LCW sobre outras técnicas de filtragem linear na redução de ruídos de banda larga.
9. Mostramos no Capítulo 7 que o resultado da LCW sofre forte influência do instante inicial dos pulsos, devendo este fato ser levado em consideração na avaliação dos métodos de seleção de bases.
10. Como parte do desenvolvimento da metodologia proposta no Capítulo 7, deduzimos expressões que calculam os valores esperados da limiarização abrupta e da limiarização suave de um sinal com adição de ruído branco Gaussiano.
11. Mostramos que o resultado da limiarização de um sinal com adição de ruído branco Gaussiano (seja ela limiarização suave ou abrupta), quando o desvio padrão do ruído branco é muito grande em relação ao limiar adotado, tende a não produzir nenhum efeito no processamento do sinal, visto que o valor esperado das funções de limiarização se aproximará da função identidade.
12. No Capítulo 8, propusemos ainda, para a medição tradicional de DP (sem a utilização da LCW), um método de determinação automática do limiar de ruído a partir do desvio padrão do sinal adquirido.

9.2 Questões em Aberto e Trabalhos Futuros

Ao longo desta pesquisa algumas questões foram levantadas e, por uma questão de foco, não puderam ser exploradas adequadamente neste trabalho. A seguir listare-

mos algumas delas.

1. A generalização da determinação de Bases Wavelet deve incorporar possíveis variações na topologia da árvore de decomposição, i.e., explorar também a WPT. É possível que, utilizando o mesmo princípio do algoritmo NDL, a topologia da árvore de decomposição também possa ser calculada a partir da ESD dos pulsos de DP.
2. Os métodos de seleção dos filtros de decomposição apresentados restringem a sua busca a uma biblioteca de wavelets ortogonais. No caso das wavelets biortogonais, como a energia dos pulsos não se conserva no domínio da transformada, haveria que se investigar o seu efeito na aplicação dos métodos de seleção baseados na distribuição de energia dos coeficientes. Os autores do método EBWS também não trataram do assunto [14], permanecendo ainda por ser esclarecido.
3. Tratamos neste trabalho da seleção da função wavelet mais adequada dentre uma biblioteca de funções wavelet candidatas. Entretanto, é possível projetar uma função wavelet de modo que esta se assemelhe maximamente à forma de onda de um pulso de DP tomado como referência. Este ponto é digno de atenção, e futuras pesquisas deverão indicar se, e de que forma, a sua aplicação poderá trazer benefícios ao processamento de LCW em sinais de DP.
4. Como a medição de DP se aplica ao diagnóstico de uma grande variedade de equipamentos de alta tensão, sugerimos ainda a avaliação desta metodologia em outros equipamentos e até mesmo em outros métodos de medição de DP.
5. Nas medições realizadas, constatamos que os ruídos de espectro discreto, ainda que presentes no sinal, não introduziram distorções na forma de onda dos pulsos de DP. Sugerimos a avaliação de um maior número de medições a serem feitas em situações variadas (como, por exemplo, em subestações abertas) para a detalhada investigação do efeito deste tipo de ruído nas medições de DP em HF.
6. No Capítulo 3 excluímos do escopo deste trabalho os algoritmos de classificação de pulsos. No entanto, tais algoritmos são de fundamental importância na filtragem e também no diagnóstico das medições. Uma questão essencial é, portanto, a avaliação do impacto do processamento por LCW nos algoritmos de classificação que, por serem alimentados com os pulsos somente, devem ser executados após a LCW.

7. Na metodologia de avaliação proposta no Capítulo 7 foram consideradas as funções de limiarização abrupta e suave. No entanto, outras funções de limiarização foram propostas na literatura técnica [55, 58, 59]. A avaliação do desempenho dessas outras funções na LCW haveria que ser realizada seguindo em linhas gerais a metodologia aqui apresentada.
8. Nas simulações realizadas neste trabalho, adotamos na LCW o cálculo do limiar universal dividido pela constante $q = 0,6745$ proposta por Ma *et al.* [13]. Como a metodologia de avaliação calcula a média de resultados para vários níveis de ruído, a escolha de um ou outro tipo de limiar não alteraria os resultados. No entanto, deixamos em aberto a consideração de limiares variáveis em função da banda de decomposição, recomendados, por exemplo, no caso de um ruído de banda larga colorido, tal como proposto também por Ma *et al.* no citado artigo.
9. Finalmente, visto que o método SWTBWS apresentou os melhores resultados na seleção dos filtros de decomposição (particularmente, na média de todos os deslocamentos possíveis dos pulsos de DP), sugerimos o estudo da filtragem do ruído de banda larga realizada no domínio da própria transformada SWT. Nesse caso, seria necessária a avaliação dos benefícios obtidos no processamento dos sinais em face dos custos computacionais adicionais decorrentes da utilização de uma transformada mais complexa do que a FWT.

Referências Bibliográficas

- [1] ANEEL. “Agência Nacional de Energia Elétrica - Contrato de Concessão de Geração No. 001/2006”, Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/Contrato/Documentos_Aplicacao/CG00106Elektro.pdf>.
- [2] EVAGOROU, D., KYPRIANOU, A., LEWIN, P., et al. “Feature extraction of partial discharge signals using the wavelet packet transform and classification with a probabilistic neural network”, *Science, Measurement Technology, IET*, v. 4, n. 3, pp. 177–192, may 2010. ISSN: 1751-8822. doi: 10.1049/iet-smt.2009.0023.
- [3] “IEC 60270 - High Voltage Test Techniques: Partial Discharge Measurements, third edition (2000)”. 2000.
- [4] LALITHA, E., SATISH, L. “Wavelet analysis for classification of multi-source PD patterns”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 7, n. 1, pp. 40–47, feb 2000. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/94.839339.
- [5] TANG, J., LI, W., LIU, Y. “Blind Source Separation of Mixed PD Signals Produced by Multiple Insulation Defects in GIS”, *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 25, n. 1, pp. 170–176, 2010. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2009.2035296.
- [6] MA, H., CHAN, J., SAHA, T., et al. “Pattern recognition techniques and their applications for automatic classification of artificial partial discharge sources”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 2, pp. 468–478, 2013. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2013.6508749.
- [7] KOPF, U., FESER, K. “Rejection of narrow-band noise and repetitive pulses in on-site PD measurements [corrected version]”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 2, n. 6, pp. 1180–1191, 1995. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/94.484323.

- [8] SHIM, I., SORAGHAN, J., SIEW, W. “Digital signal processing applied to the detection of partial discharge: an overview”, *Electrical Insulation Magazine, IEEE*, v. 16, n. 3, pp. 6 –12, may-june 2000. ISSN: 0883-7554. doi: 10.1109/57.845021.
- [9] SHIM, I., SORAGHAN, J., SIEW, W. “Detection of PD utilizing digital signal processing methods. Part 3: Open-loop noise reduction”, *Electrical Insulation Magazine, IEEE*, v. 17, n. 1, pp. 6 –13, jan.-feb. 2001. ISSN: 0883-7554. doi: 10.1109/57.901611.
- [10] COIFMAN, R., WICKERHAUSER, M. “Entropy-based algorithms for best basis selection”, *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 38, n. 2, pp. 713 –718, mar 1992. ISSN: 0018-9448. doi: 10.1109/18.119732.
- [11] AHUJA, N., LERTRATTANAPANICH, S., BOSE, N. “Properties determining choice of mother wavelet”, *Vision, Image and Signal Processing, IEE Proceedings -*, v. 152, n. 5, pp. 659–664, 2005. ISSN: 1350-245X. doi: 10.1049/ip-vis:20045034.
- [12] MA, X., ZHOU, C., KEMP, I. “Interpretation of wavelet analysis and its application in partial discharge detection”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 9, n. 3, pp. 446 –457, jun 2002. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2002.1007709.
- [13] MA, X., ZHOU, C., KEMP, I. “Automated wavelet selection and thresholding for PD detection”, *Electrical Insulation Magazine, IEEE*, v. 18, n. 2, pp. 37 –45, march-april 2002. ISSN: 0883-7554. doi: 10.1109/57.995398.
- [14] LI, J., JIANG, T., GRZYBOWSKI, S., et al. “Scale dependent wavelet selection for de-noising of partial discharge detection”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 17, n. 6, pp. 1705 –1714, dec. 2010. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2010.5658220.
- [15] ZHAOHENG, D., SHANGHE, L., LEI, W. “Selection of the optimal wavelet bases for wavelet de-noising of partial discharge signal”. In: *Signal Processing Systems (ICSPS), 2010 2nd International Conference on*, v. 3, pp. V3–400 –V3–404, july 2010. doi: 10.1109/ICSPS.2010.5555675.
- [16] MORTAZAVI, S., SHAHRTASH, S. “Comparing denoising performance of DWT,WPT, SWT and DT-CWT for Partial Discharge signals”. In: *Universities Power Engineering Conference, 2008. UPEC 2008. 43rd International*, pp. 1 –6, sept. 2008. doi: 10.1109/UPEC.2008.4651625.

