

META-HEURÍSTICAS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS À COORDENAÇÃO  
HIDROTÉRMICA

Alexandre Ferreira Amendola

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA

Aprovada por:

---

Prof. Alexandre Pinto Alves da Silva, Ph.D.

---

Prof. Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D.

---

Prof. Ricardo Bernardo Prada, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2007

AMENDOLA, ALEXANDRE FERREIRA

Meta-heurísticas de Otimização Aplicadas  
à Coordenação Hidrotérmica [Rio de Janeiro]  
2007

VI, 103 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,  
Engenharia Elétrica, 2007)

Dissertação – Universidade Federal do Rio  
de Janeiro, COPPE

1. Coordenação Hidrotérmica

2. Meta-heurísticas

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos amigos Hélio Barros Pinto e Alexandre P. Alves da Silva pelo encorajamento ao retorno à Universidade, bem como pelo apoio - em todos os sentidos - à elaboração desta dissertação. Também agradeço as importantes contribuições dos pesquisadores Marcelo Cicogna e Patrícia T. Leite, especialmente no tocante aos dados, modelagem, referências, e sugestões.

Cumpro ressaltar o apoio notável recebido dos colegas da Petrobras que, de uma forma ou de outra, viabilizaram a consecução do curso de mestrado, entre os quais gostaria de destacar: Renato Araújo Abreu, Flávio Augusto Lins Pereira, Cláudio Bezerra de Carvalho, José Manuel Martins Soares David e Jorge Luiz de Souza.

*“Truth is what stands the test of experience.”*

Albert Einstein

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

## META-HEURÍSTICAS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS À COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA

Alexandre Ferreira Amendola

Junho/2007

Orientador: Alexandre Pinto Alves da Silva

Programa: Engenharia Elétrica

A partir da formulação do problema de coordenação hidrotérmica como equivalente a um problema de minimização de custos não-linear, este trabalho buscou avaliar e comparar a aplicação de três meta-heurísticas de otimização: Algoritmos Genéticos, Enxame de Partículas e Recozimento Simulado, como possíveis ferramentas de solução. Foram testadas seis configurações de cada meta-heurística, sendo cada uma processada repetidamente, possibilitando uma comparação estatística do desempenho de cada uma delas. Para tanto, utilizou-se um sistema-teste modelado a usinas individualizadas com vazões determinísticas, composto de sete usinas hidrelétricas e seis usinas termelétricas flexíveis. Finalmente, conclui-se que estes métodos podem ser consistentemente aplicados à coordenação hidrotérmica por oferecerem soluções com qualidade e robustez competitivas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Science (M.Sc.).

OPTIMIZATION METAHEURISTICS APPLIED TO HYDROTHERMAL  
COORDINATION

Alexandre Ferreira Amendola

June/2007

Advisor: Alexandre Pinto Alves da Silva

Department: Electrical Engineering

Following the formulation of the hydrothermal coordination problem as equivalent to a non-linear cost minimization problem, this work sought to explore and compare three metaheuristic optimization techniques, namely Genetic Algorithms, Particle Swarm Optimization and Simulated Annealing, as possible solution tools. In order to perform this assessment, six different configurations of each metaheuristic have been employed and repeatedly processed in a hydrothermal Test-System, comprising seven hydro power plants and a set of six flexible thermal power plants, hence allowing a statistical performance comparison. Finally, it is concluded that these methods may be consistently employed in hydrothermal coordination, for they are able to offer precise and robust solutions.

## ÍNDICE

1	Introdução.....	1
1.1	Contexto .....	1
1.2	O Sistema Elétrico Brasileiro .....	3
1.3	Modelagem de Usinas Termelétricas .....	6
1.4	Modelagem de Usinas Hidrelétricas.....	9
1.5	Modelagem do Problema de Coordenação Hidrotérmica.....	11
2	Algoritmos Genéticos.....	17
2.1	Introdução aos AGs .....	17
2.2	Operadores Genéticos.....	21
2.2.1	Seleção.....	21
2.2.2	Cruzamento.....	24
2.2.3	Mutação .....	26
2.3	Considerações Adicionais .....	27
3	Enxame de Partículas .....	29
3.1	Descrição do Algoritmo PSO .....	31
3.2	Variações do Algoritmo PSO .....	34
4	Recozimento Simulado.....	37
4.1	Introdução.....	37
4.2	Descrição do Algoritmo SA .....	38
4.3	Parâmetros do Método.....	41
5	Sistema-Teste e Resultados .....	46
5.1	Sistema-Teste .....	46
5.2	Resultados Obtidos.....	55
5.2.1	Com Algoritmo Genético .....	55
5.2.2	Com Enxame de Partículas.....	66
5.2.3	Com Recozimento Simulado.....	78
5.3	Análise dos Resultados.....	92
6	Conclusões.....	97
7	Referências .....	99

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto

O uso intensivo de energia para os mais diversos fins é uma característica marcante na sociedade moderna. A maior parcela desta energia é oriunda de combustíveis fósseis (derivados de petróleo e carvão mineral), não-renováveis, tanto para uso direto (combustão para produção de calor e força motriz) quanto para uso indireto (conversão em outra fonte de energia, e.g. energia elétrica). A Figura 1 apresenta a participação relativa dos principais energéticos na matriz energética mundial [1]. No caso da matriz energética nacional, verifica-se uma maior participação em sua estrutura das fontes renováveis, tais como a energia hidráulica e a biomassa (lenha, bagaço de cana e álcool). A distribuição da participação destas fontes na matriz energética nacional é apresentada na Figura 2.

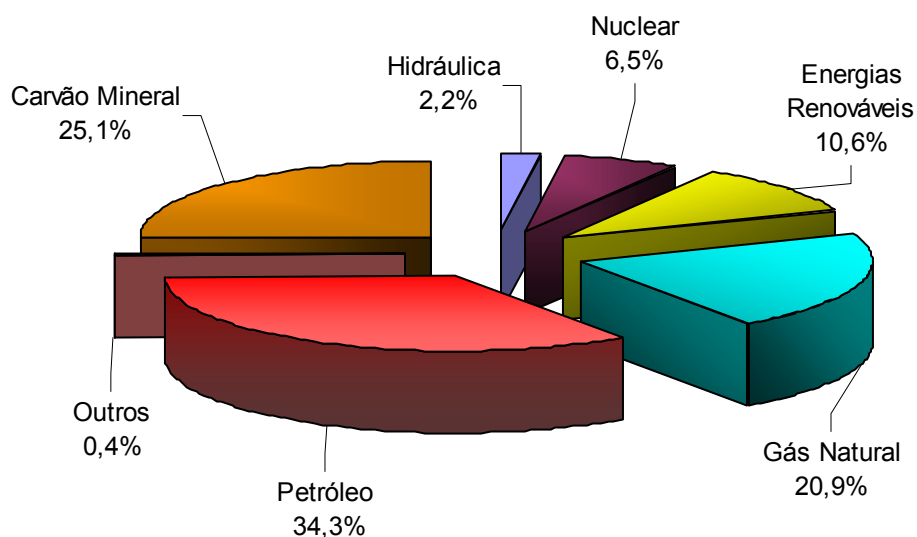


Figura 1 – Oferta Mundial por Fonte em 2004 (BEN-2006)

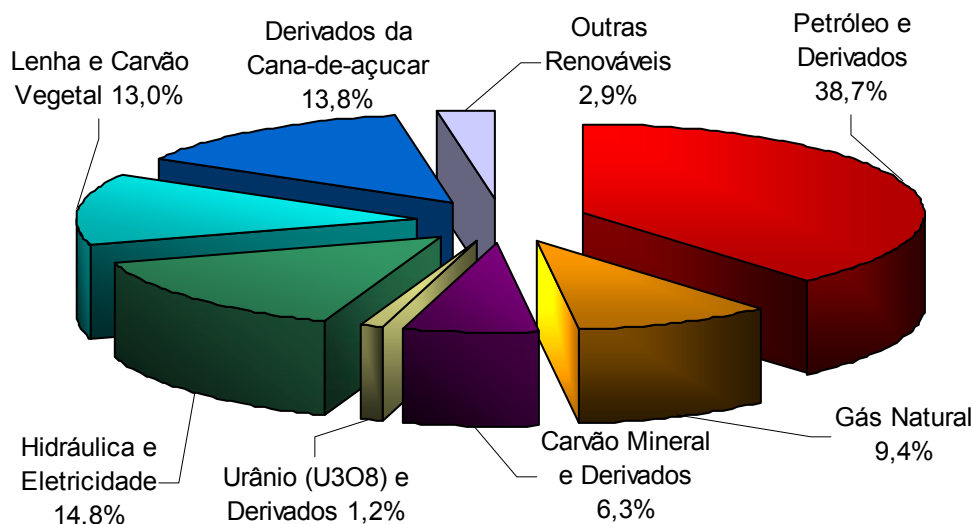


Figura 2 –Oferta Interna de Energia no Brasil em 2005 (BEN -2006)

A produção de energia elétrica no Brasil tem sido realizada por meio de um parque gerador que explora diferentes tipos de fontes primárias de energia. Dentre as diversas fontes utilizadas para geração elétrica, a hidráulica é a de maior destaque, com participação de 83,7% em 2005, seguido pelo gás natural e urânio com participação de 4,7% e 2,4%, respectivamente. A Tabela 1 apresenta as principais fontes de geração elétrica com a participação relativa de cada uma e a energia gerada em GWh no ano de 2005.

Tabela 1 - Geração de Eletricidade por Fonte em 2005

<i>Fonte</i>	<i>Energia (GWh)</i>	<i>Participação (%)</i>
Gás natural	18.811	4,7%
Eólica	93	0,0%
Carvão vapor	6.353	1,6%
Lenha	618	0,2%
Óleo diesel	7.598	1,9%
Óleo combustível	3.013	0,7%
Urânio contido no UO <sub>2</sub>	9.855	2,4%
Hidráulica	337.457	83,7%
Bagaço de cana	7.661	1,9%
Lixívia	4.482	1,1%
Gás de coqueria	450	0,1%
Outras secundárias	1.127	0,3%
Outras recuperações	5.513	1,4%

Fonte: Balanço Energético Nacional - BEN 2006.



A opção pela geração hidráulica advém de uma combinação de fatores históricos (em função da abundância de recursos hídricos e motivação estratégica – redução da dependência externa), sendo que ao longo das décadas 1950-80 foram construídas as principais usinas que abastecem o país. Estimativas da Eletrobrás [2] indicam que apenas 25% do potencial hidrelétrico foi efetivamente explorado, ou seja, ainda existem aproveitamentos em volume suficiente para permitir a manutenção do caráter hidráulico do Sistema Elétrico Brasileiro, caso esta permaneça como a opção preferencial de expansão do sistema no futuro. Adicionalmente, é importante ressaltar que, enquanto critérios de investimento, de confiabilidade de suprimento, e até estratégicos, norteiam a decisão de se expandir o sistema elétrico (tanto a capacidade de geração quanto de transmissão), a política de operação de qualquer sistema existente será orientada à redução dos custos operativos - custos variáveis em função do regime de operação ou nível de despacho - para um determinado nível de confiabilidade pré-estabelecido. Este é o conceito central dos estudos da operação energética de curtíssimo, curto e médio prazos.

## 1.2 O Sistema Elétrico Brasileiro

O Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) é composto de usinas termelétricas (UTE) (convencionais utilizando diversos energéticos bem como nucleares) e usinas hidrelétricas (UHE), ligadas aos centros de carga através de uma extensa malha de transmissão e distribuição.

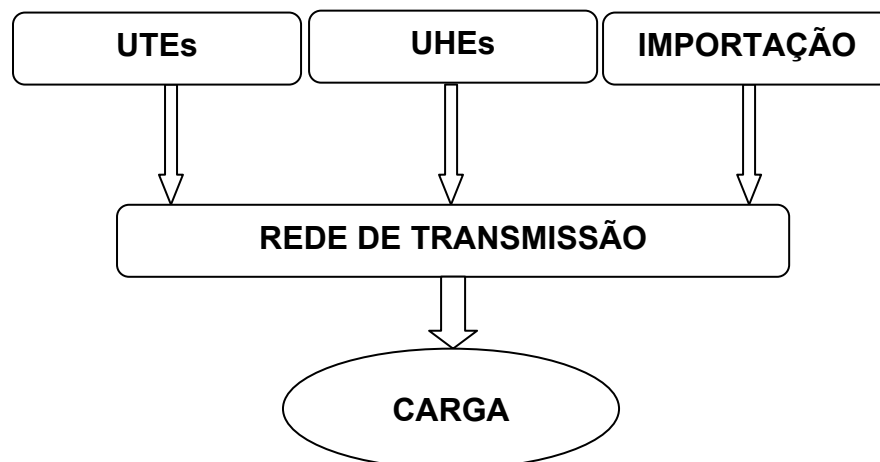


Figura 3 – Sistema Hidrotérmico

O esquema apresentado acima pode ser considerado como representativo do caso brasileiro, onde todos estes elementos estão presentes. Por um lado, o Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) possui diversidade de fontes de geração elétrica e por outro lado, com tamanho e características que permitem considerá-lo único em âmbito mundial, o sistema de produção e transmissão do SEB é um sistema hidrotérmico de grande porte, com forte predominância de usinas hidrelétricas e com múltiplos proprietários.

Merece destaque o Sistema Interligado Nacional (SIN), por ser a parcela do SEB mais representativa e importante em termos de abrangência e mercado supridos, que por sua vez divide-se em quatro subsistemas, a saber: Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e parte da região Norte. Atualmente, apenas 3,4% da capacidade de produção de eletricidade do país encontra-se fora do SIN, em sistemas isolados localizados principalmente na região amazônica [3].

Desde a década de 1970, o SIN é operado de forma a obter economicidade a partir da operação coordenada. A operação coordenada visa minimizar os custos globais de produção de energia elétrica, contemplando restrições operativas porventura existentes garantindo a confiabilidade do atendimento. Conceitualmente, a operação centralizada do SIN está embasada na interdependência operativa entre os diversos agentes do sistema, causada pelo aproveitamento conjunto dos recursos hídricos, decorrentes da configuração das usinas e reservatórios construídos em “cascata” e do regime de aflúências característico de cada região. Desta forma, a operação de uma determinada usina depende das vazões liberadas a montante por outras usinas que podem ser de propriedade de outros agentes, ao mesmo tempo em que sua operação afeta as usinas a jusante. A utilização dos recursos de geração e transmissão dos sistemas interligados permite reduzir os custos operativos, minimizando a produção térmica e o consumo de combustíveis sempre que houver excedentes de disponibilidade hidrelétrica em outros pontos do sistema. Analogamente, existindo condições hidrológicas desfavoráveis, as usinas termelétricas são chamadas a despachar.

Devido a esta característica, a operação do SIN é bastante complexa, pois para cada período sob análise, deve ser tomada a decisão entre operar utilizando-se a energia

“grátis” que está armazenada nos reservatórios ou acionando-se um gerador termelétrico com os custos de combustível associados.

Pode-se concluir que a operação do SIN requer que sejam levadas em consideração as características (i) construtivas das usinas, (ii) do comportamento sazonal das vazões afluentes, (iii) do mercado (carga própria) a ser atendido, (iv) da rede de transmissão e (v) dos custos operativos. Todas estas variáveis serão detalhadas ao longo da modelagem do problema de coordenação hidrotérmica empregada neste trabalho.

