



CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE
UTILIZANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS E MULTIPLEXAÇÃO EM
FREQUÊNCIA

Raymundo Cordero García

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Walter Issamu Suemitsu

João Onofre Pereira Pinto

Rio de Janeiro

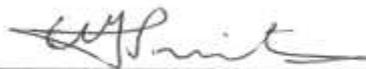
Junho de 2015

CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE
UTILIZANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS E MULTIPLEXAÇÃO EM
FREQUÊNCIA

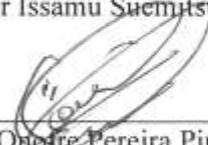
Raymundo Cordero García

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

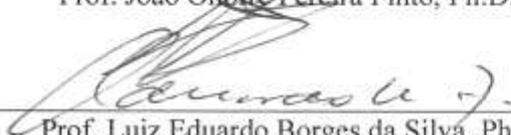
Examinada por:



Prof. Walter Issamu Suemitsu, Dr. Ing.



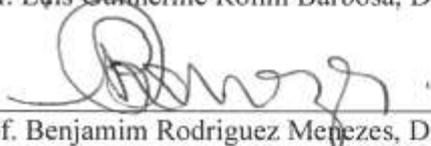
Prof. João Onofre Pereira Pinto, Ph.D.



Prof. Luiz Eduardo Borges da Silva, Ph.D.



Prof. Luis Guilherme Rolim Barbosa, Dr.-Ing.



Prof. Benjamim Rodriguez Menezes, Dr. Ing.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2015

García, Raymundo Cordero

Controle de Velocidade de Motor Síncrono de Ímã Permanente Utilizando Redes Neurais Artificiais e Multiplexação em Frequência/ Raymundo Cordero García. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

X, 136 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Walter Issamu Suemitsu

João Onofre Pereira Pinto

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 111 – 118.

1. Motor síncrono de ímã permanente. 2. Controle vetorial. 3. FPGA. I. Suemitsu, Walter Issamu *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

DEDICATÓRIA

A minha mãe, que foi a minha primeira professora.

Ao meu pai, que me ensinou a valorar o conhecimento e ter mente aberta.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus Cósmico, que dirige tudo.

Aos meus orientadores e companheiros da UFRJ e da UFMS pela compreensão, ajuda e amizade.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE
UTILIZANDO REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS E MULTIPLEXAÇÃO EM
FREQUÊNCIA

Raymundo Cordero García

Junho/2015

Orientadores: Walter Issamu Suemitsu

João Onofre Pereira Pinto

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho desenvolve um sistema de controle de velocidade para um motor síncrono de ímã permanente (MSIP). O sistema desenvolvido usa a técnica de multiplexação no domínio da frequência (MDF) para reduzir o número de conversores analógico/digitais quando o sensor *resolver* é utilizado para monitorar a posição angular do eixo do motor. Este tipo de sensor é o mais utilizado na fabricação de veículos elétricos e híbridos. A técnica MDF permite fazer um controle com e sem sensores com o mesmo número de conversores analógico-digitais. Uma rede neural artificial (RNA) executa o algoritmo de controle, o qual foi projetado através da técnica de Takagi-Sugeno *Fuzzy*. Adicionalmente, foi desenvolvido um estimador de velocidade como sistema redundante no caso de falha do sensor *resolver*. Os algoritmos de controle e estimação foram implementados em um *FPGA*. Os resultados verificam o bom desempenho do sistema de acionamento proposto.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

SPEED CONTROL OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR USING
ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS AND FREQUENCY DOMAIN
MULTIPLEXING

Raymundo Cordero Garcia

June/2015

Advisors: Walter Issamu Suemitsu

João Onofre Pereira Pinto

Department: Electrical Engineering

This work develops a speed control system for a permanent magnet synchronous motor (PMSM). This system uses frequency domain multiplexing (FDM) in order to reduce the number of analog-to-digital converters when a resolver sensor is used to sense the angular position of the motor shaft. Resolver sensor is the most used in the fabrication of electric and hybrid vehicles. FDM allows sensed and sensorless control with the same number of analog-to-digital converters. An artificial neural network (ANN) executes the control algorithm, which was designed through Takagi-Sugeno Fuzzy technique. Besides, a speed estimator was made as a support system if the resolver sensor fails. All control and estimator algorithms were implemented in a FPGA. Results demonstrate the good performance of the proposed driver.

Sumário

| | |
|--|-----------|
| CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1. Cenário Global do MSIP..... | 3 |
| 1.2. MSIP na Fabricação de VEs e VHEs..... | 6 |
| 1.3. <i>FPGA</i> na Fabricação de VEs e VHEs..... | 8 |
| 1.4. Motivações do Estudo..... | 10 |
| 1.5. Objetivo da Tese..... | 13 |
| 1.6. Contribuições da Tese..... | 13 |
| 1.6.1. Vantagens da MDF no Controle Vetorial de Motores..... | 14 |
| 1.6.2. Vantagens do Controle baseado em Sistemas Takagi-Sugeno <i>Fuzzy</i> | 16 |
| 1.7. Comentários Finais e Sumário..... | 17 |
| | |
| CAPÍTULO 2. MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE..... | 18 |
| 2.1. Introdução..... | 18 |
| 2.1. Classificação..... | 19 |
| 2.1.1. Pela Forma da FEM..... | 19 |
| 2.1.2. Pela Distribuição dos Ímãs no Rotor..... | 21 |
| 2.2. Modelagem do MSIP..... | 21 |
| 2.3. Controle Vetorial do MSIP..... | 26 |
| 2.4. Estimador de Luenberger..... | 29 |
| 2.5. Comentários Finais..... | 31 |
| | |
| CAPÍTULO 3. SISTEMAS TAKAGI-SUGENO <i>FUZZY</i>..... | 32 |
| 3.1. Introdução..... | 32 |
| 3.2. Uso de Modelos Locais para Representar um Sistema Não Linear..... | 32 |
| 3.3. Modelagem Takagi-Sugeno <i>Fuzzy</i> | 33 |
| 3.3. Teorema de Estabilidade de Lyapunov..... | 40 |
| 3.4. Projeto de Controladores usando <i>LMIs</i> | 42 |
| 3.5. Projeto de Controladores TSF usando <i>LMIs</i> | 45 |
| 3.6. Controlador CMI-TSF..... | 48 |
| 3.7. Comentários Finais..... | 51 |
| | |
| CAPÍTULO 4. MULTIPLEXAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA NO CONTROLE DO MSIP..... | 52 |
| 4.1. Introdução..... | 52 |
| 4.2. Multiplexação no Domínio da Frequência..... | 52 |
| 4.3. MDF no Controle do MSIP com <i>Resolver</i> | 53 |

| | | |
|---|---|------------|
| 4.3.1. | Análise das Saídas do <i>Resolver</i> | 54 |
| 4.3.2. | Análise das Correntes Estatóricas do MSIP | 56 |
| 4.3.3. | Aplicação de MDF no Controle Vetorial de MSIP | 56 |
| 4.4. | Retardos de Fase e de Grupo | 58 |
| 4.5. | Estimação da Velocidade Angular e da Matriz da Transformada de Park | 62 |
| 4.6. | Estimação das Correntes Estatóricas | 72 |
| 4.7. | Comentários Finais | 74 |
| CAPÍTULO 5. CONTROLE EM MALHA FECHADA DO MSIP USANDO RNA | | 75 |
| 5.1. | Introdução | 75 |
| 5.2. | Controle Vetorial com Sensor <i>Resolver</i> | 75 |
| 5.2.1. | Exemplo de Aplicação | 79 |
| 5.3. | Controle Vetorial sem Sensores | 81 |
| 5.3.1. | Exemplo de Aplicação | 87 |
| 5.4. | Aplicação de RNA no Controle no MSIP | 89 |
| CAPÍTULO 6. RESULTADOS | | 92 |
| 6.1. | Introdução | 92 |
| 6.2. | Resultados de Simulação | 92 |
| 6.3. | Resultados Experimentais | 102 |
| CONCLUSÕES | | 109 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | | 111 |
| ANEXOS | | 119 |
| ANEXO 1: Sensores de Posição na Fabricação de VEs e VEHS | | 119 |
| A1.1. | Sensor por Efeito Hall | 120 |
| A1.2. | <i>Encoder</i> | 120 |
| A1.3. | <i>Resolver</i> | 122 |
| ANEXO 2: Redes Neurais Artificiais | | 126 |

| | |
|---|------------|
| ANEXO 3: Técnicas de Estimação de Velocidade para o MSIP | 129 |
| A3.1. Estimação baseada no Monitoramento de Tensões e Correntes..... | 129 |
| A3.2. Estimação pelo Cálculo do Fluxo Enlaçado | 130 |
| A3.3. Estimação através dos Efeitos Geométricos e de Saturação..... | 131 |
| A3.4. Estimação por Injeção de Sinais de Alta Frequência | 132 |
| A3.5. Filtro de Kalman Estendido..... | 133 |
| A3.6. Estimação por Modos Deslizantes..... | 134 |
| A3.7. Estimação baseada em Técnicas de Inteligência Artificial | 136 |

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

O motor síncrono de ímã permanente (MSIP, ou *Permanent Magnet Synchronous Motor – PMSM* em Inglês) está progressivamente substituindo os motores de corrente contínua (MCC) e os motores de indução (MI) na fabricação de atuadores com velocidade variável. O MSIP é mais robusto, possui uma melhor relação torque/inércia e melhor resposta dinâmica que os motores CC. Por outro lado, o uso de ímãs permanentes para gerar o fluxo no rotor, no lugar de enrolamentos, faz com que o MSIP possua uma modelagem mais simples e consuma menos energia que os motores de indução [1]–[4].

Não obstante, o MSIP possui uma dinâmica não linear, o que dificulta o seu controle em malha fechada. Adicionalmente, deve-se garantir o sincronismo entre a velocidade mecânica e a frequência elétrica de alimentação. Técnicas de controle lineares, como os reguladores PID, não garantem um controle preciso em diferentes pontos de operação, nem robustez a perturbações [4]. Diferentes técnicas avançadas foram propostas para o controle do MSIP: redes neurais artificiais, lógica difusa, controle robusto, algoritmos genéticos, entre outras [5].

Adicionalmente, as recentes pesquisas estão focadas no desenvolvimento de técnicas de controle baseadas na estimação da posição angular do MSIP, chamado controle sem sensores (*sensorless*, em inglês), tendo como principal vantagem a diminuição dos custos decorrentes da instalação de sensores de posição angular do tipo *encoder* (de saída digital) ou *resolver* (com saídas analógicas, onde a informação da posição angular está modulada em amplitude) [6], [7].

Entretanto, na fabricação de veículos elétricos (VEs) e híbrido-elétricos (VHEs), o controle de máquinas elétricas com sensores ainda é muito utilizado [8]. O “*Prius*” (Toyota), o “*Escape Hybrid*” (Ford) e o “*Escape Hybrid*” (Honda) usam sensores de posição angular.

Muitos algoritmos para o controle de motores trifásicos são implementados em micro controladores e *DSPs*, por meio de um conjunto de instruções armazenado na memória destes dispositivos [9], [10]. Os micro controladores possuem um menor custo no mercado e uma grande quantidade de periféricos instalados, enquanto que a velocidade de processamento, capacidade de memória e número de periféricos dos *DSPs* são maiores quando comparados com os micro controladores. Atualmente, o

mercado também oferece os *DSPICs*, um processador que possui uma arquitetura e custo semelhante aos micro controladores, e uma alta velocidade de processamento comparável aos *DSPs* [11]. Não obstante, os três dispositivos mencionados previamente executam instruções sequencialmente, não aproveitando o fato que algoritmos de controle possuem subsistemas que podem ser executados paralelamente, o que reduziria consideravelmente o tempo de processamento dos dados.

Por outro lado, existem muitas pesquisas e aplicações de controle empregando um *FPGA* (*Field Programmable Gate Array* em Inglês) [12], [13]. O *FPGA* permite criar funções lógicas e aritméticas utilizando linguagens de programação em hardware como o *VHDL*. Tais funções podem ser executadas em série ou em paralelo, sendo possível projetar vários algoritmos de controle independentes no mesmo *FPGA*. Deste modo, pode-se atingir uma maior velocidade de processamento e contar com maior flexibilidade na topologia de controle do que no caso de micro controladores e *DSPs*. O uso de *FPGA* possibilita a implementação do algoritmo de controle projetado em um circuito integrado de aplicação específica (*Application Specific Integrated Circuit – ASIC* em Inglês), o qual é muito utilizado para produzir sistemas digitais dedicados a aplicações específicas com baixo custo de produção.

A capacidade do *FPGA* de permitir a execução paralela de algoritmos de processamento de dados é muito vantajosa no momento de projetar a topologia de controle de sistemas complexos como no caso dos veículos elétricos (VEs) e veículos híbrido-elétricos (VHEs). Tais sistemas geralmente usam mais de uma máquina elétrica. Adicionalmente, o sistema global deve controlar o sistema de carregamento elétrico, os conversores CC-CC, monitorar o estado das baterias, entre outras funções [14]. Assim, os diferentes sistemas de um VE ou VHE podem ser gerenciados por um *FPGA*.

A capacidade de processamento paralelo do *FPGA* pode ser bem aproveitada no desenvolvimento de algoritmos baseados em redes neurais artificiais (RNA), já que a estrutura de uma RNA permite um processamento paralelo de informação, incrementando a velocidade de processamento dos dados [15]. No entanto, o cálculo das funções sigmóides utilizadas convencionalmente pelos RNAs e as funções trigonométricas utilizadas no controle vetorial representam um desafio no momento de projetar algoritmos de controle de máquinas trifásicas no *FPGA*.

O principal objetivo desta Tese de Doutorado é o desenvolvimento de um sistema de controle de MSIP baseado em RNA, o qual será implementado em um *FPGA*. A técnica de multiplexação no domínio da frequência (MDF) será usada para reduzir o número de conversores analógico-digitais (conversores A/D) necessários para o controle vetorial do MSIP. Esta redução aumenta a robustez do hardware de controle e reduz o custo de fabricação. O sistema de controle vetorial está baseado na técnica de modelagem e controle Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TSF). Esta técnica permite obter os dados para o projeto da rede neural de controle. Adicionalmente, será desenvolvida uma técnica de estimação de velocidade baseado no observador de Luenberger. A função do estimador é permitir o controle do MSIP caso o sensor de posição deixe de operar, sendo um sistema de suporte desejável nos VEs e VHEs.

Resultados de simulação e experimentais mostram que o sistema de controle do MSIP implementado em *FPGA* proposto é adequado para o seu uso em sistemas de acionamento de velocidade variável como nos VEs e VHEs.

1.1. Cenário Global do MSIP

Atualmente, os acionamentos de motores elétricos (*Electric Motor Driven System – EMDS* em Inglês) constituem as maiores cargas nas instalações elétricas industriais e comerciais a nível mundial, consumindo pelo menos duas vezes a energia utilizada pelos sistemas de iluminação [16]. Um *EMDS* converte a maior parte da energia elétrica que recebe em energia mecânica, enquanto que uma pequena fração da eletricidade é utilizada pelo sistema de controle e proteção.

Segundo a *International Energy Agency (IEA)*, os *EDMSs* representam 46% do consumo elétrico mundial. Para satisfazer esta demanda de eletricidade, mais de 6040 milhões de toneladas de CO₂ são emitidas anualmente [17]. Estima-se que em 2030, o consumo anual de eletricidade dos *EDMSs* será maior que 13360 TWh (TeraWatts-hora), produzindo-se 8570 milhões de toneladas de CO₂ por ano. Os *EMDSs* são utilizados principalmente nos setores industrial, comercial, residencial e no transporte.

Tais fatos motivam o estudo e fabricação de máquinas elétricas de maior eficiência e sistemas de acionamento mais eficientes e robustos. Na atualidade, diferentes fabricantes e pesquisas mostram o motor síncrono de ímã permanente (MSIP, ou *Permanent Magnet Synchronous Motor – PMSM* em Inglês) como uma forte alternativa na fabricação de acionamentos eletromecânicos de baixa e média potência.

Todos os motores elétricos geram torque através da interação dos campos magnéticos produzidos pelo estator e pelo rotor [18]. No caso do MSIP, o campo magnético no rotor é produzido por um conjunto de ímãs permanentes construídos utilizando materiais magnéticos como ferrites (bário, estrôncio), terras raras (samário-cobalto, neodímio-ferro-boro), entre outros [19]. A qualidade dos materiais magnéticos, principalmente as chamadas terras raras, melhorou significativamente nos últimos 10 anos: o produto energético BH_{\max} (produto entre a densidade de campo e a intensidade do campo magnético, o qual está relacionado com a energia magnética do campo) duplicou, a estabilidade química e térmica também aumentou. Com o avanço das pesquisas e a descoberta da disponibilidade de alta energia nos ímãs de terras raras de Samário-Cobalto (SmCo) em 1970 e nos ímãs de Neodímio-Ferro-Boro (NdFeB) em 1983, tornou-se, possível, um grande avanço na tecnologia e no desempenho das máquinas de ímãs permanentes. Atualmente, a densidade de energia dos ímãs excede os 400 kJ/m^3 [20]. A sua grande desvantagem está ainda nos altos preços, Não obstante, diferentes pesquisas estão desenvolvendo técnicas para obter novos ímãs permanentes mais econômicos [21], [22].

O uso do MSIP possui as seguintes vantagens em relação ao motor de indução:

- O MSIP possui maior eficiência no consumo de potência elétrica;
- Boa relação torque/peso;
- Baixa inércia do rotor;
- Alta densidade de fluxo no entreferro;
- Melhor resposta dinâmica;
- Modelagem dinâmica mais simples;
- Simplificação do projeto das técnicas de controle.

A Tabela 1.1 mostra a eficiência (em condições nominais de operação) de diferentes tipos de motores MSIP comparados com motores de indução, os quais estão classificados pelo tamanho e segundo a norma IEC [23]: IEC132 (5,5 kW), IEC160 (15 kW), IEC250 (55 kW) e IEC280 (90 kW).

Por outro lado, grandes perdas de potência podem acontecer quando a potência ou a velocidade nominal do motor são diferentes às requeridas pelas cargas mecânicas. Este fato é principalmente significativo nas aplicações de velocidade variável, onde

existe uma relação não linear entre a velocidade e o torque da carga (por exemplo, em bombas e sistemas de ventilação). Nestes casos, os sistemas de controle baseados em eletrônica de potência podem reduzir significativamente as perdas de energia. A Figura 1.1 mostra a eficiência de um MSIP para cargas não nominais, em comparação com um motor assíncrono de alta eficiência (IE3) [24]. Pode-se observar que o rendimento do MSIP é muito maior para baixas potências.

O alto custo inicial de investimento para utilizar um MSIP (custo do motor e do controlador de potência), em relação aos motores assíncronos, é a principal barreira no uso deste motor no setor industrial. No entanto, a potência elétrica consumida representa mais de 90 % dos custos de operação durante toda a vida útil dos motores elétricos [24]. Portanto, o custo de operação total para um MSIP é menor em comparação ao necessário para um motor assíncrono, porque o MSIP possui maior eficiência energética.

Tabela 1.1. Comparação de eficiência entre MSIP e motores de indução

| Tipo | MSIP | | Motor de Indução | |
|---------|--------|------------|------------------|------------|
| | Torque | Eficiência | Torque | Eficiência |
| IEC 132 | 18 Nm | 91 % | 18 Nm | 88,6% |
| IEC 160 | 50 Nm | 94 % | 49 Nm | 91,3 % |
| IEC 250 | 180 Nm | 96,5 % | 177 Nm | 94,2 % |
| IEC 280 | 290 Nm | 97 % | 289 Nm | 95,1 % |

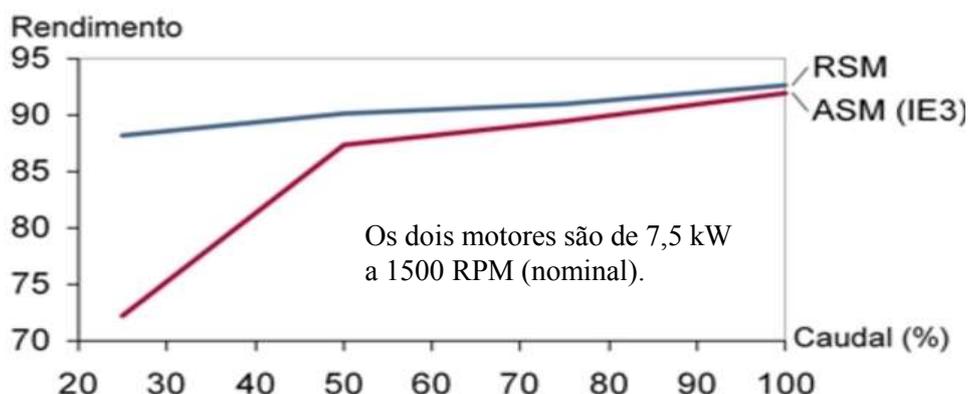


Figura 1.1. Rendimento para motor síncrono (RSM) e o motor assíncrono (ASM – IE3).

1.2. MSIP na Fabricação de VEs e VHEs

Na atualidade, um dos tópicos de pesquisa mais importantes no acionamento de motores elétricos é o uso destes motores na fabricação de veículos elétricos (VEs) e veículos elétrico-híbridos (VEHs). Adicionalmente, a indústria automotiva está desenvolvendo muitos projetos para fabricar melhores modelos de VEs e VHEs. Os principais alvos são a eficiência no uso do combustível e a redução das emissões de dióxido de carbono. A Associação Brasileira de Veículos Elétricos (ABVE) estima que 200 automóveis estejam sendo utilizados no Brasil, sendo a carga tributária o principal obstáculo para o uso massivo dos veículos elétricos [25].

O motor síncrono de ímã permanente (MSIP) é uma das máquinas preferidas na fabricação de VEs e VHEs, já que o MSIP possui um consumo mais eficiente de energia, modelagem mais simples, e melhor relação torque/peso que os motores de indução, e precisam menor manutenção que os motores de corrente contínua (CC). A Tabela 1.2 mostra uma comparação entre diferentes motores elétricos utilizados para veículos elétricos [25]. Pode-se verificar que o MSIP é um dos motores com melhor desempenho global. Embora o custo de aquisição do MSIP seja o mais alto, deve-se considerar que o menor consumo elétrico deste motor vai compensar o investimento inicial. Adicionalmente, é esperada uma futura redução no custo do MSIP devido ao desenvolvimento de materiais magnéticos melhores e mais econômicos.

A Tabela 1.3 mostra um conjunto de VEs e VHEs fabricados por importantes fabricantes de veículos no mundo [26]. Em alguns casos, o veículo possui dois motores. Por exemplo, o projeto eAWD da companhia BorgWarner Inc. consiste na fabricação de um sistema de tração elétrico para VEs e VHEs, o qual consiste em dois MSIPs: um de 85 kW (utilizado para propulsão) e outro de 10 kW (usado para a técnica de vetorização de torque, o qual permite variar a quantidade de potência fornecida a cada roda). Em outros casos, o segundo MSIP pode atuar como motor/gerador (motor na partida e gerador depois para recarregar as baterias). A Tabela 1.3 mostra que a maior parte dos VEs e VHEs comerciais usam MSIP. Por tal motivo, a presente Tese de Doutorado concentra-se no controle deste tipo de motor.

Tabela 1.2. Comparação entre os motores utilizados para veículos elétricos.

| Critério de Comparação (1: pontuação mínima, 5: pontuação máxima). | Corrente contínua | Motor de Indução | MSIP | Relutância |
|--|----------------------|---------------------|-----------|------------|
| Densidade de potência | 2 | 3 | 5 | 3 |
| Eficiência | 2 | 3 | 5 | 3 |
| Controlabilidade | 5 | 3 | 4 | 3 |
| Confiabilidade | 3 | 5 | 4 | 5 |
| Maturidade | 5 | 5 | 4 | 3 |
| Custo | 4 | 5 | 2 | 4 |
| Total | 21 | 24 | 24 | 21 |

Tabela 1.3. Modelos comerciais de veículos elétricos e híbrido-elétricos.

| Tipo | Veículo | Característica(s) do(s) motor(es) no veículo |
|--|--------------------|--|
| Veículo híbrido- elétrico (VHE) | Honda Insight | <i>Brushless</i> CC, 9,7 kW @ 1500 RPM |
| | Ford Fusion Hybrid | MSIP, 79 kW @ 6500 RPM |
| | Toyota Prius | MSIP 1, 30 kW @ 1800 RPM MSIP 2, 50 kW @ 1200 RPM |
| | GM Volt | MSIP 1 (motor) 111 kW MSIP 2 (motor/gerador) 55kW |
| | Hyundai Sonata | MSIP, 30 kW |
| Veículo elétrico (VE) | Mistubishi iMiEV | MSIP, 47 kW |
| | Renault Fluence | MSIP, 7 kW |
| | BMW Active | MSIP, 125 kW |
| | Ford Focus BEV | MSIP, 107 kW |
| | Tesla Roadstar | Motor de indução, 215 kW |

1.3. *FPGA* na Fabricação de VEs e VHEs

Os VEs e VHEs requerem o controle simultâneo de mais de um motor: motor de propulsão, motor de arranque, etc. Ademais, devem-se controlar outros sistemas como o controle de consumo de combustível, sistema de frenagem, sistema de baterias, entre outros. No caso do controle de motores, procuram-se maiores taxas de aquisição de dados, maiores frequências de chaveamento, e melhores algoritmos de controle. Tudo isto exige o uso de processadores digitais com maior capacidade de cálculo. A Figura 1.2 mostra os diferentes sistemas que devem ser controlados em um VE. Anteriormente, cada algoritmo era executado por um controlador digital diferente.

Neste sentido, o *FPGA* está ganhando aceitação no projeto de controladores de velocidade de motores elétricos pela sua velocidade de processamento, processamento paralelo, flexibilidade e pela existência de ferramentas que simplificam a programação e verificação do *FPGA* [14], [27], [28]. Entre os benefícios de utilizar um *FPGA* na fabricação de VEs e VHEs, têm-se:

- Simplificação da arquitetura de controle: A capacidade de processamento paralelo do *FPGA* permite executar simultaneamente muitos algoritmos de controle e processamento de dados. Por exemplo, todos os algoritmos indicados na Figura 1.2 podem ser implementados utilizando um único *FPGA*. Tal simplificação é muito difícil de conseguir com um processador serial como um *DSP* ou micro controlador.
- Velocidade de processamento. O *FPGA* possui uma velocidade de processamento maior que micro controladores e *DSPs*. Este fato permite o uso de malhas de controle mais rápidas e de maior complexidade matemática.
- Uso de conversores de potência de alta frequência. A alta velocidade de processamento também permite o uso de conversores de potência (inversores e conversores CC-CC) com altas frequências de chaveamento, já que os estados de comutação dos transistores de potência podem ser calculados com maior velocidade. Ademais, uma frequência de chaveamento maior permite o uso de componentes reativos menores e mais económicos.

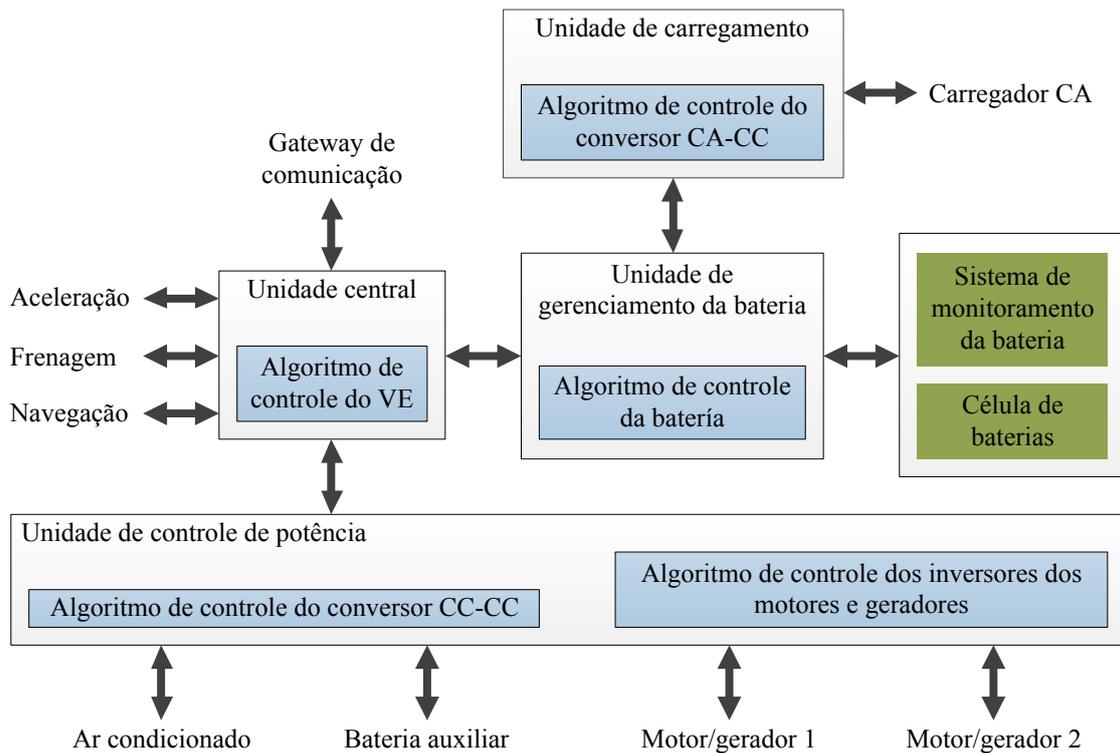
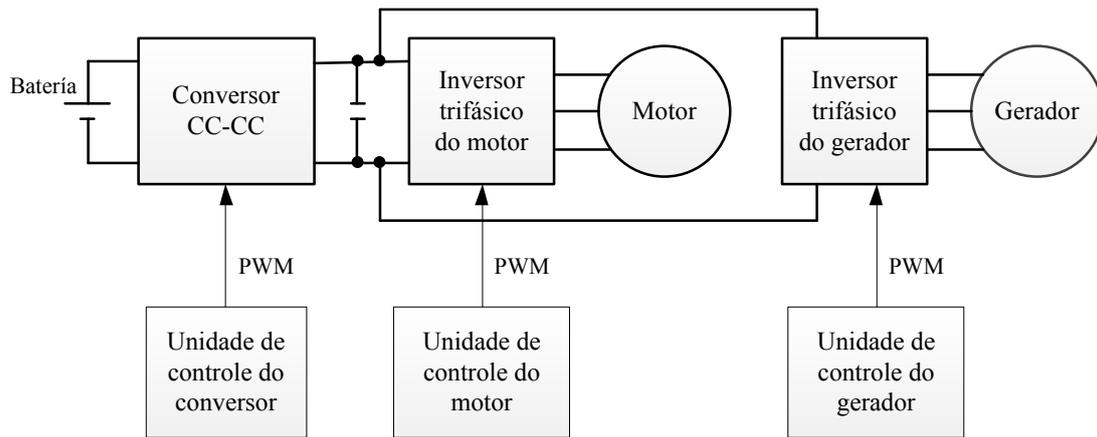


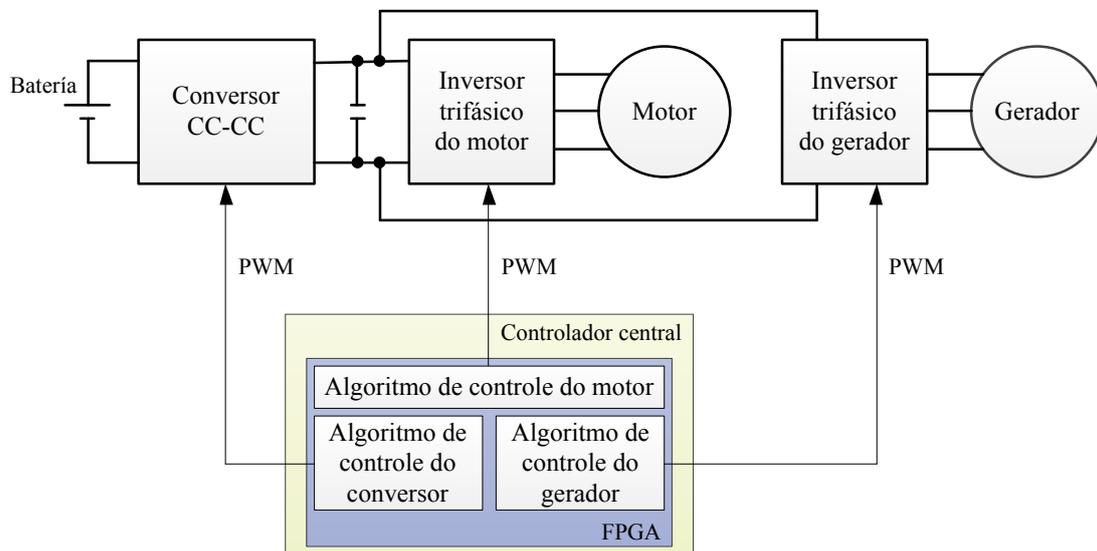
Figura 1.2. Principais sistemas de um veículo elétrico.

A Figura 1.3 mostra uma comparação do sistema de controle para uma arquitetura típica de um EV que usa um conversor CC-CC, um motor e um gerador trifásico [29]. Convencionalmente, cada um destes elementos é controlado por uma unidade de controle independente, enquanto o *FPGA* permite executar paralelamente muitas funções de controle no mesmo dispositivo. Isto reduz o número de controladores, e interfaces de hardware. Adicionalmente, é possível executar facilmente simulações em software e emulações para verificar o bom funcionamento do controlador.

Outro fator importante a considerar na escolha de processadores digitais para VEs e VEHs é a tendência de adicionar sistemas de segurança inteligentes nos veículos [29], [30]: frenagem eletrônica automática, câmeras de vídeo com processamento de imagens para a detecção de pedestres e obstáculos, entre outros. Estes sistemas envolvem uma grande quantidade de operações matemáticas, cujos resultados devem ser disponibilizados em tempo real. O *FPGA* constitui uma plataforma ótima para a execução dos algoritmos necessários para tais sistemas adicionais.



Estrutura convencional



Estrutura utilizando FPGA

Figura 1.3. Estrutura de controle de um VE utilizando um *FPGA*.

1.4. Motivações do Estudo

O MSIP geralmente é aplicado em três tipos de acionamentos [31]:

- Operação com velocidade constante, onde a velocidade é mantida fixa sem aplicação de conversores eletrônicos e malha de realimentação;
- Em servomecanismos, onde a velocidade ou posição são parâmetros de realimentação para o controle com alta precisão. Neste caso, o tempo de resposta e erro em regime permanente são parâmetros extremamente importantes;

- Acionamentos com velocidade variável. Também existe uma malha de realimentação. Porém, o objetivo é a operação do motor em diferentes velocidades, de modo que uma alta precisão não é necessária.

Existe um grande interesse na pesquisa e desenvolvimento de sistemas de acionamento de MSIP, principalmente aplicado para VEs e VHEs. Atualmente, a indústria e o setor automobilístico procuram motores de maior eficiência, econômicos e robustos. Adicionalmente, os acionamentos devem apresentar um bom compromisso entre precisão, robustez e custo.

É bem conhecido que um hardware é mais robusto quando ele possui um menor número de componentes para efetuar o mesmo trabalho. A probabilidade de falhas, o consumo de energia elétrica e o custo de fabricação são reduzidos. Como foi mencionado anteriormente, na indústria de VEs e VHEs é necessário que cada componente seja robusto e econômico.

Sendo que os VEs e VHEs possuem muitos sistemas de potência e de processamento de dados (exemplo: navegação, segurança, etc.) que devem ser controlados em paralelo, a opção mais econômica e robusta consiste em implementar todos os algoritmos de controle em um único dispositivo central. Nesse sentido, o *FPGA* é uma solução adequada para atingir tal objetivo.

Foi mostrado que o MSIP é um dos motores mais utilizados na fabricação de VEs e VHEs. Como o MSIP é uma máquina trifásica não linear, geralmente técnicas de controle vetorial são utilizadas para controlar a posição, velocidade e torque do motor. Esta técnica precisa do monitoramento contínuo de duas correntes estatóricas do motor. Para isso são necessários dois conversores analógico/digitais (conversores A/D).

Adicionalmente, a posição angular do eixo do motor deve ser conhecida para aplicar as técnicas de controle vetorial. Entre os diferentes sensores de posição angular disponíveis no mercado, o *resolver* é o mais utilizado na fabricação de VEs e VHEs (ver Anexo 1), porque este sensor possui maior exatidão e robustez que outros sensores como os *encoders*. O *resolver* recebe uma excitação senoidal de alta frequência. Suas saídas são dois sinais analógicos modulados em amplitude com o seno e o cosseno da posição angular. Convencionalmente, um hardware chamado conversor *resolver* a digital é usado para estimar a posição angular do motor a partir das saídas do *resolver*.

Não obstante, o uso de um conversor *resolver* a digital incrementa o custo e diminui a robustez do sistema de controle. Portanto, é desejável uma solução na qual o mesmo processador digital (o *FPGA* neste caso) estime a posição angular a partir dos sinais do sensor *resolver*. Portanto outros dois conversores A/D serão necessários para controlar o MSIP.

Geralmente, os *FPGAs* não possuem conversores A/D integrados. Portanto, circuitos conversores externos devem ser integrados para efetuar aquisição de sinais analógicos. Quanto maior é o número de conversores, mais complexo e menos robusto torna-se o controlador.

Contudo, é também desejável contar com um sistema de estimação de posição angular, caso o sensor *resolver* fique danificado. Deste modo, o veículo poderá seguir funcionando até que seja reparado.

Deve-se observar que o motor dos VEs e VEHS deve funcionar em diferentes pontos de operação (diferentes velocidades e torques). Este objetivo é difícil de atingir porque o MSIP é um sistema trifásico não linear. O controle vetorial do MSIP é ainda um tema atual de pesquisa.

As redes neurais artificiais (RNA) possuem uma estrutura que permite o processamento paralelo de informação, através dos neurônios artificiais em cada camada (ver Anexo 2). Portanto, a implementação de RNAs em *FPGAs* é altamente pesquisada na atualidade. No controle de máquinas elétricas, o *FPGA* permite o desenvolvimento de controladores e observadores adaptativos, estimadores de torque, técnicas de modulação por vetores espaciais entre outros algoritmos, os quais podem ser executados mais rápido que em microcontroladores ou *DSPs*.

Não obstante, o projeto de uma RNA em *FPGA* apresenta os seguintes desafios:

- Definir a topologia de RNA a utilizar: número de neurônios, camadas e funções de ativação;
- Devem-se procurar melhores metodologias para o cálculo das funções de ativação dos neurônios artificiais em *FPGA*, utilizando a menor quantidade de operações matemáticas possíveis;
- Otimizar o tamanho da RNA para ser implementável em *FPGA* de baixo custo.

1.5. Objetivo da Tese

O projeto de Tese de Doutorado tem como objetivo a implementação em *FPGA* de um controlador adaptativo de velocidade para um motor síncrono de ímã permanente (MSIP), baseado em redes neurais artificiais (RNA). As saídas da RNA serão os pulsos de chaveamento de um inversor trifásico de dois níveis que alimenta o MSIP.

O sistema de controle pode rastrear satisfatoriamente a referência de velocidade. Adicionalmente, a topologia de controle deve permitir um processamento paralelo dos dados, para aproveitar as características de processamento da RNA. A arquitetura da RNA será otimizada para poder ser implementada com a menor quantidade de operações matemáticas possíveis, o que é vantajoso no momento de implementar o sistema de controle em um *FPGA*.

Os objetivos específicos da Tese de Doutorado são os seguintes:

- Desenvolver um controlador robusto para controlar o MSIP em diferentes pontos de operação. Para isso, será utilizada a técnica Takagi-Sugeno *Fuzzy*, a qual fornecerá os dados necessários para projetar um sistema de controle baseado em RNA;
- Reduzir o número de conversores A/D necessário para o controle vetorial do MSIP. Para atingir tal objetivo, será empregada a técnica de multiplexação no domínio da frequência (MDF);
- Implementar um algoritmo para estimar a velocidade do motor utilizando o sensor *resolver*.
- Implementar um estimador de velocidade do MSIP. Será utilizada uma modificação do observador de Luenberger. O estimador possui a função de ser um sistema de respaldo caso o sensor *resolver* não funcione por algum acidente.

1.6. Contribuições da Tese

Na sequência, serão descritas as vantagens das inovações propostas nesta Tese de Doutorado: O uso da multiplexação no domínio da frequência (MDF), o uso da técnica Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TSF) no projeto de controladores e da modificação do observador de Luenberger.

1.6.1. Vantagens da MDF no Controle Vetorial de Motores

No mercado, existem muitos conversores A/D com multiplexadores analógicos. Esta configuração, descrita na Figura 1.4, permite a conversão de vários sinais analógicos usando um mesmo conversor. Neste caso, a técnica de multiplexação é chamada multiplexação no domínio do tempo (MDT) porque cada sinal é enviado ao conversor em diferentes instantes de tempo.

Nesta Tese de Doutorado, propõe-se o uso da multiplexação no domínio da frequência (MDF) para reduzir o número de conversores A/D no controle vetorial do MSIP. No capítulo 4 será explicada a fundamentação teórica e a aplicação da multiplexação com mais detalhe. A técnica MDF indica que dois sinais com larguras de bandas não superpostas podem ser agrupadas e enviadas ao receptor. Nesse caso, os sinais podem ser multiplexados utilizando um simples somador.

A aplicação da MDF no controle do MSIP oferece as seguintes vantagens [32], [33]:

- A multiplexação reduz o número de conversores A/D e os circuitos de condicionamento na entrada dos conversores. Adicionalmente, o somador analógico usado na multiplexação no domínio da frequência é muito mais simples de fabricar que o multiplexador analógico utilizado na multiplexação no domínio do tempo.
- A multiplexação no domínio do tempo divide a taxa de conversão do conversor A/D entre os canais, porque um canal de entrada deve esperar o atendimento dos demais canais antes de ser atendido novamente. Em consequência, a taxa de conversão real para cada sinal analógico (f_{canal_MDT}) é a taxa de conversão do conversor A/D (f_{ADC}) dividida pelo número de canais do multiplexador:

$$f_{canal_MDT} = \frac{f_{ADC}}{\text{numero de canais}} \quad (1.1)$$

Por outro lado, todos os sinais multiplexados em frequência são convertidos simultaneamente. Portanto, a taxa de conversão de cada sinal usando MDF (f_{canal_MDF}) é igual à taxa de conversão do conversor A/D:

$$f_{canal_MDF} = f_{ADC} \quad (1.2)$$

Desta forma, considerando um mesmo conversor A/D, os dados são amostrados mais rapidamente usando MDF que MDT.

$$f_{canal_MDT} < f_{canal_MDF} \quad (1.3)$$

- Quando a MDT é usada na conversão das saídas do sensor de posição *resolver*, é necessário aplicar um algoritmo de compensação, porque os valores obtidos correspondem a diferentes instantes de tempo (ver Figura 1.4). Por outro lado, os sinais multiplexados em frequência são amostrados simultaneamente. Portanto, os valores obtidos dos sinais usando MDF correspondem aos mesmos instantes de tempo.
- A principal vantagem do uso de MDF no controle do MSIP é a redução de custos e o incremento da robustez do sistema. O custo dos conversores A/D depende de características com a taxa de amostragem, resolução, tempo de conversão, relação sinal/ruído, linearidade, entre outros. Dependendo da aplicação, o custo destes conversores pode ser alto. Adicionalmente, os circuitos de condicionamento também podem ser caros se a conversão exigir alta precisão e robustez, pelo uso de resistências de precisão, amplificadores operacionais com alta rejeição de ruído em modo comum e diferencial, etc. Quanto menor for o número de componentes de um circuito, o custo é reduzido e diminui a probabilidade de falhas. A robustez é um fator fundamental no desenvolvimento de circuitos para VEs e VEHs, principalmente porque os motores elétricos de potência produzem uma forte interferência eletromagnética (IEM).
- Adicionalmente, a técnica de demultiplexação (recuperar os sinais originais a partir dos sinais multiplexados) proposta nesta Tese de Doutorado permite calcular a velocidade angular do motor, o seno e o cosseno do ângulo elétrico (necessários para efetuar a transformada de Park) sem usar funções trigonométricas. Isto é uma vantagem considerando que o cálculo de funções trigonométricas em um *FPGA* é difícil de efetuar.