- [17] SATISH, L., NAZNEEN, B. “Wavelet-based denoising of partial discharge signals buried in excessive noise and interference”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 10, n. 2, pp. 354 – 367, april 2003. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2003.1194122.
- [18] HAO, L., LEWIN, P., HUNTER, J., et al. “Discrimination of multiple PD sources using wavelet decomposition and principal component analysis”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 18, n. 5, pp. 1702 –1711, october 2011. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2011.6032842.
- [19] XIAORONG, W., ZONGJUN, G., YONG, S., et al. “Extraction of partial discharge pulse via wavelet shrinkage”. In: *Properties and Applications of Dielectric Materials, 2000. Proceedings of the 6th International Conference on*, v. 2, pp. 685 –688 vol.2, 2000. doi: 10.1109/ICPADM.2000.876113.
- [20] ZHOU, X., ZHOU, C., KEMP, I. “An improved methodology for application of wavelet transform to partial discharge measurement denoising”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 12, n. 3, pp. 586 – 594, june 2005. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2005.1453464.
- [21] MORETTIN, P. A. *Ondas e Ondaletas - Da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas*. São Paulo, Edusp, 1999.
- [22] ELETRONORTE. “Tucuruí”, Disponível em: <<http://www.eln.gov.br/opencms/opencms/aEmpresa/regionais/tucuruí/>>.
- [23] DE C.CUNHA, C., CARVALHO, A., PETRAGLIA, M., et al. “An improved scale dependent wavelet selection for data denoising of partial discharge measurement”. In: *Solid Dielectrics (ICSD), 2013 IEEE International Conference on*, pp. 100–104, 2013. doi: 10.1109/ICSD.2013.6619894.
- [24] CUNHA, C. F. F. D. C., CARVALHO, A. T., PETRAGLIA, M. R., et al. “A New Wavelet Selection Method for Partial Discharge Denoising”, Não Publicado. Submetido à revista IEEE Transactions on Power Delivery em dezembro de 2013.
- [25] CARVALHO, A. T., DE C. CUNHA, C. F. F., LIMA, A. C. S., et al. “Improving Wavelet Selection Methods for Partial Discharge Signal Denoising”, Não Publicado. Submetido à revista IEEE Transactions on Dielectrics and Insulation em novembro de 2013.

- [26] “IEEE Trial-Use Guide to the Measurement of Partial Discharges in Rotating Machinery”, *IEEE Std 1434-2000*, 2000. doi: 10.1109/IEEESTD.2000.91905.
- [27] “IEEE Draft Guide for Online Monitoring of Large Synchronous Generators -10 MVA and above”, *IEEE P1129 D9*, pp. 1–67, 2013.
- [28] “IEEE Guide for Diagnostic Field Testing of Electric Power Apparatus - Electrical Machinery”, *IEEE Std 62*, pp. 1–100, 2005. doi: 10.1109/IEEESTD.2005.96280.
- [29] “IEC 60034-27 Rotating electrical machines - Off-line partial discharge measurements on the stator winding insulation of rotating electrical machines”. 2007.
- [30] “IEC 60034-27-2 Rotating electrical machines - On-line partial discharge measurements on the stator winding insulation of rotating electrical machines”. 2012.
- [31] LEMKE, E. *WG D1.33 Guide for Partial Discharge Measurements in Compliance to IEC 60270*. Relatório técnico, Cigrè, 2008.
- [32] ACHILLIDES, Z., GEORGHIOU, G., KYRIAKIDES, E. “Partial discharges and associated transients: the induced charge concept versus capacitive modeling”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 15, n. 6, pp. 1507 –1516, december 2008. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2008.4712652.
- [33] BARTNIKAS, R., MCMAHON, E. J. *Engineering Dielectrics: Corona Measurement and Interpretation - Stp 669*. Astm Intl, 1979. ISBN: 0803103328.
- [34] POMPILI, M., MAZZETTI, C., BARTNIKAS, R. “Simultaneous measurements of PD in oil using conventional narrow band and ultra wide band detection systems”. In: *Conduction and Breakdown in Dielectric Liquids, 1996, ICDL '96., 12th International Conference on*, pp. 185 –188, jul 1996. doi: 10.1109/ICDL.1996.565411.
- [35] FLORKOWSKI, M., FLORKOWSKA, B. “Phase-resolved rise-time-based discrimination of partial discharges”, *Generation, Transmission Distribution, IET*, v. 3, n. 1, pp. 115 –124, january 2009. ISSN: 1751-8687. doi: 10.1049/iet-gtd:20080171.

- [36] MERTINS, A. *Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications (Ultrasound in Biomedicine Research Series)*. Wiley, 1999. ISBN: 0471986267.
- [37] M. VETTERLI, J. K. *Wavelets and Subband Coding*. 1st ed. Englewood Cliffs, New Jersey., Prentice Hall PTR, 1995.
- [38] VAIDYANATHAN, P. P. *Multirate Systems And Filter Banks*. Prentice Hall, 1992. ISBN: 0136057187.
- [39] M. VETTERLI, J. K., GOYAL, V. K. *Signal Processing Foundations*. FourierAndWavelets.org, March 2012.
- [40] SHENSA, M. “The discrete wavelet transform: wedding the a trous and Mallat algorithms”, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 40, n. 10, pp. 2464–2482, 1992. ISSN: 1053-587X. doi: 10.1109/78.157290.
- [41] STRANG, G., NGUYEN, T. *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley College, 1996. ISBN: 0961408871.
- [42] SRIRAM, S., NITIN, S., PRABHU, K., et al. “Signal denoising techniques for partial discharge measurements”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 12, n. 6, pp. 1182 – 1191, dec. 2005. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2005.1561798.
- [43] GAOUDA, A., EL-HAG, A., ABDEL-GALIL, T., et al. “On-line detection and measurement of partial discharge signals in a noisy environment”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 15, n. 4, pp. 1162 –1173, aug. 2008. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2008.4591239.
- [44] VEEN, J., VAN DER WIELLEN, P. “The application of matched filters to PD detection and localization”, *Electrical Insulation Magazine, IEEE*, v. 19, n. 5, pp. 20–26, 2003. ISSN: 0883-7554. doi: 10.1109/MEI.2003.1238714.
- [45] SHETTY, P., RAMU, T. “An undecimated wavelet transform based enhancement, statistical feature extraction and detection-classification of PD signals [partial discharges]”. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2004. Proceedings. (ICASSP '04). IEEE International Conference on*, v. 5, pp. V – 401–4 vol.5, may 2004. doi: 10.1109/ICASSP.2004.1327132.
- [46] MICHEL MISITI, YVES MISITI, G. O. J.-M. P. *Wavelet Toolbox Users Guide*. v4 ed. Natick, The MathWorks, Inc., March 2012.