Assim, segundo o paradigma atual [4] do planejamento da operação do sistema, opta-se normalmente por dividi-lo em três horizontes:

- a) Médio Prazo: nesta etapa é determinada a política operativa ótima levando-se em consideração a capacidade de regularização das usinas com reservatório de acumulação. A modelagem utilizada pelo Operador Nacional do Setor Elétrico (ONS) também considera a aleatoriedade das vazões, a evolução do mercado e o plano de expansão indicado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). O horizonte de estudo desta etapa do planejamento é de cinco anos e não há representação explícita da rede elétrica, excetuando-se os limites de intercâmbio entre subsistemas.
- b) Curto Prazo: A partir da etapa anterior, é obtida uma política de operação ótima por usina, já se considerando algumas restrições de geração (normalmente relativas a geração total por grupo de usinas) e também algumas restrições elétricas. As vazões afluentes são tratadas de forma determinística.
- c) Programação da Operação: Nesta etapa, o problema de coordenação hidrotérmica é representado em detalhe, incluindo comissionamento de unidades geradoras e curvas de rendimento de hidrelétricas. A rede elétrica é representada explicitamente, com todos os seus componentes modelados para uso em estudos de fluxo de potência. Assim, obtém-se o despacho ótimo de todas as usinas em base horária ou semi-horária.

Esta divisão do problema em etapas, cada uma com diferentes graus de detalhamento do sistema, é particular do caso brasileiro, que possui forte predominância hídrica, o que

aumenta o grau de complexidade do problema de coordenação e planejamento da operação.

Assim, este estudo estará focado no problema do planejamento de médio prazo, sendo que a modelagem das usinas do sistema será escolhida da forma mais conveniente para este horizonte. Além disso, como será visto adiante, este problema é essencialmente não-linear e de grande porte, o que justifica a proposta do uso de heurísticas de otimização como técnicas candidatas para sua análise e solução.

### 1.3 Modelagem de Usinas Termelétricas

Diversas tecnologias são atualmente utilizadas para conversão em energia mecânica da energia térmica obtida por combustão. Em geral, pode-se dividir estes tipos de usina em duas categorias principais (i) usinas convencionais, que utilizam combustíveis fósseis ou biomassa e (ii) usinas nucleares, que utilizam combustíveis físséis, como Urânio e Plutônio.

Dentro da primeira categoria, destacam-se as usinas a *carvão*, a *óleo combustível* e a *gás natural*, sendo empregadas turbinas a gás (no caso de usinas a gás natural ou bicomustíveis) e turbinas a vapor (principalmente nas usinas a carvão, a óleo combustível e nas usinas de *ciclo combinado*, onde, em um estágio complementar, são aproveitados os gases de exaustão de turbinas a gás).

Para efeito de modelagem, os custos de geração destes tipos de usina são geralmente considerados como sendo uma função convexa e crescente do despacho. Na literatura, normalmente a função escolhida é quadrática [5] da forma:

$$\psi_j(g_j) = ag_j^2 + bg_j + c \quad (1)$$

Onde os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  dependem das características de cada usina. De qualquer forma, o uso de um polinômio de segundo grau usualmente é apenas uma aproximação conveniente para estudos de médio/longo prazo, pois a verdadeira “função custo” pode

ser, inclusive, descontínua [5]. Neste caso, na fase de programação da operação, pode ser necessária uma modelagem mais detalhada do comportamento da usina.

Contudo, nos estudos de médio prazo, no Brasil, adota-se normalmente para o custo de geração uma função linear para o custo da geração  $g_j$ , ou seja:

$$\psi_j(g_j) = ag_j + b \quad (2)$$

Onde o parâmetro  $a$  é o custo incremental da UTE<sup>1</sup>.

Em um sistema puramente térmico, cujos estágios de análise sejam mensais (este intervalo de tempo é o usualmente empregado nos estudos de médio prazo), pode-se assumir as hipóteses [6] que o problema da operação será (i) *desacoplado no tempo*<sup>2</sup>, i.e. a decisão de se operar uma UTE não influenciará a decisão, ou a capacidade de se gerar energia nos estágios subseqüentes, e (ii) *desacoplado espacialmente*<sup>3</sup>, i.e. a operação de uma UTE, em um dado estágio, não influenciará a capacidade de geração de outra usina conectada em outro ponto da rede elétrica. Caso estas hipóteses não se verifiquem, será necessário se incluir restrições adicionais ao processo de otimização do despacho [7].

Assim, o problema de planejamento da operação de médio prazo de um sistema puramente térmico pode ser formulado como um problema de otimização [5,8], da seguinte forma:

Para cada estágio  $t$ , calcular:

$$\min \sum_{j=1}^J \psi_j(g_j) \quad (3)$$

sujeito a:

---

<sup>1</sup> Atualmente (2007), uma UTE pode declarar uma função de custo linear por partes (custo incremental em função da faixa de operação).

<sup>2</sup> Neste caso, assume-se a hipótese que o combustível necessário à operação estará prontamente disponível, sempre que houver a decisão de se despachar a UTE.

<sup>3</sup> Assume-se que as UTEs não disputem um suprimento restrito de combustível (restrições de logística ou de quantidade).

$$D_t = \sum_{j=1}^J g_{j,t} \quad (4)$$

$$g_j^{\min} \leq g_{j,t} \leq g_j^{\max} \quad (5)$$

Onde:

$J$ : número de usinas termelétricas do sistema;

$\psi_j(\cdot)$ : função de custo da usina termelétrica  $j$ ; [\\$]

$g_{j,t}$ : geração de energia da usina termelétrica  $j$  durante o estágio  $t$ ; [MW-médio]

$D_t$ : carga própria a ser atendida durante o estágio  $t$ ; [MW-médio]

$g_j^{\min}$ : geração mínima da usina termelétrica  $j$ ; [MW-médio]

$g_j^{\max}$ : geração máxima da usina termelétrica  $j$ ; [MW-médio]

Ressalta-se que para um sistema com usinas com custo linear<sup>4</sup>, o problema de despacho termelétrico para cada estágio, resume-se a uma simples “lista de prioridades”, onde as usinas são despachadas na ordem crescente de seu custo incremental.

---

<sup>4</sup> No Brasil, este custo variável de geração é denominado CVU (Custo Variável Unitário), expresso em R\$/MWh, estando embutidos todos custos variáveis influenciados pelo nível de despacho (combustível, operação, manutenção, etc.).

#### 1.4 Modelagem de Usinas Hidrelétricas

A geração de energia em uma UHE corresponde à transformação de energia potencial hidráulica, obtida por represamento, em energia elétrica. A água do reservatório é conduzida por condutos forçados até a “casa de máquinas” da usina (onde se localizam as turbinas hidráulicas). Depois, esta *vazão turbinada* é devolvida ao rio através do “canal de fuga”. Alternativamente, pode-se extrair água do reservatório por meio de seu “vertedouro” e, neste caso, esta *vazão vertida* não irá gerar energia.

Adotando a classificação utilizada por diversos autores [9,10,11], pode-se dividir as UHEs em dois tipos:

- Reservatórios de Compensação: Têm pequena capacidade de armazenar energia, para horizontes plurianuais, o que permite apenas a regularização de pequenas descargas. As usinas com este tipo de reservatório são denominadas “usinas a fio d’água”.
- Reservatórios de Acumulação: Têm grande capacidade de armazenar energia sob forma de água, usinas deste tipo são denominadas “usinas de reservatório”.

A classificação das UHEs em função destes dois tipos de reservatórios depende do horizonte do estudo. Enquanto que em horizontes de longo e médio prazos são desprezadas as capacidades de regularização das usinas a fio d’água (pela sua faixa de operação estreita), no curto prazo (diário ou horário) estes reservatórios podem ser considerados como de acumulação. A Figura 4 a seguir ilustra o modelo adotado para as UHEs. Ressalta-se que o “volume mínimo operativo” também é conhecido como “volume morto” e que a diferença entre os volumes operativos máximo e mínimo é conhecida como “volume útil”.

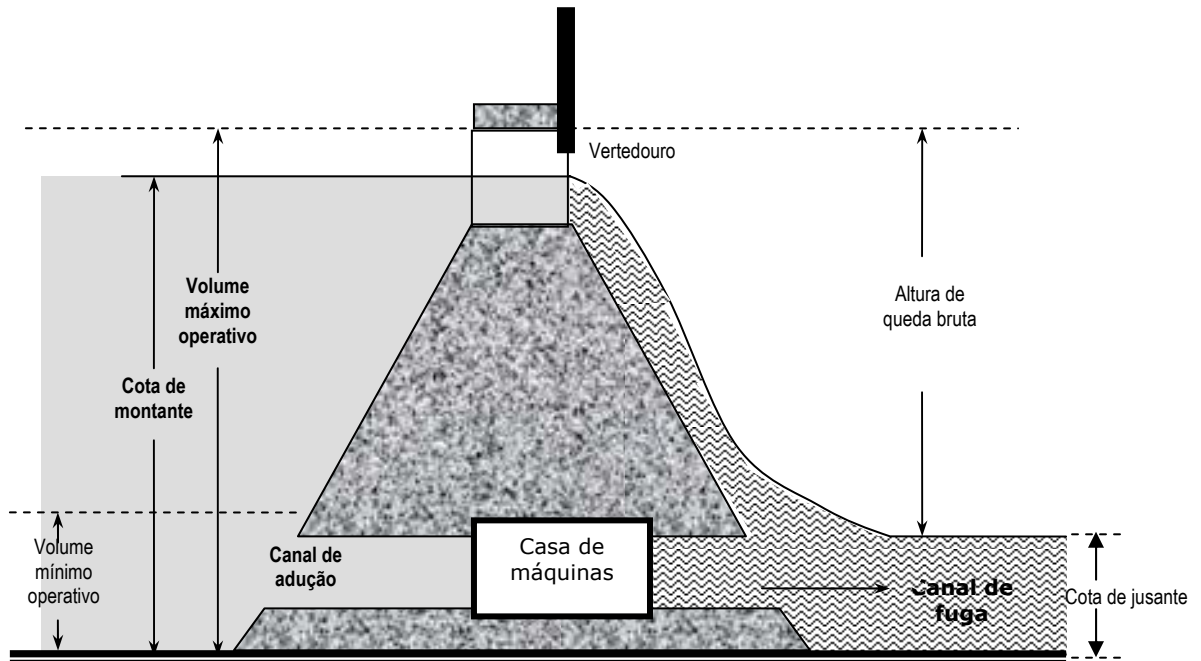


Figura 4 – Esquema de uma usina hidrelétrica

As características da UHE mostradas acima são traduzidas para as seguintes variáveis:

Seja:

$x_{i,t}$ : volume armazenado no reservatório da usina  $i$  no final do estágio  $t$ .

Definindo-se:

$q_{i,t}$ : vazão turbinada pela usina  $i$  durante o estágio  $t$ .

$v_{i,t}$ : vazão vertida pela usina  $i$  durante o estágio  $t$ .

Pode-se calcular a variável:

$u_{i,t} = q_{i,t} + v_{i,t}$ , onde  $u_{i,t}$  é a vazão defluente da usina  $i$  durante o estágio  $t$ .

Definindo-se:

$\phi_i(x)$ : polinômio da cota montante, em função do volume armazenado, do reservatório da usina  $i$ .

$\theta_i(u)$ : polinômio da cota jusante, em função da vazão defluente, do canal de fuga da usina  $i$ .

e,

$pc_{i,t}$ : perda de carga hidráulica da usina  $i$  durante o estágio  $t$ .

Pode-se calcular:



$h_{i,t} = \phi(x_{i,t}^{med}) - \theta(u_{i,t}) - pc_{i,t}$ , onde  $h_{i,t}$  é a altura de queda líquida média<sup>5</sup> da usina  $i$  durante o estágio  $t$ .

Finalmente, as principais restrições operativas serão:

$x_{i,t}^{max}$ : volume máximo armazenado na usina  $i$  ao final do estágio  $t$ ;

$x_{i,t}^{min}$ : volume mínimo armazenado no reservatório da usina  $i$  ao final do estágio  $t$ .

Evidentemente, existirão restrições quanto ao volume capaz de ser turbinado e vertido:

$$u_{i,t}^{min} \leq u_{i,t} \leq u_{i,t}^{max} \quad e,$$

$$q_{i,t}^{min} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t}^{max}(h_{i,t})$$

Adicionalmente, vale ressaltar que o uso múltiplo da água (para irrigação, navegação, controle de cheias, pesca, turismo, etc.) poderá fazer as restrições operativas de volumes máximo e mínimo variarem sazonalmente.

### 1.5 Modelagem do Problema de Coordenação Hidrotérmica

Como visto, o objetivo do planejamento da operação é formulado como um problema de minimização dos custos operativos. No caso de um sistema hidrotérmico, o problema da coordenação tem dimensões adicionais, devido ao acoplamento temporal e espacial das decisões tomadas em qualquer instante.

Um dado importante na modelagem de sistemas hidrotérmicos é a vazão natural afluente em cada reservatório, que, embora no caso brasileiro esta tenha um comportamento sazonal marcante, também comporta alta aleatoriedade<sup>6</sup>. A árvore de decisão mostrada na Figura 5 ilustra as conseqüências possíveis em função das vazões efetivamente verificadas.

---

<sup>5</sup> O uso de  $x_{i,t}^{med}$  se faz necessário devido à possibilidade de o volume armazenado em um reservatório poder variar significativamente ao longo do estágio  $t$  (usualmente mensal nos estudos de médio prazo). A definição desta variável está na eq. (13).

<sup>6</sup> Por outro lado, de forma alguma esta é a única incerteza com impacto no planejamento da operação. Outras fontes de incerteza tais como (i) datas de entrada em operação de linhas de transmissão e de unidades geradoras, (ii) previsão de carga e (iii) preços dos combustíveis, também poderiam ser modeladas, conforme a conveniência do estudo.

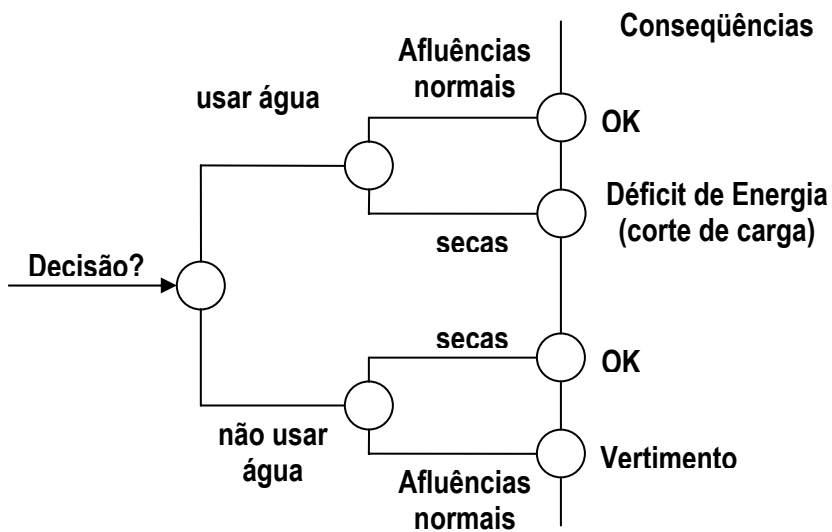


Figura 5 – Conseqüências da operação em Função da Hidrologia

Portanto, o operador deve optar entre utilizar recursos hidráulicos hoje, evitando o custo da geração térmica complementar, ou optar por utilizá-los no futuro, acionando geração termelétrica no presente. Em geral, no caso das usinas hidrelétricas, embora existam custos de operação e manutenção crescentes com o nível de geração, pode-se desprezar a parcela referente ao custo variável por ser fracamente influenciada pelo nível de produção. Por outro lado, em uma usina termelétrica, o custo de operação é fortemente influenciado pelo nível de geração [12].

Conceitualmente, pode-se representar o custo desta decisão em função do volume de água armazenada em ambas as situações conforme exemplo ilustrado na Figura 6 a seguir.

