

MODELAGEM DE CABOS SUBTERRÂNEOS E SUBMARINOS PARA  
ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS

Paulo Eduardo Darski Rocha

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

---

Prof. Sandoval Carneiro Jr., Ph.D

---

Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph.D

---

Prof. Pedro Gomes Barbosa, D.Sc.

---

Dr. Jaime Mourente Miguel, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2007

DARSKI ROCHA, PAULO EDUARDO

Modelagem de Cabos Subterrâneos e Submarinos para Estudos de Transitórios [Rio de Janeiro] 2007

XI, 115 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Dissertação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Cálculo de Parâmetros de cabos
2. Análise de Sobretensões
3. Estudo de Transitórios

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

# Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades impostas pelo alto nível de exigência do curso de mestrado, primeiramente.

E a todos que cooperaram e contribuíram de alguma forma para a execução deste trabalho, principalmente:

- ao CENPES, pelo apoio e pela oportunidade de desenvolver este trabalho;
- ao meu orientador e amigo Antonio Carlos Siqueira de Lima pela paciência e dedicação com que conduziu os trabalhos no decorrer do curso de mestrado, além da valiosa e dedicada orientação;
- ao Prof. Sandoval Carneiro Jr. pela importante contribuição no desenvolvimento deste trabalho;
- aos meus pais: Paulo Rocha e Eloisa Helena, e aos meus amigos: Jadir Figueira, Ana Beatriz e José Gomes, pelo incentivo constante;
- Aos Professores Francisco José Arteiro de Oliveira e Luiz Alberto Machado Fortunato, do ONS, pela indicação ao curso de mestrado da COPPE/PEE, durante o processo seletivo; e
- aos colegas: Otto Gambini, Thiago Martins, Leonardo Fernandes, Fernando Cattán, Guilherme Sotelo, Suzana Menezes, Gisella Vizhñay, Hélio Pinto e Reinaldo Vivas, entre outros, pela colaboração prestada.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## MODELAGEM DE CABOS SUBTERRÂNEOS E SUBMARINOS PARA ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS

Paulo Eduardo Darski Rocha

Março/2007

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

Alguns cabos submarinos, também conhecidos como cabos umbilicais, encontram grande uso na indústria do petróleo. Uma das vantagens de tais cabos é que eles podem combinar cabos estruturais e elétricos, possuindo assim uma instalação mais compacta. Do ponto de vista elétrico estes cabos podem ser vistos como um condutor tubular dentro de um outro condutor tubular. Os parâmetros elétricos (a impedância e a admitância por unidade de comprimento) não podem ser calculados utilizando a subrotina convencional de cálculo de parâmetros encontrada em programas de transitórios eletromagnéticos (EMT), tais como EMTP-RV, ATP, EMTDC. Porém, os procedimentos utilizados nestas subrotinas podem ser expandidos na análise de cabos umbilicais.

Esta dissertação primeiramente apresenta uma análise na formulação da impedância série para modelagem de cabos enterrados ou submarinos. Também apresenta uma revisão dos procedimentos básicos geralmente usados para avaliação da impedância e admitância de cabos, bem como as mudanças necessárias para representar um cabo umbilical. Os parâmetros são calculados em Programa no Domínio da Frequência (FDP) para análises de transitórios e das características de propagação do sistema de cabos submarinos. Os resultados no domínio do tempo são obtidos usando a Transformada Numérica de Laplace.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## MODELLING OF UNDERGROUNDS AND SUBMARINES CABLES FOR TRANSIENTS STUDIES

Paulo Eduardo Darski Rocha

March/2007

Advisor: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

There are some submarine cables, also known as umbilical cables, which are finding a growing use in the oil industry. One of the advantages of such cables is that they can combine both structural and electrical cables, thus providing a more compact installation. From the electrical point of view these cables can be seen as a pipe-type inside another pipe-type. The electrical parameters (the impedance and admittance per unit of length) cannot be calculated using conventional cable parameters subroutine available in Electromagnetic Transient (EMT) Programs such as EMTP-RV, ATP, EMTDC. However, the procedures used in those subroutines can be expanded for the analysis of the umbilical cables.

This dissertation firstly presents a thorough analysis on the adequacy of series impedance formulae for modelling underground or submarine cables. It also presents a review of the basic procedures commonly used for evaluation of the cable impedances and admittances, as well as outlines the changes needed in order to represent umbilical cable. The parameters are calculated in a Frequency Domain program to an transients analysis as well as an analysis of the propagation characteristics of the submarine cables systems. Time-domain results are carried out using Numerical Laplace Transform.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Iniciais . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	2
1.3 Motivação . . . . .	3
1.4 Estrutura do trabalho . . . . .	5
<b>2 Cabos Elétricos</b>	<b>7</b>
2.1 Características construtivas . . . . .	8
2.1.1 Condutor elétrico . . . . .	9
2.1.1.1 Metais empregados . . . . .	9
2.1.1.2 Formas de um condutor elétrico . . . . .	11
2.1.2 Blindagens . . . . .	14
2.1.3 Isolação . . . . .	15
2.1.3.1 Dielétricos laminados ou estratificados . . . . .	15
2.1.3.2 Dielétricos sólidos ou extrudados . . . . .	16
2.1.4 Enchimentos . . . . .	18
2.1.5 Armadura . . . . .	19
2.1.6 Cobertura ou isolação externa . . . . .	19
2.1.7 Aplicação da isolação interna . . . . .	20
2.2 Método de instalação do sistema . . . . .	20
<b>3 Cálculo de parâmetros em sistemas de cabos</b>	<b>21</b>
3.1 Metodologia aplicada no cálculo de parâmetros longitudinais em sistemas de cabos . . . . .	22
3.1.1 Simplificação do modelo com base nas condições de contorno adotadas . . . . .	23
3.2 Matriz da impedância série de um sistema de cabos coaxiais . . . . .	25
3.3 Matriz da impedância série de um sistema de cabos PT . . . . .	30
3.4 Formulação aplicada ao cálculo da impedância de retorno em sistemas de cabos . . . . .	34
3.4.1 Impedância de retorno em um sistema de cabos aéreos . . . . .	35
3.4.2 Impedância de retorno em um sistema de cabos subterrâneos . . . . .	35
3.4.3 Impedância de retorno em um sistema de cabos submersos . . . . .	41

3.4.4	Montagem da matriz de impedâncias . . . . .	43
3.5	Metodologia aplicada no cálculo de parâmetros transversais em sistemas de cabos . . . . .	44
3.5.1	Simplificação do modelo com base nas condições de contorno adotadas . . . . .	45
3.6	Matriz de admitância de um sistema de cabos coaxiais . . . . .	46
3.7	Matriz da admitância shunt de um cabo PT . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Validação do modelo de cabo proposto</b>	<b>51</b>
4.1	Sistemas de cabos coaxiais . . . . .	52
4.2	Sistemas de cabos coaxiais em tubulação . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Estudo de casos</b>	<b>62</b>
5.1	Cabo umbilical sem mangueiras hidráulicas . . . . .	62
5.1.1	Análise dos modos de propagação . . . . .	63
5.1.2	Análise de transitórios na transmissão de energia . . . . .	66
5.1.2.1	Emissor em curto-circuito . . . . .	67
5.1.2.2	Emissor aberto . . . . .	69
5.1.2.3	Resposta ao degrau com emissor aberto . . . . .	72
5.2	Cabo umbilical com mangueiras hidráulicas . . . . .	74
5.2.1	Análise de transitórios na transmissão de energia . . . . .	74
5.3	Transitórios no acionamento de uma máquina de indução . . . . .	78
5.3.1	Circuito aberto - caso # 1 . . . . .	80
5.3.2	Motor com ligação em estrela não-aterrada - caso # 2 . . . . .	81
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>82</b>
6.1	Conclusões Gerais . . . . .	82
6.1.1	Validação do modelo . . . . .	82
6.1.2	Estudo de Casos . . . . .	83
6.2	Trabalhos Futuros . . . . .	84
	<b>Apêndices</b>	<b>91</b>
<b>A</b>	<b>Propagação de ondas eletromagnéticas em sistemas de transmissão</b>	<b>91</b>
A.1	Fenômeno de ondas viajantes em linhas monofásicas . . . . .	91
A.2	Fenômeno de ondas viajantes em linhas polifásicas . . . . .	94
A.3	Fenômeno de ondas viajantes em sistemas de cabos . . . . .	95
A.4	Representação de linhas de transmissão no domínio modal . . . . .	95
<b>B</b>	<b>Teoria de circuitos aplicada a cabos coaxiais</b>	<b>99</b>
B.1	Sub-matriz de impedância . . . . .	99
B.2	Sub-matriz de admitâncias . . . . .	103
<b>C</b>	<b>Formulações para o cálculo da impedância de retorno pelo solo em sistemas de cabos aéreos</b>	<b>105</b>
C.1	Formulação clássica . . . . .	106

C.2	Formulação aproximada . . . . .	107
C.3	Comparação entre os métodos . . . . .	111
<b>D</b>	<b>Transformada Numérica de Laplace</b>	<b>114</b>



# Lista de Figuras

2.1	Corte transversal do cabo <i>pipe-type</i> (PT) . . . . .	7
2.2	Cortes transversais . . . . .	8
2.3	Camadas de um cabo coaxial . . . . .	9
2.4	Formas de um condutor elétrico . . . . .	12
2.5	Linhas eqüipotenciais do condutor . . . . .	15
2.6	Tensão na blindagem em função da isolação interna . . . . .	19
3.1	Corte transversal de um sistema de cabos coaxiais eqüidistantes . . . . .	24
3.2	Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em $Z_1$ . . . . .	27
3.3	Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em $Z_3$ . . . . .	28
3.4	Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em $Z_4$ . . . . .	29
3.5	Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em $Z_5$ . . . . .	30
3.6	Corte transversal de um cabo PT umbilical . . . . .	31
3.7	Disposição geométrica de dois cabos coaxiais subterrâneos . . . . .	36
3.8	Erro relativo da formulação de Wedepohl - impedância própria . . . . .	38
3.9	Erro relativo da formulação de Wedepohl - impedância mútua . . . . .	38
3.10	Erro relativo da formulação de Lima - impedância própria . . . . .	40
3.11	Erro relativo da formulação de Lima - impedância mútua . . . . .	40
3.12	Disposição geométrica de um cabo coaxiais submerso . . . . .	41
3.13	Erro da metodologia aproximada . . . . .	43
4.1	Sistema de cabos SC energizado na Fase A . . . . .	52
4.2	Tensões na fase A . . . . .	55
4.3	Tensões na fase B . . . . .	56
4.4	Tensões na fase C . . . . .	57
4.5	Sobretensões na fase C . . . . .	58
4.6	Modelo retirado da tese de Noda . . . . .	59
4.7	Arranjo dos cabos . . . . .	60
4.8	Comparação da resposta obtida com os resultados de Noda . . . . .	61
5.1	Cabo umbilical com duas camadas metálicas . . . . .	63
5.2	Velocidade dos modos de propagação . . . . .	64
5.3	Amortecimento dos modos de propagação . . . . .	65
5.4	Configuração estudada no caso # 1 . . . . .	67
5.5	Tensões nos núcleos - caso # 1 . . . . .	67
5.6	Tensões nas blindagens - caso # 1 . . . . .	68

5.7	Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação - caso # 1 . . . . .	68
5.8	Tensões no <i>pipe</i> - caso # 1 . . . . .	69
5.9	Configuração estudada no caso # 2 . . . . .	69
5.10	Tensões nos núcleos - caso # 2 . . . . .	70
5.11	Tensões nas blindagens - caso # 2 . . . . .	70
5.12	Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação - caso # 2 . . . . .	71
5.13	Tensões no <i>pipe</i> - caso # 2 . . . . .	71
5.14	Configuração estudada no caso # 3 . . . . .	72
5.15	Tensões nos núcleos - caso # 3 . . . . .	72
5.16	Tensões nas blindagens - caso # 3 . . . . .	73
5.17	Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação - caso # 3 . . . . .	73
5.18	Tensões no <i>pipe</i> - caso # 3 . . . . .	74
5.19	Cabo umbilical com mangueiras hidráulicas . . . . .	75
5.20	Tensões no <i>pipe</i> . . . . .	76
5.21	Tensões nas mangueiras hidráulicas . . . . .	76
5.22	Tensões nos núcleos . . . . .	77
5.23	Tensões nas blindagens . . . . .	77
5.24	Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação . . . . .	78
5.25	Conjunto conversor/alimentador/motor . . . . .	79
5.26	Alimentador - Cabo PT . . . . .	79
5.27	Configuração estudada no caso # 1 . . . . .	80
5.28	Tensão no terminal da fase A - caso # 1 . . . . .	80
5.29	Configuração estudada no caso # 2 . . . . .	81
5.30	Tensão no terminal da fase A - caso # 2 . . . . .	81
A.1	Elemento infinitesimal de uma linha de comprimento $x$ . . . . .	91
B.1	Circuito equivalente de um cabo coaxial . . . . .	99
B.2	Circuito com impedâncias equivalentes de um cabo coaxial . . . . .	100
B.3	Circuito com admitâncias equivalentes de um cabo coaxial . . . . .	103
C.1	Disposição geométrica de dois cabos coaxiais aéreos . . . . .	106
C.2	Modelo do plano complexo proposto por Deri . . . . .	108
C.3	Modelo do plano complexo proposto por Taku Noda . . . . .	110
C.4	Aproximação da função $f(w)$ . . . . .	111
C.5	Erro na impedância própria de retorno pelo solo . . . . .	112
C.6	Erro na impedância mútua de retorno pelo solo . . . . .	113

# Lista de Tabelas

2.1	Comparação entre os principais tipos de isolações sólidas . . . . .	18
2.2	Permissividades relativas de alguns materiais isolantes . . . . .	18
4.1	Dimensões e constantes de um sistema de cabos coaxiais . . . . .	52
4.2	Modelos matemáticos para cabos SC . . . . .	53
4.3	Comparação dos tempos de análise em <i>segundos</i> . . . . .	53
4.4	Dimensões e constantes de um cabo pipe-type de 275 kV . . . . .	59
5.1	Nomeclaturas das metodologias adotadas . . . . .	62
5.2	Dimensões e constantes de um cabo umbilical 12/20 kV . . . . .	66
5.3	Dimensões e constantes das mangueiras hidráulicas . . . . .	75
5.4	Dimensões e constantes do cabo PT . . . . .	79

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Considerações Iniciais

O estudo de transitórios eletromagnéticos é de grande importância no desenvolvimento de projetos e operação de sistemas de transmissão de energia elétrica. A avaliação de fenômenos rápidos é fundamental para um adequado dimensionamento dos equipamentos elétricos do sistema, de forma a reduzir o risco de ruptura do isolamento na ocorrência de surtos internos ou externos, decorrentes de descargas atmosféricas ou de mudanças bruscas na configuração, tais como: energização ou desenergização de elementos do circuito, início ou interrupção de defeitos.

A confiabilidade dos estudos é fortemente dependente da modelagem dos elementos do sistema em programas de simulação. Neste contexto, destacam-se os sistemas de transmissão, pela vasta variedade de modelos encontrados na literatura técnica. A aplicabilidade de cada um destes modelos depende do tipo de estudo considerado.

Há basicamente dois meios de transmissão de energia a serem considerados: sistemas convencionais e não-convencionais. Os sistemas convencionais são compostos por redes aéreas de transmissão, nas suas mais variadas configurações, e sistemas de cabos subterrâneos, que são indiscutivelmente mais caros, mas de grande aplicação em centros urbanos, onde a falta de espaço, devido a um crescimento acelerado e a estética são fatores determinantes. Os sistemas de transmissão não-convencionais são compostos por configurações distintas das mencionadas acima. Como exemplo podemos citar o sistema de alimentação das bombas centrífugas submersas e os sistemas de alimentação e interligação de plataformas. No último caso, há o interesse em utilizar cabos umbilicais “multifuncionais”, que comportam em seu interior sistemas de transmissão, comunicação, comando e refrigeração, e até mesmo cabos estruturais. Do ponto de vista do comportamento eletromagnético, considerando frequências inferiores a alguns

MHz, o cabo umbilical pode ser entendido como condutores contidos em tubulação, ou cabo *pipe-type*, envolvido por camadas isolantes, podendo também serem envolvidos por uma ou mais camada metálicas.

Em países com poços de petróleo em grandes profundidades, os cabos umbilicais marinhos com mais de uma camada metálica têm tido grande aplicação, por permitir instalações mais compactas. Com o crescimento acelerado da indústria de petróleo, e conseqüentemente com uma crescente tendência a expansão deste tipo de sistema, de alto custo de instalação e confiabilidade, torna-se necessário um estudo preciso do comportamento elétrico do sistema.

O estudo destes sistemas representa um grande desafio tecnológico, sendo bem mais complexo que a sua contrapartida no caso de sistemas de transmissão convencionais. O modelo envolve o cálculo de parâmetros de uma tubulação dentro de uma tubulação, podendo conter condutores não-concêntricos em seu interior. Além disto, estes cabos não são representados facilmente em programas de transitórios eletromagnéticos, programas *EMT* (*Electromagnetic Transients*) (Dommel 1969).

Este trabalho analisa as características de propagação e sobretensões nas blindagens, tubulações e mangueiras de um cabo umbilical submarino. A metodologia de cálculo é desenvolvida inteiramente no domínio da freqüência utilizando o programa *Mathematica*. O resultado final é uma estrutura similar a dos programas tipo *FDTP* (*Frequency Domain Transients Program*). A vantagem de se utilizar o domínio da freqüência reside em representar diretamente a variação dos parâmetros com a freqüência, sem a necessidade de ajuste de funções. A resposta temporal da rede é obtida através da *Transformada Numérica de Laplace* (NLT) (Wilcox 1978).

## 1.2 Objetivos

Esta dissertação visa analisar sobretensões em sistemas de cabos submarinos através de um modelo proposto para a implementação em programas comerciais de simulação. Na seqüência, é apresentada uma breve descrição do trabalho.

Inicialmente, faz-se um estudo das características construtivas de cabos elétricos e uma revisão das principais formulações aplicadas no cálculo de parâmetros de cabos coaxiais (SC) e umbilicais (PT). São consideradas as técnicas mais comuns encontradas na literatura técnica. Algumas hipóteses simplificativas são adotadas de forma a tornar viável a implementação do modelo em programas computacionais. A validação do modelo aproximado de cabos SC enterrados, denominado de *W-L*, é feita através do *EMTDC*, enquanto que a validação do modelo de cabo PT é feita por comparação com

um resultado existente na literatura (Noda 1996).

Posteriormente, faz-se um estudo de casos, onde é proposto um modelo alternativo para o cálculo dos parâmetros longitudinais por unidade de comprimento de um cabo umbilical, sendo passível de implementação em programas comerciais de simulação de transitórios.

### 1.3 Motivação

A expansão de sistemas de transmissão não-convencionais representa uma grande tendência devido ao crescimento da indústria de petróleo. A implantação de plataformas a grandes distâncias do litoral em águas profundas, exige trechos quilométricos de cabos. O alto custo de instalação faz com que estes cabos agreguem, cada vez mais, outros elementos em seu interior. Sistemas de transmissão de energia, comunicação, comando, entre outros, são instalados de forma compacta envolvidos por uma armadura metálica, criando um grande desafio para a modelagem dos mesmos devido à sua configuração assimétrica não concêntrica.

A representação da variação dos parâmetros com a frequência devido ao efeito pelicular, solenóide e de proximidade, exige soluções numéricas, tais como: Técnicas de Elementos Finitos (Silvester e Ferrari 1990, Triantafyllidis, Papagiannis e Labridis 1999, Yin 1990) e Método da Subdivisão de condutores (Arizon e Dommel 1987), que não são aplicadas em programas de simulação. Desta forma a simplificação do modelo por meio de hipóteses adotadas é necessária para a implementação em programas matemáticos como o *Mathematica* e o *Matlab*.

Devido à configuração não-convencional destes cabos, os parâmetros elétricos longitudinais e transversais, por unidade de comprimento, não podem ser obtidos usando as subrotinas convencionais de cálculos de parâmetros disponíveis em programas de transitórios eletromagnéticos, tais como um *EMTP-RV* e *ATP*. Significantes esforços têm sido feitos para aplicar estes modelos em programas do tipo *EMTP* (Dommel 1992), e diversos trabalhos de modelagem de sistemas de cabos de potência e de linhas de transmissão são de grande contribuição (Martí 1982, Martí 1988, Castellanos, Martí e Marcano 1997, Gustavsen, Sletbak e Henriksen 1995, Noda, Nagaoka e Ametani 1996, Manhães 1992).

A formulação adotada na modelagem de cabos umbilicais são formulações “clássicas”, que envolvem funções de Bessel (Schelkunoff 1934) e séries numéricas infinitas (Ametani 1980). A formulação “clássica” pode ser entendida, portanto, como um solução “exata” desde que sejam válidas as hipóteses associadas ao cálculo de parâmetros unitários, a

saber (Portela 1999, Schelkunoff 1934, Lima 2007):

- Propagação do campo eletromagnético se dá através de uma onda plana, permitindo-se a aplicação das hipóteses quase-estacionárias;
- Todos os meios envolvidos são homogêneos, lineares e isotrópicos de parâmetros constitutivos (condutividade  $\sigma$ , permitividade  $\epsilon$  e permeabilidade magnética  $\mu$ ) constantes ou variantes de forma contínua no domínio da frequência;
- Quando se consideram cabos enterrados, a profundidade dos mesmos é considerada constante;
- Todos os condutores envolvidos são cilíndricos sem protuberâncias ou saliências e a hipótese de bom condutor ( $\sigma \gg \omega\epsilon$ ) para todas as faixas de frequência angular  $\omega$  é considerada.

Possivelmente, a dificuldade maior na utilização da metodologia “clássica” reside na implementação do modelo de cabos umbilicais, pois exigem um tempo computacional muito elevado. A avaliação dos impactos causados na precisão e confiabilidade do estudo de transitórios eletromagnéticos devido à aplicação de uma “metodologia alternativa” é importante, já que as formulações aproximadas tornam mais viável a implementação do modelo em programas comerciais.

Os programas comerciais de transitórios usam expressões aproximadas para o cálculo das impedâncias longitudinais por unidade de comprimento para a representação mais precisa de linhas de transmissão ou cabos subterrâneos. Contudo há diversas limitações:

- Para a representação de cabos em tubulações o Programa *EMTDC* exige um modelo em *Fortran*, uma vez que não dispõe de uma biblioteca específica para a representação do mesmo;
- O Programa ATP tem, em sua biblioteca, um modelo de cabos *pipe-type*, porém, não apresentou resultados satisfatórios durante algumas simulações realizadas.

No caso do ATP tal comportamento era esperado, visto que um modelo de cabos completo implicaria na representação do mesmo em coordenadas de fase ou a inclusão da variação da matriz de transformação no modelo modal. O modelo em coordenadas de fase implementado no ATP é baseado na metodologia IARMA (Noda 1996) apresentando diversas limitações computacionais, conforme apresentado em (Fernandes, Lima e Neves 2002). Já o modelo utilizando a matriz modal variante na frequência foi desenvolvido por L. Marti (Martí 1988) encontra-se implementado apenas no programa EMTP-RV, programa este não utilizado na presente pesquisa.

Contudo é importante ressaltar que análises anteriores realizadas na Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, (Martins, Lima e Carneiro Jr. 2005, Martins 2005, Martins, Lima e Carneiro Jr. 2007) indicam ser necessárias análises dos erros das expressões aproximadas, bem como da verificação do impacto das mesmas no comportamento dos parâmetros de propagação do sistema de transmissão. Uma das vantagens de se utilizar diretamente o domínio da frequência é a possibilidade de uma representação mais acurada das expressões de impedância, bem como da análise das sobretensões no domínio do tempo. Este tipo de estrutura permite a avaliação mais concreta do comportamento das expressões aproximadas.

## 1.4 Estrutura do trabalho

A dissertação apresenta, inicialmente, uma revisão dos procedimentos no cálculo de parâmetros em sistemas de transmissão não-convencionais utilizados para a avaliação de parâmetros longitudinais e transversais por unidade de comprimento, bem como um esboço das mudanças necessária para uma adequada representação deste parâmetros em cabos umbilicais.

O trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório. A seguir apresenta-se uma descrição dos demais capítulos.

O Capítulo 2 faz uma apresentação geral sobre cabos elétricos. São descritas as características construtivas e de instalação dos mais variados tipos de sistemas.

O Capítulo 3 apresenta as técnicas mais comuns encontradas na literatura técnica utilizadas no cálculo de parâmetros de sistemas de cabos. Os parâmetros transversais e longitudinais são descritos por sub-matrizes ou “blocos”, hipóteses simplificadoras são adotadas com o objetivo de viabilizar a implementação de uma solução analítica em programa matemáticos e de simulação, eliminando a necessidade de recorrer a soluções numéricas. São apresentadas as formulações “clássicas” ou “exatas” e aproximadas para o cálculo dos parâmetros longitudinais em função da frequência. As formulações aproximadas são aplicadas no cálculo do efeito pelicular em condutores sólidos e tubulares e da impedância de retorno pelo solo em condutores enterrados e aéreos, sendo feita uma breve abordagem sobre o erro relativo das aproximações. A formulação “clássica” para o cálculo da impedância de retorno pela água do mar também é utilizada.

O Capítulo 4 valida os modelos implementados com as metodologias propostas no Capítulo 3 através do *EMTPDC* e resultados existentes. São propostas combinações com blocos de sub-matrizes para o cálculo dos parâmetros longitudinais em sistemas de



cabos SC, sendo proposta uma formulação alternativa para implementação em programas de simulação. Para cabos do tipo *pipe-type* foi necessária a utilização de resultados existentes (Noda 1996) para a validação do modelo, tendo em vista as limitações apresentadas pelos programas comerciais e mencionadas no item anterior.

O Capítulo 5 apresenta uma formulação alternativa no cálculo de parâmetros longitudinais em sistemas umbilicais submarinos. É feita a análise dos modos de propagação e a análise de sobretensões para alguns casos estudados. A título de exemplificação, é feita a análise de sobretensões no acionamento de um motor elétrico, para algumas configurações, sendo a impedância equivalente do motor retirada de (Mello 2000).

O Capítulo 6 trata da conclusão do trabalho. São descritas as conclusões baseadas nos resultados obtidos ao longo do trabalho. São feitas também as propostas de trabalhos futuros levando-se em conta alguns fatores que não puderam ser considerados neste trabalho devido a algumas hipóteses simplificativas adotadas ou limitações.

# Capítulo 2

## Cabos Elétricos

Um condutor elétrico é o meio no qual se transporta energia elétrica desde um determinado ponto, denominado fonte de alimentação, até um terminal consumidor.

Os cabos elétricos são utilizados em sistemas de transmissão, distribuição, instalações elétricas em baixa tensão, sistemas industriais, entre outros, sendo adequado às características do sistema a que pertence, operando em faixas bem delimitadas de tensão e potência.

Com o objetivo de adequar este elemento às características do sistema, garantindo a confiabilidade, vários materiais podem ser empregados na confecção de um cabo, conforme pode ser observado nas Fig. 2.1 e 2.2.

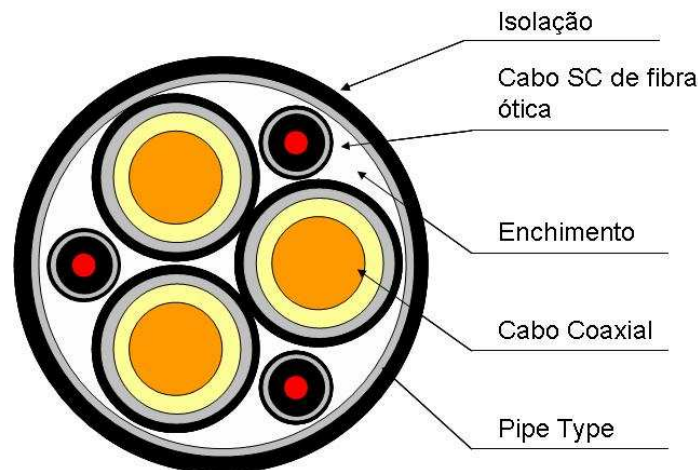


FIGURA 2.1: Corte transversal do cabo *pipe-type* (PT)

É difícil classificar determinados tipos de cabos de potência devido à grande variedade de formas, arranjos, materiais utilizados e níveis de tensão disponíveis. Basicamente, a classificação dos cabos pode ser baseada nas características construtivas ou de acordo com o método de instalação do sistema.

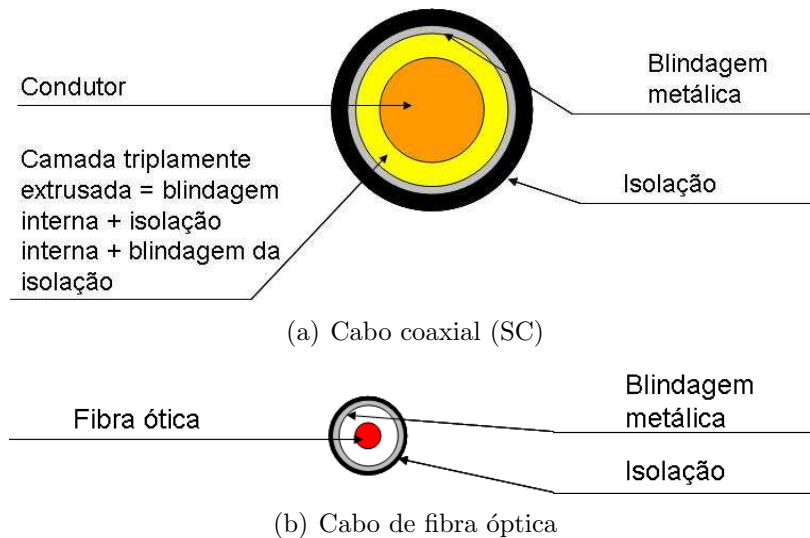


FIGURA 2.2: Cortes transversais

A título de ilustração, nas seções seguintes apresentamos alguns detalhes a cerca de cabos elétricos em geral.

## 2.1 Características construtivas

Do ponto de vista das características construtivas, cabos podem ser classificados considerando aspectos tais como: material do condutor (cobre ou alumínio), forma de construção do condutor (sólido, setorial, redondo compacto, etc.), tipo de isolamento elétrica, presença de blindagem e presença de armadura. Sendo assim, os condutores elétricos apresentam diferentes formas e tipos de fabricação, sendo cada um deles utilizado de acordo com suas características específicas.

Conforme apresentado nas Fig. 2.1 e 2.2, o cabo é constituído de vários elementos que vão do condutor à isolamento mais externa. Com base nos dados adquiridos em (Prismian 2007), basicamente, os elementos de um cabo *pipe-type* tripolar são:

1. Três cabos SC com fitilhos<sup>1</sup> de identificação de fase;
2. Enchimento;
3. Armadura (*pipe*); e
4. Capa externa.

Em “cabos umbilicais” de alimentação, Fig. 2.1, o cabo *pipe-type* pode conter, além do circuito de força, circuitos de comunicação, comando e mangueiras hidráulicas, tornando-se um cabo “multifuncional”.

<sup>1</sup>Fitas coloridas ou numeradas, identificando a fase.

Com base nos dados adquiridos em (Ficap 2006a), os elementos de um cabo coaxial, Fig. 2.3, são:

1. Condutor Elétrico;
2. Blindagem Interna ou blindagem do condutor;
3. Isolação Interna ou isolação do condutor;
4. Blindagem da isolação interna;
5. Blindagem Metálica; e
6. Cobertura.

Em cabos navais ou marinhos, é comum a aplicação de uma armadura metálica abaixo da cobertura ou, até mesmo, como camada mais externa do cabo, tendo como principal função, a proteção mecânica das camadas mais internas.



FIGURA 2.3: Camadas de um cabo coaxial

## 2.1.1 Condutor elétrico

### 2.1.1.1 Metais empregados

Na prática, somente dois metais são utilizados na fabricação de condutores elétricos, são eles: o alumínio e o cobre (Mamed 1994).

#### a) Alumínio

O emprego do alumínio na fabricação de condutores elétricos tem grande aplicação em redes e linhas aéreas de distribuição e transmissão de energia elétrica.

O alumínio, quando comparado ao cobre, oferece inúmeras vantagens nos sistemas citados pelos seguintes motivos:

- baixo custo;

- sua relação peso por área é menor que a do cobre, facilitando o transporte e instalação;
- excelente comportamento aos esforços mecânicos, quando encordoados com alma de aço;
- praticamente não existem mais inconvenientes quanto aos problemas de mau contato em suas conexões, causados por uma película de óxido de alumínio de característica altamente isolante, responsável pelo aquecimento exagerado e pela destruição da conexão.

Porém, além das vantagens acima citadas, outros fatores são determinantes na escolha do alumínio como condutor de um sistema. Dentre eles citam-se:

- quando comparamos as perdas ôhmicas entre estes dois elementos, observamos que para o alumínio ser comparado com o cobre, ele necessita ter um diâmetro 28% maior que o do cobre, pesando ainda metade deste;
- na indústria, sua aplicação é muito reduzida e a NBR-5410 - *Instalações elétricas em baixa tensão*, só permite sua aplicação para seções iguais ou superiores a  $10\text{mm}^2$ ;
- para o emprego em tensões mais elevadas, o custo do isolamento é maior como conseqüência do aumento no diâmetro do cabo;
- em sistemas de cabos subterrâneos, independente da classe de tensão, existem problemas de corrosão em presença da umidade.

o último problema acima pode ser amenizado com a aplicação do *bloqueio de condutor e blindagem*. Este bloqueio consiste de uma camada extrudada<sup>2</sup> impermeabilizadora aplicada entre o condutor e a blindagem do condutor e entre blindagem da isolação e a blindagem metálica. Esta camada preenche vazios e evita a entrada de umidade no cabo, facilitando futuras manutenções em trechos danificados (Ficap 2006b).

## b) Cobre

O cobre tem grande aplicação em instalações elétrica, sejam elas prediais ou industriais. O cobre empregado em condutores elétricos deve ser purificado através de um processo de eletrólise (cobre eletrolítico), obtendo um grau de pureza mínima exigida de 99,9% e uma condutibilidade de 100% IACS (*International Annealad*

---

<sup>2</sup>Consiste de uma camada de material semiconductor ou isolante aplicada em temperatura controlada, objetivando a eliminação de contaminantes e uma ligação a nível molecular entre as camadas.

*Copper Standard*). Posteriormente, é submetido a um tratamento térmico para obter tempera mole, sendo os cobsres de tempera dura e meio dura, aplicados somente em casos especiais.

### 2.1.1.2 Formas de um condutor elétrico

Independente do material aplicado na sua fabricação, os condutores elétricos podem apresentar as seguintes formas, conforme mostra a Fig. 2.4:

#### a) Fio redondo sólido

Este tipo de condutor é limitado para seção de  $10 \text{ mm}^2$ , pois acima disso, ele apresenta pouca flexibilidade e dificulta os trabalhos de puxamento, acomodação e ligação. Por ser mais econômico, ele é bastante empregado em sistemas de iluminação e força.

#### b) Condutor redondo normal

Também conhecido como condutor de formação concêntrica ou regular, tem sua utilização bastante difundida em instalações elétricas prediais e industriais onde se faz necessária a aplicação de condutores de seções superiores a  $10 \text{ mm}^2$ . Este condutor tem como característica uma boa flexibilidade, e é bastante utilizado na construção de cabos multipolares ou unipolares de energia, podendo ser fabricado com qualquer tipo de isolamento. É constituído de um fio longitudinal envolvido por uma ou mais coroas de fios, com o mesmo diâmetro do fio central, vide Fig. 2.4(b), em forma de espiral, cujas as formações padronizadas são (Mamed 1994):

- 07 fios =  $1 + 6$
- 19 fios =  $1 + 6 + 12$
- 37 fios =  $1 + 6 + 12 + 18$
- 61 fios =  $1 + 6 + 12 + 18 + 24$
- 91 fios =  $1 + 6 + 12 + 18 + 24 + 30$

Em sistemas de baixa tensão o encordoamento dos condutores é empregado para seções compreendidas entre  $1,5 \text{ mm}^2$  e  $10 \text{ mm}^2$ .

### c) Condutor redondo compacto

Apresenta um processo de construção semelhante ao condutor redondo normal, porém é submetido a um processo de compactação que reduz o diâmetro original deformando os fios das cordas, vide Fig. 2.4(c). Este condutor tem como desvantagem a perda parcial da flexibilidade, o que conseqüentemente dificulta o seu manuseio, mas com a compactação há a eliminação dos espaços vazios entre os condutores e, portanto uma redução do seu diâmetro, e uma maior homogeneização do campo elétrico, devido a uma forma final mais arredondada.

Em sistemas de baixa tensão, o encordoamento dos condutores é empregado para seções superiores a  $6,0 \text{ mm}^2$  em cabos singelos e múltiplos, e em média tensão para todas as seções de cabos.