- [47] DINIZ, F. C. D. C. B. *Supressão de Ruído, Detecção e Classificação de Sinais de Descargas Parciais em Transformadores de Potência*. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2005.
- [48] HONGXIA, L., XUEFENG, Z. “A Method of Second Wavelet Transform Automated Threshold for Partial Discharge Signal Extraction”. In: *Digital Manufacturing and Automation (ICDMA), 2011 Second International Conference on*, pp. 42 –45, aug. 2011. doi: 10.1109/ICDMA.2011.19.
- [49] M. VETTERLI, J. K., GOYAL, V. K. *Signal Processing: Fourier and Wavelet Representations*. FourierAndWavelets.org, March 2012.
- [50] CHANG, C., JIN, J., KUMAR, S., et al. “Denoising of partial discharge signals in wavelet packets domain”, *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings -*, v. 152, n. 3, pp. 129 – 140, may 2005. ISSN: 1350-2344. doi: 10.1049/ip-smt:20041315.
- [51] KIM, C. H., AGGARWAL, R. “Wavelet transforms in power systems. II. Examples of application to actual power system transients”, *Power Engineering Journal*, v. 15, n. 4, pp. 193 –202, aug. 2001. ISSN: 0950-3366. doi: 10.1049/pe:20010404.
- [52] ZHANG, H., BLACKBURN, T., PHUNG, B., et al. “A novel wavelet transform technique for on-line partial discharge measurements. 1. WT de-noising algorithm”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 14, n. 1, pp. 3 –14, feb. 2007. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2007.302864.
- [53] ZHANG, H., BLACKBURN, T., PHUNG, B., et al. “A novel wavelet transform technique for on-line partial discharge measurements. 2. On-site noise rejection application”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 14, n. 1, pp. 15 –22, feb. 2007. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2007.302865.
- [54] LI, J., GRZYBOWSKI, S., DU, L., et al. “Extraction of Partial Discharges from Noises by Use of Wavelet and Pulse-Sequence Analysis”. In: *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 2006 IEEE Conference on*, pp. 656 –659, oct. 2006. doi: 10.1109/CEIDP.2006.312017.
- [55] LI, J., CHENG, C., JIANG, T., et al. “Wavelet de-noising of partial discharge signals based on genetic adaptive threshold estimation”, *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, v. 19, n. 2, pp. 543 –549, april 2012. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/TDEI.2012.6180248.

- [56] STARK, H., WOODS, J. W. *Probability, Random Processes, and Estimation Theory for Engineers*. Prentice Hall, 1994. ISBN: 0137287917.
- [57] PAPOULIS, A., PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill Europe, 2002. ISBN: 0071226613.
- [58] LI, J., SUN, C., YANG, J. “Adaptive De-Noising for PD Online Monitoring based on Wavelet Transform”. In: *SoutheastCon, 2006. Proceedings of the IEEE*, pp. 71–74, 31 2005-april 2 2006. doi: 10.1109/second.2006.1629326.
- [59] LI, J., CHENG, C., GRZYBOWSKI, S. “Wavelet De-Noising for PD UHF Signals Based on Adaptive Thresholding by Genetic Algorithm”. In: *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 2008. CEIDP 2008. Annual Report Conference on*, pp. 479–482, oct. 2008. doi: 10.1109/CEIDP.2008.4772939.

Apêndice A

Definições do Sistema de Medição de DP

Neste apêndice apresentaremos os requisitos levantados e a solução determinada para o sistema de medição utilizado no registro dos sinais de DP.

A.1 Bandas de Medição

Segundo a norma técnica IEC 60034-27-2 [30], os sistemas de medição de DP podem ser classificados quanto às suas bandas de medição em:

- Sistemas de medição em Baixas Frequências (*Low Frequency* - LF): cuja largura de banda é tipicamente inferior a 1 MHz, de acordo com a norma IEC 60270 [3], onde a frequência de corte superior está tipicamente abaixo de 3 MHz.
- Sistemas de medição em Altas Frequências (*High Frequency* - HF): cuja largura de banda da medição é tipicamente da ordem de 30 MHz, com frequência de corte inferior em torno de 1 MHz.
- Sistemas de medição em Frequências Muito Altas (*Very High Frequency* - VHF): cuja faixa de medição se estende dos 30 MHz até cerca de 300 MHz.
- Sistemas de medição em Frequências Ultra Altas (*Ultra High Frequency* - UHF): cuja faixa de medição se estende de 300 MHz a 3 GHz aproximadamente.

Sistemas de Medição em LF

Sistemas em LF foram historicamente os primeiros utilizados na medição de DP. Nesta faixa de frequência, o sistema de medição detecta basicamente a componente

CC da resposta em frequência dos pulsos de DP. Nesse caso, a magnitude registrada dos pulsos será proporcional à sua carga aparente, e o circuito de medição poderia, a princípio, ser calibrado para a medição em pC como determina a norma IEC 60270 para equipamentos cujo dielétrico pode ser modelado em parâmetros concentrados.

Em contrapartida, nessa faixa de frequências perde-se toda a informação da forma de onda dos pulsos medidos, impossibilitando sua análise para a separação de ruídos pulsantes e a classificação de diferentes tipos de DP.

Sistemas de Medição em HF

A medição em HF, filtrando componentes abaixo de 1 MHz, é mais imune ao ruídos de frequências mais baixas típicos da medição. Além do mais, a medição em HF permite registrar a forma de onda dos pulsos individuais de DP.

Em contrapartida, perde-se, a princípio, a relação entre a forma de onda dos pulsos registrados e a sua carga aparente. Por esse motivo a medição de DP em HF apresenta amplitudes medidas em mV.

Sistemas de HF possibilitam a implementação de algoritmos de classificação dos pulsos, separando ruídos pulsantes e agrupando pulsos provenientes das mesmas fontes.

Sistemas de Medição em VHF

A medição em VHF eleva ainda mais a faixa de frequências da medição com o objetivo de melhorar a sensibilidade da medição para pulsos originados nas proximidades do sensor.

Como o circuito de medição é colocado na saída de cada fase (conforme mostrado nas Figuras 2.12 e 2.13), as fontes de DP mais próximas do circuito de medição serão aquelas submetidas a uma maior solicitação elétrica.

Em VHF, a amplitude dos pulsos também é registrada em mV, e algoritmos de classificação da forma de onda dos pulsos registrados também podem ser utilizados. Entretanto, ao filtrar as componentes abaixo de 30 MHz, a medição em VHF, além de distorcer a forma de onda dos pulsos de DP tal como estes chegam ao circuito de medição, carece de sensibilidade para pulsos originados a uma maior distância da saída de fase e do sensor de DP.

Sistemas de Medição em UHF

A medição em UHF utiliza antenas como sensores, e mede os pulsos de DP por irradiação eletromagnética e não por propagação, como consideramos neste trabalho. Sua sensibilidade depende do posicionamento da antena e da proximidade das DP.

A.1.1 Seleção da Banda de Medição

Neste trabalho adotamos a medição de DP em HF por permitir o registro da forma de onda dos pulsos e por possuir boa imunidade a ruídos, especialmente em medições *on-line* em máquinas síncronas.

A medição em LF foi descartada por impossibilitar o registro da forma de onda dos pulsos de DP. A medição em VHF, apesar de apresentar maior imunidade ao ruído, foi descartada por atenuar as principais componentes de frequência de grande parte dos pulsos de DP, distorcendo assim a sua forma de onda; além de desprezar os pulsos oriundos de regiões mais distantes do circuito de medição. A medição em UHF foi descartada por diferir da técnica tradicional de medição dos pulsos através do circuito de medição de DP, fugindo portanto ao escopo deste trabalho.

A.2 Sistemas Digitais de Medição

Segundo Lemke *et al.* [31], o estado da técnica em sistemas digitais de medição de DP apresenta a estrutura mostrada na Figura A.1.

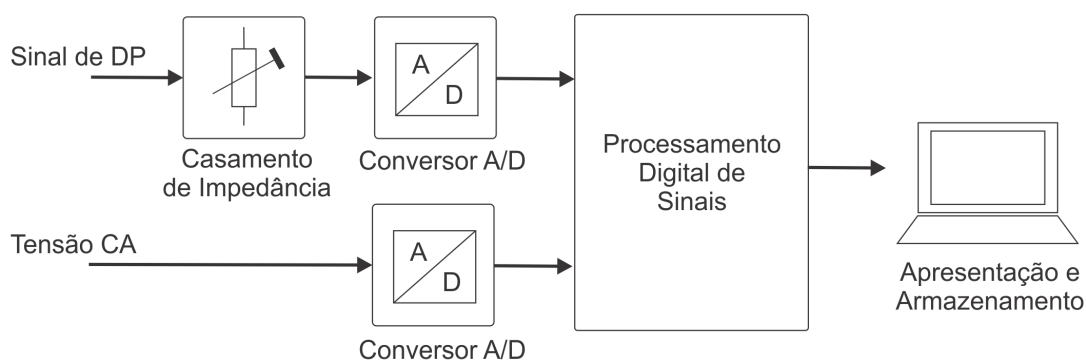


Figura A.1: Esquema de um sistema de medição digital de DP.