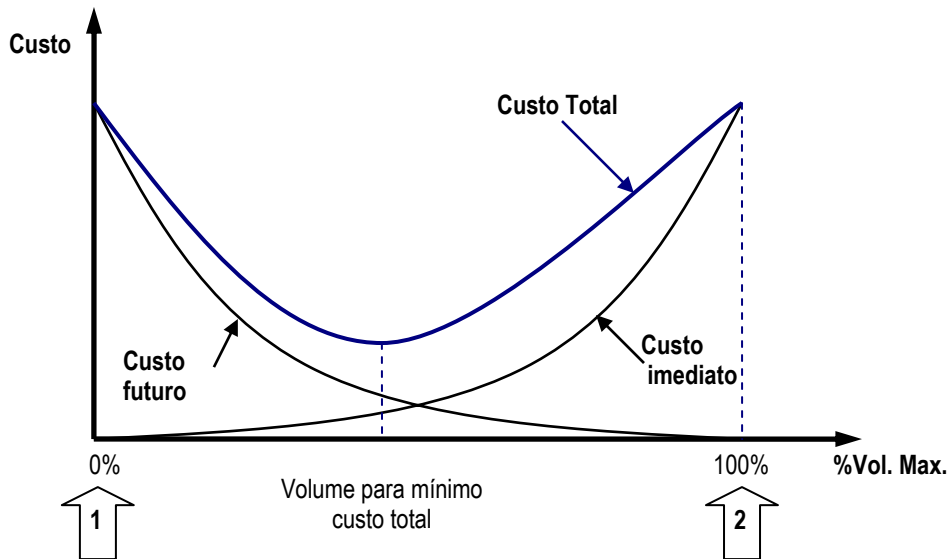


Figura 6 – Custos imediato, futuro e total da operação

Na situação nº 1 o atendimento à carga é realizado integralmente com recursos hidráulicos. Nesta situação, o volume armazenado no reservatório desceu a zero, o que corresponde a um Custo Imediato também igual a zero. Por outro lado o Custo Futuro desta decisão operativa é alto, pois será necessário se lançar mão de fontes térmicas nos períodos de planejamento seguintes. A situação nº 2 ilustra o oposto. O custo operativo mínimo, neste caso, corresponderá portanto a uma combinação ótima entre o uso de fontes térmicas e hídricas.

O sistema hidrotérmico tem como custo de operação exatamente o custo de complementação termelétrica, que será tanto menor quanto mais forem exploradas as fontes hidrelétricas. Por outro lado, conforme mostrado acima, a componente temporal do problema exige que esta função considere todo o horizonte de planejamento. Finalmente, o problema de coordenação hidrotérmica pode ser definido [9] como a minimização do custo total de geração termelétrica (ou a maximização da produção hidráulica), onde este consistirá no valor presente dos custos de geração em cada estágio, para um horizonte de estudo de  $T$  estágios, descontado a uma taxa  $r$ .

Assim:

$$\min \sum_{t=1}^T \left[ \lambda_t \cdot \sum_{j=1}^J \psi_j(g_{j,t}) \right] \quad (6)$$

sujeito a:

$$D_t = G_t + P_t \quad (7)$$

$$G_t = \sum_{j=1}^J g_{j,t} \quad (8)$$

$$g_j^{\min} \leq g_{j,t} \leq g_j^{\max} \quad (9)$$

$$P_t = \sum_{i=1} p_{i,t} \quad (10)$$

$$x_{i,t} = x_{i,t-1} + \left( y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} - u_{i,t} \right) \cdot \frac{\Delta t_t}{10^6} \quad (11)$$

$$h_{i,t} = \phi(x_{i,t}^{med}) - \theta(u_{i,t}) - pc_{i,t} \quad (12)$$

$$x_{i,t}^{med} = \frac{x_{i,t-1} + x_{i,t}}{2} \quad (13)$$

$$p_{i,t} = k_i h_{i,t} q_{i,t} \quad (14)$$

$$u_{i,t} = q_{i,t} + v_{i,t} \quad (15)$$

$$x_{i,t}^{\min} \leq x_{i,t} \leq x_{i,t}^{\max} \quad (16)$$

$$u_{i,t}^{\min} \leq u_{i,t} \leq u_{i,t}^{\max} \quad (17)$$

$$q_{i,t}^{\min} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t}^{\max}(h_{i,t}) \quad (18)$$

$$v_{i,t} \geq 0 \quad (19)$$

$$\lambda_t = \frac{1}{(1+r)^t} \quad (20)$$

Onde:

- $T$ : número de intervalos de tempo;
- $I$ : número de usinas hidrelétricas;
- $J$ : número de usinas termelétricas do sistema;
- $\lambda_t$ : fator de desconto para o intervalo  $t$ ;
- $k_i$ : produtividade específica da usina  $i$ ; [MW-médio/((m<sup>3</sup>/s).m)]
- $\psi_j(\cdot)$ : função de custo da usina termelétrica  $j$ ; [\$]
- $g_{j,t}$ : geração de energia da usina termelétrica  $j$  durante o intervalo  $t$ ; [MW-médio]
- $p_{i,t}$ : geração da usina hidrelétrica  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [MW-médio]
- $G_t$ : geração de energia termelétrica total durante o intervalo  $t$ ; [MW-médio]
- $P_t$ : geração de energia hidrelétrica total durante o intervalo  $t$ ; [MW-médio]
- $D_t$ : carga própria a ser atendida durante o período  $t$ ; [MW-médio]
- $g^{min}_j$ : geração mínima da usina termelétrica  $j$ ; [MW-médio]
- $g^{max}_j$ : geração máxima da usina termelétrica  $j$ ; [MW-médio]
- $x_{i,t}$ : volume armazenado no reservatório da usina  $i$  no final do intervalo  $t$ ; [hm<sup>3</sup>]
- $x^{med}_{i,t}$ : volume médio do reservatório da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [hm<sup>3</sup>]
- $h_{i,t}$ : altura de queda líquida média da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [m]
- $pc_{i,t}$ : perda de carga hidráulica da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [m]
- $x^{max}_{i,t}$ : volume máximo armazenado na usina  $i$  ao final do intervalo  $t$ ; [hm<sup>3</sup>]
- $x^{min}_{i,t}$ : volume mínimo armazenado na usina  $i$  ao final do intervalo  $t$ ; [hm<sup>3</sup>]
- $u_{i,t}$ : vazão defluente da usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [m<sup>3</sup>/s]
- $q_{i,t}$ : vazão turbinada pela usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [m<sup>3</sup>/s]
- $v_{i,t}$ : vazão vertida pela usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [m<sup>3</sup>/s]
- $y_{i,t}$ : vazão incremental (lateral) afluyente à usina  $i$  durante o intervalo  $t$ ; [m<sup>3</sup>/s]
- $\phi_i(x)$ : polinômio da cota montante do reservatório da usina  $i$ ; [m]
- $\theta_i(u)$ : polinômio da cota jusante do canal de fuga da usina  $i$ ; [m]
- $\Delta t_t$ : duração do intervalo  $t$ ; [s]
- $\Omega_i$ : conjunto das usinas imediatamente à montante da usina  $i$ ;

Onde a equação (11) representa a restrição de balanço hídrico.

Uma conseqüência direta desta abordagem é que a solução do problema de coordenação hidrotérmica requer que seja previamente resolvido um problema de otimização do despacho termelétrico, conforme definido nas equações (3)-(5), para todas as condições de despacho possíveis. O levantamento prévio da distribuição ótima do despacho  $G_t$  (onde  $G_t$  percorre toda a faixa de disponibilidade de geração, de zero a  $G_t^{max}$ ) entre as termelétricas do sistema (tendo como resultado uma função analítica, linear por partes ou uma simples tabela), garantirá que o valor presente do custo de geração seja mínimo.

O modelo apresentado nas equações (6) a (20), com vazões determinísticas a usinas individualizadas (VDUI), sem representação da rede de transmissão (sistema barra única), será o utilizado nas simulações deste trabalho. Ressalta-se que ao longo do tempo, pesquisadores das áreas de Sistemas de Potência e Pesquisa Operacional propuseram diversas abordagens ao problema, cada uma com suas vantagens e desvantagens. Por exemplo, a modelagem utilizada neste trabalho e “alternativa” ao paradigma atual também é consistentemente empregada por SOARES e CICOGNA em [13], enquanto que MACEIRA *et. al.* em [14] apresenta uma comparação entre as abordagens “clássica” (vazões estocásticas a subsistemas equivalentes) e “alternativa” na qual conclui que a operação do SIN baseada em cenários determinísticos de vazões afluentes pode resultar em riscos de déficit mais elevados que uma política de operação que considere a aleatoriedade das vazões.

Neste trabalho serão utilizadas e comparadas três heurísticas de otimização, aplicadas ao problema de coordenação hidrotérmica de um sistema-teste, com modelagem VDUI, escolhidas por já terem sido empregadas por diversos autores na solução de problemas de Sistemas de Potência, além de possuírem extenso número de referências na literatura bem como rotinas e programas computacionais genéricos já desenvolvidos. Estas são, a saber, Algoritmos Genéticos, Exame de Partículas e Recozimento Simulado, sendo que os Capítulos 2, 3 e 4 a seguir apresentam uma breve fundamentação teórica de cada um destes métodos.

## 2 Algoritmos Genéticos

### 2.1 Introdução aos AGs

Algoritmos Genéticos (AGs) são uma família de métodos computacionais inspirados no conceito de evolução das espécies. Tipicamente, os AGs são usados na otimização de funções, codificando uma “população” de soluções candidatas (ou *indivíduos*), de um determinado problema em estruturas de dados organizadas de forma semelhante aos cromossomos. Após a escolha da “população inicial”, gerada aleatoriamente, ou escolhida arbitrariamente pelo analista em função de conhecimento *a priori* sobre o problema estudado, são então aplicados iterativamente procedimentos de seleção, recombinação e mutação a estas estruturas, criando assim uma “geração” subsequente que, em média, apresentará um desempenho melhor que a “geração” precedente (quando avaliados por uma *função adequabilidade*) que teve parte de suas características mais desejáveis preservadas e aperfeiçoadas por procedimentos específicos.

A formulação básica do processo envolve dois estágios [15]: (i) Seleção da população que irá “procriar”, formando uma população intermediária denominada *mating pool* e (ii) aplicação dos operadores de reprodução cruzamento (*crossover*) e mutação (*mutation*) a esta população intermediária. As escolhas dos esquemas de cruzamento e mutação, da forma de codificação dos indivíduos, da definição da função adequabilidade, e a calibragem dos parâmetros dos operadores são os aspectos mais importantes de qualquer AG, pois são fortemente dependentes do problema analisado.

O primeiro passo no uso de AGs é escolher como representar cada *indivíduo* desta população, ou seja, como codificá-los, transformando cada parâmetro do problema por meio de um conjunto finito de símbolos.

Uma escolha muito comum é a codificação binária, sendo que neste caso os indivíduos são representados como uma *string* de *bits* de comprimento mantido constante ao longo

do processo de otimização. Esta solução, embora simples, apresenta dois problemas principais, a saber:

(i) Se o número de valores discretos válidos (permitidos) não for uma potência de dois, uma grande parcela das combinações possíveis, geradas no processo de criação de novos indivíduos, corresponderão a *genes* que não têm expressão em nenhum fenótipo, tornando muitas destes cromossomos redundantes, obrigando o analista a buscar métodos para o tratamento destas anomalias, convertendo códigos não-válidos em válidos e;

(ii) A “distância” entre duas soluções com representação binária, medida como o número de bits diferentes nos cromossomos, pode não corresponder à distância verdadeira entre as soluções. Por exemplo, dois números inteiros na base 10 podem ser vizinhos, mas terem vários bits diferentes na representação binária<sup>7</sup>. Esta característica da representação binária é conhecida como *Hamming Cliffs* [15].

Outro cuidado a ser tomado pelo analista ao utilizar a codificação binária é se criar subconjuntos de bits que representem características correlacionadas, sendo que estes subconjuntos serão, efetivamente, as unidades fundamentais dos cromossomos, evitando que a operação de Cruzamento, apresentada mais a frente, possa destruir cadeias importantes de informação.

No presente, em problemas de otimização de grande porte tem-se preferido utilizar codificação com “alfabetos” ou sistemas numéricos de cardinalidade mais elevada, sendo que entre estas alternativas destaca-se a representação com números reais, já empregada com sucesso em problemas de coordenação hidrotérmica [10,16,17]. Outros estudos [18,19] reafirmam a maior eficiência deste tipo de representação, que possuem a vantagem adicional de uma definição mais simples dos operadores especificamente desenhados em função do problema.

A avaliação da qualidade de cada indivíduo de uma dada geração – e, conseqüentemente, da probabilidade de este transmitir suas características a geração seguinte - é realizada por meio da *função adequabilidade (fitness function)* [10,15,16]. Esta função distingue-se conceitualmente da *função objetivo* do problema de

---

<sup>7</sup> Por exemplo, dois números reais vizinhos, como 3 e 4 são representados como 011 e 100 sendo a Distância de Hamming igual a três bits.



otimização, pois enquanto a primeira é utilizada para se avaliar a *performance* de uma determinada solução, a segunda traduz esta medida de *performance* como a alocação das oportunidades reprodutivas de determinado indivíduo. Contudo, em diversas aplicações, a própria “função objetivo” pode se prestar a esse fim.

Destaca-se que os AGs têm um problema intrínseco ao lidar com problemas de otimização sob restrições, pois muitas vezes o operador *crossover* (cruzamento) gera indivíduos (soluções candidatas) que não pertencem à região viável<sup>8</sup>.

A literatura tem recomendado o emprego de basicamente quatro técnicas para se lidar com esse problema, sendo a primeira simplesmente se descartar indivíduos que eventualmente estejam fora do espaço viável. Uma segunda sugestão consiste em se transformar indivíduos não-viáveis em viáveis por meio de um procedimento de conversão conveniente. Em terceiro lugar, também se sugere o uso de operadores genéticos específicos, desenhados para um determinado problema, de modo a se evitar a criação de indivíduos inviáveis.

Enquanto que os procedimentos acima consistem basicamente em se evitar que indivíduos inviáveis sejam criados ou façam parte do *mating pool*, pode-se mostrar que muitas vezes estas podem não ser as melhores técnicas no caso de problemas onde o ponto ótimo seja normalmente encontrado próximo à fronteira da região viável, que é uma condição freqüentemente encontrada em sistemas de potência. Isto pode ser parcialmente mitigado se aplicando o procedimento de correção apenas a uma fração dos indivíduos, permitindo assim que algumas soluções possam explorar o espaço inviável ao longo do processo de convergência, possibilitando que o ótimo global possa eventualmente, ser encontrado.

A quarta técnica consiste na *penalização* da função objetivo [20], pois esta permite reduzir as chances de “reprodução” destes indivíduos ao mesmo tempo que preserva indivíduos localizados no espaço não-viável, que podem eventualmente estar próximos à solução ótima, caso esta se encontre em um ponto extremo. Contudo, o analista deverá especificar a forma de penalização, i.e. se aditiva ou multiplicativa, onde no

---

<sup>8</sup> Supõe-se que antes de se empregar o AG, verifique-se a existência do “espaço factível” (viável), cujas fronteiras são definidas pelas restrições. Do contrário, deve-se redefinir a modelagem.

primeiro caso representa-se a nova função adequabilidade como  $g(\underline{x}) = f(\underline{x}) + p(\underline{x})$ , onde  $p(\underline{x}) = 0$  no espaço viável e do contrário  $p(\underline{x}) > 0$ , para problemas de minimização. No caso de penalização multiplicativa faz-se  $g(\underline{x}) = f(\underline{x})p(\underline{x})$ , onde  $p(\underline{x}) = 1$  no espaço viável e do contrário,  $p(\underline{x}) > 1$ .