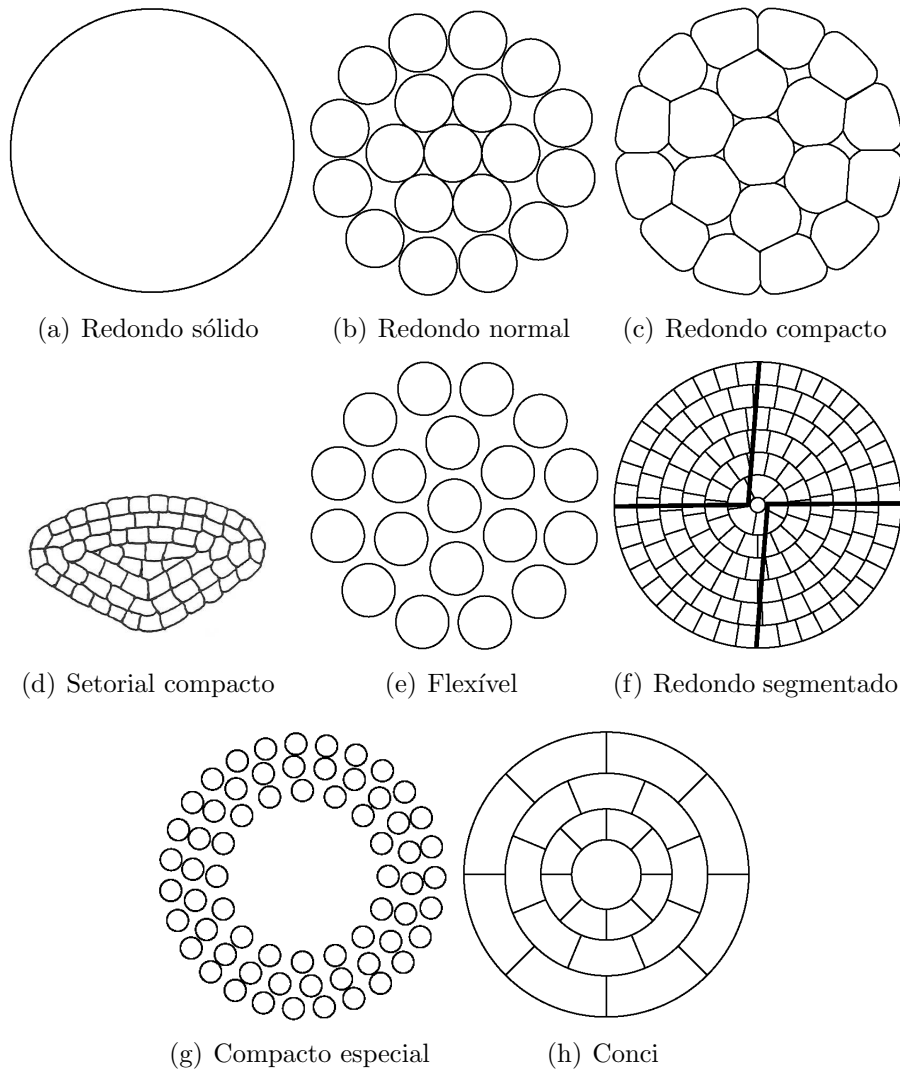


FIGURA 2.4: Formas de um condutor elétrico

#### **d) Condutor setorial compacto**

É fabricado a partir da corda do condutor redondo compacto, sendo que o formato do perfil é obtido pela passagem do condutor por um conjunto de calandras que deforma os fios elementares dando o formato setorial adequado, conforme pode ser visto na Fig. 2.4(d).

Este condutor tem sua aplicação na construção de cabos tripolares e quadripolares, proporcionando uma redução no diâmetro do cabo e uma substancial economia no material de enchimento e proteção e, também, uma maior homogeneização do campo elétrico.

Em sistemas de baixa tensão, o encordoamento dos condutores é empregado em cabos de 3 e 4 condutores para seções iguais ou superiores a  $50 \text{ mm}^2$  até  $240 \text{ mm}^2$ .

#### **e) Condutor flexível**

É fabricado através do encordoamento de vários fios elementares de pequenos diâmetros. É utilizado na alimentação de máquinas e aparelhos específicos, domésticos e industriais.

#### **f) Condutor redondo segmentado**

A construção deste condutor é feita através da divisão do condutor em segmentos separados por meio de uma camada isolante, distribuindo, desta forma, a corrente no condutor, vide Fig. 2.4(f). Tem sua aplicação em cabos com seções superiores a  $500 \text{ mm}^2$ , objetivando minimizar o efeito pelicular e garantir uma maior capacidade de condução de corrente.

#### **g) Condutor redondo compacto especial**

Também conhecido como condutor anular, é construído a partir de um núcleo central de fio têxtil, em torno do qual, em forma espiral, são colocadas coroas de fios, conforme mostrado na Fig. 2.4(g). Tem aplicação semelhante ao condutor redondo segmentado e é comercializado em seções superiores a  $500 \text{ mm}^2$ , sendo destinado a serviços específicos: alimentação de máquinas em altas frequências, fornos a arco e etc.

#### **h) Condutor conci**

É empregado somente em cabos com isolante a óleo fluido, vide Fig. 2.4(h).



## 2.1.2 Blindagens

As blindagens são compostas de materiais semicondutores ou condutores, dependendo do tipo de aplicação, tendo como finalidades: confinar o campo eletrostático ou escoar as correntes induzidas e de curto-circuito. As blindagens de um cabo elétrico, são descritas a seguir:

### a) Blindagem do condutor

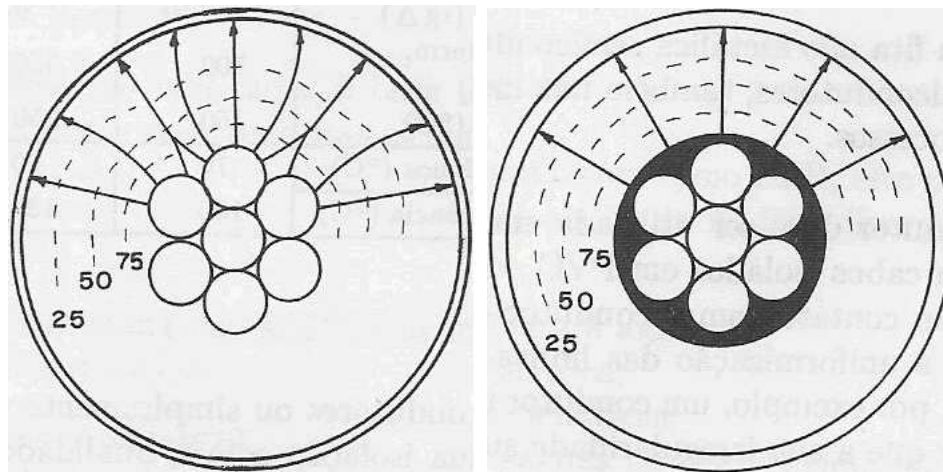
Também conhecida como blindagem interna, deve ser utilizada em cabos isolados em XLPE (Polietileno Reticulado) a partir de 1,8 kV, ou em cabos isolados em PVC (Cloro de Polivinila) e EPR (Etileno-Propileno) a partir de 3,6 kV. No caso de cabos isolados de média e alta tensão, pode ser constituída de uma fita semicondutora (não metálica) ou por uma camada extrudada de compostos semicondutores, também não metálicos, ou pela combinação de ambos processos, devendo estar intimamente unida à superfície do condutor e à superfície interna da isolação interna, para garantir um ótimo desempenho. Suas principais finalidades são:

- eliminar os espaços vazios entre o condutor e a isolação interna;
- uniformizar as linhas do campo elétrico radial e longitudinal, permitindo sua forma perfeitamente cilíndrica;
- eliminar os gradientes de tensão em determinados pontos da isolação interna, garantindo uma sollicitação uniforme do dielétrico, aumentando a sua vida útil;

A Fig. 2.5(a) e 2.5(b), retiradas de (Mamed 1994), ilustram as linhas equipotenciais de um cabo de média tensão desprovido de blindagem interna e de um cabo de média tensão provido de blindagem interna, respectivamente.

### b) Blindagem da isolação

Também conhecida como blindagem externa, deve ser utilizada em cabos isolados em XLPE a partir de 1,8 kV, ou em cabos isolados em PVC e EPR a partir de 3,6 kV, sendo aplicada sobre a superfície da isolação interna. É composta, na maioria dos casos, pela associação de uma blindagem semicondutora e uma blindagem metálica, constituída de fita ou fios de cobre para o transporte da corrente induzida ou de curto-circuito, devendo estar intimamente unida à superfície da isolação interna e da isolação externa para garantir um ótimo desempenho. Suas principais finalidades são:



(a) Cabo sem blindagem interna

(b) Cabo com blindagem interna

FIGURA 2.5: Linhas equipotenciais do condutor

- confinar o campo eletrostático dentro do cabo isolado obtendo uma distribuição radial e simétrica do mesmo, fazendo com que o dielétrico da isolação externa seja igualmente solicitado;
- a blindagem semicondutora sobre a isolação é responsável pela eliminação dos vazios ionizáveis entre a isolação e a blindagem metálica.
- uniformizar as linhas do campo elétrico radial e longitudinal, permitindo sua forma perfeitamente cilíndrica;
- eliminar os gradientes de tensão em determinados pontos da isolação externa, garantindo uma solicitação uniforme do dielétrico e aumentando a sua vida útil.

### 2.1.3 Isolação

A função da isolação é de isolar eletricamente o elemento condutor do meio externo, tendo para isto uma característica de alta resistividade.

Basicamente, os isolantes mais utilizados em cabos de energia, são divididos em dois grupos:

- Dielétricos laminados ou estratificados;
- Dielétricos sólidos ou extrudados.

#### 2.1.3.1 Dielétricos laminados ou estratificados

As isolações laminadas são constituídas por fitas de papel aplicadas de forma helicoidal sobre o condutor e, em seguida, impregnadas com óleo fluido sob pressão (aprox-

imadamente 1,5 kPa) ou massa, e por fim, o cabo é coberto por uma camada de chumbo ou alumínio com o objetivo de evitar a fuga do óleo e a penetração de umidade na isolação.

O papel impregnado com óleo fluido sob pressão, destaca-se por ser um isolante de alta confiabilidade e tem sua aplicação em sistemas de alta e extra-alta tensão, na faixa de 69 a 345 kV, e com cabos de 550 kV ainda em desenvolvimento.

O papel impregnado com massa tem seu emprego em sistemas de cabos de baixa e média tensão, e destaca-se por ter uma vida útil muito longa.

### **2.1.3.2 Dielétricos sólidos ou extrudados**

Os dielétricos sólidos são materiais polímeros colocados sobre o condutor ou sobre a blindagem do condutor, que podem ser fabricados a partir de materiais termoplásticos ou de materiais termofixos.

#### **a) Materiais termoplásticos**

Os materiais termoplásticos são polímeros de cadeia linear fabricados a base de dois materiais, são eles:

- cloreto de polivinila (PVC); e
- polietileno (PET).

O PVC é o isolante sólido mais utilizado até 15 kV, tem a propriedade de tornar-se gradativamente amolecido a partir de 120°C, passando para o estado pastoso a partir desta temperatura, até o ponto de desagregar-se do material condutor completamente. A isolação de PVC apresenta as seguintes características:

- boa resistência ao envelhecimento;
- excelente resistência à ionização;
- boas propriedades mecânicas;
- boa flexibilidade;
- não conduz chama, quando agregado a aditivos especiais;
- baixa rigidez dielétrica, com perdas dielétricas elevadas a partir de 20 kV;
- baixa temperatura admissível;
- resistência regular à umidade.

O PET tem a propriedade de tornar-se fluido a 110°C e apresenta as seguintes características:

- excelentes constante de isolamento;
- alta rigidez dielétrica, com baixas perdas dielétricas;
- baixa resistência à ionização.

Dentre os diferentes tipos de polietileno termoplástico que podem ser produzidos duas formas são bastante comuns: o polietileno de baixa densidade (LDPE) e o polietileno de alta densidade (HDPE).

## b) Materiais Termofixos

Os materiais termofixos são polímeros tridimensionais, obtidos por vulcanização, fabricados à base de dois materiais, são eles:

- polietileno reticulado (XLPE); e
- etileno-propileno (EPR).

O XLPE é obtido por reticulação molecular do PET e tem as seguintes características:

- alta rigidez dielétrica;
- boa resistência ao envelhecimento;
- boas propriedades mecânicas;
- elevada temperatura admissível;
- baixa flexibilidade;
- baixa resistência à ionização;
- baixa resistência ao “*treeing*”.

O XLPE, devido a suas limitações, tem uma boa confiabilidade até 15 kV.

O EPR é um isolante sólido moderno e é tido como o mais completo entre eles, visto que apresenta as seguintes características:

- alta rigidez dielétrica, com baixas perdas dielétricas;
- grande flexibilidade;
- excelentes propriedades mecânicas;
- elevada temperatura admissível;
- elevada resistência à ionização;
- alta resistência ao “*treeing*”.

Com o desenvolvimento dos processos de fabricação de materiais isolantes, surgiu o HEPR, que é uma isolação de EPR de alta pureza e qualidade.

TABELA 2.1: Comparação entre os principais tipos de isolações sólidas

Características nominais		Isolantes sólidos		
		Termoplásticos	Termofixos	
		PVC	XLPE	EPR
Rigidez dielétrica		baixa	alta	alta
Flexibilidade		boa	regular	regular
Temp. máxima (°C)	Reg. Contínuo	70	90	90
	Emergência	110	130	130
	Curto-circuito	160	250	250
Resistência a abrasão		boa	excelente	excelente
Resistência a ionização		excelente	baixa	excelente
Resistência a golpes		excelente	baixa	elevada

TABELA 2.2: Permissividades relativas de alguns materiais isolantes

Material Isolante	Permissividade relativa
PVC	5,0 a 7,0
PET	2,3
HDPE	2,3
XLPE	2,3 a 2,6
EPR	2,6 a 3,0
Papel impregnado com massa	3,7
Papel impregnado com óleo	3,7
Ar	1,0

A Fig. 2.6 apresenta, com fins didáticos, as tensões nas blindagens do terminal receptor de um cabo coaxial completamente enterrado a 1 m da superfície, com 10 km de comprimento, em resposta ao degrau injetado no terminal do núcleo emissor, para cada material utilizado na isolação interna. A metodologia aplicada na obtenção dos resultados é tratada com detalhes nos capítulos seguintes.

#### 2.1.4 Enchimentos

Os enchimentos, são materiais utilizados em cabos multipolares com o objetivo de preencher os vazios internos entre os cabos. São isolações sólidas ou outros materiais, tais como: juta, algodão ou fibra de vidro.

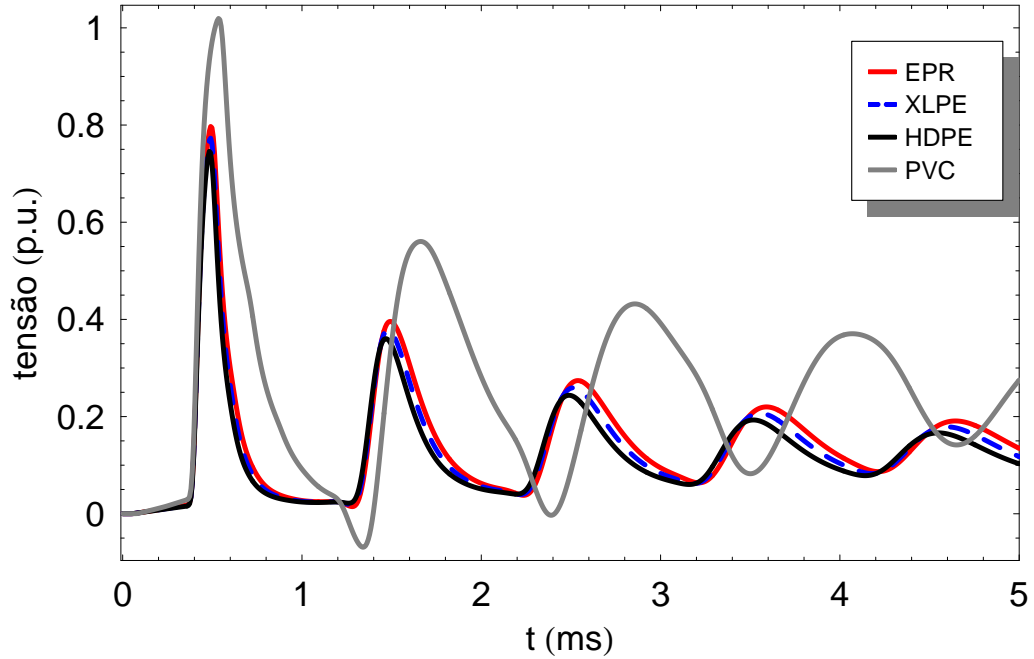


FIGURA 2.6: Tensão na blindagem em função da isolação interna

### 2.1.5 Armadura

É um reforço mecânico que envolve cabos unipolares ou multipolares, com o objetivo de oferecer resistência à tração e/ou resistência radial dos cabos. Normalmente é aplicada em cabos destinados a serviços onde se deva precaver contra danos mecânicos.

Uma proteção metálica pode ser constituída das seguintes formas:

- Fitas planas de aço aplicadas helicoidalmente;
- Fitas corrugadas de aço ou alumínio, aplicadas transversalmente. Trata-se do tipo mais moderno, pois além de garantir maior resistência, proporciona boa flexibilidade;
- Fios aplicados longitudinalmente.

### 2.1.6 Cobertura ou isolação externa

É uma camada não metálica que tem como objetivo proteger o núcleo contra agentes que venham a danificar o ambiente onde o cabo está instalado. Na maioria dos casos, a capa externa é de PVC, por ser um material mais econômico e que atende às solicitações. Em ambientes sujeitos a poluição, a capa de PVC é substituída por neoprene.

### **2.1.7 Aplicação da isolamento interna**

Durante o processo de fabricação, é necessário ter um alto controle de qualidade das matérias-primas e do processo de aplicação das camadas extrudadas da isolamento, com o objetivo de evitar a presença de bolhas ou de agentes contaminantes que venham a comprometer a homogeneidade do dielétrico e com isso submeter o mesmo a solicitações acentuadas em algum ou alguns pontos, gerando gradientes de tensão que possam vir a reduzir a vida útil da camada isolante e/ou a perfuração da mesma.

Os cabos são produzidos pelo processo de tripla extrusão, que significa a aplicação simultânea da blindagem do condutor, da isolamento e da camada semicondutora da blindagem da isolamento, objetivando a eliminação de contaminantes e a obtenção de uma ligação a nível molecular das blindagens com a isolamento.

## **2.2 Método de instalação do sistema**

Do ponto de vista do método de instalação do sistema, os cabos podem ser instalados em configuração triangular ou plana, unidos ou não, das seguintes formas:

- diretamente enterrado;
- em bandejas, cercado por ar;
- instalados em túneis, cercados por ar;
- em dutos, com os dutos cercados por ar ou diretamente enterrados;
- instalado em um banco de dutos enterrado;
- entre outros;

## Capítulo 3

# Cálculo de parâmetros em sistemas de cabos

O comportamento de um sistema de transmissão pode ser descrito pelo fator de propagação  $H$  e pela admitância característica  $Y_c$ , definidas por:

$$\begin{cases} H = e^{-l\sqrt{ZY}} \\ Y_c = Z^{-1}\sqrt{ZY} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde  $l$  é o comprimento,  $Z$  é a impedância série e  $Y$  é a admitância shunt. Neste contexto, cálculos precisos dos parâmetros dos condutores em função da frequência são necessários para que o sistema esteja bem representado.

Neste capítulo são apresentadas as formulações matemáticas para o cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais, variantes com a frequência, em sistemas de cabos de potência não-convencionais. As metodologias analíticas empregam-se em dois conjuntos, a saber:

- **Formulação “Clássica”** - derivada a partir do comportamento do campo eletromagnético supondo a propagação em onda plana e quase-estacionária (Schelkunoff 1934, Carson 1926, Pollaczek 1926, Bianchi e Luoni 1976).
- **Formulação aproximada** - baseada em aproximações matemáticas das expressões obtidas na formulação anterior (Wedepohl e Wilcox 1973, Lima e Portela 2007, Deri, Tevan, Semlyen e Castanheira 1981, Noda 1996).

Ametani (1980) desenvolveu uma metodologia geral para o cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais em sistemas cabos, que nos permite obter os parâmetros elétricos de um sistema com  $n$  elementos metálicos e  $N$  cabos mutuamente acoplados em função da frequência, respeitando as hipóteses simplificativas adotadas.



### 3.1 Metodologia aplicada no cálculo de parâmetros longitudinais em sistemas de cabos

Para o cálculo da impedância série em cabos, Ametani (1980) aplicou uma formulação geral. Considerando a matriz de impedância composta por submatrizes, temos: as formulações de Schelkunoff (1934) e Wedepohl e Wilcox (1973) para o cálculo da impedância dos condutores levando-se em consideração o efeito pelicular; de Pollaczek (1926), Wedepohl e Wilcox (1973) e Lima e Portela (2007) para o cálculo da impedância de retorno pelo solo em condutores enterrados; de Carson (1926), Deri et al. (1981) e Noda (1996) para o cálculo da impedância de retorno pelo solo em condutores acima da superfície do solo; de Bianchi e Luoni (1976) para o cálculo da impedância de retorno pela água em condutores submersos; e de Brown e Rocamora (1976) para as camadas metálicas ou tubulações envolventes (*pipe-type*). A impedância série  $\mathbf{Z}(\omega)$  é expressa da seguinte forma:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{Z}_i(\omega) + \mathbf{Z}_p(\omega) + \mathbf{Z}_c(\omega) + \mathbf{Z}_{ext}(\omega) \quad (3.2)$$

sendo,  $\mathbf{Z}(\omega)$  uma matriz complexa de  $n \times n$  elementos, correspondentes às impedâncias longitudinais própria e mútuas dos  $n$  elementos metálicos do sistema de cabos, por unidade de comprimento, em presença do solo ou água do mar.

Na eq. (3.2), as matrizes parciais são definidas da seguinte forma:

- $\mathbf{Z}_i(\omega)$  é a matriz de impedância interna dos sistemas de cabos ( $\Omega/m$ );
- $\mathbf{Z}_p(\omega)$  é a matriz de contribuição da impedância interna da primeira camada metálica do tubo envolvente com relação aos cabos internos ao tubo ( $\Omega/m$ ), considerada apenas no caso de cabos *pipe-type*;
- $\mathbf{Z}_c(\omega)$  é a matriz de acoplamento entre as superfícies interna e externa do tubo envolvente ( $\Omega/m$ ), considerada apenas no caso de cabos *pipe-type*;
- $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$  é a matriz da impedância de retorno pelo meio externo ( $\Omega/m$ );

A matriz de impedância  $\mathbf{Z}_i(\omega)$  é constituída por três parcelas, sendo definida da seguinte forma (Gustavsen 1993, Triantafyllidis et al. 1999):

$$\mathbf{Z}_i(\omega) = \mathbf{Z}_{pel}(\omega) + \mathbf{Z}_{sol}(\omega) + \mathbf{Z}_{prox}(\omega) \quad (3.3)$$

onde as matrizes  $\mathbf{Z}_{pel}(\omega)$ ,  $\mathbf{Z}_{sol}(\omega)$  e  $\mathbf{Z}_{prox}(\omega)$  expressam o efeito pelicular, o efeito solenóide e o efeito de proximidade nos condutores do sistema, respectivamente.

A impedância  $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$  é constituída por duas parcelas, sendo definida da seguinte forma (Deri et al. 1981, Noda 1996, Dommel 1992, Wedepohl e Wilcox 1973, Pollaczek 1926, Carson 1926):

$$\mathbf{Z}_{ext}(\omega) = \mathbf{Z}_{ideal}(\omega) + \mathbf{Z}_{solo}(\omega) \quad (3.4)$$

onde a matriz  $\mathbf{Z}_{ideal}$  é a impedância na condição de condutor e solo com condutividades ideais, considerando-se o solo ideal, e a matriz  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$  é a impedância de retorno pelo solo.

A matriz  $\mathbf{Z}(\omega)$  é usualmente representada da seguinte forma:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{Z}_{int}(\omega) + \mathbf{Z}_{ext}(\omega) \quad (3.5)$$

sendo  $\mathbf{Z}_{int}(\omega) = \mathbf{Z}_i(\omega) + \mathbf{Z}_p(\omega) + \mathbf{Z}_c(\omega)$ .

Tanto a impedância interna quanto a externa possuem estrutura do tipo  $\mathbf{R}(\omega) + j\omega\mathbf{L}(\omega)$ , onde  $\mathbf{R}(\omega)$  é uma matriz de resistências e  $\mathbf{L}(\omega)$  de indutâncias, variantes com a frequência devido ao efeito pelicular.

### 3.1.1 Simplificação do modelo com base nas condições de contorno adotadas

O cálculo dos parâmetros de sistemas de transmissão não-convencionais é bastante complexo, tendo em vista a grande dificuldade existente quanto às grandezas envolvidas, tais como características do meio envolvente, características eletromagnéticas de alguns materiais envolvidos, morfologia, etc.

No cálculo dos parâmetros em sistemas de transmissão, podemos aplicar dois tipos de soluções: soluções analíticas e/ou soluções numéricas. As soluções numéricas são divididas em aproximações baseadas em Técnicas de Elementos Finitos (Silvester e Ferrari 1990, Triantafyllidis et al. 1999, Yin 1990) e Método da Subdivisão de condutores (Arizon e Dommel 1987). As técnicas baseadas em soluções analíticas são tradicionalmente aplicadas para analisar sistemas de geometria simples, ou seja, condutores cilíndricos e concêntricos. Enquanto que as técnicas baseadas em procedimentos numéricos, são frequentemente empregadas para estudar cabos com geometrias mais complexas.

Os programas comerciais de transitórios eletromagnéticos trabalham com soluções analíticas aproximadas e não tratam a matriz  $\mathbf{Z}_i(\omega)$  na sua forma completa, conforme apresentado na eq. (3.3), desprezando o efeito solenóide com base na hipótese de que

a corrente elétrica flui somente longitudinalmente por cada elemento condutor, e o efeito de proximidade com base na hipótese de que a densidade de corrente é cilíndrica e simétrica em todos os condutores. Para o efeito de proximidade ser incluído na modelagem do sistema, é necessário, a princípio, a aplicação de soluções numéricas, que não é uma tarefa simples e exige um tempo computacional muito elevado.

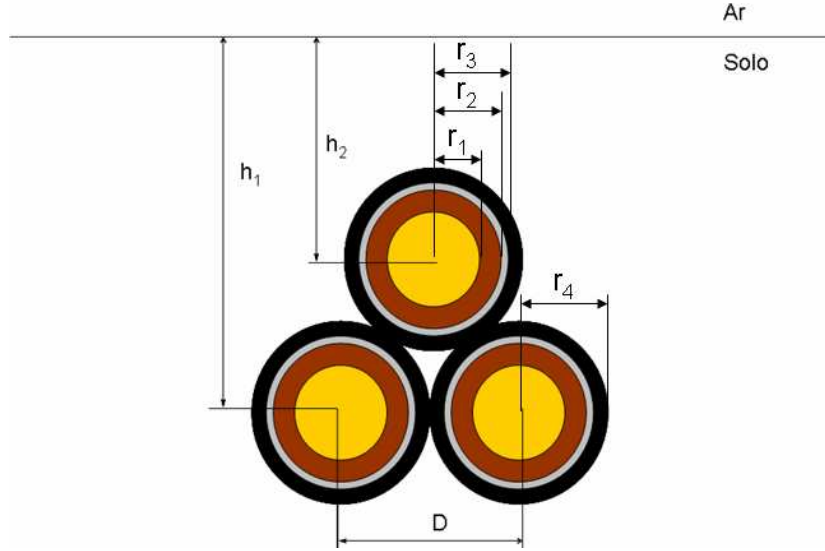


FIGURA 3.1: Corte transversal de um sistema de cabos coaxiais equidistantes

Sendo assim, no cálculo dos parâmetros no domínio da frequência, optou-se por não considerar as matrizes  $\mathbf{Z}_{sol}(\omega)$  e  $\mathbf{Z}_{prox}(\omega)$ , para permitir uma comparação adequada com sistemas de cabos simulados em programas comerciais. Logo, a eq. (3.3) toma a seguinte forma:

$$\mathbf{Z}_i(\omega) = \mathbf{Z}_{pei}(\omega) \quad (3.6)$$

A eq. (3.2) é aplicada, na sua forma geral, para sistemas de cabos *pipe-type*, partindo-se da hipótese de que a espessura do tubo envolvente é finita se comparada com a profundidade de penetração na parede do mesmo, porém, se a espessura da parede for suposta como infinita, as matrizes de impedância  $\mathbf{Z}_c(\omega)$  e  $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$  são tratadas como nulas (Ametani 1977, Ametani 1978), ficando a eq. (3.2) igual a:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{Z}_i(\omega) + \mathbf{Z}_p(\omega) \quad (3.7)$$

## 3.2 Matriz da impedância série de um sistema de cabos coaxiais

Quando um sistema é constituído de cabos coaxiais isolados, contendo núcleo e blindagem, conforme é mostrado na Fig. 3.1, a impedância  $\mathbf{Z}(\omega)$  é dada na seguinte forma:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{Z}_i(\omega) + \mathbf{Z}_{ext}(\omega) \quad (3.8)$$

onde,

$$\mathbf{Z}_i(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{cabo\ in_1}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_{cabo\ in_2}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Z}_{cabo\ in_3}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Z}_{ext}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{cabo\ out_1}(\omega) & Z_{12}(\omega) & Z_{13}(\omega) \\ Z_{21}(\omega) & \mathbf{Z}_{cabo\ out_2}(\omega) & Z_{23}(\omega) \\ Z_{31}(\omega) & Z_{32}(\omega) & \mathbf{Z}_{cabo\ out_3}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

sendo,  $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$  a matriz da impedância de retorno pelo solo, vista com mais detalhes na Seção 3.4, e  $\mathbf{Z}_i(\omega)$  a matriz de impedâncias internas do sistema de cabos SC composta por sub-matrizes  $\mathbf{Z}_{cabo\ in_n}(\omega)$ , vistas com mais detalhes no Apêndice B.

As sub-matrizes individuais de cada cabo SC, são dadas por:

$$\mathbf{Z}_{cabo\ in_n}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{cc} & \mathbf{Z}_{cs} \\ \mathbf{Z}_{sc} & \mathbf{Z}_{ss} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde,  $\mathbf{Z}_{cc} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_6 - 2Z_4$  é a impedância própria do condutor central,  $\mathbf{Z}_{cs} = \mathbf{Z}_{sc} = Z_5 + Z_6 - Z_4$  é a impedância mútua entre o condutor central e a blindagem metálica e  $\mathbf{Z}_{ss} = Z_5 + Z_6$  é a impedância própria da blindagem metálica.

As seis componentes da sub-matriz de impedância individual de cada cabo são:

- $Z_1$  é a impedância interna do condutor central ( $\Omega/m$ );
- $Z_2$  é a impedância devida a variação do campo magnético na primeira camada isolante ( $\Omega/m$ );
- $Z_3$  é a impedância da superfície interna da blindagem metálica ( $\Omega/m$ );

- $Z_4$  é a impedância mútua entre as superfícies interna e externa da blindagem metálica ( $\Omega/m$ );
- $Z_5$  é a impedância da superfície externa da blindagem metálica ( $\Omega/m$ );
- $Z_6$  é a impedância devida a variação do campo magnético na segunda camada isolante ( $\Omega/m$ );

Em baixas frequências,  $Z_1$  é igual a resistência em corrente contínua (C.C.) do condutor, mas em altas frequências, levando-se em consideração o efeito pelicular,  $Z_1$  pode ser dado na sua forma “clássica” (Schelkunoff 1934) através das seguintes formas:

- para condutores cilíndricos tubulares de raio interno  $r_0$  e raio externo  $r_1$ ,

$$Z_1 = j\omega \frac{\mu_0 \mu_c}{2\pi \eta_c r_1} \frac{I_0(\eta_c r_1) \cdot K_1(\eta_c r_0) + I_1(\eta_c r_0) \cdot K_0(\eta_c r_1)}{I_1(\eta_c r_1) \cdot K_1(\eta_c r_0) - I_1(\eta_c r_0) \cdot K_1(\eta_c r_1)} \quad (3.12)$$

- para condutores cilíndricos “sólidos”,

$$Z_1 = j\omega \frac{\mu_0 \mu_c}{2\pi \eta_c r_1} \frac{I_0(\eta_c r_1)}{I_1(\eta_c r_1)} \quad (3.13)$$

sendo,  $\eta_c = \sqrt{j\omega \mu_0 \mu_c / \rho_c}$ ,  $I$  e  $K$  funções modificadas de Bessel de primeira e segunda espécie, de ordem 0 e 1, de acordo com o sub-índice,  $\eta_c r_1$  e  $\eta_c r_0$  os argumentos das funções  $I$  e  $K$ ,  $\omega$  a frequência angular ( $rad/s$ ),  $\rho_c$  a resistividade do núcleo ou condutor central e  $\mu_c$  a permeabilidade magnética relativa do núcleo ou condutor central, considerada de valor unitário constante.

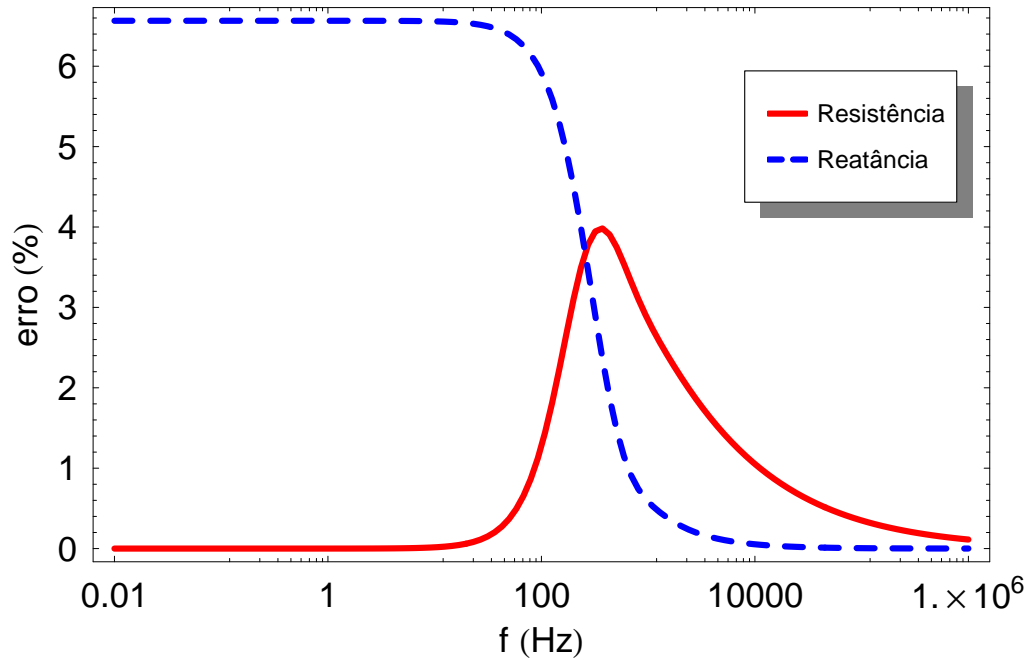
Wedepohl e Wilcox (1973) apresentaram funções hiperbólicas para representar a impedância interna do condutor de forma aproximada. As equações (3.14) e (3.15) são as aproximações das equações “clássicas” (3.12) e (3.13), respectivamente.

$$Z_1 = \frac{\rho_c \eta_c}{2\pi r_1} \coth(\eta_c (r_1 - r_0)) + \frac{\rho_c}{2\pi r_1 (r_1 + r_0)} \quad (3.14)$$

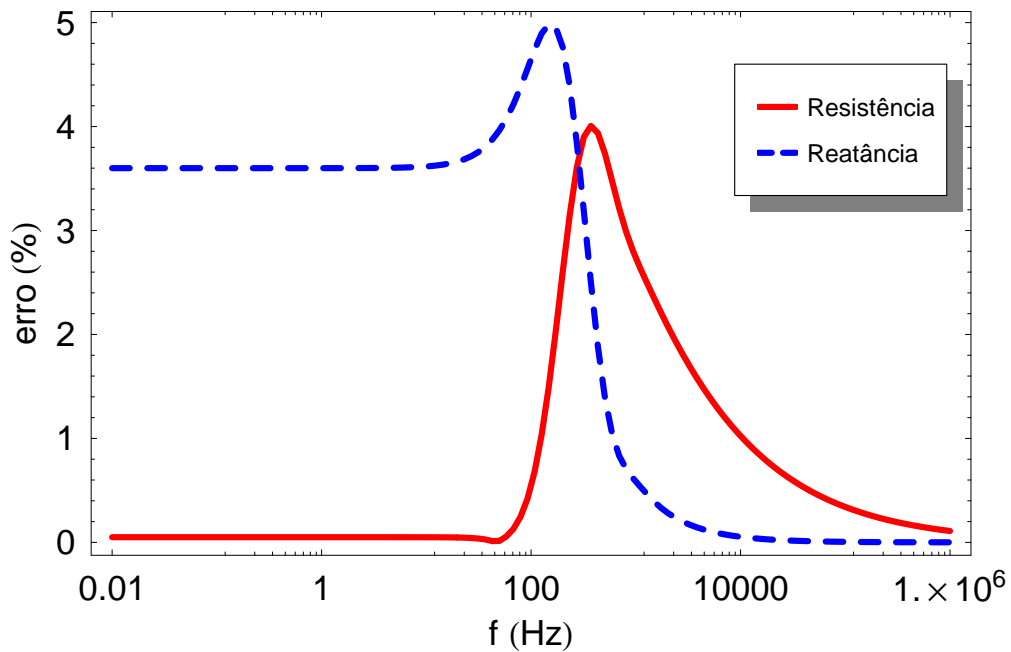
$$Z_1 = \frac{\rho_c \eta_c}{2\pi r_1} \coth(0,777 \eta_c r_1) + \frac{0,356 \rho_c}{\pi r_1^2} \quad (3.15)$$

A Fig. 3.2 apresenta os erros relativos das eq. 3.14 e 3.15 em função da frequência. No caso de condutores tubulares, o erro relativo da formulação de Wedepohl e Wilcox (1973) atinge um valor máximo de 4 % para resistência e de 6,8 % para reatância, sendo praticamente constante em frequências mais baixas e tendendo a zero para dezenas de

kHz, conforme mostra a Fig. 3.2(a). No caso de condutores sólidos, os erros relativos máximos da resistência e da reatância são de 4% e 5%, respectivamente, conforme é indicado na Fig. 3.2(b).



(a) Condutor tubular com  $r_0 = 5,00$  mm,  $r_1 = 12,70$  mm e  $\rho_c = 1,72 \cdot 10^{-8}$   $\Omega \cdot m$



(b) Condutor sólido com  $r_1 = 12,70$  mm e  $\rho_c = 1,72 \cdot 10^{-8}$   $\Omega \cdot m$

FIGURA 3.2: Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em  $Z_1$

As impedâncias  $Z_2$  e  $Z_6$  são dadas respectivamente por:

$$Z_2 = \frac{j \omega \mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (3.16)$$

$$Z_6 = \frac{j \omega \mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{r_4}{r_3} \right) \quad (3.17)$$

sendo,  $r_2$  o raio externo da primeira camada isolante ou raio interno da blindagem metálica,  $r_3$  o raio externo da blindagem metálica ou o raio interno da segunda camada isolante, e  $r_4$  o raio externo do cabo ou da segunda camada isolante.