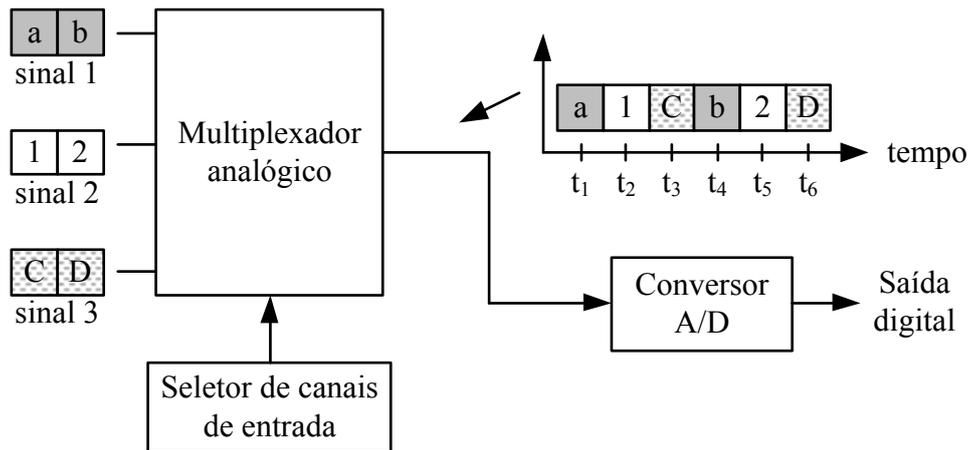


Figura 1.4. Conversor A/D com multiplexador no tempo.

1.6.2. Vantagens do Controle baseado em Sistemas Takagi-Sugeno *Fuzzy*

Os controladores PID possuem um baixo desempenho quando usados no controle de sistemas não lineares como o MSIP, cuja dinâmica depende do ponto de operação. É necessário o desenvolvimento de sistemas de controle robusto para diferentes pontos de operação.

A técnica de modelagem Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TSF) é uma técnica poderosa na análise e controle de sistemas não lineares. A técnica TSF modela um sistema não linear como uma combinação de modelos lineares locais dentro de uma faixa de operação (e não perto de um ponto de operação). Assim, é possível aplicar diferentes técnicas de controle linear nos modelos locais. Adicionalmente, a presente Tese combina a técnica TSF com os controladores de modelagem interna (CMI) para projetar controladores robustos com um erro em regime permanente desprezível.

No capítulo 2 é explicado que o controle vetorial convencional do MSIP precisa de três malhas de controle: uma malha de velocidade e duas malhas que controlam as correntes nos eixos d e q do MSIP. A malha de velocidade fornece a referência da malha de corrente no eixo q , tal como ilustrado na Figura 1.5. Esta configuração não pode ser implementada diretamente através de RNAs.

Entretanto, o uso da técnica Takagi-Sugeno *Fuzzy* permite reduzir o número de malhas de três a duas: uma de velocidade e outra da corrente no eixo d . Adicionalmente, as leis de controle (as tensões nos eixos d e q) possuem a seguinte estrutura:

$$u = \sum_i k_i k_i \quad (1.4)$$

a qual é equivalente a um neurônio artificial com função de ativação linear (ver anexo 2). Portanto, os controladores propostos podem ser implementados usando RNAs.

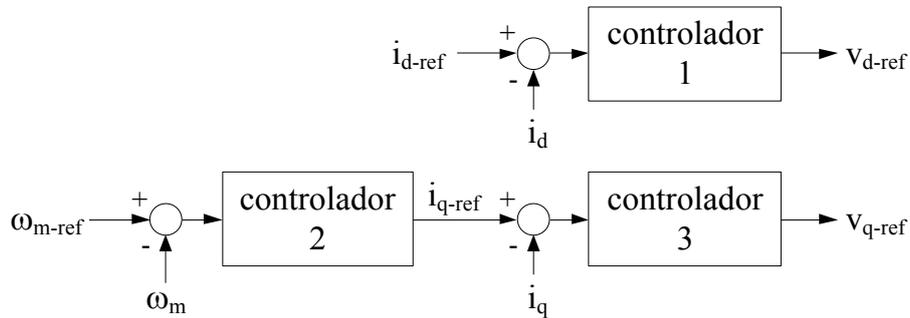


Figura 1.5. Malhas de controle usadas convencionais no controle do MSIP.

1.7. Comentários Finais e Sumário

O presente capítulo mostrou diferentes tecnologias para a fabricação de acionamentos de velocidade variável, com especial ênfase nos VEs e VHEs. O MSIP foi escolhido pela sua eficiência energética e simplicidade de modelagem em relação ao motor de indução. Os objetivos e inovações propostas da Tese de Doutorado foram definidos.

A presente Tese de Doutorado está organizada da seguinte maneira. O capítulo 2 descreve conceitos básicos sobre a modelagem e o controle do MSIP. A técnica de controle proposto, baseada na modelagem Takagi-Sugeno *Fuzzy*, nos controladores de modelagem interna e nas desigualdades lineares matriciais (*Linear Matrix Inequalities* – *LMI* em Inglês), é explicada no capítulo 3. O capítulo 4 explica a aplicação da multiplexação no domínio da frequência (MDF) no controle vetorial do MSIP. O capítulo 5 descreve o controlador proposto e o estimador de velocidade baseado na modificação do observador de Luenberger. Os resultados de simulação e experimentais são mostrados no capítulo 6. Finalmente, são apresentadas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2. MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃ PERMANENTE

2.1. Introdução

Tradicionalmente, a máquina síncrona era quase exclusivamente aplicada em sistemas de potência, como geradores ou como compensadores síncronos para controle de fluxo de potência reativa de um sistema elétrico. Controlando a excitação de campo, o motor pode operar sub ou sobre excitado. Desta maneira, é possível absorver corrente atrasada ou adiantada em relação à tensão de alimentação.

O motor de corrente contínua (CC) eram os mais utilizados no desenvolvimento de servomecanismos de posição ou velocidade, devido a seu desempenho e controle simples. Não obstante, o uso de motores CC possuem desvantagens: a necessidade de manutenção constante (pelas escovas e comutadores), alta relação de volume por unidade de potência, e custos.

Com o desenvolvimento da eletrônica de potência e das técnicas de controle vetorial, foi possível a utilização de motores de corrente alternada (CA) na fabricação de servomecanismos com desempenho semelhante ao obtido com os motores CC. Adicionalmente, o avanço tecnológico dos processadores digitais (micro controladores, *DSPs*, etc.) permitiu o desenvolvimento de técnicas de controle e estimação com respostas dinâmicas excelentes.

O motor síncrono de ímã permanente (MSIP) é similar aos motores síncronos (deve ter sua frequência de excitação sincronizada com sua velocidade mecânica), exceto pelo fato de não existir o enrolamento de campo no rotor. O campo magnético é gerado através de um conjunto de ímãs permanentes montado na superfície do rotor ou acoplado internamente no rotor. Esta estrutura permite contar com um fluxo constante. Adicionalmente, como não há bobinas de campo, não existem perdas no cobre do rotor e, portanto, sua eficiência é maior. As demais perdas devem-se principalmente ao enrolamento do estator. O conjugado do MSIP é composto por duas componentes: a interação da força magnetomotriz (produzida pelas correntes nos enrolamentos estatóricos), e pelas propriedades eletromagnéticas do rotor (principalmente pelo fluxo magnético dos ímãs).

Em alguns casos, o MSIP possui enrolamentos auxiliares que facilitam o arranque do motor, já que o motor parte como um motor de indução, até atingir uma velocidade próxima à velocidade síncrona. Depois, o MSIP é colocado em sincronismo pela ação dos torques de relutância e eletromagnético. Entretanto, os enrolamentos auxiliares diminuem a eficiência, a densidade de potência, a relação torque/inércia e a resposta dinâmica do MSIP. Por tal motivo, o MSIP sem enrolamentos auxiliares é o mais utilizado em acionamentos de velocidade variável. Porém, esta topologia incrementa a complexidade do controle. O uso da eletrônica de potência e técnicas de controle é necessário para a partida do MSIP e para gerar torque útil em regime permanente.

O MSIP, teoricamente, pode ser construído com qualquer número de par de polos. Aumentando-se o número de polos, aumenta-se o conjugado para o mesmo nível de corrente. Não obstante, devido ao espaço necessário entre os ímãs o conjugado atinge um limite.

2.1. Classificação

O MSIP pode ser classificado quanto à forma da força contra eletromotriz (CFEM) e de acordo com o posicionamento dos ímãs no rotor [31].

2.1.1. Pela Forma da FEM

Quanto à forma de onda da CFEM, o MSIP pode ter CFEM trapezoidal (chamado também como motor CC sem escovas ou *brushless*), e CFEM senoidal.

O MSIP com CFEM trapezoidal é construído geralmente com enrolamentos concentrados nas ranhuras do estator. As bobinas de uma fase são colocadas em posição diametralmente oposta e ligadas em série formando uma fase da armadura. Deste modo, a bobina tem passo polar pleno. Também são utilizados ímãs na superfície do rotor com arco polar próximo de 180° elétricos, o que proporciona uma distribuição da densidade de fluxo magnético praticamente constante no entreferro. Este tipo de motor síncrono apresenta baixa constante de tempo na resposta da variação do conjugado com a corrente de armadura. Não obstante, a maior desvantagem deste motor é a produção de torque com ondulação, devido à interação dos ímãs com as ranhuras do estator. A Figura 2.1 mostra a forma de onda da FEM para este tipo de motor.

Por outro lado, o MSIP de CFEM senoidal é constituído por um estator com núcleo de aço laminado e ranhuras uniformes. Deste modo, os enrolamentos das fases são distribuídos uniformemente de forma semelhante às máquinas de indução. Geralmente, o número de ranhuras por polo e por fase é maior que dois. A indutância de acoplamento varia senoidalmente com a posição do rotor. O estator desta máquina é alimentado com tensões e correntes senoidais. Nos sistemas de acionamento utilizados atualmente, um inversor trifásico é utilizado para alimentar o motor. A Figura 2.2 mostra a forma de onda da CFEM do MSIP senoidal.

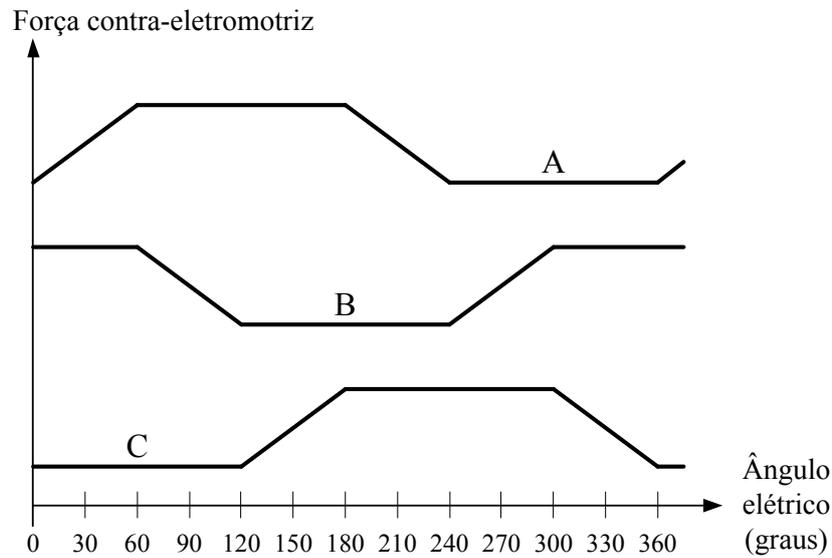


Figura 2.1. CFEM do MSIP trapezoidal.

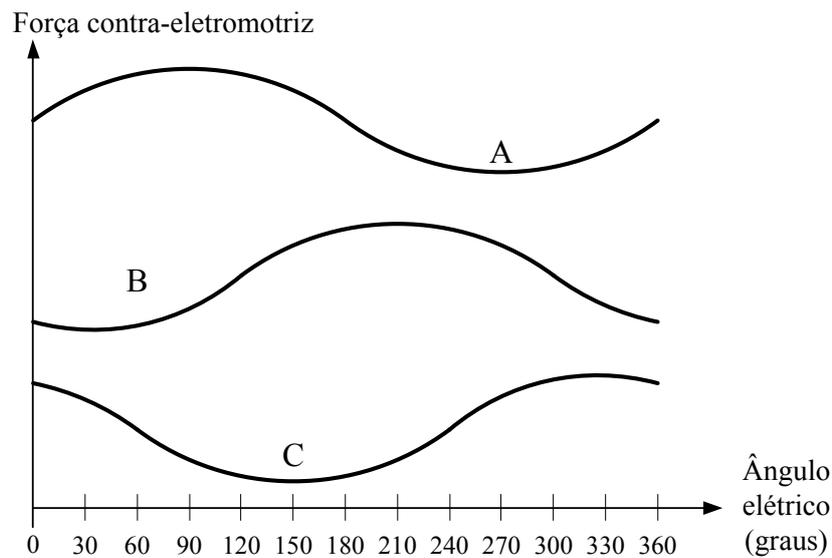


Figura 2.2. CFEM do MSIP senoidal.

2.1.2. Pela Distribuição dos Ímãs no Rotor

Pela locação dos ímãs no rotor, o MSIP pode ser de polos salientes ou de polos não salientes.

Os ímãs no MSIP de polos não salientes estão distribuídos na superfície do rotor. O rotor é de aço, que pode ser sólido ou fabricado utilizando lâminas de metal. Sendo que a permeabilidade dos ímãs permanentes é próxima à unidade, e como os ímãs estão montados na superfície, o entreferro é uniforme e grande. Isso faz que as indutâncias nos eixos diretos e de quadratura sejam iguais. Ademais, este tipo de MSIP possui uma reação da armadura menor em comparação aos MSIP de polos salientes.

Por outro lado, o MSIP de polos salientes, possui seus ímãs no interior do rotor. Esta estrutura permite a este tipo de motor ser mais robusto e operar a maiores velocidades que o MSIP de polos não salientes. Ademais, o entreferro no eixo direto é maior que no eixo de quadratura. Isso faz à indutância no eixo direto maior e que a reação de armadura seja um fator importante no comportamento do motor.

A Figura 2.3 mostra diferentes topologias de montagem dos ímãs no MSIP: Configuração clássica (a), ímãs montados na superfície (b), ímãs implantados (c), ímãs montados no interior (d), ímãs enterrados e simetricamente distribuídos (e), ímãs enterrados e assimetricamente distribuídos (f).

2.2. Modelagem do MSIP

Na presente modelagem do MSIP, desconsidera-se efeitos de temperatura no cobre, perdas no ferro, e efeitos de saturação magnética. Inicialmente, considera-se um motor síncrono como rotor bobinado como amostrado na Figura 2.4. O eixo d está alinhado com a orientação do fluxo magnético do rotor, enquanto que o eixo q encontra-se em quadratura com o eixo d .

As equações (2.1) e (2.2) descrevem o modelo trifásico do MSIP [31].

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$v_f = r_f i_f + \frac{d}{dt} \lambda_f \quad (2.2)$$

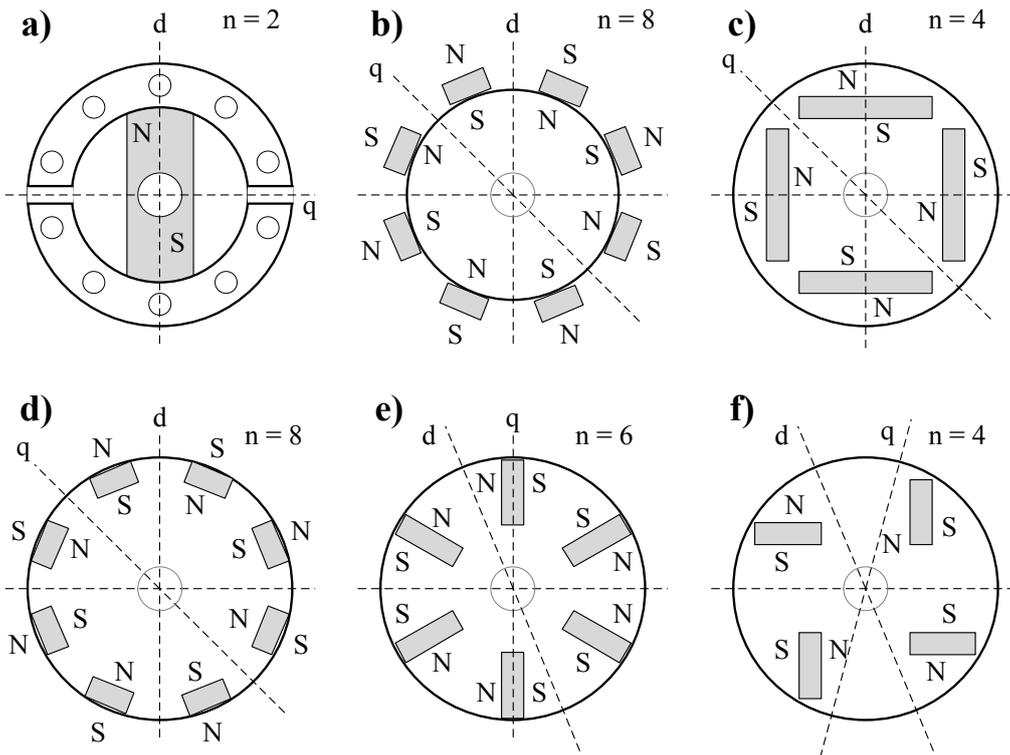


Figura 2.3. Topologias de montagem dos ímãs permanentes no MSIP.

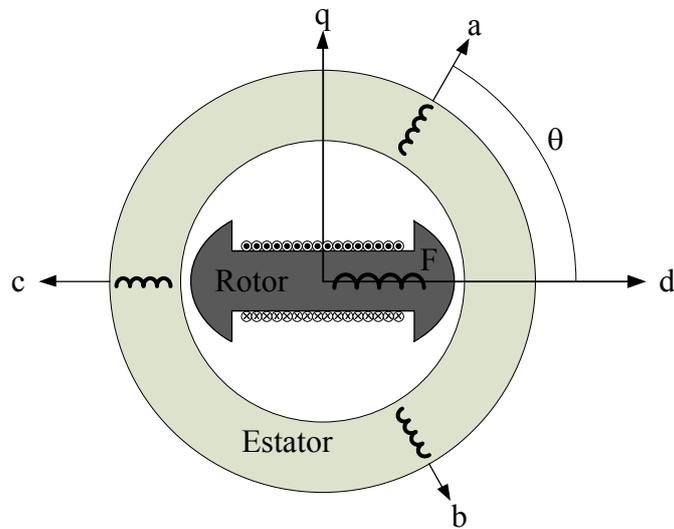


Figura 2.4. Motor síncrono com rotor bobinado.

O fluxo concatenado nas três fases é dado pela equação (2.3):

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

sendo L_{xx} e L_{xy} ($x, y = a, b, c, F$) as indutâncias próprias e mútuas, respectivamente. Tais indutâncias dependem do ângulo elétrico θ_e entre o estator e o rotor. Não obstante, podem-se desconsiderar os termos superiores ao de 2ª ordem da série de Fourier. Nesse caso, as indutâncias próprias e mútuas podem ser aproximadas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_l + L_0 + L_2 \cos(\theta_e) \\ L_{bb} &= L_l + L_0 + L_2 \cos(\theta_e + 2\pi/3) \\ L_{cc} &= L_l + L_0 + L_2 \cos(\theta_e - 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} L_{bc} &= L_{cb} = -0.5L_0 + L_2 \cos(2\theta_e) \\ L_{ac} &= L_{ca} = -0.5L_0 + L_2 \cos(2\theta_e + 2\pi/3) \\ L_{ab} &= L_{ba} = -0.5L_0 + L_2 \cos(2\theta_e - 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} L_{aF} &= L_{Fa} = M_F \cos(2\theta_e) \\ L_{bF} &= L_{Fb} = M_F \cos(2\theta_e - 2\pi/3) \\ L_{cF} &= L_{Fc} = M_F \cos(2\theta_e + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2.6)$$

sendo L_l, L_0, L_2 e M_F a indutância de dispersão, a indutância devida à componente média do fluxo no entreferro, a amplitude da variação de indutância devida ao fluxo dependente da posição do rotor, e a indutância mútua entre o estator e o campo do rotor, respectivamente. Como L_l e L_0 são independentes da posição angular do rotor, podem ser agrupadas da seguinte maneira:

$$L_s = L_l + L_0 \quad (2.7)$$

As indutâncias do rotor não dependem da posição angular do rotor. Portanto:

$$L_{FF} = L_{lF} + L_{pF} \quad (2.8)$$

sendo L_{lF} e L_{pF} a indutância de dispersão e a indutância relacionada com o percurso do fluxo principal de fluxo, respectivamente. No caso do MSIP com força eletromotriz senoidal, o rotor não possui enrolamentos. Portanto, v_f e i_f não existem.

Para obter um modelo simplificado de uma máquina trifásica de corrente alternada, utiliza-se a transformada de Park, uma operação matemática que representa um conjunto de variáveis trifásicas $\mathbf{F}_{abc} = [f_a \ f_b \ f_c]^T$, em um sistema de referência ortogonal dq0, onde as novas variáveis obtidas $\mathbf{F}_{dq0} = [f_d \ f_q \ f_0]^T$ são desacopladas [10], [11]. A equação (2.9) mostra a matriz de transformação de Park.

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \text{sen}(\sigma) & \text{sen}(\sigma - 2\pi/3) & \text{sen}(\sigma + 2\pi/3) \\ \text{cos}(\sigma) & \text{cos}(\sigma - 2\pi/3) & \text{cos}(\sigma - 2\pi/3) \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

sendo σ o ângulo do sistema de referência dq . Geralmente, usa-se o ângulo elétrico do MSIP (θ_e), o qual é igual à posição angular (θ) multiplicada pelo número de pares de polos (n):

$$\sigma = \theta_e = n\theta \quad (2.10)$$

Na análise de máquinas trifásicas de corrente alternada, as componentes f_d e f_q são associadas aos circuitos de campo (gerador de fluxo magnético) e de armadura (responsável pelo torque) de uma máquina de corrente contínua respectivamente [7]. Ademais, pode-se observar que a componente f_0 é sempre zero no caso de sistemas trifásicos balanceados e com neutro isolado.

Aplicando a transformada de Park as equações do MSIP desenvolvidas anteriormente, tem-se:

$$v_d = ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} - n\omega_m L_q i_q \quad (2.11)$$

$$v_q = ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + n\omega_m L_d i_d + n\phi\omega_m \quad (2.12)$$

$$e = n\phi\omega_m \quad (2.13)$$

$$\lambda_d = L_d i_d + \phi \quad (2.14)$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (2.15)$$

sendo:

- v_d, v_q : tensões estatóricas nos eixos d e q ;
- i_d, i_q : correntes estatóricas nos eixos d e q ;
- L_d, L_q : auto-indutâncias nos eixos d e q ;
- λ_d, λ_q : fluxos magnéticos enlaçados nos eixos d e q ;
- b : coeficiente de atrito do rotor;
- e : força contra eletromotriz;
- n : número de pares de polos;

- r : resistência nos enrolamentos do estator.
- ϕ : fluxo magnético dos ímãs;
- θ : posição angular do eixo do rotor;
- ω_m : velocidade angular.

As equações (2.11) e (2.12) definem dois circuitos d e q , semelhantes aos circuitos de campo e armadura do motor CC. Tais circuitos são mostrados na Figura 2.5. As equações (2.16) e (2.17) mostram a relação entre as indutâncias L_d , L_q com as indutâncias do modelo trifásico do MSIP:

$$L_d = L_l + 1.5(L_0 + L_2) \quad (2.16)$$

$$L_q = L_l + 1.5(L_0 - L_2) \quad (2.17)$$

O torque eletromecânico (t_{em}) pode ser calculado do seguinte modo:

$$t_{em} = 1.5n(\phi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \quad (2.18)$$

No caso do MSIP com polos não salientes ($L_d = L_q$):

$$t_{em} = 1.5n\phi i_q \quad (2.19)$$

As equações mecânicas do MSIP são as seguintes:

$$t_{em} - t_L = j_r \frac{d\omega_m}{dt} + b\omega_m \quad (2.20)$$

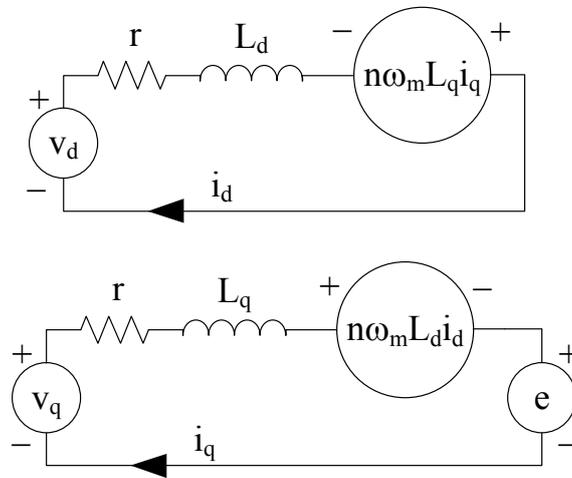


Figura 2.5. Circuitos d e q no MSIP.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.21)$$

Sendo t_L o torque de carga, j_r a inércia do rotor, e b o coeficiente de atrito.

2.3. Controle Vetorial do MSIP

O controle vetorial é baseado na representação de vetores, correntes e fluxos como vetores espaciais definidos em sistemas de referência tanto estacionários como girantes. A equação (2.22) mostra como representar variáveis trifásicas através do vetor espacial $\mathbf{f}_{\alpha\beta} = [f_\alpha \ f_\beta]^T$ definido no sistema de referência ilustrado na Figura 2.6.

$$\mathbf{f}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

A representação do vetor $\mathbf{F}_{\alpha\beta}$ no sistema de referência dq pode ser feita através da seguinte operação:

$$\mathbf{f}_{dq} = \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) & -\cos(\theta_e) \\ \cos(\theta_e) & \sin(\theta_e) \end{bmatrix} \mathbf{f}_{\alpha\beta} \quad (2.23)$$

sendo que \mathbf{F}_{dq} é o vetor que representa as grandezas trifásicas no sistema de referência dq , enquanto que $\theta_e = n\theta$ é o ângulo elétrico do MSIP.

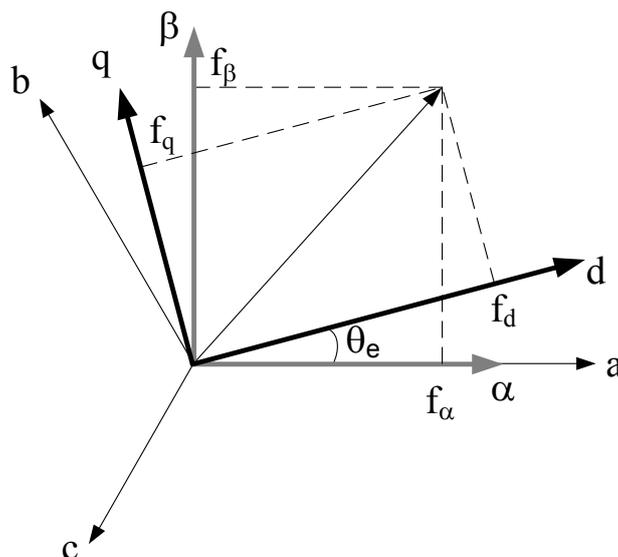


Figura 2.6. Sistemas de referência $\alpha\beta$ e dq .

A transformação inversa também é possível, considerando que as grandezas trifásicas são balanceadas:

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta_e) & \text{cos}(\theta_e) \\ -\text{cos}(\theta_e) & \text{sen}(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & 0.5\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$f_a + f_b + f_c = 0 \quad (2.26)$$

As equações (2.14) e (2.19) indicam que o fluxo e o torque dependem das correntes i_d e i_q . No caso do MSIP de polos não salientes, o torque eletromecânico depende somente de i_q . Portanto, ajustando adequadamente i_q podem-se controlar o torque, a velocidade e a posição angular do MSIP.

Por outro lado, os ímãs permanentes geram um fluxo de campo, não sendo necessária uma corrente magnetizante. Para operar com máxima eficiência, procura-se fazer com que a corrente i_d seja zero. Somente quando é desejado operar a uma velocidade maior que a nominal, a corrente desejada no eixo d assume valores negativos. Esta técnica é chamada enfraquecimento de campo [8]. A velocidade máxima que pode atingir o motor aumenta, mas diminui o torque que pode produzir.

A Figura 2.7 mostra o esquema de um controle convencional para o MSIP. Podem-se observar três malhas fechadas de controle: uma malha de velocidade e duas malhas que controlam as correntes i_d e i_q . A malha de velocidade estima a corrente i_q de referência para atingir a velocidade desejada. A referência da corrente no eixo d é mantida em zero. As malhas de correntes calculam as referências das tensões v_d e v_q . As referências das tensões por fase podem ser calculadas através das equações (2.24), (2.25) e (2.26). Uma técnica de modulação como a modulação por vetores espaciais (*SVPWM*) pode ser utilizada para controlar o chaveamento do inversor.

Convencionalmente, um regulador PID é usado em cada malha de controle, pela sua estrutura e técnicas de sintonização simples. Não obstante, este tipo de reguladores possui um baixo desempenho no controle de sistemas não lineares como o MSIP, porque a dinâmica destes sistemas muda com o ponto de operação, a carga muda com o tempo, e os parâmetros do motor também mudam (por desgaste mecânico, temperatura ambiental, aquecimento dos enrolamentos, desmagnetização dos ímãs, etc.).

Diferentes técnicas foram desenvolvidas para melhorar o desempenho do MSIP. Conforme discutido em [34], tais técnicas podem ser usadas em duas maneiras:

- Como um sistema supervisor que fornece parâmetros adequados ao controlador, como por exemplo, os ganhos de um regulador PID. Podem estar baseados em algum critério de otimização robusto [35], [36], redes neurais [37], lógica difusa [38], ou algoritmos genéticos [39], [40].
- Diretamente para gerar os sinais de controle. Têm-se controladores robustos [41]–[43], baseados em redes neurais [44]–[46], lógica difusa [47], [48], sistemas híbridos como os neuro-difusos [49], [50], aplicação de desigualdades lineares matriciais (*Linear Matrix Inequalities – LMI* em Inglês) com sistemas *Fuzzy* [51]–[53], entre outros.

Diferentes algoritmos de controle para MSIP foram implementados em *FPGA*. Controladores PID no controle vetorial são descritos em [54], [55]. Um controlador baseado em redes neurais artificiais é descrito em [56]. Kung e Tsai [57] implementaram um controlador difuso. Os controladores antes descritos estão focados na otimização do hardware utilizado, porque os algoritmos de inteligência artificial requerem um alto número de operações matemáticas de números reais, o que demanda muitos recursos do *FPGA* [58].

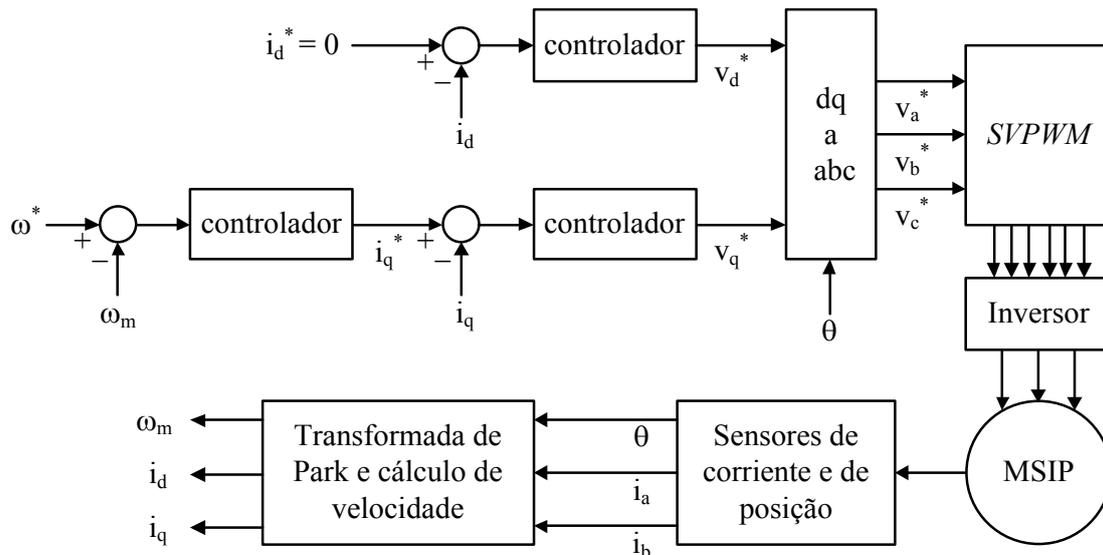


Figura 2.7. Controle convencional em malha fechada de um MSIP.

2.4. Estimador de Luenberger

Em determinadas aplicações, o uso de sensores de posição ou velocidade dificulta a utilização do MSIP em sistemas que requeiram maior robustez, confiabilidade e custo reduzido. Por isso, técnicas de controle do MSIP sem uso de sensores de posição (*sensorless*) foram propostas na literatura. O desenvolvimento destas técnicas procura atingir pelo menos um dos seguintes objetivos:

- Um melhor desempenho dinâmico e pequeno erro de estimação em regime permanente.
- Facilidade da implementação, de modo a permitir o uso em sistemas de baixo custo.

O estimador de velocidade proposto na presente Tese de Doutorado baseia-se no observador de Luenberger convencionalmente usado no controle do MSIP. Por tal motivo, este observador será explicado nesta seção. Outras técnicas de estimação de velocidade são descritas no Anexo 3.

O observador de Luenberger permite estimar o vetor de estado a partir do conhecimento dos parâmetros da planta e a saída do sistema. Para o sistema linear mostrado em (2.27) [59]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t)\end{aligned}\tag{2.27}$$

O observador de Luenberger possui a seguinte estrutura:

$$\dot{\mathbf{x}}_{est}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_{est}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_{est}(t))\tag{2.28}$$

sendo $\mathbf{x}_{est}(t)$ o vetor de estado estimado, \mathbf{L} é o ganho do estimador, enquanto que $\mathbf{y}_{est}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_{est}(t)$ é a saída estimada e $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$. Portanto:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_{est}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}_{est}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}(\mathbf{C}\mathbf{x}(t) - \mathbf{C}\mathbf{x}_{est}(t)) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}_{est}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\mathbf{C}(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{est}(t))\end{aligned}\tag{2.29}$$

Subtraindo (2.29) de (2.27), tem-se:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}_{est}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{est}(t)) - \mathbf{L}\mathbf{C}(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{est}(t))\tag{2.30}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= \mathbf{A}z(t) - \mathbf{L}Cz(t) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}C)z(t)\end{aligned}\quad (2.31)$$

sendo $z(t)$ o vetor de erro de estimação. Seleccionando adequadamente a matriz de ganho L , para garantir a estabilidade assintótica de (2.31), o vetor $z(t)$ tende a zero. Portanto, o vetor de estado estimado é uma boa aproximação do vetor de estado real. A estrutura do observador de Luenberger é mostrada na Figura 2.8.

Em [59] propõe-se um observador de Luenberger para estimar o ângulo elétrico e a velocidade mecânica do MSIP, baseado na estimação da força eletromotriz. O modelo do MSIP de polos não salientes no sistema de referência estacionário é descrito pelas equações (2.32) e (2.33):

$$\frac{di_\alpha(t)}{dt} = -\frac{r}{L}i_\alpha(t) + \frac{1}{L}v_\alpha(t) - \frac{1}{L}e_\alpha(t) \quad (2.32)$$

$$\frac{di_\beta(t)}{dt} = -\frac{r}{L}i_\beta(t) + \frac{1}{L}v_\beta(t) - \frac{1}{L}e_\beta(t) \quad (2.33)$$

sendo $e_\alpha(t)$ e $e_\beta(t)$ a forças contra-eletromotrizes nos eixos α e β :

$$e_\alpha(t) = n\phi\omega(t)\cos(n\theta) \quad (2.34)$$

$$e_\beta(t) = n\phi\omega(t)\sin(n\theta) \quad (2.35)$$

No observador proposto em [59], considera-se que a derivada das forças contra-eletromotrizes é zero:

$$\frac{de_\alpha(t)}{dt} \approx 0, \quad \frac{de_\beta(t)}{dt} \approx 0 \quad (2.36)$$

A modelagem em espaço de estados do sistema a ser observado é obtida através de (2.74), (2.75), (2.76), (2.77) e (2.78):

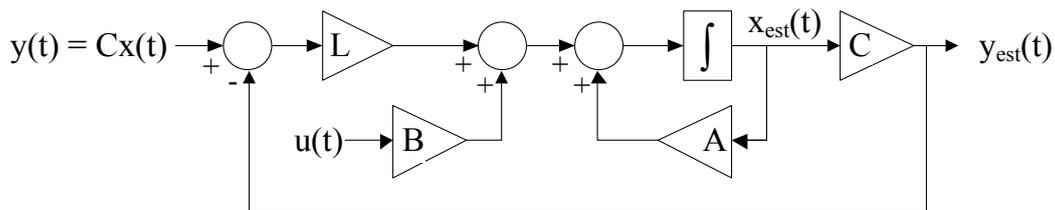


Figura 2.8. Observador de Luenberger.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \\ e_\alpha(t) \\ e_\beta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r/L & 0 & -1/L & 0 \\ 0 & -r/L & 0 & -1/L \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \\ e_\alpha(t) \\ e_\beta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 1/L \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \\ e_\alpha(t) \\ e_\beta(t) \end{bmatrix}$$

O sistema em (2.37) considera as correntes e forças contra-eletromotrizes como as variáveis de estado. As saídas deste sistema são as correntes do estator nos eixos $\alpha\beta$, as quais são conhecidas por meio dos sensores de corrente. Portanto, podem-se estimar $e_\alpha(t)$ e $e_\beta(t)$. A posição angular é calculada utilizando (2.38):

$$\frac{e_\alpha(t)}{e_\beta(t)} = \frac{\text{sen}(n\theta)}{\text{cos}(n\theta)} = \tan(n\theta) \quad (2.38)$$

Por outro lado, no controle de velocidade do MSIP, a posição angular muda. Portanto, a aproximação efetuada em (2.36) é inadequada para altas velocidades.

2.5. Comentários Finais

Neste capítulo foram descritos os diferentes modelos de MSIP, a filosofia do controle vetorial e as técnicas de estimação de velocidade. Pode-se observar que o MSIP é um sistema não linear cujo controle é um tema de pesquisa atual. Adicionalmente, procura-se um controle que permita a operação em diferentes pontos de operação. Por tal razão, o seguinte capítulo vai descrever os sistemas Takagi-Sugeno *Fuzzy* que são muito utilizados na modelagem e controle de sistemas não lineares.

CAPÍTULO 3. SISTEMAS TAKAGI-SUGENO *FUZZY*

3.1. Introdução

A transformada de Park simplificou a modelagem do MSIP, definindo variáveis desacopladas e indutâncias que não dependem da posição angular. Contudo, o modelo dq do MSIP é ainda um sistema não linear. Portanto, sua dinâmica depende do ponto de operação. Por outro lado, em aplicações como a fabricação de VEs e VEHs, é necessário que o motor possua uma boa resposta dinâmica para diferentes pontos de operação.

Nesta Tese de Doutorado, propõe-se o uso da técnica de modelagem Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TSF) para projetar a rede neural que vai controlar o MSIP. Esta técnica permite modelar um sistema não linear como uma combinação de modelos lineares locais [60]. Em muitas aplicações, o projeto de controladores baseados na técnica TSF é efetuado através do uso de desigualdades lineares matriciais (*Linear Matrix Inequalities* – *LMI* em Inglês). Adicionalmente, a técnica TSF será integrada aos controladores de modelagem interna (CMI) para obter um sistema de controle robusto e preciso.

3.2. Uso de Modelos Locais para Representar um Sistema Não Linear

A Figura 3.1 ilustra o conceito da técnica de modelagem Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TSF). Considera-se $g(x)$ como a função não linear a modelar. Algumas técnicas de controle estão baseadas na linearização de $g(x)$ em um ponto médio de operação (x_0). Pode-se usar séries de Taylor para efetuar a aproximação:

$$g(x) = g(x_0) + (x - x_0) \left. \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right|_{x=x_0} + \dots \quad (3.1)$$

Porém, esta aproximação não é tão boa quando o ponto de operação é muito diferente de x_0 .

A técnica de modelagem Takagi-Sugeno *Fuzzy* pode ser compreendida da seguinte maneira. A Figura 3.1 mostra que as funções lineares $g_1(x)$ e $g_2(x)$ delimitam os valores de $g(x)$ em uma faixa específica de operação:

$$g_2(x) \leq g(x) \leq g_1(x), \quad x \in [x_2 \quad x_1] \quad (3.2)$$

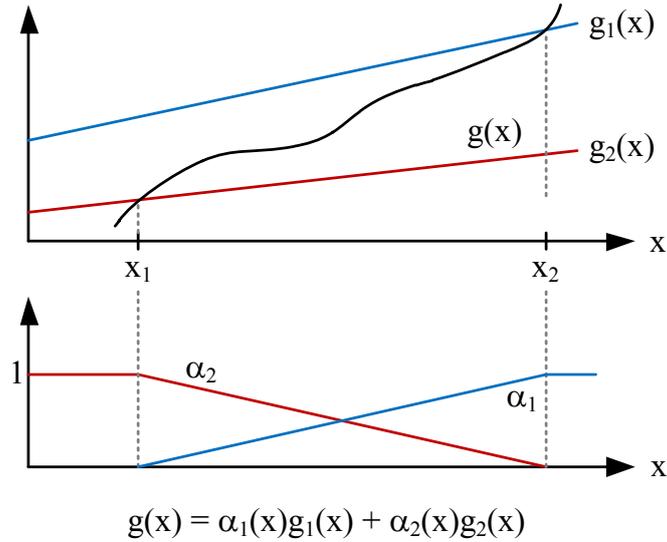


Figura 3.1. Conceito da técnica de modelagem TSF.

Adotando-se $g_1(x)$ e $g_2(x)$ como modelos lineares locais, e as funções $\alpha_1(x)$ e $\alpha_2(x)$ como funções de pertinência, é possível representar $g(x)$ da seguinte maneira:

$$g(x) = \alpha_1(x)g_1(x) + \alpha_2(x)g_2(x), \quad x \in [x_2 \quad x_1] \quad (3.3)$$

As funções de pertinência devem obedecer as seguintes regras:

$$0 < \alpha_i(x), \quad \sum \alpha_i(x) = 1, \quad i = 1, \dots \quad (3.4)$$

Na prática, existem diferentes metodologias para obter os modelos locais e as funções de pertinência. Na presente Tese é usada a técnica de modelagem exata explicada em [61].

3.3. Modelagem Takagi-Sugeno Fuzzy

A seção anterior ilustrou a ideia da técnica de modelagem TSF. Agora, será explicada a metodologia para obter o modelo TSF de um sistema não linear. Considera-se o seguinte sistema não linear:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

sendo $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$ o vetor de estados, $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^m$ o vetor de entrada, $\mathbf{y}(t) \in \mathfrak{R}^m$ o vetor de saída, enquanto que $\mathbf{A}(\mathbf{x}) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}) \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ e $\mathbf{C}(\mathbf{x}) \in \mathfrak{R}^{q \times n}$ são matrizes que podem depender dos estados do sistema.