Cabe ressaltar que no presente estudo, entre as diversas técnicas, optou-se pela utilização de “penalização exterior” [21] aditiva. Assim, foram adicionadas parcelas à função objetivo que penalizam a solução sempre que houver violação dos limites máximo ou mínimo das grandezas “vazão defluente” e/ou “armazenamento final”. Assim, o problema pode ser reescrito como:

$$\min \sum_{t=1}^T \left[ \lambda_t \cdot \sum_{j=1}^J \psi_j(g_{j,t}) + \alpha w_1 (x_{i,t} - x_{i,t}^{\max, \min})^2 + \beta w_2 (u_{i,t} - u_{i,t}^{\max, \min})^2 \right] \quad (21)$$

onde  $w_1$  e  $w_2$  ponderam o custo da penalidade, e,

$$\begin{cases} \alpha = 1, & \text{se } x_{i,t} < x_{i,t}^{\min} \quad \text{ou} \quad x_{i,t} > x_{i,t}^{\max} \\ \alpha = 0, & \text{do contrário} \end{cases}$$

e,

$$\begin{cases} \beta = 1, & \text{se } u_{i,t} < u_{i,t}^{\min} \quad \text{ou} \quad u_{i,t} > u_{i,t}^{\max} \\ \beta = 0, & \text{do contrário} \end{cases}$$

Sendo que os fatores  $w_1$  e  $w_2$  são escolhidos dentro da ordem de grandeza esperada da solução, de tal forma que, conforme já mencionado, sejam uma solução de compromisso entre as explorações dos espaços viável e inviável.

Desta forma, pode-se esquematizar a incorporação do AG no processo de otimização conforme o fluxograma abaixo.

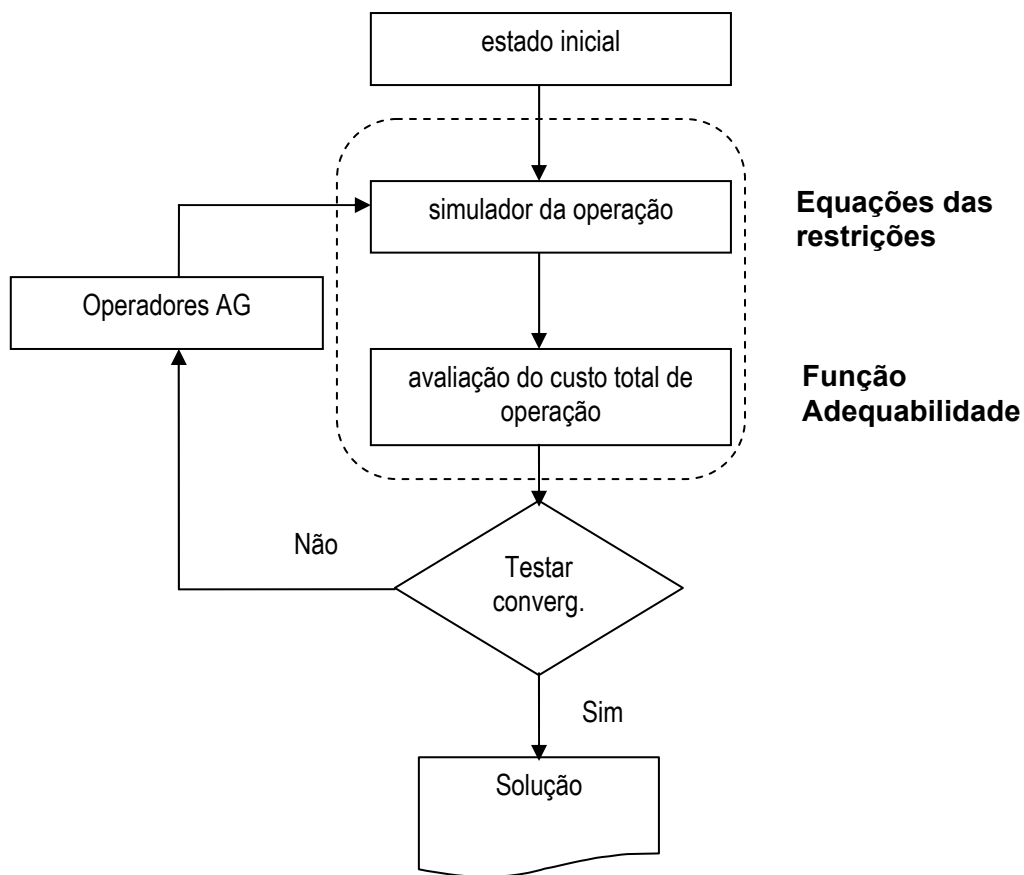


Figura 8 - Incorporação do AG no Processo de Otimização

Pode-se concluir ainda que, do ponto de vista do AG, a função adequabilidade ou objetivo é tratada como uma “caixa-preta”, não sendo necessária nenhuma informação a respeito de derivadas, continuidade ou convexidade da função.

## 2.2 Operadores Genéticos

### 2.2.1 Seleção

Na execução do AG, o Operador *Seleção* (*parent selection*), é responsável pela formação do *mating pool*, ou seja, este seleciona os indivíduos mais aptos conforme a avaliação da função adequabilidade. Portanto, os indivíduos mais aptos têm uma maior

probabilidade de contribuir com seu material “genético” na formação da próxima geração de soluções candidatas, enquanto que os menos adequados tenderão a desaparecer das gerações futuras. Ressalta-se que este operador não é capaz de introduzir novos indivíduos à população, ao contrário dos operadores Cruzamento e Mutação, que efetivamente são os responsáveis pela exploração do espaço solução. Não obstante, o operador Seleção é o principal responsável pelas características de convergência [22] do AG pelo fato de determinar a pressão evolutiva sobre a população, calibrando a forma como os melhores indivíduos serão favorecidos [23].

Uma consequência direta do critério de Seleção escolhido é a velocidade de convergência, onde métodos que implicam pouca pressão evolutiva tenderão a possuir convergência lenta, já que indivíduos menos aptos terão ainda uma chance elevada de contribuir para a geração subsequente, ao passo que uma pressão elevada provavelmente será seguida de uma velocidade de convergência muito elevada, que pode conduzir o AG a uma solução de baixa qualidade, devido à convergência prematura em um ótimo local ou estagnação da população. O esquema de Seleção adotado deve procurar preservar a diversidade da população, maximizando o produto da intensidade da seleção e o desvio padrão da adequabilidade da população, de tal forma que entre dois métodos quaisquer, de mesma pressão evolutiva, deve-se preferir aquele que retornar a maior diversidade, medida em termos de desvio padrão do *mating pool* formado [15].

Pode-se classificar os esquemas de Seleção em dois tipos, a saber: (i) seleção proporcional e (ii) seleção por ordenação. Os primeiros realizam a seleção com base no resultado da avaliação da função adequabilidade enquanto que os segundos são normalmente empregados quando a diferença de aptidão entre estes é reduzida, possibilitando ao AG ser mais tendencioso na escolha dos melhores indivíduos que irão contribuir para a próxima geração (aumentando a pressão evolutiva). Neste caso, a probabilidade de Seleção não é diretamente definida pelo resultado da avaliação da função adequabilidade, mas sim pela posição relativa de um indivíduo em relação aos demais.

Assim, entre os esquemas de Seleção Proporcional destaca-se um dos primeiros métodos inventados e ainda um dos mais utilizados: A *Roleta (roulette wheel)*, que consiste na aplicação direta do conceito de proporcionalidade, ou seja, cada indivíduo

terá uma “fatia” em uma roleta com área proporcional à sua adequabilidade, logo, os indivíduos com fatias maiores desta “roleta” terão maiores chances de serem sorteados para formarem o *mating pool*. A atribuição de uma probabilidade a cada indivíduo pode ser calculada por meio da equação (22).

$$P_i = \frac{F(x_i)}{\sum_{i=1}^P F(x_i)} \quad (22)$$

onde:

$P_i$  é a probabilidade de Seleção associada a cada indivíduo  $x_i$ ;

$P$  é o número de indivíduos de uma geração;

$F(.)$  é a função adequabilidade.

Contudo, dependendo do problema estudado, o método acima pode implicar a estagnação prematura da população devido à eventual dominância de um indivíduo com o índice  $P_i$  muito superior aos demais. Este problema pode ser mitigado pela adoção de transformações (*scaling*) entre as quais se destacam:

- Ajuste Linear: onde faz-se  $f' = af + b$ . Esta técnica normalmente apresenta bons resultados à exceção do caso onde a maioria dos indivíduos têm adequabilidade alta e apenas uns poucos indivíduos inadequados estão presentes. Os coeficientes  $a$  e  $b$  são escolhidos pelo analista de forma a que a maior adequabilidade ajustada seja múltiplo da adequabilidade média;
- Ajuste Exponencial: onde faz-se  $f' = f^p$ . Onde o expoente  $p$  é escolhido de acordo com o problema analisado e pode variar durante a execução do AG;
- Sigma Truncado: Este esquema é usualmente adotado de modo a se mitigar a presença de indivíduos extremamente inadequados. O procedimento consiste em se subtrair uma constante do valor da função objetivo, antes de se aplicar uma transformação, de modo que  $f' = \max[0, f - (\bar{f} - d\sigma)]$ , onde  $\sigma$  é o desvio padrão da população e  $d$  é uma constante entre 1 e 3.

Dentre os métodos de Seleção por Ordenação (*ranking*), um esquema muito utilizado é o *Torneio* (*tournament*), onde são aleatoriamente selecionados pares de indivíduos (também podem ser escolhidos grupos de tamanho variável), sendo o mais apto entre eles escolhido, repetindo-se o processo até que o *mating pool* esteja formado. A pressão evolutiva deste esquema é calibrada pelo tamanho do grupo do torneio, onde grupos grandes corresponderão a uma maior pressão evolutiva, já que indivíduos pouco adequados terão pouca chance de “vencerem” um torneio.

Outro esquema de Seleção por Ordenação consiste na *Seleção Truncada*, por meio da qual permite-se que apenas um grupo, formado pelos melhores indivíduos, possa participar da Seleção, que é realizada por sorteio dos membros deste grupo, onde todos têm a mesma probabilidade de sucesso, repetido-se este procedimento até que o *mating pool* esteja completo. Alternativamente, pode-se optar por se ponderar esta probabilidade em função da posição do indivíduo, como no caso dos esquemas de *linear ranking* e *exponential ranking*, onde no primeiro caso a probabilidade de um indivíduo ser sorteado é inversamente proporcional ao número de ordem no ranking e, similarmente, no segundo caso, esta ponderação é exponencial.

Uma opção muito utilizada na operação de Seleção, tanto em esquemas proporcionais quanto ordinais, é o uso de *Elitismo*, ou seja, os  $n$  melhores indivíduos de uma geração são replicados na geração seguinte, onde  $n$  é um parâmetro livre. Contudo, se  $n$  for feito muito grande em relação à população, o processo de solução estará sujeito à convergência prematura.

### 2.2.2 Cruzamento

O operador *Cruzamento* (também conhecido como *recombinação* ou *crossover*) é responsável pela criação de novos indivíduos a partir dos indivíduos selecionados para contribuir com a próxima geração. Os *genes*, elementos utilizados na codificação de cada indivíduo, são fornecidos pelos *pais* para formar o *filho*, sendo necessário se estabelecer um critério de como será feita a contribuição de cada pai. Alguns critérios mais comuns são cruzamento *de um ponto*, *de dois pontos* e *uniforme* (ou *multiponto*).

O cruzamento de um ponto realiza a troca do material genético a partir de uma posição aleatória do cromossomo (vetor) do indivíduo. Por exemplo [19], sejam os pais  $P_1$  e  $P_2$  iguais a:

$$P_1 = [ a \ b \ c \ d \ e \ f \ g \ h ]$$

$$P_2 = [ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 ]$$

Se o ponto de cruzamento for sorteado como a terceira posição dos dois vetores, podem-se definir os filhos  $F_1$  e  $F_2$  como sendo:

$$F_1 = [ a \ b \ c \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 ]$$

$$F_2 = [ 1 \ 2 \ 3 \ d \ e \ f \ g \ h ]$$

Já os cruzamentos *de dois pontos* e *uniforme* (também conhecido como *scattered crossover*), são realizados de forma similar ao *de um ponto*, sendo que no primeiro caso são sorteadas duas posições para troca de genes e no segundo, é criado um vetor binário aleatório auxiliar, com comprimento igual ao número de variáveis independentes do problema, e, para cada estado (zero ou um) dos elementos desse vetor, forma-se o filho com genes do primeiro ou do segundo pai.

O cruzamento multiponto [24] na prática significa que cada gene é aleatoriamente selecionado de um dos pais, o que proporciona a vantagem de tornar a ordenação dos genes (ou dos bits, no caso de representação binária) irrelevante quanto ao possível rompimento de subestruturas no cromossomo (genes correlacionados).

Outra forma de cruzamento é o Cruzamento Médio (*Intermediate Crossover*), sendo esta técnica aplicada a genes que representem características contínuas, assim, o filho deste cruzamento herdará uma característica intermediária entre os dois pais. Esta técnica pode ser utilizada quando os genes são codificados como números reais, sendo que os genes do(s) filho(s) são calculados por uma média ponderada, e.g.  $\lambda_1 \underline{x}_1 + \lambda_2 \underline{x}_2$  para  $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$ . Outras técnicas utilizam a média geométrica  $\sqrt{\underline{x}_1 \underline{x}_2}$  ou ainda tomam a diferença entre dois genes e a adicionam ao maior valor ou subtraem do menor valor.

Nesta situação, pode-se ainda aplicar heurísticas<sup>9</sup> que procurem dar um peso maior ao pai mais apto, contudo, a especificação exata do procedimento a ser utilizado dependerá do problema analisado.

### 2.2.3 Mutação

Embora seja considerado um operador secundário em relação ao Cruzamento, o operador Mutação (*mutation*) é responsável pelo aumento da diversidade da população através da alteração aleatória de um ou mais genes de um indivíduo com uma probabilidade denominada *taxa de mutação*. Assim, há a introdução de um novo indivíduo na população que possui características bastante diversas de seus pais.

A importância deste operador está na prevenção da convergência prematura do AG ao mesmo tempo em que permite a exploração do espaço solução em regiões afastadas da região onde a maioria da população se encontra, o que pode ser interessante quando não se conhece exatamente a topologia da função objetivo e há a possibilidade de existirem mínimos locais próximos ao mínimo global. Isto torna este operador mais importante quando o AG está próximo das gerações finais, quando quase todos os indivíduos apresentam qualidade similar.

No caso de codificação binária, a mutação é realizada simplesmente se invertendo um dos bits do cromossomo aleatoriamente. Para codificação com números reais, o valor do gene afetado é substituído por outro, gerado aleatoriamente ou por perturbação do valor original, ao qual é somado um “ruído” gerado por sorteio, condicionado a alguma distribuição.

Na calibração do AG deve-se coordenar o peso relativo entre os operadores Cruzamento e Mutação, que têm influências opostas no processo de solução. Enquanto um AG dominado pelo operador cruzamento tende a convergir prematuramente, devido à falta de diversidade da população, um AG dominado pelo operador mutação implicaria na

---

<sup>9</sup> Sendo algumas já incorporadas a pacotes computacionais comerciais [25].



perda de informação importante da geração anterior sobre a aptidão dos indivíduos. Estas situações são ilustradas nas Figuras 9 e 10 abaixo.