Conforme pode ser visto na Figura A.1, um sistema de medição digital recebe dois sinais de entrada: o sinal de DP, oriundo diretamente do circuito de medição, e um sinal correspondente à tensão de ensaio aplicada ao objeto, que no caso do monitoramento *on-line* corresponde à própria tensão de operação da máquina ensaiada. Essencialmente, um sistema de medição de DP deverá registrar, para cada pulso: sua amplitude, o instante ou o ângulo de fase de sua ocorrência (em relação à tensão aplicada) e o valor da tensão aplicada neste instante. O sinal de DP, após passar por um circuito analógico destinado ao casamento de impedâncias, será digitalizado simultaneamente com o sinal da tensão aplicada.

Tabela A.1: Características gerais estipuladas para o sistema digital de medição de DP.

Características da Medição	Valor
Frequência Nominal da Rede Elétrica	60 Hz
Faixa Dinâmica de Medição	20 V
Largura de Banda da Medição	30 MHz
Frequência de Corte Inferior	1 MHz

Em seguida, a etapa de processamento digital dos sinais, em substituição aos tradicionais circuitos analógicos utilizados na medição de DP, realiza as operações de filtragem de acordo com a banda de medição selecionada e a detecção de pico para a medição da amplitude das DP. Além do mais, na etapa de processamento de sinais, a forma de onda dos pulsos de DP pode ser registrada e processada. É nessa etapa, portanto, onde algoritmos de supressão de ruído e de classificação dos pulsos podem ser implementados.

Para o processamento digital dos pulsos de DP faz-se necessária uma grande velocidade de processamento, atingida em muitos casos pela implementação dos algoritmos de processamento diretamente em hardware, em dispositivos FPGA.

Finalmente, o produto da etapa de processamento dos sinais é passado ao computador, onde os resultados são apresentados e registrados na forma de mapas PRPD.

A.3 Características da Medição

Para a especificação do hardware de aquisição e de processamento dos sinais de DP, assumimos neste trabalho as seguintes características da medição:

- Admitimos, conforme adotado no SIN, a frequência nominal do sistema em 60 Hz.
- Conforme as características típicas dos sinais de DP medidos em máquinas síncronas, admitimos (com boa margem de segurança) que a faixa dinâmica de 20 V será suficiente para o registro de quaisquer sinais (isto é, admitiremos que os sinais medidos estarão sempre na faixa de -10 V a +10 V).
- Como requisito essencial do hardware de aquisição, este deve atender às especificações de um sistema de medição na banda HF, isto é, possuir largura de banda da ordem de 30 MHz com frequência de corte inferior em 1 MHz.

A Tabela A.1 sumariza as características da medição de DP utilizadas pelo sistema digital de medição.

Tabela A.2: Características do hardware de medição utilizado na implementação do sistema digital de medição de DP.

Características do Hardware de Medição	Valor
Límite de Banda	100 MHz
Taxa de Aquisição	100 MS/s
Número de Amostras por Sinal	1 667 000
Memória por Canal de Aquisição	16 MB
Faixa Dinâmica	20 V
Resolução Vertical	14 bits

A.4 Definições do Hardware de Digitalização dos Sinais

Para atender às especificações acima, o conversor A/D deverá atender à banda de medição especificada e, de acordo com o critério de Shannon-Nyquist [39], a taxa de aquisição do sistema de medição deverá ser superior a 60 MS/s. Seleccionamos portanto, com alguma margem de segurança, a taxa de aquisição de 100 MS/s.

Considerando a faixa dinâmica de 20 V, o número de bits do conversor A/D deverá ser tal que ainda nessa faixa tenhamos uma boa resolução vertical. Seleccionamos um conversor A/D com 14 bits de resolução, o qual na faixa dinâmica de 20 V fornece uma resolução vertical de 1,2 mV para o registro dos pulsos.

Teoricamente, a aquisição dos sinais de DP poderia ser feita pulso a pulso ou por ciclos inteiros da tensão aplicada. No primeiro caso, a aquisição individual dos pulsos de DP poderia ser disparada pelo cruzamento de um certo nível de tensão estabelecido acima do ruído de fundo. No entanto, o objetivo primordial desta pesquisa é o aumento da sensibilidade da medição através da detecção de pulsos encobertos pelo ruído de fundo. Por essa razão, optamos pela aquisição dos sinais com duração equivalente a um ciclo da tensão. A uma taxa de aquisição de 100 MHz e para um ciclo de tensão de 60 Hz, estabelecemos que cada sinal fosse aqúistado com 1 667 000 pontos.

Se considerarmos a resolução de 14 bits especificada acima, cada amostra será registrada em 2 Bytes, o que implica, para cada ciclo registrado, uma alocação de memória de 3 334 000 Bytes, isto é, de aproximadamente 3,5 MB por canal. Entretanto, se o processamento dos sinais for feito em ponto flutuante de dupla precisão (tipo *double*), a memória necessária para o armazenamento de um ciclo sobe para aproximadamente 14 MB por canal. Por esse motivo, especificamos para o processamento em batelada uma memória mínima de 16 MB por canal de aquisição.

A definição do hardware de aquisição é sumarizada na Tabela A.2.

Apêndice B

Algoritmos de Finalização da Medição

Conforme definido no Capítulo 3, a Finalização da Medição de DP (vide Figura 3.1) consiste no processamento digital dos sinais realizado após a remoção do ruído de banda larga, o qual envolve:

1. Identificação dos pulsos individuais de DP.
2. Cálculo da amplitude dos pulsos.
3. Classificação dos pulsos.
4. Compactação da medição em mapas PRPD.

B.1 Identificação dos Pulsos por Cruzamento de Nível e Cálculo das Amplitudes

A identificação dos pulsos de DP no sinal de medição é uma etapa fundamental da medição de DP. A forma mais simples de identificar os pulsos é através da detecção do cruzamento de um certo nível pré-estabelecido.

A norma IEC 60270 [3], embora não trate diretamente da implementação dos sistemas de medição de DP, afirma que, na prática, apenas as DP acima de um certo nível mínimo serão registradas. Esse nível constituirá um limiar de separação dos pulsos do ruído de fundo da medição. Além do mais, a mesma norma define um Tempo de Resolução de Pulso como sendo o mínimo intervalo entre pulsos consecutivos tal que o sistema de medição consiga distinguir a ambos com um erro mínimo de superposição. A primeira afirmação sugere a implementação de um limiar de detecção de pulsos, e a definição do tempo de resolução de pulsos sugere que estes sejam identificados dentro de uma determinada janela de tempo após a sua detecção.

O algoritmo aqui proposto (vide Figura B.1), partindo dessas premissas, pode ser resumido nas seguintes etapas:

1. Estabelecimento de um Limiar de Ruído de fundo LR.
2. Estabelecimento de uma janela de tempo JT de acordo com uma duração esperada¹ para os pulsos de DP.
3. Registrar um pulso de DP caso o sinal medido ultrapasse, em módulo, o nível LR.
4. A partir do ponto que gerou o evento de detecção do pulso, selecionar um intervalo de pontos em torno do evento cuja duração corresponda à janela de tempo JT. Sugerimos que 10% dos pontos da janela sejam reservados ao registro dos pontos anteriores ao evento, e 90% destinados ao registro do restante do pulso.
5. Classificar o pulso de DP registrado como positivo ou negativo, de acordo com o seu máximo valor absoluto de pico ou de vale, respectivamente.
6. No caso de um pulso positivo, registrar sua amplitude como o máximo valor registrado dentro da janela JT.
7. No caso de um pulso negativo, registrar sua amplitude como o mínimo valor registrado dentro da janela JT.

Observe que este procedimento, ainda que adotado na prática por muitos sistemas de medição de DP, não garante que a polaridade dos pulsos seja identificada corretamente, pois é possível que um pulso positivo apresente um maior pico negativo em módulo, ou vice versa[3].

Exemplo

Como exemplo, considere na Figura B.2 o sinal de um ciclo aqüistado e processando segundo os algoritmos de condicionamento digital de sinais descritos no Capítulo 3. O limiar de ruído para detecção dos pulsos de DP foi estabelecido visualmente em 25 mV.