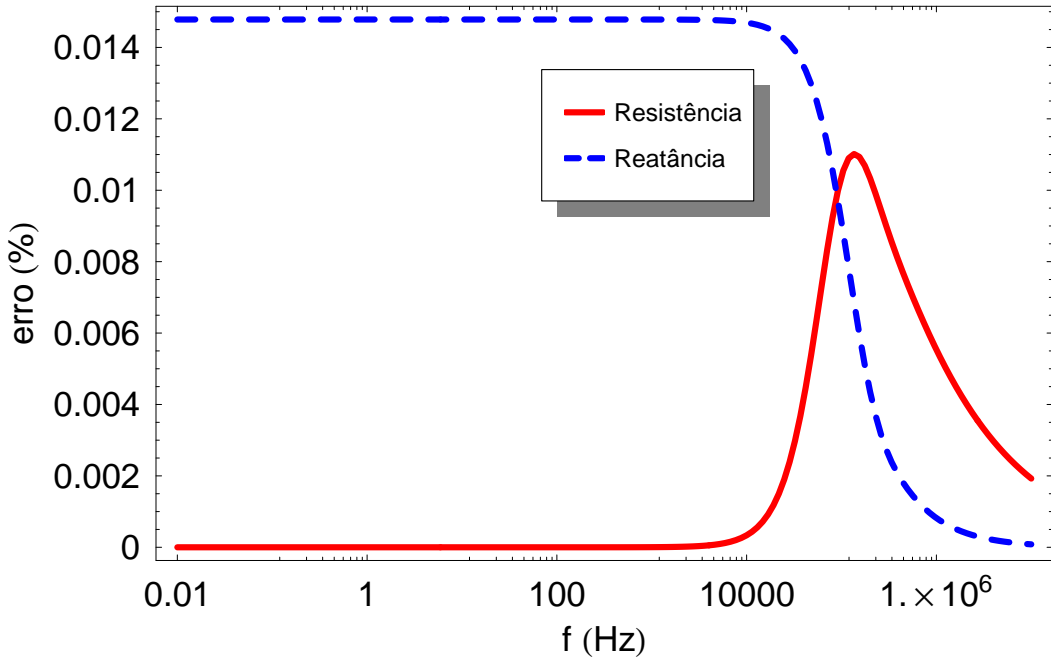


FIGURA 3.3: Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em  $Z_3$

As impedâncias da blindagem  $Z_3$ ,  $Z_4$  e  $Z_5$  são dadas por Schelkunoff (1934):

$$Z_3 = j \omega \frac{\mu_0 \mu_s}{2\pi \eta_s r_2} \frac{I_0(\eta_s r_2) \cdot K_1(\eta_s r_3) + I_1(\eta_s r_3) \cdot K_0(\eta_s r_2)}{I_1(\eta_s r_3) \cdot K_1(\eta_s r_2) - I_1(\eta_s r_2) \cdot K_1(\eta_s r_3)} \quad (3.18)$$

$$Z_4 = \frac{\rho_s}{2\pi r_2 r_3} \frac{1}{I_1(\eta_s r_3) \cdot K_1(\eta_s r_2) - I_1(\eta_s r_2) \cdot K_1(\eta_s r_3)} \quad (3.19)$$

$$Z_5 = j \omega \frac{\mu_0 \mu_s}{2\pi \eta_s r_3} \frac{I_0(\eta_s r_3) \cdot K_1(\eta_s r_2) + I_1(\eta_s r_2) \cdot K_0(\eta_s r_3)}{I_1(\eta_s r_3) \cdot K_1(\eta_s r_2) - I_1(\eta_s r_2) \cdot K_1(\eta_s r_3)} \quad (3.20)$$

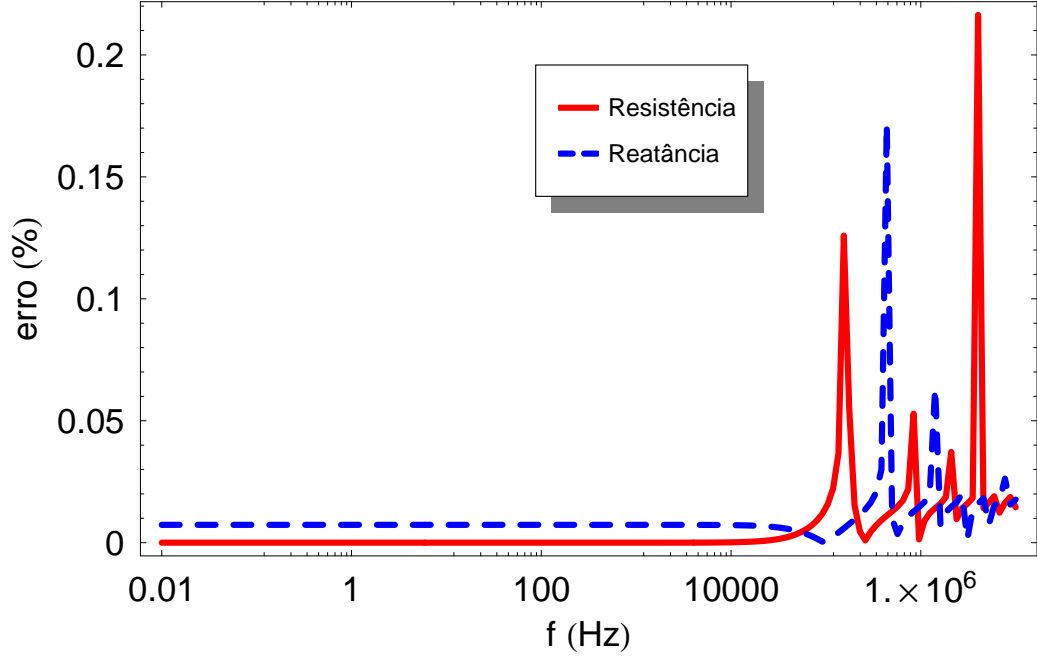


FIGURA 3.4: Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em  $Z_4$

sendo,  $\eta_s = \sqrt{j\omega\mu_0\mu_s/\rho_s}$ ,  $I$  e  $K$  funções modificadas de Bessel de primeira e segunda espécie, de ordem 0 e 1, de acordo com o sub-índice,  $\eta_s r_2$  e  $\eta_s r_3$  os argumentos das funções  $I$  e  $K$ ,  $\omega$  a frequência angular ( $rad/s$ ),  $\rho_s$  a resistividade da blindagem metálica e  $\mu_s$  a permeabilidade magnética relativa da blindagem metálica, considerada de valor unitário constante.

Wedepohl e Wilcox (1973) também apresentaram funções hiperbólicas para representar as impedâncias das superfícies interna e externa e a impedância mútua entre as superfícies interna e externa de um condutor tubular, de forma aproximada. As equações (3.21), (3.22) e (3.23) são as aproximações das equações “clássicas” (3.18), (3.19) e (3.20), respectivamente.

$$Z_3 = \frac{\rho_s \eta_s}{2\pi r_2} \coth[\eta_s (r_3 - r_2)] + \frac{\rho_s}{2\pi r_2 (r_2 + r_3)} \quad (3.21)$$

$$Z_4 = \frac{\rho_s \eta_s}{\pi (r_2 + r_3)} \operatorname{csch}[\eta_s (r_3 - r_2)] \quad (3.22)$$

$$Z_5 = \frac{\rho_s m_s}{2\pi r_3} \coth[m_s (r_3 - r_2)] + \frac{\rho_s}{2\pi r_3 (r_2 + r_3)} \quad (3.23)$$

As Fig. 3.3, 3.4 e 3.5 apresentam os erros relativos destas expressões em função



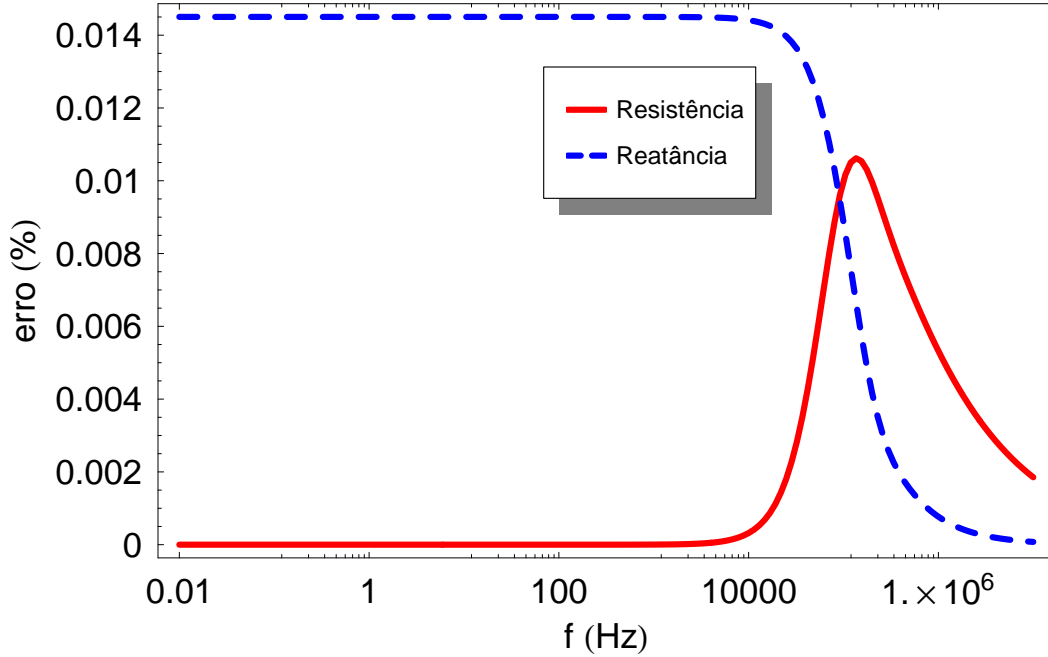


FIGURA 3.5: Erro da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) em  $Z_5$

da frequência para uma blindagem metálica com  $r_2 = 28,20$  mm,  $r_3 = 29,30$  mm,  $\rho_s = 1,38 \cdot 10^{-7}$   $\Omega \cdot m$  e  $\mu_r = 1$ . No caso da blindagem metálica, o erro relativo da formulação de Wedepohl e Wilcox (1973) apresenta uma boa precisão para  $(R_{ext} - R_{int})/R_{ext} + R_{int} < 1/8$ , tendo um erro máximo de 0,23 % no cálculo de  $Z_4$ , conforme indicado na Fig. 3.4.

As formulações simplificadas Wedepohl e Wilcox (1973) são utilizadas nos programas *EMTP* e recomendadas por Rivas e Marti (1999) por exigir um menor tempo computacional no cálculo dos parâmetros, com excelente precisão. Mas é importante ressaltar que, atualmente, a vantagem computacional das fórmulas aproximadas não é tão expressiva. Programas de cálculos matemáticos como o *Mathematica* e o *Matlab* apresentam algoritmos para o cálculo das funções de Bessel que, além de robustos, são bastante eficientes numericamente.

### 3.3 Matriz da impedância série de um sistema de cabos PT

Para o cabo *pipe-type* da Fig. 3.6, partimos da hipótese de que a espessura do tubo envolvente é finita se comparada com a profundidade de penetração na parede do mesmo (Ametani 1977, Ametani 1978), ou seja, o acoplamento entre as superfícies interna e externa da tubulação é considerado. Logo, as matrizes parciais,  $n \times n$ ,

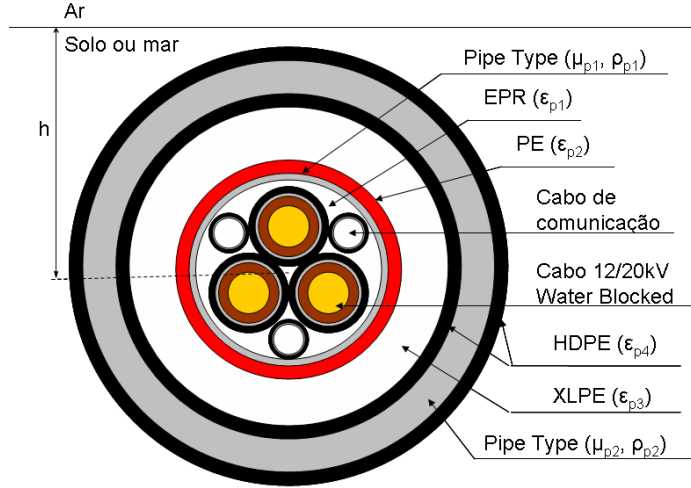


FIGURA 3.6: Corte transversal de um cabo PT umbilical

definidas na eq. (3.2) são (Ametani 1980, Ametani e Ono 1978):

a) Matriz de impedância interna

$$\mathbf{Z}_i(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_i \text{ cabosSC} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_i \text{ cabosFO} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

onde, os zeros colocados no final da diagonal principal, definindo linha e coluna, são tantos quanto forem as camadas metálicas do tubo envolvente,  $\mathbf{Z}_i \text{ cabosSC}$  é a matriz de impedância interna do sistema de cabos coaxiais, e  $\mathbf{Z}_i \text{ cabosFO}$  é a matriz de impedância interna do sistema de cabos de comunicação.

b) Matriz de contribuição da primeira camada metálica

$$\mathbf{Z}_p(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_p \text{ cabosSC} & \mathbf{Z}_p \text{ mutua} & 0 & 0 \\ \mathbf{Z}_p^T \text{ mutua} & \mathbf{Z}_p \text{ cabosFO} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde, os zeros colocados no final da diagonal principal, definindo linha e coluna, são tantos quanto forem as camadas metálicas do tubo envolvente. Na eq. (3.25),

cada uma das sub-matrizes de  $\mathbf{Z}_p(\omega)$  tem a seguinte estrutura matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{pjj}(\omega) & \mathbf{Z}_{pjk}(\omega) & \mathbf{Z}_{pjk}(\omega) \\ \mathbf{Z}_{pjk}(\omega) & \mathbf{Z}_{pjj}(\omega) & \mathbf{Z}_{pjk}(\omega) \\ \mathbf{Z}_{pjk}(\omega) & \mathbf{Z}_{pjk}(\omega) & \mathbf{Z}_{pjj}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Na eq. (3.26),  $Z_{pjk}$  representa a impedância mútua entre o  $j$ -ésimo e o  $k$ -ésimo condutores com referência a primeira camada metálica, e  $Z_{pjj}$  representa a impedância própria do  $j$ -ésimo condutor com referência à primeira camada metálica. Dadas por:

$$Z_{pjk} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \frac{\mu_p K_0(\eta_p r_{p1})}{\eta_p r_{p1} K_1(\eta_p r_{p1})} + Q_{jk} + 2\mu_p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{n(1 + \mu_p) + \eta_p r_{p1} \frac{K_{n-1}(\eta_p r_{p1})}{K_n(\eta_p r_{p1})}} \right\} \quad (3.27)$$

sendo,

$$Q_{jj} = \ln \left\{ \frac{r_{p1}}{r_j} \left[ 1 - \left( \frac{d_j}{r_{p1}} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.28)$$

$$Q_{jk} = \ln \left[ \frac{r_{p1}}{\sqrt{d_j^2 + d_k^2 - 2 d_j d_k \cos(\theta_{jk})}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{n} \right] \quad (3.29)$$

$$C_n = \left( \frac{d_j d_k}{r_{p1}^2} \right)^n \cos(n \theta_{jk}) \quad (3.30)$$

$\eta_p = \sqrt{j\omega\mu_0\mu_p/\rho_p}$ ,  $\eta_p r_{p1}$  o argumento das funções modificadas de Bessel,  $r_{p1}$  o raio interno da primeira camada metálica,  $\theta_{jk}$  o ângulo entre os condutores  $j$  e  $k$ ,  $d_j$  e  $d_k$  as distâncias entre os condutores  $j$  e  $k$  e o centro do tubo envolvente, respectivamente,  $r_j$  o raio mais externo do condutor interno ao PT,  $\omega$  a frequência angular ( $rad/s$ ),  $\rho_p$  a resistividade do material da primeira camada metálica,  $\mu_p$  a permeabilidade magnética do material da primeira camada metálica, considerada de valor unitário constante.

Neste trabalho, as séries numéricas das equações(3.27) e (3.29) convergiram em  $n = 12$  para o cabo da Fig. 3.6.

c) Matriz de acoplamento entre as superfícies da tubulação

$$\mathbf{Z}_c(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{c_1}(\omega) & \mathbf{Z}_{c_2}(\omega) & \mathbf{Z}_{c_4}(\omega) \\ \mathbf{Z}_{c_2}^T(\omega) & \mathbf{Z}_{c_3}(\omega) & . \\ \mathbf{Z}_{c_4}^T(\omega) & \dots & \mathbf{Z}_{c_5}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Na eq. (3.31),  $\mathbf{Z}_{c_1}(\omega)$  é uma matriz de dimensões  $(n - 2) \times (n - 2)$ , composta somente por elementos  $Z_{c_1}$ , que representa a influência do tubo envolvente no cálculo da impedância interna de todos os meios metálicos envolvidos;  $\mathbf{Z}_{c_2}(\omega)$  é uma matriz de dimensões  $(n - 2) \times 1$ , que representa a impedância mútua entre cada meio metálico envolvido e o tubo envolvente,  $\mathbf{Z}_{c_3}(\omega)$  é um escalar, que representa a impedância própria da primeira camada metálica do tubo envolvente;  $\mathbf{Z}_{c_4}(\omega)$  é uma matriz de dimensões  $(n - 1) \times 1$ , que está associada a impedância mútua entre cada meio metálico envolvido pela segunda camada metálica do tubo envolvente; e  $\mathbf{Z}_{c_5}(\omega)$  é um escalar, que representa a impedância própria da segunda camada metálica. Onde,

$$\begin{aligned} Z_{c_1} = & Z_{p_{i1}} + Z_{p_{e1}} - 2Z_{p_{m1}} + Z_{p_{is1}} \\ & + Z_{p_{i2}} + Z_{p_{e2}} - 2Z_{p_{m2}} + Z_{p_{is2}} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} Z_{c_2} = & Z_{p_{e1}} - Z_{p_{m1}} + Z_{p_{is1}} \\ & + Z_{p_{e2}} - Z_{p_{m2}} + Z_{p_{is2}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} Z_{c_3} = & Z_{p_{e1}} + Z_{p_{is1}} + Z_{p_{e2}} \\ & - Z_{p_{m2}} + Z_{p_{is2}} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$Z_{c_4} = Z_{p_{e2}} - Z_{p_{m2}} + Z_{p_{is2}} \quad (3.35)$$

$$Z_{c_5} = Z_{p_{e2}} + Z_{p_{is2}} \quad (3.36)$$

sendo,  $Z_{p_{in}}$  a impedância da superfície interna da  $n$ -ésima camada metálica,  $Z_{p_{en}}$  a impedância da superfície externa da  $n$ -ésima camada metálica,  $Z_{p_{mn}}$  a impedância mútua entre as superfícies interna e externa da  $n$ -ésima camada metálica e  $Z_{p_{isn}}$  a impedância associada a variação do fluxo magnético com o

tempo da  $n$ -ésima camada isolante. Dados por:

$$Z_{p_{in}} = j \omega \frac{\mu_0 \mu_p}{2\pi \eta_p r_{pi}} \frac{I_0(\eta_p r_{pi}) \cdot K_1(\eta_p r_{pe}) + K_0(\eta_p r_{pi}) \cdot I_1(\eta_p r_{pe})}{I_1(\eta_p r_{pe}) \cdot K_1(\eta_p r_{pi}) - I_1(\eta_p r_{pi}) \cdot K_1(\eta_p r_{pe})} \quad (3.37)$$

$$Z_{p_{en}} = j \omega \frac{\mu_0 \mu_p}{2\pi \eta_p r_{pe}} \frac{I_0(\eta_p r_{pe}) \cdot K_1(\eta_p r_{pi}) + K_0(\eta_p r_{pe}) \cdot I_1(\eta_p r_{pi})}{I_1(\eta_p r_{pe}) \cdot K_1(\eta_p r_{pi}) - I_1(\eta_p r_{pi}) \cdot K_1(\eta_p r_{pe})} \quad (3.38)$$

$$Z_{p_{mn}} = \frac{\rho_p}{2\pi r_{pi} r_{pe}} \frac{1}{I_1(\eta_p r_{pe}) \cdot K_1(\eta_p r_{pi}) - I_1(\eta_p r_{pi}) \cdot K_1(\eta_p r_{pe})} \quad (3.39)$$

$$Z_{p_{isn}} = \frac{j \omega \mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{r_{ise}}{r_{isi}} \right) \quad (3.40)$$

sendo,  $\eta_p r_p$  argumento das funções modificadas de Bessel,  $r_{pe}$  o raio externo da camada metálica,  $r_{pi}$  o raio interno da camada metálica,  $r_{ise}$  o raio externo da camada isolante e  $r_{isi}$  o raio interno da camada isolante.

As equações (3.37), (3.38) e (3.39) podem ser substituídas pelas aproximações de Wedepohl e Wilcox (1973) com excelente precisão desde que seja respeitada a condição de validade  $(R_{ext} - R_{int}) / (R_{ext} + R_{int}) < 1/8$ , vista anteriormente.

#### d) Matriz da impedância de retorno

A matriz de impedância de retorno pelo meio externo é dada por:

$$\mathbf{Z}_{ext}(\omega) = \mathbf{Z}_{0(n \times n)} \quad (3.41)$$

e é vista com mais detalhes na seção seguinte.

### 3.4 Formulação aplicada ao cálculo da impedância de retorno em sistemas de cabos

Um sistema de cabos pode ser submarino, aéreo, subterrâneo ou a combinação de aéreo e subterrâneo. Ressalta-se que a avaliação da influência do retorno, extensiva ao cálculo de impedâncias, é feita aplicando-se metodologia compatível com o tipo de sistema:

- Sistema aéreo - Formulação de (Carson 1926) e as formulações aproximadas (Deri et al. 1981, Noda 1996);

- Sistema subterrâneo - Formulação de (Pollaczek 1926), vista com detalhes em (Rivas 2001), e as formulações aproximadas de (Wedepohl e Wilcox 1973, Lima e Portela 2007);
- Sistema submarino - Formulação de (Bianchi e Luoni 1976) e (Carson e Gilbert 1922).

### 3.4.1 Impedância de retorno em um sistema de cabos aéreos

As metodologias aplicadas para o cálculo da impedância de retorno pelo solo destes sistemas são vistas com mais detalhes no Apêndice C.

### 3.4.2 Impedância de retorno em um sistema de cabos subterrâneos

Nesta seção é apresentada a formulação de (Pollaczek 1926) para a impedância de retorno pelo solo em sistemas de cabos subterrâneos e as aproximações de Wedepohl e Wilcox (1973) e Lima e Portela (2007).

A formulação que modela o caminho de retorno pelo solo requer a evolução das funções de Bessel e integrais infinitas, e obtém a distribuição do campo no solo e ar. Para o cálculo da impedância de retorno pelo solo em um sistema de cabos subterrâneos, Pollaczek (1926) considerou algumas hipóteses simplificativas básicas, tais como:

- A terra é homogênea e plana, dividida em duas regiões semi-infinitas: solo e ar;
- As permeabilidades magnéticas do solo e do ar são supostas iguais a do vácuo;
- Os condutores são infinitesimalmente finos quando comparados com o caminho de retorno pelo solo. Tal suposição é muito razoável já que a profundidade de penetração do caminho de retorno pelo solo geralmente é maior que a seção transversal de um cabo.

Admitindo-se as condições de contorno adotadas, a formulação de Pollaczek (1926) para o cálculo das impedâncias própria e mútua de retorno pelo solo, do sistema da Fig. 3.7, são dadas, respectivamente, por:

$$\mathbf{Z}_{ext_{jj}}(\omega) = j\omega \frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{e^{-|2h_j|\sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}}}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}} + \frac{1 - e^{-|2h_j|\sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}}}{2\sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}} \right\} e^{j\lambda x} d\lambda \quad (3.42)$$



onde, da eq. (3.43):

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-(h_j+h_k)\sqrt{\lambda^2+\eta_g^2}}}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}} e^{j\lambda x} d\lambda \quad (3.47)$$

ou,

$$P = 2 \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(h_j+h_k)\sqrt{\lambda^2+\eta_g^2}}}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}} \cos(x \lambda) d\lambda \quad (3.48)$$

$d = \sqrt{(h_i - h_k)^2 + x^2}$  a distância entre os condutores j e k, e  $D = \sqrt{(h_i + h_k)^2 + x^2}$  a distância entre o condutor j e a imagem do condutor k.

Analogamente as equações (3.44), (3.45) e (3.46), tem-se para impedância própria a seguinte expressão:

$$\mathbf{Z}_{ext_{jj}}(\omega) = \frac{\rho\eta_g^2}{2\pi} \{K_0(\eta_g \cdot R) - K_0(\eta_g \cdot 2h_j) + P\} \quad (3.49)$$

onde, da eq. (3.42):

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-(2h_j)\sqrt{\lambda^2+\eta_g^2}}}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}} e^{j\lambda x} d\lambda \quad (3.50)$$

ou,

$$P = 2 \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(2h_j)\sqrt{\lambda^2+\eta_g^2}}}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 + \eta_g^2}} \cos(R\lambda) d\lambda \quad (3.51)$$

$R$  o raio mais externo dos condutores.

Wedepohl e Wilcox (1973) aproximaram a formulação de retorno pelo solo proposta por Pollaczek (1926), com o objetivo de reduzir o tempo de análise das funções de Bessel e integrais infinitas. Nesta metodologia, as impedâncias próprias e mútuas do caminho de retorno pelo solo em  $\Omega/m$  são obtidas por:

$$Z_{jj} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left\{ -\ln \left( \frac{\gamma \eta_g R}{2} \right) + \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \eta_g h_j \right\} \quad (3.52)$$

$$Z_{jk} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left\{ -\ln \left( \frac{\gamma \eta_g d}{2} \right) + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \eta_g l \right\} \quad (3.53)$$



sendo  $\gamma = 0,577215665$  a constante de Euler e  $l = (h_j + h_k)$  a soma das profundidades dos cabos  $j$  e  $k$ .

A formulação de impedância própria é válida para frequências onde  $|\eta_g R| < 0,25$  e a formulação de impedância mútua é válida para frequências onde  $|\eta_g d| < 0,25$ .

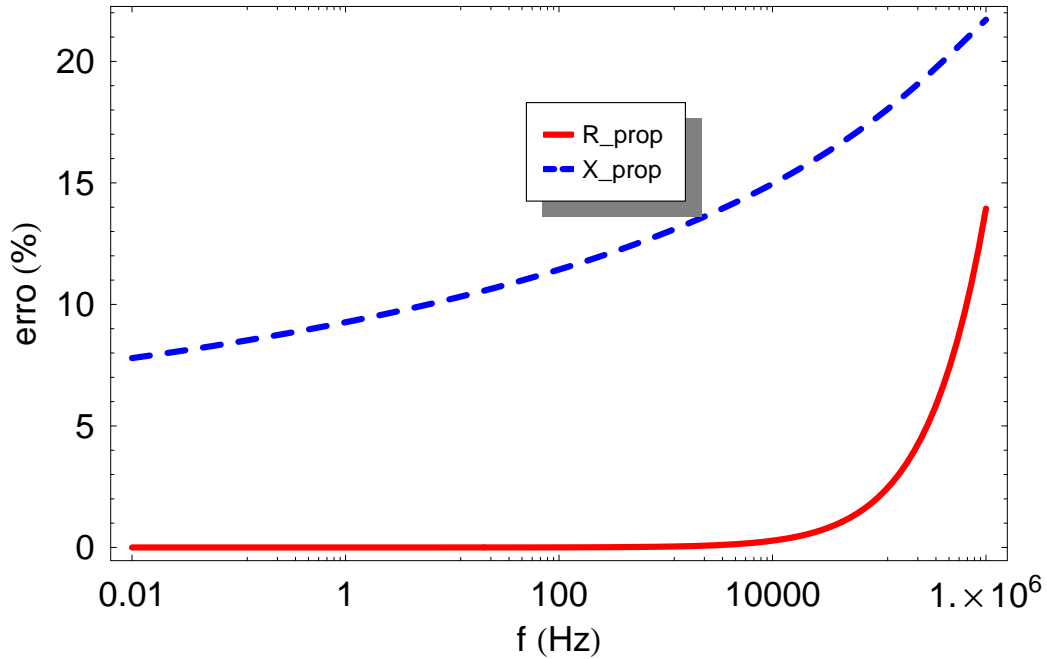


FIGURA 3.8: Erro relativo da formulação de Wedepohl - impedância própria

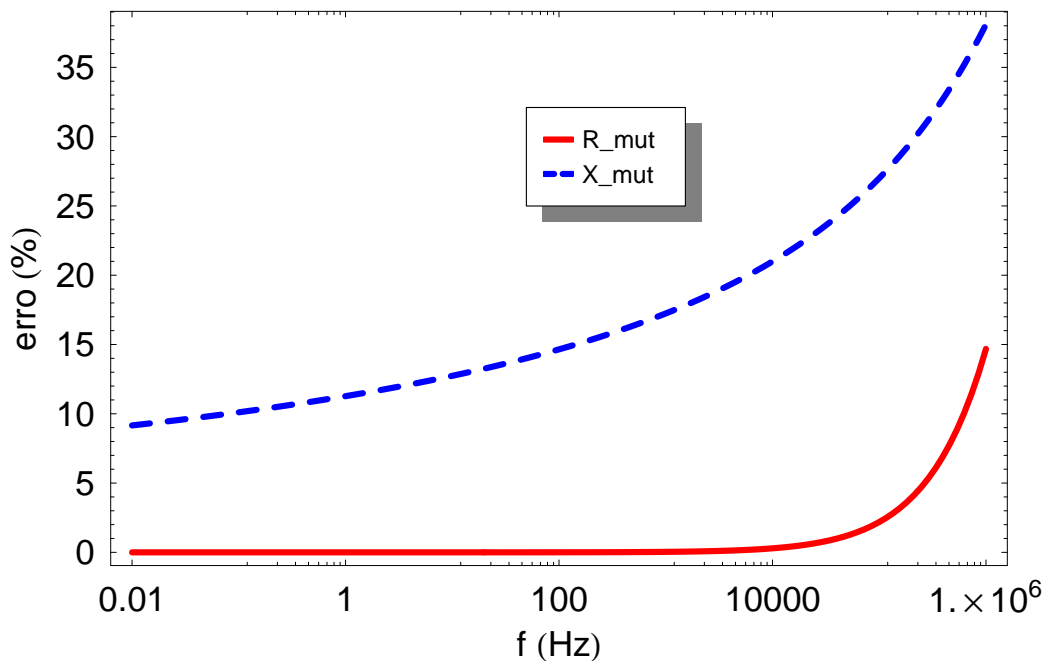


FIGURA 3.9: Erro relativo da formulação de Wedepohl - impedância mútua

Os métodos de Wedepohl e Wilcox (1973) e Pollaczek (1926) podem ser comparados utilizando um exemplo em que dois condutores de  $R = 34,5$  mm encontram-se dispostos em um leito horizontal a uma profundidade  $h = 1$  m, estando a uma distância  $d = 0,3$  m um do outro, em um solo de resistividade  $\rho = 100 \Omega/\text{m}$ . Como a maior frequência é  $10^6$  Hz,  $|\eta_g R| = 0,00969424 < 0,25$  e  $|\eta_g d| = 0,0842978 < 0,25$ , respeitando, desta forma, a condição de validade da formulação de Wedepohl e Wilcox (1973).

Os Erros relativos da aproximação de Wedepohl e Wilcox (1973) para uma região compreendida entre  $10^{-2}$  e  $10^6$  Hz, conforme as Fig. 3.8 e Fig. 3.9 são, respectivamente: 0,01 % e 14 % para a resistência própria, 8 % e 22 % para a reatância própria, 0,01 % e 15 % para a resistência mútua, e 9 % e 38 % para a reatância mútua.

Lima e Portela (2007) aproximaram a formulação de retorno pelo solo proposta por Pollaczek (1926) de forma mais precisa. Nesta metodologia, as impedâncias próprias e mútuas do caminho de retorno pelo solo em  $\Omega/\text{m}$  podem ser obtidas por:

$$Z_{jj} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left[ K_0(\eta_g R) + \frac{(4h^2 - R^2)K_2(\eta_g D_{jj})}{D_{jj}^2} - 2(4h^2 - R^2)(1 + 2h\eta_g) \frac{e^{-2h\eta_g}}{\eta_g^2 D_{jj}^4} \right] \quad (3.54)$$

$$Z_{jk} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left[ K_0(\eta_g d_{jk}) + \frac{(4h^2 - d_{jk}^2)K_2(\eta_g D_{jk})}{(D_{jk})^2} - 2(4h^2 - d_{jk}^2)(1 + 2h\eta_g) \frac{e^{-2h\eta_g}}{\eta_g^2 D_{jk}^4} \right] \quad (3.55)$$

sendo  $d_{jk}$  a distância entre os condutores  $j$  e  $k$ ,  $R$  o raio mais externo do condutor,  $D_{jj} = \sqrt{(2h_j)^2 + R^2}$  a distância entre o condutor  $j$  e sua própria imagem e  $D_{jk}$  a distância entre o condutor  $j$  e a imagem do condutor  $k$ .

A formulação de Lima e Portela (2007) é válida para casos onde  $h > 2R$ . Os Erros relativos da aproximação de Lima e Portela (2007), para o sistema proposto, em uma região compreendida entre  $10^{-2}$  e  $10^6$  Hz, conforme mostrado nas Fig. 3.10 e 3.11 são: 0,001 % e 0,014 % para a resistência própria, 0,003 % e 0,0058 % para a reatância própria, 0,001 % e 1,2 % para a resistência mútua, e 0,35 % e 0,95 % para a reatância mútua.

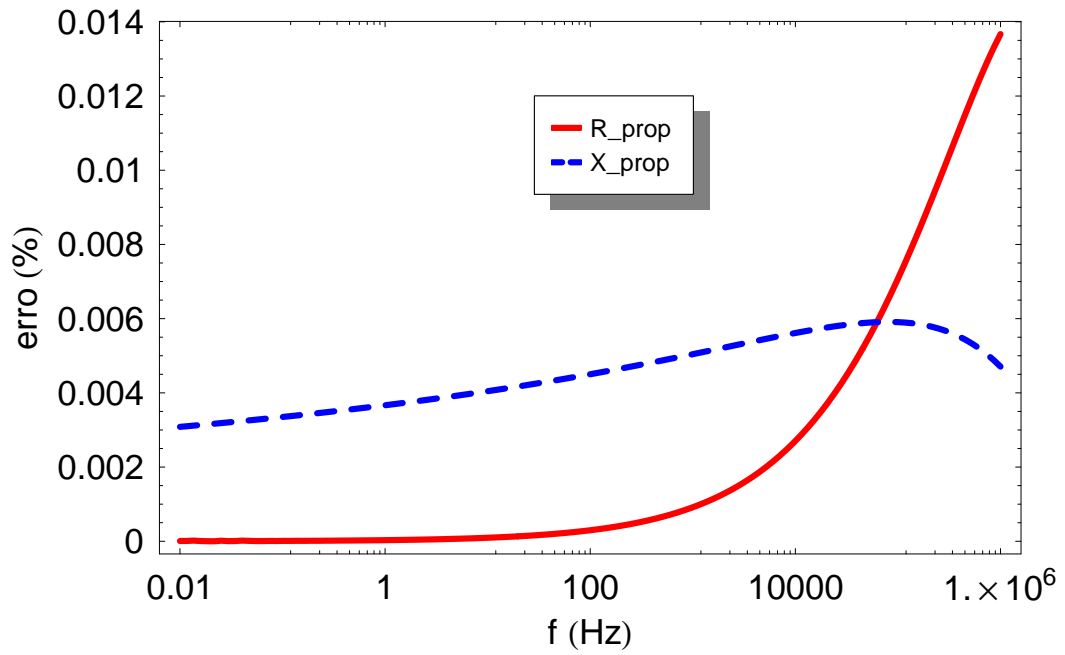


FIGURA 3.10: Erro relativo da formulação de Lima - impedância própria

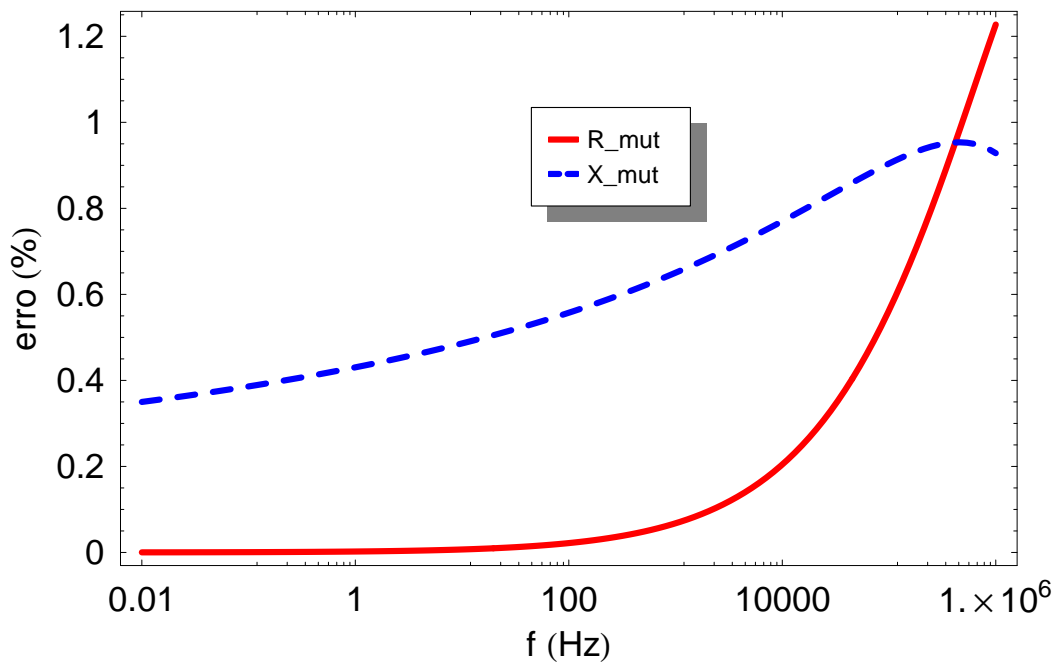


FIGURA 3.11: Erro relativo da formulação de Lima - impedância mútua

### 3.4.3 Impedância de retorno em um sistema de cabos submersos

Os cabos submarinos diferem em alguns aspectos dos outros sistemas de cabos. Em geral, são compostos de uma armadura metálica e fabricados em longos comprimentos. Além disso, são instalados em grandes distâncias entre si, e geralmente são do tipo *pipe-type*.