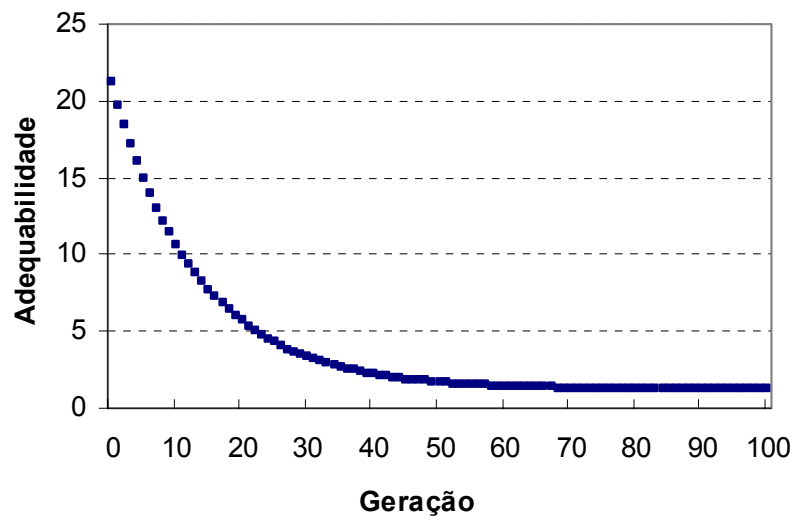


Figura 9 – Cruzamento sem Mutaçao

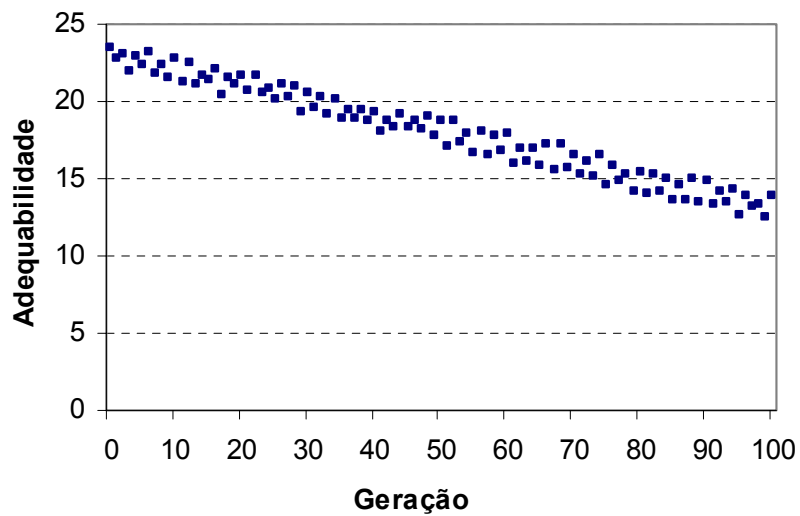


Figura 10 – Mutaçao sem Cruzamento

### 2.3 Considerações Adicionais

Pode-se sintetizar o processo de formação da “próxima” geração, que substituirá os indivíduos da geração atual, conforme o seguinte procedimento:

- Avaliação da aptidão dos indivíduos;
- Seleção dos candidatos a cruzamento;
- Os  $n$  melhores indivíduos (elitismo) são automaticamente replicados na geração seguinte;
- Dos indivíduos que faltam para completar a população, uma fração significativa (usualmente entre 80 e 90%) é gerada por cruzamento;
- A população é completada com mutantes.

Os principais operadores AG são parametrizados de acordo com a aplicação, de forma que o número de combinações possíveis entre todas as opções de codificação, esquemas de seleção, formas de cruzamento e taxas de mutação é bastante elevado. Assim, o processo de busca sistemática das melhores características e parâmetros dos operadores sempre será por tentativa e erro. Não obstante, tipicamente [15] (*op. cit.*) os parâmetros de tamanho da população, taxas de cruzamento e mutação são selecionados respectivamente entre os intervalos [30,200] (sendo muito dependente do número de variáveis do problema), [0,5; 1.0] e [0,001; 0,005].

### 3 Enxame de Partículas

A expressão Enxame de Partículas ou *Particle Swarm Optimization* (PSO) refere-se a um método de otimização desenvolvido na década de 1990 que, à semelhança do AG apresentado no capítulo anterior, também trabalha com um conjunto de soluções iniciais candidatas, geradas aleatoriamente ou escolhidas pelo analista, assumidas como sendo próximas ao ponto ótimo (por algum critério); de tal forma que, ao longo de um processo iterativo de solução, estas soluções candidatas aproximam-se idealmente da solução ótima. Ressalta-se que este método, assim como o AG, também não necessita de informações externas ao próprio método para a sua aplicação, tais como derivadas da função objetivo ou condições de continuidade ou convexidade, sendo a função objetivo utilizada apenas para se avaliar a qualidade da solução encontrada por cada “partícula”<sup>10</sup>. Desta forma, por reunir estas características, e também por ter sido formulado inicialmente como um método para solução de problemas de otimização não-linear com variáveis contínuas, o uso do método PSO mostra-se promissor para aplicação em coordenação hidrotérmica. Assim, o esquema de solução por AG, apresentado anteriormente na Figura 8 também pode ser usado para representar a otimização com PSO.

Destaca-se também que muitas vezes, a PSO é um método alternativo ao AG utilizado com sucesso em aplicações onde se deseja velocidade de convergência, com a vantagem potencial de que este método possui um número menor de parâmetros de ajuste quando comparado aos AGs.

A origem do método PSO remonta às pesquisas em *vida artificial*, que consistiam no estudo do comportamento do tipo *enxame* observado em algumas espécies e na modelagem computacional deste comportamento. REYNOLDS [26] desenvolveu o sistema *boid* demonstrando como um conjunto simples de regras poderia ser usado para

---

<sup>10</sup> O termo “partícula” será aplicado às soluções candidatas do método PSO, o termo “indivíduo” está reservado para o método AG. Contudo o termo “população” tem o mesmo significado em ambos os métodos.

gerar um padrão bastante complexo de comportamento de enxame. De forma simplificada, o algoritmo empregado pode ser descrito como:

Para cada indivíduo,

- afastar-se do vizinho mais próximo;
- ir em direção ao destino;
- ir em direção ao centro do enxame.

Por outro lado, BOYD e RICHARDSON [27] estudaram o conceito de aprendizagem individual e transmissão cultural, aplicado ao comportamento humano, concluindo que tanto as experiências individuais quanto as experiências de terceiros, desde que compartilhada pelo grupo, influenciam os processos de tomada de decisão de um dado indivíduo.

Portanto, KENNEDY e EBERHART [28] baseados nestes trabalhos anteriores<sup>11</sup>, bem como na simulação do comportamento grupal de aves (originalmente elaborada por Frank Heppner [29] e também conhecida como “Aves de Heppner”), propuseram uma metodologia de otimização similar ao procedimento adotado pelas mesmas para a localização de alimento. Conceitualmente, pode-se classificar PSO como pertencendo à família “inteligência de enxame” (*swarm intelligence*) [30].

Assim, em PSO cada solução candidata “voa” através do espaço solução sendo modeladas por vetores posição e velocidade, sendo que os primeiros representam as soluções candidatas em si, enquanto que os segundos são empregados na regra de modificação destas soluções, que é por sua vez orientada pela combinação do comportamento “individual” e “social” dos “grupos de aves” supracitados, otimizando assim uma determinada função objetivo.

Em termos qualitativos, pode-se descrever a metodologia PSO da seguinte forma:

- Cada partícula é avaliada por meio da função objetivo;

---

<sup>11</sup> Que também incluem “Ant Colony Optimization” (ACO), desenvolvido no início da década de 1990 por M. Dorigo, baseado no comportamento social de formigas.

- São definidos vetores de correção da velocidade e direção de cada partícula em função da (i) melhor solução individualmente encontrada e (ii) da melhor solução encontrada por qualquer partícula vizinha;
- Atualiza-se a posição de cada partícula da população.

Logo, a partícula que atingiu a melhor solução em uma dada iteração atrai as demais, de sua vizinhança, na sua direção (“socialização”), contudo, a “individualidade” de cada uma é representada pela memória (coordenadas e valor da função objetivo) da melhor solução atingida até aquele momento.

### 3.1 Descrição do Algoritmo PSO

Seja  $N$  o número de partículas da população. Para cada partícula  $i$  são definidos os seguintes atributos.

$X_i$ : Posição da partícula (coordenadas);

$V_i$ : Velocidade da partícula;

$Y_i$ : Melhor posição da partícula, avaliada pela função objetivo.

Logo, a população  $P$  é representada como:

$$P(k) = [X_1(k), X_2(k), \dots, X_N(k)]$$

Onde cada partícula  $X$  é um vetor de dimensão  $m$ , onde  $m$  é o número de variáveis da função objetivo. Assim, em cada iteração  $k$ , ter-se-á:

$$X_i(k) = [X_{i1}(k), X_{i2}(k), \dots, X_{im}(k)]$$

A velocidade de cada partícula, em cada iteração é representada por um vetor  $V(t)$  onde:

$$V_i(k) = [V_{i1}(k), V_{i2}(k), \dots, V_{im}(k)]$$

Pode-se então apresentar a formulação básica de PSO também conhecida como “Modelo *Gbest*”, sendo formalizada nas eqs. (23), (24) e (25) abaixo, assim:

$$V_i^{k+1} = w \cdot V_i^k + c_1 \text{rand}_1 (pbest_i - s_i^k) + c_2 \text{rand}_2 (gbest - s_i^k) \quad (23)$$

Onde:

$V_i^k$  é a velocidade da partícula  $i$  na iteração  $k$ ;

$w$  é uma função de ponderação;  
 $c_1$  e  $c_2$  são coeficientes de ponderação;  
 $rand$  é um número aleatório entre 0 e 1;  
 $s_i^k$  é a posição da partícula  $i$  na iteração  $k$ ;  
 $pbest$  representa as coordenadas do melhor resultado já encontrado pela partícula  $i$ ;  
 $gbest$  representa as coordenadas do melhor resultado encontrado por qualquer partícula.

Sendo que usualmente também assume-se:

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{k_{\max}} \cdot k \quad (24)$$

Onde:

$w_{\max}$  é o peso inicial;  
 $w_{\min}$  é o peso final;  
 $k_{\max}$  é o número máximo de iterações;  
 $k$  é o número corrente de iterações.

Finalmente,

$$s_i^{k+1} = s_i^k + V_i^{k+1} \quad (25)$$

Onde:

$s_i^{k+1}$  representa a nova posição da partícula  $i$ ;  
 $s_i^k$  representa a posição anterior da partícula  $i$ ;  
 $V_i^{k+1}$  é o termo definido na equação (23).

Nota-se que, normalmente, o valor de  $v_i$  (que é o *passo* da iteração) é limitado a um intervalo  $[-v_i^{\min}, v_i^{\max}]$  de modo a evitar que a partícula se afaste do espaço de busca, onde há maior possibilidade de se encontrar o ótimo global. Modelos PSO que utilizam as equações (23) e (24) são classificados como pertencentes à “abordagem por fator de inércia” (*inertia weight approach - IWA*) [31]. O conceito de atualização da posição da

eq. (25) é mostrado na Figura 11, enquanto que o procedimento correspondente é resumido na Figura 12.

Analisando-se ainda a eq. (23), se observa que a parcela  $w \cdot V_i^k$  corresponde ao vetor velocidade atual da partícula, atuando no sentido de permitir que esta explore novas áreas do espaço solução, portanto, esta parcela representa o grau de diversificação do procedimento de busca e como este varia ao longo do processo iterativo, tendo uma grande influência nas iterações iniciais e diminuindo conforme o número de máximo de iterações é atingido. Ou seja, ao final do processo, as partículas terão suas trajetórias determinadas quase exclusivamente pelos melhores resultados individuais e globais encontrados. Ressalta-se ainda que as outras duas parcelas  $c_1 rand_1 (pbest_i - s_i^k)$  e  $c_2 rand_2 (gbest - s_i^k)$  são também conhecidas respectivamente como  $V_{pbest}$  e  $V_{gbest}$ .

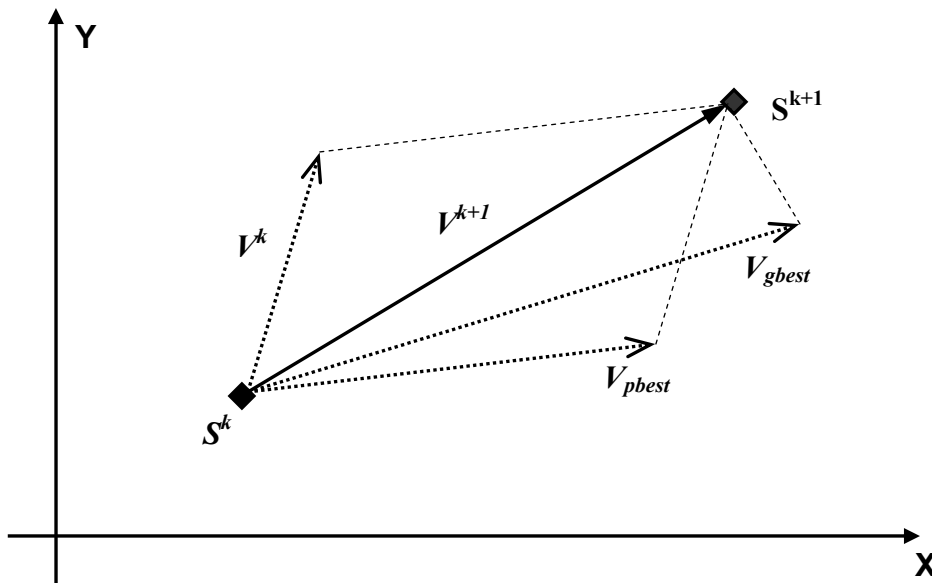


Figura 11 – Atualização da Posição de uma Partícula

```

Procedimento PSO

Inicializar cada partícula i;
% a inicialização das posições e velocidades iniciais são feitas
aleatoriamente, dentro de um intervalo permitido.

Enquanto iteração < kmax faça
    Para partícula=1 até i faça
        Avaliar função objetivo  $\psi(\cdot)$ ;
        Atualizar pbest(partícula)
        % caso o novo ponto seja melhor que os anteriores

        %  $Y_i(k+1) = \begin{cases} Y_i(k), & \text{se } \psi(X_i(k+1)) \geq \psi(Y_i(k)) \\ X_i(k+1), & \text{se } \psi(X_i(k+1)) < \psi(Y_i(k)) \end{cases}$ 

        Atualizar gbest;
        % caso o novo ponto seja melhor que quaisquer outros
        Calcular velocidade(iteração)
        %por meio da eq. 23
        Calcular posição(iteração)
        %por meio da eq. 25

    Próxima partícula

FIM

```

Figura 12 – Procedimento PSO

Finalmente, SHI e EBERHART [32], ao pesquisar a determinação dos parâmetros do método PSO, concluíram que a escolha dos parâmetros  $c_i$ ,  $w_{max}$  e  $w_{min}$  é independente da natureza do problema e recomendam sua calibração em:  $c_i = 2,0$ ,  $w_{max} = 0,9$  e  $w_{min} = 0,4$ . Sendo que estes valores também mostraram ser apropriados para problemas de Sistemas de Potência [33] e treinamento de redes neurais [28] (*op. cit.*).