A Figura B.3 mostra a identificação de dois pulsos de polaridades opostas pelo cruzamento do limiar de ruído LR. A janela de tempo estabelecida em 2 μs , além de estabelecer o intervalo para o registro dos pulsos individuais, impede que as oscilações subsequentes do próprio pulso sejam identificadas erroneamente como novos pulsos.

¹Tipicamente, um pulso de DP tem duração de alguns poucos μs .

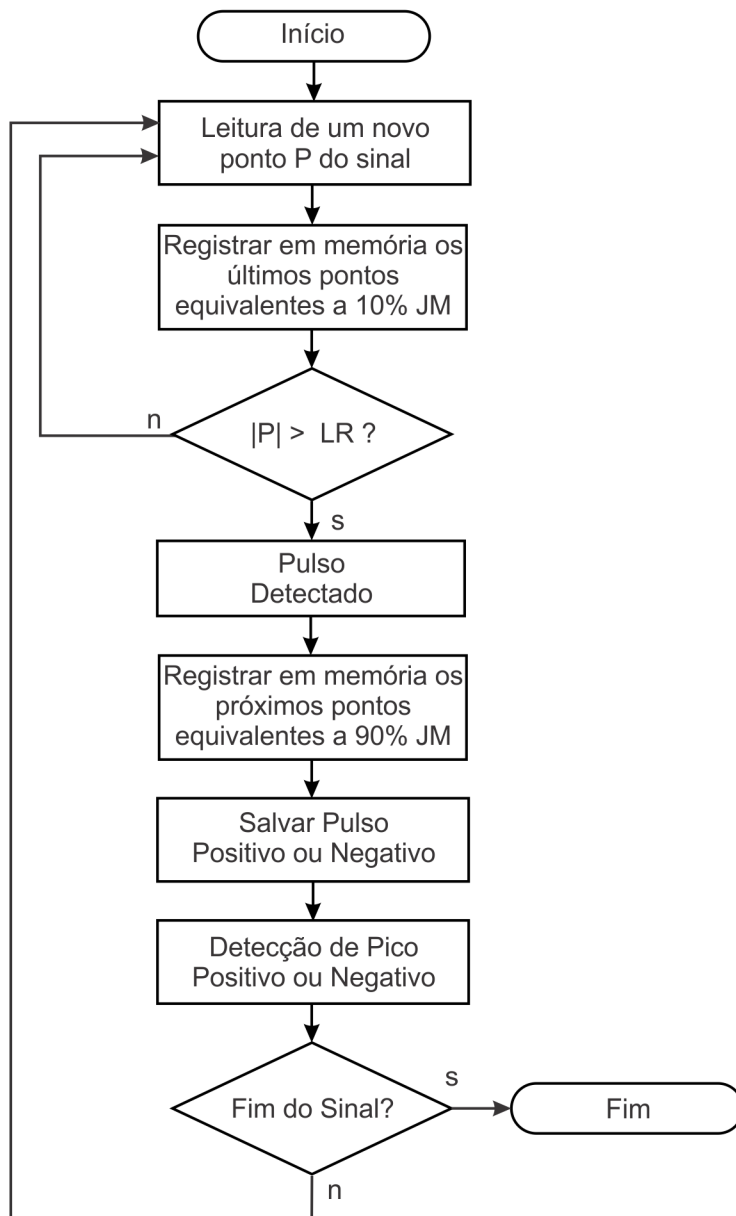


Figura B.1: Fluxograma do algoritmo de identificação dos pulsos e detecção de pico para o cálculo de sua amplitude.

B.2 Classificação dos Pulsos

Algoritmos de classificação dos pulsos têm evoluído rapidamente e constituem ainda um vasto campo de pesquisa [6]. O objetivo da classificação é, além de remover ruídos pulsantes da medição, separar grupos de pulsos por sua forma de onda, identificando assim diferentes fontes de DP numa mesma medição. Como fogem ao nosso escopo, métodos de classificação de pulsos não foram abordados neste trabalho.

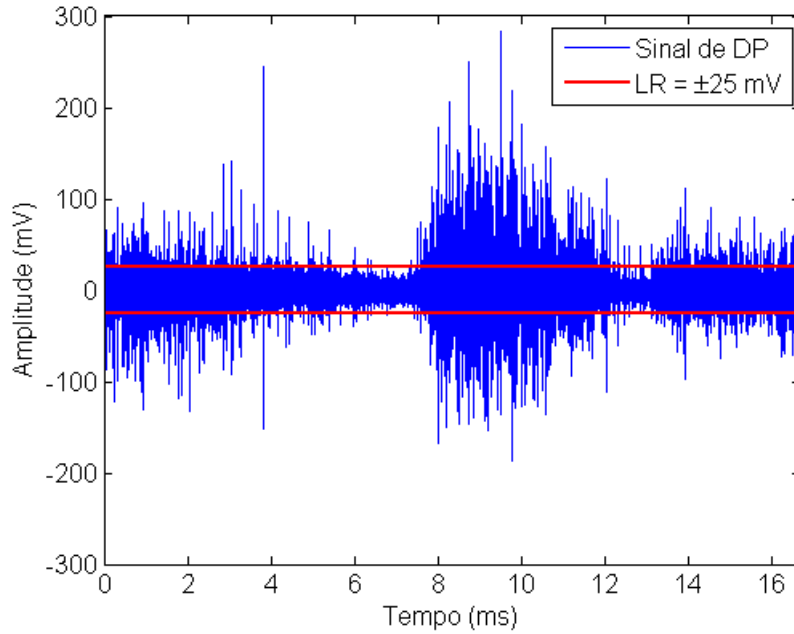


Figura B.2: Sinal processado e limiar de ruído para a detecção dos pulsos de DP, definido visualmente em 25mV.

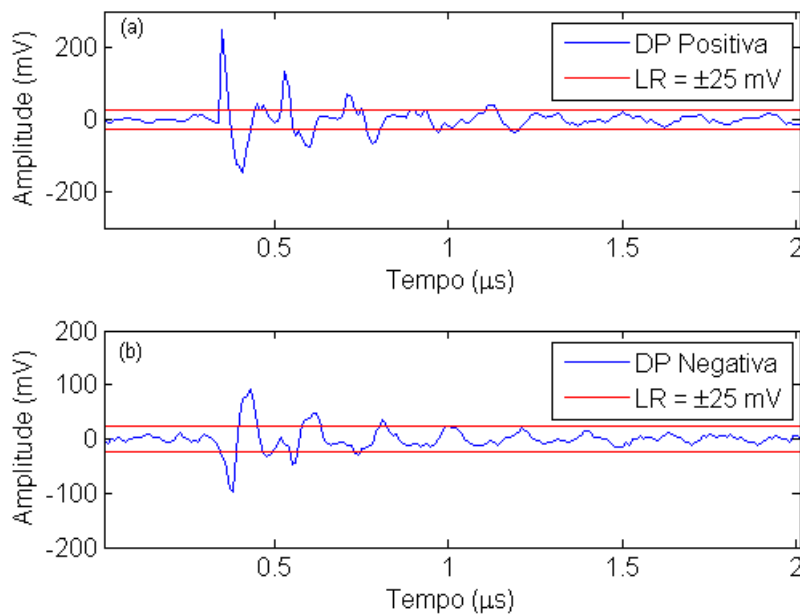


Figura B.3: Identificação dos pulsos de DP. a) Identificação de um pulso positivo em uma janela de 2 μs . b) Identificação de um pulso negativo em uma janela de 2 μs .

Entretanto, chamamos a atenção para o fato de que os algoritmos de classificação necessitam previamente da etapa de identificação dos pulsos individuais, e que esta é afetada fortemente pelo nível do ruído de fundo.

A relação entre o aumento da sensibilidade na detecção dos pulsos pelo processo

de LCW e o impacto da LCW na classificação dos pulsos de DP foi sugerido como tema para trabalhos futuros.

B.3 Compactação da Informação em Mapas PRPD

Pela grande quantidade de informação gerada em uma medição DP, torna-se necessário condensar os dados de modo que estes possam convenientemente ser armazenados e processados.

O método amplamente adotado para armazenar essas informações em conformidade com a norma IEC 60270 são os padrões ou mapas de descargas parciais discriminadas por fase (*Phase Resolved Partial Discharge* - PRPD).