Como hipótese simplificativa adotada para calcular a impedância de retorno pelo mar, Bianchi e Luoni (1976) supuseram que o cabo é envolto por um mar indefinido de raio infinito quando comparado com as dimensões transversais do cabo, e desconsiderou o leito, supondo que o cabo estivesse envolvido somente pela água do mar, conforme o modelo da Fig. 3.12. Desta forma, no que concerne ao mar, somente a corrente total fluindo nele é de interesse e não a distribuição de corrente dentro dele.

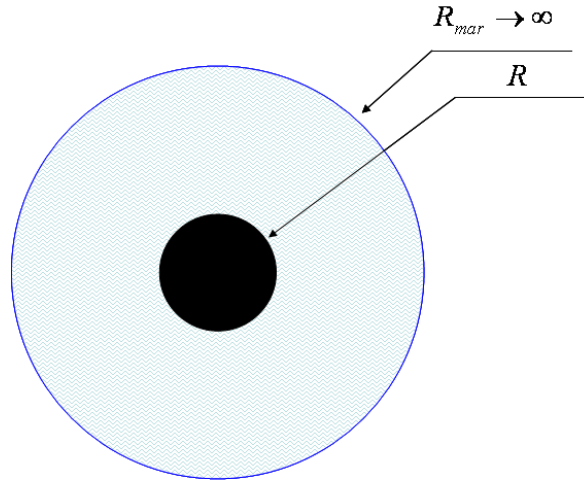


FIGURA 3.12: Disposição geométrica de um cabo coaxiais submerso

Com base nestas hipóteses, considerando-se a definição da impedância superficial interna de Schelkunoff (1934), a inclusão do efeito de retorno pelo mar é feita com simplicidade pela eq. (3.18), tomando a seguinte forma:

$$\mathbf{Z}_{ext_{jj}}(\omega) = \frac{\rho \eta_w K_0(\eta_w R)}{2\pi R K_1(\eta_w R)} \quad (3.56)$$

sendo  $R$  o raio mais externo do cabo que coincide com o raio mais interno do mar,  $\eta_w = \sqrt{j \omega \mu_0 \mu_w / \rho_w}$ ,  $K$  a função modificada de Bessel de segunda espécie, de ordem 0 e 1, de acordo com o sub-índice,  $\eta_w R$  o argumento das funções modificadas de Bessel,  $\rho_w$  a resistividade da água,  $\omega$  a frequência angular ( $rad/s$ ) e  $\mu_w$  a permeabilidade magnética relativa da água, considerada como constante.

Normalmente a impedância mútua nestes sistemas pode ser desprezada devido à

longa distância entre os cabos (100 – 500 m). Mas se for considerada, o efeito mútuo entre cabos é facilmente encontrado adotando-se hipóteses similares às anteriores.

No mar indefinido, o campo elétrico de um cabo, percorrido por uma corrente  $I$ , a uma distância  $s$  do seu centro é dado por:

$$E = \frac{\rho \eta_w}{2\pi R_j} \frac{K_0(\eta_w s)}{K_1(\eta_w R_j)} I \quad (3.57)$$

Supondo que foi colocado um cabo no ponto  $s$ , a impedância mútua entre os cabos é dada pela relação:

$$\mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) = \frac{E}{I} \quad (3.58)$$

Logo, das equações (3.57) e (3.58), tem-se:

$$\mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) = \frac{\rho \eta_w}{2\pi R_j} \frac{K_0(\eta_w s)}{K_1(\eta_w R_j)} \quad (3.59)$$

Desta forma, segundo apresentado em (Manhães 1992), com o objetivo de manter a reciprocidade, torna-se necessário obter a impedância mútua entre os dois cabos pelo valor médio entre  $j - k$  e  $k - j$ , como segue:

$$\mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) = \frac{\rho \eta_w}{4\pi R_j} \left\{ \frac{K_0(\eta_w s)}{R_j K_1(\eta_w R_j)} + \frac{K_0(\eta_w s)}{R_k K_1(\eta_w R_k)} \right\} \quad (3.60)$$

sendo  $R_j$  e  $R_k$  os raios mais externos dos condutores  $j$  e  $k$ , respectivamente.

Wedepohl e Wilcox (1973) simplificaram a eq. (3.18) com uma boa precisão através da eq. (3.21), vide Fig. 3.3. Como (Bianchi e Luoni 1976) considerou o mar como um condutor tubular, aplicamos a aproximação (Wedepohl e Wilcox 1973), eq. (3.21), para o cálculo da impedância de retorno pelo mar e verificamos a sua validade. Foi suposto um mar de raio externo igual a  $10^3$  m e raio interno igual a  $20 \cdot 10^{-3}$  m, mas a condição de validade da aproximação de (Wedepohl e Wilcox 1973) não foi respeitada. Por este motivo concluímos que a aproximação não deve ser aplicada para casos onde são consideradas as hipóteses de (Bianchi e Luoni 1976). A imprecisão pode ser verificada na Fig. 3.13. As diferenças máximas e mínimas entre os métodos de Wedepohl e Wilcox (1973) e Bianchi e Luoni (1976), na faixa de  $10^{-2}$  Hz - 1 MHz, são: resistência própria 2865,23 % e 0,23 % e reatância própria 540,33 % e 0,0004 %.

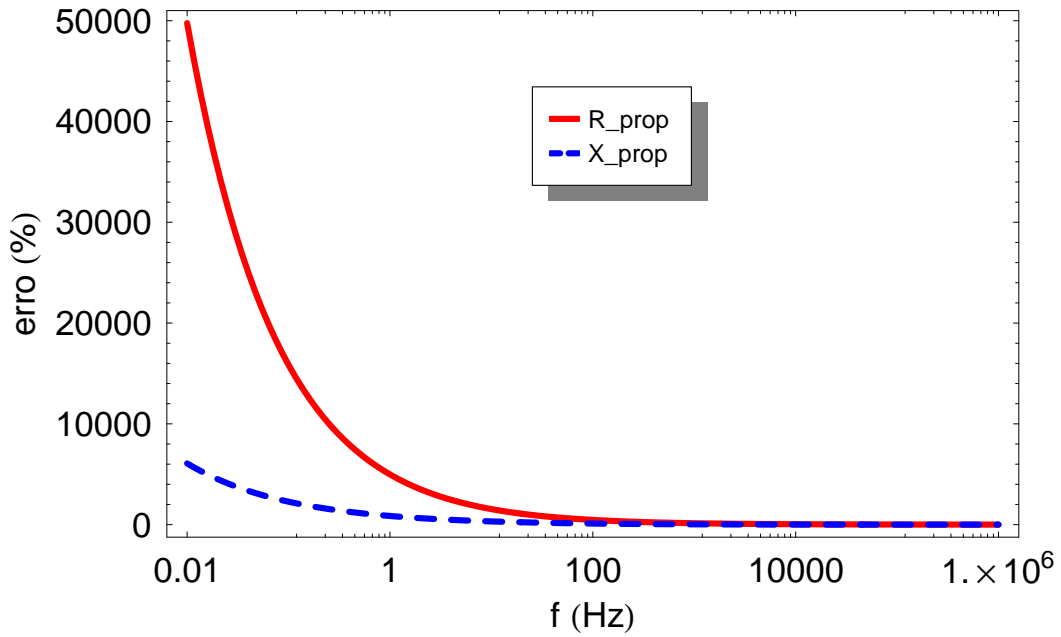


FIGURA 3.13: Erro da metodologia aproximada

### 3.4.4 Montagem da matriz de impedâncias

Um sistema de cabos a  $N = 3$  condutores tem o seguinte arranjo matricial:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}(\omega) & \mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) & \mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) \\ \mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) & \mathbf{Z}(\omega) & \mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) \\ \mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) & \mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) & \mathbf{Z}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

sendo,  $\mathbf{Z}(\omega)$  e  $\mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega)$  matrizes do tipo  $(n \times n)$ , para  $n$  igual ao número de elementos metálicos dentro de cada cabo.

### 3.5 Metodologia aplicada no cálculo de parâmetros transversais em sistemas de cabos

A metodologia proposta nesta seção nos permite obter os parâmetros elétricos transversais de um sistema com  $n$  elementos metálicos e  $N$  cabos mutuamente acoplados, em função da frequência.

No cálculo de parâmetros transversais em sistemas de cabos coaxiais e cabos *pipe-type*, Ametani (1980), de uma forma geral, definiu a matriz dos coeficientes de potencial de Maxwell  $\mathbf{P}$  da seguinte forma:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_p + \mathbf{P}_c + \mathbf{P}_0 \quad (3.62)$$

Na eq. (3.62), as matrizes parciais são assim definidas:

- $\mathbf{P}_i$  é a matriz dos coeficientes de potencial internos dos sistemas de cabos, por unidade de comprimento;
- $\mathbf{P}_p$  é a matriz que leva em consideração as parcelas dos coeficientes de potencial internos próprios e mútuos entre cabos internos ao tubo, com referência a superfície interna do tubo envolvente ou primeira camada metálica, por unidade de comprimento. Sendo considerada apenas no caso de cabos *pipe-type*;
- $\mathbf{P}_c$  é a matriz de contribuição dos coeficientes de potencial devido à influência das camadas isolantes existentes no tubo envolvente, por unidade de comprimento. É considerada apenas no caso de cabos *pipe-type*;
- $\mathbf{P}_0$  é a matriz dos coeficientes de potencial externos de um sistema de cabos aéreo, por unidade de comprimento. É aplicada somente em sistemas aéreos, vide Apêndice B.

A matriz  $\mathbf{P}$  é usualmente representada da seguinte forma:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{int} + \mathbf{P}_{ext} \quad (3.63)$$

sendo as matrizes  $\mathbf{P}_{int} = \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_p + \mathbf{P}_c$  e  $\mathbf{P}_{ext} = \mathbf{P}_0$ .

A matriz de admitância shunt  $\mathbf{Y}(\omega)$ , é definida da seguinte forma:

$$\mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{G} + j\omega\mathbf{P}^{-1} \quad (3.64)$$

sendo  $\mathbf{G}$  a matriz de condutância e  $\mathbf{P}$  a matriz de potencial, ambas invariantes com a frequência.

### 3.5.1 Simplificação do modelo com base nas condições de contorno adotadas

O cálculo da admitância shunt é muito mais simples que o da impedância série. Neste trabalho, partindo-se das hipóteses de que as correntes capacitivas de deslocamento entre o cabo e o meio externo são desprezíveis e que as perdas no dielétrico são desprezíveis, visto que as mesmas são pequenas em comparação com as perdas nos condutores e no meio externo, optou-se por não considerar a matriz  $\mathbf{G}$ . Logo, a eq. (3.64) pode ser reescrita com se segue:

$$\mathbf{Y}(\omega) = j \omega \mathbf{P}^{-1} \quad (3.65)$$

A eq. (3.62) é aplicada, na sua forma geral, para sistemas de cabos *pipe-type*, partindo-se da hipótese de que a espessura do tubo envolvente é finita se comparada com a profundidade de penetração na parede do mesmo, porém, se a espessura da parede for suposta como infinita, as matrizes de admitância  $\mathbf{P}_c$  e  $\mathbf{P}_0$  são tratadas como nulas (Ametani 1977, Ametani 1978), ficando a eq. (3.62) igual a:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_p \quad (3.66)$$



### 3.6 Matriz de admitância de um sistema de cabos coaxiais

Quando um sistema de cabos coaxiais é composto de núcleo e blindagem, conforme é mostrado na Fig. 3.1, o coeficiente de potencial é dado na seguinte forma:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_{ext} \quad (3.67)$$

onde,

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{cabo\ in_1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{P}_{cabo\ in_2} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{P}_{cabo\ in_3} \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

e,

$$\mathbf{P}_{ext} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{cabo\ out_1} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & \mathbf{P}_{cabo\ out_2} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & \mathbf{P}_{cabo\ out_3} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

sendo  $\mathbf{P}_{ext}$  a matriz dos coeficientes de potencial aplicada somente em sistemas aéreos de cabos coaxiais. Ou seja, para sistemas subterrâneos ou submersos, tem-se:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_i \quad (3.70)$$

A matriz  $\mathbf{P}_i$  do sistema de cabos SC é composta por sub-matrizes  $\mathbf{P}_{cabo\ in_n}$ , vistas com mais detalhes no apêndice B. As sub-matrizes individuais de cada cabo SC são dadas por:

$$\mathbf{P}_{cabo\ in_n} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{cc} & \mathbf{P}_{cs} \\ \mathbf{P}_{sc} & \mathbf{P}_{ss} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

onde,  $\mathbf{P}_{cc} = P_c + P_s$ ,  $\mathbf{P}_{cs} = \mathbf{P}_{sc} = P_s$  e  $\mathbf{P}_{ss} = P_s$ . Sendo  $P_c$  o coeficiente de potencial do isolante externo ao condutor ou da primeira camada isolante e  $P_s$  o coeficiente de potencial do isolante externo a blindagem ou de segunda camada isolante, dados por:

$$P_c = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (3.72)$$

$$P_s = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right) \quad (3.73)$$

sendo  $\epsilon_0$  a permissividade ou constante dielétrica do vácuo e  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  as permissividades relativas da primeira e segunda camadas isolantes, respectivamente.

### 3.7 Matriz da admitância shunt de um cabo PT

Para o cabo *pipe-type* da Fig. 3.6, partindo-se da hipótese de que a espessura do tubo envolvente é finita se comparada com a profundidade de penetração na parede do mesmo (Ametani 1977, Ametani 1978), as matrizes parciais definidas na eq. (3.62) são (Ametani 1980, Ametani e Ono 1978):

#### a) Matriz de dos coeficientes de potencial internos

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i \text{ cabosSC}} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{i \text{ cabosFO}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

onde, os zeros colocados no final da diagonal principal, definindo linha e coluna, são tantos quanto forem as camadas metálicas do tubo envolvente,  $\mathbf{P}_{i \text{ cabosSC}}$  é a matriz dos coeficientes de potencial internos do sistema de cabos coaxiais e  $\mathbf{P}_{i \text{ cabosFO}}$  é a matriz dos coeficientes de potencial internos do sistema de cabos de comunicação.

b) Matriz dos coeficientes de potencial com referência à superfície interna da primeira camada metálica

$$\mathbf{P}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_p \text{ cabosSC} & \mathbf{P}_p \text{ mutua} & 0 & 0 \\ \mathbf{P}_p^T \text{ mutua} & \mathbf{P}_p \text{ cabosFO} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

onde, os zeros colocados no final da diagonal principal, definindo linha e coluna, são tantos quanto forem as camadas metálicas tubo envolvente. Na eq. (3.75), cada uma das sub-matrizes de  $\mathbf{P}_p(\omega)$  tem a seguinte estrutura matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{pjj} & \mathbf{P}_{pjk} & \mathbf{P}_{pjk} \\ \mathbf{P}_{pjk} & \mathbf{P}_{pjj} & \mathbf{P}_{pjk} \\ \mathbf{P}_{pjk} & \mathbf{P}_{pjk} & \mathbf{P}_{pjj} \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Na eq. (3.76),  $P_{pjk}$  é a matriz dos coeficientes de potencial mútuo entre o  $j$ -ésimo e o  $k$ -ésimo condutores com referência à primeira camada metálica, e  $P_{pjj}$  é a matriz dos coeficientes de potencial próprio do  $j$ -ésimo com referência à primeira camada metálica. Dadas por:

$$P_{pjj} = \frac{Q_{jj}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{p1}} \quad (3.77)$$

$$P_{pjk} = \frac{Q_{jk}}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{p1}} \quad (3.78)$$

sendo  $Q_{jj}$  e  $Q_{jk}$  definidos na Seção 3.3 e  $\epsilon_{p1}$  a permissividade relativa do material isolante interno ao tubo envolvente (enchimento).

c) Matriz dos coeficientes de potencial devidos à influência das camadas isolantes da tubulação

$$\mathbf{P}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{c_1} & \mathbf{P}_{c_2} & \mathbf{P}_{c_4} \\ \mathbf{P}_{c_2}^T & \mathbf{P}_{c_3} & \cdot \\ \mathbf{P}_{c_4}^T & \dots & \mathbf{P}_{c_5} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Na eq. (3.79),  $\mathbf{P}_{c_1}$  é uma matriz de dimensões  $(n - 2) \times (n - 2)$ , composta somente por elementos  $P_{c_1}$ , que representa a influência das camadas isolantes do tubo envolvente no cálculo dos coeficientes de potencial interno dos cabos coaxiais e de comunicação;  $\mathbf{P}_{c_2}$  é uma matriz de dimensões  $(n - 2) \times 1$ , que representa os coeficientes de potencial mútuos entre cada meio envolvido e a primeira camada isolante;  $\mathbf{P}_{c_3}$  é um escalar que representa os coeficientes de potencial próprios da primeira camada isolante;  $\mathbf{P}_{c_4}$  é uma matriz de dimensões  $(n - 1) \times 1$ , que representa os coeficientes de potencial mútuos entre os meios envolvidos e a segunda camada isolante; e  $\mathbf{P}_{c_5}$  é um escalar que representa os coeficientes de potencial próprios da segunda camada isolante; Onde, para o sistema da Fig. 3.6,

$$P_{c_3} = P_{c_2} = P_{c_1} = p_{TE_1} + p_{TE_2} \quad (3.80)$$

sendo  $p_{TE_1}$  o coeficiente de potencial interno da camada isolante que envolve a primeira camada metálica, que para o caso em questão, é composta por três camadas isolantes, e  $p_{TE_2}$  o coeficiente de potencial interno da camada isolante que envolve a segunda camada metálica.

$$P_{c_5} = P_{c_4} = p_{TE_2} \quad (3.81)$$

$$p_{TE_1} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{p2}} \ln \left( \frac{r_{ise1}}{r_{isi1}} \right) + \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{p3}} \ln \left( \frac{r_{ise2}}{r_{isi2}} \right) + \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{p4}} \ln \left( \frac{r_{ise3}}{r_{isi3}} \right) \quad (3.82)$$

$$p_{TE_2} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{p4}} \ln \left( \frac{r_{ise4}}{r_{isi4}} \right) \quad (3.83)$$

Nas equações (3.82) e (3.83),  $\varepsilon_{pn}$  representa a permissividade relativa da  $n$ -ésima camada isolante,  $r_{isen}$  é o raio externo da  $n$ -ésima camada isolante e  $r_{isin}$  é o raio interno da  $n$ -ésima camada isolante.

**d) Coeficiente de potencial de retorno**

$$\mathbf{P}_{ext} = P_{0(nxn)} \quad (3.84)$$

onde,

$$P_0 = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \ln \left( \frac{2h}{r_{ext}} \right) \quad (3.85)$$

sendo,  $r_{ext}$  o raio mais externo do cabo.

# Capítulo 4

## Validação do modelo de cabo proposto

Neste trabalho são desenvolvidos dois estudos distintos, no primeiro é feita uma análise dos problemas na transmissão de energia por meio de um sistema não convencional submerso, destinado ao fornecimento de energia elétrica para plataformas de petróleo, e no segundo, a título de exemplificação, é apresentada a aplicação do modelo na análise das tensões no acionamento de um motor de indução.

Um primeiro passo antes de realizar estes estudos é “validar” o modelo matemático dos cabos apresentado nas Seções 3.2 e 3.6 para um sistema de cabos coaxiais e nas Seções 3.3 e 3.7 para um cabo *pipe-type*.

Um sistema de cabos coaxiais isolados pode ser validado por meio de programas do tipo *EMT* (Eletromagnetic Transient), mas a modelagem de sistemas de cabos não-convencionais em programas como *EMTDC* e *ATP* não é uma tarefa simples. O *EMTDC* possui uma biblioteca com ferramentas para a simulações com sistemas de cabos coaxiais, porém, para sistemas com *pipe-type*, é necessário criar um modelo em *Fortran*. Todavia, utilizando as metodologias apresentadas nas Seções 3.2, 3.3, 3.6 e 3.7, um modelo de cabo pode ser implementado em programas do tipo *Mathematica* e *Matlab*. Neste trabalho, optou-se por representar o modelo do cabo diretamente no *Mathematica* devido as facilidades de implementação numérica das integrais infinitas de retorno pelo solo. O *ATP* tem, em sua biblioteca, um modelo de cabos *pipe-type*, porém, não apresentou resultados satisfatórios no domínio do tempo. Portanto, a validação do modelo de um cabo *pipe-type* por meio de programas comerciais não foi possível. Uma alternativa viável antes de iniciar um estudo de transitórios eletromagnéticos foi de validar a aplicação das formulações apresentadas nas Seções 3.3 e 3.7 por meio de resultados de trabalhos existentes (Noda 1996).

No Capítulo 3 foram apresentadas as formulações clássicas e aproximadas para impedância de retorno pelo solo e condutores sólidos e tubulares. Com isto, neste capítulo, foram feitas combinações entre os modelos para avaliar qual a mais viável, levando-se em consideração o tempo de simulação e a precisão.

## 4.1 Sistemas de cabos coaxiais

Nesta seção, a validação do modelo matemático proposto nas Seções 3.2 e 3.6 é feita com o programa *EMTDC*. O sistema estudado tem suas constantes físicas e dimensionais, retiradas de (Gustavsen 1993), dadas na Tabela 4.1. O sistema é alimentado por uma fonte alternada de frequência  $f_0 = 60Hz$  através do núcleo do cabo coaxial da fase A, estando os demais terminais do emissor e receptor da linha em aberto, Fig. 4.1.

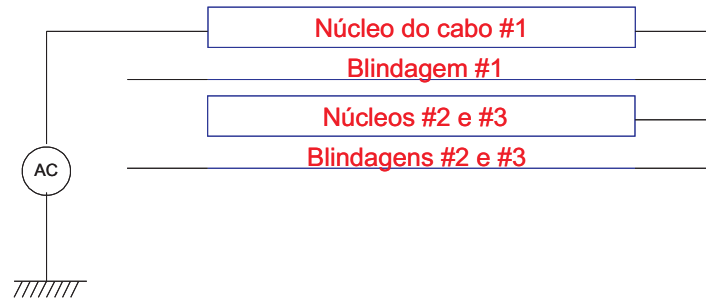


FIGURA 4.1: Sistema de cabos SC energizado na Fase A

A resposta ao sinal é calculada no domínio da frequência e obtida no domínio do tempo através da *Transformada Numérica de Laplace* (NLT). A NLT é vista com mais detalhes no Apêndice D.

TABELA 4.1: Dimensões e constantes de um sistema de cabos coaxiais

Dimensões		Constantes físicas	
Raio do núcleo	12,70 mm	Resistividade do núcleo	0,0172 $\mu\Omega\text{m}$
Esp. do isolante interno	15,50 mm	Permissividade relativa	3,50
Esp. da blindagem	1,10 mm	Resistividade da blindagem	0,1380 $\mu\Omega\text{m}$
Esp. da isolação externa	5,20 mm	Permissividade Relativa	3,30
Prof. do cabo	1 m	Resistividade do solo	100 $\Omega\text{m}$
Compr. do cabo	10000 m	Permeabilidade dos metais	1
Dist. entre condutores	0,30 m	Permeabilidade do solo	1

Os resultados obtidos no *Mathematica*, foram comparados com os resultados de simulações feitas no *EMTDC* e apresentados nas Fig. 4.2, 4.3 e 4.4.

TABELA 4.2: Modelos matemáticos para cabos SC

Modelo Matemático	Formulações	
	Impedância interna	Impedância externa
W-W	(3.15), (3.21), (3.22), (3.23)	(3.52), (3.53)
S-W	(3.12), (3.18), (3.19), (3.20)	(3.52), (3.53)
S-P	(3.12), (3.18), (3.19), (3.20)	(3.42), (3.43)
W-L	(3.15), (3.21), (3.22), (3.23)	(3.54), (3.55)

Na Tabela 4.2 são apresentadas as equações aplicadas em cada modelo matemático proposto. Dos modelos propostos mostrados na Tabela 4.2, o *S-P* é considerado como “exato” por ser composto a partir das hipóteses usuais de engenharia, apresentando uma faixa de validade de até alguns MHz. Neste trabalho, o modelo *S-P* é denominado modelo “clássico”, enquanto que os outros modelos são tratados como modelos alternativos ou aproximados. A principal desvantagem do modelo *S-P* é o tempo de simulação, devido às funções de Bessel e integrais infinitas de Pollaczek.

Com relação ao tempo de simulação do sistema proposto, os modelos apresentaram o seguinte desempenho:

TABELA 4.3: Comparação dos tempos de análise em *segundos*

W-W	S-W	S-P	W-L
5,42 s	12,20 s	33,52 s	9,30 s

Analisando as Fig. 4.2, 4.3 e 4.4, observamos que as respostas dos sistemas modelados com *S-W* e *W-W* coincidem bem com a resposta obtida no *EMTDC*, enquanto que os sistemas modelados com *S-P* e *W-L* não coincidem para os primeiros instantes de tempo. A diferença se dá pelo fato de que o erro na parte imaginária da formulação de retorno de Wedepohl e Wilcox (1973) é muito elevado, 38 % para reatância mútua, quando comparado com as aproximações de Lima e Portela (2007), com um erro de 0,95 % para o mesmo parâmetro. Com isto, podemos concluir que, em sistemas de cabos enterrados, o impacto causado pelas aproximações no domínio do tempo se dá pela imprecisão da formulação aproximada, o que não ocorre em sistema aéreos, onde as aproximações são bastante precisas (Lima, Martins e Carneiro Jr. 2004). As formulações de retorno pelo solo aplicadas em sistemas aéreos e suas respectivas aproximações podem ser vistas no Apêndice C.

Dos modelos propostos, o mais indicado para a implementação em programas do tipo *EMT* é o modelo *W-L*, pois este apresentou uma diferença de 0,035 pu com relação

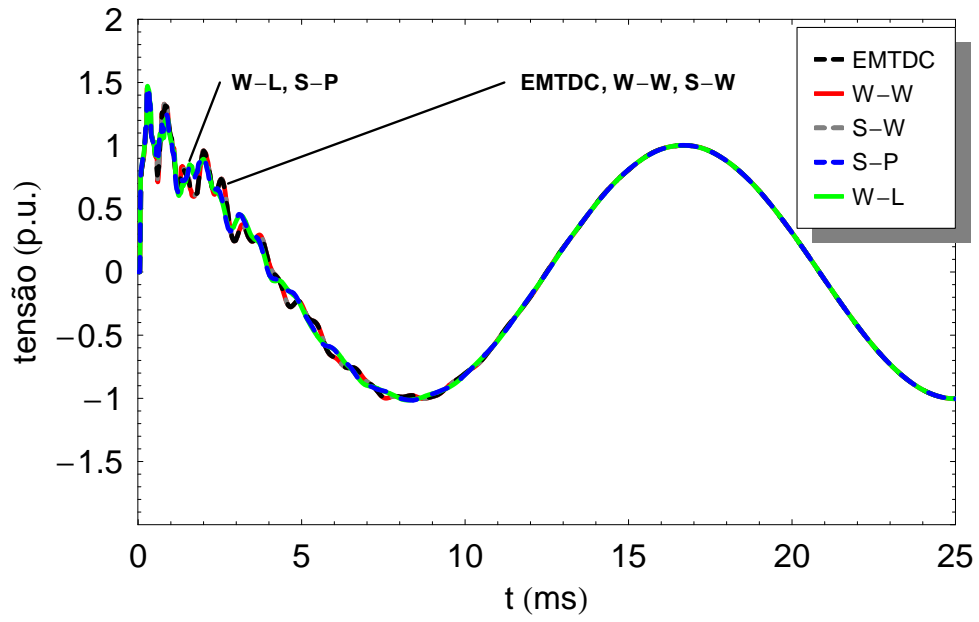


a resposta obtida pelo modelo *S-P*. Esta precisão é apresentada na Fig. 4.5. A Fig. 4.5(a) apresenta a diferença entre as tensões na blindagem no núcleo B para os sistemas modelados com *S-P* e *W-L*, e a Fig. 4.5(b) para os sistemas modelados com *S-P* e *W-W*. O modelo *W-W* apresentou uma diferença de 0,2 pu com relação a resposta obtida pelo modelo *S-P*

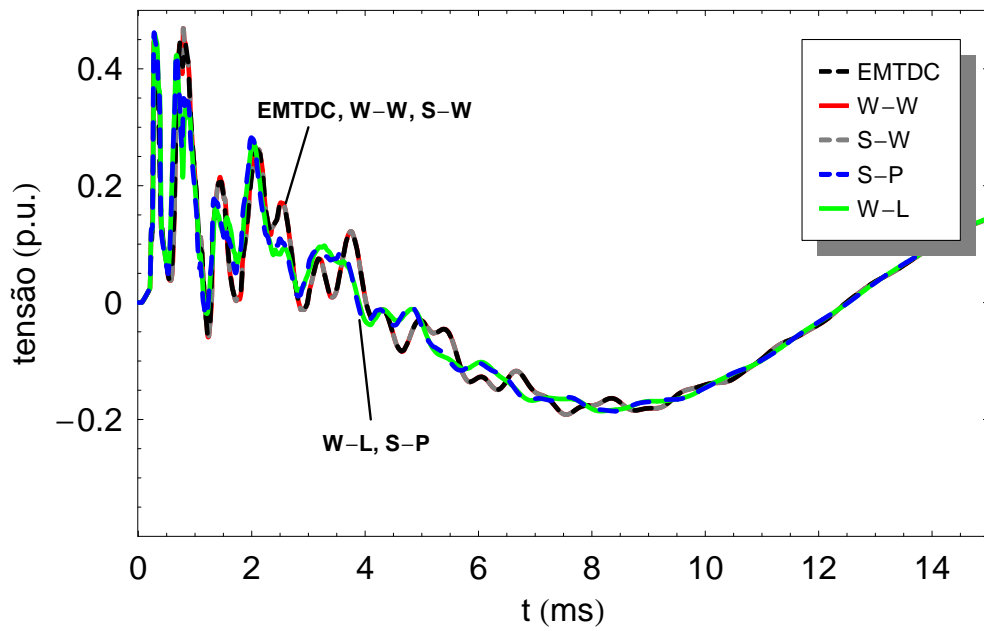
## 4.2 Sistemas de cabos coaxiais em tubulação

A validação do modelo matemático de cabos *pipe-type* não foi possível por meio dos programas comerciais, como *EMTDC* e *ATP*, logo os resultados de (Noda 1996) serviram como referência para a validação deste modelo.

Noda (1996) modelou um cabo *pipe-type* com enchimento de óleo fluido sobre pressão. Neste tipo de cabo, consideram-se os condutores depositados na parte inferior da tubulação. Os cabos coaxiais internos à tubulação não possuem isolamento externa, logo, as blindagens dos cabos e a tubulação estão em contato umas com as outras, conforme a Fig. 4.7. Sendo assim, a redução matricial pode ser aplicada supondo que as tensões nas blindagens e na tubulação são as mesmas (Rivas 2001). O sistema é alimentado por uma fonte trifásica alternada, de frequência  $f_0 = 60$  Hz, através dos núcleos dos cabos coaxiais A, B e C, estando os demais terminais do emissor e receptor da linha aterrados. A resposta ao sinal é calculada no domínio da frequência e obtida no domínio do tempo através da *Transformada Numérica de Laplace* (NLT). As dimensões e as constantes físicas do cabo são retiradas do modelo proposto em (Noda 1996) e são dadas na Tabela 4.4. O esquema é apresentado na Fig. 4.6.