A técnica de modelagem Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TSF) representa a dinâmica desta planta por um conjunto de implicações *Fuzzy* que caracterizam relações locais no espaço de estados. Usa-se um conjunto de regras *Fuzzy*, e cada implicação *Fuzzy* descreve um modelo linear com a seguinte estrutura [62]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (3.6)$$

sendo $i = 1, \dots, r$ o i -ésimo modelo linear, $\mathbf{A}_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ e $\mathbf{C}_i \in \mathfrak{R}^{q \times n}$ são as matrizes que definem o modelo local. Assim, cada regra *Fuzzy* pode ser estabelecida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\text{Regra } i: & \text{ Se } z_1(t) \text{ é } \Psi_1^i \text{ e } \dots \text{ e Se } z_p(t) \text{ é } \Psi_p^i, \text{ então :} \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (3.7)$$

O modelo *Fuzzy* global do sistema é obtido pela combinação *Fuzzy* destes modelos lineares locais. Utilizando a técnica de centro de gravidade para defuzzificar, tem-se:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (3.8)$$

sendo α_i a função de pertinência do i -ésimo modelo local ($i: 1, \dots, r$). As funções de pertinência possuem as seguintes propriedades:

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1 \quad (3.9)$$

$$0 < \alpha_i \quad (3.10)$$

Através destas propriedades, pode-se verificar que:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t) \quad (3.13)$$

As funções de pertinência podem ser obtidas de diferentes modos. Nesta Tese de Doutorado, será utilizada a técnica de modelagem exata descrita em [61]. Em primeiro lugar, devem-se identificar cada termo não constante nas matrizes $\mathbf{A}(\mathbf{x})$, $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{C}(\mathbf{x})$ do modelo original. Se existir h termos não constantes f_k ($k = 1, \dots, h$), então o modelo Takagi-Sugeno *Fuzzy* da planta terá $r = 2^h$ modelos locais.

$$r = 2^h \quad (3.14)$$

Para cada termo f_k , definir seus valores máximos e mínimos esperados:

$$f_{k1} = \max(f_k) \quad (3.15)$$

$$f_{k2} = \min(f_k) \quad (3.16)$$

Na sequência, definem-se as variáveis σ_{k1} e σ_{k2} :

$$\sigma_{k1} = \frac{f_k - f_{k2}}{f_{k1} - f_{k2}} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{k2} = \frac{f_{k1} - f_k}{f_{k1} - f_{k2}} \quad (3.18)$$

Podem-se verificar as seguintes propriedades:

$$0 \leq \sigma_{k1}, \quad 0 \leq \sigma_{k2} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{k1} + \sigma_{k2} &= \frac{f_k - f_{k2}}{f_{k1} - f_{k2}} + \frac{f_{k1} - f_k}{f_{k1} - f_{k2}} \\ &= \frac{f_{k1} - f_{k2}}{f_{k1} - f_{k2}} \\ &= 1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{k1} f_{k1} + \sigma_{k2} f_{k2} &= \frac{f_k - f_{k2}}{f_{k1} - f_{k2}} f_{k1} + \frac{f_{k1} - f_k}{f_{k1} - f_{k2}} f_{k2} \\ &= \frac{f_{k1} f_k - f_{k2} f_k}{f_{k1} - f_{k2}} \\ &= \frac{(f_{k1} - f_{k2}) f_k}{f_{k1} - f_{k2}} \\ &= f_k \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\sigma_{k1} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^h (\sigma_{l1} + \sigma_{l2}) = \sigma_{k1} \quad (3.22)$$

$$\sigma_{k2} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^h (\sigma_{l1} + \sigma_{l2}) = \sigma_{k2} \quad (3.23)$$

Combinando (3.21) e (3.23), tem-se:

$$f_k = \sigma_{k1} \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^h (\sigma_{l1} + \sigma_{l2}) \right) f_{k1} + \sigma_{k2} \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^h (\sigma_{l1} + \sigma_{l2}) \right) f_{k2}, \quad k = 1, \dots, h \quad (3.24)$$

Ao substituir cada termo f_k pela equação (3.24), pode-se obter uma expressão equivalente à equação (3.8). No entanto, tal procedimento é difícil de executar quando o número de modelos locais é muito grande.

Na sequência, será explicada uma técnica para obter as funções de pertinência e modelos locais, cujos resultados são equivalentes aos obtidos através da equação (3.24). A Figura 3.1 mostra que funções que delimitam superiormente e inferiormente uma função não linear podem ser usadas como modelos locais. Esse conceito pode ser usado para obter os modelos locais e as funções de transferência. Para uma melhor compreensão desta técnica, o seguinte exemplo será desenvolvido. Considera-se o seguinte modelo em espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & f_1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ f_2 \end{bmatrix} u(t), \quad -1 \leq f_1 \leq 1, \quad -2 \leq f_2 \leq 2 \\ y(t) &= [1 \quad 0] \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Pode-se observar que o sistema possui duas não linearidades produzidas pelos termos f_1 e f_2 . Definem-se os termos f_{11}, f_{12}, f_{21} e f_{22} do seguinte modo:

$$\begin{aligned} f_{11} &= \max(f_1) = 1 \\ f_{12} &= \min(f_1) = -1 \\ f_{21} &= \max(f_2) = 2 \\ f_{22} &= \min(f_2) = -2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

O segundo passo é o cálculo dos termos $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}$ e σ_{22} segundo as equações (3.17) e (3.18):

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= \frac{f_1 + 1}{2} \\
\sigma_{12} &= \frac{1 - f_1}{2} \\
\sigma_{21} &= \frac{f_2 + 2}{4} \\
\sigma_{22} &= \frac{2 - f_2}{4}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Pode-se observar que $\sigma_{11} + \sigma_{12} = \sigma_{21} + \sigma_{22} = 1$, e que todos os termos são maiores ou iguais a zero. Aplicando a propriedade descrita na equação (3.24), tem-se:

$$\begin{aligned}
f_1 &= \sigma_{11}(\sigma_{21} + \sigma_{22})f_{11} + \sigma_{12}(\sigma_{21} + \sigma_{22})f_{12} \\
&= \sigma_{11}\sigma_{21}f_{11} + \sigma_{11}\sigma_{22}f_{11} + \sigma_{12}\sigma_{21}f_{12} + \sigma_{12}\sigma_{22}f_{12} \\
&= \alpha_1 f_{11} + \alpha_2 f_{11} + \alpha_3 f_{12} + \alpha_4 f_{12}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}
f_2 &= f_{21}\sigma_{21}(\sigma_{11} + \sigma_{12}) + f_{22}\sigma_{22}(\sigma_{11} + \sigma_{12}) \\
&= \sigma_{11}\sigma_{21}f_{21} + \sigma_{12}\sigma_{21}f_{21} + \sigma_{11}\sigma_{22}f_{22} + \sigma_{12}\sigma_{22}f_{22} \\
&= \sigma_{11}\sigma_{21}f_{21} + \sigma_{11}\sigma_{22}f_{22} + \sigma_{12}\sigma_{21}f_{21} + \sigma_{12}\sigma_{22}f_{22} \\
&= \alpha_1 f_{21} + \alpha_2 f_{22} + \alpha_3 f_{21} + \alpha_4 f_{22}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

sendo:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \sigma_{11}\sigma_{21} \\
\alpha_2 &= \sigma_{11}\sigma_{22} \\
\alpha_3 &= \sigma_{12}\sigma_{21} \\
\alpha_4 &= \sigma_{12}\sigma_{22}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

As funções de pertinência descritas na equação (3.30) cumprem as propriedades descritas nas equações (3.9) e (3.10).

$$\begin{aligned}
0 \leq \sigma_{11} \wedge 0 \leq \sigma_{21} &\Rightarrow \alpha_1 = \sigma_{11}\sigma_{21} \geq 0 \\
0 \leq \sigma_{11} \wedge 0 \leq \sigma_{22} &\Rightarrow \alpha_2 = \sigma_{11}\sigma_{22} \geq 0 \\
0 \leq \sigma_{12} \wedge 0 \leq \sigma_{21} &\Rightarrow \alpha_3 = \sigma_{12}\sigma_{21} \geq 0 \\
0 \leq \sigma_{12} \wedge 0 \leq \sigma_{22} &\Rightarrow \alpha_4 = \sigma_{12}\sigma_{22} \geq 0
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 &= \sigma_{11}\sigma_{21} + \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{12}\sigma_{21} + \sigma_{12}\sigma_{22} \\
&= \sigma_{11}(\sigma_{21} + \sigma_{22}) + \sigma_{12}(\sigma_{21} + \sigma_{22}) \\
&= (\sigma_{11} + \sigma_{12})(\sigma_{21} + \sigma_{22}) \\
&= 1
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Substituindo as equações (3.28) e (3.29) no modelo descrito na equação (3.25), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -1 & f_1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 & \alpha_1 f_{11} + \alpha_2 f_{11} + \alpha_3 f_{12} + \alpha_4 f_{12} \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \\ &= \alpha_1 \begin{bmatrix} -1 & f_{11} \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} -1 & f_{11} \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} -1 & f_{12} \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + \alpha_4 \begin{bmatrix} -1 & f_{12} \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 \\ f_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha_1 f_{21} + \alpha_2 f_{22} + \alpha_3 f_{21} + \alpha_4 f_{22} \end{bmatrix} \\ &= \alpha_1 \begin{bmatrix} 2 \\ f_{21} \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 2 \\ f_{22} \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 2 \\ f_{21} \end{bmatrix} + \alpha_4 \begin{bmatrix} 2 \\ f_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Por outro lado, como a matriz de saída $C = [1 \ 0]$ do modelo é constante, e aplicando a equação (3.9), pode-se demonstrar a seguinte equação:

$$[1 \ 0] = \sum_{i=1}^4 \alpha_i [1 \ 0] \quad (3.35)$$

O modelo Takagi-Sugeno *Fuzzy* do sistema descrito em (3.25) é obtido a partir das equações (3.33), (3.34) e (3.35):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{B}_i u(t) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.36)$$

sendo

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -1 & f_{11} \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -1 & f_{11} \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -1 & f_{12} \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -1 & f_{12} \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{21} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{21} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{22} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_3 = \mathbf{C}_4 = [1 \ 0] \quad (3.39)$$

As funções de pertinência do modelo são descritas na equação (3.30). Os modelos locais podem ser definidos da seguinte maneira:

Modelo local 1:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -1 & f_{11} \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{21} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_1 = [1 \quad 0], \quad \alpha_1 = \sigma_{11}\sigma_{21} \quad (3.40)$$

Modelo local 2:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -1 & f_{11} \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_2 = [1 \quad 0], \quad \alpha_2 = \sigma_{11}\sigma_{22} \quad (3.41)$$

Modelo local 3:

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -1 & f_{12} \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{21} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_3 = [1 \quad 0], \quad \alpha_3 = \sigma_{12}\sigma_{21} \quad (3.42)$$

Modelo local 4:

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -1 & f_{12} \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ f_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_4 = [1 \quad 0], \quad \alpha_4 = \sigma_{12}\sigma_{22} \quad (3.43)$$

As equações (3.40), (3.41), (3.42) e (3.43) mostram que existe uma relação entre os índices das variáveis f_{km} ($m = 1, 2$) que substituem os termos f_k e os índices das funções σ_{km} que conformam a função de pertinência de cada modelo local (tais índices foram ressaltados nessas equações). A mesma relação é obtida para modelos Takagi-Sugeno *Fuzzy* com um maior número de não linearidades [59].

Considerando este fato, os modelos locais e as funções de transferência podem ser obtidos através dos seguintes passos:

- Passo 1:** Representar o sistema não linear no espaço de estados, tal como mostrado na equação (3.5).
- Passo 2:** Identificar cada termo não constante (f_k) nas matrizes $\mathbf{A}(x)$, $\mathbf{B}(x)$ e $\mathbf{C}(x)$ do modelo em espaço de estados. Definir h como o número destes termos ($k = 1, \dots, h$).
- Passo 3:** Usar o valor de h e a equação (3.14) para calcular o número de modelos locais necessários.
- Passo 4:** Definir as variáveis f_{k1} e f_{k2} , ($k = 1, \dots, h$) segundo as equações (3.15) e (3.16).
- Passo 5:** Definir as variáveis σ_{k1} e σ_{k2} ($k = 1, \dots, h$) segundo as equações (3.17) e (3.18).

Passo 6: Os modelos locais são todos os diferentes modelos em espaço de estado que podem ser obtidos ao substituir todos os termos f_k pelos seus valores extremos (f_{k1} e f_{k2}). A equação (3.14) indica o número de modelos locais.

Passo 7: Se o i -ésimo modelo local é conformado pelos valores $f_{ka}, f_{kb}, \dots, f_{kz}$. ($a, b, \dots, z = 1, 2$), então a função de pertinência deste modelo local é $\alpha_i = \sigma_{ka} \times \sigma_{kb} \times \dots \times \sigma_{kz}$.

Os passos 6 e 7 podem ser compreendidos observando as equações (3.40), (3.41), (3.42) e (3.43).

3.3. Teorema de Estabilidade de Lyapunov

Com a finalidade de descrever a técnica de desigualdades lineares matriciais, deve-se inicialmente explicar o conceito de estabilidade no sentido de Lyapunov. Para a região no espaço Euclidiano Ω e para o vetor de estado $\mathbf{x}(t) \in \Omega$, as seguintes funções são descritas [63]:

- Função positiva definida: Uma função escalar $V(\mathbf{x})$ é positiva definida em Ω se $V(\mathbf{x}) > 0$ para vetores de estado não nulos e $V(\mathbf{0}) = 0$.
- Função positiva semidefinida: Uma função escalar $V(\mathbf{x})$ é positiva semidefinida se é definida positiva, com exceção para $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ e outros vetores não nulos \mathbf{x}_n sendo que $V(\mathbf{x}_n) = 0$.
- Função negativa definida: A função $V(\mathbf{x})$ é negativa definida se $-V(\mathbf{x})$ for positiva definida.
- Função negativa semidefinida: A função $V(\mathbf{x})$ é negativa semidefinida se $-V(\mathbf{x})$ for positiva semidefinida.

As matrizes reais quadradas simétricas \mathbf{P} ($\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$) também podem ser classificadas em positivas (ou negativas) definidas (ou semidefinidas), utilizando a forma quadrática $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ [63]:

- A matriz simétrica \mathbf{P} é dita positiva definida ($\mathbf{0} < \mathbf{P}$) se $\mathbf{0} < \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$, para todo vetor real \mathbf{x} diferente do vetor nulo ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$).
- A matriz simétrica \mathbf{P} é dita positiva semidefinida ($\mathbf{0} \leq \mathbf{P}$) se $\mathbf{0} \leq \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$, para todo vetor real \mathbf{x} diferente do vetor nulo ($\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$).

- A matriz simétrica \mathbf{P} é dita negativa definida ($\mathbf{P} < \mathbf{0}$) se $-\mathbf{P}$ for positiva definida.
- A matriz simétrica \mathbf{P} é dita negativa definida ($\mathbf{P} \leq \mathbf{0}$) se $-\mathbf{P}$ for positiva semidefinida.

De acordo com o segundo teorema de Lyapunov, um sistema $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ é assintoticamente estável se existe uma função positiva definida $V(\mathbf{x})$ cuja derivada no tempo seja uma função negativa definida:

$$0 < V(\mathbf{x}), \quad \dot{V}(\mathbf{x}) < 0 \quad (3.44)$$

Considere o seguinte modelo de espaço de estados com entrada nula:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) \quad (3.45)$$

Seja sendo \mathbf{P} uma matriz positiva definida ($\mathbf{0} < \mathbf{P}$). A derivada da função quadrática $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}(t)^T \mathbf{P}\mathbf{x}(t)$ pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \frac{d(\mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t))}{dt} \\ &= \dot{\mathbf{x}}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t) + \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\dot{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Substituindo (3.45) em (3.46), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \mathbf{x}^T(t)\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{x}(t) + \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) \\ &= \mathbf{x}^T(t)(\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.47)$$

A equação (3.47) indica que a derivada de $V(\mathbf{x})$ será negativa definida se a matriz $\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}$ é negativa definida.

Sendo (3.45) a representação de um sistema linear, a teoria de estabilidade de Lyapunov pode também ser aplicada: O sistema linear em (3.45) é assintoticamente estável se existe uma matriz simétrica positiva definida \mathbf{P} , ($\mathbf{0} < \mathbf{P}$) tal que:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} < \mathbf{0}, \quad \mathbf{0} < \mathbf{P} \quad (3.48)$$

Agora, considera-se o seguinte sistema linear controlado através de realimentação de estados:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (3.49)$$

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (3.50)$$

Portanto:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.51)$$

Segundo o critério de estabilidade de Lyapunov, o sistema em (3.49) é assintoticamente estável se existe uma matriz positiva definida \mathbf{P} , ($\mathbf{0} < \mathbf{P}$) tal que:

$$(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}) < \mathbf{0}, \quad \mathbf{0} < \mathbf{P} \quad (3.52)$$

O objetivo é estimar a matriz de realimentação de estados \mathbf{K} a partir da equação (3.52). Para atingir tal objetivo, será explicada a técnica de desigualdades lineares matriciais.

3.4. Projeto de Controladores Usando *LMIs*

Existem muitas técnicas para projetar controladores para sistemas lineares: diagramas de Bode, lugar das raízes, compensadores em avanço e atraso, entre outras. Estas técnicas permitem definir controladores com características definidas (tempo de assentamento, erro em regime permanente, etc.). Porém, dificilmente podem ser aplicadas quando a planta é não linear, ou quando os parâmetros da planta mudam. Por outro lado, as técnicas baseadas em inteligência artificial permitem um ótimo desempenho para sistemas não lineares. Entretanto, é difícil estabelecer as características da resposta transitória e garantir a estabilidade do sistema em malha fechada a perturbações e mudanças nos parâmetros da planta.

O método de desigualdades lineares matriciais (*Linear Matrix Inequalities* – *LMI* em Inglês) é uma técnica de controle que permite estabelecer condições de estabilidade robusta aos controladores baseados em realimentação de estados, segundo a teoria de estabilidade de Lyapunov explicada anteriormente [64]. Adicionalmente, podem-se definir condições para a resposta transitória dos controladores obtidos.

O projeto de controladores utilizando *LMIs* consiste em achar a resposta a um conjunto de desigualdades definidas pela somatória de produtos matriciais:

$$\sum k_i \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i \mathbf{B}_i < \mathbf{0} \quad (3.53)$$

sendo k_i uma constante, A_i e B_i são matrizes conhecidas, enquanto que X_i é uma matriz desconhecida. O controlador procurado é uma função linear de X_i . Em geral, as *LMI*s podem conter muitas matrizes desconhecidas, mas elas devem ser definidas como a soma de termos lineares $A_i X_i B_i$.

Outra vantagem da técnica *LMI* é que pode ser utilizada com técnicas de modelagem e controle não linear, como a técnica Takagi-Sugeno *Fuzzy* descrita previamente. As *LMI*s podem ser resolvidas através de softwares de análise numérica como o *MATLAB*® [65].

Define-se a matriz simétrica positiva definida Q tal que $Q = P^{-1}$. Adicionalmente, define-se a matriz $G = KQ$. Multiplicando ambos os lados de (3.52) por Q e Q^{-1} , tem-se:

$$\begin{aligned} \theta &> Q[(A - BK)^T P + P(A - BK)]Q \\ &= QA^T - QK^T B^T + AQ - BKQ \end{aligned} \quad (3.54)$$

Observa-se que $G^T = (KQ)^T = Q^T K^T = QK^T$. Portanto:

$$AQ + QA^T - (BG + G^T B^T) < \theta, \quad \theta < Q, \quad G = KQ \quad (3.55)$$

Pode-se observar que a inequidade em (3.46) possui uma estrutura semelhante à descrita em (3.53). Portanto, é possível usar ferramentas matemáticas como o *MATLAB* para achar as matrizes Q e G . Depois, a matriz de realimentação K pode ser achada da seguinte maneira:

$$K = GQ^{-1} \quad (3.56)$$

A *LMI* em (3.55) permite obter uma matriz de realimentação que garanta a estabilidade assintótica da malha fechada. No entanto, não define a dinâmica de controle em malha fechada. As condições de *D*-estabilidade podem ser utilizadas para determinar o posicionamento dos polos do sistema através de restrições tipo *LMI*. Considera-se a região $D(\nu, \rho, \varphi)$, mostrada na Figura 3.2 como o conjunto de números complexos $x + jy$ com as seguintes características [66]:

$$D(\nu, \rho, \varphi) = \begin{cases} x < -\nu < 0 \\ \sqrt{x^2 + y^2} < \rho \\ \tan(\varphi)x < -|y| \end{cases} \quad (3.57)$$

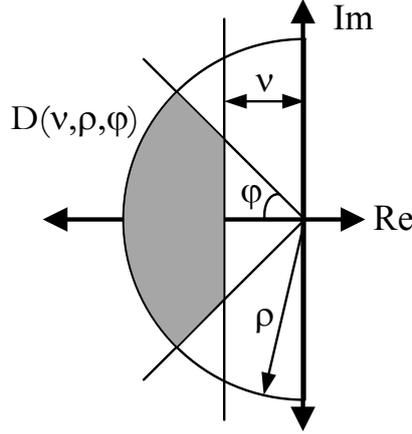


Figura 3.2. Região de D -estabilidade $D(v, \rho, \varphi)$.

O sistema em (3.45) é dita ser D -estável se os polos do sistema estão no interior da região $D(v, \rho, \varphi)$ [66]. Nesse caso, o sistema terá uma taxa de decaimento v mínima, coeficiente de amortecimento $\zeta = \cos(\varphi)$ mínima e uma frequência amortecida $\omega_d = \rho \sin(\varphi)$ máxima. As seguintes LMI s podem ser utilizadas para localizar os polos do sistema $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_f \mathbf{x}(t)$ na região de D -estabilidade $D(v, \rho, \varphi)$ [64]:

$$\mathbf{A}_f \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{A}_f^T + 2v\mathbf{Q} < 0 \quad (3.58)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\mathbf{Q} & \mathbf{A}_f \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q} \mathbf{A}_f^T & -\rho\mathbf{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.59)$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi)(\mathbf{A}_f \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{A}_f^T) & \cos(\varphi)(\mathbf{A}_f \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \mathbf{A}_f^T) \\ \cos(\varphi)(\mathbf{Q} \mathbf{A}_f^T - \mathbf{A}_f \mathbf{Q}) & \sin(\varphi)(\mathbf{A}_f \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{A}_f^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.60)$$

Considere \mathbf{A}_f a matriz de estado em malha fechada: $\mathbf{A}_f = \mathbf{A} - \mathbf{BK}$. Portanto:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_f \mathbf{Q} &= (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{Q} \\ &= \mathbf{AQ} - \mathbf{BKQ} \\ &= \mathbf{AQ} - \mathbf{BG} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Substituindo a equação (3.61) em (3.58), (3.59) e (3.60), tem-se:

$$\mathbf{AQ} + \mathbf{QA}^T - \mathbf{BG} - \mathbf{G}^T \mathbf{B}^T + 2v\mathbf{Q} < 0 \quad (3.62)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\mathbf{Q} & \mathbf{AQ} - \mathbf{BG} \\ \mathbf{QA}^T - \mathbf{G}^T \mathbf{B}^T & -\rho\mathbf{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.63)$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi)(\mathbf{A}\mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{A}^T - \mathbf{B}\mathbf{G} - \mathbf{G}^T\mathbf{B}^T) & \cos(\varphi)(\mathbf{A}\mathbf{Q} - \mathbf{Q}\mathbf{A}^T - \mathbf{B}\mathbf{G} + \mathbf{G}^T\mathbf{B}^T) \\ \cos(\varphi)(\mathbf{Q}\mathbf{A}^T - \mathbf{A}\mathbf{Q} + \mathbf{B}\mathbf{G} - \mathbf{G}^T\mathbf{B}^T) & \sin(\varphi)(\mathbf{A}\mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{A}^T - \mathbf{B}\mathbf{G} - \mathbf{G}^T\mathbf{B}^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.64)$$

As expressões (3.62), (3.63) e (3.64) podem ser utilizadas em conjunto com (3.46) para obter controladores robustos com estabilidade assintótica garantida e fazendo que os polos em malha fechada fiquem na região $D(\nu, \rho, \varphi)$.

A possibilidade de utilizar diferentes restrições em paralelo faz a técnica *LMI* uma poderosa ferramenta no projeto de controladores em malha fechada.

3.5. Projeto de Controladores TSF usando *LMIs*

A compensação paralela distribuída (CPD) é uma das técnicas mais utilizadas para o projeto de controladores baseados no sistema TSF. O controlador global está definido por um conjunto de sentenças SE-ENTÃO. Cada implicação descreve um controlador local baseado na realimentação de estados [66]:

$$\begin{aligned} \text{Regra } j: \text{ Se } z_1(t) \text{ é } \Psi_1^j \text{ e } \dots \text{ e Se } z_p(t) \text{ é } \Psi_p^j, \text{ então:} \\ \mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{K}_i \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.65)$$

sendo \mathbf{K}_i a matriz local de realimentação. Utilizando a técnica de centro de gravidade para defuzzificar, tem-se:

$$\mathbf{u}(t) = -\sum_{j=1}^r \alpha_j \mathbf{K}_j \mathbf{x}(t) \quad (3.66)$$

sendo α_j ($j=1, \dots, r$) as mesmas funções de pertinências utilizadas no modelo TSF.

Substituindo (3.66) em (3.8), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \left(\sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) \right) - \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{B}_i \left(\sum_{j=1}^r \alpha_j \mathbf{K}_j \mathbf{x}(t) \right) \\ &= \left(\sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) \right) - \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j \mathbf{B}_i \mathbf{K}_j \mathbf{x}(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \left(\alpha_i \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) - \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j \mathbf{B}_i \mathbf{K}_j \mathbf{x}(t) \right) \end{aligned} \quad (3.67)$$

Pela propriedade (3.9):

$$\begin{aligned}
\alpha_i A_i \mathbf{x}(t) &= \sum_{j=1}^r \alpha_j (\alpha_i A_i \mathbf{x}(t)) \\
&= \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j A_i \mathbf{x}(t)
\end{aligned} \tag{3.68}$$

Combinando as equações (3.67) e (3.68), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r \left(\sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j A_i \mathbf{x}(t) - \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j B_i K_j \mathbf{x}(t) \right) \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\alpha_i \alpha_j A_i \mathbf{x}(t) - \alpha_i \alpha_j B_i K_j \mathbf{x}(t)) \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j (A_i - B_i K_j) \mathbf{x}(t) \\
&= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i \alpha_j H_{ij} \mathbf{x}(t)
\end{aligned} \tag{3.69}$$

sendo

$$H_{ij} = A_i - B_i K_j \tag{3.70}$$

A equação (3.69) pode ser representada da seguinte maneira:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i^2 H_{ii} \mathbf{x}(t) + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^r \alpha_i \alpha_j \left(\frac{H_{ij} + H_{ji}}{2} \right) \mathbf{x}(t) \tag{3.71}$$

O sistema em (3.71) é assintoticamente estável se existe uma matriz positiva definida \mathbf{Q} ($\mathbf{0} < \mathbf{Q}$) tais que [66]:

$$H_{ii} \mathbf{Q} + \mathbf{Q} H_{ii}^T < \mathbf{0}, \quad i = j \tag{3.72}$$

$$\left(\frac{H_{ij} + H_{ji}}{2} \right) \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \left(\frac{H_{ij} + H_{ji}}{2} \right)^T < \mathbf{0}, \quad i < j \tag{3.73}$$

Os polos do sistema em (3.71) estarão na região de D -estabilidade $D(\nu, \rho, \varphi)$ através das seguintes LMI s [66]:

$$H_{ii} \mathbf{Q} + \mathbf{Q} H_{ii}^T + 2\nu \mathbf{Q} < \mathbf{0}, \quad i = j \tag{3.74}$$

$$\begin{bmatrix} -\rho \mathbf{Q} & H_{ii} \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q} H_{ii}^T & -\rho \mathbf{Q} \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad i = j \tag{3.75}$$

$$\begin{bmatrix} \text{sen}(\varphi)(\mathbf{H}_{ii}\mathbf{Q} + \mathbf{QH}_{ii}^T) & \cos(\varphi)(\mathbf{H}_{ii}\mathbf{Q} - \mathbf{QH}_{ii}^T) \\ \cos(\varphi)(\mathbf{QH}_{ii}^T - \mathbf{H}_{ii}\mathbf{Q}) & \text{sen}(\varphi)(\mathbf{H}_{ii}\mathbf{Q} + \mathbf{QH}_{ii}^T) \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.76)$$

$$\left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right) \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right)^T + 2\nu\mathbf{Q} < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.77)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\mathbf{Q} & \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right) \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right)^T & -\rho\mathbf{Q} \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.78)$$

$$\begin{bmatrix} \text{sen}(\varphi) \left[\left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right) \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right)^T \right] & \cos(\varphi) \left[\left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right) \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right)^T \right] \\ \cos(\varphi) \left[\mathbf{Q} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right)^T - \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right) \mathbf{Q} \right] & \text{sen}(\varphi) \left[\left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right) \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right)^T \right] \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.79)$$

Pela definição de \mathbf{H}_{ij} :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{ij}\mathbf{Q} &= (\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i\mathbf{K}_j) \\ &= \mathbf{A}_i\mathbf{Q} - \mathbf{B}_i\mathbf{K}_j\mathbf{Q} \\ &= \mathbf{A}_i\mathbf{Q} - \mathbf{B}_i\mathbf{G}_j, \quad \mathbf{G}_j = \mathbf{K}_j\mathbf{Q} \end{aligned} \quad (3.80)$$

Substituindo a equação (3.80) em (3.74), (3.75), (3.76), (3.77), (3.78) e (3.79) tem-se:

$$\mathbf{A}_i\mathbf{Q} + \mathbf{QA}_i^T - (\mathbf{B}_i\mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T\mathbf{B}_i^T) + 2\nu\mathbf{Q} < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.81)$$

$$\mathbf{A}_i\mathbf{Q} + \mathbf{QA}_i^T - (\mathbf{B}_i\mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T\mathbf{B}_i^T) < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.82)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\mathbf{Q} & \mathbf{A}_i\mathbf{Q} - \mathbf{B}_i\mathbf{G}_i \\ \mathbf{QA}_i^T - \mathbf{G}_i^T\mathbf{B}_i^T & -\rho\mathbf{Q} \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.83)$$

$$\begin{bmatrix} \text{sen}(\varphi) \left(\mathbf{A}_i\mathbf{Q} + \mathbf{QA}_i^T - (\mathbf{B}_i\mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T\mathbf{B}_i^T) \right) & \cos(\varphi) \left(\mathbf{A}_i\mathbf{Q} + \mathbf{G}_i^T\mathbf{B}_i^T - (\mathbf{B}_i\mathbf{G}_i + \mathbf{QA}_i^T) \right) \\ \cos(\varphi) \left(\mathbf{QA}_i^T + \mathbf{B}_i\mathbf{G}_i - (\mathbf{A}_i\mathbf{Q} + \mathbf{G}_i^T\mathbf{B}_i^T) \right) & \text{sen}(\varphi) \left(\mathbf{A}_i\mathbf{Q} + \mathbf{QA}_i^T - (\mathbf{B}_i\mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T\mathbf{B}_i^T) \right) \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad i = j \quad (3.84)$$

$$\frac{A_i \mathbf{Q} + A_j \mathbf{Q} + \mathbf{Q} A_i^T + \mathbf{Q} A_j^T - (\mathbf{B}_i \mathbf{G}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{G}_j^T \mathbf{B}_i^T)}{2} < \mathbf{0}, \quad i < j \quad (3.85)$$

$$\frac{A_i \mathbf{Q} + A_j \mathbf{Q} + \mathbf{Q} A_i^T + \mathbf{Q} A_j^T - (\mathbf{B}_i \mathbf{G}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{G}_j^T \mathbf{B}_i^T)}{2} + 2\nu \mathbf{Q} < \mathbf{0}, \quad i < j \quad (3.86)$$

$$\left[\begin{array}{cc} -\rho \mathbf{Q} & \frac{A_i \mathbf{Q} + A_j \mathbf{Q} - (\mathbf{B}_i \mathbf{G}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{G}_i)}{2} \\ \frac{\mathbf{Q} A_i^T + \mathbf{Q} A_j^T - (\mathbf{G}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{G}_j^T \mathbf{B}_i^T)}{2} & -\rho \mathbf{Q} \end{array} \right] < \mathbf{0}, \quad i < j \quad (3.87)$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{sen}(\varphi) \frac{A_i \mathbf{Q} + A_j \mathbf{Q} + \mathbf{Q} A_i^T + \mathbf{Q} A_j^T - (\mathbf{B}_i \mathbf{G}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{G}_j^T \mathbf{B}_i^T)}{2} \\ \text{cos}(\varphi) \frac{\mathbf{Q} A_i^T + \mathbf{Q} A_j^T + \mathbf{B}_i \mathbf{G}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{G}_i - (A_i \mathbf{Q} + A_j \mathbf{Q} + \mathbf{G}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{G}_j^T \mathbf{B}_i^T)}{2} \\ \text{cos}(\varphi) \frac{A_i \mathbf{Q} + A_j \mathbf{Q} + \mathbf{G}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{G}_j^T \mathbf{B}_i^T - (\mathbf{Q} A_i^T + \mathbf{Q} A_j^T + \mathbf{B}_i \mathbf{G}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{G}_i)}{2} \\ \text{sen}(\varphi) \frac{A_i \mathbf{Q} + A_j \mathbf{Q} + \mathbf{Q} A_i^T + \mathbf{Q} A_j^T - (\mathbf{B}_i \mathbf{G}_j + \mathbf{B}_j \mathbf{G}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{B}_j^T + \mathbf{G}_j^T \mathbf{B}_i^T)}{2} \end{array} \right] < \mathbf{0}, \quad i < j \quad (3.88)$$

3.6. Controlador CMI-TSF

Considerar um sistema *SISO* (uma entrada e uma saída). O controlador de modelagem interna (CMI) é um regulador linear baseado no princípio de modelagem interna: Para a planta $G_p(s)$, com uma saída $Y(s)$, um controlador $G_c(s)$ e uma referência $R(s)$, se $G_c(s)G_p(s)$ contém $R(s)$, então o erro em regime estável entre $Y(s)$ e $R(s)$ será zero [65].

Existem muitas topologias para um CMI. A topologia utilizada nesta Tese de Doutorado é amostrada na Figura 3.3. O CMI está composto por uma realimentação de estados e um controlador integral. Sendo que o integrador tem uma função de transferência $1/s$; o CMI proposto poderá fazer o rastreamento de referências tipo degrau [67].

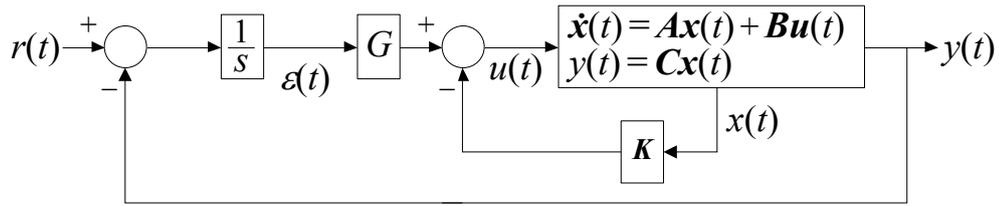


Figura 3.3. Controlador de modelagem interna (CMI).

O CMI adiciona uma nova variável de estado $\varepsilon(t)$ definida como a integral do erro entre o sinal de referência $r(t)$ e a saída do sistema $y(t)$:

$$\begin{aligned}
 \dot{\varepsilon}(t) &= r(t) - y(t) = r(t) - \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \\
 &= r(t) + \begin{bmatrix} -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_e(t) + r(t)
 \end{aligned} \tag{3.89}$$

A lei de controle $u(t)$ é amostrada em (3.82):

$$\begin{aligned}
 u(t) &= -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + G\varepsilon(t) \\
 &= -\begin{bmatrix} \mathbf{K} & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} \\
 &= -\mathbf{K}_e \mathbf{x}_e(t)
 \end{aligned} \tag{3.90}$$

sendo:

$$\mathbf{x}_e(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} \tag{3.91}$$

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -G \end{bmatrix} \tag{3.92}$$

A presente Tese de Doutorado propõe a integração da técnica TSF com o CMI. Considera-se que a matriz de saída do modelo TSF é constante ($\mathbf{C}_i = \mathbf{C}$). A partir das definições de $\varepsilon(t)$ e $\mathbf{x}_e(t)$, e aplicando álgebra matricial, podem-se demonstrar as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_e(t)
 \end{aligned} \tag{3.93}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_i \mathbf{x}(t) &= [\mathbf{C} \quad 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{C} \quad 0] \mathbf{x}_e(t), \quad \mathbf{C}_i = \mathbf{C} \end{aligned} \quad (3.94)$$

Substituindo (3.84) e (3.85), obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i [\mathbf{A}_i \quad 0] \mathbf{x}_e(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{B}_i u(t) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \alpha_i [\mathbf{C} \quad 0] \mathbf{x}_e(t) \\ &= [\mathbf{C} \quad 0] \mathbf{x}_e(t) \end{aligned} \quad (3.95)$$

Por outro lado:

$$\dot{\varepsilon}(t) = [-\mathbf{C}_i \quad 0] \mathbf{x}_e(t) + 0u(t) + r(t) \quad (3.96)$$

Observa-se que o valor de $\varepsilon(t)$ e sua derivada não dependem do modelo. Portanto, pela propriedade das funções de pertinência enunciada na equação (3.5), pode-se demonstrar a seguinte equação:

$$\dot{\varepsilon}(t) = r(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i [-\mathbf{C} \quad 0] \mathbf{x}_e(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i 0u(t) \quad (3.97)$$

Combinando (3.96) com (3.97), tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\varepsilon}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_e(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [\mathbf{C} \quad 0] \mathbf{x}_e(t) \end{aligned} \quad (3.98)$$

A equação (3.98) pode ser rescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_e(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{A}_{ei} \mathbf{x}_e(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{B}_{ei} u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_e \mathbf{x}_e(t) \end{aligned} \quad (3.99)$$

$$\mathbf{A}_{ei} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{ei} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_e = [\mathbf{C} \quad 0] \quad (3.100)$$

Baseado em (3.66) e (3.92), pode-se projetar um controlador que combine as características da modelagem TSF com a lei de controle de um CMI. A nova lei de controle para o sistema em (3.99) é definida em (3.101):

$$\mathbf{u}(t) = -\sum_{j=1}^r \alpha_j \mathbf{K}_{ej} \mathbf{x}_e(t) \quad (3.101)$$

sendo \mathbf{K}_{ej} a j -ésima matriz de realimentação do CMI local. Considera-se que a lei de controle garanta uma estabilidade assintótica do sistema em malha fechada. Se o sistema estabiliza-se, então a derivada de $\mathbf{x}(t)$ tende a zero. Portanto, pela definição de $\mathbf{x}(t)$ em (3.89), pode-se afirmar que o erro de rastreamento em regime permanente tende a zero.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = r(t) - y(t) \rightarrow 0 \Rightarrow y(t) \rightarrow r(t) \quad (3.102)$$

Adicionalmente, se o sistema em malha fechada é assintoticamente estável, então o sinal $r(t)$ pode ser considerado como uma perturbação a serem rejeitada pelo controlador. Portanto, a presença de $r(t)$ em (3.99) pode ser desconsiderada no projeto do controlador. Assim:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_e(t) &\approx \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{A}_{ei} \mathbf{x}_e(t) + \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{B}_{ei} u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}_e \mathbf{x}_e(t) \end{aligned} \quad (3.103)$$

Observa-se a semelhança de (3.103) e (3.101) com (3.8) e (3.66), respectivamente. Portanto, pode-se utilizar a técnica baseada em *LMIs* descrita na seção 3.5 para projetar os ganhos de realimentação \mathbf{K}_{ej} .

3.7. Comentários Finais

Neste capítulo foram descritas as técnicas de modelagem e controle Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TFS), controle de modelagem interna (CMI) e desigualdades lineares matriciais (*LMI*), com o objetivo de projetar um controlador para um sistema não linear. Esta estratégia de controle, chamada de controle CMI-TSF, será utilizada para projetar a rede neural que vai controlar o MSIP nesta Tese de Doutorado.

CAPÍTULO 4. MULTIPLEXAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA NO CONTROLE DO MSIP

4.1. Introdução

Foi mencionado anteriormente que cada componente de um sistema de acionamento de motores deve ser robusto e econômico, principalmente no caso de VEs e VHEs. É um fato que a simplificação de hardware contribui significativamente à redução de custos, aumento de robustez e redução do consumo de energia de um circuito.

No controle de máquinas trifásicas, é necessário o uso de conversores analógico-digitais (conversores A/D). No controle vetorial, devem-se monitorar duas correntes estatóricas de cada motor. Adicionalmente, outros dois conversores A/D são necessários para obter as saídas do sensor *resolver*.

A continuação será explicada como a técnica de multiplexação por domínio da frequência (MDF) pode ser utilizada para reduzir o número de conversores A/D no controle vetorial do MSIP quando o sensor *resolver* é utilizado. As vantagens da redução do número de conversores A/D foram explicadas no Capítulo 1.

4.2. Multiplexação no Domínio da Frequência

A multiplexação é uma operação que consiste em agrupar sinais de vários canais de informação não relacionados, de modo a transmiti-los simultaneamente em um mesmo meio físico (cabo, enlace de rádio, satélite, fibra ótica, etc.) sem que haja mistura ou interferência dos canais [68]. A demultiplexação consiste no processo de recuperação dos sinais originais a partir dos sinais multiplexados.

A multiplexação no domínio da frequência, chamada também multiplexação por divisão de frequência, consiste no envio simultâneo de sinais com espectros localizados em diferentes regiões de frequência. Considera-se que a largura de banda do canal de transmissão é dividida em canais (intervalos de frequência mutuamente exclusivos). Se os sinais possuem espectros de magnitude banda superpostos, então técnicas de modulação são aplicadas para deslocar o espectro dos sinais de forma a ocuparem diferentes canais. Os sinais depois são combinados através de um circuito somador. O resultado desta soma é um sinal multiplexado que é enviado ao receptor.

O receptor recebe todos os sinais: cada sinal em uma canal específico. Sendo que cada sinal encontra-se em uma região diferente do espectro, e possível usar filtros para separar o sinal de interesse do resto dos sinais. Para isso, deve-se usar um filtro cuja banda de passo seja igual à largura de banda do canal com o sinal a recuperar. Aplicando este processo para cada canal, podem-se recuperar todos os sinais. Caso um sinal foi modulado antes da multiplexação, é necessário aplicar a técnica de demodulação respectiva.

A Figura 4.1 mostra a técnica de multiplexação no domínio da frequência para dois sinais. É assumido que tais sinais possuem espectros localizados em regiões de frequência diferentes.

4.3. MDF no Controle do MSIP com Resolver

Sendo que o módulo da transformada de Fourier de um sinal real é uma função par ($|X(\omega)| = |X(-\omega)|$), o espectro de magnitude de cada sinal analisado nesta Tese de Doutorado será descrito somente considerando as frequências positivas.