Computacionalmente, um mapa PRPD é definido e armazenado como uma matriz bidimensional onde:

- As linhas correspondem a valores de amplitude.
- As colunas correspondem a valores de ângulo de fase da tensão aplicada.
- O valor de cada elemento corresponde ao número de pulsos registrado com mesma amplitude e no mesmo ângulo de fase.

Caso os pulsos tenham sido previamente classificados, pode ser utilizada uma matriz tridimensional, cuja dimensão adicional armazena um número indicador da classe a que o pulso pertence.

A resolução do mapa PRPD dependerá das dimensões adotadas para esta matriz. Em nosso exemplo, adotamos uma matriz com 256 linhas e 256 colunas, o que corresponde a uma resolução de 8 bits na medição da amplitude e do ângulo de fase da tensão.

Exemplo

A Figura B.4 mostra o registro dos pulsos identificados no sinal da Figura B.2 em um mapa PRPD. A Figura B.4 mostra somente os pulsos adquiridos em um ciclo de tensão. Em uma medição real de DP, vários ciclos devem ser adquiridos a fim de obtermos um resultado representativo da ocorrência de DP no isolamento.

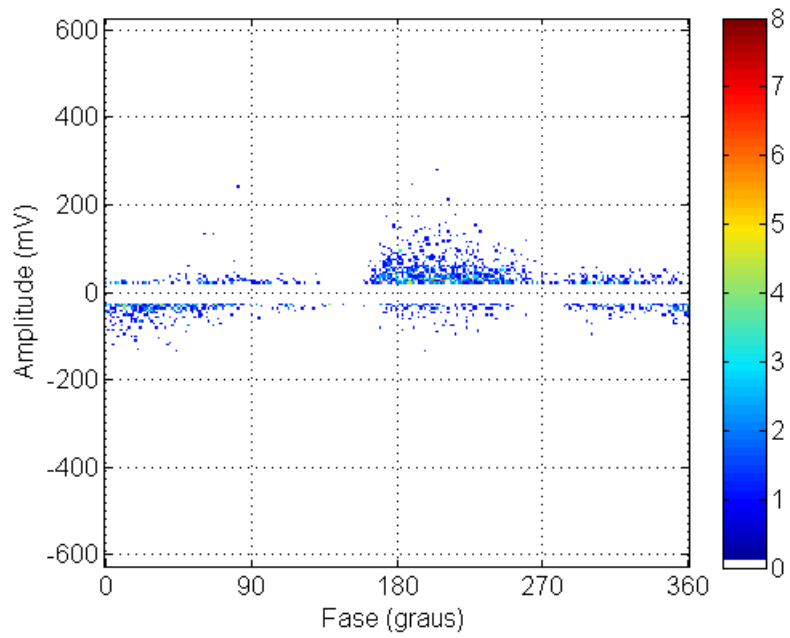


Figura B.4: Mapa PRPD Bipolar correspondente a um ciclo de medição com limiar de ruído setado em 25mV.

Apêndice C

A Transformada Wavelet Contínua

Muitos livros e artigos apresentam separadamente a Transformada Wavelet Contínua (CWT) e a Transformada Wavelet Rápida (FWT) implementada pelo algoritmo de Mallat [40] sem esclarecer completamente a sua relação.

Complementando o conteúdo apresentado no Capítulo 4, apresentaremos neste apêndice a CWT e algumas de suas propriedades que podem ser relacionadas com a implementação da FWT através de um banco de filtros.

C.1 Definição da CWT

Uma transformada é uma operação que permite representar um sinal em um outro domínio. Para que a utilização de uma transformada seja vantajosa, esta deve destacar e tornar evidentes (até mesmo para um computador) determinadas características do sinal.

Seja o Espaço de Hilbert das funções complexas de energia finita:

$$\mathcal{L}^2(\mathbb{R}) = \left\{ x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \mid \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \right\} \quad , \quad (\text{C.1})$$

cujos produto interno é definido como:

$$\langle x, y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t)^* dt \quad . \quad (\text{C.2})$$

onde * denota o complexo conjugado.

Uma transformada integral de um sinal contínuo é definida pelo produto interno entre o sinal e uma função núcleo, que estabelece a forma de mapeamento do domínio do tempo para o domínio da transformada. O produto interno aqui indica que o sinal no domínio do tempo é projetado sobre as funções núcleo, e o resultado pode ser interpretado como uma densidade do sinal original sobre estas mesmas funções núcleo.

Por exemplo, a Transformada de Fourier de um sinal contínuo $x(t)$ é definida pela sua função núcleo $e^{j\omega t}$:

$$X(\omega) = \langle x(t), e^{j\omega t} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad , \quad (\text{C.3})$$

e seu resultado nos fornece a representação do sinal no Domínio da Frequência $X(\omega)$.

Quando existe uma transformada inversa, esta é definida similarmente como o produto interno entre o sinal no domínio da transformada e uma função núcleo recíproca.

Para o cálculo da Transformada de Fourier Inversa utilizamos a função núcleo recíproca $\frac{1}{2\pi}e^{j\omega t}$, de modo que:

$$x(t) = \left\langle X(\omega), \frac{1}{2\pi}e^{-j\omega t} \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad . \quad (\text{C.4})$$

Observe que o núcleo da Transformada de Fourier é o conjunto de exponenciais complexas com frequência $\omega \in \mathbb{R}$, e esta transformada calcula o quanto o sinal original é projetado sobre cada uma dessas exponenciais, detectando assim oscilações em diferentes valores de frequência.

A ideia essencial da Transformada Wavelet é utilizar como funções núcleo oscilações localizadas (em oposição às oscilações infinitas utilizadas na Transformada de Fourier), para detectar precisamente oscilações locais nos sinais analisados. Seja portanto o sinal oscilatório $\psi(t) \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, localizado no tempo e com média nula. Por *localização no tempo* indicamos que o sinal iguala-se a zero fora de um intervalo finito de tempo. Por essa razão, o núcleo da transformada deverá mover $\psi(t)$ para cobrir todo Domínio do Tempo. Além do mais, como as oscilações de um sinal podem ocorrer de forma mais rápida ou mais lentamente, é conveniente que o núcleo da transformada ajuste $\psi(t)$ de modo a contemplar todos esses casos. Logo a função núcleo da WT $\psi(t, a, b)$, ou de forma mais compacta $\psi_{b,a}(t)$, será:

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a > 0 \quad . \quad (\text{C.5})$$

O termo a se chama de *escala*, e ajusta a duração da oscilação $\psi_{b,a}(t)$. A divisão por \sqrt{a} assegura que $\psi_{b,a}(t)$ possua a mesma energia em todas as escalas. O termo b é chamado de *deslocamento*, e determina o instante a partir do qual a oscilação $\psi_{b,a}(t)$ ocorre. Frequentemente b também é referido apenas como tempo.

O sinal original $\psi(t)$ é chamado de Wavelet Mãe, e as funções derivadas $\psi_{b,a}(t)$ são chamadas de wavelets filhas, ou simplesmente wavelets. A Transformada Wavelet Contínua (CWT), portanto, é definida pelo produto interno entre o sinal $x(t)$ e a

função núcleo $\psi_{b,a}(t)$:

$$X_\psi(b, a) = \langle x(t), \psi_{b,a}(t) \rangle \quad , \quad (\text{C.6})$$

$$X_\psi(b, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a > 0 \quad . \quad (\text{C.7})$$

A CWT fornece assim uma representação do sinal $x(t)$ no domínio *tempo-escala*: $b \times a$.

No entanto, a função núcleo $\psi_{b,a}(t)$, obtida a partir da Wavelet Mãe $\psi(t)$, não é previamente definida. Várias funções núcleo podem ser utilizadas, desde que possuam média zero e comportamento oscilatório localizado no tempo. De certa forma, podemos dizer que a CWT engloba várias transformadas possíveis em uma só, dependendo da Wavelet Mãe escolhida.

A maior parte do esforço nesse campo consiste em encontrarmos wavelets apropriadas de modo que a WT apresente propriedades interessantes tais como ortogonalidade, e sobretudo inversibilidade.