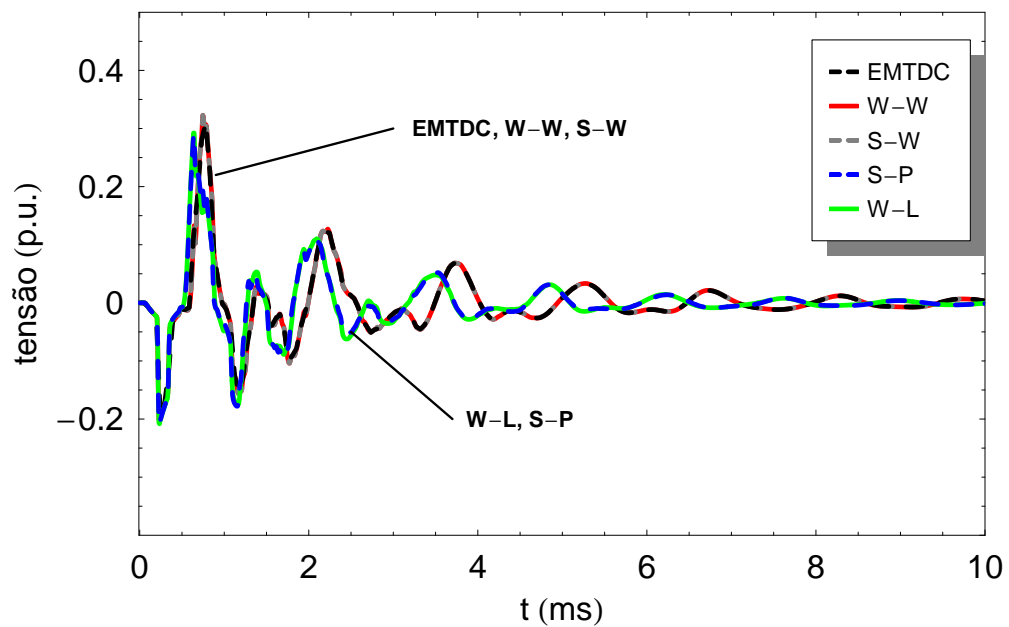


(a) Tensão no núcleo energizado

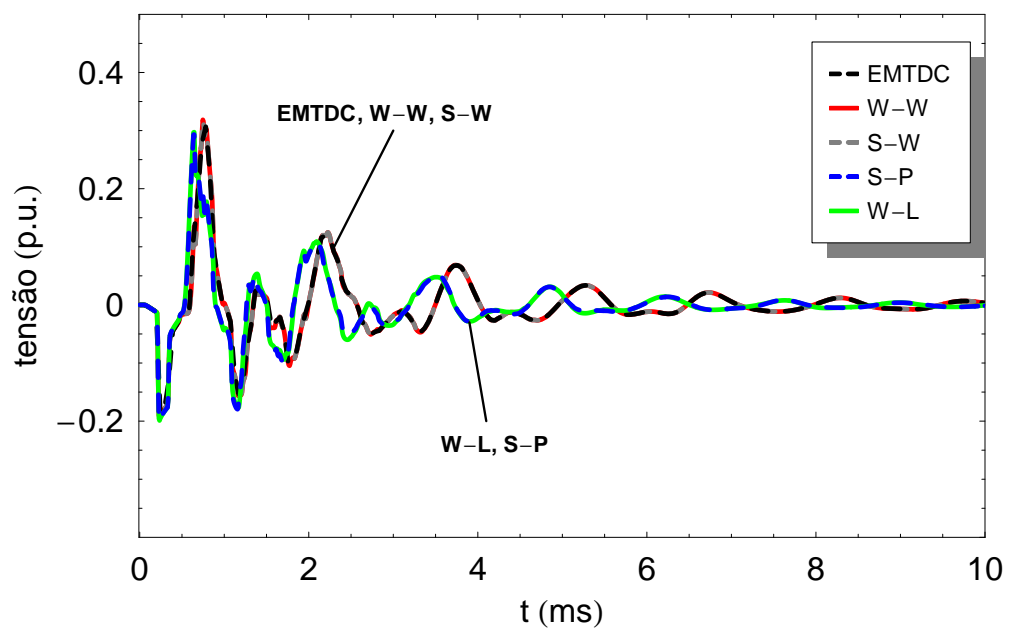


(b) Tensão na blindagem do núcleo energizado

FIGURA 4.2: Tensões na fase A

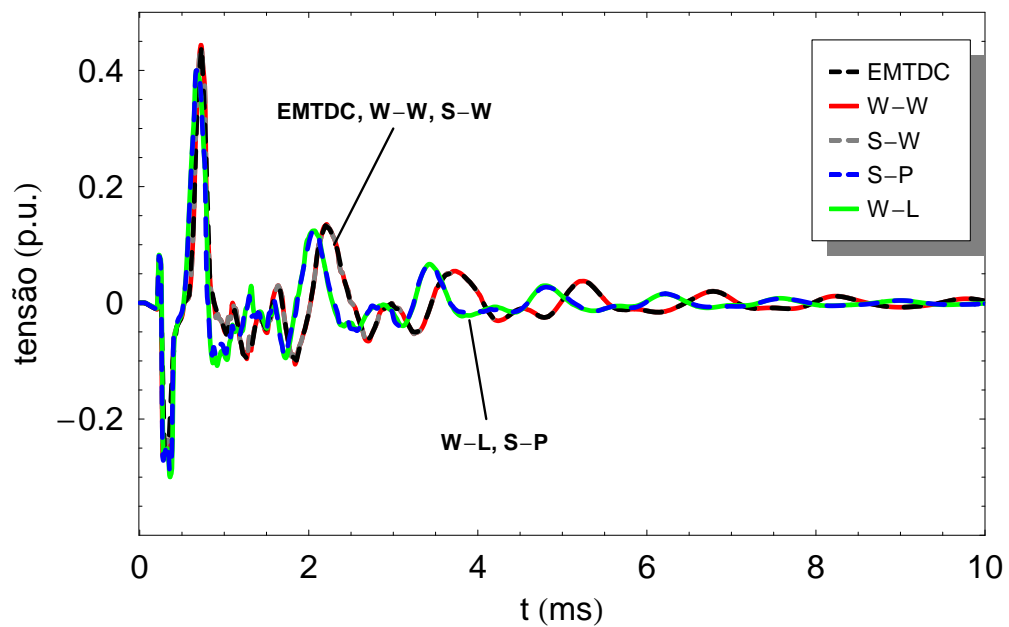


(a) Tensão no núcleo B

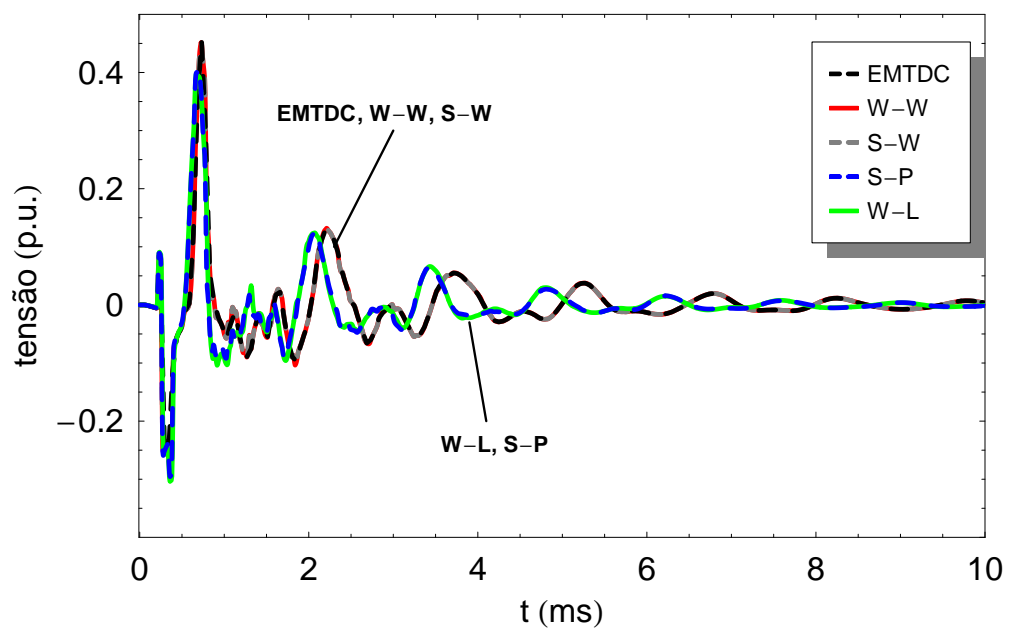


(b) Tensão na blindagem do núcleo B

FIGURA 4.3: Tensões na fase B

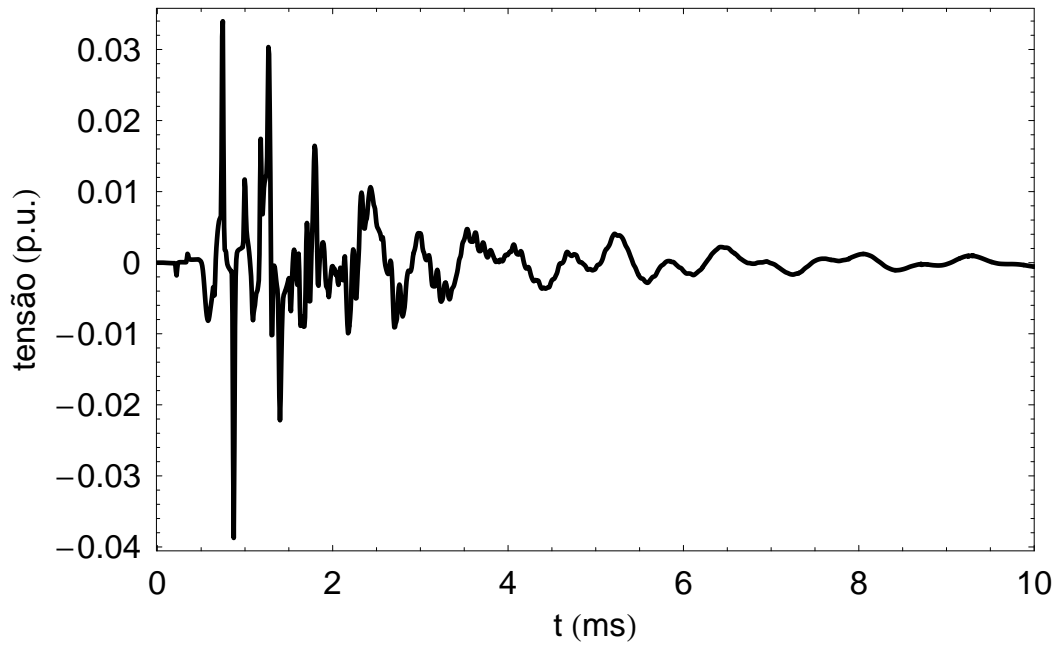


(a) Tensão no núcleo C

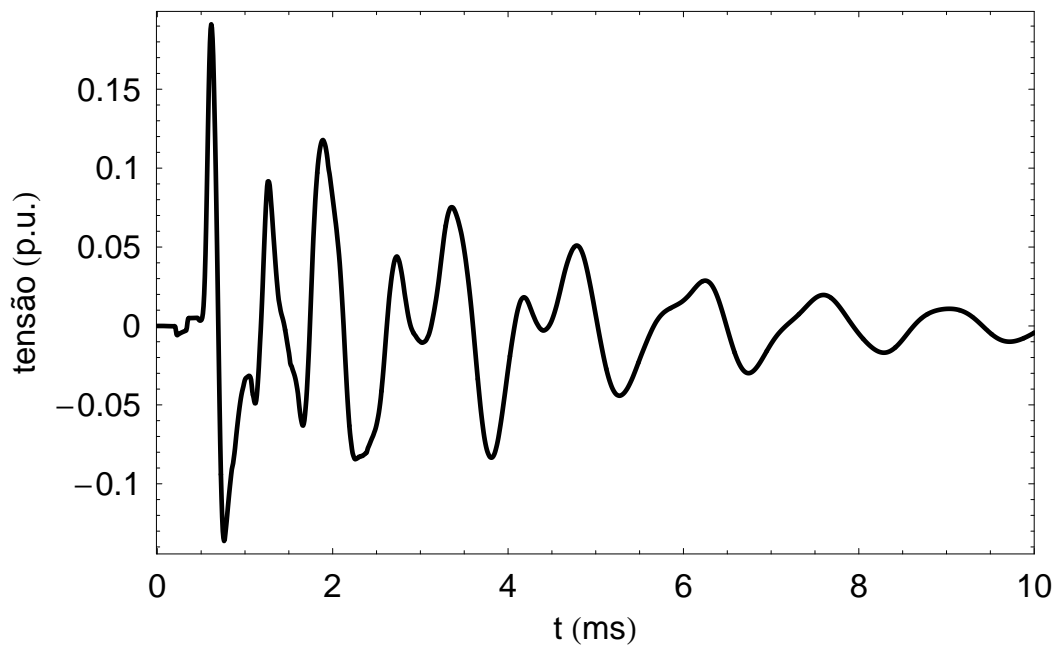


(b) Tensão na blindagem do núcleo C

FIGURA 4.4: Tensões na fase C



(a) Tensão na blindagem B - Diferença entre  $S-P$  e  $W-L$



(b) Tensão na blindagem B - Diferença entre  $S-P$  e  $W-W$

FIGURA 4.5: Sobretensões na fase C

TABELA 4.4: Dimensões e constantes de um cabo pipe-type de 275 kV

Dimensões		Constantes físicas	
Raio do núcleo	31,10 mm	Resistividade do núcleo	$0,17 \mu\Omega\text{m}$
Esp. do isolante interno	20,45 mm	Permissividade relativa	3,83
Esp. da blindagem	0,15 mm	Resistividade da blindagem	$1,73 \mu\Omega\text{m}$
Raio interno da tubulação	150,85 mm	Permeabilidade relativa	100
Raio externo da tubulação	155,35 mm	Resistividade da tubulação	$0,10 \mu\Omega\text{m}$
Esp. da isolação externa	3,90 mm	Permissividade Relativa	3,50
Prof. do cabo	3,22 m	Resistividade do solo	$100 \Omega\text{m}$
Compr. do cabo	3382 m	Permiss. relativa do óleo	2,30

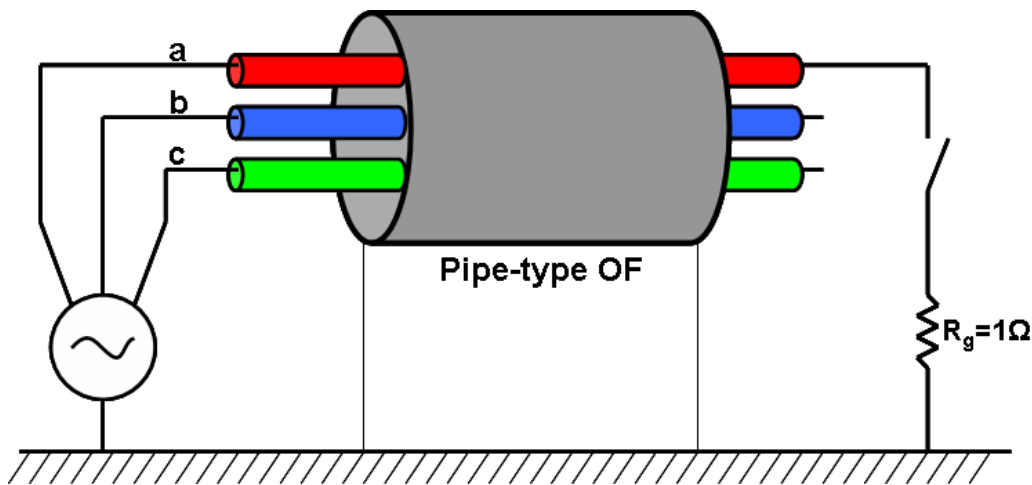


FIGURA 4.6: Modelo retirado da tese de Noda

Noda (1996) realizou o chaveamento no domínio da frequência através do programa FTP desenvolvido por Nagaoka e Ametani (1988), Fig. 4.8(a), em  $t = 2.5$  seg. Neste trabalho, o chaveamento no domínio da frequência não é uma operação trivial de ser desenvolvida no *Mathematica*, pois demanda diversas excursões entre o domínio do tempo e da frequência. Logo, realizamos o chaveamento no instante  $t = 0$  s, Fig. 4.8(b), deslocado no domínio do tempo para efeitos de comparação.

Analisando a Fig. 4.8(b), observamos que o modelo desenvolvido para cabos *pipe-type* no *Mathematica* apresentou um comportamento bastante satisfatório quando comparado com os resultados da Fig. 4.8(a) (Noda 1996).

Uma importante observação a ser feita é que Noda (1996) utilizou o modelo de Ametani (1980) para o cálculo de parâmetros em sistemas de cabos *pipe-type*. Ametani (1980) em sua formulação para o cálculo da impedância  $Z_{c1}$ , eq. (3.32), não levou em consideração a impedância da superfície interna da tubulação,  $Z_{pi1}$ . Foi observado durante algumas simulações, que quando  $Z_{pi1}$  é desprezado, a sub-matriz  $Z_{c1}$  apresenta

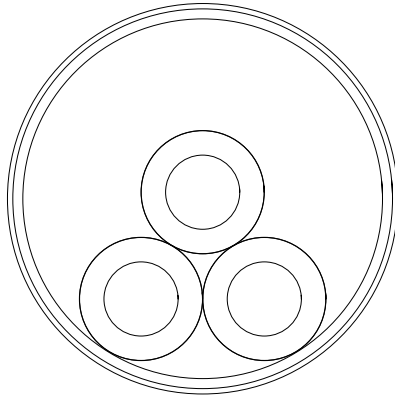


FIGURA 4.7: Arranjo dos cabos

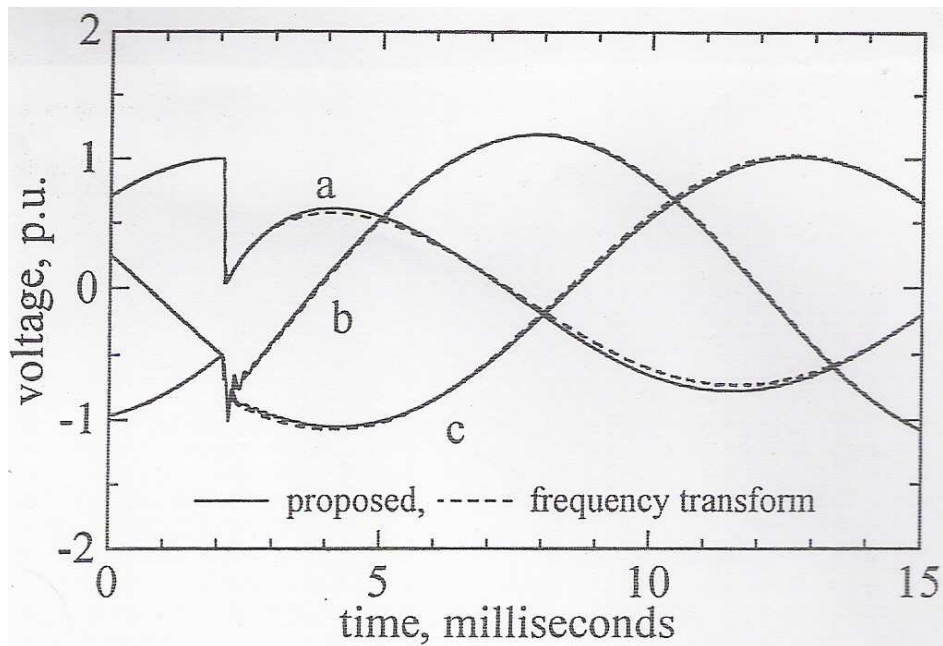
sua parte real com valor negativo para alguns casos e conseqüentemente um erro na modelagem do cabo. Manhães (1992), por sua vez, aplicou a eq. (3.32) sem desprezar  $Z_{p_{i1}}$ . Na Fig. 4.8(b) foi apresentado, em linhas pontilhadas, a resposta adequada para o modelo da Fig. 4.6, contendo a sub-matriz  $Z_{c_1}$  na sua forma completa.

As comparações entre os dois métodos foram efetuadas através de um índice conhecido como desvio de norma absoluto, onde a norma referida é a Euclidiana. O desvio de norma absoluto DN entre uma matriz  $\mathbf{M}$  e uma matriz  $\mathbf{N}$  é definido como:

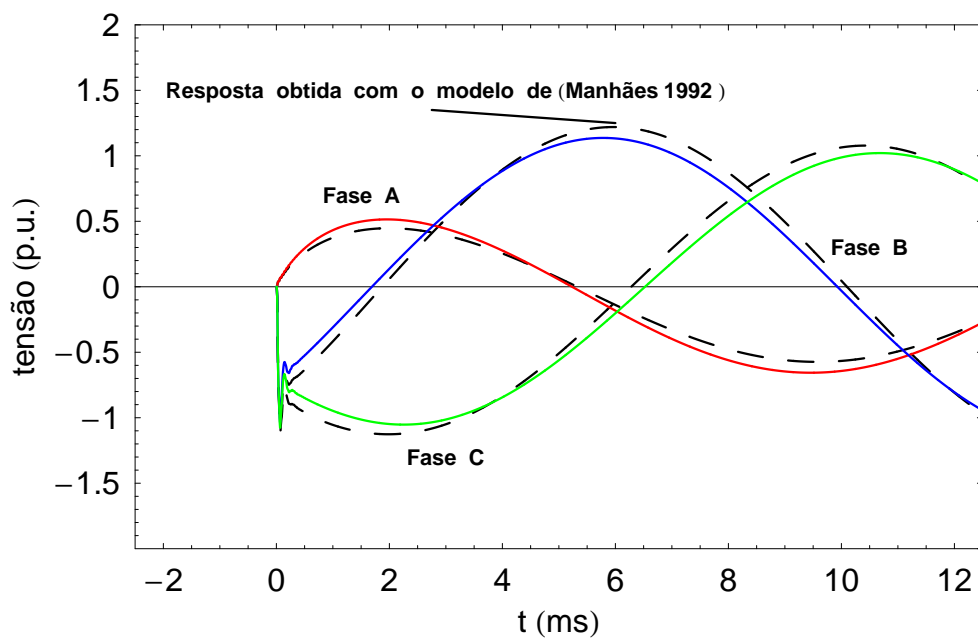
$$DN(\%) = (||\mathbf{M}|| - ||\mathbf{N}||) 100 \quad (4.1)$$

Este índice permite estabelecer, de forma global, o desvio de todos os elementos da matriz ao longo das freqüências de interesse.

O desvio de norma relativo entre a formulação do Ametani (1980) e da Manhães (1992) foi de 4,23%.



(a) Sinal AC de saída obtido por Noda



(b) Sinal AC de saída do sistema modelado

FIGURA 4.8: Comparação da resposta obtida com os resultados de Noda



# Capítulo 5

## Estudo de casos

No Capítulo 4 foram validados os modelos matemáticos implementados no *Matemática* para cabos coaxiais e cabos *pipe-type* e neste Capítulo são descritos estudos de transitórios eletromagnéticos em sistemas de cabos submarinos.

Na modelagem dos sistemas propostos neste Capítulo, duas metodologias foram adotadas. Na Tabela 5.1 são apresentadas as equações aplicadas em cada metodologia. Dos modelos propostos mostrados na Tabela 5.1, o método SASB é dado como referência por ser composto somente de formulações “clássicas” (Schelkunoff 1934, Ametani 1980, Bianchi e Luoni 1976) e o método WAWB é apresentado como uma formulação alternativa para implementação em programas de transitórios comerciais (Darski, Lima e Carneiro Jr. 2007).

TABELA 5.1: Nomeclaturas das metodologias adotadas

Modelo Matemático	Equações das impedâncias		
	Interna	Tubulação	Mar
SASB	(3.12), (3.18), (3.19), (3.20)	(3.27), (3.18), (3.19), (3.20)	(3.56)
WAWB	(3.15), (3.21), (3.22), (3.23)	(3.27), (3.21), (3.22), (3.23)	(3.56)

### 5.1 Cabo umbilical sem mangueiras hidráulicas

Os cabos de sistemas de transmissão submarinos são quase sempre compostos de armadura metálica, que tem, a princípio, a função de proteger os elementos internos contra danos mecânicos. Devido ao alto custo do lançamento destes cabos, em grandes profundidades e por longas distâncias, normalmente eles são umbilicais, contendo não só o sistema de transmissão de energia, como também sistemas de comunicação e de

comando, ou seja, são “multifuncionais”. O cabo da Fig. 5.1 é um modelo de cabo *pipe-type* umbilical dentro de uma armadura metálica.

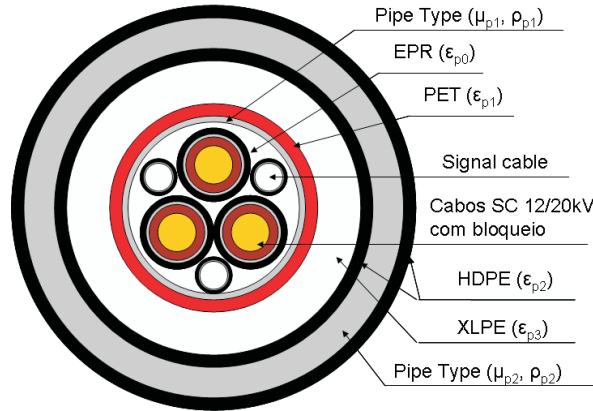


FIGURA 5.1: Cabo umbilical com duas camadas metálicas

### 5.1.1 Análise dos modos de propagação

Para o estudo das características de propagação, o cabo umbilical apresentado na Fig. 5.1 foi analisado em uma região de frequência de 10 Hz a 1 MHz. A constante de propagação foi obtida da raiz quadrada dos autovalores da matriz dada pelo produto da matriz de impedância por unidade de comprimento com a matriz de admitância por unidade de comprimento,  $\mathbf{Z}(\omega) \cdot \mathbf{Y}(\omega)$ . Para evitar o cruzamento de autovalores/autovetores foi utilizado o método de Newton-Raphson (Wedepohl, Nguyen e Irwin 1996). As velocidades dos modos de propagação e seus amortecimentos são apresentados nas Fig. 5.2 e 5.3, respectivamente. A metodologia para a análise dos modos de propagação é vista no Apêndice A.

Como o cabo umbilical tem uma estrutura peculiar, é interessante avaliar como as correntes modais se dividem. Isto pode ser feito pela análise da matriz de transformação de corrente,  $T_i$ . Infelizmente, a matriz de autovetores tem uma forte dependência com a frequência. No caso de cabos, o procedimento comum é aproximar  $T_i$  da seguinte forma:

$$T_{iapp} \cong \Re[T_i]_{|\omega \rightarrow \Omega} \quad (5.1)$$

onde  $\Omega$  é a frequência angular de maior valor. Como foi sugerido em (Gustavsen 1993), o valor  $\Omega = 2\pi 10^6$  foi adotado.

Desta forma, usando  $T_{iapp}$  calculado para 1 MHz, os modos apresentam as seguintes características:

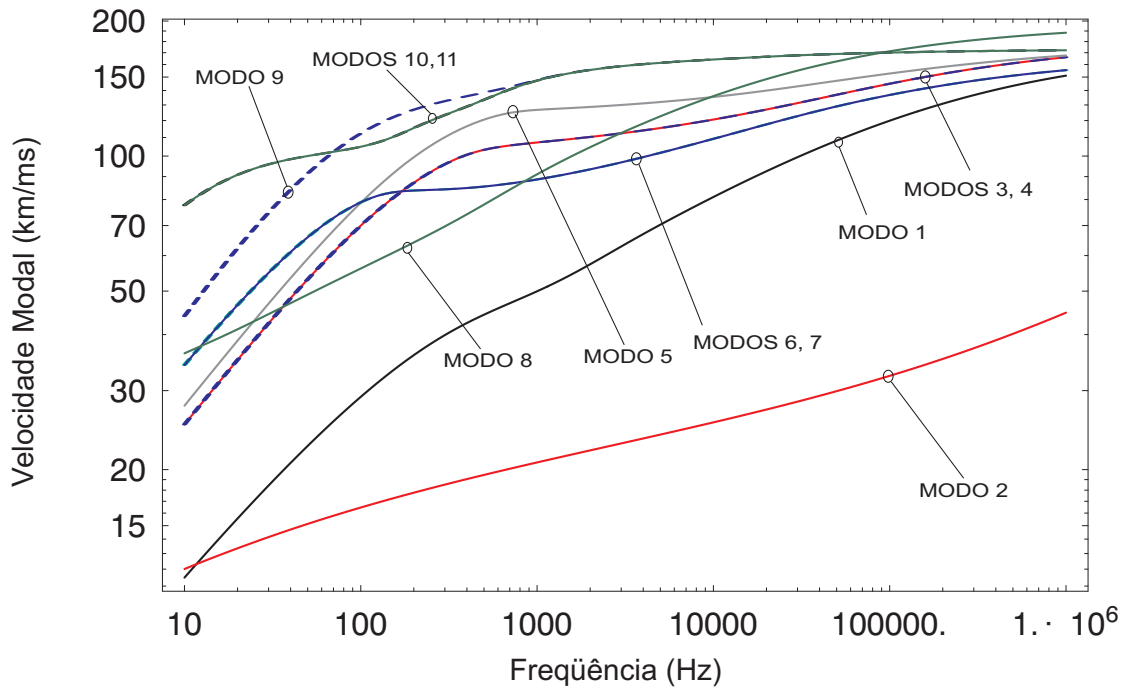


FIGURA 5.2: Velocidade dos modos de propagação

- Os modos 1, 3, 4, 5, 6 e 7 são modos *entre-blindagens*, cujas características são:
  - No modo 1, a corrente se propaga pela primeira camada metálica mais interna da tubulação e retorna pelas blindagens dos cabos coaxiais e cabos de comunicação. É um modo lento e de alta atenuação em função da permeabilidade magnética da armadura.
  - Os modos 3, 4, 6 e 7 consistem de propagações *entre-blindagens* com características muito parecidas para toda região de frequência. Porém, apresentam uma maior velocidade e menor atenuação que o modo 1. Estes modos não passam pela camada metálica da tubulação.
  - No modo 5, *entre-blindagens*, a onda se propaga pelas blindagens dos cabos coaxiais e retorna pela blindagem do cabo de comunicação adjacente, sendo que 1,73 % retorna pela primeira camada metálica. Por ter um caminho de retorno menor que o dos outros modos *entre-blindagens*, apresenta uma velocidade superior e uma menor atenuação.
- No modo 2, de retorno pelo mar, a corrente se propaga pela camada metálica mais externa e retorna pela água. Este modo tem uma característica de alta atenuação e velocidade muito baixa, devido a alta indutância do caminho de retorno e da capacitância do cabo.

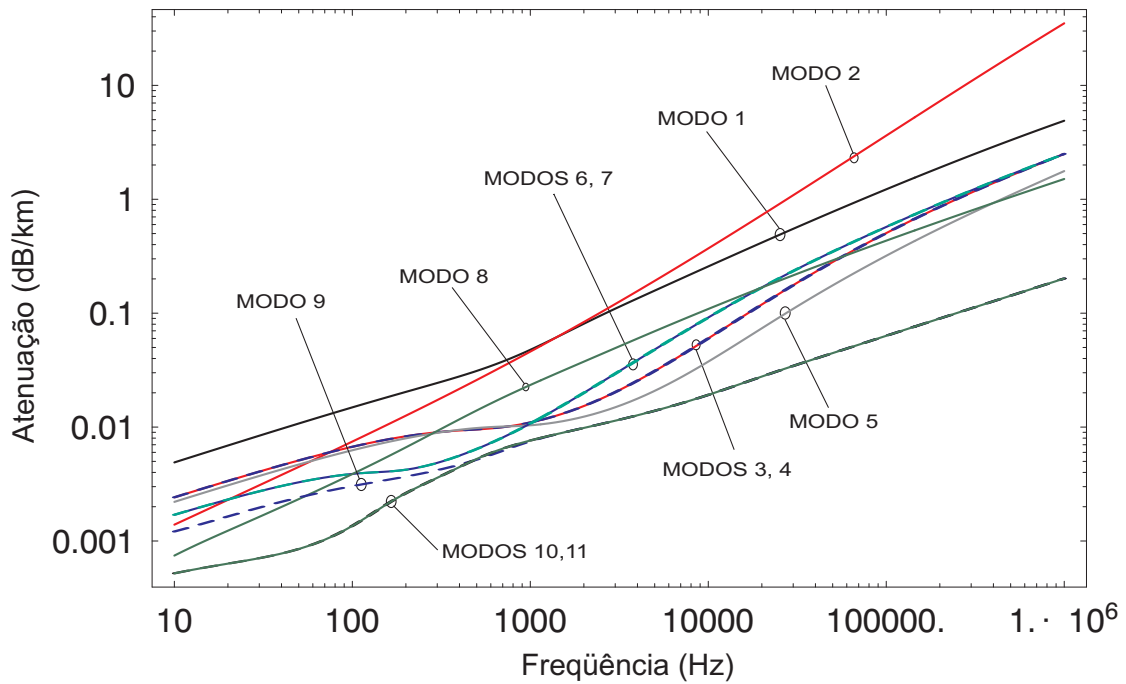


FIGURA 5.3: Amortecimento dos modos de propagação

- O modo 8, *entre-pipes*, propaga-se pela segunda camada metálica e retorna pela primeira camada metálica.
- O modo 9 é puramente coaxial. Praticamente toda corrente que se propaga pelo núcleo retorna por sua respectiva blindagem. Desta forma, apresenta uma velocidade superior aos outros modos e uma baixa atenuação.
- O modos 10 e 11, assim como o modo 9, são puramente coaxiais. Porém, em alguns cabos coaxiais, a corrente pode propagar-se pela blindagem e retornar pelo seu respectivo núcleo, e em outros, propagar-se pelo núcleo e retornar pela respectiva blindagem.

## 5.1.2 Análise de transitórios na transmissão de energia

Para a análise das tensões nos *terminais receptores*, três configurações foram adotadas. O cabo umbilical foi modelado no domínio da frequência e a NLT (*Transformada Numérica de Laplace*) foi utilizada para obter as respostas no domínio do tempo. A NLT aplicada neste trabalho é apresentada no Apêndice D enquanto que os dados do cabo umbilical são dados na Tabela 5.2<sup>1</sup>. Foi considerada uma resistividade para a água do mar<sup>2</sup> igual a  $0,2 \Omega \cdot m$  e um comprimento da linha de 10 km em todos os casos. Em todos os casos testados, o sistema foi simulado utilizando SASB (formulação “classica” da impedância) e WAWB (formulação aproximada da impedância).

TABELA 5.2: Dimensões e constantes de um cabo umbilical 12/20 kV

<b>Cabos SC</b>			
<b>Dimensões</b>		<b>Constantes físicas</b>	
$r_c$	9,15 mm	$\rho_n$	0,0173 $\mu\Omega m$
EPR	6,20 mm	$\varepsilon_1$	3,00
Blindagem	1,08 mm	$\rho_s$	0,0173 $\mu\Omega m$
PE	1,5 mm	$\varepsilon_2$	3,72
<b>Cabos de Fibra óptica</b>			
$r_i$	6,05 mm	$\rho_f$	0,0173 $\mu\Omega m$
$r_e$	6,85 mm		
PET	1,70 mm	$\varepsilon_3$	2,30
<b>Primeira camada metálica com enchimento em EPR</b>			
$r_i$	38,63 mm	$\rho_{p1}$	0,171 $\mu\Omega m$
$r_e$	39,43 mm	$\mu_{p1}$	200
HDPE	4,00 mm	$\varepsilon_{p1}$	2,30
<b>Segunda camada metálica com enchimento em XLPE+HDPE</b>			
$r_i$	75,63 mm	$\rho_{p2}$	0,171 $\mu\Omega m$
$r_e$	87,63 mm	$\mu_{p2}$	400
HDPE	5,00 mm	$\varepsilon_{p2}$	2,30

<sup>1</sup>Dados fornecidos pelo CENPES

<sup>2</sup>Retirada da url <http://www.sacor.com.br/pages/portugues/divProtCat/artigos/pcaAr001.doc>

### 5.1.2.1 Emissor em curto-circuito

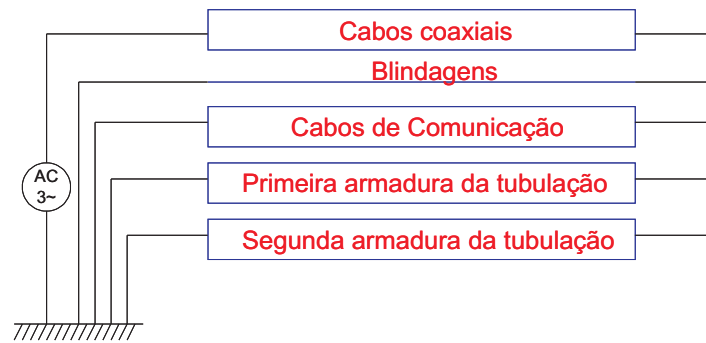


FIGURA 5.4: Configuração estudada no caso # 1

O primeiro teste é mostrado na Fig. 5.4. O sinal de entrada é trifásico simétrico, senoidal, com frequência igual a 60 Hz, estando as blindagens e o *pipe* aterrados no terminal emissor. As tensões nos terminais receptores, obtidas usando os métodos SASB e WAWB são mostradas nas Fig. 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8. A concordância entre as duas formulações é muito boa. A maior diferença encontrada entre as respostas é de 0,009 pu.

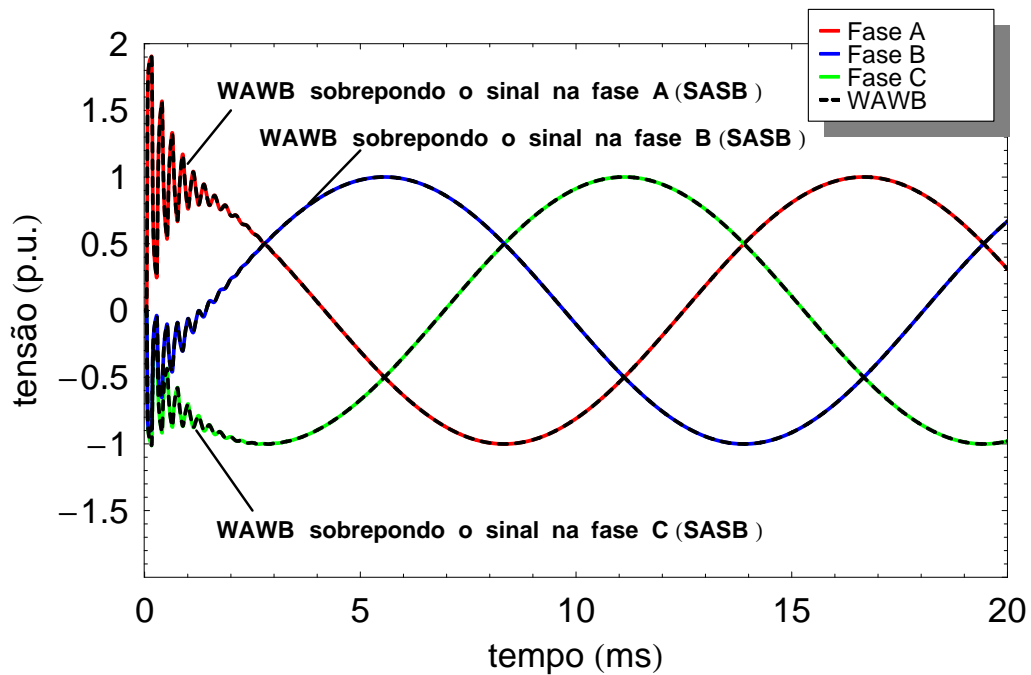


FIGURA 5.5: Tensões nos núcleos - caso # 1

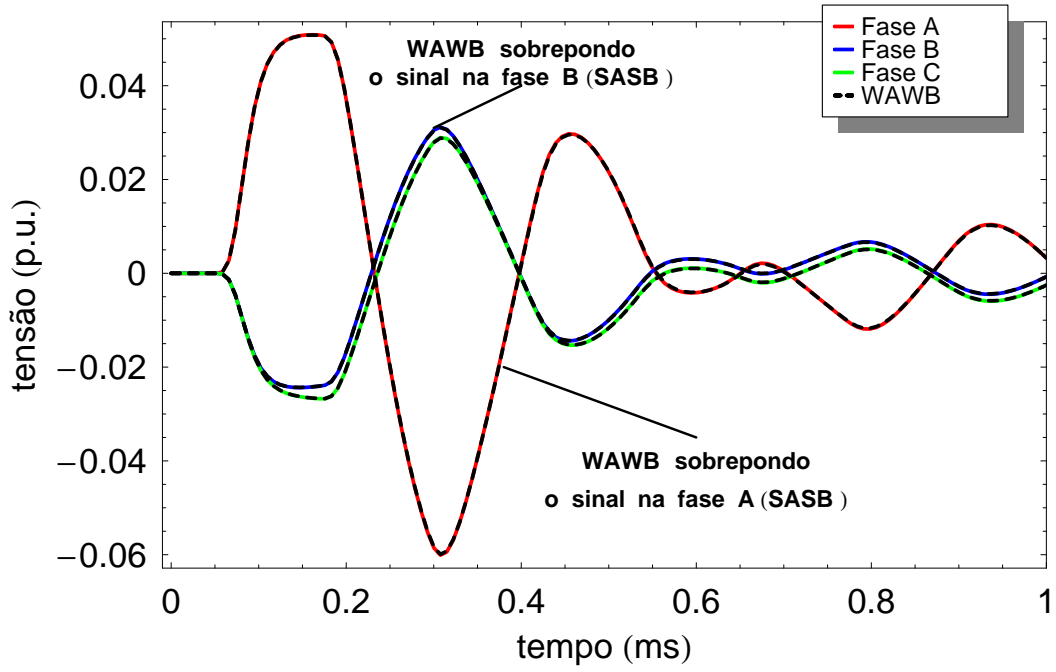


FIGURA 5.6: Tensões nas blindagens - caso # 1

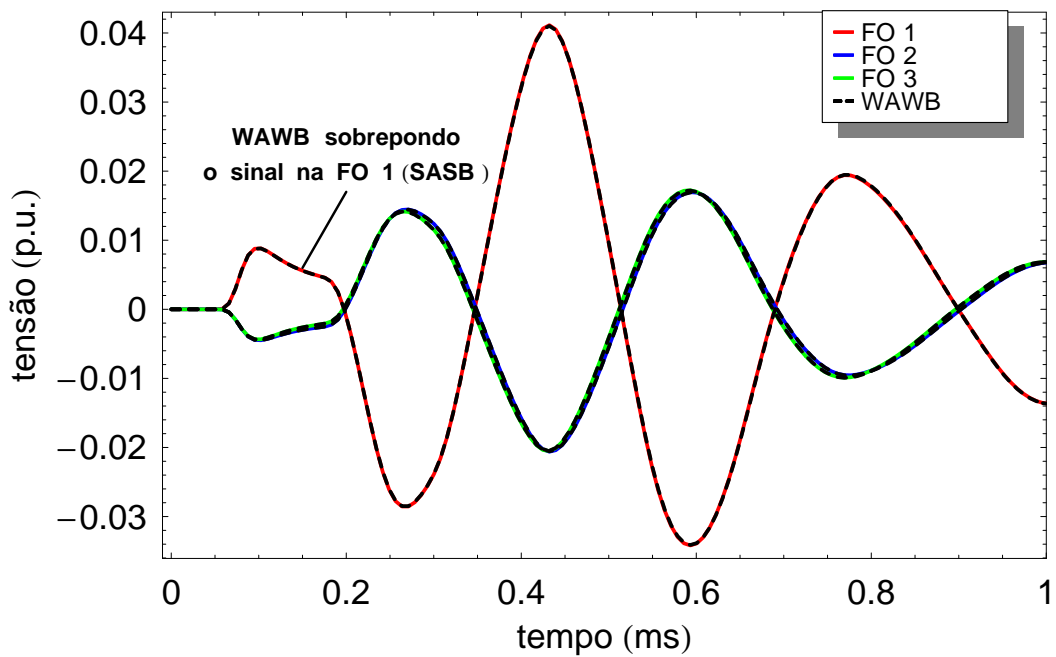


FIGURA 5.7: Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação - caso # 1

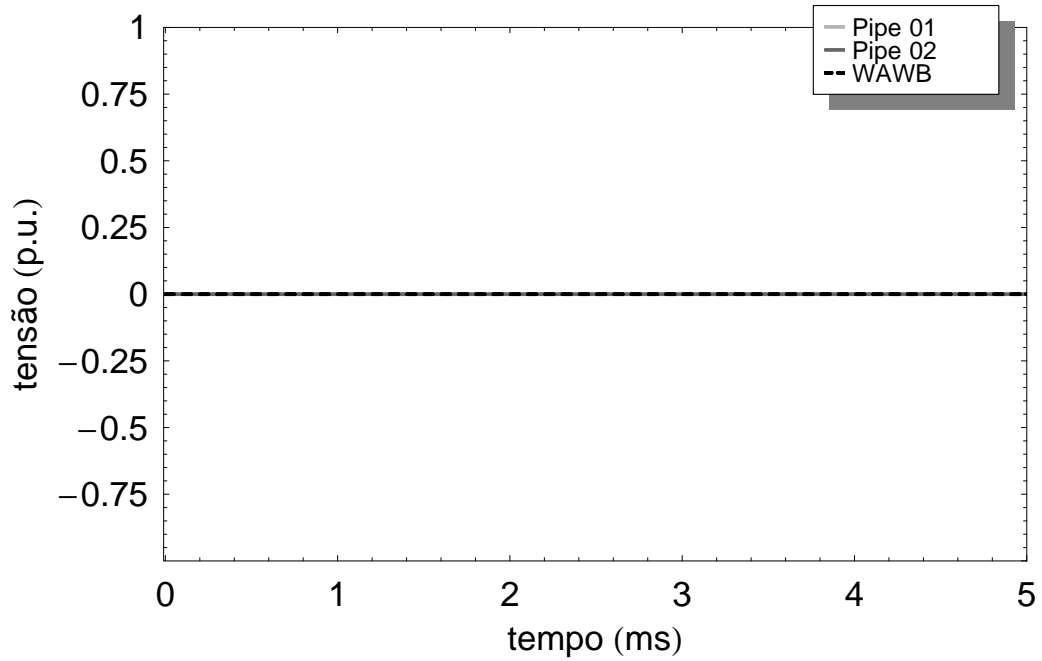


FIGURA 5.8: Tensões no *pipe* - caso # 1

### 5.1.2.2 Emissor aberto

O segundo caso é similar ao primeiro, sendo que agora nenhum condutor é aterrado, conforme mostrado na Fig. 5.9. As tensões nos terminais do lado receptor são mostradas nas Fig. 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13. Novamente houve uma boa concordância entre as formulações. A maior maior diferença encontrada neste caso foi de 0,001 pu.