As correntes estatóricas do MSIP e as saídas do *resolver* podem ser analisadas utilizando a propriedade de deslocamento em frequência da transformada de Fourier: Seja $x(t)$ um sinal real cuja transformada é Fourier é $X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$. Portanto [68]:

$$\mathcal{F}\{x(t)e^{j\omega_0 t}\} = X(\omega - \omega_0) \quad (4.1)$$

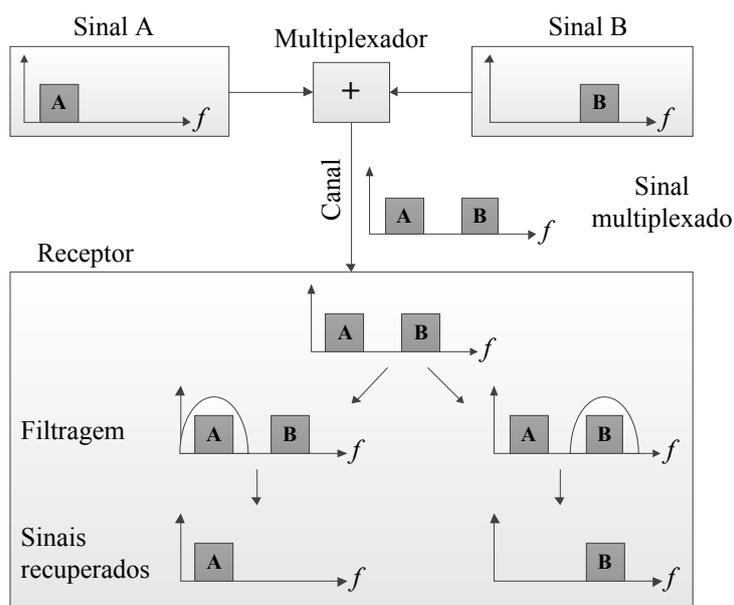


Figura 4.1. Multiplexação no domínio da frequência.

As transformadas de Fourier de $x(t)\cos(\omega_0 t)$ e $x(t)\sen(\omega_0 t)$ podem ser calculadas a partir de (4.1):

$$x(t)\sen(\omega_0 t) = j0.5(X(\omega + \omega_0) - X(\omega - \omega_0)) \quad (4.2)$$

$$x(t)\cos(\omega_0 t) = 0.5(X(\omega + \omega_0) + X(\omega - \omega_0)) \quad (4.3)$$

As equações (4.2) e (4.3) indicam que a transformada de Fourier de $x(t)\cos(\omega_0 t)$ e $x(t)\sen(\omega_0 t)$ estão compostas por cópias dos espectros de $x(t)$ localizados em ω_0 . A constante imaginária (j) somente afeta o espectro de fase, mas não a largura de banda do sinal. A Figura 4.2 ilustra a propriedade de deslocamento em frequência.

4.3.1. Análise das Saídas do Resolver

O *resolver* é um sensor de posição rotativo analógico que está baseado no princípio da máquina bifásica. Este sensor recebe um sinal de excitação senoidal $v_e(t)$, o qual possui uma frequência entre 1 a 10 kHz. Tensões alternadas $v_s(t)$ e $v_c(t)$ são induzidas nos enrolamentos do estator do sensor (Ver Anexo 1):

$$v_e(t) = a_e \cos(\omega_e t) \quad (4.4)$$

$$v_s(t) = k_e a_e \sen(\theta) \cos(\omega_e t) \quad (4.5)$$

$$v_c(t) = k_e a_e \cos(\theta) \cos(\omega_e t) \quad (4.6)$$

Definem-se as variáveis $\omega_0 = \omega_e$, $x_s(t) = k_e a_e \sen(\theta)$ e $x_c(t) = k_e a_e \cos(\theta)$. Pelas equações (4.5) e (4.6), tem-se: $x_s(t)\cos(\omega_0 t) = v_s(t)$ e $x_c(t)\cos(\omega_0 t) = v_c(t)$. Podem-se empregar as equações (4.2) e (4.3) para calcular os espectros das saídas do *resolver*:

$$\mathfrak{F}\{v_s(t)\} = j0.5(X_s(\omega + \omega_0) + X_s(\omega - \omega_0)) \quad (4.7)$$

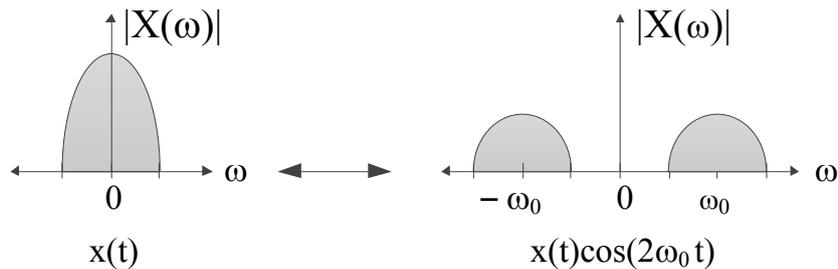


Figura 4.2. Deslocamento em frequência.

$$\mathfrak{F}\{v_c(t)\} = 0.5(X_c(\omega + \omega_e) + X_c(\omega - \omega_0)) \quad (4.8)$$

sendo $X_s(\omega)$ e $X_c(\omega)$ as transformadas de Fourier de $x_s(t) = k_e a_e \sin(\theta)$ e $x_c(t) = k_e a_e \cos(\theta)$, respectivamente.

Em geral, as transformadas de Fourier de $x_c(t)$ e $x_s(t)$ são difíceis de calcular porque a posição angular do motor pode mudar arbitrariamente. Porém, pode-se estimar um limite máximo para a largura de banda esperada dos sinais de saída do *resolver*. Considera-se ω_x como a máxima velocidade angular do motor. Adicionalmente, se a taxa de amostragem dos sinais do *resolver* é muito maior que a frequência de excitação, então a velocidade pode ser considerada como constante por um pequeno intervalo de tempo. Nesse caso:

$$x_s(t) = k_e a_e \sin(\omega_x t) \quad (4.6)$$

$$x_c(t) = k_e a_e \cos(\omega_x t) \quad (4.7)$$

As transformadas de Fourier de $x_s(t)$, $x_c(t)$ podem ser calculadas da seguinte maneira:

$$X_s(\omega) = 0.5 j \pi k_e a_e (\delta(\omega + \omega_x) - \delta(\omega - \omega_x)) \quad (4.8)$$

$$X_c(\omega) = 0.5 \pi k_e a_e (\delta(\omega + \omega_x) + \delta(\omega - \omega_x)) \quad (4.9)$$

Aplicando as propriedades descritas em (4.8) e (4.9), tem-se:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\{v_s(t)\} = & -0.25 \pi k_e a_e (\delta(\omega + \omega_x + \omega_e) - \delta(\omega - \omega_x + \omega_e) \\ & + \delta(\omega + \omega_x - \omega_e) - \delta(\omega - \omega_x - \omega_e)) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\{v_c(t)\} = & 0.25 \pi k_e a_e (\delta(\omega + \omega_x + \omega_e) + \delta(\omega - \omega_x + \omega_e) \\ & + \delta(\omega + \omega_x - \omega_e) + \delta(\omega - \omega_x - \omega_e)) \end{aligned} \quad (4.11)$$

sendo $\delta(\cdot)$ a função impulsiva. As equações (4.10) e (4.11) mostram que os espectros das saídas do *resolver* estão constituídos por funções impulsivas. A Figura 4.3 mostra o espectro de potência normalizado para $v_c(t)$, considerando $\omega_e = 12500\pi$ rad/s (6,25 kHz), $\theta = \omega_m t$ e $\omega_m(t) = 400\pi$ rad/s (12000 RPM). Pode-se observar que a largura de banda da saída do sensor *resolver* é estreita em relação à frequência de excitação do *resolver*. Uma análise semelhante pode ser aplicada a $v_s(t)$.

4.3.2. Análise das Correntes Estatóricas do MSIP

Por outro lado, geralmente, um inversor é utilizado para controlar motores elétricos como o MSIP. Técnicas de modulação como a modulação por vetores espaciais (*SVPWM*) controlam os transistores de potência do inversor considerando uma frequência de chaveamento fixa. Tais técnicas concentram a potência das tensões e correntes de fase na frequência fundamental e perto de múltiplos da frequência de chaveamento [69]. A Figura 4.4 mostra o espectro de potência normalizado da corrente estatórica do MSIP (1 kW, 60 Hz), controlado por um inversor trifásico que opera com uma frequência de chaveamento de 10 kHz. Pode-se observar que a potência na região entre a fundamental e a frequência de chaveamento é desprezível.

4.3.3. Aplicação de MDF no Controle Vetorial de MSIP

A técnica MDF indica que dois sinais com larguras de banda não sobrepostas podem-se combinar e ser enviadas pelo mesmo canal de transmissão, e depois ser recuperadas no receptor utilizando filtros [68]. As Figuras 4.3 e 4.4 indicam que os sinais do sensor tipo *resolver* e das correntes no estator possuem larguras de banda localizadas em diferentes regiões de frequência. O valor do espectro de potência da corrente em 6,25 kHz (onde está localizada a largura de banda de $v_c(t)$) é aproximadamente -90 dB.

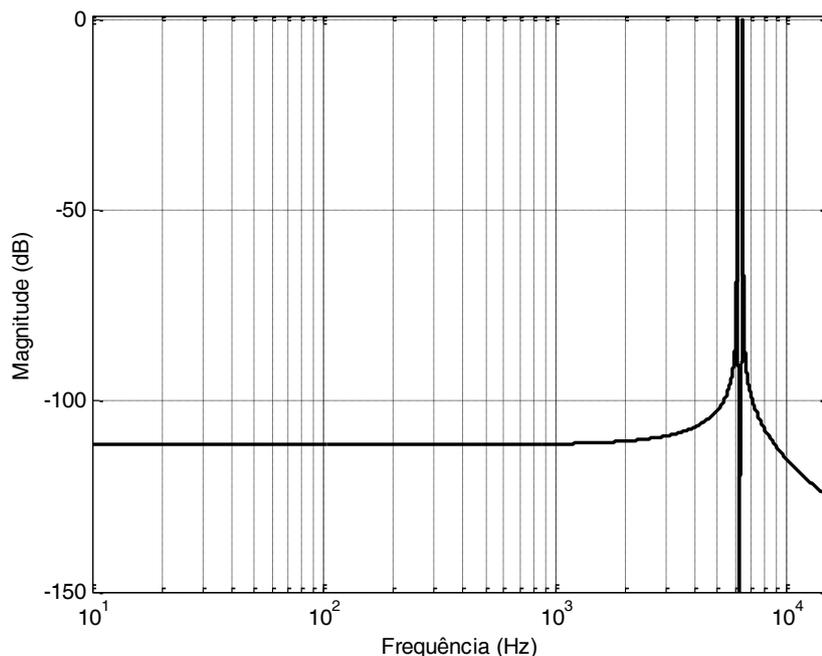


Figura 4.3. Espectro de potência normalizado para $v_c(t)$.

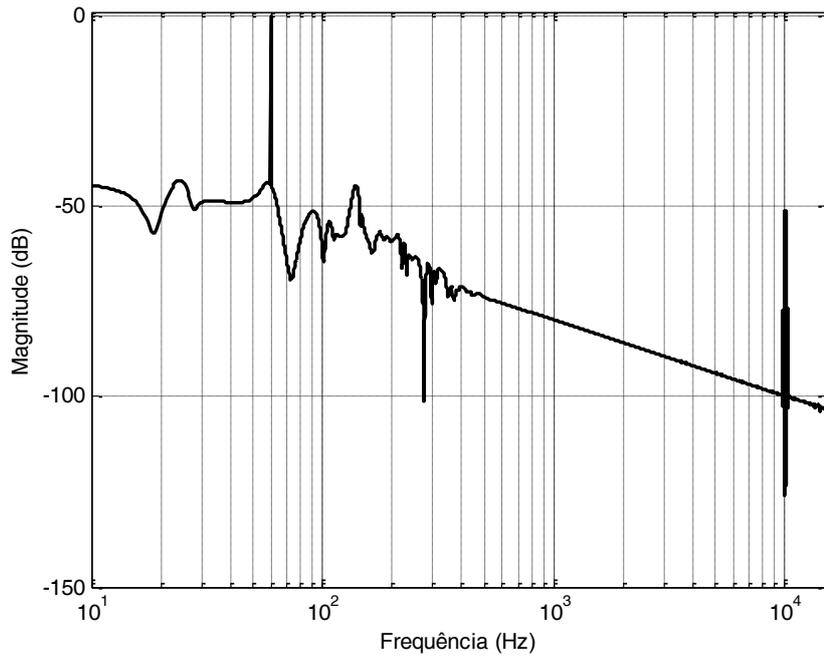


Figura 4.4. Espectro de potência normalizado da corrente estática.

Portanto, segundo a técnica MDF, uma saída do *resolver* e um sinal do sensor de corrente podem ser multiplexados através de um somador. O resultado desta soma é um sinal multiplexado que vai ser enviado ao conversor A/D. Sendo que existem dois sinais de corrente e o *resolver* possui duas saídas, então, dois sinais multiplexados $s_1(t)$ e $s_2(t)$ serão necessários para enviar os quatro sinais ao processador digital (o *FPGA* neste caso):

$$s_1(t) = i_{as}(t) + v_{ss}(t) \quad (4.12)$$

$$s_2(t) = i_{bs}(t) + v_{cs}(t) \quad (4.13)$$

sendo $v_{ss}(t)$, $v_{cs}(t)$, $i_{as}(t)$ e $i_{bs}(t)$ as saídas do sensor *resolver* e dos sensores de corrente depois dos circuitos de condicionamento.

Os sinais $s_1(t)$ e $s_2(t)$ são enviados aos conversores A/D. Em alguns casos, para ajustar os níveis dos sinais analógicos a serem enviados aos conversores A/D, é necessário adicionar uma tensão constante u *offset* (por exemplo, quando a entrada do conversor é de 0-5V). Nesse caso, só é necessário subtrair o valor de *offset* da leitura digital antes de aplicar as técnicas para recuperar as informações sobre posição angular e corrente. Os somadores analógicos necessários para multiplexar os sinais podem ser elaborados utilizando resistores e amplificadores operacionais.

A Figura 4.5 ilustra a aplicação da MDF no controle do MSIP. Como consequência da amostragem e da demultiplexação, são obtidas amostras das correntes estáticas e das saídas do *resolver*: $v_{ss}(k)$, $v_{cs}(k)$, $i_{as}(k)$ e $i_{bs}(k)$. O índice k indica a k -ésima amostra dos sinais.

A Figura 4.6 mostra o espectro do sinal multiplexado considerando uma frequência de excitação de *resolver* de 6,25 kHz, uma corrente com uma fundamental de 60 Hz e uma frequência de chaveamento de 10 kHz. Pode-se observar que, se bem é certo que existe interferência entre os sinais de corrente e posição no domínio no tempo, não existe interferência significativa no domínio da frequência.

4.4. Retardos de Fase e de Grupo

Técnicas de filtragem são utilizadas para recuperar os sinais originais a partir dos sinais multiplexados. Para compreender melhor o efeito da filtragem no processo de demultiplexação, é conveniente estudar o conceito de retardo de fase e de grupo.

Sempre que um sinal seja filtrado ou transmitido através de um sistema dispersivo (isto é, seletivo em frequência), certo retardo é introduzido no sinal de saída em relação ao sinal de entrada. O retardo é determinado pela resposta em fase do sistema.

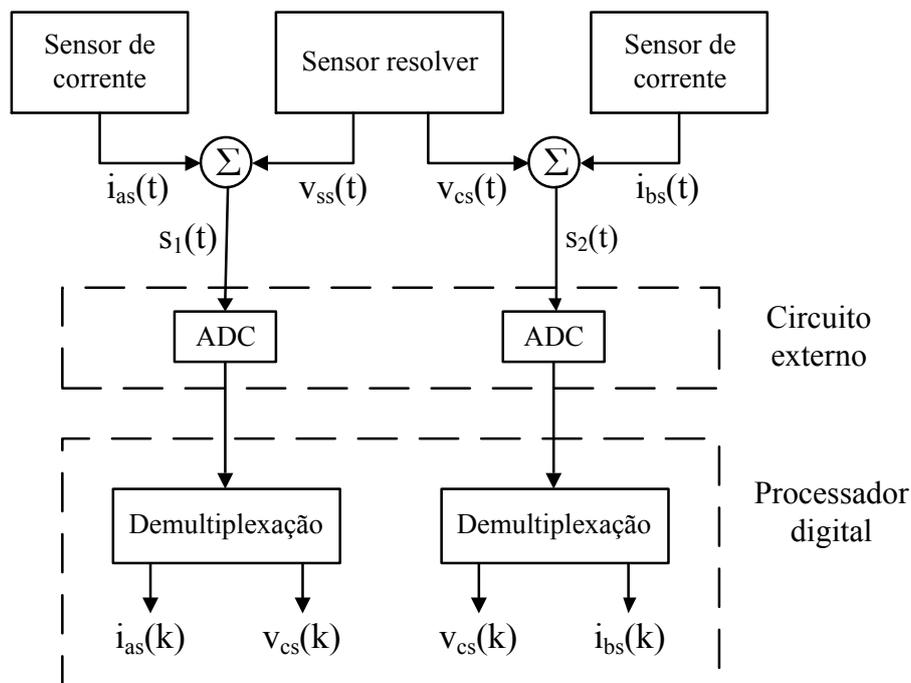


Figura 4.5. Multiplexação em frequência aplicado ao controle vetorial.

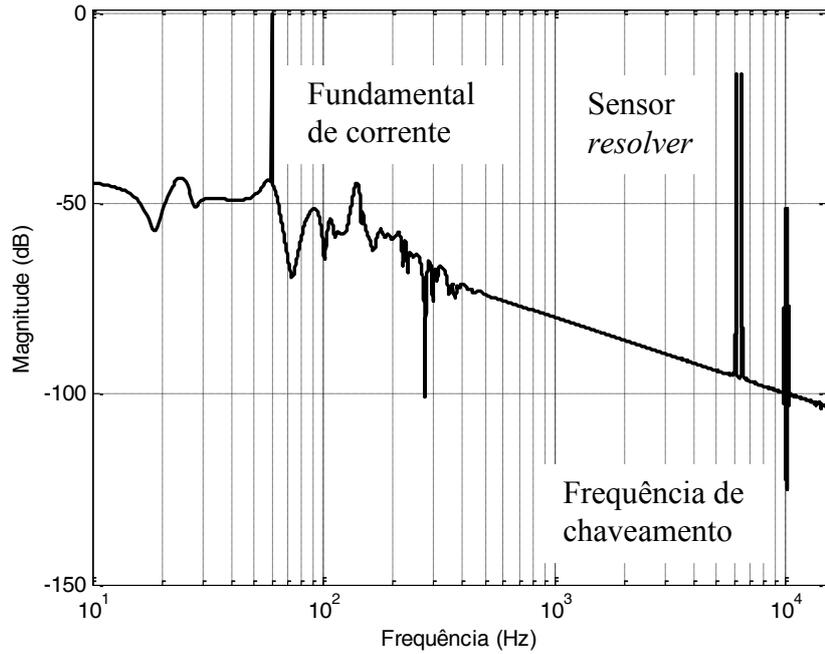


Figura 4.6. Espectro de potência normalizado do sinal multiplexado.

Considera-se $\psi = \psi(\omega)$ como a resposta em fase do filtro:

$$\psi(\omega) = \arg\{H(j\omega)\} \quad (4.14)$$

em que $H(j\omega)$ é a resposta em frequência do filtro. Considerar que o sinal de entrada do filtro seja uma onda senoidal na frequência ω_c . O sinal na saída do filtro está atrasado em relação ao sinal de entrada em $\psi(\omega_c)$ radianos. O retardo de tempo correspondente a este atraso de fase é igual a $-\psi(\omega_c)/\omega_c$, em que o sinal de menos representa o atraso de fase. Este retardo de tempo é chamado retardo de fase (τ_p):

$$\tau_p = -\frac{\psi(\omega_c)}{\omega_c} \quad (4.15)$$

É importante perceber, entretanto, que o retardo de fase não é necessariamente o retardo verdadeiro do sinal filtrado. Isto decorre no fato de que um sinal senoidal tem duração infinita, sendo cada ciclo exatamente igual ao ciclo precedente. O retardo verdadeiro para sinais moduladas em amplitude (como as saídas do *resolver*) pode ser calculado utilizando outra metodologia.

Define-se $x(t)$ como uma mensagem de natureza senoidal com frequência ω_0 :

$$x(t) = \cos(\omega_0 t) \quad (4.16)$$

Em muitos sistemas de telecomunicações, a mensagem é transmitida utilizando a técnica de modulação em amplitude: a mensagem é multiplicada por um sinal senoidal de alta frequência $p(t)$ chamado de sinal portador.

$$p(t) = a_0 \cos(\omega_c t) \quad (4.17)$$

Sendo ω_c a frequência da portadora ($\omega_c \gg \omega_0$). A modulação produz um sinal modulado $s(t)$:

$$\begin{aligned} s(t) &= x(t)p(t) \\ &= a_0 \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_c t) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Aplicando propriedades trigonométricas, pode-se decompor o sinal $s(t)$ da seguinte maneira:

$$s(t) = 0,5a_0 \cos(\omega_1 t) + 0,5a_0 \cos(\omega_2 t) \quad (4.19)$$

$$\omega_1 = \omega_c + \omega_0, \quad \omega_2 = \omega_c - \omega_0 \quad (4.20)$$

Considera-se que o sinal $s(t)$ será filtrado pelo filtro $H(j\omega)$. Este filtro possui uma resposta de fase $\psi(\omega)$ e uma resposta de magnitude $|H(j\omega)| = 1$ para $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$. Consequentemente, o sinal na saída do filtro será $y_f(t)$:

$$y_f(t) = 0,5a_0 \cos(\omega_1 t + \psi(\omega_1)) + 0,5a_0 \cos(\omega_2 t + \psi(\omega_2)) \quad (4.21)$$

Fazendo uma analogia entre as equações (4.17) e (4.19), pode-se expressar o sinal $y_f(t)$ da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} y_f(t) &= a_0 \cos\left(\omega_c t + \frac{\psi(\omega_1) + \psi(\omega_2)}{2}\right) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\psi(\omega_1) - \psi(\omega_2)}{2}\right) \\ &= x_f(t)p_f(t) \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$x_f(t) = \cos\left(\omega_0 t + \frac{\psi(\omega_1) - \psi(\omega_2)}{2}\right) \quad (4.23)$$

$$p_f(t) = a_0 \cos\left(\omega_c t + \frac{\psi(\omega_1) + \psi(\omega_2)}{2}\right) \quad (4.24)$$

sendo $p_f(t)$ e $x_f(t)$ os equivalentes ao componente portadora e a mensagem em $y_f(t)$, respectivamente. Comparando os sinais $s(t)$ com $y_f(t)$ nas equações (4.16) e (4.22), respectivamente, podem-se fazer as seguintes afirmações:

- O componente portadora $p_f(t)$ em $y_f(t)$ está atrasado em relação a sua contraparte $p(t)$ em $s(t)$ de $0,5(\psi(\omega_1) + \psi(\omega_2))$, o qual representa um retardo de tempo igual a

$$-\frac{\psi(\omega_1) + \psi(\omega_2)}{2\omega_c} = -\frac{\psi(\omega_1) + \psi(\omega_2)}{\omega_1 + \omega_2} \quad (4.25)$$

- O componente mensagem $x_f(t)$ em $y_f(t)$ está atrasado em relação a sua contraparte $x(t)$ em $s(t)$ de $0,5(\psi(\omega_1) - \psi(\omega_2))$, o qual representa um retardo de tempo igual a

$$-\frac{\psi(\omega_1) - \psi(\omega_2)}{2\omega_0} = -\frac{\psi(\omega_1) - \psi(\omega_2)}{\omega_1 - \omega_2} \quad (4.26)$$

Considera-se a frequência da portadora ω_c seja muito grande em comparação com a frequência da mensagem. Então, pode-se usar a expansão em série de Taylor para aproximar a resposta em fase $\psi(\omega)$ nas vizinhanças de $\omega = \omega_c$:

$$\psi(\omega) \approx \psi(\omega_c) + (\omega - \omega_c) \left(\left. \frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} \right) \quad (4.27)$$

Usando a equação (4.27) para avaliar (4.25) e (4.26), tem-se:

$$\begin{aligned} \tau_p &= -\frac{\psi(\omega_1) + \psi(\omega_2)}{2\omega_c} \\ &\approx -\frac{\psi(\omega_c) + (\omega_1 - \omega_c) \left(\left. \frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} \right) + \psi(\omega_c) + (\omega_2 - \omega_c) \left(\left. \frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} \right)}{2\omega_c} \\ &= -\frac{2\psi(\omega_c) + (\omega_1) \left(\left. \frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} \right) + (-\omega_0) \left(\left. \frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} \right)}{2\omega_c} \\ &= -\frac{\psi(\omega_c)}{\omega_c} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}
\tau_g &= -\frac{\psi(\omega_1) - \psi(\omega_2)}{2\omega_0} \\
&\approx -\frac{\psi(\omega_c) + (\omega_1 - \omega_c) \left(\frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \right) - \psi(\omega_c) - (\omega_2 - \omega_c) \left(\frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \right)}{2\omega_0} \\
&= -\frac{(\omega_1) \left(\frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \right) - (-\omega_2) \left(\frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \right)}{2\omega_0} \\
&= -\frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Pode-se observar que o valor de τ_p (retardo de fase) na equação (4.28) é idêntico à equação (4.15). Por outro lado, a equação (4.29) indica que o atraso que o filtro introduz na mensagem $x(t)$ é dado por

$$\tau_g = -\frac{d\psi(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \tag{4.30}$$

Define-se τ_g como retardo de grupo, o qual é o verdadeiro retardo de sinal quando um sinal modulado em amplitude é filtrado. Para efetuar a demultiplexação dos sinais através de filtragem, os retardos de fase e grupo devem ser os menores possíveis.

4.5. Estimação da Velocidade Angular e da Matriz da Transformada de Park

Como é indicado na Figura 4.1, os sinais multiplexados em frequência podem ser recuperados através do uso de filtros passa-faixa adequados. Não obstante, o processo de filtragem introduz um retardo ao sinal filtrado (retardo de fase ou de grupo). O retardo pode gerar um erro significativo na estimação da velocidade angular e das correntes do motor.

A Figura 4.7 mostra o algoritmo descrito em [70] para estimar os sinais sem o atraso de filtragem. O algoritmo usa um controlador PI para reduzir o erro entre uma versão atrasada do sinal estimado (um retardo equivalente ao retardo introduzido pela filtragem) e o sinal filtrado. O principal inconveniente com esta abordagem é que seria necessário utilizar quatro destes algoritmos para estimar os sinais dos sensores de corrente e do sensor *resolver*. Isto incrementa a complexidade do algoritmo de controle.

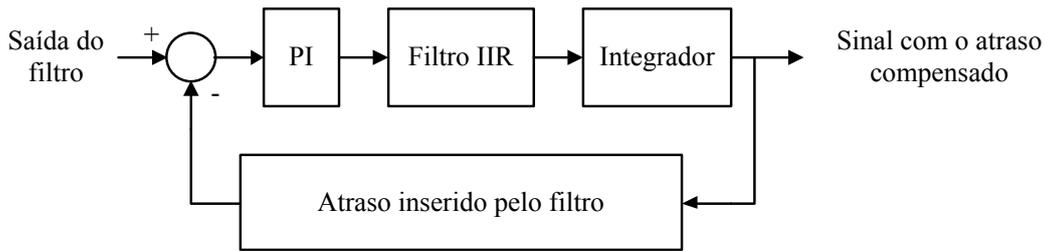


Figura 4.7. Algoritmo para reduzir o atraso de fase de sinais filtrados.

Considera-se que os sinais de corrente e do sensor *resolver* foram corretamente demultiplexados e sem retardo. Os algoritmos para obter a posição angular geralmente possuem uma das três topologias mostradas na Figura 4.8:

- Topologia 1: as saídas do sensor *resolver* são multiplicadas pelo seno e cosseno do ângulo estimado, e também pelo sinal de excitação. Isso gera um sinal de erro $e(t)$, o qual é proporcional ao erro de estimação da posição angular. O controlador reduz o valor de $e(t)$. Não é necessária sincronização entre os sinais de sensor *resolver* e a aquisição dos conversores A/D.
- Topologia 2: é usado o sistema em malha fechada da topologia 1, exceto que um demodulador síncrono é utilizado para obter o seno e cosseno da posição angular. A demodulação síncrona consiste em obter os sinais de sensor *resolver* nos instantes quando a onda de excitação possui um valor máximo ou mínimo, é dizer, quando $\cos(\omega_e t) = \pm 1$. Naqueles instantes, as saídas do *resolver* são proporcionais ao seno e cosseno do ângulo elétrico, como mostrado na Figura 4.9 e nas equações (4.31) e (4.32).

$$v_s(k) = a_1 \sin(\theta) \quad (4.31)$$

$$v_c(k) = a_1 \cos(\theta) \quad (4.32)$$

- Topologia 3: Uma função trigonométrica inversa é usado para obter o a posição angular a partir das saídas do demodulador. Observa-se que as topologias 1 e 2 são sistemas de malha fechada, enquanto que a topologia 3 é de malha aberta.

Em qualquer caso, os algoritmos anteriormente descritos precisam calcular uma ou mais funções trigonométricas.

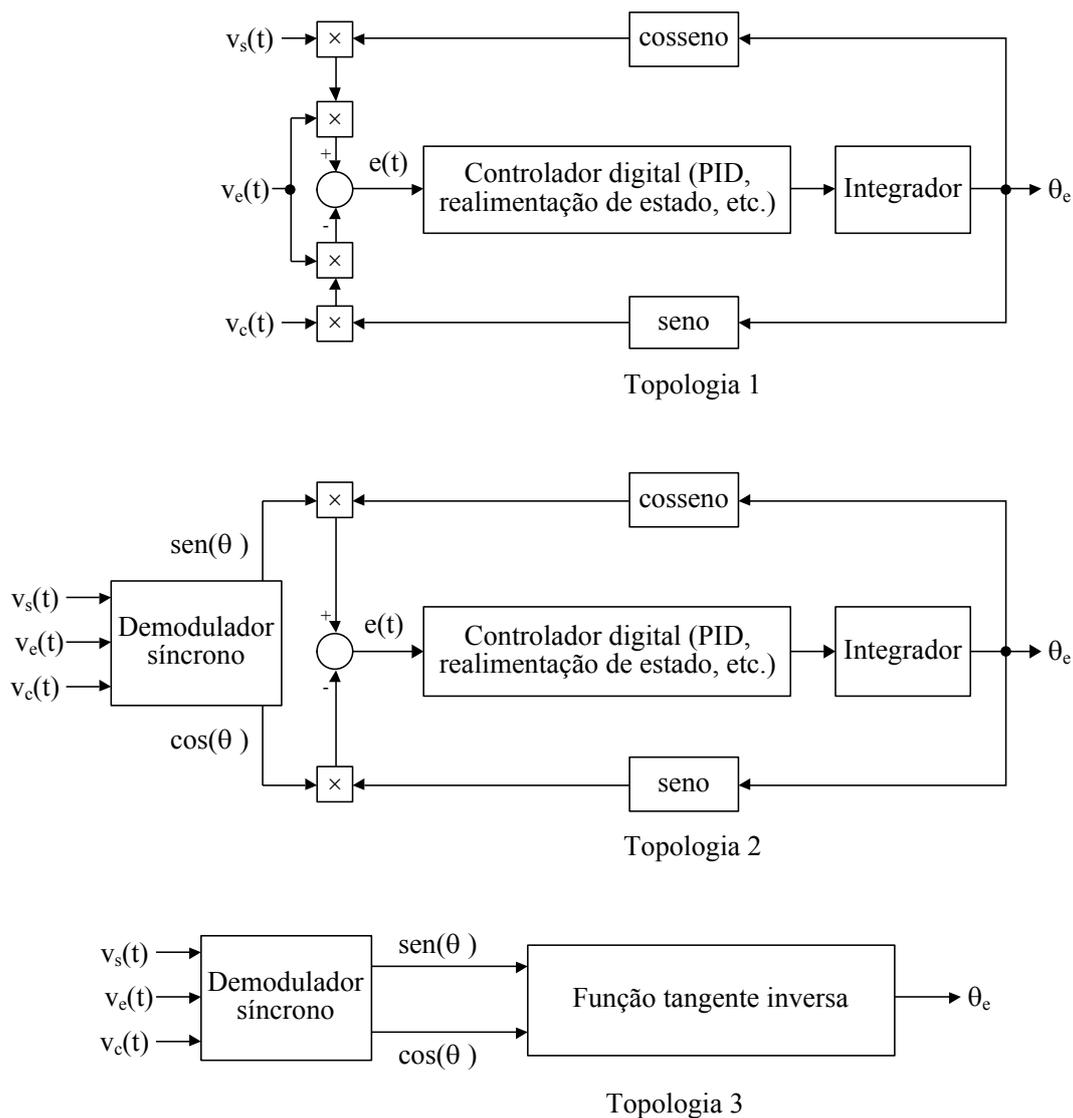


Figura 4.8. Algoritmos para obter a posição angular a partir das saídas do *resolver*.

Por outro lado, para efetuar a transformada de Park, é necessário conhecer o seno e cosseno do ângulo elétrico, o qual é equivalente ao ângulo mecânico multiplicado pelo número de pares de polos do motor. O cálculo de funções trigonométrica no *FPGA* ainda é um tema de pesquisa aberto e difícil de fazer. Podem-se utilizar aproximações de Taylor, *Look-Up Tables*, algoritmos *CORDIC*, entre outros. Adicionalmente, a presença dos sinais de corrente não permitem usar diretamente as topologias 2 e 3. Primeiro seria necessário demultiplexar os sinais para aplicar tais topologias. Caso contrário, as amostras teriam sinais de corrente afetadas pela subamostragem. Adicionalmente, deve-se aplicar a técnica de filtragem adequada para reduzir o efeito dos sinais de corrente na estimação da posição angular e velocidade.

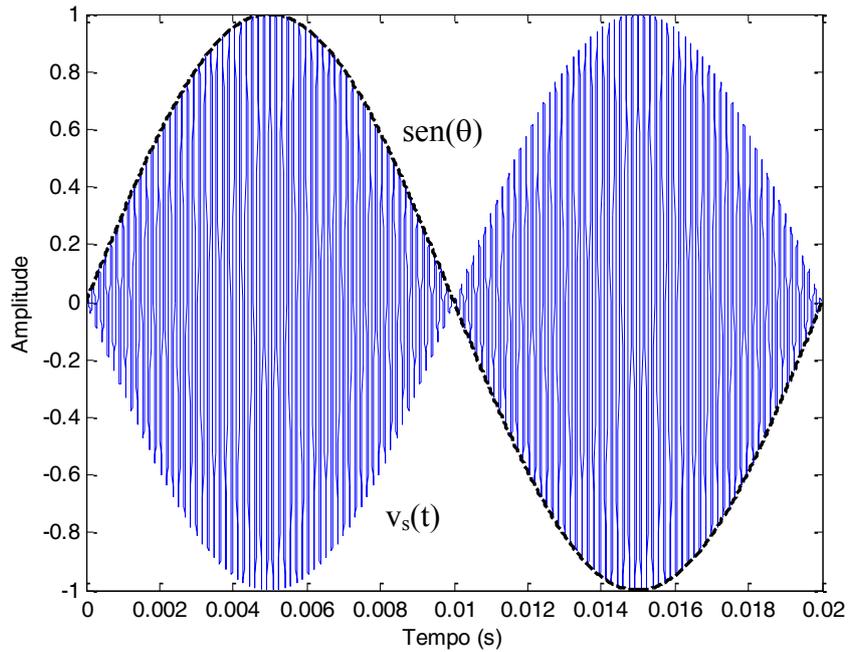


Figura 4.9. Demodulação síncrona.

Na presente Tese de Doutorado é utilizada uma abordagem diferente. Estritamente, não é necessário conhecer a posição angular do motor para efetuar o controle vetorial da velocidade. Para efetuar o controle vetorial do MSIP, segundo o descrito no Capítulo II, são necessárias as seguintes informações:

- A velocidade angular do motor, porque é a variável a controlar.
- O seno e cosseno do ângulo elétrico, para efetuar a transformada de Park .

Propõe-se o cálculo direto da velocidade angular e do seno e cosseno do ângulo elétrico a partir dos sinais multiplexados, sem precisar estimar o ângulo elétrico, utilizando um algoritmo semelhante à topologia 3 na Figura 4.8. O sistema proposto, ilustrado na Figura 4.10, possui os seguintes estágios:

- Estágio 1: demodulação e demultiplexação. Este estágio permite obter o seno e cosseno da posição angular do motor.
- Estágio 2: estimação da velocidade, seno e cosseno do ângulo elétrico a partir do seno e cosseno da posição angular.

Definem-se $s_1(k)$ e $s_2(k)$ como os sinais multiplexados amostrados. O primeiro passo é usar um filtro rejeita-faixa tipo *notch* para obter uma estimativa das correntes estatóricas a partir dos sinais multiplexados $s_1(k)$ e $s_2(k)$. Este tipo de filtro foi escolhido porque é simples de implementar, possui um retardo de grupo e de fase pequenos na banda de passo, e porque o filtro *notch* é usado para rejeitar sinais de largura de banda estreita e localizada em uma frequência fixa (como no caso das saídas do *resolver*). A equação (4.33) mostra a função de transferência discreta do filtro *notch*:

$$H(z) = \frac{z^2 - 2 \cos\left(\frac{2\pi f_0}{f_s}\right)z + 1}{(1+c)z^2 + 2 \cos\left(\frac{2\pi f_0}{f_s}\right)z + (1-c)}, \quad c = \text{tg}\left(\frac{\pi B_w}{f_s}\right) \quad (4.33)$$

sendo f_0 (em Hz) a frequência central do filtro, f_s é a taxa de amostragem (em Hz), enquanto que B_w é a largura da banda de rejeição do filtro. A Figura (4.11) mostra o diagrama de Bode deste filtro.

Aplicando um filtro *notch* aos sinais multiplexados, obtêm-se estimativas das correntes estatóricas $i_{ae1}(k)$ e $i_{be1}(k)$. As estimativas das saídas do *resolver* são obtidas da seguinte maneira:

$$v_{se}(k) = s_1(k) - i_{ae1}(k) \quad (4.34)$$

$$v_{ce}(k) = s_2(k) - i_{be1}(k) \quad (4.35)$$

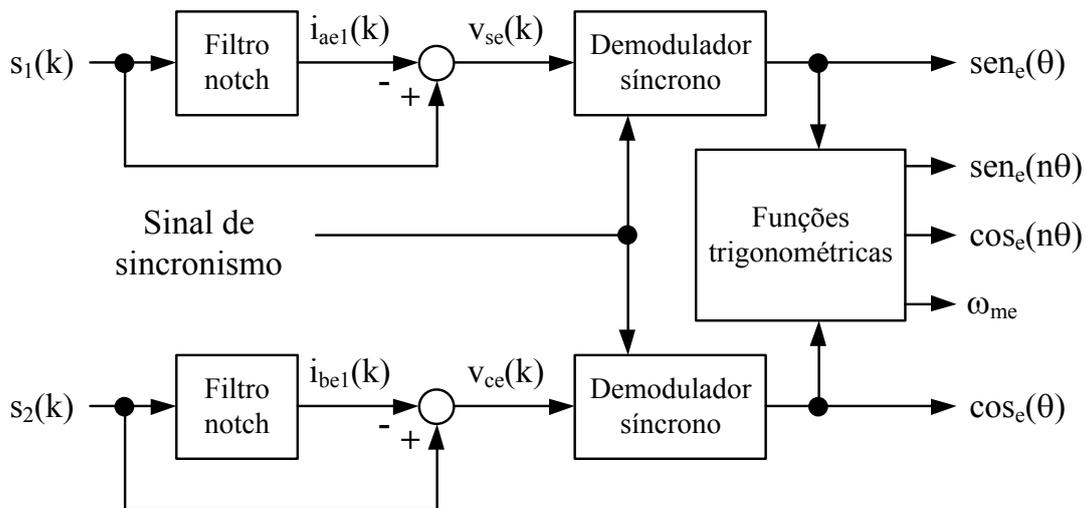


Figura 4.10. Técnica proposta para obter o seno e cosseno do ângulo elétrico.

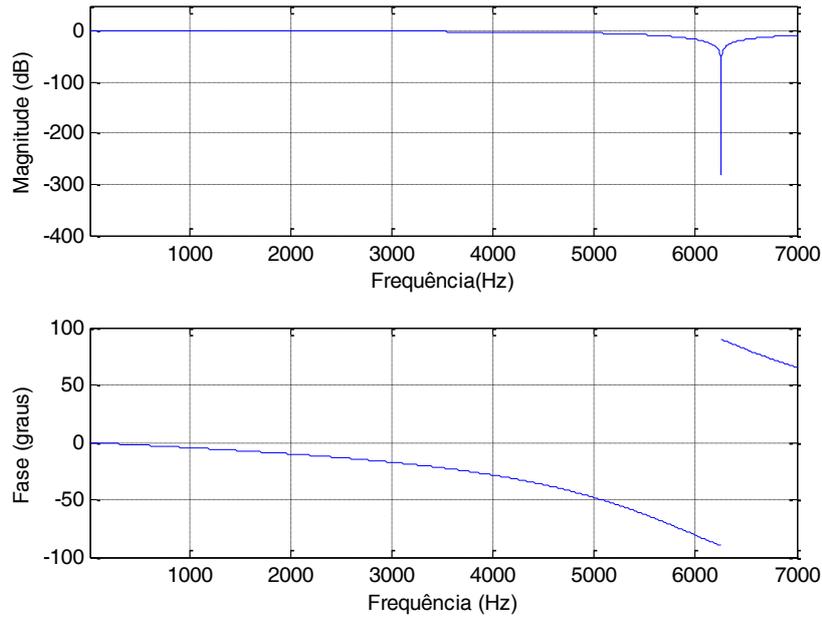


Figura 4.11. Filtro *notch*.

A relação entre $v_{se}(k)$ e $s_1(k)$ pode ser obtida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \frac{V_{se}(z)}{S_1(z)} &= 1 - \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z^2 + a_1 z + a_1} \\ &= \frac{(1 - b_0)z^2 + (a_1 - b_1)z + (a_2 - b_2)}{z^2 + a_1 z + a_1} \end{aligned} \quad (4.36)$$

A Figura 4.12 mostra o diagrama de Bode do filtro da equação (4.36), para uma frequência central de 6,25 kHz, o qual corresponde a um filtro passa-faixa. Pode-se observar que o espectro de fase do filtro é zero na proximidade da frequência central, e praticamente linear na banda de passo. Portanto, segundo as equações (4.28) e (4.30) pode-se afirmar que o retardo de grupo é zero, enquanto que o retardo de fase é uma constante na banda de passo.

Para obter o seno e cosseno da posição angular, usa-se a técnica de demodulação síncrona. Como o retardo de fase é zero para a frequência portadora de 6,25 kHz, pode-se aplicar a técnica de demodulação síncrona ao obter os valores das saídas do sensor *resolver* quando a onda de excitação atinge um máximo ou um mínimo, tal como amostrado na Figura 4.9.

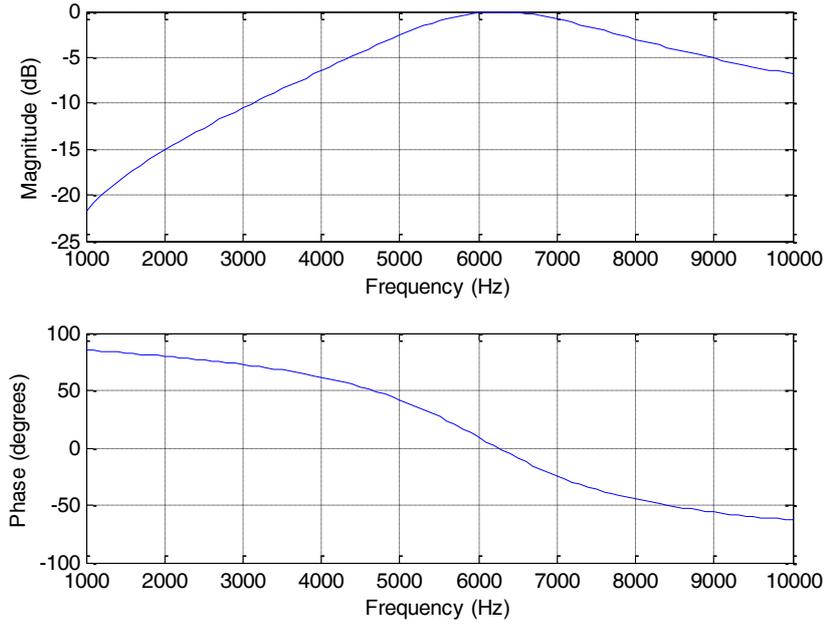


Figura 4.12. Filtro passa-faixa usado para demultiplexar as saídas do *resolver*.