A possibilidade de reconstrução do sinal original pela Transformada Wavelet Inversa dependerá da existência de wavelets recíprocas $\tilde{\psi}_{b,a}(t)$ em $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. Sendo uma transformada redundante, é geralmente possível encontrar mais de um núcleo recíproco para uma determinada função wavelet e calcular sua transformada inversa. A transformada inversa poderá então ser calculada pelo produto interno:

$$x(t) = \left\langle X_\psi(b, a), \tilde{\psi}_{b,a}(t) \right\rangle \quad , \quad (\text{C.8})$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_\psi(b, a) \frac{1}{\sqrt{a}} \tilde{\psi}^* \left(\frac{t-b}{a} \right) da db \quad . \quad (\text{C.9})$$

Têm ainda especial importância funções wavelet autorecíprocas, nas quais:

$$\tilde{\psi}(t) = \psi^*(t) \quad . \quad (\text{C.10})$$

Pode-se demonstrar [36] que quando for satisfeita a seguinte condição de admissibilidade: $0 < C_\psi < \infty$, onde:

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad , \quad (\text{C.11})$$

e $\Psi(\omega)$ é a Transformada de Fourier de $\psi(t)$, a wavelet $\psi(t)$ será autorecíproca e o sinal $x(t)$ poderá ser recuperado aplicando-se a seguinte transformada inversa:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_\psi(b, a) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \frac{dad b}{a^2} \quad . \quad (\text{C.12})$$

Como a constante de C_ψ é função somente de $\psi(t)$, este resultado indica que a

possibilidade de reconstrução do sinal por (C.12) dependerá inteiramente da escolha da função wavelet selecionada.

C.2 Resposta em Frequência de Funções Wavelet Escaladas e Deslocadas no Tempo

Seja $\Psi(\omega)$ a Transformada de Fourier de $\psi(t)$. Como $\psi(t)$ tem média zero:

$$\Psi(0) = 0 \quad . \quad (C.13)$$

Além do mais, como $\psi(t)$ possui energia finita e duração limitada, pelo Teorema de Parseval, $\Psi(\omega)$ também terá energia finita e espectro limitado, isto é:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Psi(\omega) = 0 \quad . \quad (C.14)$$

Das equações (C.13) e (C.14) conclui-se que $\Psi(\omega)$ terá características de um filtro passa-faixas.

A propriedade de escalonamento no tempo da Transformada de Fourier mostra que, ao escalarmos no tempo a wavelet $\psi(t)$ por um fator a , seu espectro $\Psi(\omega)$ será escalado em frequência na proporção inversa:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(t) \longleftrightarrow \Psi(\omega) \\ \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t}{a}\right) \longleftrightarrow \sqrt{a}\Psi(a\omega) \end{array} \right. , a \in \mathbb{R}, a > 0 \quad . \quad (C.15)$$

Em outras palavras, uma dilatação no tempo corresponde a uma compressão na frequência e vice-versa, alterando portanto a frequência central e a largura de banda do espectro do filtro passa-faixas. A fase do espectro permanece inalterada.

A propriedade do deslocamento no tempo da Transformada de Fourier mostra ainda que o deslocamento de uma função wavelet por um tempo b não altera o módulo, mas apenas a fase de $\Psi(\omega)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(t) \longleftrightarrow \Psi(\omega) \\ \psi(t - b) \longleftrightarrow e^{-j\omega b}\Psi(\omega) \end{array} \right. , b \in \mathbb{R} \quad . \quad (C.16)$$

Exemplo

Tomemos por exemplo a componente real da Wavelet de Morlet, definida como:

$$\psi(t) = e^{-\frac{\beta^2 t^2}{2}} \cos(\omega_0 t) \quad , \quad (C.17)$$

cuja Transformada de Fourier é dada por:

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\beta^2}} \quad . \quad (\text{C.18})$$

A Wavelet de Morlet não satisfaz exatamente à condição de média zero, pois $\Psi(\omega) > 0$ para todo ω . Entretanto, para $\omega_0 \geq 2\pi\beta$, $\Psi(0)$ será da ordem de 10^{-9} , o que é considerado satisfatório para a maioria das aplicações. A Figura C.1 mostra os gráficos da Função Wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ para $\omega_0 = \frac{3\pi}{2}$ e $\beta = 0.5$, juntamente com sua Transformada de Fourier.

$$\varphi_1(t) = e^{-\frac{t^2}{8}} \cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \quad . \quad (\text{C.19})$$

As Figuras C.2 e C.3 mostram, respectivamente, o efeito das operações de escalamento e de deslocamento no tempo da wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ definida em (C.19) de acordo com as propriedades descritas por (C.15) e (C.16).

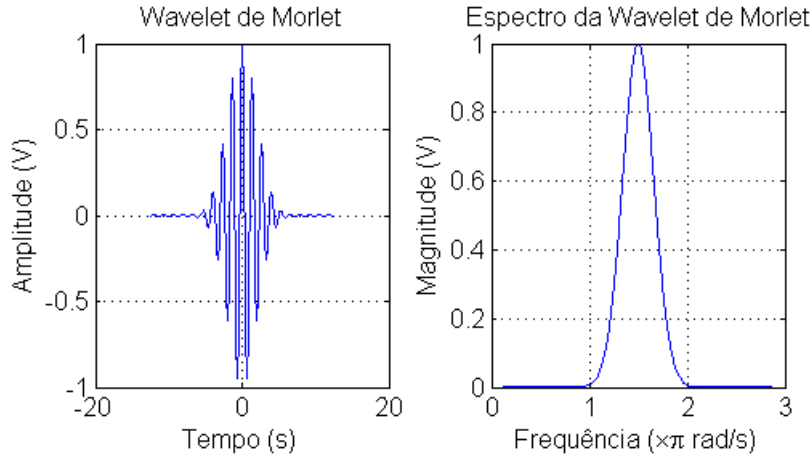


Figura C.1: Função Wavelet de Morlet para $\omega_0 = \frac{3\pi}{2}$ e $\beta = 0.5$.

C.3 CWT como uma Análise Passa-faixa

Definindo a função wavelet invertida no tempo:

$$\psi_R(t) = \psi(-t) \quad , \quad (\text{C.20})$$

podemos reescrever (C.7) para o cálculo da CWT como uma operação de convolução:

$$X_\psi(b, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi_R^* \left(-\frac{t-b}{a} \right) dt \quad , \quad (\text{C.21})$$

$$X_\psi(b, a) = x(t) * \frac{1}{\sqrt{a}} \psi_R^* \left(\frac{t}{a} \right) \quad . \quad (\text{C.22})$$

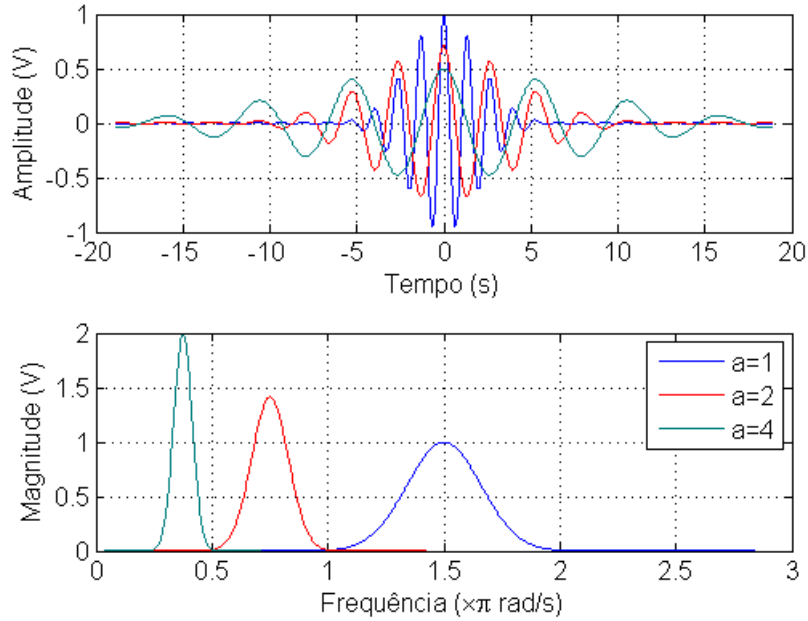


Figura C.2: Operações de mudança de escala com conservação da energia sobre a wavelet de Morlet e seu efeito no Domínio da Freqüência.