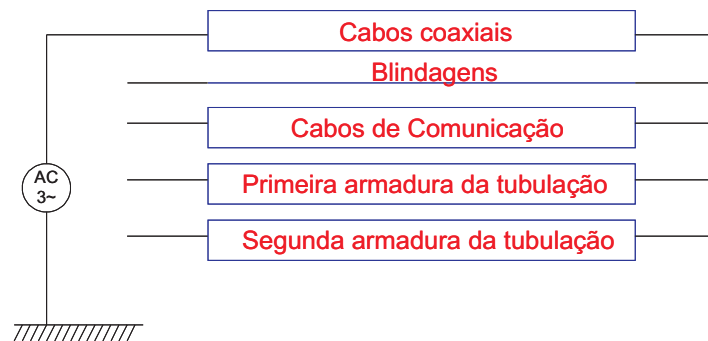


FIGURA 5.9: Configuração estudada no caso # 2



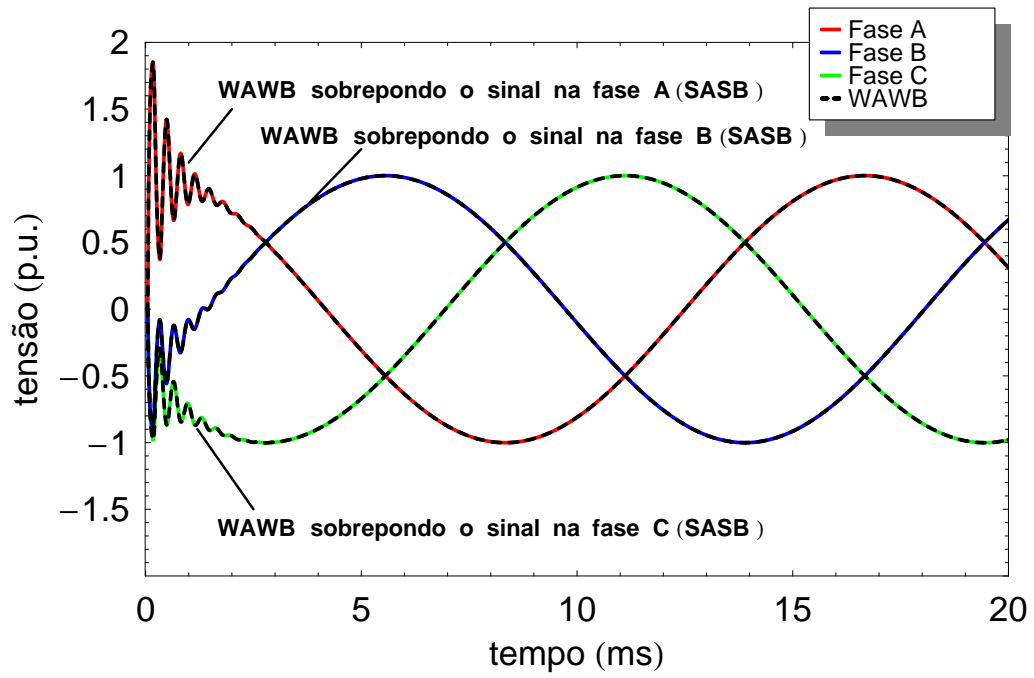


FIGURA 5.10: Tensões nos núcleos - caso # 2

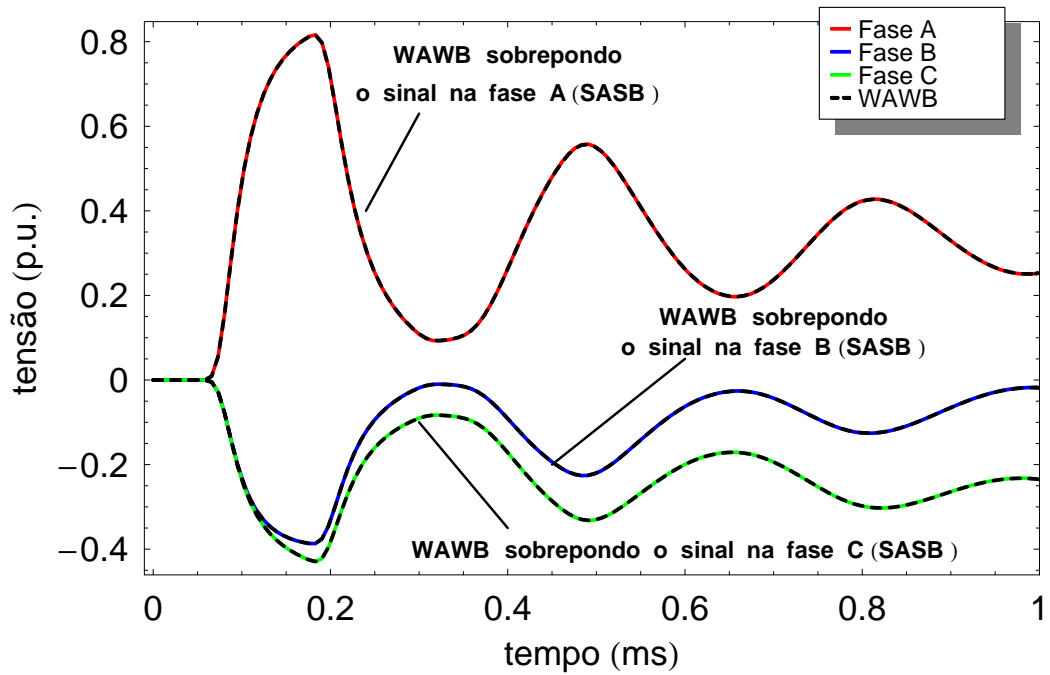


FIGURA 5.11: Tensões nas blindagens - caso # 2

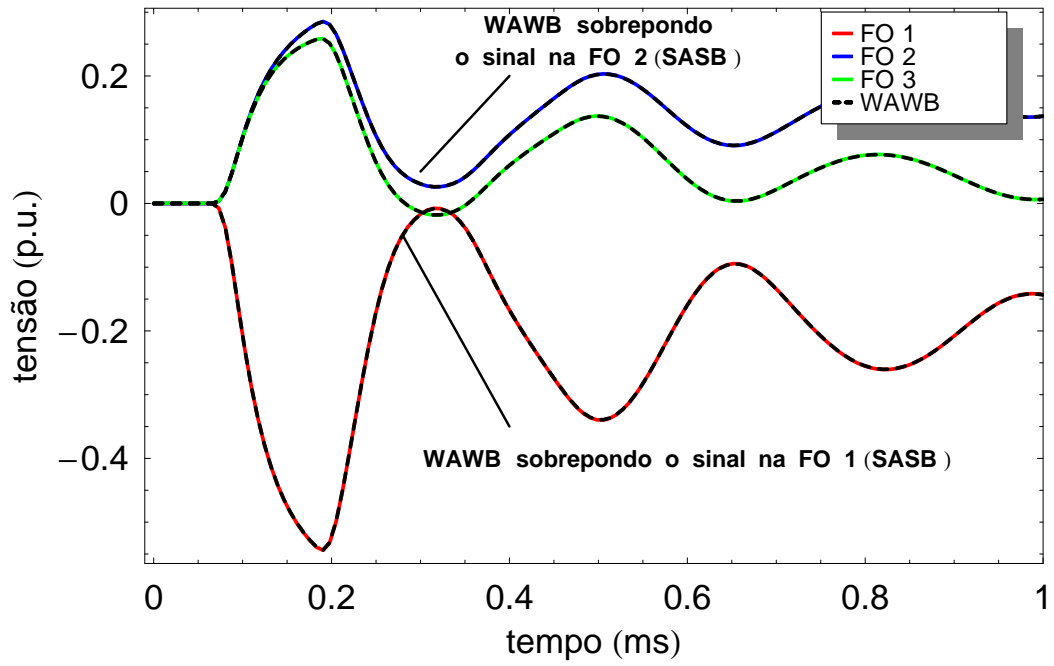


FIGURA 5.12: Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação - caso # 2

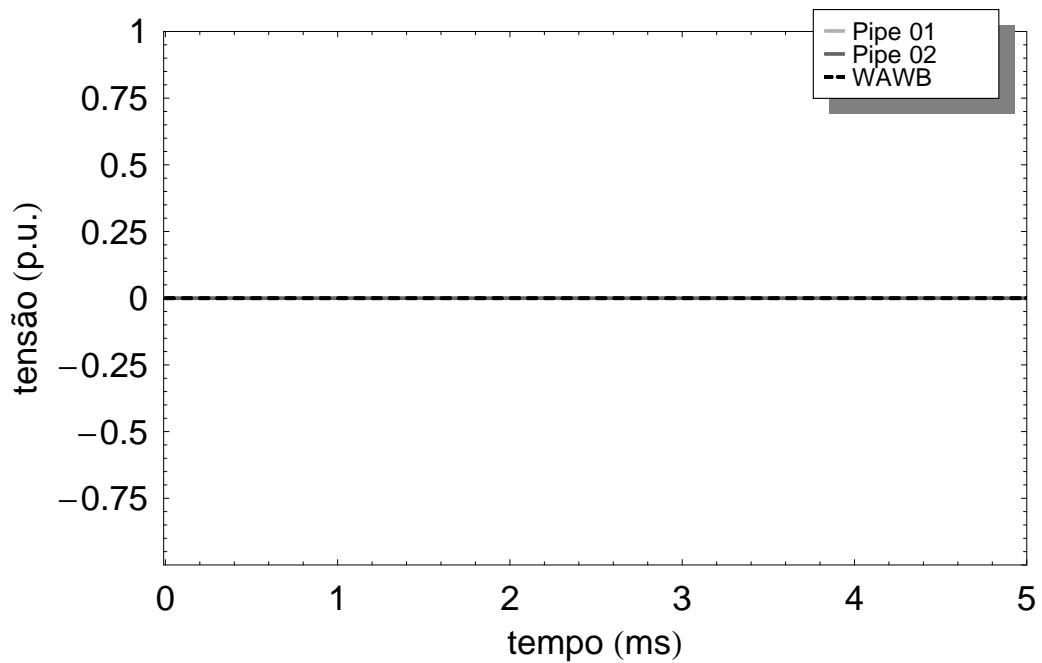


FIGURA 5.13: Tensões no *pipe* - caso # 2

### 5.1.2.3 Resposta ao degrau com emissor aberto

No terceiro caso, um degrau unitário é aplicado no núcleo da fase A enquanto os outros terminais estão em aberto, como mostrado na Fig. 5.14. Neste caso é interessante analisar as tensões induzidas nos *pipes*, devido a uma súbita mudança na tensão de alimentação. A Fig. 5.18 mostra as tensões no *pipe*, enquanto as Fig. 5.15, 5.16 e 5.17 mostram as tensões nos demais terminais. Novamente as formulações apresentaram erros pequenos, sendo a maior diferença encontrada entre as respostas igual a 0,001 pu.

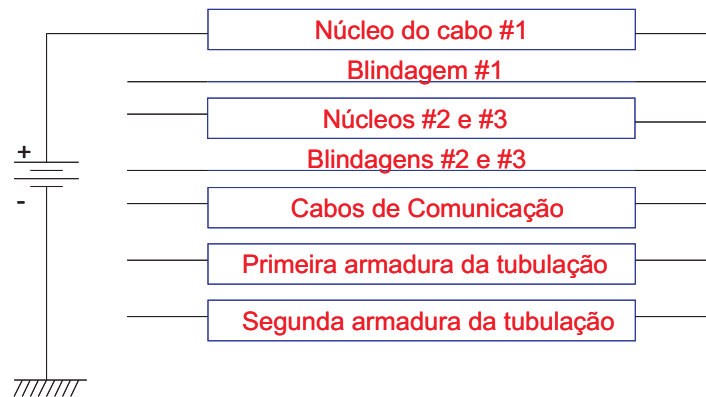


FIGURA 5.14: Configuração estudada no caso # 3

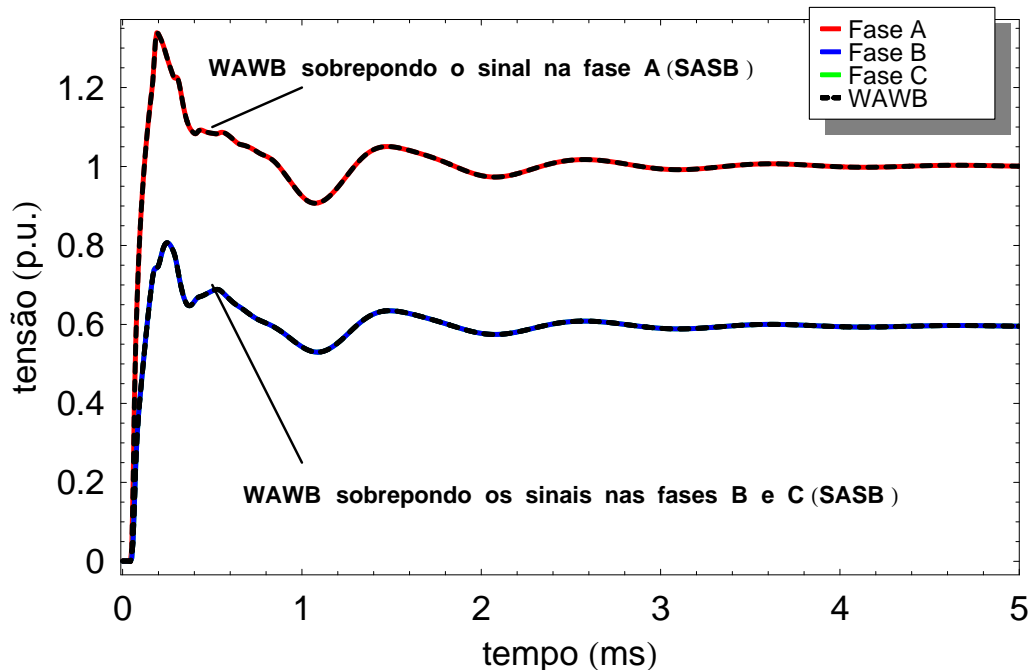


FIGURA 5.15: Tensões nos núcleos - caso # 3

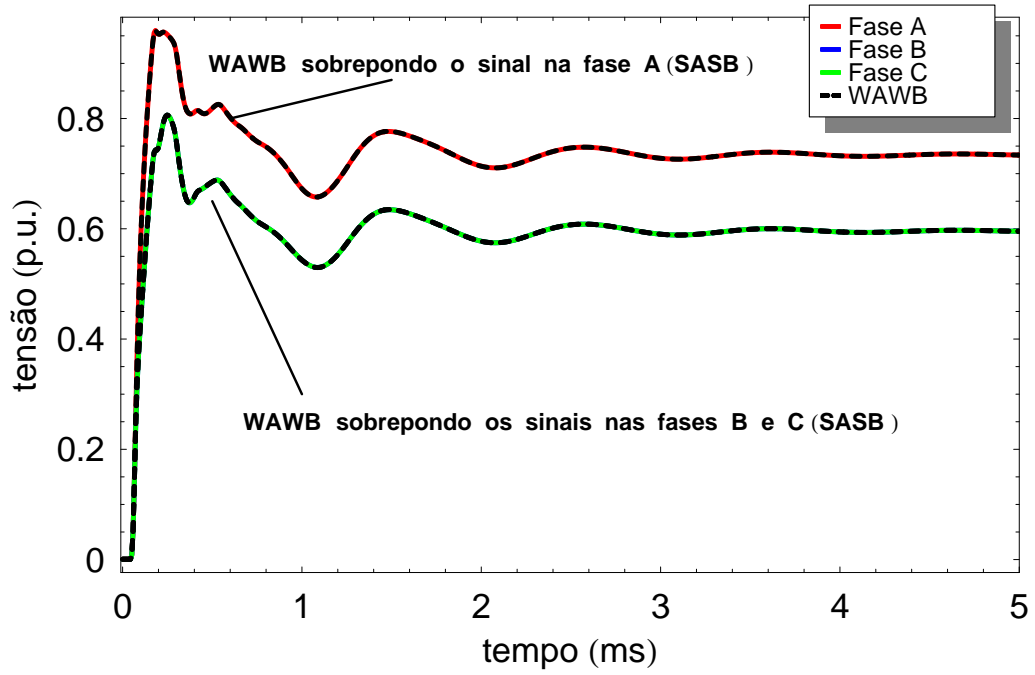


FIGURA 5.16: Tensões nas blindagens - caso # 3

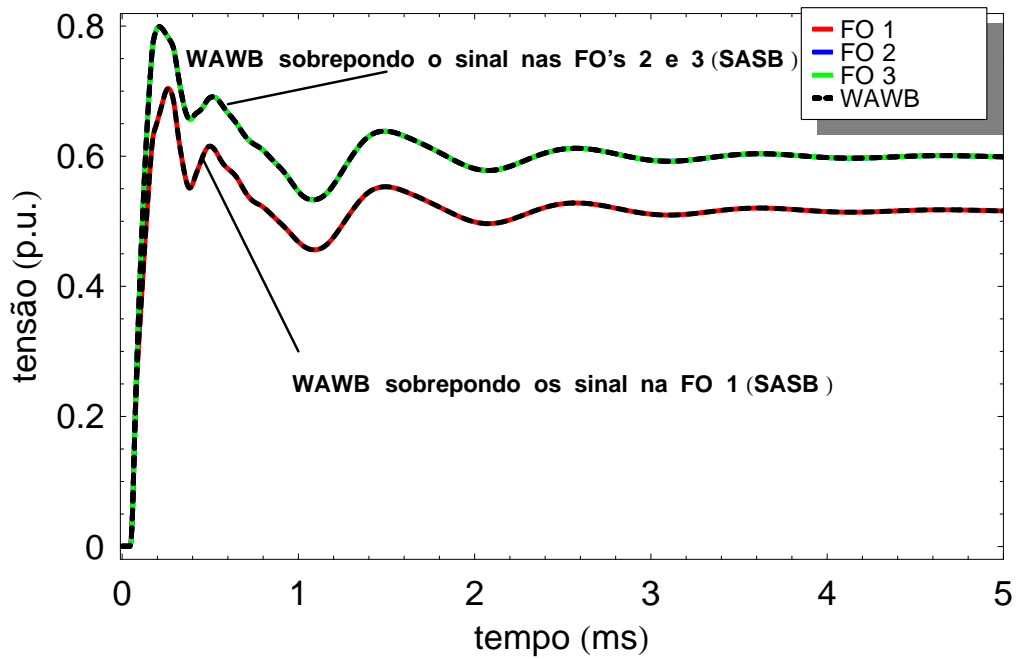


FIGURA 5.17: Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação - caso # 3

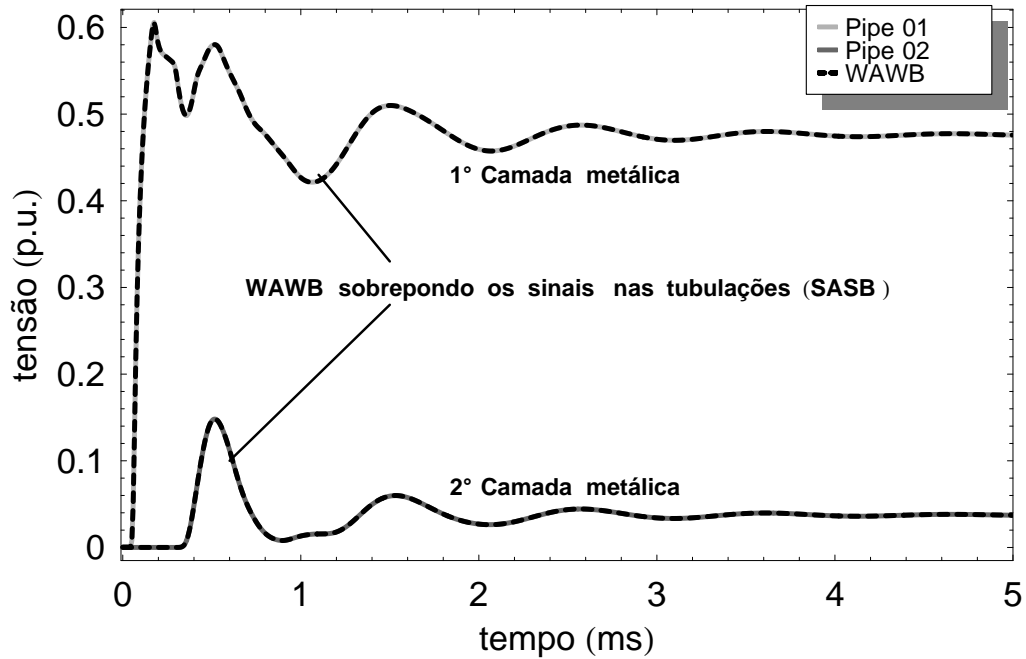


FIGURA 5.18: Tensões no *pipe* - caso # 3

Na Fig. 5.18 nota-se um atraso no sinal da segunda camada metálica. O atraso ocorre pois a corrente que se propaga na segunda camada metálica é caracterizada pelo modo 2, mostrado nas Fig. 5.2 e 5.3. Como foi descrito anteriormente, o modo 2 tem uma característica de baixa velocidade, em torno de  $30 \text{ m}/\mu\text{s}$ . A velocidade de propagação do modo 2 pode ser obtida através da Fig. 5.2 admitindo-se que a maior frequência presente no cabo seja em torno de  $100 \text{ kHz}$ . Utilizando-se o mesmo raciocínio, nota-se que para a tensão na primeira camada metálica o atraso é de cerca de  $0,05 \text{ ms}$ , o que corresponde ao apresentado na Fig. 5.18.

## 5.2 Cabo umbilical com mangueiras hidráulicas

### 5.2.1 Análise de transitórios na transmissão de energia

Na seção anterior, foi observado que quando o cabo da Fig. 5.1 é alimentado com uma fonte trifásica simétrica, as tensões nas camadas metálicas são nulas, pois as componentes se anulam vetorialmente. Desta forma, para analisarmos as sobretensões nas mangueira hidráulicas e nas camadas metálicas, estudaremos nesta seção apenas um caso: com um degrau aplicado no núcleo da fase A, em  $t = 0$  segundos, enquanto os outros terminais estão em aberto. O cabo da Fig. 5.1 tem as mesmas características construtivas do cabo da Fig. 5.19, a única diferença entre eles é que o último é con-

stituído de três mangueiras hidráulicas dispostas simetricamente entre as duas camadas metálicas. A Tabela 5.3 apresenta as características construtivas das mangueiras. As Fig. 5.20 e 5.21 mostram as tensões no *pipe* e nas mangueiras, respectivamente, enquanto as Fig. 5.22, 5.23 e 5.24 mostram as tensões nos demais terminais. O modelo WAWB foi aplicado na modelagem do cabo, devido ao bom desempenho apresentado nas simulações anteriores.

TABELA 5.3: Dimensões e constantes das mangueiras hidráulicas

Mangueiras hidráulicas			
Dimensões		Constantes físicas	
$r_i$	6,80 mm	$\rho_{mg}$	0,200 $\Omega$ m
$r_e$	8,80 mm	$\mu_{mg}$	200
XLPE	4,40 mm	$\varepsilon_{mg}$	2,40

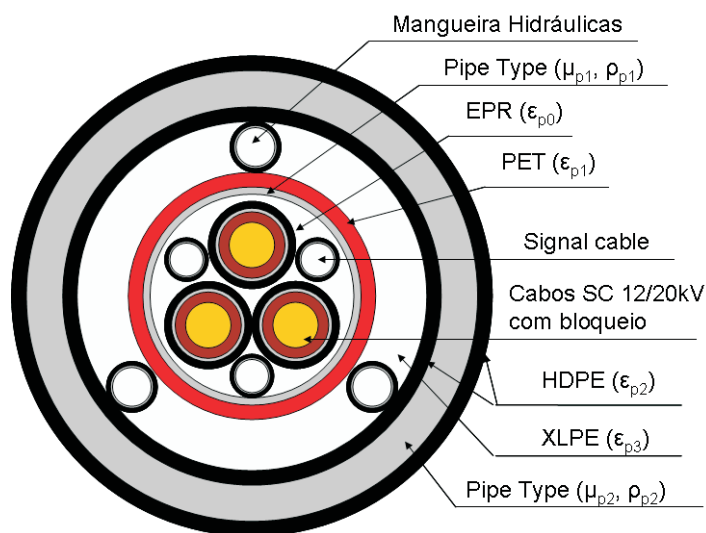


FIGURA 5.19: Cabo umbilical com mangueiras hidráulicas

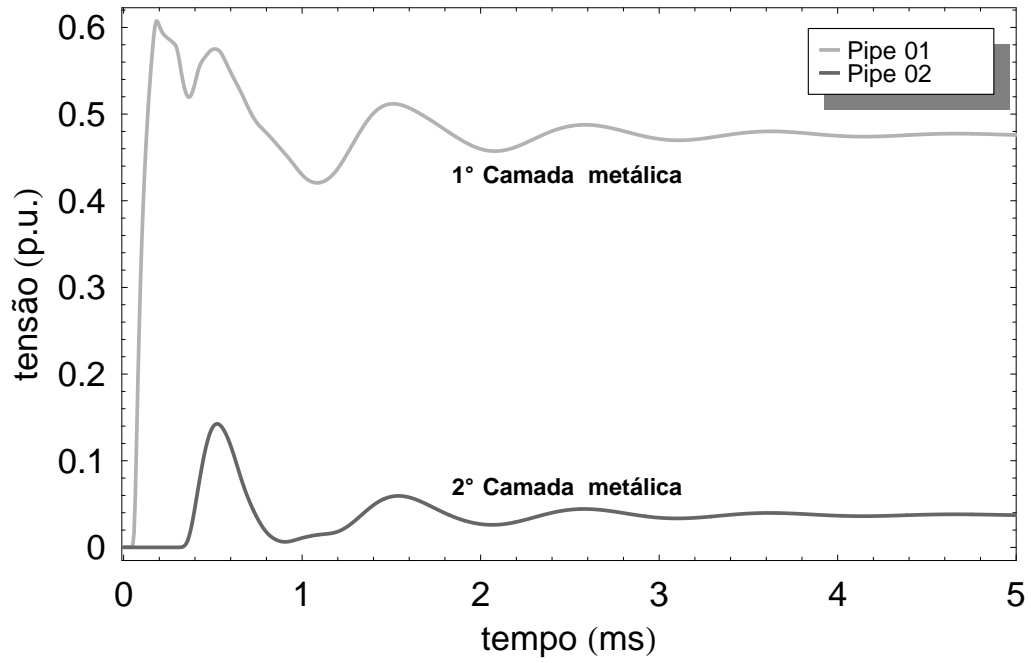


FIGURA 5.20: Tensões no *pipe*

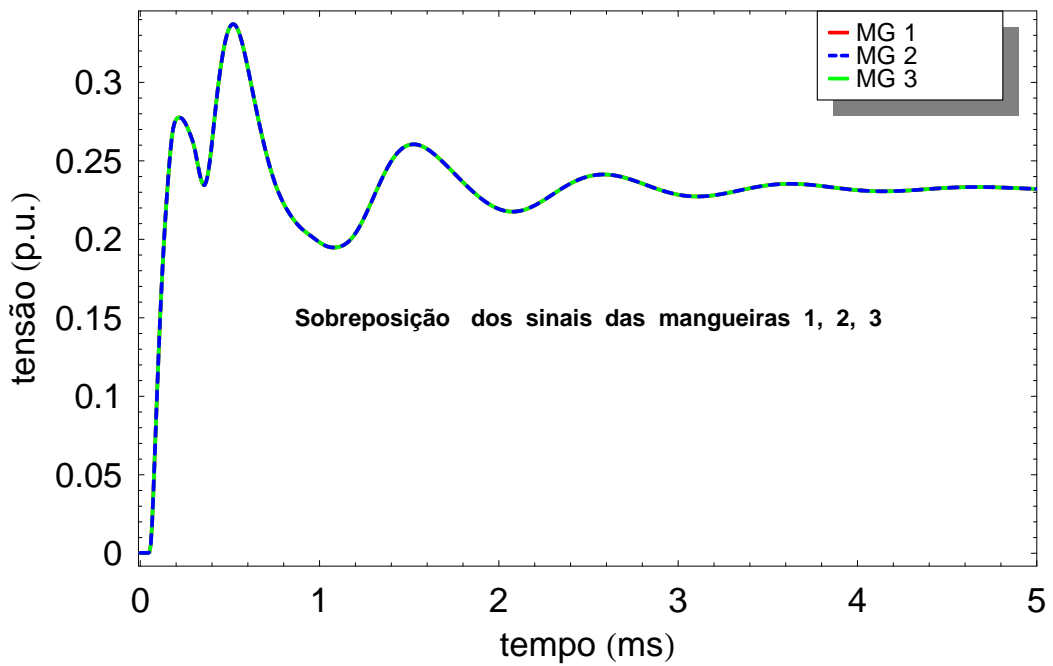


FIGURA 5.21: Tensões nas mangueiras hidráulicas

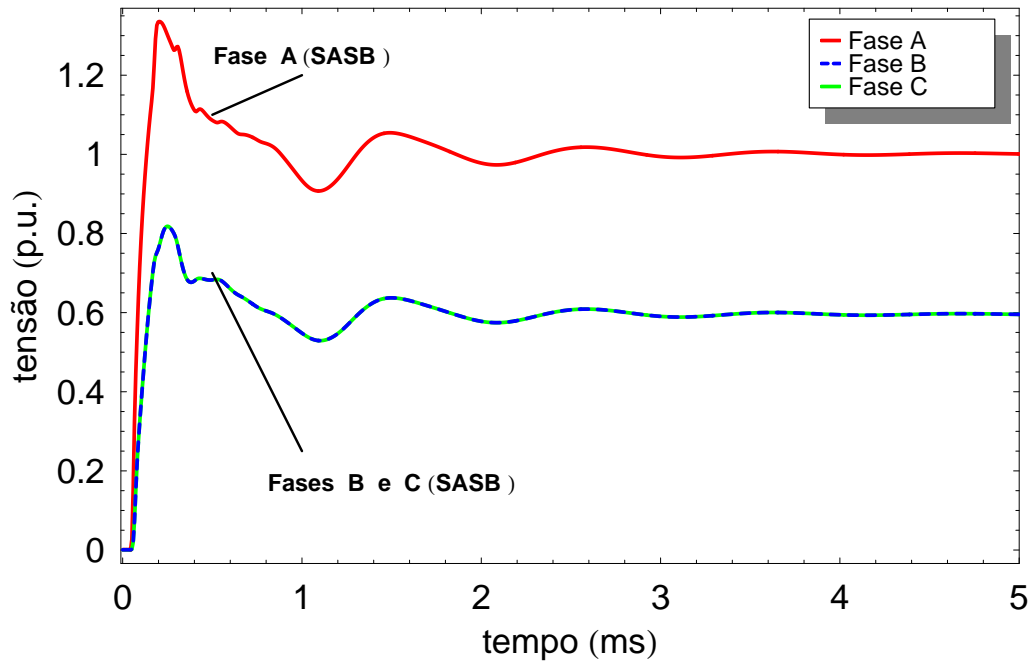


FIGURA 5.22: Tensões nos núcleos

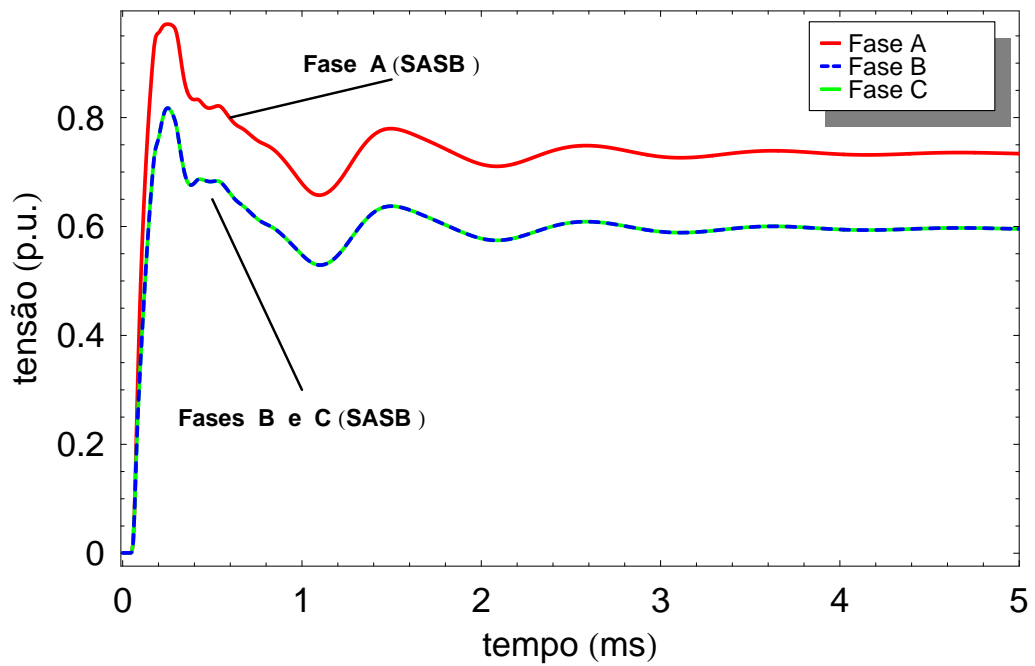


FIGURA 5.23: Tensões nas blindagens



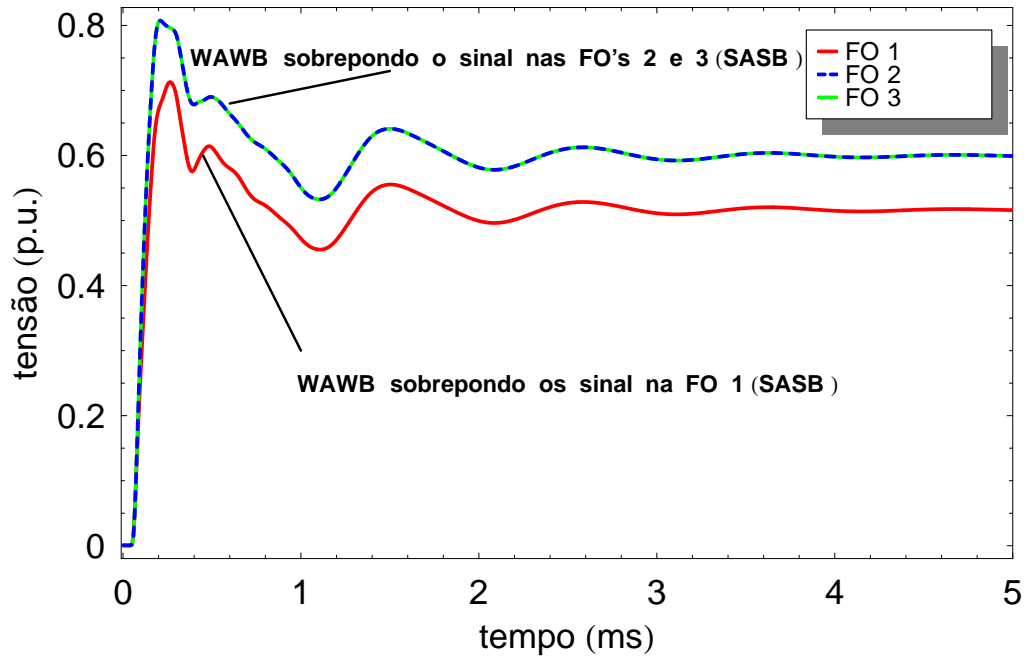


FIGURA 5.24: Tensões nas blindagens dos cabos de comunicação

É importante ressaltar que as respostas ao degrau nos terminais apresentaram oscilações idênticas as obtidas no caso # 3 da Seção anterior, ou seja, as mangueiras não alteram o sinal no terminal receptor dos outros elementos metálicos.