Por outro lado, o retardo de grupo pode ser compensado da seguinte maneira: Definem-se os sinais $y_s(k)$ e $y_c(k)$ como os sinais obtidos respectivamente:

$$y_s(k) \approx \text{sen}(\theta + \psi) \quad (4.37)$$

$$y_c(k) \approx \text{cos}(\theta + \psi) \quad (4.38)$$

sendo ψ o retardo de grupo introduzido pelo processo de filtragem. Considerar que $\theta = \omega_m t$, sendo ω_m a velocidade angular instantânea. Portanto, pode-se afirmar que ψ depende da velocidade angular do motor:

$$\psi = \psi(\omega_m) \quad (4.39)$$

Portanto, conhecida a velocidade angular, o retardo de fase pode ser estimado. Seja θ_k e ω_{mk} a posição angular e a velocidade mecânica no instante k . Considerar também que a velocidade angular é praticamente constante durante duas amostragens consecutivas ($\omega_{mk} \approx \omega_{m(k-1)}$). Tal aproximação é verdadeira quando a taxa de amostragem dos sinais é muito maior que a velocidade mecânica. Em consequência, o atraso de fase também pode ser considerado constante durante curtos intervalos de tempo ($\psi_k \approx \psi_{(k-1)}$). Considerando as aproximações previamente mencionadas, tem-se:

$$y_s(k) \approx \text{sen}(\theta_k + \psi_k) \quad (4.40)$$

$$y_c(k) \approx \text{cos}(\theta_k + \psi_k) \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} y_s(k-1) &\approx \text{sen}(\theta_{k-1} + \psi_{k-1}) \\ &\approx \text{sen}(\theta_{k-1} + \psi_k) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} y_c(k-1) &\approx \text{cos}(\theta_{k-1} + \psi_{k-1}) \\ &\approx \text{cos}(\theta_{k-1} + \psi_k) \end{aligned} \quad (4.43)$$

Aplicando propriedades trigonométricas:

$$\begin{aligned} y_s(k)y_c(k-1) - y_c(k)y_s(k-1) &\approx \text{sen}(\theta_k + \psi_k)\text{cos}(\theta_{k-1} + \psi_k) \\ &\quad - \text{cos}(\theta_k + \psi_k)\text{sen}(\theta_{k-1} + \psi_k) \\ &= \text{sen}((\theta_k + \psi_k) - (\theta_{k-1} + \psi_k)) \\ &= \text{sen}(\theta_k - \theta_{k-1}) \\ &\approx \theta_k - \theta_{k-1} \end{aligned} \quad (4.44)$$

A equação (4.44) assume que a diferença entre θ_k e θ_{k-1} é numericamente pequena. Assim, $\text{sen}(\theta_k - \theta_{k-1}) \approx (\theta_k - \theta_{k-1})$. Portanto, a velocidade angular pode ser aproximada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \omega_{mek} &\approx \frac{\theta_k - \theta_{k-1}}{T_s} \\ &\approx \frac{y_s(k)y_c(k-1) - y_c(k)y_s(k-1)}{T_s} \end{aligned} \quad (4.45)$$

sendo T_s o intervalo de tempo entre duas amostras, o qual é equivalente à inversa da taxa de amostragem. A equação (4.45) mostra que a velocidade angular pode ser estimada utilizando os sinais diretamente obtidos pelo processo de filtragem.

Conhecida a velocidade angular, o atraso de grupo pode ser conhecido e compensado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} y_s(k)\text{cos}(\psi_k) - y_c(k)\text{sen}(\psi_k) &= \text{sen}(\theta_k + \psi_k)\text{cos}(\psi_k) \\ &\quad - \text{cos}(\theta_k + \psi_k)\text{sen}(\psi_k) \\ &= \text{sen}(\theta_k + \psi_k - \psi_k) \\ &= \text{sen}_e(\theta_k) \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned}
y_c(k) \cos(\psi_k) + y_s(k) \text{sen}(\psi_k) &= \cos(\theta_k + \psi_k) \cos(\psi_k) \\
&\quad + \text{sen}(\theta_k + \psi_k) \text{sen}(\psi_k) \\
&= \cos(\theta_k + \psi_k - \psi_k) \\
&= \cos_e(\theta_k)
\end{aligned}
\tag{4.47}$$

O sub-índice “e” em $\text{sen}_e(\theta_k)$ e $\cos_e(\theta_k)$ indica que são as estimações do seno e cosseno da posição angular. As equações (4.46) e (4.47) utilizam simples propriedades trigonométricas para subtrair o atraso produzido pela filtragem. O retardo de fase pode ser estimado a partir do diagrama de Bode do filtro utilizado.

Porém, calcular $\text{sen}(\psi_k)$ e $\cos(\psi_k)$ em função de ψ involucra o cálculo de funções trigonométricas. Propõe-se uma abordagem mais simples: estimar diretamente $\text{sen}(\psi_k)$ e $\cos(\psi_k)$ como funções da velocidade angular, em uma determinada região de operação. Utilizando a equação (4.30) e o diagrama de Bode da Figura (4.12), calculou-se que o retardo de grupo é de 0,00014 segundos. Portanto, o atraso em radianos é:

$$\psi_k = 0,00014\omega_m \tag{4.48}$$

As Figuras 4.13 e 4.14 mostram a relação entre a velocidade angular e $\text{sen}(\psi_k)$ e $\cos(\psi_k)$. Tais curvas podem ser aproximadas por uma função linear e quadrática, respectivamente:

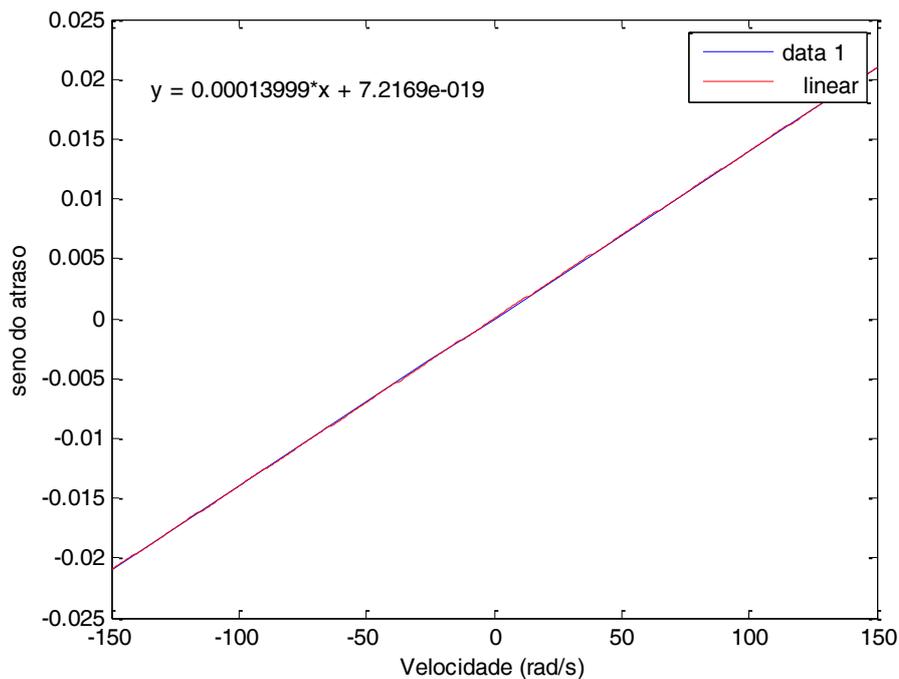


Figura 4.13. Aproximação de $\text{sen}(\psi)$.

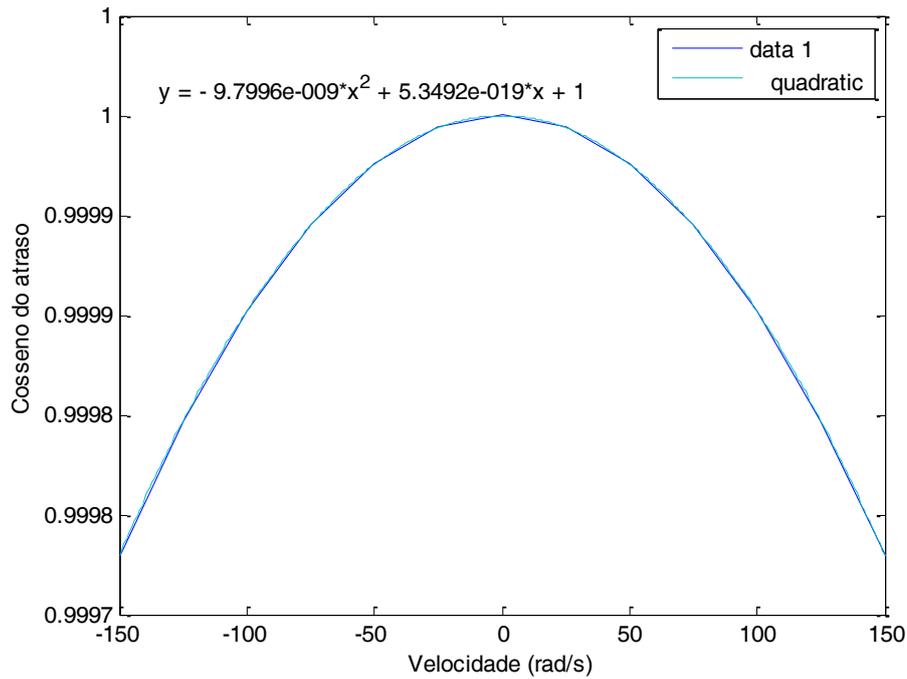


Figura 4.14. Aproximação de $\cos(\psi)$.

$$\text{sen}(\psi) \approx 0,00014\omega_m \quad (4.49)$$

$$\cos(\psi) \approx -9,8 \times 10^{-9} \omega_m^2 + 1 \quad (4.50)$$

Entretanto, para calcular a transformada de Park, é necessário conhecer o seno e o cosseno do ângulo elétrico: $\text{sen}(n\theta)$ e $\cos(n\theta)$. Para isso, podem-se usar as seguintes identidades trigonométricas:

$$\text{sen}(2x) = 2\text{sen}(x)\cos(x) \quad (4.51)$$

$$\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1 \quad (4.52)$$

$$\text{sen}(3x) = \text{sen}(x)[3 - 4\text{sen}^2(x)] \quad (4.53)$$

$$\cos(3x) = \cos(x)[1 - 4\text{sen}^2(x)] \quad (4.54)$$

$$\text{sen}(nx) = 2\cos(x)[\text{sen}((n-1)x) - \text{sen}((n-2)x)] \quad (4.55)$$

$$\cos(nx) = 2\cos(x)[\cos((n-1)x) - \cos((n-2)x)] \quad (4.56)$$

$$\text{sen}(nx) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos^k(x) \text{sen}^{n-k}(x) \text{sen}\left(\frac{(n-k)x}{2}\right) \quad (4.57)$$

$$\text{cos}(nx) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos^k(x) \text{sen}^{n-k}(x) \text{cos}\left(\frac{(n-k)x}{2}\right) \quad (4.58)$$

O uso de cada fórmula depende do número de polos do motor, procurando a simplificação dos cálculos. Com as equações anteriores, é possível obter o seno e cosseno necessários para a transformada de Park. Esta abordagem é útil quando o número de polos do motor é pequeno, o que acontece em muitos protótipos de veículos híbridos baseados em MSIP.

4.6. Estimação das Correntes Estatóricas

A Figura 4.15 mostra o algoritmo proposto para calcular as correntes estatóricas. No primeiro lugar, as saídas do sensor *resolver* podem ser estimados, sendo que a excitação $v_e(k)$ é conhecida e que $\text{sen}(\theta_k)$ e $\text{cos}(\theta_k)$ foram estimados. Assim, obtêm-se as primeiras estimativas $i_{ae1}(k)$ e $i_{be1}(k)$:

$$\begin{aligned} i_{ae1}(k) &= s_1(k) - a_0 v_e(k) \text{sen}_e(\theta_k) \\ &= i_{as}(k) - a_0 v_e(k) [\text{sen}(\theta_k) - \text{sen}_e(\theta_k)] \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} i_{be1}(k) &= s_2(k) - a_0 v_e(k) \text{cos}_e(\theta_k) \\ &= i_{bs}(k) - a_0 v_e(k) [\text{cos}(\theta_k) - \text{cos}_e(\theta_k)] \end{aligned} \quad (4.60)$$

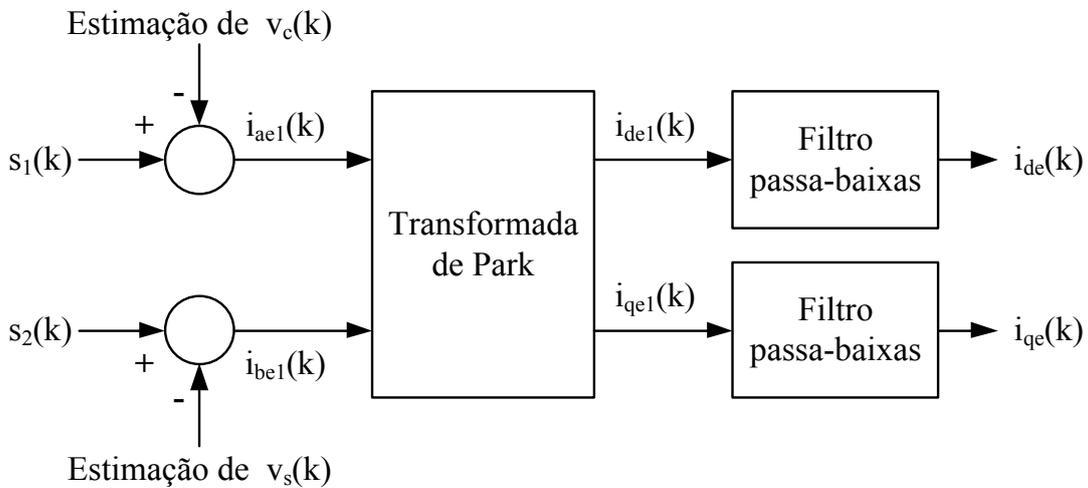


Figura 4.15. Estimação das correntes nos eixos d e q .

Se a estimação do seno e cosseno da posição angular fosse perfeita, as equações (4.59) e (4.60) seriam ótimas aproximações das correntes estatóricas. Não obstante, um erro de estimação sempre está presente. Este erro introduz um sinal de alta frequência localizada na frequência de excitação de $v_e(k)$ nas estimações $i_{ae1}(k)$ e $i_{be1}(k)$.

Aquela interferência pode ser atenuada através do uso de filtros passa-baixas ou rejeita-faixa. Não obstante, o processo de filtragem adicionaria um retardo de fase aos sinais de corrente. O retardo de fase de um filtro passa-baixas é maior quando a frequência do sinal (da corrente elétrica neste caso) é maior.

Por outro lado, deve-se observar que o controle vetorial utiliza as correntes nos eixos d e q (não as correntes trifásicas) para determinar os estados de chaveamento do inversor. No controle de velocidade, tais correntes são praticamente constantes em regime permanente. Em geral, as correntes nos eixos d e q são sinais com uma taxa de variação pequena, desconsiderando as oscilações produto do chaveamento. A possibilidade de representar grandezas trifásicas em regime permanente como grandezas desacopladas com valores constantes é uma das principais vantagens do uso da Transformada de Park. Tal vantagem permite o uso de reguladores PI no controle dos motores trifásicos.

Na presente Tese de Doutorado, usa-se uma nova abordagem para demultiplexar os sinais de corrente. No lugar de aplicar um filtro passa-baixas a $i_{ae1}(k)$ e $i_{be1}(k)$ para depois aplicar a transformada de Park, propõe-se aplicar a transformada de Park diretamente a $i_{ae1}(k)$ e $i_{be1}(k)$, para depois aplicar uma filtragem aos sinais obtidos pela transformada de Park. Para explicar esta abordagem, as equações (4.59) e (4.60) podem ser rescritas da seguinte maneira:

$$i_{ae1}(k) = i_{as}(k) - p_1(k) \quad (4.61)$$

$$i_{be1}(k) = i_{bs}(k) - p_2(k) \quad (4.62)$$

$$p_1(k) = a_0 v_e(k) [\text{sen}(\theta_k) - \text{sen}_e(\theta_k)] \quad (4.63)$$

$$p_2(k) = a_0 v_e(k) [\text{cos}(\theta_k) - \text{cos}_e(\theta_k)] \quad (4.64)$$

sendo $p_1(k)$ e $p_2(k)$ as interferências de alta frequência nas estimativas das correntes trifásicas. Define-se \mathbf{P} como a matriz que permite obter as grandezas nos eixos d e q a partir das grandezas trifásicas balanceadas. Aplicando a transformada de Park a $i_{ae1}(k)$ e $i_{be1}(k)$, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} i_{de}(k) \\ i_{qe}(k) \end{bmatrix} &= \mathbf{P} \begin{bmatrix} i_{ae}(k) \\ i_{be}(k) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{P} \begin{bmatrix} i_{as}(k) - p_1(k) \\ i_{bs}(k) - p_2(k) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{P} \begin{bmatrix} i_{as}(k) \\ i_{bs}(k) \end{bmatrix} - \mathbf{P} \begin{bmatrix} p_1(k) \\ p_2(k) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} i_d(k) \\ i_q(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_d(k) \\ p_q(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.65}$$

sendo $i_d(k)$ e $i_q(k)$ os verdadeiros valores das correntes nos eixos d e q , enquanto que $p_d(k)$ e $p_q(k)$ são sinais que afetam as estimativas de $i_d(k)$ e $i_q(k)$. Deve-se observar que o sistema de referência usado na transformada de Park é síncrono à frequência elétrica, a qual é muito menor que a frequência de excitação do *resolver*. Portanto, $p_d(k)$ e $p_q(k)$ são sinais de alta frequência (na ordem dos kHz). Assim, um filtro passa-baixas é suficiente para atenuar $p_d(k)$ e $p_q(k)$ e obter as estimativas das correntes nos eixos d e q .

4.7. Comentários Finais

Neste capítulo foi descrito a técnica de multiplexação dos sinais do sensor *resolver* e dos sensores de corrente para reduzir o número de conversores A/D no controle de MSIP, junto com a técnica de demultiplexação. No lugar de demultiplexar os sinais de posição angular, os sinais multiplexados foram diretamente utilizados para estimar a velocidade angular, o seno e o cosseno do ângulo elétrico. Os sinais obtidos possuem a suficiente exatidão para serem utilizados no controle vetorial do MSIP. Pode-se observar a técnica proposta não precisa do cálculo de funções trigonométricas. Somente é necessário uma onda senoidal em sincronismo com o sinal de excitação do sensor *resolver*, o que pode ser implementado através de um *Look-Up Table*.

CAPÍTULO 5. CONTROLE EM MALHA FECHADA DO MSIP USANDO RNA

5.1. Introdução

O presente capítulo mostra o controle proposto para o MSIP, baseado na modelagem Takagi-Sugeno *Fuzzy* (TSF), o controlador de modelagem interna (CMI), e as Desigualdades Lineares Matriciais (*LMIs*). Adicionalmente, é descrito o sistema de estimação de velocidade sem sensores baseado na modificação do observador de Luenberger. Também é explicado o uso das Redes Neurais Artificiais (RNAs) para implementar as técnicas de controle e estimação.

As simulações efetuadas neste capítulo não usam a técnica de multiplexação proposta. A integração da técnica MFD com os algoritmos de controle será mostrado no Capítulo 6.

5.2. Controle Vetorial com Sensor *Resolver*

Considerando um motor com polos não salientes ($L_d = L_q = L$), as equações do MSIP podem ser redefinidas da seguinte maneira:

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{r}{L}i_d + n\omega_m i_q + \frac{1}{L}v_d \quad (5.1)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{r}{L}i_q + \frac{1}{L}v_d - n\omega_m i_d - \frac{n\phi}{L}\omega_m \quad (5.2)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = -\frac{b}{J_r}\omega_m + \frac{1,5n\phi}{J_r}i_q - \frac{1}{J_r}t_L \quad (5.3)$$

A partir destas equações, diferentes modelos em espaço de estado do MSIP podem ser desenvolvidos. Por exemplo, a equação (5.4) expressa o MSIP como um sistema *MIMO* (muitas entradas e muitas saídas): as entradas são as tensões nos eixos d e q , enquanto que as saídas são a velocidade angular e a tensão no eixo d :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{j_r} & \frac{1,5n\phi}{j_r} & 0 \\ -\frac{n\phi}{L} & -\frac{r}{L} & -n\omega_m \\ 0 & n\omega_m & -\frac{r}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{j_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} t_L \quad (5.4)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_q \\ i_d \end{bmatrix}$$

O torque de carga é considerado como uma perturbação. Este modelo possui duas não linearidades: os termos $-n\omega_m$ e $n\omega_m$ presentes na matriz de estado. Segundo a metodologia de modelagem explicada no capítulo 3, o modelo Takagi-Sugeno *Fuzzy* da equação (5.4) terá $2^2 = 4$ modelos locais. Definem-se f_{23} e f_{32} como as não linearidades presentes na matriz de estado na equação (5.4):

$$f_{23} = -n\omega \quad (5.5)$$

$$f_{32} = n\omega \quad (5.6)$$

Segundo com a metodologia explicada no capítulo 3, definem-se as variáveis $f_{231}, f_{232}, f_{321}, f_{322}, \sigma_{231}, \sigma_{232}, \sigma_{321}, \sigma_{322}$:

$$f_{231} = \max(f_{23}) \quad (5.7)$$

$$f_{232} = \min(f_{23}) \quad (5.8)$$

$$f_{321} = \max(f_{32}) \quad (5.9)$$

$$f_{322} = \min(f_{32}) \quad (5.10)$$

$$\sigma_{231} = \frac{f_{23} - f_{232}}{f_{231} - f_{232}} \quad (5.11)$$

$$\sigma_{232} = \frac{f_{231} - f_{23}}{f_{231} - f_{232}} \quad (5.12)$$

$$\sigma_{321} = \frac{f_{32} - f_{322}}{f_{321} - f_{322}} \quad (5.13)$$

$$\sigma_{322} = \frac{f_{321} - f_{32}}{f_{321} - f_{322}} \quad (5.14)$$

Assim, as funções de pertinência e os modelos locais do modelo Takagi-Sugeno Fuzzy do MSIP são definidos da seguinte maneira:

$$\alpha_1 = \sigma_{231}\sigma_{321} \quad (5.15)$$

$$\alpha_2 = \sigma_{231}\sigma_{322} \quad (5.16)$$

$$\alpha_3 = \sigma_{232}\sigma_{321} \quad (5.17)$$

$$\alpha_4 = \sigma_{232}\sigma_{322} \quad (5.18)$$

Modelo local 1 :

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{b}{j_r} & \frac{1,5n\phi}{j_r} & 0 \\ -\frac{n\phi}{L} & -\frac{r}{L} & f_{231} \\ 0 & f_{321} & -\frac{r}{L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{j_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Modelo local 2 :

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{b}{j_r} & \frac{1,5n\phi}{j_r} & 0 \\ -\frac{n\phi}{L} & -\frac{r}{L} & f_{231} \\ 0 & f_{322} & -\frac{r}{L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{j_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Modelo local 3 :

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{b}{j_r} & \frac{1,5n\phi}{j_r} & 0 \\ -\frac{n\phi}{L} & -\frac{r}{L} & f_{232} \\ 0 & f_{321} & -\frac{r}{L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{j_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Modelo local 4 :

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -\frac{b}{j_r} & \frac{1,5n\phi}{j_r} & 0 \\ -\frac{n\phi}{L} & -\frac{r}{L} & f_{232} \\ 0 & f_{322} & -\frac{r}{L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_4 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{j_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

sendo \mathbf{A}_i , \mathbf{B}_i , \mathbf{C}_i e \mathbf{P}_i as matrizes de estado, entrada, saída e a matriz de perturbação do i -ésimo modelo local, respectivamente.

O controlador em malha fechada é obtido usando a metodologia desenvolvida na seção 3.5. Assumindo que as perturbações são rejeitadas pelo controlador CMI-TSF, o sistema em malha fechada é descrito pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_e &\approx \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{A}_{ei} \mathbf{x}_e + \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mathbf{B}_{ei} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_e \mathbf{x}_e \end{aligned} \quad (5.23)$$

sendo

$$\mathbf{A}_{ei} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.24)$$

$$\mathbf{B}_{ei} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.25)$$

$$\mathbf{C}_e = [\mathbf{C}_i \quad 0], \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.26)$$

$$\mathbf{x}_e(t) = [\omega_m \quad i_q \quad i_d \quad \varepsilon_\omega \quad \varepsilon_d]^T \quad (5.27)$$

sendo ε_ω e ε_d as integrais dos erros de velocidade e corrente no eixo d , respectivamente:

$$\frac{d\varepsilon_\omega}{dt} = \omega_{referência} - \omega_m \quad (5.28)$$

$$\frac{d\varepsilon_d}{dt} = i_{d-referência} - i_d \quad (5.29)$$

Sendo que o modelo Takagi-Sugeno *Fuzzy* proposto para o MSIP possui quatro modelos locais, somente quatro matrizes de realimentação de estados serão necessárias. Portanto, o controlador CMI-TSF proposto possui a seguinte estrutura:

$$\mathbf{u} = -\sum_{j=1}^4 \alpha_j \mathbf{K}_{ej} \mathbf{x}_e \quad (5.30)$$

As matrizes de realimentação \mathbf{K}_{e1} , \mathbf{K}_{e2} , \mathbf{K}_{e3} e \mathbf{K}_{e4} são obtidas usando as *LMIs* descritas nas seções 3.5 e 3.6.

5.2.1. Exemplo de Aplicação

Para validar o sistema de controle CMI-TSF para o MSIP, simulações foram efetuadas utilizando o software *MATLAB*. Os parâmetros do motor e do controlador proposto são listados nas Tabelas 5.1 e 5.2, respectivamente.

As simulações apresentadas neste capítulo não considera o uso da técnica de multiplexação no domínio da frequência (MDF). Desta maneira, será avaliado somente o desempenho do controlador.

As matrizes de realimentação obtidas são amostradas na sequência:

$$\mathbf{K}_{e1} = \begin{bmatrix} 0 & 1,125 & 18,361 & 0 & -806,807 \\ 0,865 & 0,315 & 0,225 & -4,671 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Tabela 5.1. Parâmetros do MSIP

| Parâmetro | Valor nominal |
|----------------------------|-------------------------|
| Resistência | 0.85 Ω |
| Indutâncias no eixo d | 6 mH |
| Indutâncias no eixo q | 6 mH |
| Fluxo equivalente dos ímãs | 0.148 Wb |
| Inércia do rotor | 0.005 Kg.m ² |
| Coefficiente de atrito | 0.0005 N.m.s |
| Número de pares de polos | 3 |
| Potência | 1,5 kW |

Tabela 5.2. Parâmetros do controlador CMI-TSF

| Parâmetro | Valor |
|-----------|-------------|
| ν | 50 |
| ρ | 170 |
| f_{231} | 450 |
| f_{232} | -450 |
| f_{321} | 450 |
| f_{322} | -450 |

$$\mathbf{K}_{e2} = \begin{bmatrix} 0 & -1,125 & 18,361 & 0 & -806,807 \\ 0,865 & 0,315 & 0,225 & -4,671 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

$$\mathbf{K}_{e3} = \begin{bmatrix} 0 & 1,125 & 18,361 & 0 & -806,807 \\ 0,865 & 0,315 & -0,225 & -4,671 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$\mathbf{K}_{e4} = \begin{bmatrix} 0 & -1,125 & 18,361 & 0 & -806,807 \\ 0,865 & 0,315 & -0,225 & -4,671 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Um filtro passa-baixas com frequência de corte de 0,5Hz é usado após o sinal de referência de velocidade, tal como mostrado na Figura 5.1. Esta estratégia é muito usada no controle de motores para evitar picos de corrente produzidos por abruptas variações da referência de velocidade. A frequência de velocidade também determina o tempo de assentamento da curva de velocidade. Nas simulações, a frequência de 0,5 Hz foi escolhida para obter um tempo de assentamento na curva de velocidade de 2 segundos.

O torque de carga depende do quadrado da velocidade, segundo a seguinte equação:

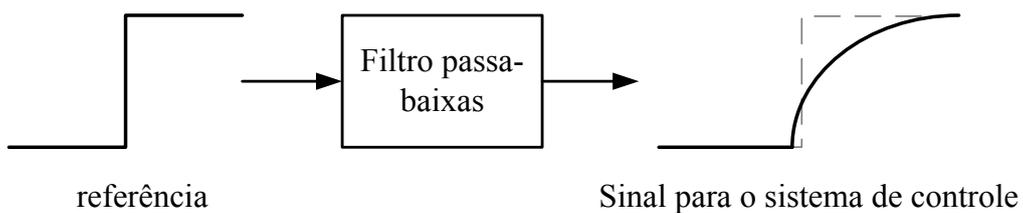


Figura 5.1. Uso de filtro na referência de velocidade.

$$t_L = (40 \times 10^{-6}) \omega_m^2 \quad (5.35)$$

As tensões trifásicas de referência foram obtidas aplicando a transformada inversa de Park às tensões estimadas pelo controlador CMI-TSF.

A modulação por híbrida (*HPWM*) foi usada para gerar os pulsos de chaveamento do inversor: sejam v_{ar} , v_{br} e v_{cr} as referências de tensão por fase. Novas referências trifásicas são obtidas da seguinte maneira:

$$v_{az} = v_{ar} + v_z \quad (5.36)$$

$$v_{bz} = v_{br} + v_z \quad (5.37)$$

$$v_{cz} = v_{cr} + v_z \quad (5.38)$$

$$v_z = 0,5[\max(v_{ar}, v_{br}, v_{cr}) + \min(v_{ar}, v_{br}, v_{cr})] \quad (5.39)$$

As novas referências v_{az} , v_{bz} e v_{cz} são comparados com uma portadora triangular, como no caso da modulação senoidal. Mas os pulsos de chaveamento são equivalentes aos obtidos com a modulação de vetores espaciais.

As Figuras 5.2 e 5.3 mostram os resultados de simulação para a velocidade mecânica e para as correntes nos eixos d e q do MSIP. Pode-se observar que o erro de velocidade em regime permanente é zero para as duas referências de velocidade. Adicionalmente, a resposta é sobreamortecida. O erro da corrente no eixo d é praticamente zero em regime permanente, enquanto que a corrente máxima é menor a 4 mA, e somente acontecem quando a referência de velocidade muda.

5.3. Controle Vetorial sem Sensores

O sistema proposto para estimar a posição angular do MSIP é baseado na melhora do observador de Luenberger. Um observador permite estimar o vetor de estado a partir do conhecimento dos parâmetros da planta e a saída do sistema. Para o sistema linear mostrado:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad (5.40)$$

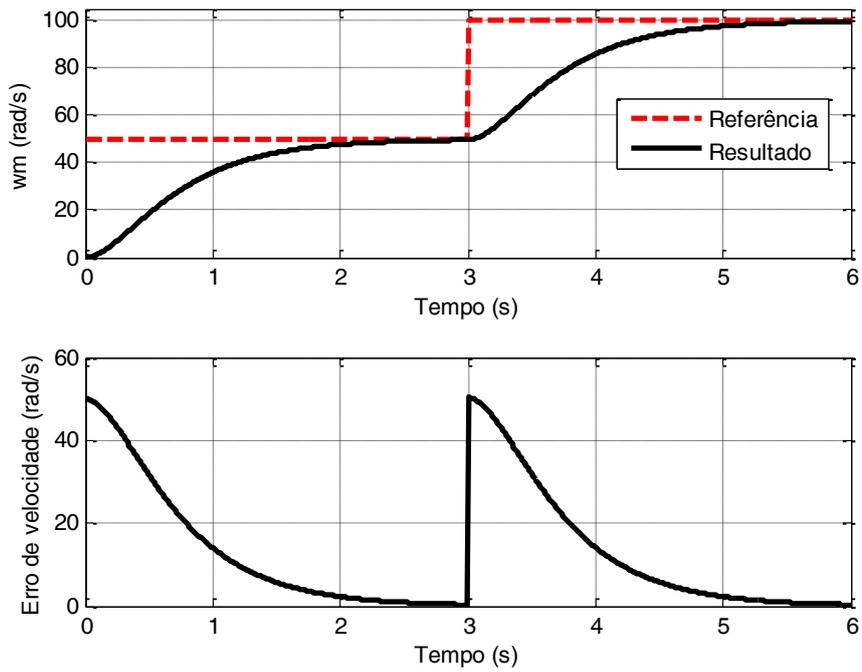


Figura 5.2. Resultados de simulação para a velocidade.

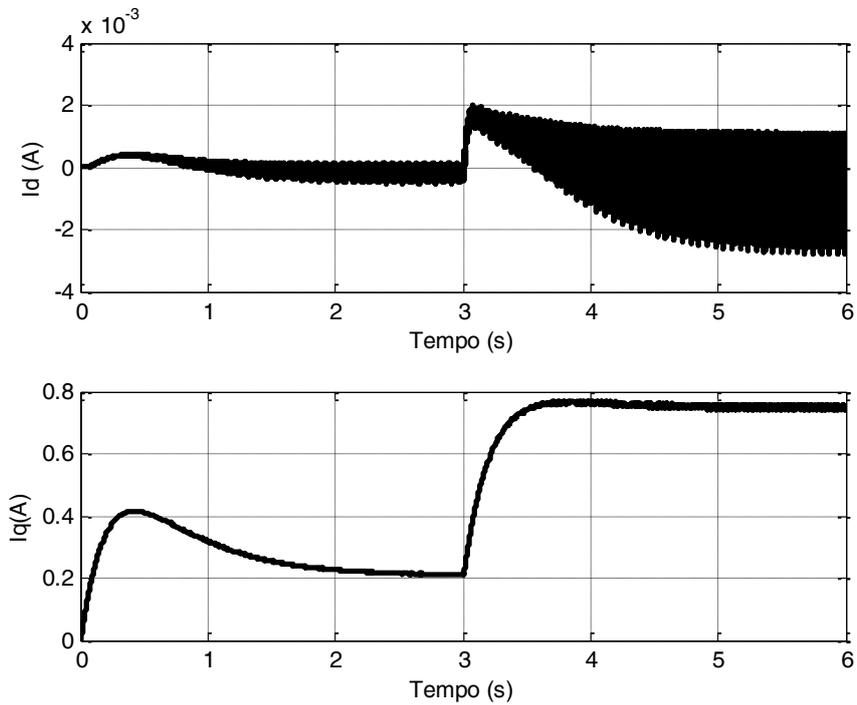


Figura 5.3. Resultados de simulação para as correntes do MSIP.

O observador de Luenberger possui a seguinte estrutura:

$$\dot{\mathbf{x}}_{est} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{est} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}(y - y_{est}) \quad (5.41)$$

sendo \mathbf{x}_{est} o vetor de estado estimado, $\mathbf{y}_{est} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{est}$ é a saída estimada, $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$ é a saída da planta, enquanto que \mathbf{L} é uma matriz de realimentação. De (5.40) e (5.41), tem-se:

$$\begin{aligned}\mathbf{x} - \dot{\mathbf{x}}_{est} &= (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) - (\mathbf{A}\mathbf{x}_{est} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{y}_{est})) \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{est}) - \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{y}_{est}) \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{est}) - \mathbf{L}\mathbf{C}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{est}) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{est})\end{aligned}\quad (5.42)$$

Define-se $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{est}$ como o erro de estimação. Assim, a equação (5.38) pode ser redefinida da seguinte maneira:

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{z}\quad (5.43)$$

O observador de Luenberger permite estimar o ângulo elétrico e a velocidade mecânica do MSIP, baseado na estimação da força contra-eletromotriz. O modelo do MSIP no sistema de referência estacionário $\alpha\beta$ é:

$$\frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{r}{l}i_\alpha + \frac{1}{l}v_\alpha - \frac{1}{l}e_\alpha\quad (5.44)$$

$$\frac{di_\beta}{dt} = -\frac{r}{l}i_\beta + \frac{1}{l}v_\beta - \frac{1}{l}e_\beta\quad (5.45)$$

sendo e_α e e_β as forças contra-eletromotrizes a estimar:

$$e_\alpha = n\phi\omega_m \cos(n\theta)\quad (5.46)$$

$$e_\beta = n\phi\omega_m \sin(n\theta)\quad (5.47)$$

No observador de Luenberger convencional, considera-se que a derivada das forças contra-eletromotrizes é zero:

$$\begin{aligned}\frac{de_\alpha}{dt} &\approx 0 \\ \frac{de_\beta}{dt} &\approx 0\end{aligned}\quad (5.48)$$

Assim, o sistema a serem observado é modelado da seguinte maneira:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r/l & 0 & -1/l & 0 \\ 0 & -r/l & 0 & -1/l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/l & 0 \\ 0 & 1/l \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix}$$

O sistema em (5.49) considera as correntes e forças contra-eletromotrizes como as variáveis de estado. As saídas deste sistema são as correntes do estator nos eixos $\alpha\beta$, as quais são conhecidas por meio dos sensores de corrente. A posição angular é calculada da seguinte maneira:

$$\frac{e_\beta}{e_\alpha} = \frac{\text{sen}(n\theta)}{\text{cos}(n\theta)} = \tan(n\theta) \quad (5.50)$$

Por outro lado, no controle de velocidade do MSIP, a posição angular muda. Portanto, a aproximação efetuada em (5.44) é inadequada para altas velocidades.

O presente desenvolvimento propõe uma melhora no estimador das forças contra-eletromotrizes. Em primeiro lugar, uma modificação no sistema linear a ser observado é efetuada. Derivando (5.46) e (5.43), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{de_\alpha}{dt} &= \frac{d[n\phi\omega_m \text{cos}(n\theta)]}{dt} \\ &= n\phi \left[\frac{d\omega_m}{dt} \text{cos}(n\theta) - \omega_m (n\omega_m) \text{sen}(n\theta) \right] \\ &= n\phi \frac{d\omega_m}{dt} \text{cos}(n\theta) - n^2 \phi \omega_m^2 \text{sen}(n\theta) \end{aligned} \quad (5.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{de_\beta}{dt} &= \frac{d[n\phi\omega_m \text{sen}(n\theta)]}{dt} \\ &= n\phi \left[\frac{d\omega_m}{dt} \text{sen}(n\theta) + \omega_m (n\omega_m) \text{cos}(n\theta) \right] \\ &= n\phi \frac{d\omega_m}{dt} \text{sen}(n\theta) + n^2 \phi \omega_m^2 \text{cos}(n\theta) \end{aligned} \quad (5.52)$$

Considerando que aceleração do motor é pequena em relação à velocidade mecânica, as equações (5.51) e (5.52) podem ser aproximadas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
\frac{de_\alpha}{dt} &\approx -n^2 \phi \omega_m^2 \sin(n\theta) \\
&\approx -n\omega_m [n\phi\omega_m \sin(n\theta)] \\
&\approx -n\omega_m e_\beta
\end{aligned} \tag{5.53}$$

$$\begin{aligned}
\frac{de_\beta}{dt} &\approx n^2 \phi \omega_m^2 \cos(n\theta) \\
&\approx n\omega_m [n\phi\omega_m \cos(n\theta)] \\
&\approx n\omega_m e_\alpha
\end{aligned} \tag{5.54}$$

A partir das equações (5.44), (5.45), (5.53) e (5.54), define-se o modelo em espaço de estado descrito na equação (5.55). Este modelo possui duas não linearidades representadas pelos termos $n\omega_m$ e $-n\omega_m$.

Uma solução simples para obter um modelo linear é substituir ω_m por um valor de operação específico ω_{op} . Assim, obtém-se a equação (5.56).

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -r/l & 0 & -1/l & 0 \\ 0 & -r/l & 0 & -1/l \\ 0 & 0 & 0 & -n\omega_m \\ 0 & 0 & n\omega_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/l & 0 \\ 0 & 1/l \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} \\
\mathbf{y} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.55}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -r/l & 0 & -1/l & 0 \\ 0 & -r/l & 0 & -1/l \\ 0 & 0 & 0 & -n\omega_{op} \\ 0 & 0 & n\omega_{op} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/l & 0 \\ 0 & 1/l \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} \\
\mathbf{y} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.56}$$

A matriz de ganho do observador de Luenberger (\mathbf{L}) pode ser projetada utilizando as equações (5.56) e o conjunto de *LMI*s utilizada no projeto do controlador do MSIP. Definem-se as matrizes \mathbf{A}_o e \mathbf{C}_o na sequência:

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} -r/l & 0 & -1/l & 0 \\ 0 & -r/l & 0 & -1/l \\ 0 & 0 & 0 & -n\omega_{op} \\ 0 & 0 & n\omega_{op} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

Aplicando o teorema de estabilidade de Lyapunov no modelo em malha fechada do observador de Luenberger, o observador será assintoticamente estável se existe uma matriz positiva definida \mathbf{Q} ($\mathbf{0} < \mathbf{Q}$) tal que:

$$(\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o)\mathbf{Q} + \mathbf{Q}(\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o)^T < \mathbf{0} \quad (5.58)$$

Multiplicando os dois lados de (5.58) pela inversa de \mathbf{Q}_o , obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^{-1}(\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o)\mathbf{Q}\mathbf{Q}^{-1} + \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{Q}(\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o)^T\mathbf{Q}^{-1} &< \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{Q}^{-1} \\ \mathbf{Q}^{-1}(\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o) + (\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o)^T\mathbf{Q}^{-1} &< \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5.59)$$

Definem-se as matrizes $\mathbf{P} = \mathbf{Q}^{-1}$ e $\mathbf{G} = \mathbf{PL}$. A matriz \mathbf{P} também é simétrica. Então, a equação (5.59) pode ser rescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o) + (\mathbf{A}_o - \mathbf{LC}_o)^T\mathbf{P} &< \mathbf{0} \\ \mathbf{PA}_o - \mathbf{PLC}_o + \mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - \mathbf{C}_o^T\mathbf{L}^T\mathbf{P} &< \mathbf{0} \\ \mathbf{PA}_o + \mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - (\mathbf{GC}_o + \mathbf{C}_o^T\mathbf{G}^T) &< \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5.60)$$

As condições de D -estabilidade também podem ser aplicadas no projeto da matriz de ganho \mathbf{L} :

$$\mathbf{PA}_o + \mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - (\mathbf{GC}_o + \mathbf{C}_o^T\mathbf{G}^T) + 2\nu\mathbf{P} < \mathbf{0} \quad (5.61)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho\mathbf{P} & \mathbf{PA}_o - \mathbf{GC}_o \\ \mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - \mathbf{C}_o^T\mathbf{G}^T & -\rho\mathbf{P} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (5.62)$$

$$\begin{bmatrix} \text{sen}(\varphi)(\mathbf{PA}_o + \mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - \mathbf{GC}_o - \mathbf{C}_o^T\mathbf{G}^T) & \cos(\varphi)(\mathbf{PA}_o - \mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - \mathbf{GC}_o + \mathbf{C}_o^T\mathbf{G}^T) \\ \cos(\varphi)(\mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - \mathbf{PA}_o + \mathbf{GC}_o - \mathbf{C}_o^T\mathbf{G}^T) & \text{sen}(\varphi)(\mathbf{PA}_o + \mathbf{A}_o^T\mathbf{P} - \mathbf{GC}_o - \mathbf{C}_o^T\mathbf{G}^T) \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (5.63)$$

No lugar de usar funções trigonométricas, propõe-se usar as estimações de e_α e e_β para obter o seno e cosseno do ângulo elétrico e a velocidade angular. A partir das equações (5.46) e (5.47), podem-se obter o seno e cosseno do ângulo elétrico:

$$\text{sen}(n\theta) = \frac{e_\alpha}{\sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2}} \quad (5.64)$$

$$\text{cos}(n\theta) = \frac{e_\beta}{\sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2}} \quad (5.65)$$

Usando a técnica explicada na equação (4.45), a velocidade elétrica pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\omega_{ek} = \frac{\text{sen}_k(n\theta)\text{cos}_{k-1}(n\theta) - \text{sen}_{k-1}(n\theta)\text{cos}_k(n\theta)}{t_s} \quad (5.66)$$

sendo $\text{sen}_k(n\theta)$ e $\text{cos}_k(n\theta)$ os valores do seno e cosseno do ângulo elétrico no instante k , enquanto que t_s é o intervalo de tempo entre duas amostras. Como o ângulo elétrico é igual à posição angular multiplicada pelo número de pares de polos, a velocidade mecânica no instante k (ω_{mk}) é igual à velocidade elétrica dividida pelo número de pares de polos:

$$\omega_{mk} = \frac{\omega_{ek}}{n} \quad (5.67)$$

5.3.1. Exemplo de Aplicação

Para validar o sistema de controle sem sensores, simulações foram efetuadas utilizando o software *MATLAB*. Os parâmetros do motor e do controlador proposto são listados nas Tabelas 5.1 e 5.2, respectivamente. Os parâmetros da região de D -estabilidade utilizados para o projeto da matriz L são listados na Tabela 5.3. A matriz de realimentação L obtida é apresentada na equação (5.68):

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 9251,90 & -93,42 \\ 93,42 & 9251,90 \\ -1,57 \times 10^5 & 6625,90 \\ -6625,90 & -1,57 \times 10^5 \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

O desempenho do estimador proposto, será comparado com um observador de Luenberger convencional (considerando as derivadas de e_α e e_β iguais a zero), utilizando o modelo em espaço de estado apresentado na equação (5.45). A matriz de

realimentação do observador de Luenberger convencional (L_{conv}) foi projetada usando as mesmas *LMI*s e mesmos parâmetros ν , ρ e φ utilizados para obter a matriz L

Tabela 5.3. Parâmetros do estimador de velocidade proposto

| Parâmetro | Valor |
|---------------|----------|
| ν | 4000 |
| ρ | 7000 |
| φ | 1 rad |
| ω_{op} | 70 rad/s |

$$L_{conv} = \begin{bmatrix} 9251,90 & 0 \\ 0 & 9251,90 \\ -1,57 \times 10^5 & 0 \\ 0 & -1,57 \times 10^5 \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

A Figura 5.4 mostra as estimações do seno do ângulo elétrico utilizando os observadores de Luenberger convencional e o proposto, para uma velocidade de 100 rad/s. Pode-se observar que o erro de estimação (expressado como retardo entre o sinal real e o estimado) é muito menor utilizando o observador proposto.