### 3.2 Variações do Algoritmo PSO

O método PSO básico apresentado possui uma versão mais sofisticada denominada “Abordagem por Fator de Constrição” (*Constriction Factor Approach - CFA*) desenvolvida por CLERC e KENNEDY [34], que exploraram a similaridade entre o método e as equações a diferenças. O fator de constrição  $\chi$ , proposto pelos autores, é definido em termos dos fatores  $k$ ,  $c_1$  e  $c_2$ , onde  $k \in (0,1]$ . Assim:



$$v_i^{k+1} = \chi[v_i^k + c_1 rand_1(pbest_i - s_i^k) + c_2 rand_2(gbest - s_i^k)] \quad (27)$$

$$\chi = \frac{2k}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|} \quad (28)$$

Onde:

$$\varphi = c_1 + c_2 \text{ e};$$

$$\varphi \geq 4$$

O fator de restrição  $\chi$  permite que se possa ajustar o grau de exploração do espaço solução variando o fator  $k$ , onde valores próximos de zero correspondem a “baixa exploração”, i.e. convergência rápida; e valores próximos da unidade teriam o efeito oposto, o que seria recomendado para funções objetivo com múltiplos mínimos locais.

Outra variação do método básico foi proposta por EBERHART e KENNEDY [35], já estudada em Sistemas de Potência por [36], denominada “Modelo LBest”. Neste modelo, cada partícula tem informações exclusivamente sobre o desempenho de parte da população definida como de sua “vizinhança”, que não envolve necessariamente a “distância” entre as partículas, avaliada por qualquer métrica. Na prática, a população é dividida em sub-grupos, com superposição entre eles, nos quais  $gbest$  é substituído por um conjunto de  $lbests$  (*local bests*).

Por exemplo, para uma população  $P$  constituída por  $P = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ , pode-se definir as seguintes vizinhanças de três elementos:

$$V_1 = \{a, b, c\}, V_2 = \{b, c, d\}, V_3 = \{c, d, e\}, V_4 = \{d, e, f\}, V_5 = \{e, f, g\}, V_6 = \{f, g, a\} \text{ e } V_7 = \{g, a, b\}.$$

Conseqüentemente, a escolha de um número diferente de elementos geraria um conjunto diferente de vizinhanças.

Pode-se verificar que os *vizinhos* da partícula  $d$  serão todos os elementos dos grupos dos quais a partícula  $d$  faz parte, ou seja:  $b, c, e$  e  $f$ . Desta forma, o movimento da partícula

$d$  será influenciado pelo melhor resultado encontrado pelos seus vizinhos. Ressalta-se que esse agrupamento *circular* faz com que todas as vizinhanças estejam ligadas entre si, o que permite que haja a propagação do movimento - com velocidades e trajetórias variadas - por toda a população, em direção ao ótimo global.

Neste caso, a equação de atualização da velocidade é modificada para:

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1rand_1(pbest_i - s_i^k) + c_2rand_2(lbest_i - s_i^k) \quad (29)$$

Onde:

$lbest$  é o ótimo local da vizinhança da partícula  $i$ , sendo os demais termos os já definidos anteriormente.

Outros aperfeiçoamentos [37] incluem a adaptação do método para aplicação a problemas de otimização combinatória, onde as variáveis são usualmente binárias; bem como para casos de programação inteira mista [38]. Outras versões incluem ainda PSO Evolucionário [39], onde são aplicados esquemas de seleção das melhores partículas que constituirão a próxima “geração” e de mutação dos coeficientes da equação (23).

Por fim, em Sistemas de Potência, verifica-se que a aplicação de PSO no planejamento da operação tem mostrado resultados promissores, inclusive quando comparado a outros métodos de otimização [40,41]. Contudo, os pesquisadores têm focado em operação de sistemas puramente termelétricos, em *unit commitment* e em fluxo de potência ótimo, sendo a aplicação de PSO à coordenação hidrotérmica um tema ainda pouco explorado.

## 4 Recozimento Simulado

### 4.1 Introdução

Recozimento Simulado ou *Simulated Annealing* (SA) é um método de otimização que utiliza técnicas de busca aleatória, inspirado no processo de *Recozimento* empregado na fabricação de cerâmicas, cristais e vidros, que consiste no aquecimento destes materiais a altas temperaturas com subsequente resfriamento, com o intuito de se obter estruturas cristalinas de alta qualidade, proporcionando resistência e têmpera ao material. Este método também é conhecido na literatura como *Monte Carlo Annealing*, *Probabilistic Hill-Climbing*, *Stochastic Relaxation* e *Probabilistic Exchange Algorithm* [42].

No processo físico no qual se baseia o método, a velocidade de esfriamento do material é uma variável de controle importante, pois determinará a probabilidade de se formarem imperfeições nos cristais durante o esfriamento. Em condições ideais de equilíbrio térmico, ao terminar o resfriamento o material terá atingido o estado de energia mínima, o que irá se traduzir na formação de cristais livres de imperfeições.

O método SA [43] foi originalmente proposto nos anos 1950 por Metropolis, como um modelo do processo de cristalização, e mais tarde, já nos anos 1980, pesquisadores [44] propuseram a exploração da similaridade entre o processo de Recozimento e problemas de otimização combinatória, que pode ser observada na correspondência entre o estado físico do material submetido a Recozimento e o espaço solução de um problema de otimização. Também foi observado que a “função objetivo” a ser minimizada, no processo físico, era a energia livre do material. Além disso, uma solução ótima estaria associada à cristalização perfeita enquanto que um cristal com defeitos (imperfeições) corresponderia a estagnação da solução em ótimo local. Contudo, no caso de problemas de otimização, a “temperatura” torna-se um parâmetro de controle do algoritmo, a ser calibrado em função do problema (função objetivo e restrições), à semelhança dos outros parâmetros de controle associados aos métodos anteriormente apresentados.

O método SA tem sido largamente utilizado em Sistemas de Potência nos mais diversos problemas, principalmente em *unit commitment* [45, 46], expansão da rede de transmissão [47], alocação ótima de compensação reativa [48], qualidade da energia [49], bem como em coordenação hidrotérmica [50,51].

#### 4.2 Descrição do Algoritmo SA

O princípio básico do método SA é o algoritmo *Metropolis*, que modela o comportamento microscópico de um grande número de partículas, no caso, um corpo sólido, por meio de simulação Monte Carlo. Em qualquer corpo, as partículas individuais possuem níveis de energia diferentes, segundo uma distribuição de probabilidade. O menor nível global de energia, chamado de *nível fundamental*, corresponde ao estado onde todas as partículas estão imóveis, o que ocorreria no zero absoluto. Como já mencionado, em temperaturas acima do zero absoluto, as partículas terão níveis diferentes de energia.

O algoritmo Metropolis cria um conjunto de estados sólidos da seguinte forma: Dado um sólido em um estado  $S_i$ , com energia  $E_i$ , o próximo estado  $S_j$  é gerado por um *mecanismo de transição* que consiste em uma perturbação incremental do estado inicial. Esta perturbação é obtida movendo-se uma das partículas do sólido pelo método Monte Carlo. Caso a energia do estado resultante,  $E_j$ , seja menor ou igual a  $E_i$  (i.e.  $E_j - E_i \leq 0$ ), o novo estado  $S_j$  é automaticamente aceito, do contrário ( $E_j > E_i$ ),  $S_j$  tem uma probabilidade  $p$  de ser aceito segundo:

$$p = e^{\left(\frac{E_i - E_j}{k_B T}\right)} \quad (27)$$

Onde  $T$  é a temperatura do sólido e  $k_B$  é a constante de Boltzmann. Este critério de aceitação também é conhecido como *Critério Metropolis* e o procedimento acima descrito é o *Algoritmo Metropolis* [52]. Pressupõe-se ainda que a taxa de variação da temperatura é de tal forma que se alcance o equilíbrio termodinâmico para uma dada temperatura, antes de se mover para o próximo nível de energia.

A partir do algoritmo básico e critérios definidos acima, pode-se descrever um problema de otimização a ser resolvido por SA da seguinte forma: Seja  $G$  um conjunto de soluções permitidas (i.e. viáveis) e  $v$  o custo associado a cada solução  $G$ . A solução do problema consiste na busca do espaço de possibilidades de pares  $(G,v)$  da combinação que apresenta o menor custo. A partir da configuração e temperatura iniciais  $G_0$  e  $T_0$ , o algoritmo SA gera uma seqüência de configurações  $N$ . Então a temperatura (parâmetro de controle) é decrementada, determina-se a nova seqüência de configurações a serem exploradas neste novo nível de temperatura e todo o processo é novamente repetido. Como no algoritmo Metropolis, uma solução candidata a otimalidade é aceita se o custo for menor que a configuração anterior, contudo, mesmo se o custo for superior, ainda assim ela tem uma certa probabilidade de ser aceita. Esta possibilidade da solução se mover em “sentido contrário” permite a exploração mais ampla do espaço solução pelo algoritmo, de forma a se evitar a estagnação prematura do processo de solução em ótimos locais. O que é um atributo desejável nas heurísticas de otimização, compartilhado pelos métodos AG e PSO anteriormente descritos.

O procedimento acima descrito pode ser sumarizado como na Figura 13, onde  $T_k$  é o parâmetro de controle que corresponde à temperatura do processo físico de recozimento e  $N_k$  é o número de alternativas geradas durante o k-ésimo nível de temperatura, correspondente ao tempo em que o sistema permanece em uma dada temperatura, permitindo que o sistema atinja o “equilíbrio térmico”. Adicionalmente, para um caso hipotético, a Tabela 2 mostra que quando a temperatura é elevada, a probabilidade de se permitir a “deterioração” da função custo também é elevada, i.e. a influência do “mérito” da nova solução é pequena, já que a probabilidade de aceitação  $p$  tende a 100%<sup>12</sup>, decrescendo conforme a temperatura diminui, sendo que próximo ao zero absoluto nenhuma “deterioração” é permitida. Da mesma forma, a Tabela 3 ilustra o comportamento de  $p$  em função da diferença de “mérito” entre duas soluções  $S_i$  e  $S_j$ .

---

<sup>12</sup> Tendo portanto, em altas “temperaturas”, um comportamento semelhante a uma busca aleatória.

**Procedimento SA**

**inicio**

inicializar  $(T_0, N_0)$

$k=0$

selecionar uma solução inicial  $G_0$

avaliar  $f(G_0)$

**Repetir**

**Para**  $L=1$  até  $N_k$

Selecionar uma nova solução  $G_j$  na vizinhança de  $G_i$

**Se**  $f(G_j) < f(G_i)$

**então**  $G_i = G_j$

**senão se** aleatório  $(0,1) < \exp\{[f(G_j) - f(G_i)]/T\}$

**então**  $G_i = G_j$

**Próximo**  $L$

$k=k+1$

**Determinar**  $T_k$

**Critério de parada**

**Fim**

Figura 13 – Estrutura do algoritmo SA.

Tabela 2 – Probabilidade de aceitação  $p$  em função de  $T$

$T$	$p = \exp(-13/T)$
1	0,000002
5	0,0743
10	0,2725
20	0,52
50	0,77
$10^{10}$	0,9999

Tabela 3 – Probabilidade de aceitação  $p$  em função de  $f(G_j)-f(G_i)$ , para  $f(G_i)=100$

$f(G_j)$	$x = [f(G_j)-f(G_i)]$	$p = \exp (x/10)$
105	-5	0,6065
110	-10	0,3679
120	-20	0,1353
130	-30	0,0498
150	-50	0,0067

### 4.3 Parâmetros do Método

Como em qualquer algoritmo de busca, SA requer que sejam arbitrados alguns critérios que dependerão especificamente do problema analisado, entre eles:

- Determinação da Solução Inicial;
- Determinação da Função Objetivo (para se determinar o custo de uma solução);
- Critério de “vizinhança” para se explorar o espaço solução a partir da solução inicial.

Enquanto que as questões acima influem na estruturação do espaço de busca, no caso específico do SA existem ainda outros requisitos que devem ser especificados pelo analista, como por exemplo:

- Determinação da “temperatura” inicial  $T_0$ ;
- Determinação da taxa de resfriamento dada por  $T_{k+1} = g(T_k)$ , onde  $g(.)$  é uma função que controla a temperatura;
- Determinação do critério de parada;
- Número de transições  $N_k$ , em uma dada temperatura  $T_k$ .

Estes quatro requisitos fazem parte da estratégia de controle a ser utilizada durante todo o processo de convergência do algoritmo SA. Tanto a eficiência do algoritmo quanto a qualidade da solução encontrada dependerão da estratégia de controle utilizada.

Existem algumas propostas na literatura para a determinação da temperatura inicial, uma delas [52, 53] consiste em um processo que simula a temperatura inicial do algoritmo, da forma:

$$T_0 = \frac{\overline{\Delta V}^+}{\ln\left(\frac{1}{X_0}\right)} \quad (28)$$

Onde  $\overline{\Delta V}^+$  é a média das diferenças ( $\Delta v$ ) da função objetivo, em relação a uma solução inicial, considerando apenas os movimentos “contrários” (i.e. em direção a valores superiores, no caso de problemas de minimização).  $X_0$  corresponde à fração de aceitação destas novas soluções “contrárias”. Comumente, utiliza-se um valor de  $X_0 = 0,85$ , ou seja, 85% dos testes de aceitação são aceitos nesta temperatura inicial.

Outra alternativa, proposta por REEVES [54] consiste em:

$$T_0 = \frac{\mu}{-\ln \phi} f(x^0) \quad (29)$$

Onde assume-se que  $\phi\%$  dos movimentos “contrários”, que são  $\mu\%$  piores que a solução inicial  $f(x^0)$  serão aceitas na temperatura inicial  $T_0$ .

A proposta da eq. (29) justifica-se assumindo-se a existência de uma solução candidata com um custo associado igual a  $f(x^c)$  que seja  $\mu\%$  pior que a solução inicial  $f(x^0)$ , ou seja:

$$f(x^c) = (1 + \mu)f(x^0) = f(x^0) + \mu f(x^0) \Rightarrow \mu f(x^0) = f(x^c) - f(x^0) \quad (30)$$

Da definição de  $\phi$  (q.v. equação 27) segue-se que:

$$\phi = \exp\left[-\frac{f(x^c) - f(x^0)}{T_0}\right] \quad (31)$$



A partir de (30) e (31), tem-se que:

$$\ln \phi = -\frac{f(x^c) - f(x^0)}{T_0} = -\frac{\mu f(x^0)}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{\mu}{-\ln \phi} f(x^0) \quad (32)$$

A proposta de estimação de  $T_0$  pode ser exemplificada [43] da seguinte forma: Supondo-se que em problema de otimização o analista deseje aceitar 13% ( $\phi=0,13$ ) dos movimentos contrários (em direção a custos superiores) que custam 1% acima de uma solução inicial  $f(x^0) = 100000$ , portanto, a temperatura inicial estimada conforme a equação (29) será igual a:

$$T_0 = \frac{0,01}{-\ln(0,13)}(100000) = 490$$

O número  $N_k$  de movimentos executados em cada nível de temperatura deve ser tal que a condição de equilíbrio térmico esteja satisfeita, o que torna este parâmetro dependente da taxa de redução da temperatura. Algumas versões do algoritmo SA definem  $N_k$  em função do número de variáveis de decisão do problema. As duas propostas mais comumente empregadas são (i)  $N_k$  constante e (ii)  $N_k$  variável, onde a primeira se define como:

$$N_{k+1} = N_0 \quad (33)$$

E a segunda como:

$$N_{k+1} = \rho N_k \quad (34)$$

Onde  $\rho \geq 1$  e  $N_0$  é o número de testes de transição realizados à temperatura inicial e  $\rho$  é um parâmetro definido pelo analista.