### 5.3 Transitórios no acionamento de uma máquina de indução

Alguns sistemas de acionamento industriais possuem um conjunto conversor / alimentador / motor. Os acionamentos usados na exploração de petróleo normalmente operam com cabos de comprimentos quilométricos em grandes profundidades. Os cabos *pipe-type* comumente são empregados para o acionamento de motores submersos, sendo a parte mais cara do sistema de exploração, independentemente de possuir conversor ou não. Os motores projetados para a utilização em poços de petróleo profundos são de indução, com parâmetros mecânicos e elétricos não usuais. São denominados de BCS (*Motores de bombeio centrífugo submerso*), e consistem de pequenos motores acoplados em um eixo comum, tendo cerca de 20 cm de diâmetro nominal, podendo chegar a 15 m de comprimento (Lima 1999).

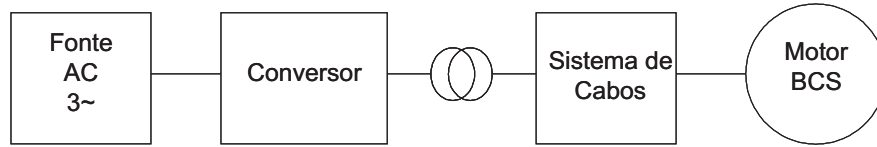


FIGURA 5.25: Conjunto conversor/alimentador/motor

A título de estudos foram analisados alguns casos com um sistema conversor / alimentador / motor. Porém, devido a indisponibilidade dos parâmetros do motor BCS, usualmente aplicado em processos de exploração de petróleo, as simulações foram feitas utilizando um modelo equivalente de máquina baseado em (Mello 2000).

$$Z_s = 29,427 \cdot 10^{-3} \frac{(s + 91,003)(s + 44,893)(s + 4,7964)}{(s + 66,098)(s + 8,4443)} \quad (\Omega) \quad (5.2)$$

O cabo utilizado nos ensaios é um *pipe-type* com configuração triangular interna a tubulação, mostrado na Fig. 5.26. As características construtivas do cabo são dadas na Tabela 5.4.

Na modelagem do cabo, a redução matricial é feita supondo-se que a tubulação está em contato com o meio externo, isto é, aterrada. As simulações foram feitas supondo um cabo de 10 km de comprimento.

TABELA 5.4: Dimensões e constantes do cabo PT

Cabo Pipe-type			
Dimensões		Constantes físicas	
$r_c$	2.00 mm	$\rho_c$	0.0173 $\mu\Omega\text{m}$
EPR	3.00 mm	$\varepsilon_c, \varepsilon_{p1}$	3.00
$r_{p1}$	10.77 mm	$\mu_{p1}$	200
$r_{p2}$	11.57 mm	$\rho_p$	0.171 $\mu\Omega\text{m}$

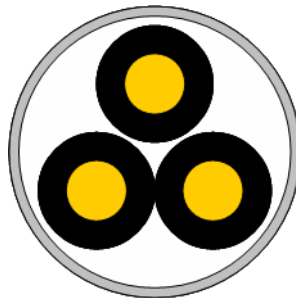


FIGURA 5.26: Alimentador - Cabo PT

### 5.3.1 Circuito aberto - caso # 1

O caso # 1 é mostrado na Fig. 5.27. O sinal de entrada no conjunto conversor / alimentador é trifásico simétrico, senoidal, com frequência igual a 60 Hz. A tensão no terminal receptor da fase A é mostrada na Fig. 5.28.

Como as simulações nesta Seção são feitas a título de ilustração, o conversor utilizado é o de 6 pulsos, devido a simplicidade de sua modelagem no *Mathematica 5.1*. Conversores como este não são aplicados em sistemas de exploração de petróleo.

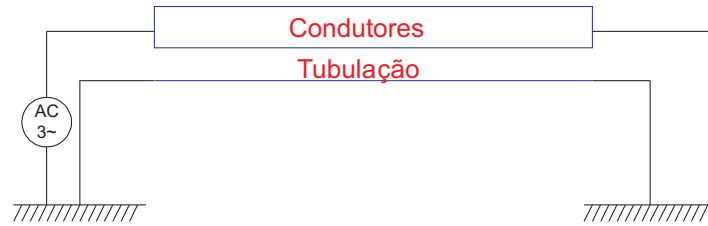


FIGURA 5.27: Configuração estudada no caso # 1

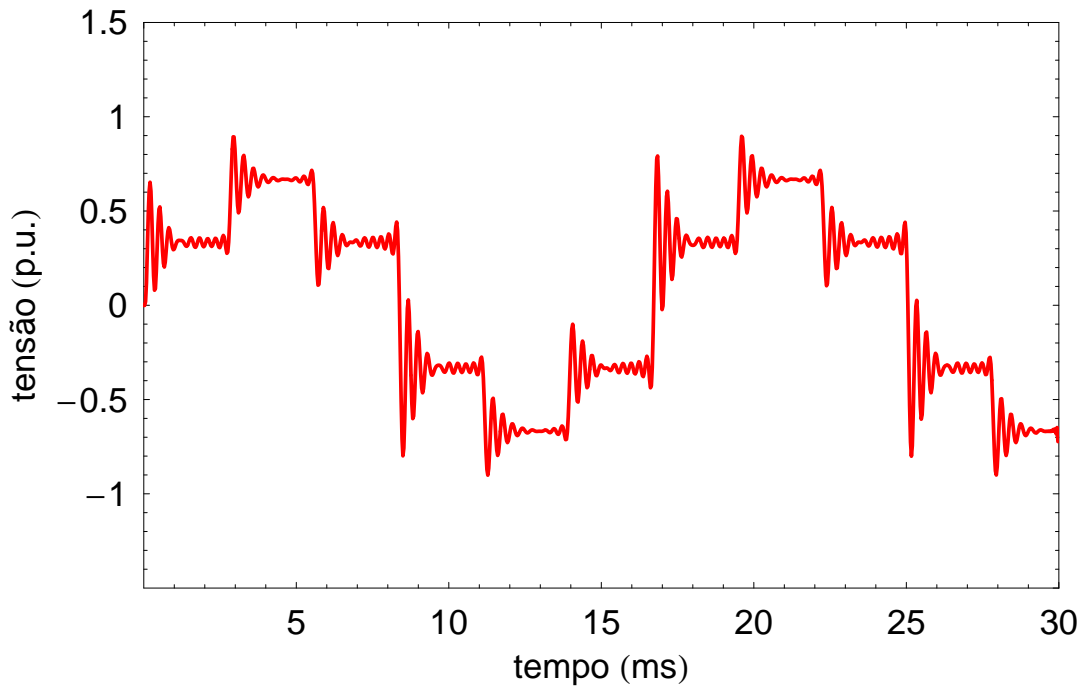


FIGURA 5.28: Tensão no terminal da fase A - caso # 1

### 5.3.2 Motor com ligação em estrela não-aterrada - caso # 2

Os motores empregados em sistemas de exploração de petróleo, normalmente são ligados em estrela aberta, conforme mostrado na Fig. 5.29.

Como a análise das tensões foi feita previamente no domínio da frequência utilizando a  $Y_{nodal}$ , o motor foi modelado como sendo aterrado com uma impedância infinita ( $10^8 \Omega$ ). A tensão no terminal receptor da fase A do motor é vista na Fig. 5.30.

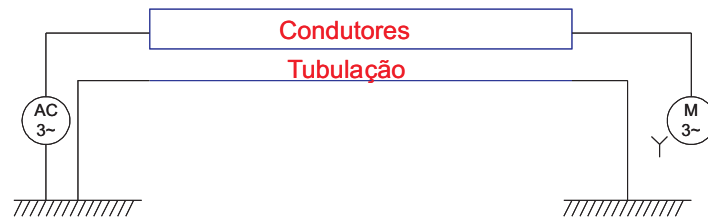


FIGURA 5.29: Configuração estudada no caso # 2

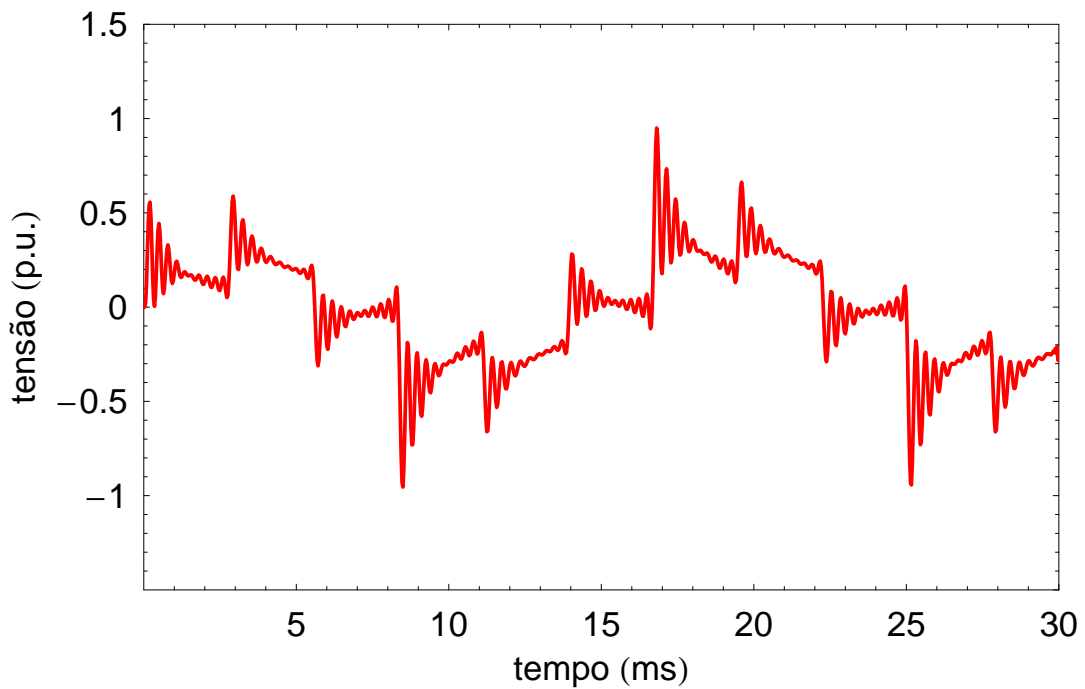


FIGURA 5.30: Tensão no terminal da fase A - caso # 2

# Capítulo 6

## Conclusão

### 6.1 Conclusões Gerais

Este trabalho teve como foco principal a modelagem e o estudo de transitórios eletromagnéticos em cabos elétricos, conhecidos como umbilicais, utilizados em sistemas de transmissão não convencional. Este sistema de transmissão não convencional é típico na alimentação de plataformas de petróleo e outras aplicações industriais onde os cabos de “força” são conjugados com cabos de controle, telecomunicação, e até mesmo cabos estruturais.

A modelagem de um sistema com estas características torna-se um grande desafio devido a configuração assimétrica e não concêntrica dos elementos metálico envolvidos por uma ou mais camadas metálicas. Um primeiro passo antes de realizar o estudo de transitórios, foi validar o modelo com o auxílio do programa *EMTDC* bem como através resultados existentes publicados na literatura.

Apresenta-se a seguir as principais conclusões do presente trabalho agrupadas por tópicos.

#### 6.1.1 Validação do modelo

Na modelagem de um sistema de cabos coaxiais, alguns modelos alternativos foram estudados e comparados com o modelo “clássico” (*S-P*) e resultados obtidos no *EMTDC*. O modelo *W-L* apresentou uma boa precisão quando comparado com o modelo *S-P*. A maior diferença entre as respostas (no domínio do tempo) obtidas com os dois modelos foi de 0,035 pu e o tempo de simulação foi de 27,77 % do tempo exigido pelo modelo *S-P*. O modelo alternativo considerou a aproximação de (Wedepohl e Wilcox 1973) na representação do efeito pelicular nos condutores e a aproximação de (Lima e Portela 2007) na representação da impedância de retorno pelo solo. Devido a boa

precisão da aproximação de (Lima e Portela 2007), um impacto no domínio do tempo não foi observado. Desta forma, conclui-se os impactos que ocorrem em simulações com sistemas de cabos coaxiais, no domínio do tempo, são causados pela imprecisão da formulação da impedância de retorno implementadas em programas de transitórios eletromagnéticos. Um exemplo disto são os modelos  $W-W$  e  $S-W$ , que apresentam resultados muito próximos dos resultados obtidos no programa  $EMTDC$ , e utilizam a formulação aproximada de (Wedepohl e Wilcox 1973) no cálculo da impedância de retorno pelo solo. Aproximação esta, que apresenta erros na ordem de 20 a 30%.

Na modelagem de sistemas aéreos de transmissão, o mesmo não ocorre, pois as formulações aproximadas de retorno pelo solo, vide Apêndice C, são bastante precisas (Lima et al. 2004).

Na modelagem de um cabo *pipe-type* proposto por (Noda 1996), baseado na formulação de Ametani (1980), o cálculo dos parâmetros longitudinais foi feito de forma inadequada. Os autores não consideraram a impedância interna da primeira camada metálica no cálculo de  $Z_{c1}$ . A formulação proposta por (Ametani 1980) para o cálculo de  $Z_{c1}$  apresentou problemas numéricos para alguns casos, inclusive com parte real negativa (resistência negativa), enquanto que a formulação proposta por (Manhães 1992) não apresentou problemas numéricos. O desvio absoluto de norma da matriz de impedância série por unidade de comprimento foi utilizado para a comparação das formulações de (Noda 1996, Ametani 1980) e (Manhães 1992). Este desvio apresentou um valor máximo de 4,23%.

Ainda com relação a formulação proposta por Ametani (1980), houve problemas de convergência quando da utilização do método de Newton-Raphson (Wedepohl et al. 1996) para a suavização dos modos. Para o método de Newton-Raphson o menor valor de tolerância considerado foi de  $10^{-9}$ . Já a formulação proposta por (Manhães 1992) não apresentou problemas numéricos e na utilização do método de Newton-Raphson, houve convergência para uma tolerância de  $10^{-4}$ . Estes resultados reforçam a idéia que o detalhamento físico reforça a robustez numérica, sendo a formulação proposta por (Manhães 1992) mais adequada para modelagem e simulação com sistemas de cabos umbilicais em programas comerciais. Ressalta-se aqui, que para o estudo do comportamento do cabo umbilical foi utilizado a representação mais detalhada.

### 6.1.2 Estudo de Casos

Após a validação do modelo matemático para cabos *pipe-type*, dois modelos foram propostos para a modelagem dos cabos umbilicais: o modelo “clássico” (SASB) e o modelo aproximado (WAWB). O modelo aproximado considerou a aproximação

de (Wedepohl e Wilcox 1973) na representação do efeito pelicular nos cabos coaxiais e na tubulação, e a formulação de (Bianchi e Luoni 1976) na representação da impedância de retorno pelo mar.

Os resultados tanto da análise de propagação dos modos no domínio da frequência como da resposta no domínio do tempo indicam que é possível usar as expressões aproximadas para modelos de cabos mais complexos, desde que seja respeitada as condições de validade das mesmas. Foi constatado que o método WAWB é uma alternativa viável para a implementação em programas do tipo EMT. O modelo aproximado apresentou um bom desempenho, com um tempo total de simulação de 28,7% do tempo total exigido pelo SASB. Além do bom desempenho, apresentou também uma boa precisão. A maior diferença entre as respostas obtidas com os dois modelos foi de 0,009 pu para o caso # 1. Nos demais casos, os erros foram bem menores.

Uma importante observação, é que no caso do cabo umbilical com mangueiras hidráulicas, as respostas no domínio do tempo em todos os terminais, excetuando-se os terminais das mangueiras, são idênticas às respostas obtidas no caso de cabos umbilicais sem mangueiras. Ou seja, a presença das mangueiras hidráulicas não interfere no sinal dos outros elementos metálicos do cabo em questão. O modelo apresentou também um bom desempenho na análise de transitórios no acionamento de um motor de indução, porém, devido a falta de parâmetros de um motor BCS, uma simulação mais concreta não pode ser realizada, ficando apenas com uma observação de que o modelo do cabo pode ser aplicado em estudos de transitórios no acionamentos de máquinas elétricas.

Com o objetivo de apresentar o comportamento dos modos em uma estrutura mais complexa, foi feita, também, uma análise dos modos de propagação. A “suavização dos modos” ou rastreamento dos modos (*Eigenvalue/Eigenvector tracking routine*) foi feita utilizando o método de Newton-Raphson (Wedepohl et al. 1996), para uma tolerância de  $10^{-4}$ . O método foi aplicado somente para o cabo umbilical sem mangueiras, pois no caso em que o cabo possui mangueiras, o método de Newton-Raphson não apresentou convergência. Foi concluído que o método de Newton-Raphson não funcionou para o caso do cabo umbilical com mangueiras, devido ao agrupamento dos modos *entre-blindagens* dois a dois para a região de frequência de interesse.

## 6.2 Trabalhos Futuros

Este trabalho trouxe contribuições para a modelagem de sistemas de cabos não convencionais em simuladores de transitórios eletromagnéticos em tempo real, permitindo ter uma idéia das diretrizes a serem seguidas para a implementação de modelos mais

eficientes. Apesar das formulações alternativas aproximadas terem apresentado um bom desempenho em todos os casos, é necessário considerar algumas condições de contorno para obtermos um modelo mais completo a ser implementado em programas comerciais.

É importante que seja investigada a possibilidade de implementar um método analítico para o cálculo do efeito de proximidade e da análise do mesmo em cabos *pipe-type*. É importante ressaltar que não há na literatura uma abordagem concreta deste tipo de problema. O efeito de proximidade em cabos foi tratado apenas no caso de cabos SC, empregando elementos finitos ou o método de subdivisão de condutores. Abordagem estas de difícil generalização para um programa do tipo EMT.

É importante também que seja investigado a influência do leito marinho, pois a formulação de (Bianchi e Luoni 1976), é muito simplificada e considera apenas um condutor envolto por um mar de dimensões infinitas.



# Referências Bibliográficas

- Ametani, A. (1977), ‘Generalized program for line and cable constants’, *Bonneville Power Administration* (Purchase Order n°70249), Report n°2.
- Ametani, A. (1978), Extension of generalized program for line and cable constants in EMTP, *in* ‘Boneville Power Administration’, Contract n° EW-78-C-80-1500, Report n°1.
- Ametani, A. (1980), ‘A general formulation of impedance and admittance of cables’, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS-99**(3), 902–910.
- Ametani, A. e Ono, T. (1978), ‘Wave propagation characteristics on a pipe-type cable, III - consideration of pipe thickness’, *IEE Japan, Proc. of Annual Meeting*.
- Arizon, P. e Dommel, H. (1987), ‘Computation of cable impedances based on subdivision of conductors’, *IEEE Trans. Power Delivery* **PWRD-2**(1), 21–27.
- Bianchi, G. e Luoni, G. (1976), ‘Induced currents and losses in single-core submarine cables’, *IEEE Trans. on Power App. and Syst.* **Vol. PAS-95** n°1, 49–58.
- Brown, G. W. e Rocamora, R. G. (1976), ‘Surge propagation in three-phase pipe-type cables, Part I - unsaturated pipe’, *IEEE Trans. on Power App. e Syst.* **PAS-95**, 89–95.
- Carson, J. R. (1926), ‘Wave propagation in overhead wires with ground return’, *Bell Syst. Technical Journal* **Vol. 5**, 539–554.
- Carson, J. R. e Gilbert, J. J. (1922), ‘Transmission characteristics of the submarine cable’, *Bell Syst. Technical Journal*, 88–115.
- Carvalho, D. M. (2000), Síntese de funções racionais para estudos de transitórios envolvendo linhas de transmissão, Dissertação de mestrado em engenharia elétrica, Centro de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba.

- Castellanos, F., Martí, J. e Marcano, F. (1997), ‘Phase-domain multiphase transmission line models’, *Electrical Power and Energy Systems* **19**(4), 241–248. Elsevier Science Ltd.
- Darski, P., Lima, A. e Carneiro Jr., S. (2007), Propagation characteristics and over-voltage analysis on unconventional submarine cables, IPST 2007.
- Deri, A., Tevan, G., Semlyen, A. e Castanheira, A. (1981), ‘The complex ground return plane: A simplified model for homogeneous and multi-layer earth return’, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **100**(8), 3686–3693.
- Dommel, H. (1969), ‘Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multi-phase networks’, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **88**(2), 734–741.
- Dommel, H. (1992), *EMTP Theory Book*, MicroTran Power System Analysis Corporation.
- Fernandes, A. B., Lima, A. C. S. e Neves, W. L. A. (2002), Modelos de linhas de transmissão no domínio de fases: Estado da arte, *in* ‘CBA 2002 - Congresso Brasileiro de Automatica’, number 1, SBA.
- Ficap (2006a), *Cabos Fibep Média Tensão*.
- Ficap (2006b), *Cabos WTF 6kV a 35kV*.
- Gustavsen, B. (1993), A Study of overvoltages in high voltage cables with emphasis on shunt overvoltages, PhD thesis, NTH, Institutt for Elkraftteknikk Trondheim.
- Gustavsen, B., Sletbak, J. e Henriksen, T. (1995), ‘Calculation of the electromagnetic transients in transmission cables and lines taking frequency dependent effects accurately account’, *IEEE Trans. on Power Delivery* **10**(2), 1076–1084.
- Lima, A. (1999), Modelagem do Acionamento à Velocidade Variável Utilizando Cabos Longos, PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- Lima, A. C. S. (2007), ‘Campos e Ondas — Notas de Aula’, COPPE/UFRJ. Apostila do curso COE761, Campos e Ondas.
- Lima, A. C. S. e Portela, C. (2007), Closed-form and numerical evaluation of ground return impedances, IEEE.

- Lima, A. C. S., Martins, T. F. R. D. e Carneiro Jr., S. (2004), Influência das aproximações no cálculo dos parâmetros longitudinais em modelos transitórios de sistemas de transmissão, *in* 'Congresso Brasileiro de Automatica - CBA2004', Vol. CBA2004, SBA, Gramado, pp. 1–6. <http://www.eletr.ufrgs.br/CBA2004>.
- Mamed, J. F. (1994), *Manual de Equipamentos Elétricos*, Vol.1, 2º ed.
- Manhães, R. S. T. (1992), Formulação e cálculo dos parâmetros elétricos de um sistema de cabos em função da frequência, Dissertação de mestrado em engenharia elétrica, Escola Federal de Engenharia de Itajubá.
- Martí, J. (1982), 'Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in EMTP simulation', *IEEE Trans. on PAS* **101**(1), 147–155.
- Martí, L. (1988), 'Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices', *IEEE Trans. on Power Delivery* **vol.3**, 1099–1110.
- Martins, T. F. R. D. (2005), Análise da resposta de linhas de transmissão em coordenadas de fase usando funções racionais, Dissertação de mestrado em engenharia elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Martins, T. F. R. D., Lima, A. C. S. e Carneiro Jr., S. (2005), 'Effect of impedance approximate formulae on frequency dependence realization', *Proceeding of IPST'05 – International on Power System Transients Conference*. Montreal.
- Martins, T. F. R. D., Lima, A. C. S. e Carneiro Jr., S. (2007), 'Effect of approximate impedance formulae on the accuracy of transmission line modelling', *to appear in IET Generation, Transmission and Distribution*.
- Mello, A. J. C. (2000), Ensaio de resposta em frequência em motores de indução, Dissertação de mestrado em engenharia elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- Nagaoka, N. e Ametani, A. (1988), 'A development of a generalized frequency-domain transient program - FTP', *IEEE Trans. Power Delivery* **3**(4), 1996–2004.
- Noda, T. (1996), Development of a transmission line model considering the skin effect and corona effects for power system transient analysis, PhD thesis, Doshisha University.

- Noda, T., Nagaoka, N. e Ametani, A. (1996), ‘Phase-domain modeling of frequency-dependent transmission lines by means of an arma model’, *IEEE Trans. on Power Delivery* **11**(1), 401–411.
- Pollaczek, F. (1926), ‘Über das feld einer unendlich langen wechsel stromdurchflossenen einfachleitung (”on the field produced by an inifinitely long wire carrying alternating current”, in german)’, *Elektrische Nachrichten Technik* **Vol.3**, n°9, 339–360.
- Portela, C. (1991), ‘Ondas cilíndricas — Notas de aula de Campos e Ondas’, COPPE/UFRJ.
- Prismian (2007), *Cabo Eprotenax Compact 105 6kV a 35kV*.
- Ramirez, A., Gomez, P. e Moreno, P. (2004), ‘Frequency domain analysis of electromagnetic transients through the numerical laplace transform’, *IEEE Power Engineering Society General Meeting*.
- Rivas, R. A. (2001), Calculation of frequency-dependent parameters of power cables with digital images and partial subconductors, Ph.D. thesis, The University of British Columbia.
- Rivas, R. A. e Marti, J. R. (1999), ‘Calculation of frequency-dependent parameters of power cable arrangements using pixel-shaped conductor subdivisions’, *Proceedings of International Conference on Power Systems Transients (IPST’99)*, 335–340.
- Schelkunoff, S. A. (1934), ‘The electromagnetic theory of coaxial transmission line and cylindrical shields’, *Bell Syst. Tech J.* **13**, 532–579.
- Silvester, P. e Ferrari, D. (1990), *Finite elements for electrical engineers*, Cambridge University Press.
- Triantafyllidis, D., Papagiannis, G. e Labridis, D. (1999), ‘Calculation of overhead transmission line impedances: A finite element approach’, *IEEE Transactions on Power Delivery* **Vol 14**(1), 287–293.
- Wedepohl, L. M. (1997), The theory of natural modes in multiconductor transmission systems, Technical report, The University of British Columbia.
- Wedepohl, L. M. e Wilcox, D. J. (1973), ‘Transient analysis of underground power-transmission system - system model and wave propagation characteristics’, *Proceedings of IEE* **120**(2), 253–260.

- Wedepohl, L. M., Nguyen, H. V. e Irwin, G. W. (1996), 'Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission line using a Newton-Raphson method', *IEEE Transactions on Power Systems* **11**(3), 1538–1546.
- Wilcox, D. J. (1978), 'Numerical Laplace Transformation and Inversion', *International Journal Elect. Eng.* **15**, 247–265.
- Yin, Y. (1990), Calculation of Frequency-Dependent Parameters of Underground Power Cables with Finite Element Method, PhD thesis, The University of British Columbia.
- Zanetta, L. C. (2003), *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência*, Editora da Universidade de São Paulo.

# Apêndice A

## Propagação de ondas eletromagnéticas em sistemas de transmissão

### A.1 Fenômeno de ondas viajantes em linhas monofásicas

Em um sistema de transmissão, ocorrem fenômenos de propagação de ondas eletromagnéticas. A equação de propagação de ondas em uma linha de transmissão monofásica de comprimento  $x$  é obtida a partir da análise de um elemento infinitesimal  $dx$  da linha, conforme ilustrado na Fig. A.1.

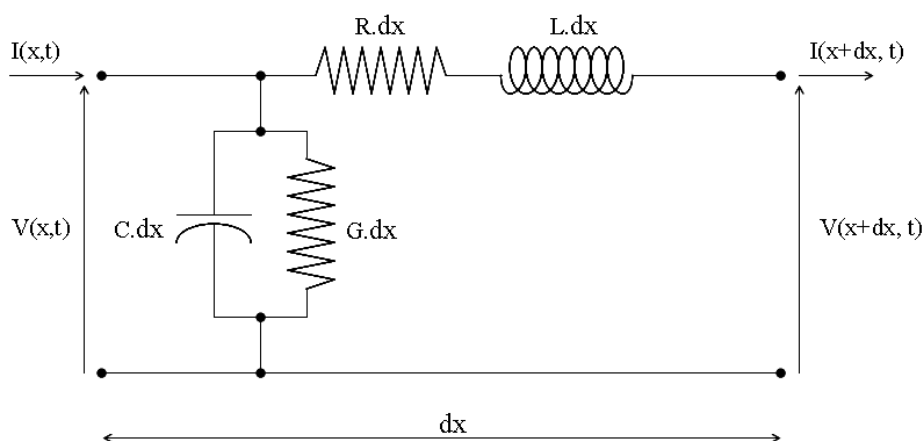


FIGURA A.1: Elemento infinitesimal de uma linha de comprimento  $x$

Onde,  $C$ ,  $G$ ,  $R$  e  $L$  são, respectivamente, capacitância (F), condutância de dispersão ( $\Omega^{-1}$ ), resistência ( $\Omega$ ) e indutância (H) por unidade de comprimento. Os parâmetros

da linha são considerados uniformemente distribuídos.

A partir do circuito equivalente da Fig. A.1, a queda de tensão na linha, no domínio do tempo, pode ser obtida por (Carvalho 2000, Martins 2005, Zanetta 2003):

$$v(x, t) = v(x + dx, t) + r dx i(x + dx, t) + l dx \frac{\partial i(x + dx, t)}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

dividindo eq. (A.1) por dx, temos:

$$\frac{v(x + dx, t) - v(x, t)}{dx} = -r i(x + dx, t) - l \frac{\partial i(x + dx, t)}{\partial t} \quad (\text{A.2})$$

Analogamente,

$$i(x, t) = i(x + dx, t) + g dx v(x, t) + c dx \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (\text{A.3})$$

dividindo eq. (A.3) por dx, temos:

$$\frac{i(x + dx, t) - i(x, t)}{dx} = -g v(x, t) - c \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (\text{A.4})$$

Quando  $dx$  tende a zero, das eqs. (A.2) e (A.4), temos:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = r i + l \frac{\partial i}{\partial t} \quad (\text{A.5})$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g v + c \frac{\partial v}{\partial t}$$

No domínio da frequência, as eqs. de (A.5) tornam-se:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = (R + j \omega L) I = Z I \quad (\text{A.6})$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = (G + j \omega C) V = Y V$$

onde  $Z$  é a impedância série e  $Y$  é a admitância em derivação.

Diferenciando eq. (A.6), temos:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -Z \frac{\partial I}{\partial x} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = -Y \frac{\partial V}{\partial x}$$

e substituindo eq. (A.6) na eq. (A.7), temos:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = ZY V \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = YZ I$$

Examinando o caso geral de linhas sem transposição com matrizes simétricas, porém não balanceadas, as matrizes dadas pelo produto  $ZY$  e  $YZ$  são diferentes, sendo iguais apenas no caso particular de linha perfeitamente transpostas, com matrizes simétricas e balanceadas, e no caso de linhas ideais sem perdas. Sendo esta, uma situação que não ocorre em sistemas de cabos, por serem assimétricos.

Podemos propor soluções para as equações de eq. (A.8) na forma de matrizes exponenciais conforme é apresentado a seguir.

$$V = e^{-\gamma x} V^+ + e^{\gamma x} V^- \quad (\text{A.9})$$

$$I = e^{-\gamma x} Y_c V^+ + e^{\gamma x} Y_c V^-$$

onde,  $V^+$  e  $V^-$  são os vetores de tensão representando as ondas progressiva e regressiva, respectivamente,

$$\gamma = \sqrt{ZY} \quad (\text{A.10})$$

é a constante de propagação e pode ser obtida a partir dos parâmetros da linha calculados para determinada frequência,

$$Y_c = Z^{-1} \sqrt{ZY} \quad (\text{A.11})$$

é a admitância característica obtida a partir dos parâmetros da linha calculados para



determinada frequência, e

$$H = e^{-\gamma x} \quad (\text{A.12})$$

é o fator de propagação de uma linha de transmissão.

## A.2 Fenômeno de ondas viajantes em linhas polifásicas

Generalizando as equações dadas em (A.6) para uma linha polifásica temos (Carvalho 2000, Martins 2005, Zanetta 2003):

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} = -\mathbf{Z} \mathbf{I} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x} = -\mathbf{Y} \mathbf{V}$$

onde,  $\mathbf{Z}$  é a matriz de impedância série e  $\mathbf{Y}$  é a matriz de admitância em derivação.

Generalizando a eq. (A.8), temos:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial x^2} = \mathbf{Z} \mathbf{Y} \mathbf{V} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}}{\partial x^2} = \mathbf{Y} \mathbf{Z} \mathbf{I}$$

A resolução da eq. (A.14) é uma tarefa bastante difícil devido ao acoplamento mútuo entre fases. Este processo pode ser simplificado pelo uso de transformações modais, proposto por (Wedephol 1997), onde é feito o desacoplamento dos modos de propagação, tratando-os individualmente como uma linha monofásica.

### A.3 Fenômeno de ondas viajantes em sistemas de cabos

Expandindo a eq. (A.13) para um sistema trifásico de cabos coaxiais, com núcleo e blindagem, somente, chegamos a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{vmatrix} = -\mathbf{Z} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = -\mathbf{Y} \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{vmatrix}$$

sendo  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  os sub-vetores da tensão de fase de forma

$$V_i = \begin{vmatrix} V_{N,i} \\ V_{S,i} \end{vmatrix} \quad (\text{A.16})$$

onde os sub-índices  $i= 1, 2$  e  $3$  denotam os cabos R, S e T e os índices N e S são referentes ao núcleo e a blindagem, respectivamente. O mesmo segue para o vetor I.

As matrizes dadas em (A.15) e (A.16), são vistas com mais detalhes no Apêndice B e as matrizes  $\mathbf{Z}$  e  $\mathbf{Y}$  são calculadas através das metodologias propostas no Capítulo 3.

### A.4 Representação de linhas de transmissão no domínio modal

As eqs. de (A.14) podem ser desacopladas com o uso da matriz de autovetores  $\mathbf{T}$  (Zanetta 2003), ou matriz de transformação modal, que transforma grandezas de fase em grandezas modais. Antes de serem aplicadas, as matrizes  $\mathbf{T}$  necessitam de um prévio ajuste, devido ao cruzamento de autovetores (switchover) que ocorre principalmente em circuitos com grande assimetria, como é o caso do modelo proposto.

$$\mathbf{V} = \mathbf{T}_v \mathbf{V}' \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbf{V}' = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{V}$$

onde o sobrescrito “ ’ ”, representa a variável no domínio modal. Substituindo (A.17) em (A.14), tem-se:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}'}{\partial x^2} = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{Y} \mathbf{T}_v \mathbf{V}' \quad (\text{A.18})$$

Analogamente,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}'}{\partial x^2} = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{Z} \mathbf{T}_i \mathbf{I}' \quad (\text{A.19})$$

onde,

$$\mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{Y} \mathbf{T}_v = \gamma^2 \quad (\text{A.20})$$

$$\mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{Z} \mathbf{T}_i = \gamma^2$$

sendo  $\gamma^2$  uma matriz diagonal com os autovalores tanto de  $\mathbf{Z}\mathbf{Y}$  quanto de  $\mathbf{Y}\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{T}_v$  a matriz de autovetores de  $\mathbf{Z}\mathbf{Y}$  e  $\mathbf{T}_i$  a matriz de autovetores de  $\mathbf{Y}\mathbf{Z}$ . Onde  $\mathbf{T}_v$  e  $\mathbf{T}_i$  se relacionam através de  $\mathbf{T}_i = (\mathbf{T}_v^T)^{-1}$ .

Substituindo (A.20) em (A.19) e (A.18), tem-se:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}'}{\partial x^2} = \gamma^2 \mathbf{V}' \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}'}{\partial x^2} = \gamma^2 \mathbf{I}'$$

e posteriormente substituindo (A.17) e seu análogo em (A.13), tem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial x} = -\mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{T}_i \mathbf{I}' \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial \mathbf{I}'}{\partial x} = -\mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{T}_v \mathbf{V}'$$

Logo, no domínio modal, tem-se:

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{T}_i \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{T}_v$$

que quando é substituído na eq. (A.21) toma a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}'}{\partial x^2} = \mathbf{Z}' \mathbf{Y}' \mathbf{V}' \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}'}{\partial x^2} = \mathbf{Y}' \mathbf{Z}' \mathbf{I}'$$

Com base nas eqs. (A.9), as eqs. (A.24) apresentam modos independentes que podem ser analisados separadamente como circuitos monofásicos.

$$V_{\text{modo-}i} = e^{-\gamma' x} V^+ + e^{\gamma' x} V^- \quad (\text{A.25})$$

$$I_{\text{modo-}i} = e^{-\gamma' x} Y_c V^+ + e^{\gamma' x} Y_c V^-$$

onde,

$$\gamma' = \sqrt{Z_{\text{modo-}i} Y_{\text{modo-}i}} \quad (\text{A.26})$$

é a constante de propagação do modo  $i$ .

Através de (A.26) podemos calcular o amortecimento e a velocidade em cada modo como se segue.

$$\text{Amortecimento dos modos} = \text{Re}(\gamma') \quad (\text{A.27})$$

$$\text{Velocidade dos modos} = \frac{2 \pi f}{\text{Im}(\gamma')} \quad (\text{A.28})$$

E das eqs. (A.11) e (A.12), podemos analisar as características de cada modo de propagação. Onde,

$$Y'_c = Z_{\text{modo-}i}^{-1} \sqrt{Z_{\text{modo-}i} Y_{\text{modo-}i}} \quad (\text{A.29})$$

é a constante de propagação do modo  $i$ .

$$H' = e^{-\gamma' x} \quad (\text{A.30})$$

é o fator de propagação do modo  $i$ .