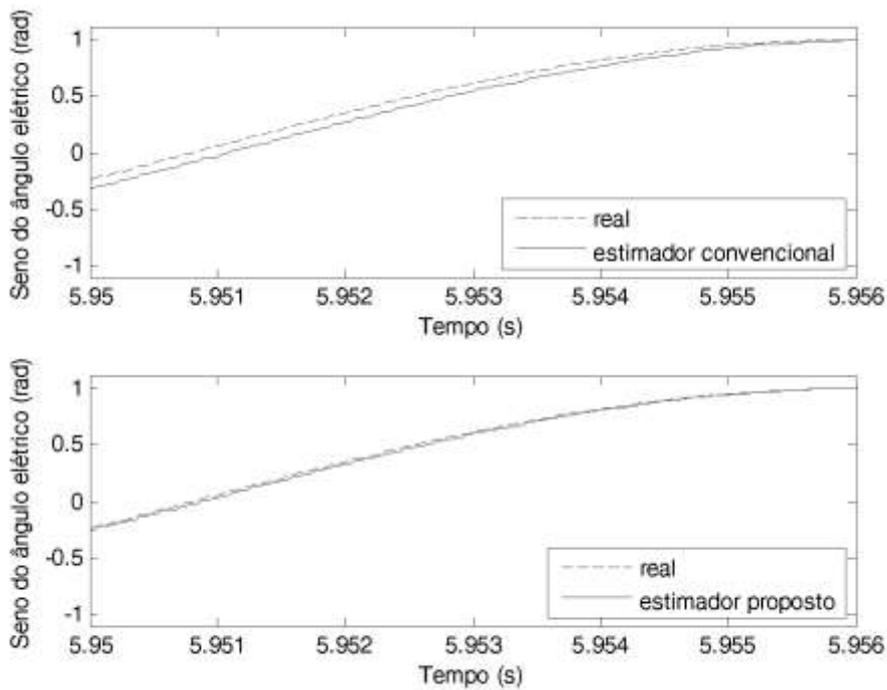


Figura 5.4. Comparação entre o observador convencional e o proposto.

5.4. Aplicação de RNA no Controle no MSIP

Nesta Tese de Doutorado, as RNAs foram aplicadas para implementar a técnica de controle CMI-TSF. O objetivo é expressar o controlador CMI-TSF como uma rede neural. A estrutura deste controlador não pode ser implementada diretamente como uma rede neural simples, porque as funções de pertinência *Fuzzy* dependem da velocidade angular.

Para *resolver* este problema, pode-se utilizar a propriedade das funções de pertinência indicada na equação (3.9), a qual é mostrada na sequência.

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i = 1 \quad (5.70)$$

Deve-se observar que as matrizes de realimentação podem ser rescritas da seguinte maneira:

$$\mathbf{K}_{e1} = \begin{bmatrix} 0 & k_{12} & k_{13} & 0 & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

$$\mathbf{K}_{e2} = \begin{bmatrix} 0 & -k_{12} & k_{13} & 0 & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.72)$$

$$\mathbf{K}_{e3} = \begin{bmatrix} 0 & k_{12} & k_{13} & 0 & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & -k_{23} & k_{24} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

$$\mathbf{K}_{e4} = \begin{bmatrix} 0 & -k_{12} & k_{13} & 0 & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & -k_{23} & k_{24} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

sendo $k_{12} = 1,125$; $k_{13} = 18,360$; $k_{15} = -806,807$; $k_{21} = 0,865$; $k_{22} = 0,315$; $k_{23} = -0,225$ e $k_{24} = -4,671$. Aplicando a propriedade em (5.70) em (5.30), tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_d \\ v_d \end{bmatrix} &= -\sum_{j=1}^4 \alpha_j \mathbf{K}_{ej} \mathbf{x}_e \\ &= \begin{bmatrix} k_{13}i_d + k_{15}\varepsilon_d + k_{12}(\alpha_1 + \alpha_3 - (\alpha_2 + \alpha_4))i_q \\ k_{21}\omega_m + k_{22}i_q + k_{24}\varepsilon_\omega + k_{23}(\alpha_1 + \alpha_2 - (\alpha_3 + \alpha_4))i_d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.75)$$

Considerando que $f_{231} = f_{321} = n\omega_0$, $f_{232} = f_{322} = -n\omega_0$, e pelas equações (5.11), (5.12), (5.13) e (5.14), tem-se:

$$\sigma_{231} = \frac{\omega_0 - \omega}{2\omega_0} \quad (5.76)$$

$$\sigma_{232} = \frac{\omega + \omega_0}{2\omega_0} \quad (5.77)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{321} &= \frac{\omega + \omega_0}{2\omega_0} \\ &= \sigma_{232} \end{aligned} \quad (5.78)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{322} &= \frac{\omega_0 - \omega}{2\omega_0} \\ &= \sigma_{231} \end{aligned} \quad (5.79)$$

Pelas definições das funções de pertinência, obtém-se:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \sigma_{231}\sigma_{321} \\ &= \sigma_{231}\sigma_{232} \end{aligned} \quad (5.80)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \sigma_{231}\sigma_{322} \\ &= \sigma_{231}\sigma_{231} \end{aligned} \quad (5.81)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \sigma_{232}\sigma_{321} \\ &= \sigma_{232}\sigma_{232} \end{aligned} \quad (5.82)$$

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \sigma_{232}\sigma_{322} \\ &= \sigma_{232}\sigma_{231} \\ &= \alpha_1 \end{aligned} \quad (5.83)$$

Portanto:

$$\alpha_1 + \alpha_3 - (\alpha_2 + \alpha_4) = \alpha_3 - \alpha_2 \quad (5.84)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 - (\alpha_3 + \alpha_4) = \alpha_2 - \alpha_3 \quad (5.85)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 - \alpha_2 &= (\sigma_{232})^2 - (\sigma_{231})^2 \\ &= (\sigma_{232} + \sigma_{231})(\sigma_{232} - \sigma_{231}) \\ &= \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2\omega_0} + \frac{\omega_0 - \omega}{2\omega_0} \right) \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2\omega_0} - \frac{\omega_0 - \omega}{2\omega_0} \right) \\ &= \frac{\omega}{\omega_0} \end{aligned} \quad (5.86)$$

Assim, o controlador CMI-TSF pode ser expresso como um neurônio artificial com função de transferência linear:

$$v_d = k_{13}i_d + k_{15}\varepsilon_d + \frac{k_{12}}{\omega_0}\omega i_q \quad (5.87)$$

$$v_q = k_{21}\omega_m + k_{22}i_q + k_{24}\varepsilon_\omega - \frac{k_{23}}{\omega_0}\omega i_d \quad (5.88)$$

Pode-se observar que os pesos sinápticos dos neurônios são os termos dos ganhos de realimentação, enquanto que as entradas são i_d , i_q , ω_m , ε_d , ε_ω , $\omega_m i_d$ e $\omega_m i_q$. A representação do controlador CMI-TSF como uma rede neural foi possível pela adequada seleção de f_{231} , f_{232} , f_{321} e f_{322} , tal que $f_{231} = f_{321}$ e $f_{232} = f_{322}$.

CAPÍTULO 6. RESULTADOS

6.1. Introdução

O presente capítulo mostra os resultados de simulação e experimentais do controle do MSIP utilizando a técnica de multiplexação no domínio da frequência (MDF) e a técnica de controle CMI-TSF proposto no Capítulo 5 implementado como uma rede neural.

Os parâmetros do MSIP, do sensor *resolver*, da técnica de multiplexação e demultiplexação de sinais, do controlador CMI-TSF e do estimador modificado de Luenberger utilizados são os mesmos que os utilizados nos Capítulos 4 e 5. Os parâmetros do MSIP utilizados para as simulações e ensaios experimentais são os mesmos da Tabela 5.1. As simulações foram efetuadas usando o software *MATLAB*.

6.2. Resultados de Simulação

As Figuras 6.1 a 6.6 mostram os resultados de simulação para a velocidade do MSIP operando com parâmetros nominais da Tabela 5.1, e também considerando uma redução de 20% nestes parâmetros: resistências, indutâncias, fluxo dos ímãs, coeficiente de atrito e inércia do rotor. Os resultados de simulação obtidos nestes testes são comparados com os resultados mostrados nas Figuras 5.2 e 5.3 (obtidos com o controlador TSF-CMI, com o MSIP operando em condições nominais, e sem usar a multiplexação no domínio da frequência), os quais são usados como valores de referência para determinar efeito da multiplexação e da variação dos parâmetros do motor nas variáveis de controle.

Pode-se observar que as maiores diferenças entre os resultados de referência e os resultados dos testes acontecem quando se diminuem os valores das resistências, do fluxo dos ímãs e da inércia do rotor. Tais respostas podem ser explicadas ao considerar que a redução do fluxo dos ímãs muda diretamente o torque eletromecânico (ver equação (2.19)), que o torque produzido pela inércia do rotor depende da aceleração (ver equação (2.20)), e que a resistência limita os valores das correntes estatóricas.

Entretanto, as simulações indicam que as diferenças são mínimas, o que demonstra que o sistema de controle é robusto ante variações dos parâmetros do MSIP.

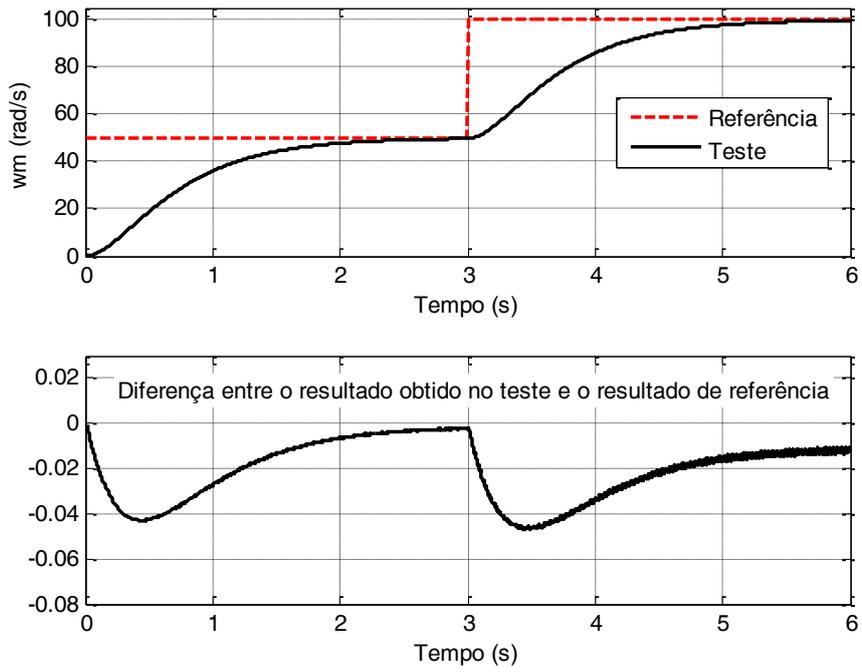


Figura 6.1. Resultados de velocidade para parâmetros nominais do MSIP.

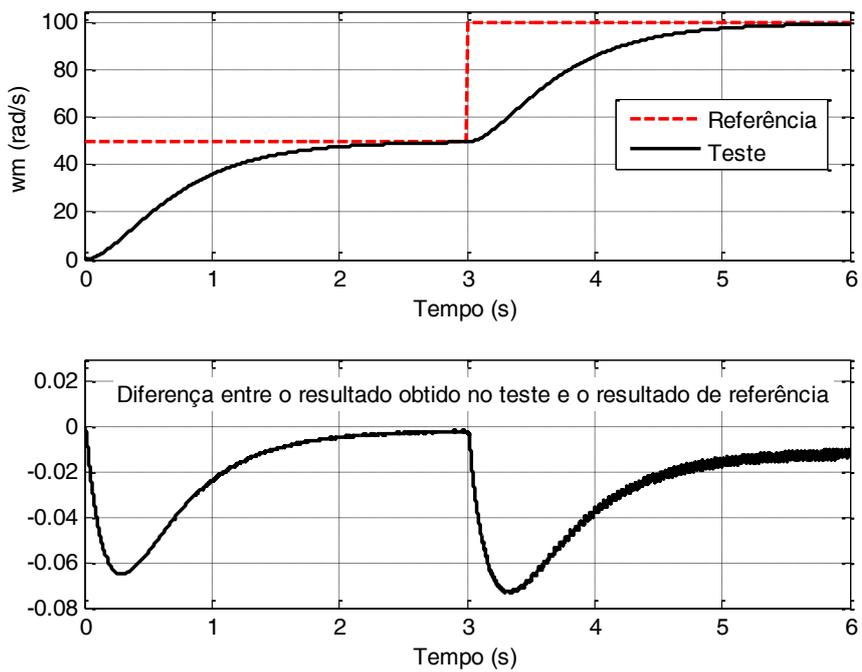


Figura 6.2. Resultados de velocidade considerando redução das resistências.

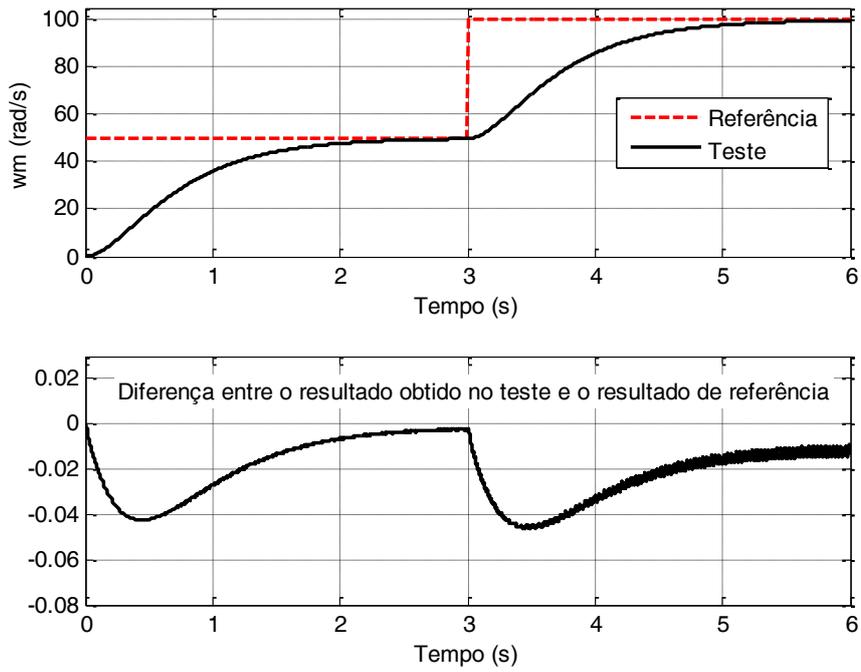


Figura 6.3. Resultados de velocidade considerando redução das indutâncias.

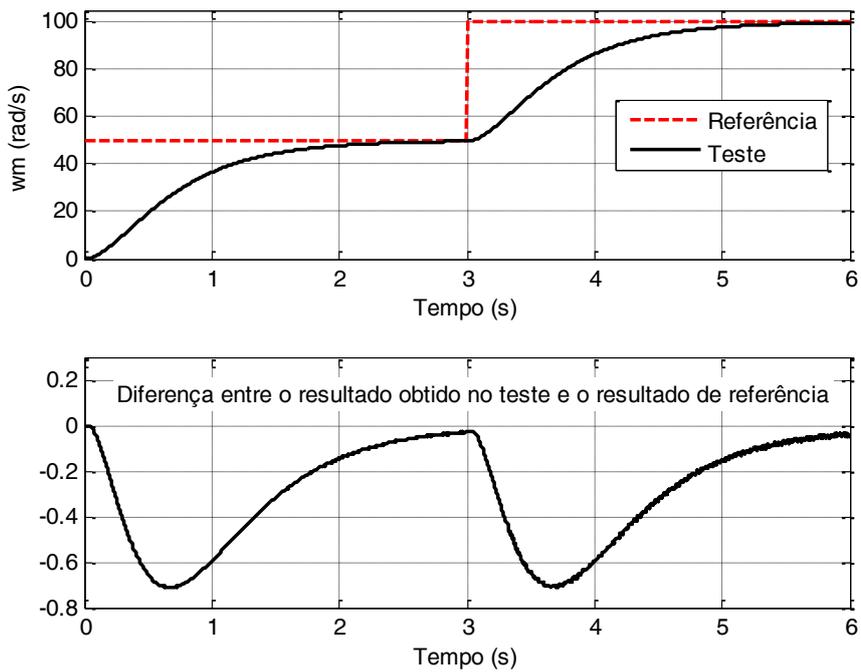


Figura 6.4. Resultados de velocidade considerando redução do fluxo dos ímãs.

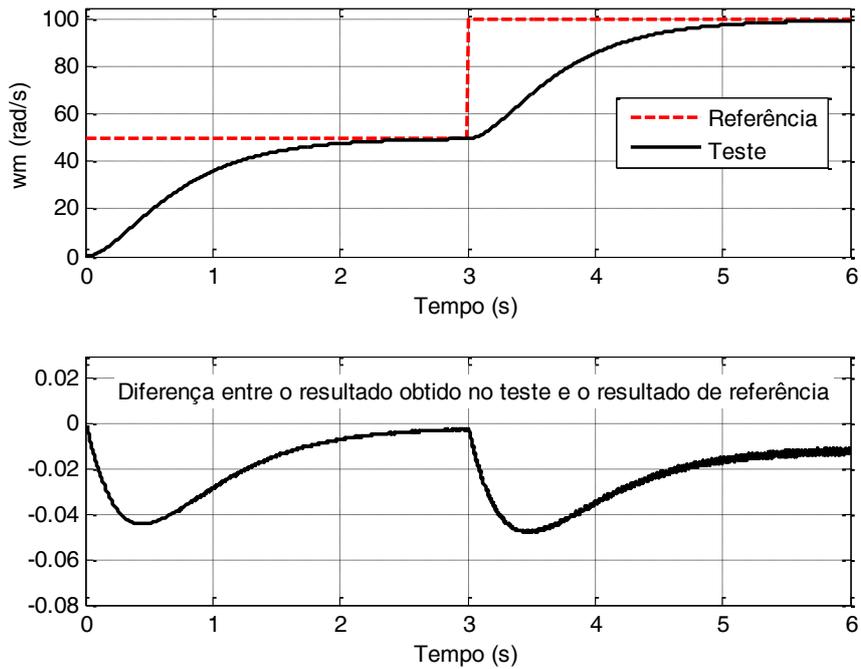


Figura 6.5. Resultados de velocidade considerando redução do coeficiente de atrito.

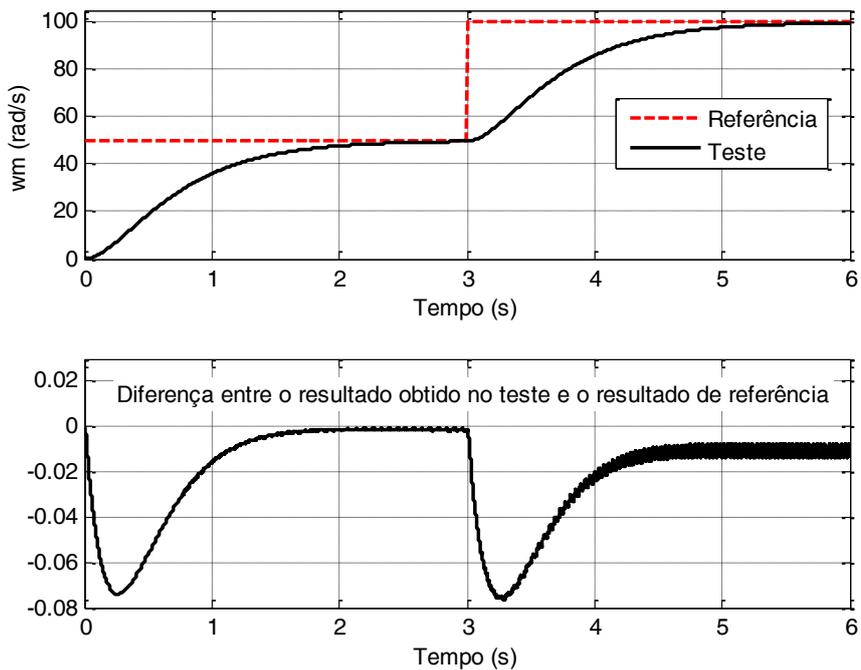


Figura 6.6. Resultados de velocidade considerando redução da inércia do rotor.

As Figuras 6.7 a 6.12 mostram os resultados para as correntes nos eixos q . A Figura 6.10 mostra um incremento da corrente. Este incremento é necessário para compensar o menor valor do fluxo dos ímãs, para gerar o torque eletromagnético necessário para atingir a velocidade desejada (ver equação (2.19)).

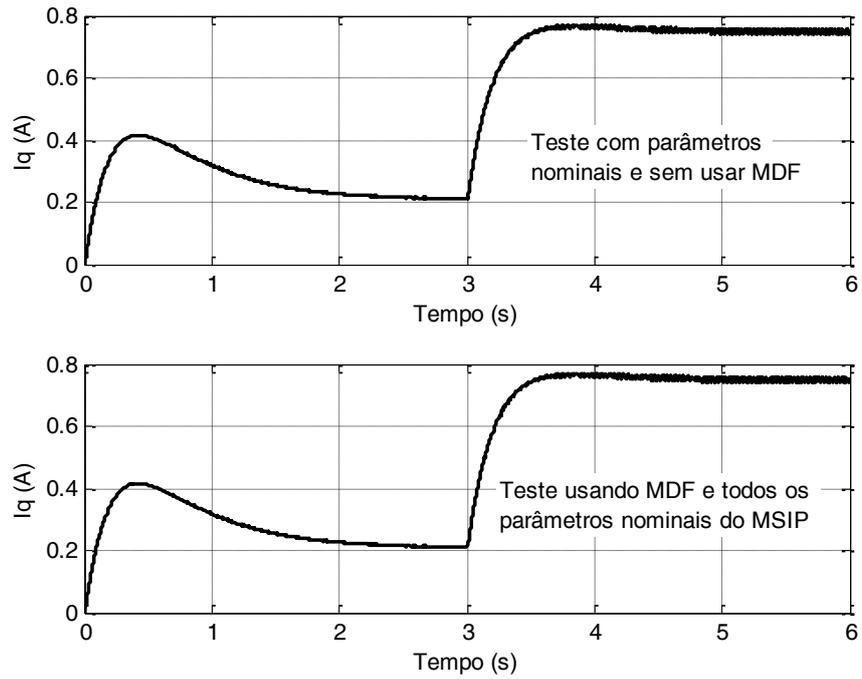


Figura 6.7. Resultados da corrente no eixo q para parâmetros nominais do MSIP.

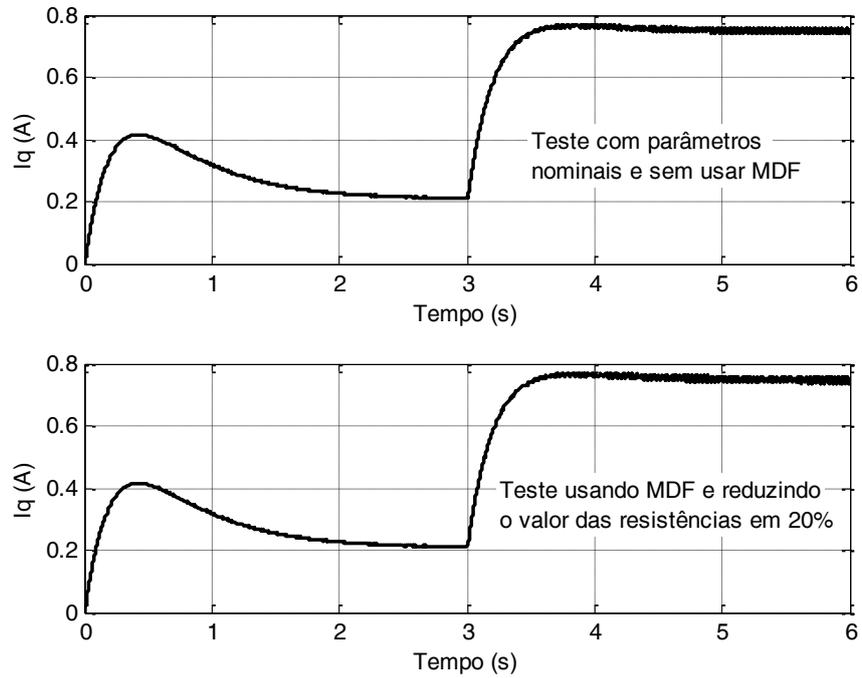


Figura 6.8. Resultados da corrente no eixo q considerando redução das resistências.

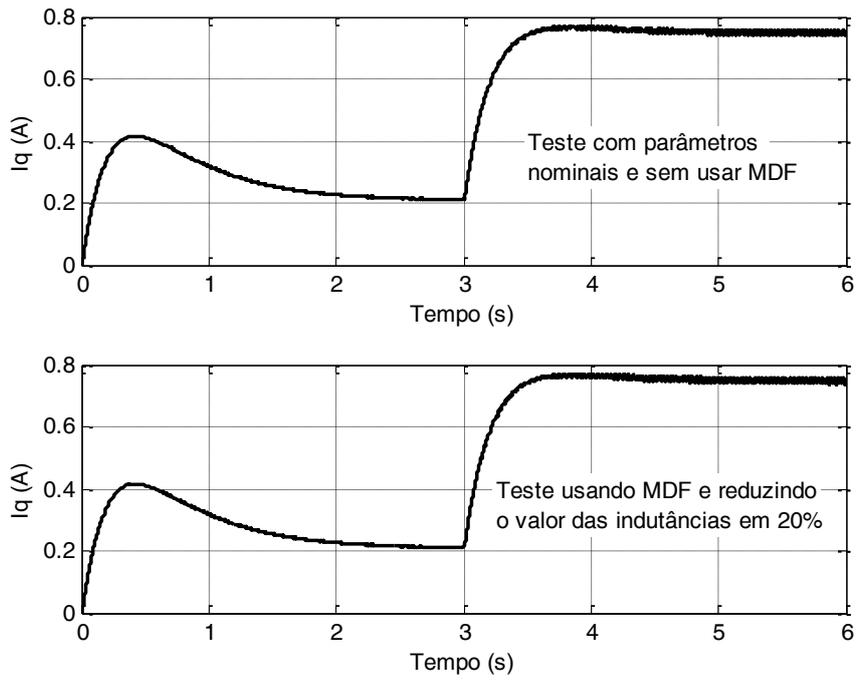


Figura 6.9. Resultados da corrente no eixo q considerando redução das indutâncias.

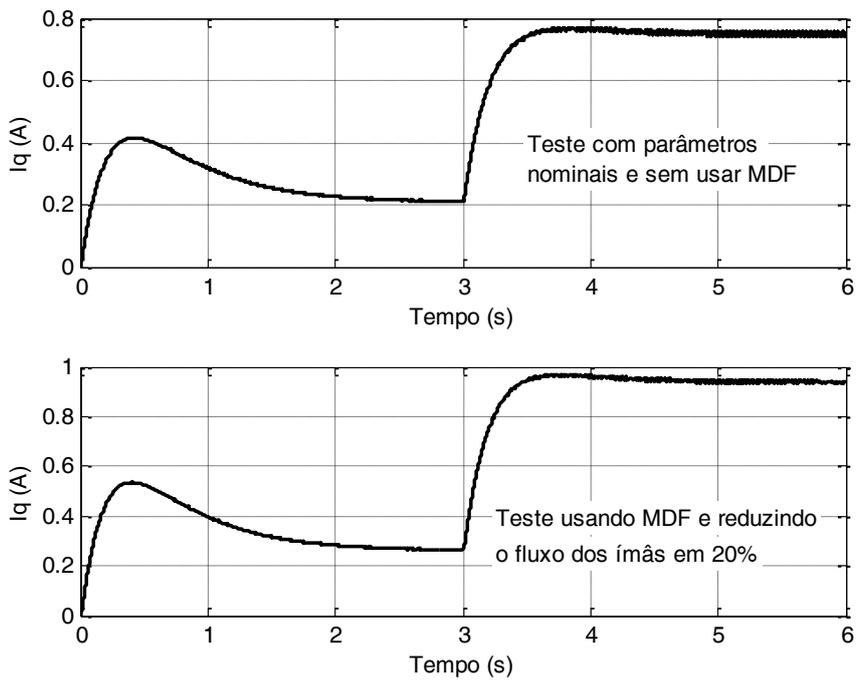


Figura 6.10. Resultados da corrente no eixo q considerando redução do fluxo dos ímãs.

Quando a inércia do rotor diminui, a energia (corrente) necessária para acelerar o motor é menor. A Figura 6.12 demonstra este fenômeno: Pode-se observar que os picos de corrente são menores em comparação aos casos anteriores.

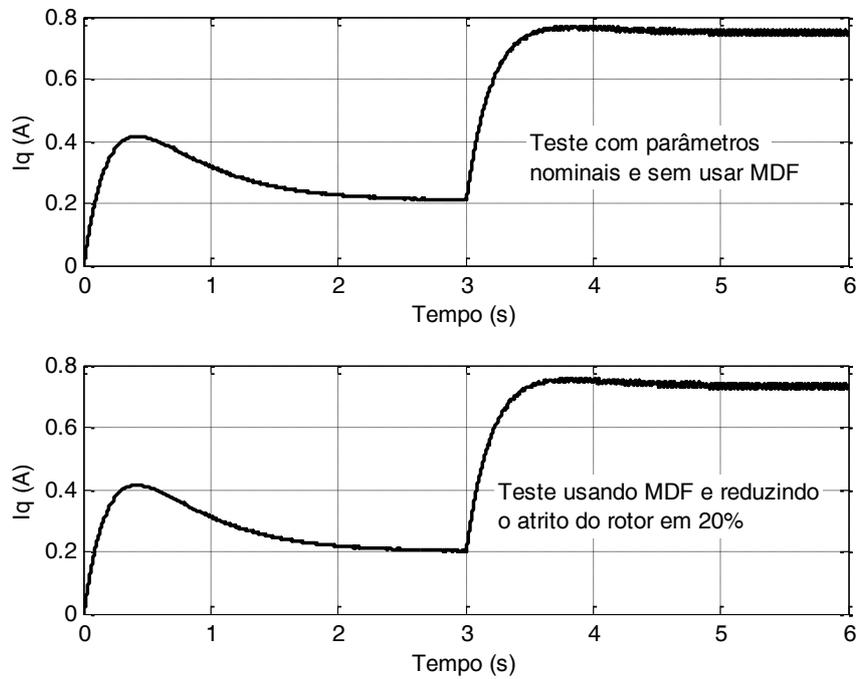


Figura 6.11. Resultados da corrente no eixo q considerando redução do coeficiente de atrito.

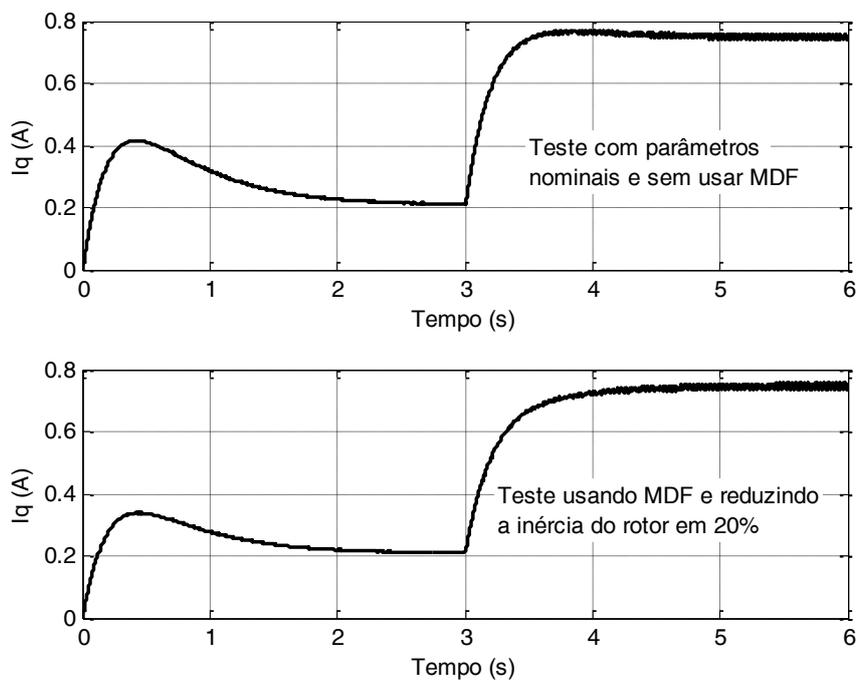


Figura 6.12. Resultados da corrente no eixo q considerando redução da inércia do rotor.

As Figuras 6.13 a 6.18 mostram os resultados para a corrente no eixo d . As variações devem-se principalmente a que é impossível eliminar totalmente a presença dos sinais do *resolver* dos sinais multiplexados, porque os filtros usados na demultiplexação das correntes são sistemas IIR lineares. Aqueles filtros atenuam os sinais do *resolver* até uma escala comparável aos valores verdadeiros da corrente no eixo d (pequena em comparação à corrente no eixo q). Por isso, o controlador recebe uma informação da corrente i_d com uma interferência produzida pelos sinais atenuados do *resolver*.

Entretanto, as diferenças são desprezíveis.

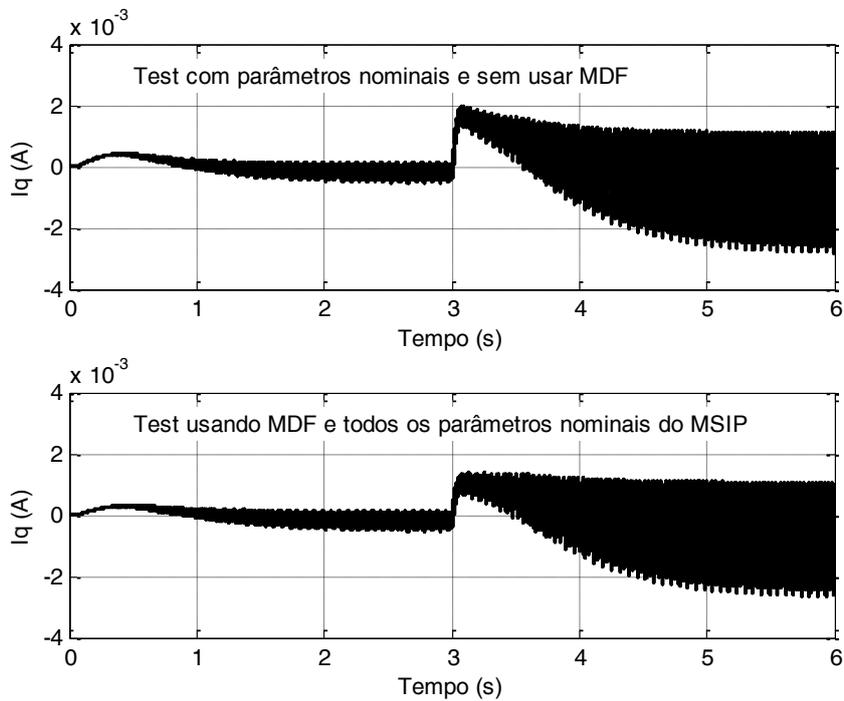


Figura 6.13. Resultados da corrente no eixo d para parâmetros nominais do MSIP.

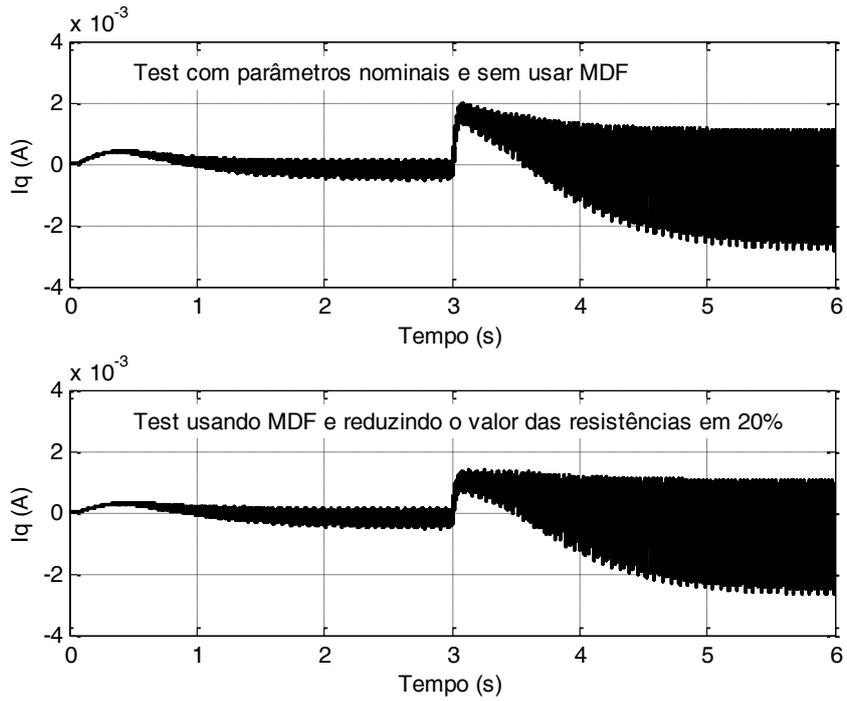


Figura 6.14. Resultados da corrente no eixo d considerando redução das resistências.

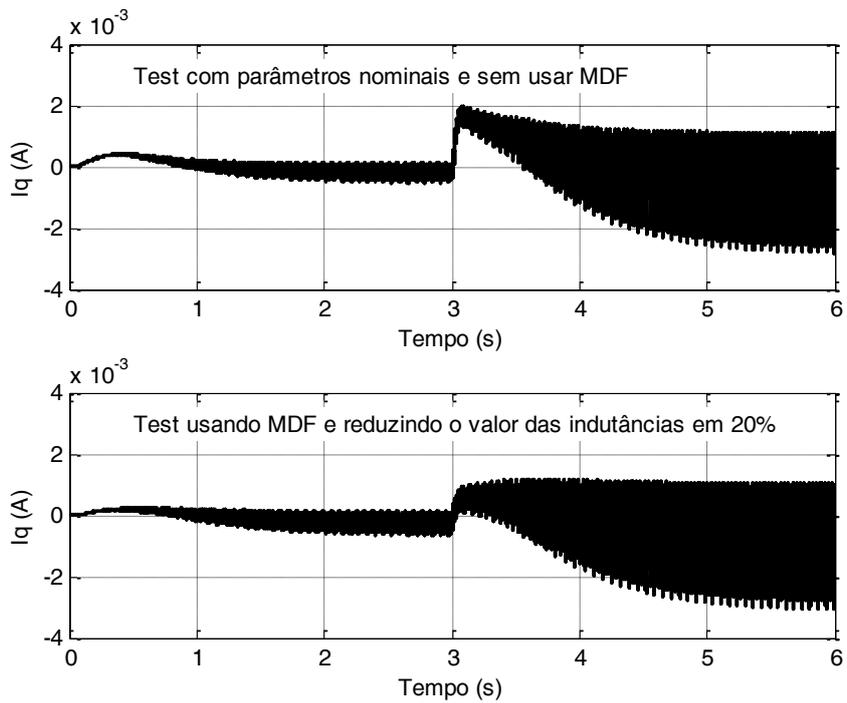


Figura 6.15. Resultados da corrente no eixo d considerando redução das indutâncias.

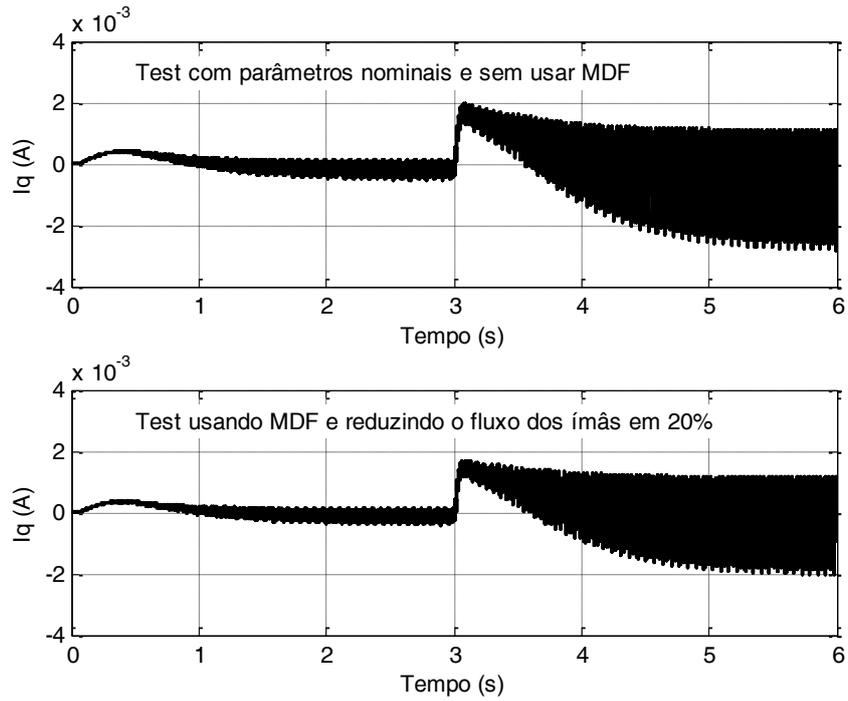


Figura 6.16. Resultados da corrente no eixo d considerando redução do fluxo dos ímãs.