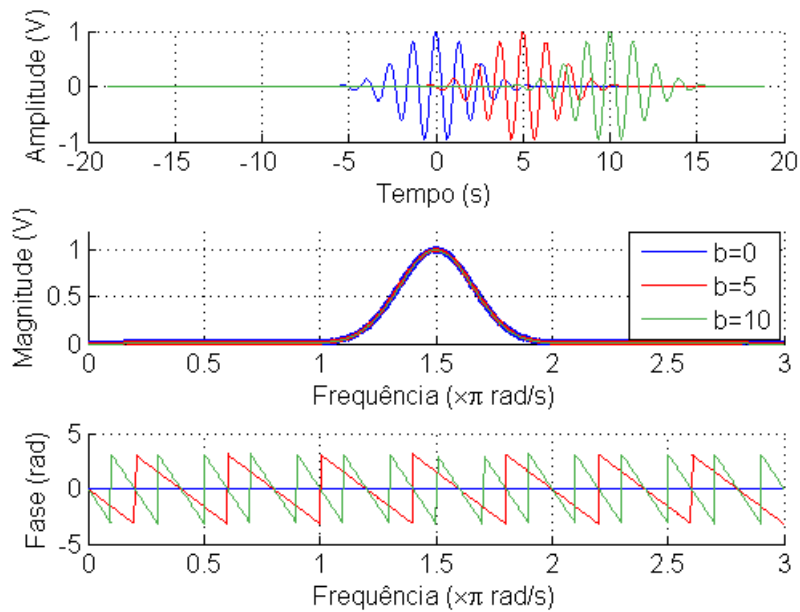


Figura C.3: Operações de deslocamento no tempo sobre a wavelet de Morlet e seu efeito no Domínio da Freqüência.

A equação (C.22) indica que, para cada valor de a , a CWT será o resultado da filtragem de $x(t)$ pelo filtro passa-faixa $\frac{1}{\sqrt{a}}\psi_R^*\left(\frac{t}{a}\right)$, $a > 0$.

Nesse sentido, a Transformada Wavelet pode ser entendida como uma análise do sinal através de diversos filtros passa-faixa. Este fato é de fundamental importância

e permite-nos estabelecer uma relação entre a Transformada Wavelet e sua implementação através de bancos de filtros.

Exemplo

Como exemplo, considere o sinal oscilatório: $x_p(t)$ definido em (4.8), representado na Figura C.4 para $t \in [0, 2\mu s]$. Sua Transformada Wavelet Contínua calculada utilizando a wavelet de Morlet é mostrada na Figura C.5.

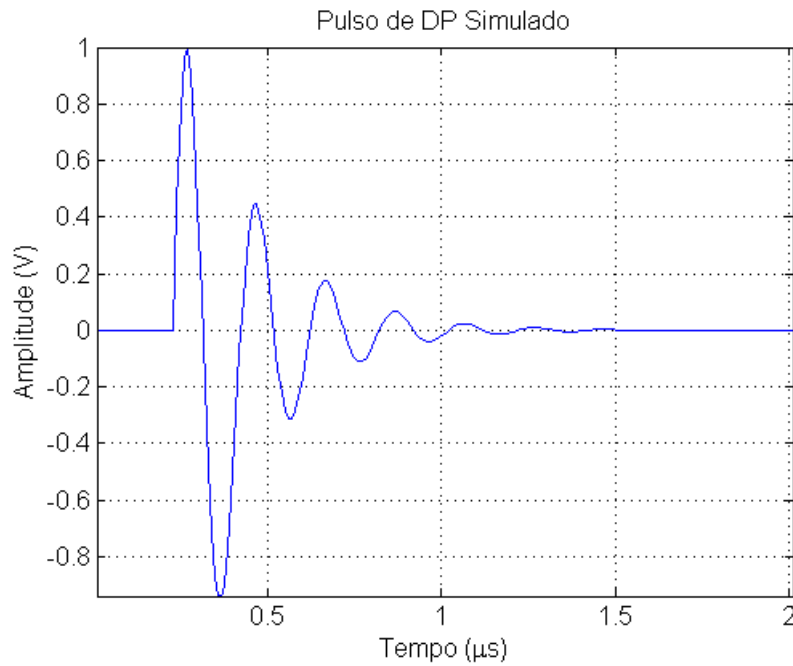


Figura C.4: Sinal oscilatório amortecido $x_p(t)$.

A análise da CWT, no entanto, é mais comumente realizada na forma do Escalograma mostrado na Figura C.6. O Escalograma consiste numa imagem plana na qual se representa em diferentes tonalidades o quadrado de cada coeficiente da CWT.

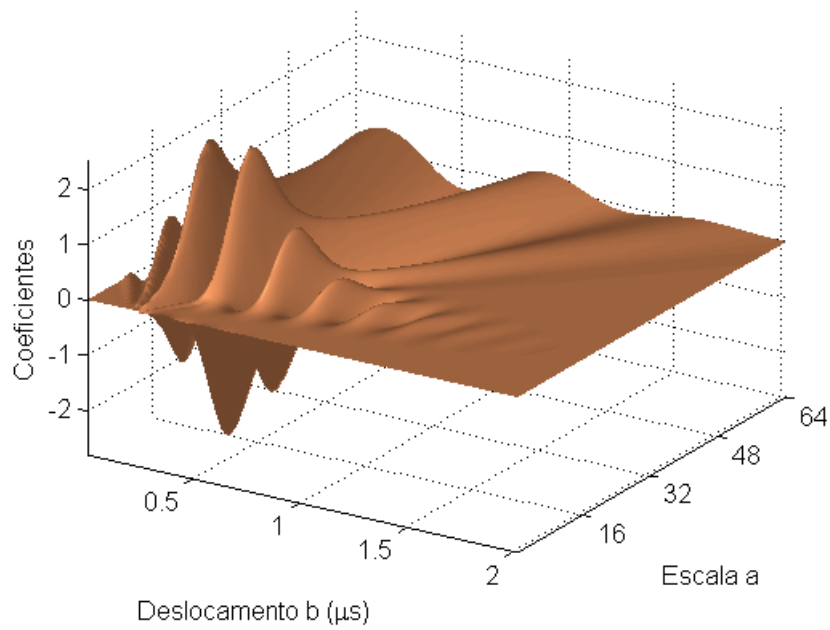


Figura C.5: Transformada Wavelet Contínua do sinal $x_p(t)$, calculada utilizando a wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ definida em (C.19).

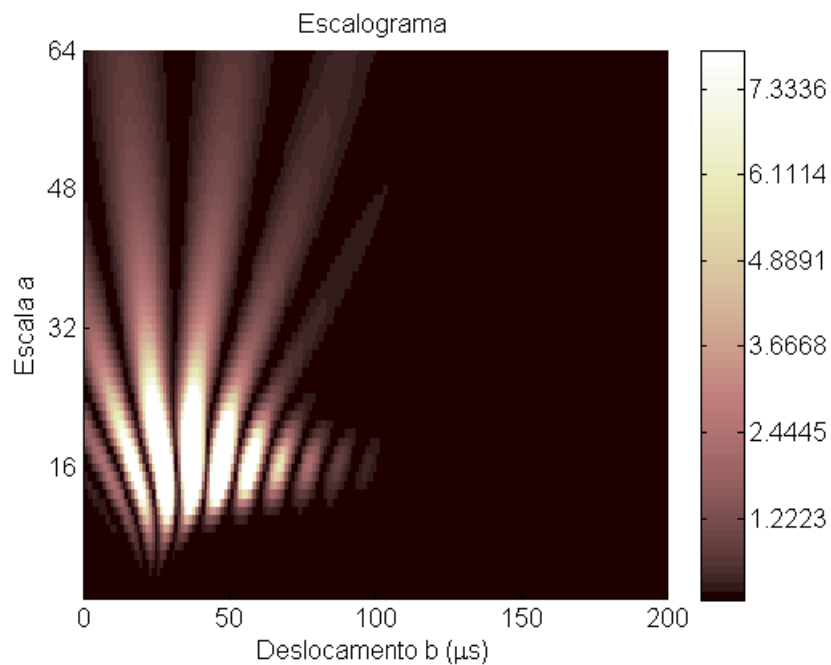


Figura C.6: Escalograma do sinal $x_p(t)$, onde a CWT foi calculada utilizando a wavelet de Morlet $\varphi_1(t)$ definida em (C.19).