Através das matrizes de transformação, podemos realizar a transposição entre os

domínios de fase e modal, conforme segue:

$$H = TH'T^{-1} \tag{A.31}$$

$$Y_c = TY_c'T^T$$

# Apêndice B

## Teoria de circuitos aplicada a cabos coaxiais

### B.1 Sub-matriz de impedância

Conforme apresentado em (Dommel 1992, Wedepohl e Wilcox 1973), um cabo coaxial composto de núcleo e blindagem pode ser representado pelo seguinte circuito equivalente:

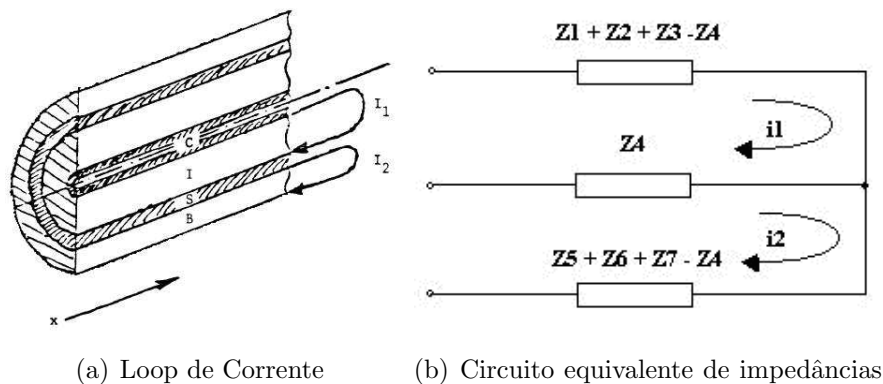


FIGURA B.1: Circuito equivalente de um cabo coaxial

Esta representação pode ser deduzida considerando os efeitos de dois laços de corrente: um fluindo pelo condutor central e retornando pela blindagem, e o outro fluindo pela blindagem e retornando pelo solo.

Ametani (1980) propôs o seguinte circuito de impedâncias equivalentes:

Analisando o circuito da Fig. B.2, podemos observar que:

$$\begin{cases} I_2 = -I_C \\ I_3 = -I_E \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

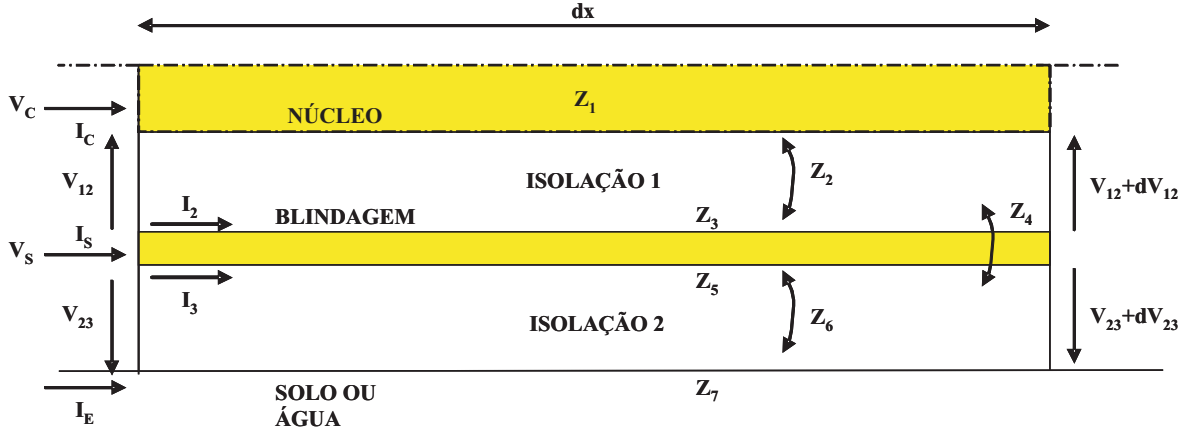


FIGURA B.2: Circuito com impedâncias equivalentes de um cabo coaxial

e deduzir as seguintes equações:

$$\begin{cases} I_S = I_2 + I_3 = -(I_C + I_E) \\ I_E = -(I_C + I_S) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Considerando a tensão do meio onde se encontra o cabo (solo ou água do mar) como referência, ou seja,  $V_E = 0$ , podemos observar que:

$$\begin{cases} V_S = -V_{23} \\ V_C = V_{12} + V_S \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Multiplicando ambos os lados da eq. (B.3) por  $-\left(\frac{\Delta}{\Delta x}\right)$ , obtemos:

$$\begin{cases} -\frac{\Delta V_S}{\Delta x} = \frac{\Delta V_{23}}{\Delta x} \\ -\frac{\Delta V_C}{\Delta x} = -\frac{\Delta V_{12}}{\Delta x} - \frac{\Delta V_S}{\Delta x} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Aplicando a teoria de laços de corrente na Fig. B.2, encontramos as seguintes equações:

a) Laço 1:

$$\begin{aligned} V_{12} - Z_1 \Delta x I_C - V_{12} - \Delta V_{12} + Z_2 \Delta x I_2 \\ + Z_3 \Delta x I_2 + Z_4 \Delta x I_3 = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

da eq. (B.5) obtemos,

$$-\frac{\Delta V_{12}}{\Delta x} = (Z_1 + Z_2 + Z_3)I_C + Z_4 I_E \quad (\text{B.6})$$

b) Laço 2:

$$\begin{aligned} -V_{23} - Z_5 \Delta x I_3 - Z_4 \Delta x I_2 + V_{23} + \Delta V_{23} \\ + Z_6 \Delta x I_E + Z_7 \Delta x I_E = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

da eq. (B.7) obtemos,

$$-\frac{\Delta V_{23}}{\Delta x} = (Z_5 + Z_6 + Z_7)I_C + Z_4 I_C \quad (\text{B.8})$$

Substituindo as eqs. (B.3) e (B.4) nas eqs. (B.6) e (B.8), tem-se:

$$-\frac{\Delta V_S}{\Delta x} = (Z_5 + Z_6 + Z_7 - Z_4)I_C + (Z_5 + Z_6 + Z_7)I_S \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta V_C}{\Delta x} = (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_6 + Z_7 - 2Z_4)I_C \\ + (Z_5 + Z_6 + Z_7 - Z_4)I_S \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Finalmente, das eqs. (B.9) e (B.10), com  $x \rightarrow 0$ , tem-se:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dx} = -\mathbf{Z}_{cabo}(\omega) \mathbf{I} \quad (\text{B.11})$$

onde,  $\mathbf{V}$  é o vetor tensão  $\begin{bmatrix} V_C \\ V_S \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{I}$  é o vetor de corrente  $\begin{bmatrix} I_C \\ I_S \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{Z}_{cabo}(\omega)$  é impedância série do cabo.

Extraindo  $\mathbf{Z}_{cabo}(\omega)$  das eqs. (B.9) e (B.10), temos:

$$\mathbf{Z}_{cabo}(\omega) = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_6 + Z_7 - 2Z_4 & Z_5 + Z_6 + Z_7 - Z_4 \\ Z_5 + Z_6 + Z_7 - Z_4 & Z_5 + Z_6 + Z_7 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Podendo ser representado da seguinte forma:

$$\mathbf{Z}_{cabo}(\omega) = \mathbf{Z}_{cabo \text{ in}}(\omega) + \mathbf{Z}_{cabo \text{ out}}(\omega) \quad (\text{B.13})$$

onde,

$$\mathbf{Z}_{cabo \text{ in}}(\omega) = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_6 - 2Z_4 & Z_5 + Z_6 - Z_4 \\ Z_5 + Z_6 - Z_4 & Z_5 + Z_6 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$



$$\mathbf{Z}_{cabo\ out}(\omega) = \begin{bmatrix} Z_7 & Z_7 \\ Z_7 & Z_7 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

As matrizes  $\mathbf{Z}_{cabo\ in}(\omega)$  e  $\mathbf{Z}_{cabo\ out}(\omega)$  representam, respectivamente, a impedância interna do cabo e a impedância própria de retorno pelo meio externo, que é vista com mais detalhes no Capítulo 3.

A presente análise permite-nos observar a influência do meio externo nos  $n$  elementos do cabo, pois os elementos da matriz  $\mathbf{Z}_{cabo\ out}(\omega)$  estão presentes em todos os elementos da matriz de impedância do cabo, a eq. (B.12), permite-nos observar também que  $\mathbf{Z}_{cabo\ in}(\omega)$  é constituída das impedância próprias e mútuas dos elementos metálicos que constituem o cabo, ou seja,

$$\mathbf{Z}_{cabo\ in}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{cc} & \mathbf{Z}_{cs} \\ \mathbf{Z}_{sc} & \mathbf{Z}_{ss} \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

onde,  $\mathbf{Z}_{cc}$  é a impedância própria do condutor interno, primeira camada metálica ou núcleo;  $\mathbf{Z}_{cs} = \mathbf{Z}_{sc}$  é a impedância mútua entre o condutor interno e a blindagem; e  $\mathbf{Z}_{ss}$  é a impedância própria da blindagem.

## B.2 Sub-matriz de admitâncias

Com o objetivo de representar a admitância de um cabo coaxial, Ametani (1980) propôs o seguinte circuito de admitâncias equivalentes:

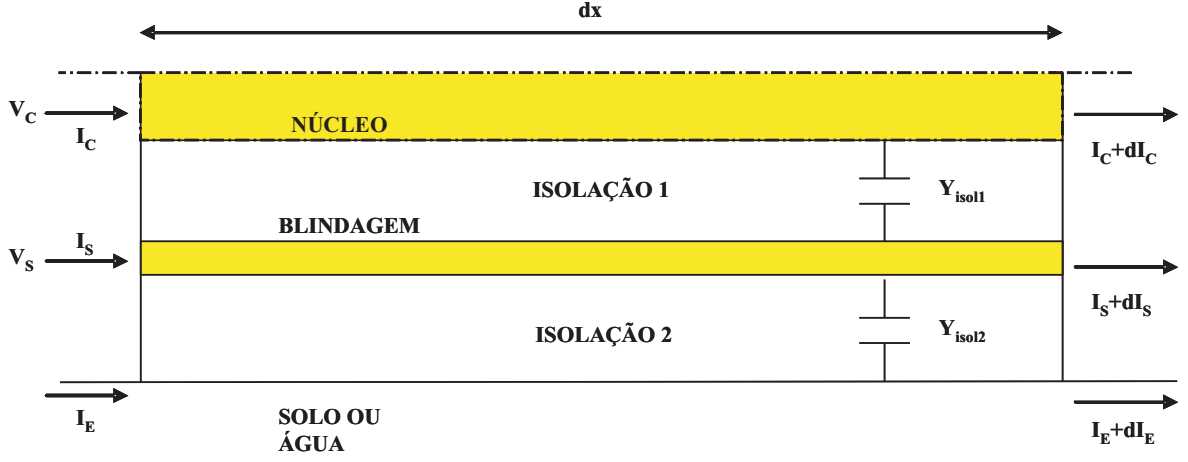


FIGURA B.3: Circuito com admitâncias equivalentes de um cabo coaxial

Com tratamento analítico simples, permite-se obter os elementos da matriz  $\mathbf{P}_{cabo\ in_n}$ , como segue:

$$\begin{cases} I_C = Y_{isol1} \Delta x (V_C - V_S) + I_C + \Delta I_C \\ I_S = Y_{isol2} \Delta x (V_S - V_C) + I_S + \Delta I_S \end{cases} \quad (B.17)$$

Reescrevendo a eq. (B.17), temos:

$$\frac{\Delta I_C}{\Delta x} = Y_{isol1} V_C - Y_{isol1} V_S \quad (B.18)$$

$$\frac{\Delta I_S}{\Delta x} = -Y_{isol2} V_C + (Y_{isol1} + Y_{isol2}) V_S \quad (B.19)$$

Finalmente, das eqs. (B.18) e (B.19), com  $x \rightarrow 0$ , temos:

$$\frac{d\mathbf{I}}{dx} = -\mathbf{Y}_{cabo} \mathbf{V} \quad (B.20)$$

onde,  $\mathbf{I}$  é o vetor de corrente  $\begin{bmatrix} I_C \\ I_S \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{V}$  é o vetor de tensão  $\begin{bmatrix} V_C \\ V_S \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{Y}_{cabo}$  é admitância shunt do cabo.

Extraindo  $\mathbf{Y}_{cabo}$  das eqs. (B.18) e (B.19), temos:

$$\mathbf{Y}_{cabo} = \begin{bmatrix} Y_{isol1} & -Y_{isol1} \\ -Y_{isol1} & (Y_{isol1} + Y_{isol2}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

sendo,

$$\begin{cases} Y_{isol1} = \frac{j \omega 2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{isol1}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \\ Y_{isol2} = \frac{j \omega 2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{isol2}}{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)} \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

Como a matriz  $\mathbf{P}_{cabo\ in_n} = \mathbf{Y}_{cabo}^{-1}$ , temos (Ametani 1980):

$$\mathbf{P}_{cabo\ in_n} = \begin{bmatrix} P_c + P_s & P_s \\ P_s & P_s \end{bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

ou

$$\mathbf{P}_{cabo\ in_n} = \begin{bmatrix} P_{cc} & P_{cs} \\ P_{cs} & P_{ss} \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

sendo  $P_{cc}$  o coeficiente de potencial próprio do condutor interno, primeira camada metálica ou núcleo,  $P_{cs} = P_{sc}$  o coeficiente de potencial mútuo entre o condutor interno e a blindagem; e  $P_{ss}$  o coeficiente de potencial próprio da blindagem.

# Apêndice C

## Formulações para o cálculo da impedância de retorno pelo solo em sistemas de cabos aéreos

A análise da impedância de retorno pelo solo é bastante complexa porque o solo não é homogêneo e em geral as suas características não são conhecidas com precisão, o solo geralmente tem condutividade heterogênea e o material que compõe a armadura, usualmente, é ferromagnético (de características não-lineares, etc). Para isto são feitas algumas hipóteses simplificativas básicas, tais como:

- O solo é plano e homogêneo;
- Os cabos são paralelos entre si e ao solo e seus diâmetros são muito inferiores às distâncias envolvidas;
- O solo tem condutividade e constante dielétrica uniforme;
- Desprezar o efeito das estruturas (Ex: postes ou armações) no campo eletromagnético;
- O comprimento de onda é suficientemente longo quando comparado com as dimensões geométricas transversais do cabo;
- O retorno da corrente elétrica é feito parte pelas blindagens e/ou armações e parte pelo solo;
- A corrente flui somente longitudinalmente em cada camada metálica do cabo;
- A permeabilidade magnética é uniforme e constante;

Porém, mesmo com estas condições de contorno, a determinação do campo eletromagnético ainda é bastante complexa.

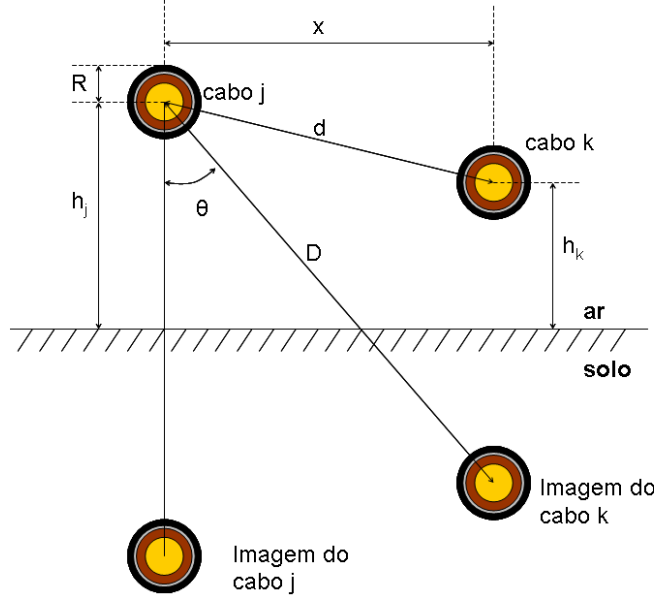


FIGURA C.1: Disposição geométrica de dois cabos coaxiais aéreos

## C.1 Formulação clássica

Com base nas hipóteses adotadas por Carson (1926), as impedâncias mútua  $\mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega)$  e própria  $\mathbf{Z}_{ext_{jj}}(\omega)$  de retorno pelo solo tem, para o sistema da Fig. C.1, respectivamente, as seguintes formas:

$$\mathbf{Z}_{ext_{jk}}(\omega) = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d} + j \omega \frac{\mu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-(h_j+h_k)\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + m_g^2}} \cos(\lambda d) d\lambda \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{Z}_{ext_{jj}}(\omega) = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_j}{R} + j \omega \frac{\mu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_j\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + m_g^2}} d\lambda \quad (\text{C.2})$$

sendo  $m_g = \sqrt{j\omega \mu \sigma_g}$ ,  $h_j$  e  $h_k$  as alturas dos cabos j e k, respectivamente,  $d$  a distância entre o cabo j e o cabo k,  $R$  o raio mais externo do condutor,  $\sigma_g = 1/\rho_g$  a condutividade do solo e  $D$  a distância entre o cabo j a imagem do cabo k.

A impedância de retorno pelo solo  $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$  é composta por duas componentes:  $\mathbf{Z}_{ideal}(\omega)$  a impedância condição de condutor e solo ideal e  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$  a impedância mútua

na condição de retorno pelo solo em presença de um solo não-ideal. Logo, da eq. (C.1), temos:

$$\mathbf{Z}_{ideal_{jk}}(\omega) = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d} \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{Z}_{solo_{jk}}(\omega) = j \omega \frac{\mu}{\pi} J_m \quad (\text{C.4})$$

e da eq. (C.2), temos:

$$\mathbf{Z}_{ideal_{jj}}(\omega) = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_j}{R} \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{Z}_{solo_{jj}}(\omega) = j \omega \frac{\mu}{\pi} J_s \quad (\text{C.6})$$

sendo,

$$J_m = \int_0^{\infty} \frac{e^{-(h_j+h_k)\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + m_g^2}} \cos(\lambda d) d\lambda \quad (\text{C.7})$$

$$J_s = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_j\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + m_g^2}} d\lambda \quad (\text{C.8})$$

as integrais de Carson, simplificadas pelas aproximações propostas por (Deri et al. 1981, Noda 1996).

## C.2 Formulação aproximada

O desenvolvimento das equações de Carson (1926) requer o uso de programas computacionais para encontrar os valores das impedâncias, devido ao cálculo das integrais. Então, Deri et al. (1981) e Noda (1996), através de derivações analíticas, simplificaram as integrais de Carson (1926) criando modelos aproximados para o cálculo da impedância de retorno pelo solo.

Na Fig. C.2(b) observamos que Deri et al. (1981) consideraram a corrente retornando por um plano complexo de condutividade perfeita e profundidade de penetração

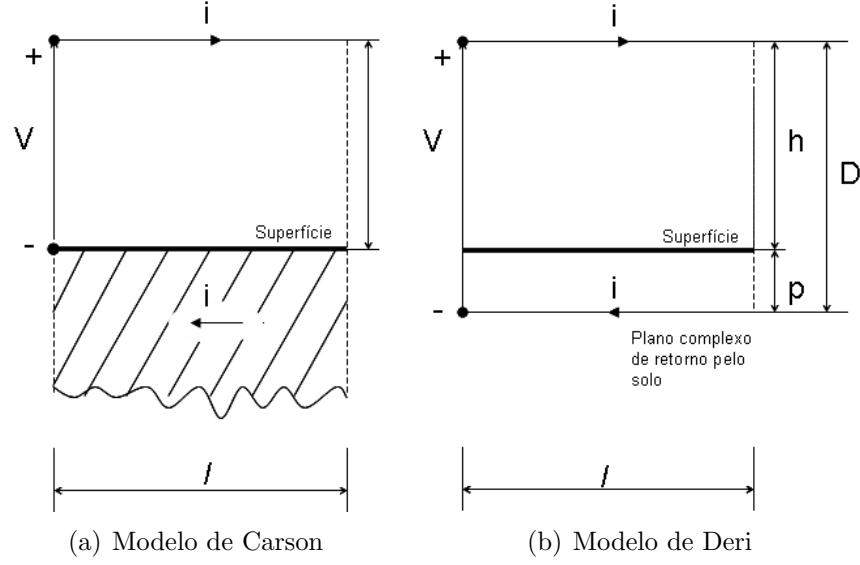


FIGURA C.2: Modelo do plano complexo proposto por Deri

$p$ . Sendo,

$$p = \frac{1}{\sqrt{j \omega \mu \sigma}} = \frac{1}{m_g} \quad (\text{C.9})$$

substituindo a eq. (C.9) na eq. (C.8), temos,

$$J_s = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_j \lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \frac{1}{p^2}}} d\lambda \quad (\text{C.10})$$

onde os limites indicam a integração ao longo do eixo real.

Se,

$$\lambda = \frac{v}{p} \quad (\text{C.11})$$

$$q = \frac{h_j}{p}$$

propostos por Deri et al. (1981), temos:

$$J_s(q) = \oint_L \frac{e^{-2qv}}{v + \sqrt{v^2 + 1}} dv \quad (\text{C.12})$$

A derivada da eq. (C.12) com respeito a  $q$  é

$$J'_s(q) = - \int_0^{\infty} \frac{-2v}{v + \sqrt{v^2 + 1}} e^{-2qv} dv \quad (\text{C.13})$$

As integrais das eqs. (C.12) e (C.13) não podem ser calculadas analiticamente, mas se a aproximação

$$f(v) = \frac{-2v}{v + \sqrt{v^2 + 1}} \cong 1 - e^{-2v} \quad (\text{C.14})$$

for usada na eq. (C.13) e aplicando a eq. (C.11) obtém-se a seguinte expressão analítica

$$J_s(q) \cong \ln \left( 1 + \frac{p}{h_j} \right) \quad (\text{C.15})$$

A impedância própria de retorno pelo solo, agora simplificada por Deri et al. (1981), tem a seguinte forma:

$$Z_{jj(\text{Deri})} = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h_j + p)}{R} \quad (\text{C.16})$$

Com base nos procedimentos analíticos apresentados (Deri et al. 1981, Noda 1996), para a eq. C.7, temos

$$\lambda = \frac{v}{p} \quad (\text{C.17})$$

$$q = \frac{h_j + h_k}{p}$$

Com isto, a aproximação da eq. (C.15) é usada para impedância mútua

$$Z_{jk(\text{Deri})} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(h_j + h_k + 2p)^2 + d^2}}{\sqrt{(h_j - h_k)^2 + d^2}} \quad (\text{C.18})$$

Com base em Deri et al. (1981), Noda (1996) considerou a corrente retornando por dois planos complexos, conforme apresentado na Fig. C.3(b).



No modelo do duplo plano complexo, ao invés de utilizar-se da aproximação proposta pela eq. (C.14), foi feita uma aproximação muito mais acurada dada por uma função exponencial dupla, eq. (C.19).

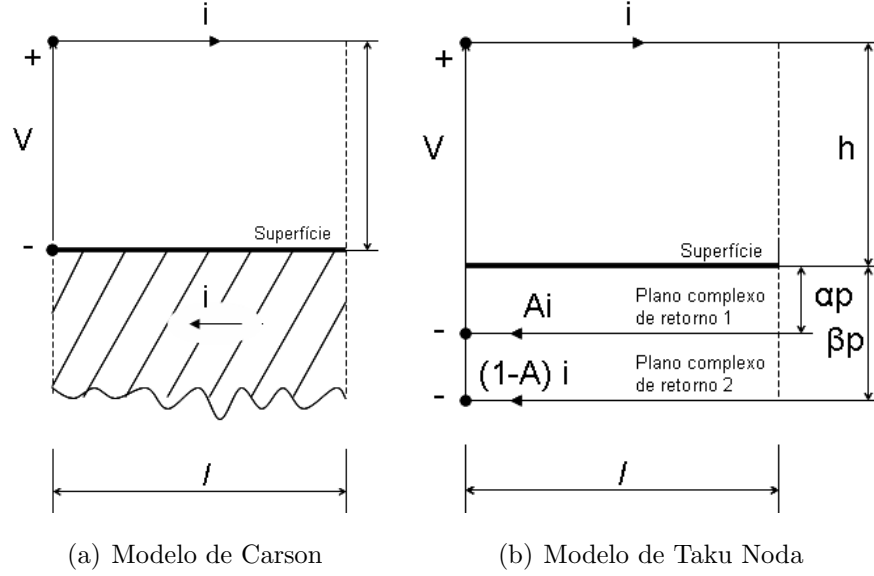


FIGURA C.3: Modelo do plano complexo proposto por Taku Noda

$$f(v) = \frac{-2v}{v + \sqrt{v^2 + 1}} \cong 1 - A e^{-2\alpha v} - (1 - A) e^{-2\beta v} \quad (\text{C.19})$$

onde os valores da função são determinados usando Newton-Raphson baseado em uma otimização não-linear com 500 amostras em uma região de  $w = 0$ . Sendo  $A = 0.131836$ ,  $\alpha = 0.26244$  e  $\beta = 1.12385$

Logo, do modelo analítico desenvolvido por Noda (1996), temos:

$$Z_{jj(Noda)} = j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \left\{ A \ln \frac{2(h_j + \alpha p)}{R} + (1 - A) \ln \frac{2(h_k + \beta p)}{R} \right\} \quad (\text{C.20})$$

$$Z_{jk(Noda)} = j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \left\{ A \ln \left( \sqrt{\frac{(h_j + h_k + 2\alpha p)^2 + d^2}{(h_j - h_k)^2 + d^2}} \right) + (1 - A) \ln \left( \sqrt{\frac{(h_j + h_k + 2\beta p)^2 + d^2}{(h_j - h_k)^2 + d^2}} \right) \right\} \quad (\text{C.21})$$

### C.3 Comparação entre os métodos

Analisando a Fig. C.4 observa-se que as funções de Deri et al. (1981) e Noda (1996) são bastante aproximadas da proposta por Carson (1926).

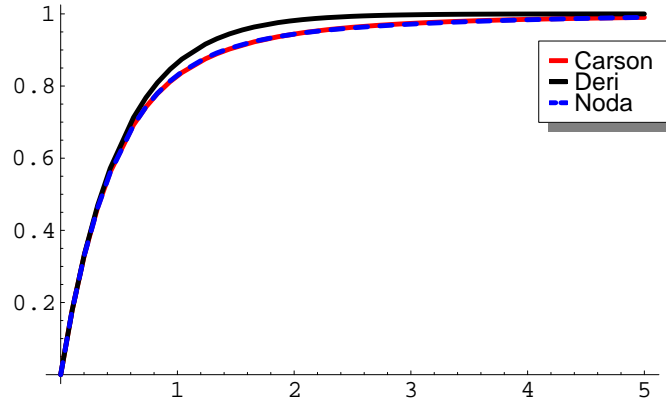
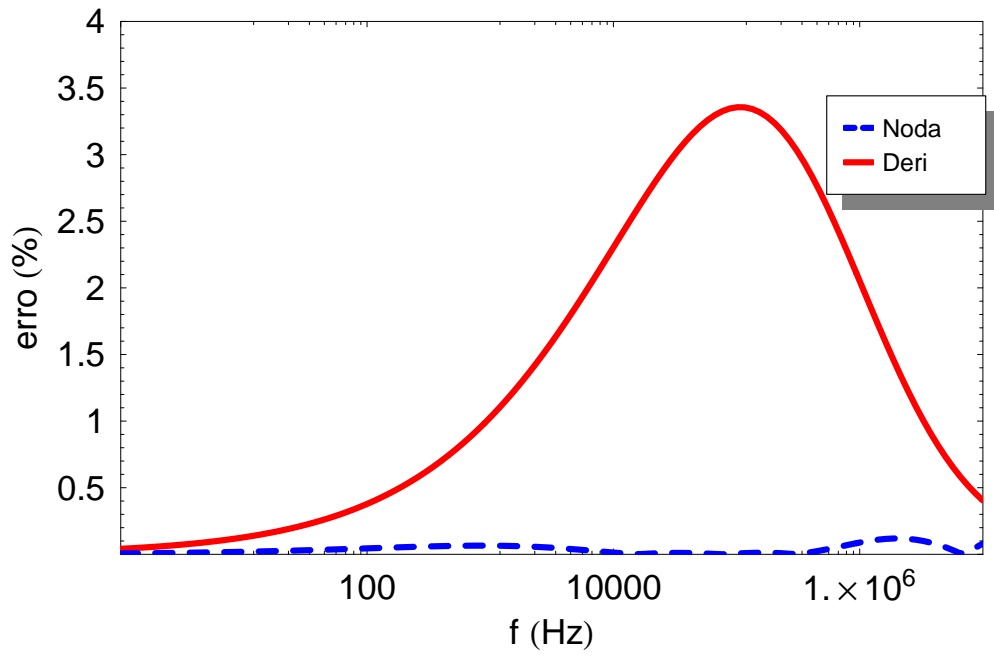


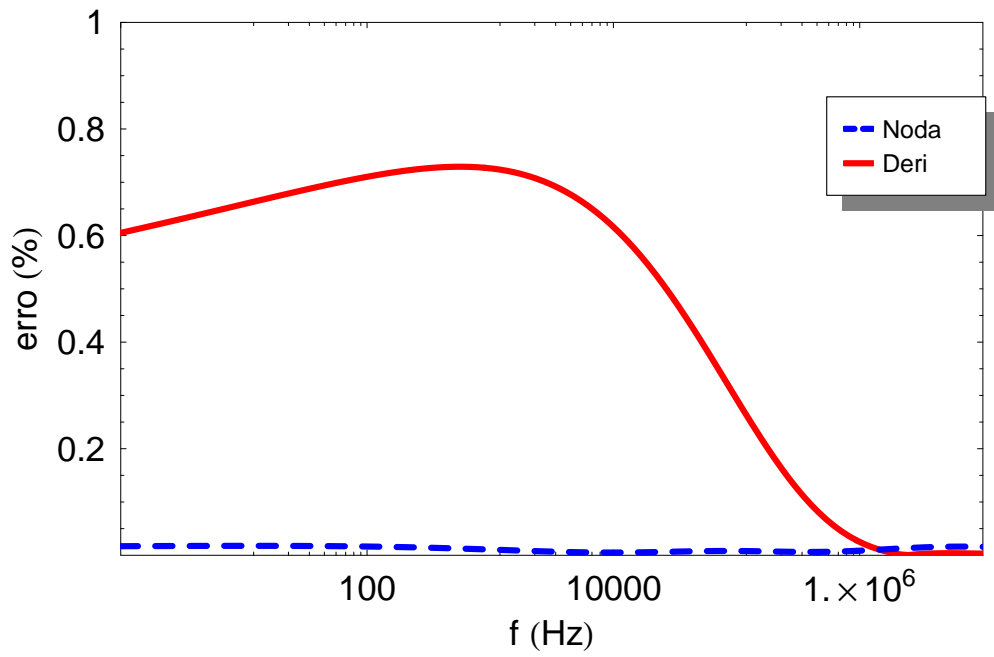
FIGURA C.4: Aproximação da função  $f(w)$

Aplicando as formulações de Deri et al. (1981), Noda (1996) e Carson (1926) para um sistema de dois condutores paralelos entre si a uma distancia  $d_{jk} = 2.0 m$ , a uma altura  $h = 5.0 m$ , sendo  $R_{ext} = 20 \cdot 10^{-3} m$  o raio mais externo, com um solo de resistividade  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ , apresentamos nas Fig. C.5 e C.6 os erros relativos das formulações aproximadas em função da frequência. As observações para o exemplo em questão são:

- tanto no caso da impedância própria quanto no caso da impedância mútua de retorno pelo solo, a parte real da formulação de Deri et al. (1981) apresenta um erro relativo praticamente nulo para baixas frequências e um erro máximo de 3.5 % para algumas centenas de kHz, enquanto que a parte imaginária, apresenta um erro máximo em torno de 0.74 % para a reatância própria e 1.55 % para a reatância mútua, em torno de 10 kHz;
- tanto no caso da impedância própria quanto no caso da impedância mútua de retorno pelo solo, a formulação de Noda (1996) apresenta um erro relativo praticamente nulo para toda faixa de frequências.

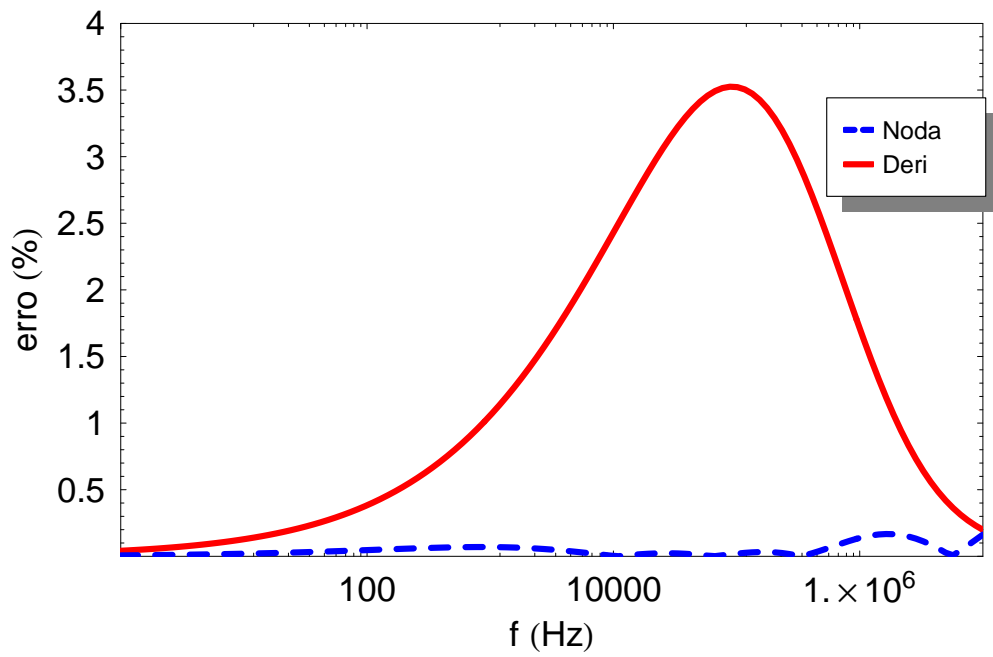


(a) Resistencia

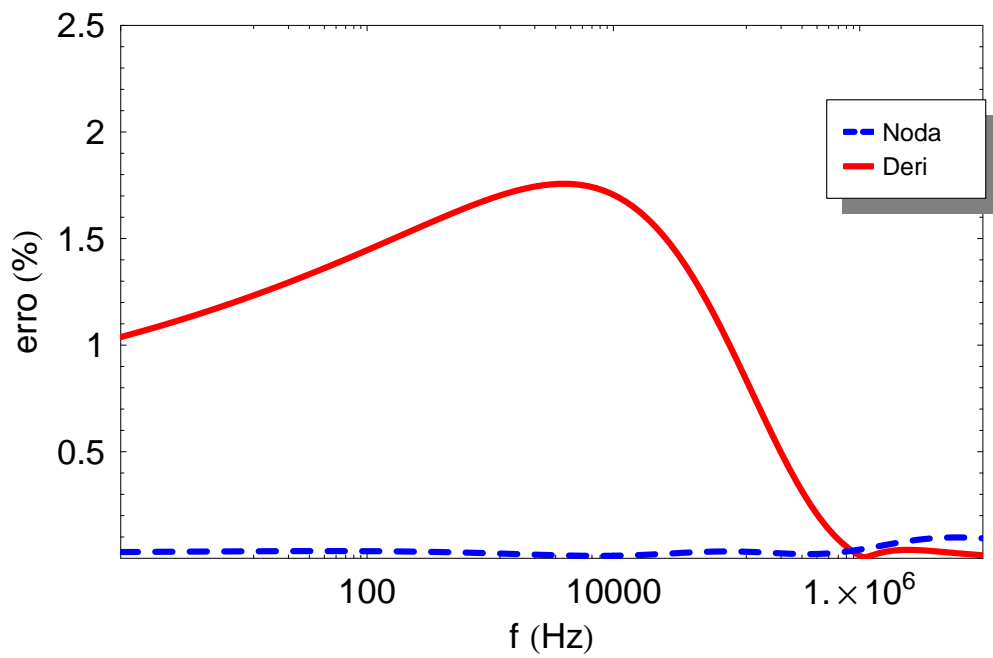


(b) Reatância

FIGURA C.5: Erro na impedância própria de retorno pelo solo



(a) Resistencia



(b) Reatância

FIGURA C.6: Erro na impedância mútua de retorno pelo solo

# Apêndice D

## Transformada Numérica de Laplace

Considere que  $f(t)$  seja uma função no domínio do tempo e que  $F(s)$  seja sua representação no domínio de Laplace. A Transformada Inversa de Laplace é dada por (Ramirez, Gomez e Moreno 2004):

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (\text{D.1})$$

onde  $s = c + j\omega$ ,  $\omega$  é a frequência angular e  $c$  é uma constante real e positiva. A eq. (D.1) pode ser expressa da seguinte forma:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(c + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{D.2})$$

A equação acima indica que a Transformada de Laplace de  $f(t)$  pode ser tratada como a Transformada de Fourier da função amortecida  $f(t) e^{-ct}$ . A eq. (D.2) pode ser aproximada numericamente:

$$f(n) = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) \sigma(k) e^{\frac{2\pi jkn}{N}} \right], \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{D.3})$$

onde:

$$\begin{aligned}
N &\rightarrow \text{número de amostras de tempo e de frequência} \\
\Delta t &\rightarrow \text{intervalo de amostragem} \\
\Delta \omega &\rightarrow \frac{2\pi}{N\Delta t} \\
f(n) &\rightarrow f(n\Delta t) \\
F(k) &\rightarrow F(c + jk\Delta\omega) \\
\sigma(k) &\rightarrow \text{função de amortecimento}
\end{aligned} \tag{D.4}$$

O termo dentro dos colchetes corresponde à Transformada Inversa Discreta de Fourier. O tempo máximo de observação para  $f(t)$  é:

$$T = N\Delta t \tag{D.5}$$

A função de amortecimento  $\sigma(k)$  é usada para atenuar o efeito Gibbs produzido pelo truncamento da faixa de frequências de interesse. A literatura técnica oferece uma grande variedade de modelos para a implementação de  $\sigma(k)$ . Este trabalho utiliza a forma de Hamming:

$$\sigma(k) = \frac{\sin\left(\frac{\pi j}{2}\right)}{\frac{\pi j}{2}} \tag{D.6}$$

De acordo com a eq. (D.3), a função  $F(k)$  é avaliada como uma constante no intervalo  $[k, k + 1]$ , o que resulta em um aspecto quadrado de sua resposta no domínio do tempo. A função do termo laplaciano  $c$  é exatamente a de alisar o sinal  $f(t)$ , de modo a atenuar a aproximação feita no domínio da frequência. Muitos autores utilizam critérios próprios para a definição de  $c$ . Neste trabalho, adota-se o critério proposto por (Wedephol 1997):

$$c = -\frac{\ln(0.001)}{T} \tag{D.7}$$