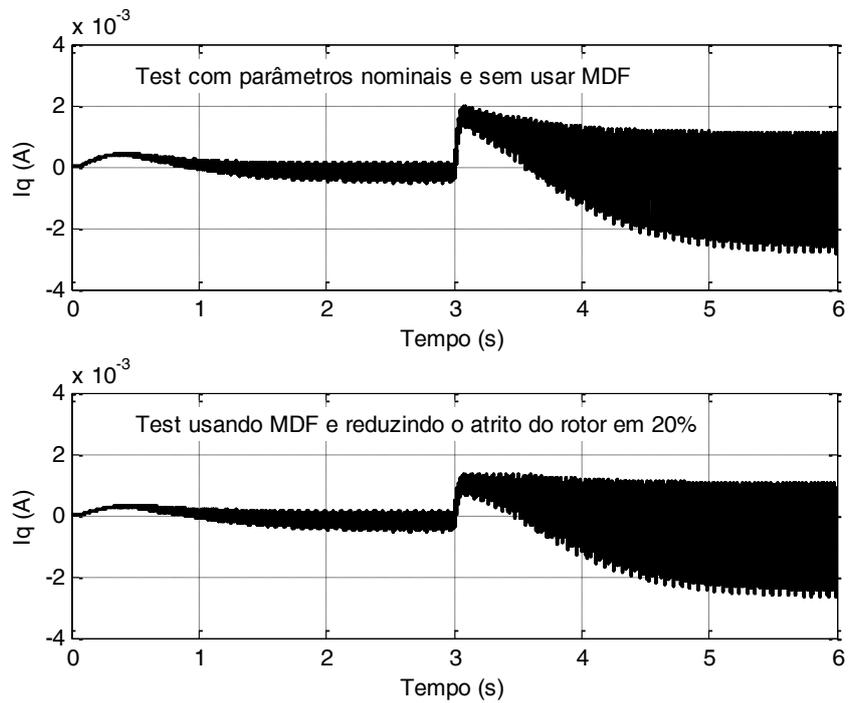


Figura 6.17. Resultados da corrente no eixo d considerando redução do coeficiente de atrito.

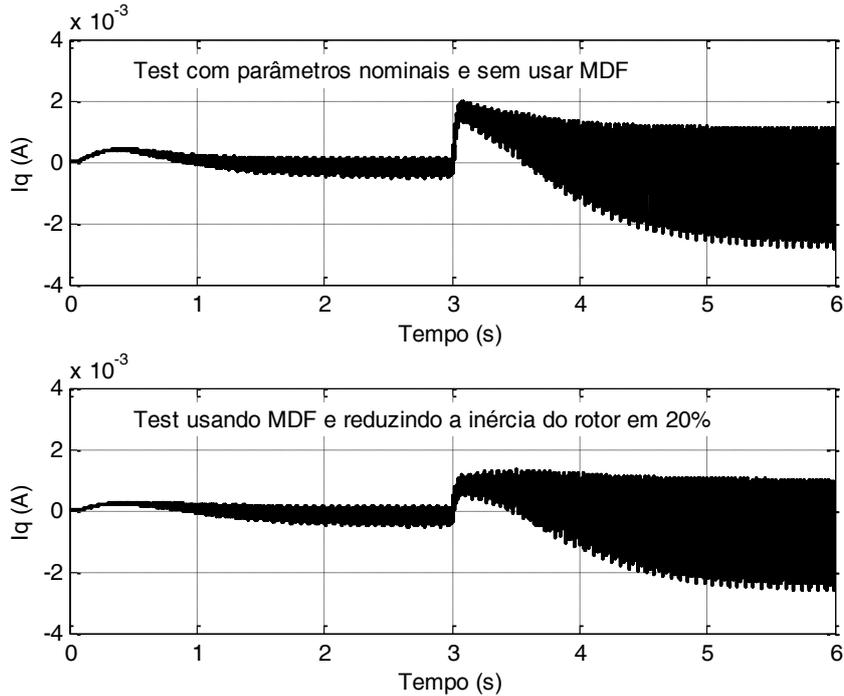


Figura 6.18. Resultados da corrente no eixo d considerando redução da inércia do rotor.

6.3. Resultados Experimentais

Para a medição das correntes estáticas do MSIP foram usados sensores de corrente tipo Hall HY-05P. O circuito de condicionamento dos sinais de corrente, $i_a(t)$ e $i_b(t)$, mostrado na Figura 6.19, consiste em uma etapa de amplificação e um filtro passa-baixas de primeira ordem com frequência de corte de 30 kHz para cada sensor de corrente.

Uma onda quadrada de 6,25 kHz proveniente de uma saída digital do *FPGA*, um filtro passa-baixas de ordem 3 e com frequência de corte de 7,5 kHz foram usados para produzir o sinal de excitação do *resolver*. O filtro possui um ganho de amplificação variável o que permite mudar a amplitude da onda de excitação.

O circuito de condicionamento de cada sinal de saída do sensor *resolver*, $v_s(t)$ e $v_c(t)$, é composto por um amplificador diferencial, um filtro passa-altas de primeira ordem com uma frequência de corte de 90 Hz, e uma etapa de amplificação variável. O filtro passa-altas serve para reduzir o ruído de 60 Hz da rede elétrica. Por fim, os sinais multiplexados foram obtidos através de um somador analógico. Os sinais $s_1(t)$ e $s_2(t)$ são somados a uma tensão de +5V e enviados aos conversores A/D e posteriormente para o *FPGA*.

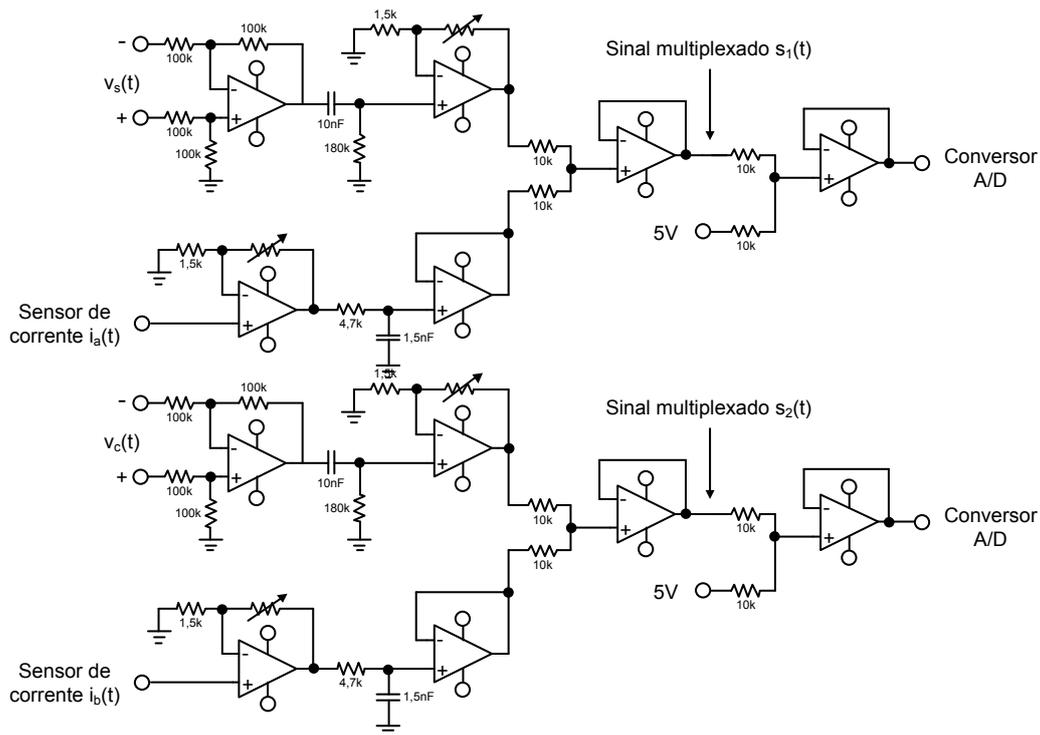


Figura 6.19. Circuito de condicionamento.

Os algoritmos de controle foram implementados no *FPGA* CYCLONE 2C20F484C7 da ALTERA. Os conversores usados na aquisição dos sinais analógicos multiplexados são do tipo ADC0820 de oito bits. A taxa de amostragem é de 250 kHz.

Os cálculos matemáticos realizados no *FPGA* foram efetuados utilizando números decimais de ponto fixo. Foram usados 9 bits para representar os números inteiros e 22 bits para representar os decimais.

Na Figura 6.20 é mostrado o resultado gráfico proveniente do algoritmo de cálculo do seno e cosseno do ângulo elétrico (considerando três pares de polos). Pode-se observar que as ondas resultantes correspondem ao seno e cosseno de três vezes o ângulo elétrico.

Na Figura 6.21, são mostrados os resultados para o filtro *notch* e filtro passa-faixa usados na demultiplexação dos sinais do *resolver*. O teste foi efetuado considerando que a tensão na entrada do conversor A/D é $s_1(t) = \text{sen}(2.\pi.f.t) + 3 \text{ V}$, sendo $f = 6,25 \text{ kHz}$. A onda senoidal representa a saída do *resolver*, enquanto que o valor constante representa o valor da corrente. A curva do centro é a resposta do filtro *notch* (rejeita o sinal senoidal de 6,25 kHz) A curva na parte inferior é a resposta do filtro passa-faixa (rejeita o sinal de valor constante). Nota-se que o atraso do sinal de entrada é relativamente pequeno.

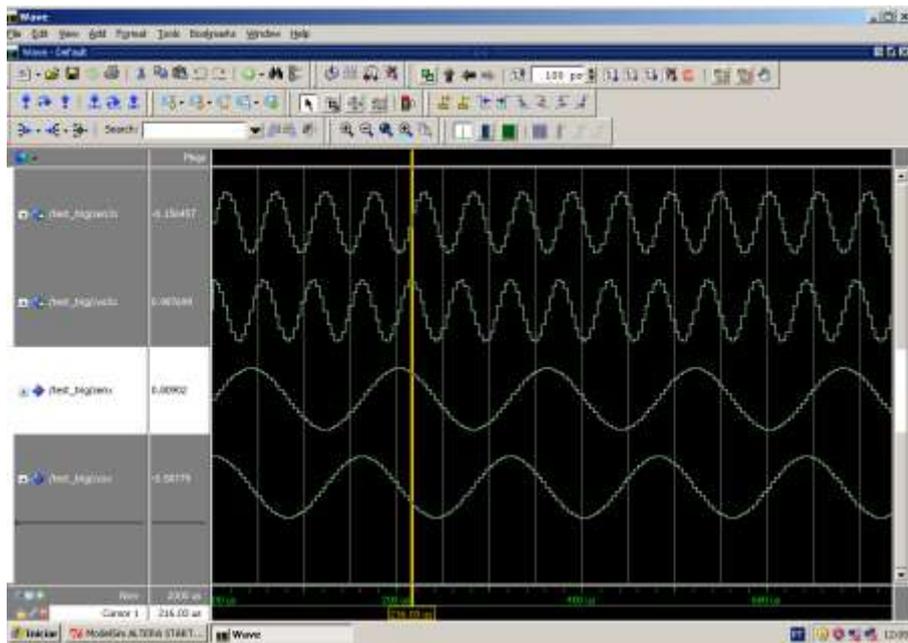


Figura 6.20. Teste do algoritmo para calcular $\sin(3x)$ e $\cos(3x)$.

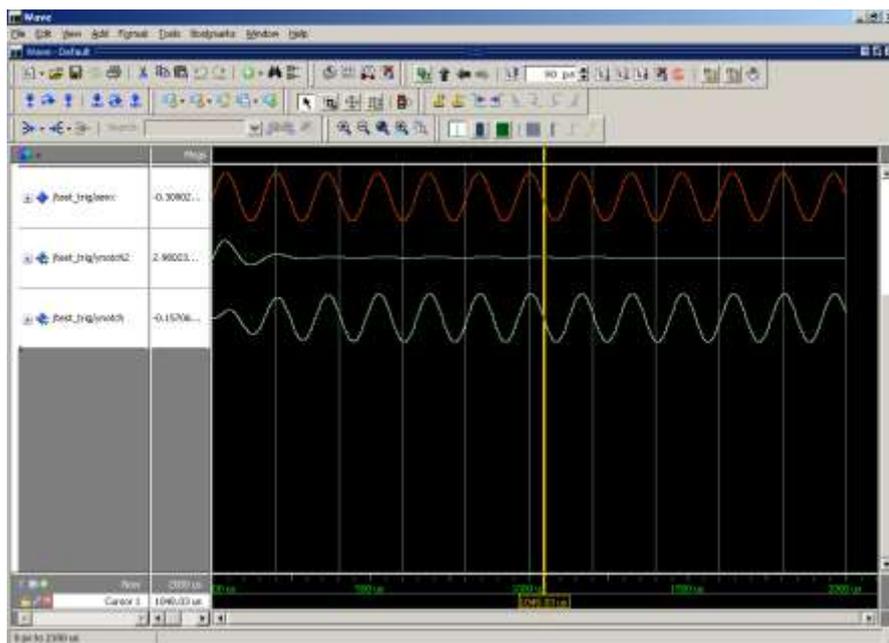


Figura 6.21. Filtros usados na demultiplexação das saídas do *resolver*.

Na Figura 6.22 é mostrado o resultado do algoritmo da transformada de Park e sua inversa. O teste foi feito aplicando a transformada inversa de Park a sinais obtidos através do algoritmo da transformada de Park. Idealmente, os sinais obtidos da transformada inversa devem ser iguais aos sinais originais. Observa-se que a reconstrução dos valores foi realizada com boa exatidão.

Na Figura 6.23 é mostrada uma das saídas do *resolver* e duas ondas quadradas de 6,25kHz e 12,5kHz. A onda de 6,25 kHz é sincronizada com o sinal de excitação do *resolver* (considerando o atraso produzido pela filtragem para obter a onda senoidal a partir de uma onda quadrada). A transição negativa da onda de 12,5 kHz define os instantes nos quais o sinal filtrado deve ser amostrado para executar a demodulação síncrona. A onda de 6,25kHz serve para indicar se naquele momento a onda de excitação possui um valor positivo ou negativo. Desta maneira, é possível definir o sinal do seno e cosseno do ângulo elétrico.

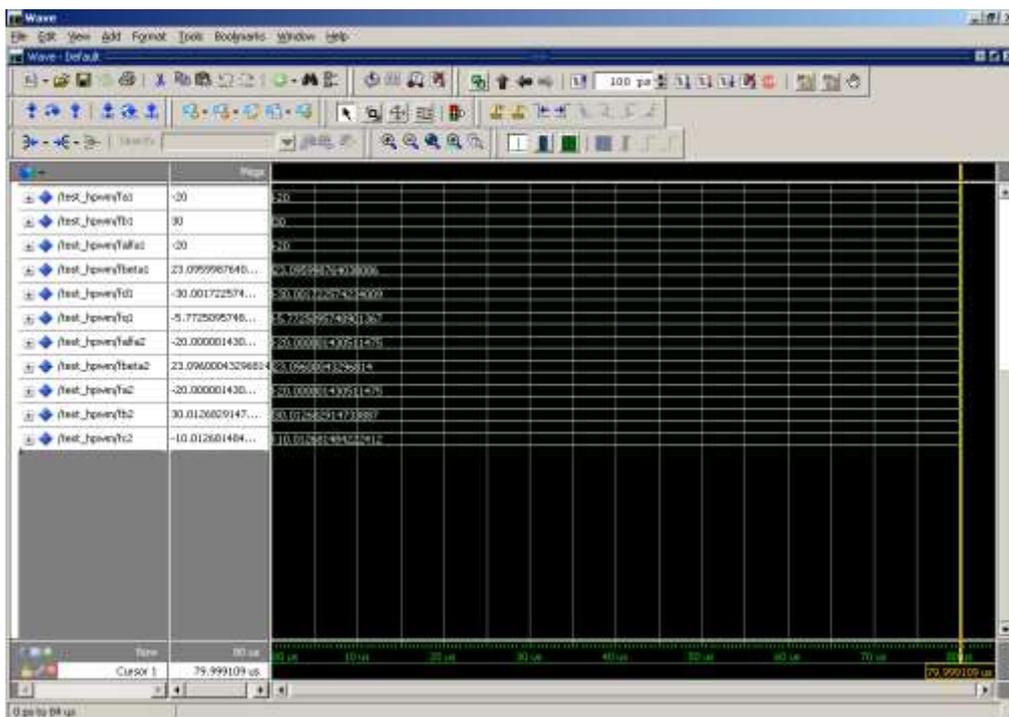


Figura 6.22. Algoritmo da transformada de Park e sua inversa.

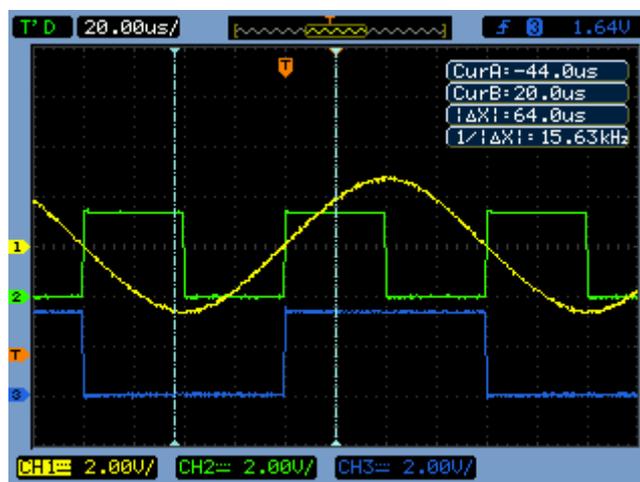


Figura 6.23. Sinais para a demodulação síncrona.

Nas Figuras 6.24, 6.25 e 6.26 são mostradas os resultados experimentais obtidos para a técnica de demodulação das correntes. Uma fonte de tensão foi usada para simular as correntes estáticas nos eixos. Os *displays* mostram o valor digital da corrente no eixo q . Os valores digitais obtidos para a corrente $i_q(t)$ foram 131, 149 e 174. Tais valores são iguais aos resultados obtidos quando a multiplexação não é utilizada. Isto indica que a demultiplexação foi efetuada adequadamente.

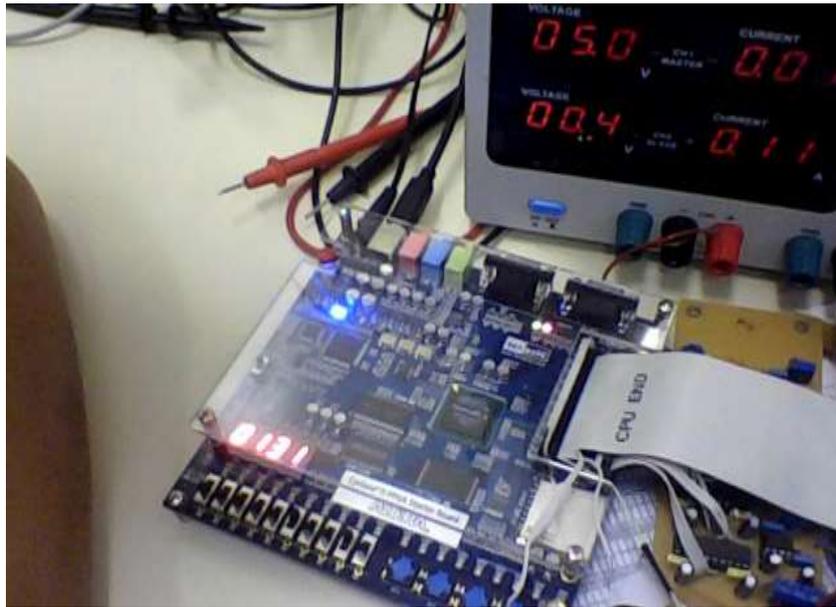


Figura 6.24. Test 1 do demultiplexador de corrente.

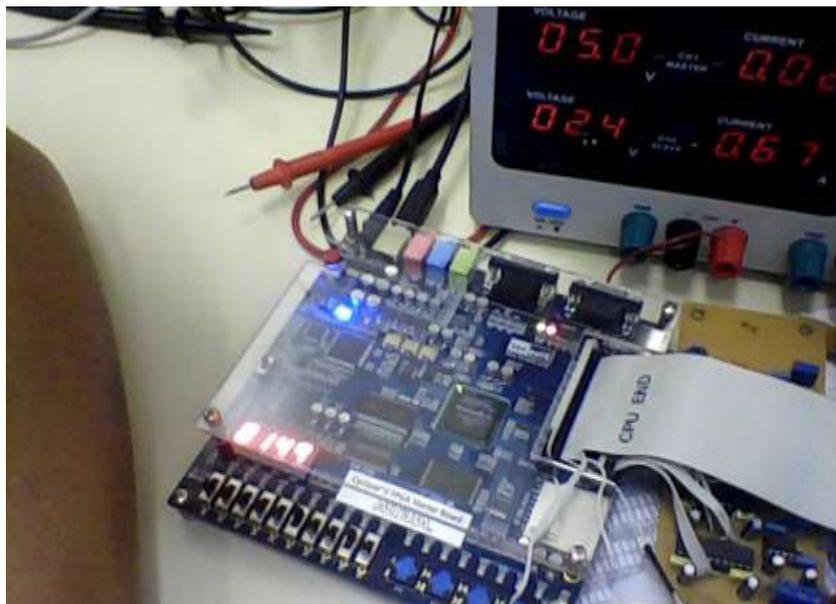


Figura 6.25. Test 2 do demultiplexador de corrente.

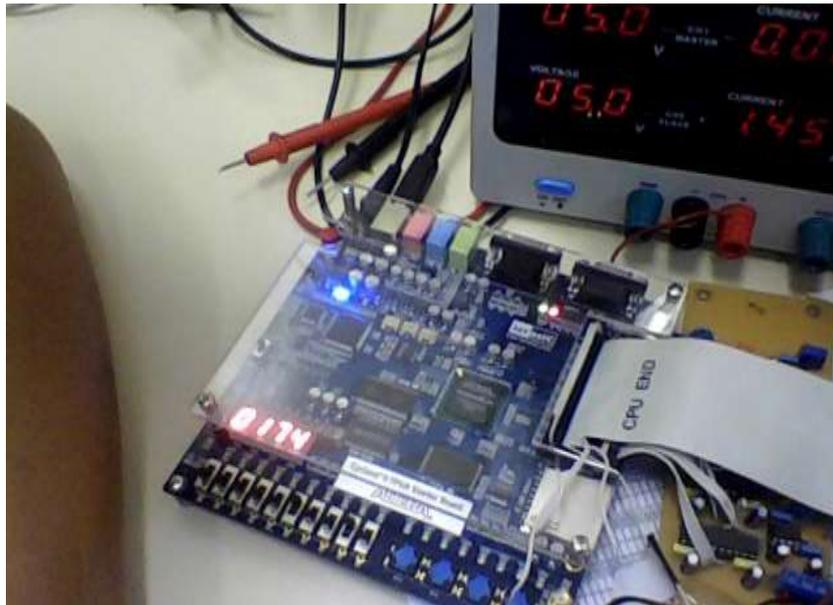


Figura 6.26. Test 3 do demultiplexador de corrente.

As Figuras 6.27, 6.28 e 6.29 mostram os resultados da técnica de demultiplexação dos sinais do sensor *resolver*. Pode-se observar que o valor digital (normalizado ente -1000 até 1000) é constante, independentemente das variações das correntes.

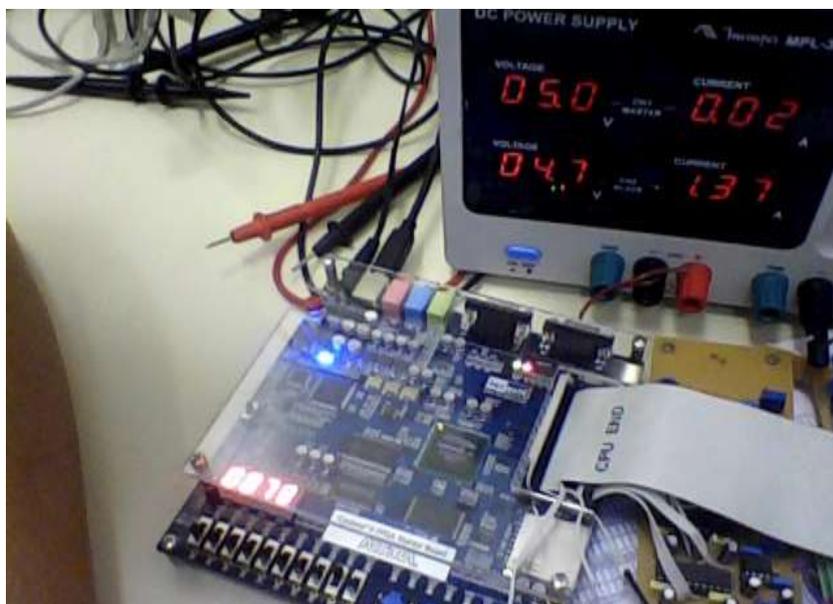


Figura 6.27. Test 1 do demultiplexador das saídas do *resolver*.

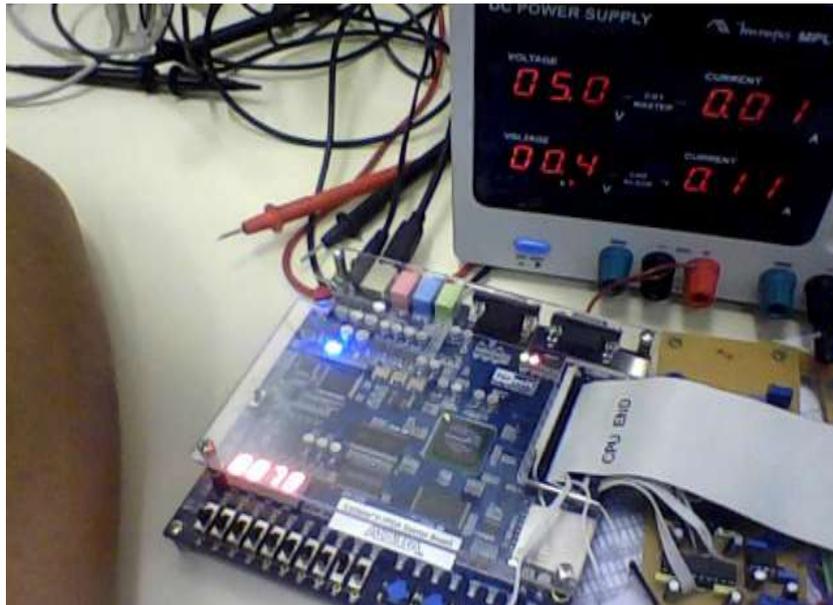


Figura 6.28. Test 2 do demultiplexador das saídas do *resolver*.

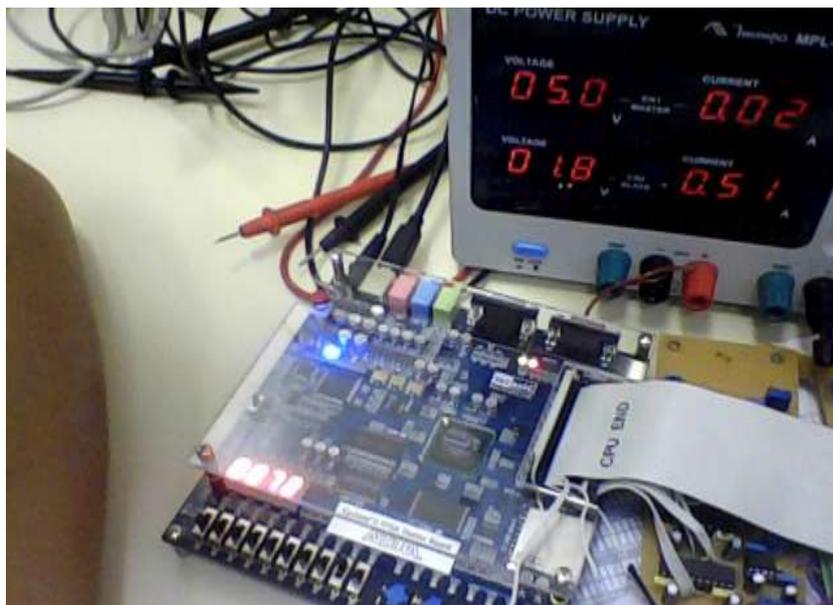


Figura 6.29. Test 3 do demultiplexador das saídas do *resolver*.

Durante os ensaios experimentais, foi comprovado que o número de bits usados não foi o suficiente para obter uma estimativa precisa da velocidade. A razão é que para combinar os sinais do sensor *resolver* e dos sensores de corrente, a amplitude destes sinais, depois do estágio de condicionamento, deve ser reduzida para que o sinal multiplexado não ultrapasse o limite de tensão de entrada dos conversores A/D.

CONCLUSÕES

A presente Tese de Doutorado apresenta uma nova estratégia para a implementação do sistema de controle vetorial para MSIPs, baseado no uso de multiplexação no domínio da frequência e a integração da técnica Takagi-Sugeno *Fuzzy* com os controladores de modelagem interna. Adicionalmente, foi proposta uma modificação do observador de Luenberger para a estimação de velocidade como um sistema redundante caso ocorra uma falha no sensor de posição tipo *resolver*.

A técnica de multiplexação em frequência fornece grandes vantagens em relação à multiplexação no domínio do tempo para reduzir o número de conversores A/D: possibilita usar circuitos mais simples, obter maior precisão dos dados, redução de custos de fabricação e, portanto, proporciona uma maior robustez na conversão analógica a digital.

Deve-se mencionar que a aplicação da técnica de multiplexação em frequência depende da seleção adequada da frequência de comutação e da técnica de controle do inversor trifásico, e da frequência de excitação do *resolver*. Não depende do tipo de motor. Portanto, a multiplexação em frequência pode ser usada para controlar outros motores trifásicos como o motor de indução.

A técnica de controle proposta não necessita do cálculo de funções trigonométricas. Esta característica é muito vantajosa considerando que o cálculo do seno e do cosseno de um ângulo em um *FPGA* requer um alto custo computacional (uso de séries de Taylor, algoritmo *CORDIC* ou *Look-up Tables*).

O sistema de controle baseado na técnica Takagi-Sugeno *Fuzzy* e os controladores de modelagem interna oferecem precisão elevada e robustez a variações dos parâmetros da planta. A dinâmica do sistema em malha fechada pode ser ajustada simplesmente redefinindo a região de *D*-estabilidade. Este tipo de controle permite, adicionalmente, reduzir o número de malhas de controle (uma para a velocidade e outra para a corrente no eixo *d* do MSIP) e implementar a lei de controle como uma rede neural artificial, a qual aproveita adequadamente a capacidade de processamento paralelo do *FPGA*.

Os resultados experimentais mostram que a técnica de demultiplexação proposta pode recuperar adequadamente a informação das correntes estatóricas e das saídas do *resolver*.

Para fechar a malha de velocidade, é necessário usar conversores A/D com uma maior resolução (a partir de 12 bits), porque a amplitude dos sinais dos sensores de corrente e posição devem ser reduzidos para formar o sinal multiplexado. Um conversor A/D de maior precisão é necessário para capturar pequenas variações dos sinais do *resolver*.

Apesar do sistema de controle de velocidade não ter sido implementado nesta Tese, devido ao problema da baixa resolução do conversor A/D, todos os conceitos teóricos foram apresentados e os módulos necessários para a implementação foram desenvolvidos e testados com sucesso. Assim, sugere-se como trabalho futuro implementar todo o sistema de controle no *FPGA*, usando conversores A/D de resolução adequada para estimar a velocidade angular do motor. Adicionalmente, propõe-se aplicar a multiplexação para controlar um motor de indução. Assim, pode-se comprovar que a técnica de multiplexação no domínio da frequência pode ser aplicada no controle de outros tipos de motores trifásicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NOVONTY, D. W., LORENTZ, R. D., **Introduction to Field Orientation and High Performance AC Drives**. IEEE, 1996.
- [2] LIN, F. J. "Real-Time IP Position Controller Design with Torque Feedforward Control for PM Synchronous Motor", **IEEE Transactions on Industrial Electronics** v. 44, n. 3, pp. 398-407, Jun. 1997.
- [3] WU, F., WAN, S. M., HUANG, S. H. "Unity power factor control for PMSM position sensorless drive". In: **International Conference on Electrical Machines and Systems**, pp. 1618-1620, Wuhan, China , Out. 2008.
- [4] KUNG, Y. S., HUANG, P. G. "High performance position controller for PMSM drives based on TMS320F2812 DSP". In: **IEEE International Conference on Control Applications**, pp. 290-295, Taiwan, Set. 2004.
- [5] LAI, C. H., SHYU, K. K. "A Novel Motor Drive Design for Incremental Motion System Via Sliding Mode Control Method", **IEEE Transactions on Industrial Electronics** v. 52, n. 2, pp. 499-507, Fev. 2005.
- [6] TANG, L., ZHONG, L., RAHMAN, M. F., HU, Y. "A Novel Direct Torque Control for Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine Drive with Low Ripple in Torque and Flux", **IEEE Transactions on Industry Applications** v. 39, n. 6, pp. 1748-1755, Nov./Dez. 2003.
- [7] CORLEY, M. J., LORENZ, R. D., HU, Y. "Rotor Position and Velocity Estimation for a Salient-Pole Permanent Magnet Synchronous Machine at Standstill and High Speeds", **IEEE Transactions on Industry Applications** v. 34, n. 6, pp. 784-789, Jul./Ago. 1998.
- [8] KITAZAWA, K. *Development and commercialization of VR-type resolver system for onboard mounting in hybrid vehicles*. Disponível em: <http://www.jmf.or.jp/monodzukuri/english/world/11.html>. Acesso em: 20 out. 2014.
- [9] DESHMUKH, A. V., **Microcontrollers, Theory and Applications**. New York, MacGraw-Hill, 2007.

- [10] LAPSLEY, P., **DSP Processor Fundamentals: Architecture and Features**. Piscataway, New Jersey, IEEE Press, 1997.
- [11] MICROCHIP. *16-bit PIC24 MCUs and dsPIC DSCs*. Disponível em: <http://www.microchip.com/pagehandler/en-us/family/16bit/>. Acesso em: 20 out. 2014.
- [12] WOLF, W. H., **FPGA-Based System Design**. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 2004.
- [13] WEI, R., GAO, X. H., JIN, M. H., LIU, Y. W., LIU, H., SEITZ, N., GRUBER, R., HIRZINGER, G. "FPGA based hardware architecture for HIT/DLR hand". In: **IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems**, pp. 523-528, Alberta, Canada, Ago. 2005.
- [14] ALTERA. *Improving an Electric Vehicle System*. Disponível em: <http://www.altera.com/end-markets/auto/electric/aut-elec-vehicles.html>. Acesso em 15 out. 2014.
- [15] ZHANG, D., LI, H. "A Stochastic-Based FPGA Controller for an Induction Motor Drive with Integrated Neural Network Algorithms", **IEEE Transactions on Industrial Electronics** v. 55, n. 2 , pp. 551-561, Fev. 2008.
- [16] GAUCHERON, E., **Electric Motors and How to Improve Their Control and Protection**. Cahier Technique N. 207, Schneider Electric, 2004.
- [17] WAIDE, P., BRUNNER, C. U., **Energy-Efficiency Policy Opportunities for Electric Motor-Driven Systems**. International Energy Agency, 2011.
- [18] BOSE, B. K., **Modern Power Electronics and AC Drives**. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1999.
- [19] LUCIANO, B. A., ALVES DA SILVA, S., "Sobre os ímãs permanentes e suas aplicações na eletroeletrônica", **Departamento de Engenharia Elétrica – Universidade Federal de Paraíba**, pp. 1-6, 2011.
- [20] Neu, V., Sawatzki, S., Kopte, M., Mickel, Ch., Schultz, L. "Fully Epitaxial, Exchange Coupled SmCo₅/Fe Multilayers with Energy Densities above 400 kJ/m³", **IEEE Transactions on Magnetics** v. 48, n. 11, pp. 3599-3602, Nov. 2012.

- [21] CHOUDHURY, A., PILLAY, P., WILLIAMSON, S.S. "Advanced drive for low cost permanent magnet synchronous machines used for HEV". In: **The 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society**, pp. 2895-2900, Montreal, Canada, Oct. 2012.
- [22] MUSUROI, S., SORANDARU, C., GRECONICI, M., OLARESCU, V. N. "Low-cost ferrite permanent magnet assisted synchronous reluctance rotor: an alternative solution for rare earth permanent magnet synchronous motors". In: **The 39th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society**, pp. 2966-2970, Vienna, Nov. 2013.
- [23] LINDEGGER, M., BINNER, H.-P., EVÉQUOZ, B., SALATHÉ, D., **Economic Viability, Applications and Limits of Efficient Permanent Magnet Motors**. Report 101374, Swiss Federal Department of the Environment, Transport, Energy and Communications, Swiss, 2009.
- [24] KBS. *Motores do futuro*. Disponível em: http://www.ksb.com/ksb-pt/Informacoes_tecnicas-noticias_ch/Info_tecnicas_e_noticias2/729020/Motores_do_futuro.html. Acesso em: 20 out. 2014.
- [25] DA COSTA, W., 2009, *Metodologia para Conversão de Veículos Equipados com Motores a Combustão Interna para Tração Elétrica: Aplicação de Motor Síncrono de Ímã Permanente com Fluxo Magnético Radial a um Furgão*. Dissertação de M. Sc, UERJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- [26] GIRI, F., **AC Electric Motors Control: Advanced Design Techniques and Applications**. United Kingdom, WILEY, 2013.
- [27] MONMASSON, E., IDKHAJINE, L., CIRSTEA, M. N., BAHRI, I., TISAN, A., NAOUAR, M. W. "FPGAs in Industrial Control Applications", **IEEE Transactions on Industrial Informatics** v. 7, n. 2, pp. 224-243, Mai. 2011.
- [28] XILINX. *All programmable innovation in automotive*. Disponível em: <http://www.xilinx.com/applications/automotive/>. Acesso em: 10 out. 2014.
- [29] ALTERA. *FPGA-based control for electric vehicle and hybrid electric vehicle power electronics*. Disponível em: <http://www.altera.com/literature/wp/wp-01210-electric-vehicles.pdf>. Acesso em: 10 out. 2014.

- [30] TAO, C. "Functional safety concept design of hybrid electric vehicle following ISO 26262". In: **IEEE Transportation Electrification Conference and Expo**, pp. 1-6, Beijing, Ago. 2014.
- [31] BARDE, L., 2004, *Implementação de uma Bancada para o Controle Eletrônico de Motores Síncronos de Ímã Permanente utilizando um DSP*. Dissertação de M.sC., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- [32] TAEED, F., SALAM, Z., AYOB, S. M. "FPGA Implementation of a Single-Input Fuzzy Logic Controller for Boost Converter with the Absence of an External Analog-to-Digital Converter", **IEEE Transactions on Industrial Electronics** v. 59, n. 2, pp. 1208-1217, Fev. 2012.
- [33] AVILA, D., ALVAREZ, E., ABUSLEME, A. "Digital assistance for energy reduction in ADCs using a simple signal prediction algorithm". In: **IEEE 5th Latin American Symposium on Circuits and Systems**, pp. 1-3, Santiago de Chile, Fev. 2014.
- [34] DRIANKOV, D., HELLENDORRN, H., REINFRANK M., **An Introduction to Fuzzy Control**. 2 ed. Springer, 1995.
- [35] QUINGDING, G., LIMEL, W., RUIFU, L. "Completely digital PMSM servo system based on self-tuning PID algorithm and DSP". In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 71-75, Shanghai, Dez. 1996,
- [36] MING, Y., YANG, G., DIAN-GUO, X., YONG, Y. "On-line self-tuning of PI controller for PMSM drives based on the iterative learning control". In: **Twentieth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition**, pp. 1889-1893, Austin, Texas, Mar. 2005.
- [37] YU, R., LI-MENG, Z., "PMSM control research based on particle swarm optimization BP neural network". In: **International Conference on Cyberworlds**, pp. 832-836, Hangzhou, China, Set. 2008.
- [38] WANG, L., TIAN, M., GAO, Y. "Fuzzy self-adapting PID control of PMSM servo system". In: **IEEE International Electric Machines & Drives Conference**, pp. 860-863, Antalya, Turquia, Mai. 2007.

- [39] CAO, Q., CHANG, L. "Genetic algorithm optimization for high-performance VSI-fed permanent magnet synchronous motor drive". In: **The 37th IEEE Power Electronics Specialists Conference**, pp. 1-7, Jeju, Coreia do Sul, Jun. 2006.
- [40] JATOTH, R. K., RAJASEKHAR, A. "Speed control of PMSM by hybrid genetic artificial bee colony algorithm". In: **IEEE International Conference on Communication Control and Computing Technologies**, pp. 241-246, Ramanathapuram, India, Oct. 2010.
- [41] SHYU, K. K., LAI, C. K., YANG, D. I. "A Newly Robust Controller Design for the Position Control of Permanent Magnet Synchronous Motor", **IEEE Transactions on Industrial Electronics** v. 49, n. 3, pp. 558-565, Jun. 2002.
- [42] YU, H., HOU, J., ZOU, Z. "Position control of PMSM based on energy-shaping and MTPA principle". In: **7th World Congress on Intelligent Control and Automation**, pp. 6532-6536, Chongqing, China, 2008.
- [43] WU, G., XIAO, X. "Robust speed controller for a PMSM drive". In: **The 6th International Power Electronics and Motion Control Conference**, pp. 396-400, Wuhan, China, Mai. 2009.
- [44] QUINGDING, G., YUE, Z., WEI, G. "Neural network real-time IP position controller online design for permanent magnet linear synchronous motor". In: **The Third International Power Electronics and Motion Control Conference**, pp. 996-999, Beijing, Aug. 2000.
- [45] WENBIN, W., XUEDIAN, Z., JIAQUN, X., RENYUAN, T. "A feedforward control system of PMSM based on artificial neural network". In: **Proceedings of the 5th Electrical Machines and Systems**, pp. 679-682, Ago. 2001.
- [46] YI, Y., VILATHGAMUWA, D. M., RAHMAN, M. A. "Implementation Of An Artificial-Neural-Network-Based Real-Time Adaptive Controller For An Interior Permanent-Magnet Motor Drive", **IEEE Transactions on Industrial Applications** v. 39, n. 1, pp. 96-104, Jan./Fev. 2003,
- [47] ZANG, C. "Vector controlled PMSM drive based on Fuzzy speed controller". In: **2nd International Conference on Industrial Mechatronics and Automation**, pp. 199-202, May 2010.

- [48] LAZI, J. M., IBRAHIM, Z., SULAIMAN, M., PATAKOR, F. A., ISA, S. N. M., "Fuzzy logic speed controller with reduced rule base for dual PMSM drives", **World Academy of Science, Engineering and Technology** v. 5, n. 5, pp. 252-257, Mai. 2011.
- [49] GU, Z., LI, H., SUN, Y., CHEN, Y. "Fuzzy radius basis function neural network based vector control of permanent magnet synchronous motor". In: **IEEE International Conference on Mechatronics and Automation**, pp. 224-229, Ago. 2008.
- [50] LIN, F.-J., LIN, C.-H. "A Permanent-Magnet Synchronous Motor Servo Drive using Self-Constructing Fuzzy Neural Network Controller", **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 19, n. 1, pp. 66-72, Mar. 2004.
- [51] KHEDRI, J., CHAABANE, M., SOUISSI, M., MEHDI, D. "Speed Control of a Permanent Magnet Synchronous Machine (PMSM) Fed by an Inverter Voltage Fuzzy Control Approach", **World Academy of Science, Engineering and Technology**, vol. 4, n. 8, pp. 475-481, Ago. 2010.
- [52] HOU, Y.-Y., LIN, J.-S., HUNG, M.-L., CHEN, H.-C., CHANG, W.-R., LIAO, T.-L., "T-S fuzzy design for permanent magnet synchronous motor control system via sliding mode control". In: **IEEE International Conference on Mechatronics and Automation**, pp. 348-352, Chengdu, China, Ago. 2012,
- [53] JUNG, J.-W., KIM, T. H., CHOI, H. H. "Speed Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor with a Torque Observer: A Fuzzy Approach", **Control Theory and Applications** v. 4, n. 12, pp. 2971-2981, Dez. 2010.
- [54] ZHOU, Z., LI, T., TAKAHASHI, T., HO, E., "FPGA realization of a high-performance servo controller for PMSM". In: **Nineteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition**, pp. 1604-1609, California, Fev. 2004.
- [55] JIANG, S., LIANG, J., LIU, Y., YAMAZAKI, K., FUJISHIMA, M. "Modeling and cosimulation of FPGA-based SVPWM control for PMSM". In: **The 31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society**, pp. 1538-1543, Carolina do Norte, Nov. 2005.

- [56] KUNG, Y.-S., Wang, M.-S., Chuang, T.-Y. "FPGA-based self-tuning PID controller using RBF neural network and its application in X-Y table". In: **IEEE International Symposium on Industrial Electronics**, pp. 694-699, Seul, Jul. 2009.
- [57] KUNG, Y.-S., M.-H. TSAI, 2007, "FPGA-Based Speed Control IC for PMSM Drive with Adaptive Fuzzy Control", **IEEE Transaction on Power Electronics** v. 22, n. 6, pp. 2476-2486, Nov. 2007.
- [58] JAYASOMA, S., DODDS, S. J., PERRYMAN, R. "An FPGA implemented PMSM servo drive: practical issues". In: **The 39th International Universities Power Engineering Conference**, pp. 499-503, Bristol, Reino Unido, Set. 2004.
- [59] STMICROELECTRONICS, **Luenberger State Observer, Rotor Position Estimation SIMULINK and Software Library**. Application Note AN2516, STMICROELECTRONICS, 2007.
- [60] TEIXEIRA, M. C. M., PIETROBOM, H. C., ASSUNÇÃO, E. "Novos Resultados sobre a Estabilidade e Controle de Sistemas Não-Lineares utilizando Modelos Fuzzy e LMI", **Controle & Automação** v. 11, n. 1, pp. 37-48, Fev. 2000.
- [61] TANIGUCHI, T., TANAKA, K., OHATAKE, H., WANG, H. O. "Model Construction, Rule Reduction and Robust Compensation for Generalized Form of Takagi-Sugeno Fuzzy Systems", **IEEE Transactions on Fuzzy Systems** v. 9, n. 4, pp. 525-538, Ago. 2001.
- [62] TAKAGI, T., SUGENO, M. "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control", **IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics** v. 15, n. 1, pp. 116-132, Fev. 1985.
- [63] CHEN, C.-T., **Linear System Theory and Design**, 3 ed. Oxford University Press, 1999.
- [64] ASSUNÇÃO, E., TEIXEIRA, M. C. M., "Projeto de Sistemas de Controle via LMIs usando o MATLAB", In: J. Balthazar, V. Oliveira, G. Silva and J. Rosário, *Aplicações em Dinâmica e Controle*, São Carlos, pp. 350-368, 2001.
- [65] GAHINET, P., NEMIROVSKI, A., LAUB, A. J., CHILABI, M. *LMI Control Toolbox User's Guide*, The Mathworks Inc., 1995. Disponível em:

- http://www.mathworks.com/help/releases/R13sp2/pdf_doc/lmi/lmi.pdf. Acesso em: 10 out. 2014.
- [66] ASSUNÇÃO, E., 2009, *Design of Controllers based on LMI using State Derivative Feedback*. Tese de D.sC., UNESP.
- [67] DORF, R., BISHOP, R., **Modern Control Theory**. Prentice Hall, 2008.
- [68] KAO YARLAGADDA, R. K., **Analog and Digital Signals and Systems**. New York, Springer, 2010.
- [69] XU, Y., YUAN, Q., ZOU, J., YAO, Y., ZHU, G. "Sinusoidal Periodic Carrier Frequency Modulation in Reducing Electromagnetic Noise of Permanent Magnet Synchronous Motor", **IET** v. 7, n. 3, pp. 223-230, Mar. 2013.
- [70] STAEBLER, M., **TMS320F240 DSP Solution for Obtaining Resolver Angular Position and Speed**. Application Report SPRA605, Texas Instruments Inc., Dallas, Texas, 2000.
- [71] EBESSON, C., 2011, *Rotary Position Sensors: Comparative Study of Different Rotary Position Sensors for Electrical Machines used in an Hybrid Electric Vehicle Application*. M.sC. Dissertation, University of Lund, Swiss.
- [72] DI TOMMASO, A. O., MICELI, R. "A new high accuracy software based resolver-to-digital converter". In: **The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**, pp. 2435-2440, Virginia, Nov. 2003.
- [73] KESTER, W., 2006. *MT-30: Resolver to Digital Converter*, Analog Devices. Disponível em: <http://www.analog.com/media/cn/training-seminars/tutorials/MT-030.pdf>. Acesso em: 15 out. 2014.
- [74] HAYKIN, S., **Neural Networks – A Comprehensive Foundation**. 2 ed. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1999.
- [75] BATISTA, J., 2007, *Avaliação Comparativa de Observadores em Modo Deslizante para Acionamento de Máquina Síncrona de Ímãs Permanentes*. Dissertação de M.sC., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

ANEXOS

ANEXO 1: Sensores de Posição na Fabricação de VEs e VEHs

Muitos fabricantes de VEs e VEHs ainda utilizam sensores de posição no controle dos motores elétricos. Por exemplo, os seguintes VEHs utilizam um sistema de controle de máquinas elétricas com sensor de posição angular [8]:

- Toyota *Prius* (Toyota);
- *Scape Hybrid* (Ford);
- *Accord Hybrid* (Honda).

A alta potência elétrica consumida e os diferentes ambientes no qual um veículo transita produzem uma considerável interferência (ruído) que afeta aos sensores destes veículos. O filtro pode reduzir o efeito do ruído. Porém, também introduz um atraso no sinal que pode diminuir o desempenho do sistema de controle. Portanto, a fabricação de VEs e VEHs requer sensores e controladores robustos. No entanto, a indústria automobilística também exige que a relação custo/benefício de cada componente de um veículo seja alta.

Um sensor de posição rotativo é um transdutor que permite medir a posição angular de um sistema rotativo (por exemplo, o eixo do MSIP). Uma vez que o controle de um MSIP é feito por meio do controle da corrente nas suas três fases, é necessário conhecer a posição angular do eixo do motor para aplicar as técnicas de controle de máquinas elétricas. Entre os sensores de posição mais utilizados no VEs e VEHs, têm-se [71]:

- Sensores por efeito Hall;
- *Encoders*;
- *Resolvers*.

A1.1. Sensor por Efeito Hall

O efeito Hall foi descoberto em 1879 por Edwin Hall. Este fenômeno explica o que acontece quando um campo magnético é aplicado ortogonalmente a uma superfície metálica plana. Se uma corrente flui através de uma peça de metal, a tensão induzida sobre o metal muda segundo a variação do campo magnético aplicado. A equação (A1.1) permite calcular a tensão gerada pelo efeito Hall.

$$u_{Hall} = \frac{IB}{q_0Nd} \quad (A1.1)$$

sendo I a corrente, B o a densidade de campo magnético aplicado, q_0 é a carga do elétron, N é a densidade de portadores, e d é o largura do condutor.

O sensor Hall é utilizado para monitorar o fluxo de três ímãs permanentes que giram junto com o eixo do motor.

O sensor por efeito Hall é pequeno, econômico, robustos a umidade, vibração e poeira. Porém, o sensor por efeito Hall é sensível a mudanças de temperatura, e somente pode medir campos magnéticos a uma distância menor a 10 cm.

A1.2. Encoder

O *encoder* é um transdutor de posição angular que conta ou reproduz pulsos elétricos a partir do movimento rotacional de seu eixo. Converter movimentos rotativos em impulsos elétricos de onda quadrada. O *encoder* gera uma quantidade exata de impulsos por volta (360°). A frequência e defasamento das ondas geradas dependem do movimento do eixo do motor ao qual o *encoder* está conectado. Este tipo de sensor pode ser classificado em duas famílias: incremental ou absoluto.

O *encoder* incremental fornece normalmente dois pulsos quadrados defasados em 90°, que são chamados usualmente de canal A e canal B. A leitura de apenas um canal fornece somente a velocidade, enquanto que a leitura dos dois canais fornece também o sentido do movimento. Um outro sinal chamado de Z ou zero também está disponível e ele dá a posição absoluta “zero” do *encoder*. Este sinal é um pulso quadrado em que a fase e a largura são as mesmas do canal A.

A resolução do *encoder* incremental é dada por pulsos/revolução (normalmente chamado de PPR), isto é, o *encoder* gera certa quantidade de pulsos elétricos por uma revolução dele próprio (no caso de um *encoder* rotativo).

A precisão do *encoder* incremental depende de fatores mecânicos, elétricos e ambientais, que são: erros na escala das janelas do disco, excentricidade do disco, excentricidade das janelas, erro introduzido na leitura eletrônica dos sinais, temperatura de operação e nos próprios componentes transmissores e receptores de luz.

O princípio de funcionamento de um *encoder* absoluto e de um *encoder* incremental é bastante similar, isto é, ambos utilizam o princípio das janelas transparentes e opacas, com estas interrompendo um feixe de luz e transformando pulsos luminosos em pulsos elétricos. O *encoder* absoluto possui um importante diferencial em relação ao *encoder* incremental: a posição do *encoder* incremental é dada por pulsos a partir do pulso zero, enquanto a posição do *encoder* absoluto é determinada pela leitura de um código e este é único para cada posição do seu curso; consequentemente, os *encoders* absolutos não perdem a real posição no caso de uma eventual queda da tensão de alimentação (até mesmo se deslocados). Quando voltar a energia ao sistema, a posição é atualizada e disponibilizada para o mesmo (graças ao código gravado no disco do *encoder*) e, com isso, não se precisa ir até a posição zero para saber a sua localização como é o caso do incremental.

O código de saída é utilizado para definir a posição absoluta do *encoder*. Os códigos mais empregados são o binário e o Gray. A codificação binária pode ser facilmente analisada. No entanto, o código Gray é mais robusto a falhas, porque somente um bit diferença duas leituras adjacentes.

A detecção do movimento pode ser mecânico, óptico ou indutivo / magnético.

- O método mecânico consiste em usar escovas em contato com condutores acoplado ao rotor. A principal desvantagem deste método é o desgaste mecânico das escovas.
- O método óptico consiste em utilizar um LED ou transmissor infravermelho para enviar luz. No outro extremo, existe um receptor óptico. Informação digitalizada (sinais de onda quadrada) pode ser obtida diretamente de um disco codificado que transmite ou interrompe a faixa de luz produzida pelo LED. Atualmente, os *encodes* ópticos fornecem muitas saídas digitais para determinar a posição inicial, velocidade e orientação do movimento. A desvantagem deste método é que o tamanho e a complexidade do *encoder* devem aumentar para melhorar a resolução da leitura de posição.

- O método magnético consiste em usar uma fonte de fluxo magnético no lugar de um LED. O fluxo é detectado por um sensor de efeito Hall. A desvantagem deste método é que as fontes externas de fluxo magnético podem interferir com a leitura do sensor.

A1.3. Resolver

O *resolver* é um sensor de posição rotativo analógico que está baseado no princípio da máquina bifásica ou transformador rotativo. Sua estrutura é mostrada na Figura A1.1. O sensor *resolver* é robusto às interferências eletromagnéticas, variações de temperatura e umidade.

O *resolver* é constituído por um eixo rotativo (rotor) com um enrolamento primário e uma carcaça estacionária (estator) com dois enrolamentos secundários defasados de 90°. Quando o enrolamento primário é excitado com uma tensão senoidal $v_e(t)$, tensões alternadas $v_s(t)$ e $v_c(t)$ são induzidas nos enrolamentos do estator, segundo as seguintes equações [72]:

$$v_e(t) = a_e \cos(\omega_e t) \quad (\text{A1.2})$$

$$v_s(t) = k_e a_e \left(\sin(\theta) \cos(\omega_e t) + \frac{\omega_m(t)}{\omega_e} \cos(\theta) \sin(\omega_e t) \right) \quad (\text{A1.3})$$

$$v_c(t) = k_e a_e \left(\cos(\theta) \cos(\omega_e t) + \frac{\omega_m(t)}{\omega_e} \sin(\theta) \sin(\omega_e t) \right) \quad (\text{A1.4})$$

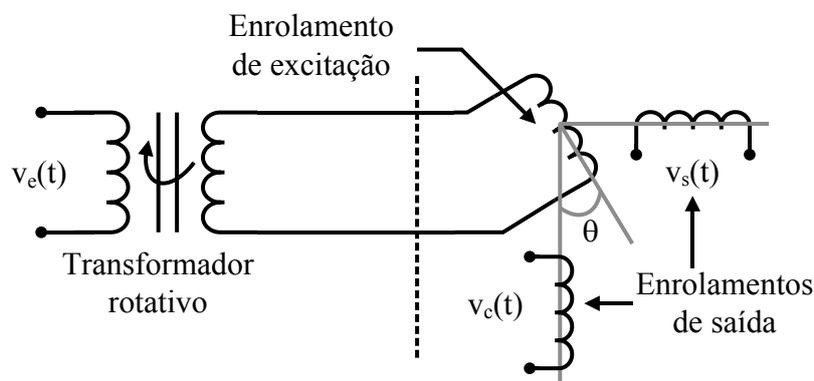


Figura A1.1. Estrutura do sensor *resolver*.

Sendo:

- a_e : amplitude de excitação;
- ω_e : frequência angular da excitação;
- ω_m : velocidade mecânica;
- k_e : relação entre o número de espiras dos enrolamentos do estator com o rotor;
- θ : posição angular do rotor.

A excitação do *resolver* possui uma frequência entre 1 até 10 kHz [72]. Geralmente, a velocidade mecânica é muito menor que a frequência de excitação do *resolver* ($\omega_m \ll \omega_e$). Portanto, as equações (1.3) e (1.4) podem ser simplificadas:

$$v_s(t) = k_e a_e \text{sen}(\theta) \cos(\omega_e t) \quad (\text{A1.5})$$

$$v_c(t) = k_e a_e \cos(\theta) \cos(\omega_e t) \quad (\text{A1.6})$$

As equações (A1.5) e (A1.6) indicam que a informação da posição angular encontra-se modulada em amplitude.

A obtenção da posição angular a partir dos sinais do *resolver* convencionalmente era efetuada por um equipamento chamado conversor *resolver* a digital (CRD) [73]. A estrutura do CRD é mostrada na Figura A1.2. A medição do ângulo está baseada em um sistema de rastreamento em malha fechada. Em primeiro lugar, os sinais $v_s(t)$ e $v_c(t)$ são multiplicados pelo cosseno e seno do ângulo estimado θ_{est} , respectivamente:

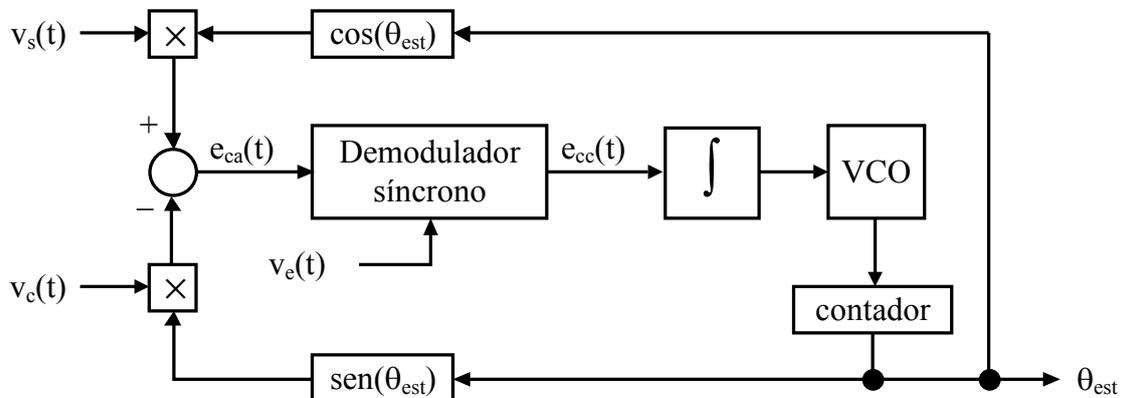


Figura A1.2. Estrutura do conversor *resolver* a digital.

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \cos(\theta_e)v_s(t) \\ &= k_e a_e \text{sen}(\theta) \cos(\theta_{est}) \cos(\omega_e t) \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

$$\begin{aligned} u_2(t) &= \text{sen}(\theta_e)v_c(t) \\ &= k_e a_e \cos(\theta) \text{sen}(\theta_{est}) \cos(\omega_e t) \end{aligned} \quad (\text{A1.8})$$

O erro $e_{ca}(t)$ é definido como a diferença entre os sinais $u_1(t)$ e $u_2(t)$. Aplicando propriedades trigonométricas, tem-se:

$$\begin{aligned} e_{ca}(t) &= u_1(t) - u_2(t) \\ &= k_e a_e \text{sen}(\theta) \cos(\theta_{est}) \cos(\omega_e t) - k_e a_e \cos(\theta) \text{sen}(\theta_{est}) \cos(\omega_e t) \\ &= k_e a_e (\text{sen}(\theta) \cos(\theta_{est}) - \cos(\theta) \text{sen}(\theta_{est})) \cos(\omega_e t) \\ &= k_e a_e \text{sen}(\theta - \theta_{est}) \cos(\omega_e t) \end{aligned} \quad (\text{A1.9})$$

Um demodulador síncrono utiliza o sinal de excitação $v_e(t)$ para demodular $e_{ca}(t)$. O resultado deste processo é a obtenção do erro $e_{cc}(t)$:

$$e_{cc}(t) = k_e \text{sen}(\theta - \theta_{est}) \quad (\text{A1.10})$$

A integral do sinal $e_{cc}(t)$ alimenta a um oscilador controlado por tensão (VCO). O VCO controla um contador cuja saída é a posição angular estimada (θ_e). Esta malha fechada faz que $e_{cc}(t)$ tenda a zero. Desta maneira, θ_e é uma boa aproximação da posição angular real.

$$e_{cc}(t) \rightarrow 0 \Rightarrow \theta_{est} \rightarrow \theta \quad (\text{A1.11})$$

O CRD fornece uma leitura da posição angular com elevada precisão e rejeição de ruído. Não obstante, o custo elevado do CRD motiva a procura de substitutos deste equipamento.

Geralmente, tais sistemas substitutos estão baseados em malhas de realimentação, onde o VCO e o demodulador síncrono são substituídos por reguladores lineares (como o regulador PID). Outras técnicas utilizam demoduladores para obter o seno e o cosseno do ângulo, e depois utilizar funções trigonométricas inversas para calcular a posição angular do motor.

A Tabela A1.1 mostra uma comparação entre os sensores *resolver*, *encoder* e de efeito Hall [71]. Pode-se observar que o *resolver* é o sensor que fornece mais vantagens na fabricação de VE e VHEs. Adicionalmente, as oscilações do torque eletromagnético do MSIP são menores quando o *resolver* é utilizado [71]. Portanto, o *resolver* é usado nesta Tese de Doutorado.

Tabela A1.1. Comparação entre os tipos de sensores de posição rotativos empregados nos VEs e VEHs.

| Especificação | Pontuação | | |
|------------------------|-----------------|------------------------|--------------------------|
| | <i>Resolver</i> | Sensor por efeito Hall | <i>Encoder magnético</i> |
| Custo | 6 | 10 | 8 |
| Robustez ante IEM | 20 | 8 | 9 |
| Baixa complexidade | 12 | 12 | 9 |
| Facilidade de montagem | 12 | 9 | 3 |
| Resolução | 16 | 4 | 16 |
| Robustez | 20 | 20 | 15 |
| Uso | 10 | 10 | 6 |
| Total | 96 | 73 | 65 |

ANEXO 2: Redes Neurais Artificiais

Uma rede neural artificial (RNA) é um sistema de processamento paralelo constituído pela conexão de unidades simples chamadas neurônios. Seu objetivo é obter as vantagens no processamento de informação do cérebro humano, através de modelos matemáticos da sua estrutura e de seu funcionamento [74].

Entre as vantagens do uso de RNAs no processamento de informação, têm-se:

- Capacidade de generalização, interpolação e extrapolação;
- Robustez a ruído;
- Capacidade de processamento paralelo de informação;
- Possibilidade de se utilizar uma grande variedade de diferentes topologias;
- Diferentes ferramentas computacionais facilitam o projeto das RNAs.

A força de processamento de uma rede neural reside na topologia e as conexões entre os neurônios. De maneira análoga ao cérebro humano, a rede deve ser treinada para obter conhecimento e gerar respostas adequadas. A base das redes neurais aplicadas na engenharia é o modelo do neurônio artificial [74], cuja estrutura é apresentada na Figura A2.1.

Há três elementos básicos em um neurônio artificial:

- Um conjunto de sinapses de conexão, caracterizados por um peso ou força. O sinal x_j ($j = 1, 2, \dots, m$), na entrada da sinapse j , é ligado ao neurônio k e multiplicado pelo peso sináptico w_{kj} ;
- Um somador, para somar os sinais de entrada ponderados pelos pesos sinápticos. Geralmente é considerado um termo chamado *bias* (b_k), o qual aumenta ou diminui a entrada da função de ativação;

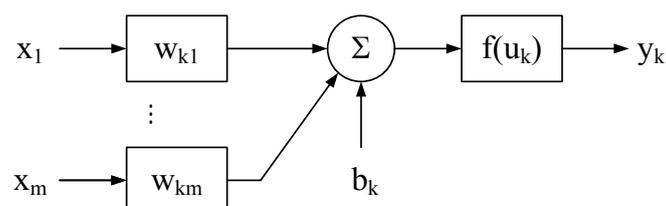


Figura A2.1. Estrutura do neurônio artificial.

- Uma função de ativação $f(u_k)$, que modela os processos internos no neurônio. A tabela A2.1 mostra as funções de ativação mais utilizadas.

Os neurônios artificiais podem ser ligados seguindo diferentes padrões, o que influi no treinamento e comportamento da rede. Em geral, podem-se identificar três classes de arquiteturas:

- Redes de camada única: Estas redes têm a estrutura mais simples. Cada saída é calculada por um único neurônio. Todos os elementos da rede recebem as mesmas entradas. Seu poder de processamento é limitado;
- Redes com múltiplas camadas: Nesse tipo de rede, existem uma ou mais camadas ocultas. A presença destas novas camadas fornece à rede neural uma maior capacidade de análise dos dados;
- Redes recorrentes: Nestas redes existe pelo menos um laço de realimentação de valores prévios da saída. Estas redes geralmente são utilizadas em sistemas onde deve ser considerada a evolução temporal dos dados.

Tabela A2.1. Funções de ativação usadas em redes neurais artificiais

| Função de ativação | Fórmula |
|--|--|
| Limiar (<i>hardlim</i>) | $f(u_k) = \begin{cases} 1, & \text{se } u_k \geq 0 \\ 0, & \text{se } u_k < 0 \end{cases}$ |
| Linear | $f(u_k) = u_k$ |
| Linear com saturação | $f(u_k) = \begin{cases} 0, & \text{se } u_k < -a \\ u_k, & \text{se } -a \leq u_k < a \\ 1, & \text{se } u_k \geq a \end{cases}$ |
| Sigmoide (<i>logsig</i>) | $f(u_k) = \frac{1}{1 + \exp(u_k)}$ |
| Tangente hiperbólica (<i>tansig</i>) | $f(u_k) = \frac{\exp(u_k) - \exp(-u_k)}{\exp(u_k) + \exp(-u_k)}$ |
| Radial | $f(u_k) = k_1 \exp(k_2 u_k^2)$ |

Para que uma rede neural gere as saídas adequadas e tenha um desempenho ótimo, ela deve ser treinada a partir de exemplos, utilizando um algoritmo de aprendizagem. Tal processo consiste no ajuste dos pesos sinápticos de cada neurônio da rede. Podem-se mencionar cinco regras básicas de aprendizagem:

- Aprendizagem por correção de erro: Os pesos sinápticos são atualizados para minimizar o erro entre a saída desejada e a estimada pela rede neural;
- Aprendizagem baseada em memória: Os exemplos são armazenados explicitamente em uma grande memória;
- Aprendizagem hebbiana: Baseada nas conexões sinápticas biológicas. Dentro da rede neural, se dois neurônios são ativados constantemente e sincronamente, então a força daquela união (peso sináptico) entre elas é aumentada. Caso contrário, tal força é enfraquecida ou eliminada;
- Aprendizagem competitiva: Os neurônios da rede competem entre eles para se tornar ativos. Somente um único neurônio pode estar ativo em um determinado instante. Tal característica é a principal diferença com a regra de aprendizagem hebbiana;
- Aprendizagem de Boltzmann: Método de aprendizagem estocástico. O objetivo é ajustar os pesos sinápticos para que a rede modele corretamente padrões de entrada de acordo com uma distribuição estatística de Boltzmann.

Por outro lado, existem três maneiras como o ambiente influi no treinamento da rede (paradigmas de aprendizagem):

- Aprendizagem supervisionada: Um sistema supervisor fornece a resposta ótima desejada para um determinado vetor de treinamento de entrada. Os pesos são atualizados em função do erro entre a saída desejada e a estimada;
- Aprendizagem não supervisionada: Em substituição do supervisor, são dadas condições para medir a qualidade da representação que a rede deve aprender, e os parâmetros da rede são otimizados de acordo com tais medidas;
- Aprendizagem por reforço: um sistema crítico reforça as ações que melhoram o desempenho da rede. A rede aprende relações causa-efeito.

ANEXO 3: Técnicas de Estimação de Velocidade para o MSIP

Na sequência, serão explicadas diferentes técnicas utilizadas na estimação da posição angular e/ou velocidade do MSIP [31], [75].

A3.1. Estimação baseada no Monitoramento de Tensões e Correntes

É a técnica de estimação mais simples. As equações de um MSIP com polos não salientes ($L_d = L_q = L$) no sistema de referência estacionário ($\alpha\beta$) são:

$$v_\alpha = ri_\alpha + L \frac{di_\alpha}{dt} - k_e \omega_m \sin(\theta_e) \quad (\text{A3.1})$$

$$v_\beta = ri_\beta + L \frac{di_\beta}{dt} + k_e \omega_m \cos(\theta_e) \quad (\text{A3.2})$$

sendo k_e a constante da força eletromotriz. A partir destas equações, as componentes da FEM do MSIP podem ser estimadas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \hat{e}_\alpha &= v_\alpha - ri_\alpha + L \frac{di_\alpha}{dt} \\ &\approx -k_e \omega_m \sin(\theta_e) \end{aligned} \quad (\text{A3.3})$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_\beta &= v_\beta - ri_\beta + L \frac{di_\beta}{dt} \\ &\approx -k_e \omega_m \cos(\theta_e) \end{aligned} \quad (\text{A3.4})$$

O ângulo elétrico pode ser obtido aplicando funções trigonométricas inversas:

$$\theta_e = \tan^{-1} \left(-\frac{\hat{e}_\alpha}{\hat{e}_\beta} \right) \quad (\text{A3.5})$$

A velocidade mecânica pode ser obtida da seguinte maneira:

$$\omega_e = n\omega_m = \frac{d\theta_e}{dt} \quad (\text{A3.6})$$

A técnica pode também ser aplicada ao MSIP de polos salientes. Esta técnica é simples de implementar, mas é sensível a variações dos parâmetros do motor. Adicionalmente, a estimação não é possível para baixas velocidades, porque a FEM é pequena. Nesse caso, geralmente se usa um algoritmo de arranque de malha aberta, e depois de atingir uma velocidade alta, usa-se o estimador descrito anteriormente.

A3.2. Estimação pelo Cálculo do Fluxo Enlaçado

Esta técnica está baseada no cálculo do vetor fluxo enlaçado no sistema de referência estacionário ($\alpha\beta$): $\lambda_{\alpha\beta} = [\lambda_\alpha \ \lambda_\beta]^T$. As componentes deste vetor podem ser calculadas através das seguintes equações:

$$\lambda_\alpha = \int (v_\alpha - ri_\alpha) dt \quad (\text{A3.7})$$

$$\lambda_\beta = \int (v_\beta - ri_\beta) dt \quad (\text{A3.8})$$

Considerando que

$$v_\beta = \frac{v_b - v_c}{\sqrt{3}} \quad (\text{A3.9})$$

$$v_\beta = \frac{v_b - v_c}{\sqrt{3}} \quad (\text{A3.10})$$

Tem-se:

$$\lambda_\alpha = \int \left[\frac{(v_a - v_c)}{3} - ri_\alpha \right] dt \quad (\text{A3.10})$$

$$\lambda_\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \int [(v_a + v_b) + -r(i_a + 2i_b)] dt \quad (\text{A3.11})$$

A posição do vetor espacial do enlace de fluxo pode ser obtida através da seguinte fórmula:

$$\theta_f = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\beta} \right) \quad (\text{A3.12})$$

Com o ângulo do vetor de fluxo enlaçado, é possível controlar as correntes de fase a serem impostas ao motor.

Este método pode ser aplicado para MSIP e para motores de indução. Não obstante, o método possui as seguintes desvantagens:

- O método depende da precisão dos sensores de tensão e corrente;
- É pouco robusto quanto a variações dos parâmetros do MSIP. Isto pode produzir um desalinhamento do sistema de coordenadas;
- A integração pode dar problemas para baixas frequências.

A3.3. Estimação através dos Efeitos Geométricos e de Saturação

Este método é aplicável em MSIP com polos salientes, e também depende da variação da indutância devido ao efeito de saturação magnética, e da diferença entre as indutâncias de eixo direto e quadratura.

Utilizando as equações (2.4), (2.5), (2.16) e (2.17), e considerando uma frequência de chaveamento alta, tem-se:

$$L_1 + 1,5L_0 = \frac{L_q + L_d}{2} \quad (\text{A3.13})$$

$$L_2 = \frac{L_q - L_d}{3} \quad (\text{A3.14})$$

A equação de tensão por fase do MSIP é:

$$v_a = ri_a + L_{sa} \frac{di_a}{dt} + e_a \quad (\text{A3.15})$$

sendo $L_{sa} = L_{aa} - L_{ab}$ e e_a é a força contra eletromotriz na fase a . Repetindo esta metodologia, tem-se:

$$L_{sa} = L_{aa} - L_{ab} = \frac{L_q + L_d}{2} + \frac{L_q - L_d}{3} [\cos(2\theta_e) - \cos(2\theta_e - 2\pi/3)] \quad (\text{A3.16})$$

$$L_{sb} = L_{bb} - L_{bc} = \frac{L_q + L_d}{2} + \frac{L_q - L_d}{3} [\cos(2\theta_e + 2\pi/3) - \cos(2\theta_e)] \quad (\text{A3.17})$$

$$L_{sc} = L_{cc} - L_{ca} = \frac{L_q + L_d}{2} + \frac{L_q - L_d}{3} [\cos(2\theta_e - 2\pi/3) - \cos(2\theta_e + 2\pi/3)] \quad (\text{A3.18})$$

O cálculo de L_{sa} pode ser efetuado a partir da equação (A3.15), sendo:

$$e_a = k_e \frac{d\theta_e}{dt} \quad (\text{A3.19})$$

sendo k_e a constante da força eletromotriz. Uma tabela de consulta (*Look-Up Table* em Inglês) pode ser usada para estimar o ângulo elétrico θ_e a partir das indutâncias L_{sa} , L_{sb} , L_{sc} .

A3.4. Estimação por Injeção de Sinais de Alta Frequência

Uma técnica muito utilizada é a injeção de sinais de tensão ou corrente de alta frequência conjuntamente à alimentação da máquina. Para a compreensão deste método, considera-se o seguinte modelo do MSIP no sistema de referência estacionário:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{A3.20})$$

$$\begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\alpha\beta}(\theta_e) \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \phi \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \\ \text{sen}(\theta_e) \end{bmatrix} \quad (\text{A3.21})$$

$$\mathbf{L}_{\alpha\beta}(\theta_e) = \begin{bmatrix} L - \Delta L \cos(2\theta_e) & -\Delta L \text{sen}(2\theta_e) \\ -\Delta L \text{sen}(2\theta_e) & L + \Delta L \cos(2\theta_e) \end{bmatrix} \quad (\text{A3.22})$$

$$L = 0,5(L_d + L_q) \quad (\text{A3.23})$$

$$\Delta L = 0,5(L_q - L_d) \quad (\text{A3.24})$$

Se $L_d \neq L_q$, é possível estimar a posição angular do eixo do MSIP ao combinar as tensões de alimentação convencionais com sinais senoidais de alta frequência $\mathbf{v}_{\alpha\beta hf} = [v_{\alpha hf} \ \lambda_{\beta hf}]^T$:

$$v_{\alpha hf} = -V_c \text{sen}(\omega_c t) \quad (\text{A3.25})$$

$$v_{\beta hf} = V_c \cos(\omega_c t) \quad (\text{A3.26})$$

A frequência (aproximadamente 1 kHz) e a amplitude (aproximadamente 10V) são escolhidas para obter boas estimativas da posição angular sem aumentar significativamente as distorção harmônicas nas correntes estatóricas. Combinando as equações (A3.20), (A3.21), (A3.25) e (A3.26), tem-se:

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha hf} \\ v_{\beta hf} \end{bmatrix} = \left(r \mathbf{I}_2 + \frac{d\mathbf{L}_{\alpha\beta}(\theta_e)}{dt} \right) \begin{bmatrix} i_{\alpha hf} \\ i_{\beta hf} \end{bmatrix} + L_{\alpha\beta}(\theta_e) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha hf} \\ i_{\beta hf} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.27})$$

$$\approx L_{\alpha\beta}(\theta_e) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha hf} \\ i_{\beta hf} \end{bmatrix}$$

sendo \mathbf{I}_2 a matriz identidade. O vetor de corrente estatórica $\mathbf{I}_{\alpha\beta}$ possui três componentes: Uma componente de alta frequência que gira no mesmo sentido que o vetor de tensão de alta frequência $\mathbf{v}_{\alpha\beta hf}$, uma componente que gira no sentido oposto, e uma componente de baixa frequência:

$$\mathbf{I}_{\alpha\beta} = i_{cp} e^{j(\omega_c t - \pi/2)} + i_{cn} e^{j(-\omega_c t + \theta_e + \pi/2)} + i_{\alpha\beta_baixa_frequencia} \quad (\text{A3.28})$$

$$i_{cp} = \frac{V_c L}{(L^2 - \Delta L^2) \omega_c} \quad (\text{A3.29})$$

$$i_{cn} = \frac{V_c L}{(L^2 - \Delta L^2)(\omega_c - 2\omega_e)} \quad (\text{A3.30})$$

sendo ω_e a derivada do ângulo elétrico. Só uma destas três componentes possui informação do ângulo elétrico do motor. Um algoritmo de processamento de sinais é necessário para capturar tal informação.

A3.5. Filtro de Kalmam Estendido

O filtro de Kalman é um algoritmo recursivo que é utilizado para estimar os estados de um sistema, baseando-se no conhecimento dos sinais aplicados à sua entrada, na medição de saída e do modelo da planta. Considera-se o seguinte sistema não linear:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{v}(k)] \quad (\text{A3.31})$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(k), \mathbf{w}(k)] \quad (\text{A3.32})$$

No primeiro lugar, o sistema deve ser discretizado e modelado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{v}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (\text{A3.33})$$

sendo $\mathbf{x}(k)$ o vetor de estados no instante k , $\mathbf{u}(k)$ o vetor de entrada, $\mathbf{y}(k)$ o vetor de saída, $\mathbf{v}(k)$ o ruído do processo (devido a imprecisões do modelo), $\mathbf{w}(k)$ o ruído de medida (ruído nos sensores). As matrizes de covariância de $\mathbf{v}(k)$ e $\mathbf{w}(k)$ são \mathbf{Q} e \mathbf{R} respectivamente. As matrizes $\mathbf{A}(k)$ e $\mathbf{H}(k)$ são as matrizes Jacobianas das derivadas parciais de \mathbf{f} e \mathbf{h} referente a \mathbf{x} , respectivamente:

$$\mathbf{A}_{[ij]}(k) = \frac{\partial \mathbf{f}_{[i]}(k)}{\partial \mathbf{x}_{[j]}(k)}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), 0] \quad (\text{A3.34})$$

$$\mathbf{H}_{[ij]}(k) = \frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}(k)}{\partial \mathbf{x}_{[j]}(k)}[\mathbf{x}(k), 0] \quad (\text{A3.35})$$

A estimação do vetor de estado $\hat{\mathbf{x}}(k)$ é efetuada através do seguinte processo iterativo:

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k-1) \quad (\text{A3.36})$$

$$\mathbf{P}^-(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{A}^T(k) + \mathbf{Q} \quad (\text{A3.37})$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^-(k)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{P}^-(k)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}]^{-1} \quad (\text{A3.38})$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}^-(k)] \quad (\text{A3.39})$$

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}^-(k) \quad (\text{A3.40})$$

sendo $\mathbf{P}(k)$ a matriz de covariância, $\mathbf{K}(k)$ o ganho de Kalman, enquanto que $\hat{\mathbf{x}}^-(k)$ e $\mathbf{P}^-(k)$ são as estimativas do vetor de estado e da matriz de covariância *a priori*. O algoritmo deve ser inicializado escolhendo valores adequados de $\hat{\mathbf{x}}(0)$, $\mathbf{P}(0)$, \mathbf{R} e \mathbf{Q} .

No caso de controle do MSIP, existem diferentes formas de definir o vetor de estado e o vetor de entrada. Isso define as matrizes do modelo. Contudo, analisando-se as equações, verifica-se que nenhuma variação nos parâmetros do motor é compensada pelo filtro. Outras técnicas devem ser utilizadas para aumentar a robustez deste estimador.

A3.6. Estimação por Modos Deslizantes

O estimador de modos deslizantes é um sistema de estrutura variável: a sua lei de controle é mudada deliberadamente durante o processo de observação de acordo com algumas regras, que dependem dos estados do sistema.

A estrutura do observador por modos deslizantes para o MSIP é amostrada na Figura A3.1. O estimador consiste em um observador de corrente, um filtro passa-baixas e uma etapa de cálculo do ângulo elétrico.

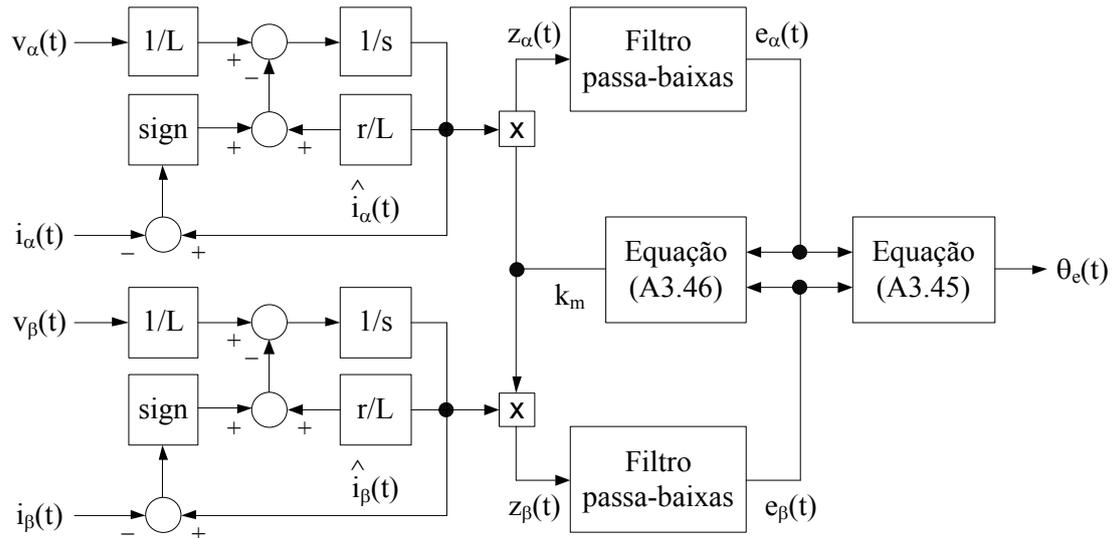


Figura A3.1. Estimador de modos deslizantes.

O observador de corrente consiste em um estimador baseado nas equações do modelo do MSIP. O estimador é realimentado por um controlador tipo *bang-bang* que está alimentado pela diferença entre as correntes estimadas do motor e as correntes reais no sistema de referência $\alpha\beta$. A dinâmica do estimador é representada através das seguintes equações:

$$\frac{d\hat{i}_\alpha(t)}{dt} = -\frac{r}{L}\hat{i}_\alpha(t) + \frac{1}{L}v_\alpha(t) - \frac{k_m}{L}\text{sign}(\hat{i}_\alpha(t) - i_\alpha(t)) \quad (\text{A3.41})$$

$$\frac{d\hat{i}_\beta(t)}{dt} = -\frac{r}{L}\hat{i}_\beta(t) + \frac{1}{L}v_\beta(t) - \frac{k_m}{L}\text{sign}(\hat{i}_\beta(t) - i_\beta(t)) \quad (\text{A3.42})$$

sendo k_m o ganho do estimador. Como resultado, dois sinais $z_\alpha(t)$ e $z_\beta(t)$ são obtidos:

$$z_\alpha(t) = k_m \cdot \text{sign}(\hat{i}_\alpha(t)) \quad (\text{A3.43})$$

$$z_\beta(t) = k_m \cdot \text{sign}(\hat{i}_\beta(t)) \quad (\text{A3.44})$$

Aqueles sinais estão conformadas pelas estimativas das forças contra eletromotrizes $e_\alpha(t)$ e $e_\beta(t)$ más ruído de alta frequência. O filtro passa baixas elimina aquele ruído de alta frequência, sendo possível obter as estimativas das forças contra eletromotrizes.

O ângulo elétrico pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\theta_e(t) = n\theta(t) = \tan^{-1}\left(\frac{e_\alpha(t)}{e_\beta(t)}\right) \quad (\text{A3.45})$$

A equação (A3.46) permite calcular o ganho do estimador por modos deslizantes (k_m):

$$k_m > \max(|e_\alpha(t)|, |e_\beta(t)|) \quad (\text{A3.46})$$

A3.7. Estimação baseada em Técnicas de Inteligência Artificial

Atualmente, técnicas de inteligência artificial como as redes neurais artificiais (RNA) e a lógica difusa (*Fuzzy Logic* em Inglês) estão sendo utilizadas na estimação da posição angular e velocidade do MSIP e outros motores trifásicos. Estas técnicas podem trazer vários benefícios na estimação de velocidade, pois têm a facilidade de atuar em sistemas não lineares ou em casos onde o modelo matemático é de difícil obtenção.

As RNAs podem ser utilizadas para implementar uma função não linear da posição angular ou velocidade em função de parâmetros de entrada (tensões, correntes, fluxos, parâmetros elétricos, etc.). Outra possibilidade, é que a RNA calcule os ganhos dos estimadores apresentados anteriormente.

Por outro lado, a lógica difusa permite representar o comportamento de um sistema utilizando uma linguagem semelhante à humana. É possível representar a dinâmica da planta ou do estimador através de sentenças SE-ENTÃO.

As capacidades de interpolação, extrapolação e robustez a ruído faz às técnicas de inteligência artificial ferramenta muito úteis no controle de máquinas trifásicas sem sensores de posição.