Quanto à taxa de redução da temperatura ao longo da execução do algoritmo SA, existem três alternativas principais para se calcular a temperatura  $T_{k+1}$  a partir do nível de temperatura imediatamente anterior, quais sejam:

a) Resfriamento Constante, com  $\beta \in [0,50;0,99]$

$$T_{k+1} = \beta T_k \quad (35)$$

b) Resfriamento Variável com  $\delta \in [0,01;0,20]$

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{\left[ 1 + \frac{\ln(1 + \delta)T_k}{3\sigma T_k} \right]} \quad (36)$$

Onde  $\sigma(T_k)$  é o desvio padrão dos custos das soluções candidatas geradas à temperatura imediatamente anterior  $T_k$ .

c) Resfriamento Variável com  $\lambda \leq 1,0$

$$T_{k+1} = \frac{T_k}{\exp\left(\frac{\lambda T_k}{\sigma(T_k)}\right)} \quad (37)$$

Contudo, a eficácia de qualquer estratégia de resfriamento é dependente do problema analisado, devendo o analista determinar qual proporcionará o melhor resultado, por tentativa e erro.

Quanto ao *critério de parada* a ser utilizado, pode-se sintetizar as principais estratégias em três abordagens típicas. A primeira consiste em se determinar um número de reduções de temperatura, normalmente fixado entre 6 e 50, enquanto que a segunda utiliza a taxa de melhoria da solução, ou seja, à semelhança do AG, o algoritmo SA é interrompido após um certo número de reduções de temperatura onde não se observa melhoria na qualidade da solução (estagnação da solução). Finalmente, a terceira estratégia consiste em se definir um número máximo de movimentos “contrários” que

devem ser aceitos e interromper o algoritmo SA quando o número de movimentos aceitáveis cair abaixo de um valor limite.

## 5 Sistema-Teste e Resultados

### 5.1 Sistema-Teste

As três meta-heurísticas de otimização objeto deste trabalho serão aplicadas a um sistema-teste cujo parque hidrelétrico será basicamente o existente no subsistema nordeste, que está distribuído na cascata do rio São Francisco. Assume-se também que o sistema-teste não poderá importar energia (mas a geração total poderá ser superior à demanda, como será visto à frente). Outras características importantes são (i) o horizonte de otimização será de dois anos, discretizados em 24 estágios mensais, (ii) a carga própria a ser atendida será igual a 8500 MW-médios, (iii) as vazões incrementais afluentes por usina, em cada mês, serão iguais às médias mensais de longo termo (MLT), iniciando-se em maio e (iv) a taxa de desconto do modelo será de 1% ao mês. Adicionalmente, o conjunto de usinas termelétricas a ser utilizado será o parque termelétrico instalado no subsistema nordeste, excluídas as usinas emergenciais, referentes à “revisão zero” do PMO<sup>13</sup> de junho de 2006, cujas capacidades e custos de geração são sumarizados na Tabela 4, a seguir.

---

<sup>13</sup> Programa Mensal de Operação [3], etapa do planejamento energético coordenada pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico correspondente à etapa “b” descrita na seção 1.2.

Tabela 4 – Capacidades de Geração e Custos das Termelétricas

<i>n</i>	<i>Usina</i>	<i>Pot. Instalada (MW)</i>	<i>CVU (R\$/MWh)</i>
1	Termopernambuco	638	60,00
2	Termofortaleza	347	66,74
3	Fafen	151	71,29
4	Termoceará	220	82,72
5	Termobahia	186	87,12
6	Camaçari	347	130,50
-	<b>Total</b>	<b>1889</b>	<b>N/A</b>
-	Déficit <sup>14</sup>	∞	855,31

CVU: Custo Variável Unitário

No caso real, algumas destas usinas têm parte de sua capacidade efetivamente gerando todo o tempo, como consequência de condições contratuais de suprimento de combustível<sup>15</sup>. Contudo, esta restrição será desconsiderada neste estudo, ou seja, todas as termelétricas serão consideradas em operação flexível.

Como já visto, a política de operação atual do sistema brasileiro adota uma função de custo linear no horizonte de médio/longo prazo. Também conforme mostrado no Capítulo 1, deve-se efetuar uma otimização prévia do despacho térmico para todo o intervalo  $0 \leq G_t \leq 1889$  MW.

A Tabela 5 apresenta este despacho otimizado das termelétricas do sistema-teste por faixa de operação.

<sup>14</sup> Nos estudos de planejamento, usualmente define-se um custo de não-atendimento ao mercado, e, no processo de otimização, esta condição é representada por uma termelétrica de capacidade ilimitada e custo bastante elevado.

<sup>15</sup> Estas condições são chamadas de *take-or-pay*, e suas consequências operativas são discutidas em [5], ao passo que restrições de suprimento de combustível são discutidas em [7].

Tabela 5 – Despacho Termelétrico Otimizado

<i>Faixa</i>	<i>Usinas despachadas</i>	<i>Custo horário (R\$/h)</i>
$0 \leq G_t \leq 638$ MW	(1)	$60 G_t$
$638 < G_t \leq 985$ MW	(1) e (2)	$66,74 G_t - 4300,12$
$985 < G_t \leq 1136$ MW	(1), (2) e (3)	$71,29 G_t - 8781,87$
$1136 < G_t \leq 1356$ MW	(1), (2), (3) e (4)	$82,72 G_t - 21766,35$
$1356 < G_t \leq 1542$ MW	(1), (2), (3), (4) e (5)	$87,12 G_t - 27732,75$
$1542 < G_t \leq 1889$ MW	(1), (2), (3), (4), (5) e (6)	$130,50 G_t - 94624,71$
$G_t > 1889$ MW	Todas, com corte de carga	$855,31 G_t - 1463790,80$

O diagrama esquemático do arranjo das UHEs ao longo do rio São Francisco, e algumas características operativas, são apresentadas respectivamente na Figura 14 e na Tabela 6, a seguir.

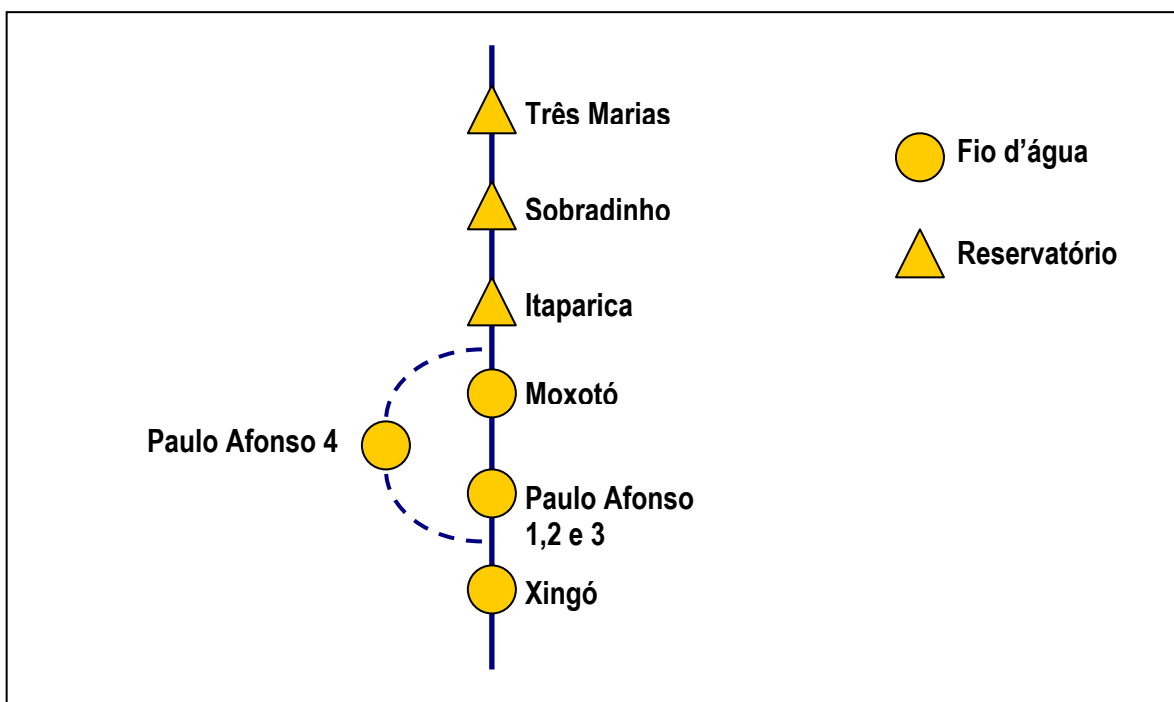


Figura 14 – Aproveitamentos Hidrelétricos do Rio São Francisco

Tabela 6 – Características das UHEs do sistema-teste

<i>Usina</i>	<i>Pot. Instalada (MW)</i>	<i>Volume útil (hm<sup>3</sup>)</i>	<i>vazão incremental* (m<sup>3</sup>/s)</i>
Três Marias	396	15278	687
Sobradinho	1050	28669	2005
Itaparica	1500	3548	94
Moxotó	400	226	22
Paulo Afonso 1,2,3	1423	90	0
Paulo Afonso 4	2460	30	0
Xingó	3162	0	0

\* Média de Longo Termo – MLT anual

As informações acima justificam a modelagem das usinas do complexo de Paulo Afonso, Moxotó e Xingó como a fio d'água, devido ao volume útil pouco expressivo em comparação com as demais usinas.

Apresenta-se a seguir, na Figura 15, o modelo adotado para se simular a operação da cascata, utilizado por todas as três heurísticas. Finalmente, destaca-se que (i) as variáveis de decisão serão as *vazões defluentes*, (ii) assume-se que toda vazão defluente será turbinada até o limite de turbinamento máximo e o excedente será vertido (turbinamento preferencial) e (iii) assumiu-se também que toda a vazão defluente da UHE Itaparica (Luiz Gonzaga) será alocada preferencialmente em Paulo Afonso 4, até o limite máximo de turbinamento desta usina (2400 m<sup>3</sup>/s). A vazão que exceder este valor será redirecionada para a usina de Moxotó.

Uma consequência do critério de turbinamento preferencial é que algumas soluções eventualmente possam indicar que a geração total excede a carga em determinados estágios, já que optou-se por não se penalizar a restrição do balanço carga-geração, expressa pela equação (7), quando  $P_t > D_t$ . A modelagem foi implementada de tal forma que este excedente não é valorado, portanto, este não tem impacto na política de operação. Alternativamente, pode-se considerar que nestes estágios a regra do turbinamento preferencial não seja seguida, sendo vertido o suficiente para se zerar este possível excedente de energia.

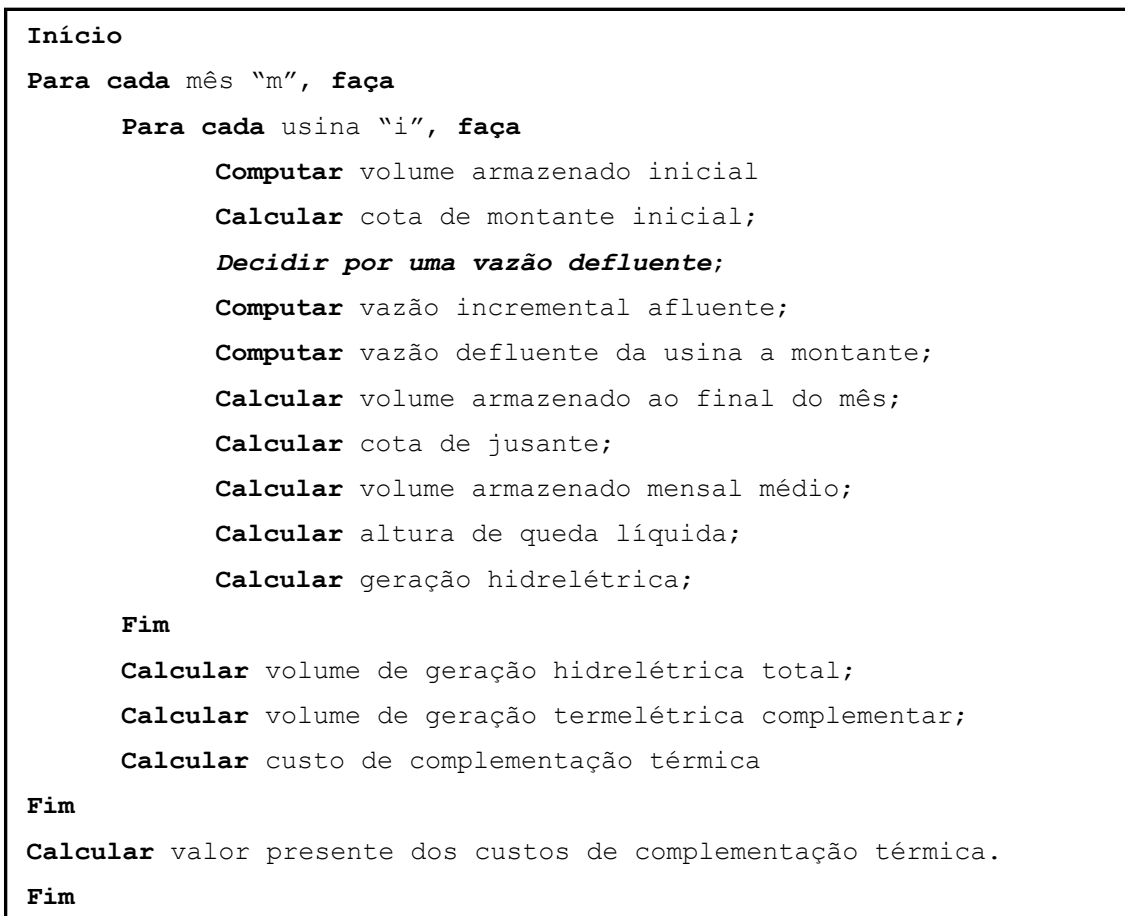


Figura 15 – Fluxograma do Simulador de Operação da Cascata

Os demais dados técnicos utilizados neste estudo são apresentados a seguir, onde NA significa *nível de armazenamento*, expresso em metros:

### Três Marias

- Volume máximo = 19.528 hm<sup>3</sup>, NA mín = 545 m
- Volume mínimo = 4.250 hm<sup>3</sup>, NA máx = 568 m
- Coeficientes do Polinômio  $NA = f(\text{Volume})$ 

$$a_0 = 5,3037 \times 10^2$$

$$a_1 = 4,3359 \times 10^{-3}$$

$$a_2 = -2,4529 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = 8,8877 \times 10^{-12}$$

$$a_4 = -1,3347 \times 10^{-16}$$
- Produtibilidade: 0,008564 MW/m<sup>3</sup>/s/m
- Coeficientes do Polinômio  $cota\ de\ jusante = f(\text{defluência})$ :



$$a_0 = 5,10037 \times 10^2$$

$$a_1 = 1,92841 \times 10^{-3}$$

$$a_2 = -1,74094 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = 1,2127 \times 10^{-11}$$

$$a_4 = -3,24195 \times 10^{-16}$$

- engolimento máximo = 924 m<sup>3</sup>/s
- defluência máxima = 1386 m<sup>3</sup>/s
- defluência mínima = 500 m<sup>3</sup>/s
- Vazões incrementais:

<i>mai</i>	<i>jun</i>	<i>jul</i>	<i>ago</i>	<i>set</i>	<i>out</i>	<i>nov</i>	<i>dez</i>	<i>jan</i>	<i>fev</i>	<i>mar</i>	<i>abr</i>
454,29	340,08	274,94	225,49	221,91	302,87	612,07	1100,59	1462,51	1376,24	1131,95	746,35

### Sobradinho

- Volume máximo = 34.116 hm<sup>3</sup>, NA mín = 380,5 m
- Volume mínimo = 5.447 hm<sup>3</sup>, NA máx = 392,5 m
- Coeficientes do Polinômio  $NA = f(\text{Volume})$ 

$$a_0 = 3,741790 \times 10^2$$

$$a_1 = 1,39669 \times 10^{-3}$$

$$a_2 = -5,35159 \times 10^{-8}$$

$$a_3 = 1,15599 \times 10^{-12}$$

$$a_4 = -9,54599 \times 10^{-18}$$
- Produtibilidade: 0,009025 MW/m<sup>3</sup>/s/m
- Coeficientes do Polinômio  $cota\ de\ jusante = f(\text{defluência})$ 

$$a_0 = 3,606096 \times 10^2$$

$$a_1 = 1,24821 \times 10^{-3}$$

$$a_2 = -1,278032 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = 9,302374 \times 10^{-12}$$

$$a_4 = -2,631139 \times 10^{-16}$$
- engolimento máximo = 4278 m<sup>3</sup>/s
- defluência máxima = 6417 m<sup>3</sup>/s
- defluência mínima = 640 m<sup>3</sup>/s
- Vazões incrementais:

<i>mai</i>	<i>jun</i>	<i>jul</i>	<i>ago</i>	<i>set</i>	<i>out</i>	<i>nov</i>	<i>dez</i>	<i>jan</i>	<i>fev</i>	<i>mar</i>	<i>abr</i>
1879,17	1251,37	1056,35	926,55	808,61	850,13	1285,47	2323,89	3288,37	3621,67	3731,47	3040,64

### Itaparica (Luiz Gonzaga)

- Volume máximo = 10.782 hm<sup>3</sup>, NA mín = 299 m
- Volume mínimo = 7.238 hm<sup>3</sup>, NA máx = 304 m
- Coeficientes do Polinômio  $NA = f(\text{Volume})$ :  
 $a_0 = 2,75813 \times 10^2$   
 $a_1 = 6,76489 \times 10^{-3}$   
 $a_2 = -8,86837 \times 10^{-7}$   
 $a_3 = 7,06791 \times 10^{-11}$   
 $a_4 = -2,23985 \times 10^{-15}$
- produtividade: 0,008927 MW/m<sup>3</sup>/s/m
- Coeficientes do polinômio  $cota\ de\ jusante = f(\text{defluência})$   
 $a_0 = 2,515 \times 10^2$
- engolimento máximo = 3306 m<sup>3</sup>/s
- defluência máxima = 4959 m<sup>3</sup>/s
- defluência mínima = 640 m<sup>3</sup>/s
- Vazões incrementais:

<i>mai</i>	<i>jun</i>	<i>jul</i>	<i>ago</i>	<i>set</i>	<i>out</i>	<i>nov</i>	<i>dez</i>	<i>jan</i>	<i>fev</i>	<i>mar</i>	<i>abr</i>
188,81	64,35	30,39	35,39	29,92	0	0	0	36,24	122,97	295,12	323,48

### Moxotó

- Volume máximo = 900 hm<sup>3</sup>, NA mín = 251,5 m
- Volume mínimo = 900 hm<sup>3</sup>, NA máx = 251,5 m
- Coeficientes do Polinômio  $NA = f(\text{Volume})$   
 $a_0 = 2,515 \times 10^2$
- produtividade: 0,009064 MW/m<sup>3</sup>/s/m
- Coeficientes do polinômio  $cota\ de\ jusante = f(\text{defluência})$   
 $a_0 = 2,303 \times 10^2$
- engolimento máximo = 2200 m<sup>3</sup>/s
- defluência máxima = 3300 m<sup>3</sup>/s

- defluência mínima = 640 m<sup>3</sup>/s
- Vazões incrementais:

<i>mai</i>	<i>jun</i>	<i>jul</i>	<i>ago</i>	<i>set</i>	<i>out</i>	<i>nov</i>	<i>dez</i>	<i>jan</i>	<i>fev</i>	<i>mar</i>	<i>abr</i>
58,25	22,55	13,61	13,32	12,32	0	0	0	0	20,08	49,19	80,21

### Paulo Afonso 123

- Volume máximo = 260 hm<sup>3</sup>, NA mín = 230,30 m
- Volume mínimo = 260 hm<sup>3</sup>, NA máx = 230,30 m
- Coeficientes do Polinômio  $NA = f(\text{Volume})$ 
  - $a_0 = 2,303 \times 10^2$
- produtividade: 0,0088 MW/m<sup>3</sup>/s/m
- coeficientes do Polinômio  $cota\ de\ jusante = f(\text{defluência})$ 
  - $a_0 = 1,3412 \times 10^2$
  - $a_1 = 3,31878 \times 10^{-3}$
  - $a_2 = -3,09259 \times 10^{-7}$
  - $a_3 = 2,15278 \times 10^{-11}$
  - $a_4 = -5,9295 \times 10^{-16}$
- engolimento máximo = 2144 m<sup>3</sup>/s
- defluência máxima = 3216 m<sup>3</sup>/s
- defluência mínima = 640 m<sup>3</sup>/s
- Vazões incrementais:

<i>mai</i>	<i>jun</i>	<i>jul</i>	<i>ago</i>	<i>set</i>	<i>out</i>	<i>nov</i>	<i>dez</i>	<i>jan</i>	<i>fev</i>	<i>mar</i>	<i>abr</i>
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Paulo Afonso 4

- Volume máximo = 128 hm<sup>3</sup>, NA máximo = 251,5 m
- Vol mínimo = 128 hm<sup>3</sup>, NA mínimo = 251,5 m
- Coeficientes do Polinômio  $NA = f(\text{Volume})$ 
  - $a_0 = 2,515 \times 10^2$
- produtividade: 0,009035 MW/m<sup>3</sup>/s/m
- Coeficientes do polinômio  $cota\ de\ jusante = f(\text{defluência})$ 
  - $a_0 = 1,29044 \times 10^2$

$$a_1 = 2,07974 \times 10^{-3}$$

$$a_2 = -5,27068 \times 10^{-8}$$

$$a_3 = 6,66456 \times 10^{-13}$$

$$a_4 = -2,23117 \times 10^{-17}$$

- engolimento máximo = 2400 m<sup>3</sup>/s
- defluência máxima = 3600 m<sup>3</sup>/s
- defluência mínima = 640 m<sup>3</sup>/s
- Vazões incrementais:

<i>mai</i>	<i>jun</i>	<i>jul</i>	<i>ago</i>	<i>set</i>	<i>out</i>	<i>nov</i>	<i>dez</i>	<i>jan</i>	<i>fev</i>	<i>mar</i>	<i>abr</i>
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### **Xingó**

- Volume máximo = 3944 hm<sup>3</sup>, NA máximo = 138 m
- Volume mínimo = 3944 hm<sup>3</sup>, NA mínimo = 138 m
- Coeficientes do Polinômio  $NA = f(\text{Volume})$ 

$$a_0 = 1,38 \times 10^2$$
- produtividade: 0,009025 MW/m<sup>3</sup>/s/m
- Coeficientes do Polinômio  $cota\ de\ jusante = f(\text{defluência})$ 

$$a_0 = 1,3721 \times 10^2$$

$$a_1 = 2,47288 \times 10^{-3}$$

$$a_2 = -3,22059 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = 2,28884 \times 10^{-11}$$

$$a_4 = -5,81037 \times 10^{-17}$$
- engolimento máximo = 2796 m<sup>3</sup>/s
- defluência máxima = 4194 m<sup>3</sup>/s
- defluência mínima = 650 m<sup>3</sup>/s
- Vazões incrementais:

<i>mai</i>	<i>jun</i>	<i>jul</i>	<i>ago</i>	<i>set</i>	<i>out</i>	<i>nov</i>	<i>dez</i>	<i>jan</i>	<i>fev</i>	<i>mar</i>	<i>abr</i>
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## 5.2 Resultados Obtidos

### 5.2.1 Com Algoritmo Genético

O AG está entre as heurísticas de otimização com a maior riqueza de opções de ajuste pelo analista, onde diversos parâmetros devem ser calibrados em função do problema estudado. Como visto no Capítulo 2, as duas primeiras decisões a serem tomadas são sobre a codificação e o tamanho da população.

Neste trabalho, optou-se por se utilizar codificação com números reais, segundo sugerido por LEITE [10] (*op. cit.*), que a empregou em problema semelhante. Ainda segundo sugestões de diversos autores, o tamanho da população inicial deve ser da ordem de grandeza do número de variáveis do problema, e nunca inferior. Como cada indivíduo é um vetor de (24 meses x 3 usinas) 72 posições, onde cada posição representa uma vazão defluente, escolheu-se inicialmente trabalhar com populações de 144 indivíduos, o que foi mantido ao longo do estudo, por ter se mostrado adequado.

A população inicial foi criada aleatoriamente, onde os genes de cada indivíduo, correspondente à vazão defluente, foram sorteados (distribuição uniforme) dentro do intervalo  $500 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $3000 \text{ m}^3/\text{s}$ . Como critérios de parada do AG, assumiu-se o *número máximo de gerações*, fixado em 2000, que foi suposto como suficiente para a estabilização do melhor indivíduo. Adicionalmente, considerou-se uma solução como *estagnada* caso o melhor indivíduo não evoluísse por mais de 200 gerações.

Conforme discutido no Capítulo 2, a técnica de tratamento de restrições empregada foi a de penalização exterior aditiva, cujas parcelas foram modeladas de acordo com a equação (21), onde se fez  $w_1 = w_2 = 5 \times 10^8$ .

Além disso, destaca-se que:

- A taxa de mutação foi mantida constante ao longo da execução do AG e igual a 1%. Não se verificou melhoria na qualidade da solução (medida por meio da função objetivo) para taxas variáveis. Como se utilizou codificação com números reais, a técnica utilizada foi de se substituir o gene selecionado para

sofrer mutação por um outro também sorteado em uma distribuição uniforme dentro do intervalo 500 m<sup>3</sup>/s e 3000 m<sup>3</sup>/s (mesmo intervalo utilizado para se gerar os indivíduos da população inicial).

- Usou-se *elitismo*, onde os dois melhores indivíduos foram replicados na geração subsequente.
- Seguindo recomendação da literatura, 85% dos indivíduos da geração seguinte foram gerados por cruzamento.

Nas seções a seguir, serão empregados os seguintes códigos para descrever os experimentos de ajuste de parâmetros do AG.

Em relação aos operadores:

- Seleção, optou-se entre Roleta (R) e Torneio (T);
- Cruzamento, optou-se entre Uniforme (U), de um ponto (P), e Cruzamento Médio (M).

Estas opções irão gerar seis configurações, a saber, RU, RP, RM, TU, TP e TM, onde, devido à natureza estocástica do método e conseqüentemente da solução, processou-se 30 vezes cada uma, de forma a se obter um retrato mais significativo sobre como a solução encontrada é influenciada pela configuração do AG. Os resultados encontrados são sumarizados na Tabela 7 a seguir.

Tabela 7 – Resultados Obtidos com AG

<i>n</i>	<i>RU</i>	<i>RP</i>	<i>RM</i>	<i>TU</i>	<i>TP</i>	<i>TM</i>
1	2,1354e+08	2,0234e+08	1,1120e+16	1,9364e+08	2,2777e+08	1,9797e+08
2	2,1389e+08	2,2833e+08	6,0655e+15	1,9061e+08	3,7470e+08	1,8699e+08
3	2,4412e+08	2,2604e+08	2,4222e+16	1,8528e+08	1,7460e+08	2,0013e+08
4	2,1676e+08	2,4308e+08	1,6264e+15	1,8183e+08	2,4408e+08	1,8863e+08
5	2,2013e+08	2,2415e+08	1,3473e+16	2,3046e+08	1,9223e+08	1,8968e+08
6	1,9550e+08	2,0723e+08	1,8927e+16	1,8490e+08	2,1496e+08	1,8493e+08
7	2,0948e+08	2,2884e+08	4,9101e+14	1,9890e+08	2,4153e+08	1,8573e+08
8	2,0662e+08	1,9471e+08	1,3544e+16	1,8594e+08	1,8427e+08	1,9145e+08
9	2,0188e+08	2,1078e+08	1,5524e+16	1,9151e+08	1,8104e+08	1,9192e+08
10	2,0266e+08	2,2147e+08	6,3090e+15	1,8276e+08	1,8865e+08	1,8585e+08

<i>n</i>	<i>RU</i>	<i>RP</i>	<i>RM</i>	<i>TU</i>	<i>TP</i>	<i>TM</i>
11	1,9189e+08	2,0903e+08	3,8945e+16	1,8492e+08	1,8180e+08	1,9137e+08
12	1,9738e+08	3,1558e+08	8,2399e+15	1,8216e+08	1,8473e+08	1,9151e+08
13	1,9749e+08	2,1606e+08	5,3955e+15	1,8674e+08	1,8438e+08	1,8991e+08
14	1,9078e+08	2,3906e+08	3,4532e+15	1,7359e+08	1,9753e+08	2,0298e+08
15	2,0411e+08	2,2626e+08	3,6315e+15	1,8106e+08	2,3470e+08	1,8178e+08
16	1,9942e+08	2,1001e+08	2,7191e+15	1,7140e+08	2,0144e+08	1,8314e+08
17	2,0958e+08	2,1954e+08	1,9252e+16	1,8774e+08	1,9419e+08	1,9469e+08
18	1,9327e+08	2,0335e+08	1,0752e+16	1,8741e+08	1,8211e+08	1,7966e+08
19	1,9285e+08	2,0843e+08	7,3936e+15	1,8487e+08	1,9429e+08	1,9197e+08
20	1,9822e+08	2,0911e+08	2,2222e+16	1,9370e+08	1,8336e+08	1,8624e+08
21	2,0674e+08	2,2151e+08	4,7540e+15	1,8217e+08	1,7118e+08	1,8755e+08
22	2,0050e+08	2,2578e+08	5,7002e+15	1,9256e+08	1,8908e+08	2,0354e+08
23	2,0009e+08	2,2579e+08	6,5149e+14	1,8141e+08	2,1450e+08	1,8601e+08
24	2,0410e+08	2,0063e+08	2,7758e+16	2,0247e+08	2,3263e+08	1,8315e+08
25	1,9751e+08	2,0900e+08	2,0853e+16	1,8086e+08	1,8203e+08	1,8419e+08
26	1,9734e+08	2,0591e+08	6,3745e+15	1,7976e+08	1,9391e+08	1,9709e+08
27	2,1093e+08	3,2763e+08	3,6585e+15	1,9187e+08	1,7248e+08	1,9060e+08
28	2,1058e+08	2,3475e+08	3,1190e+15	1,8717e+08	1,8713e+08	1,9155e+08
29	2,1845e+08	2,3532e+08	9,5265e+15	2,0054e+08	1,8185e+08	1,9701e+08
30	1,9710e+08	2,1131e+08	7,4298e+15	1,7540e+08	1,9252e+08	1,9391e+08
<b>Média</b>	<b>2,0476e+08</b>	<b>2,2470e+08</b>	<b>1,0771e+16</b>	<b>1,8779e+08</b>	<b>2,0266e+08</b>	<b>1,9037e+08</b>
<b>Desvio</b>	<b>1,0834e+07</b>	<b>2,8549e+07</b>	<b>8,9909e+15</b>	<b>1,0701e+07</b>	<b>3,7855e+07</b>	<b>5,9933e+06</b>
<b>Mínimo</b>	<b>1,9078e+08</b>	<b>1,9471e+08</b>	<b>4,9101e+14</b>	<b>1,7140e+08</b>	<b>1,7118e+08</b>	<b>1,7966e+08</b>

Os melhores resultados obtidos (correspondentes à solução “mínima”, exposta acima) em cada um destes experimentos são ilustrados nas seções a seguir, onde são mostrados os gráficos dos armazenamentos ao final de cada mês, bem como a participação por fonte para atendimento ao mercado, refletindo a política de operação recomendada pelo AG.

#### 5.2.1.1 Experimento RU

As Figuras 16, 17 e 18 a seguir apresentam a política de operação das usinas com reservatório encontrada, com seleção por “Roleta” e cruzamento “Uniforme”. O menor custo de operação encontrado, após 30 processamentos, foi de **R\$ 190,78 milhões**.

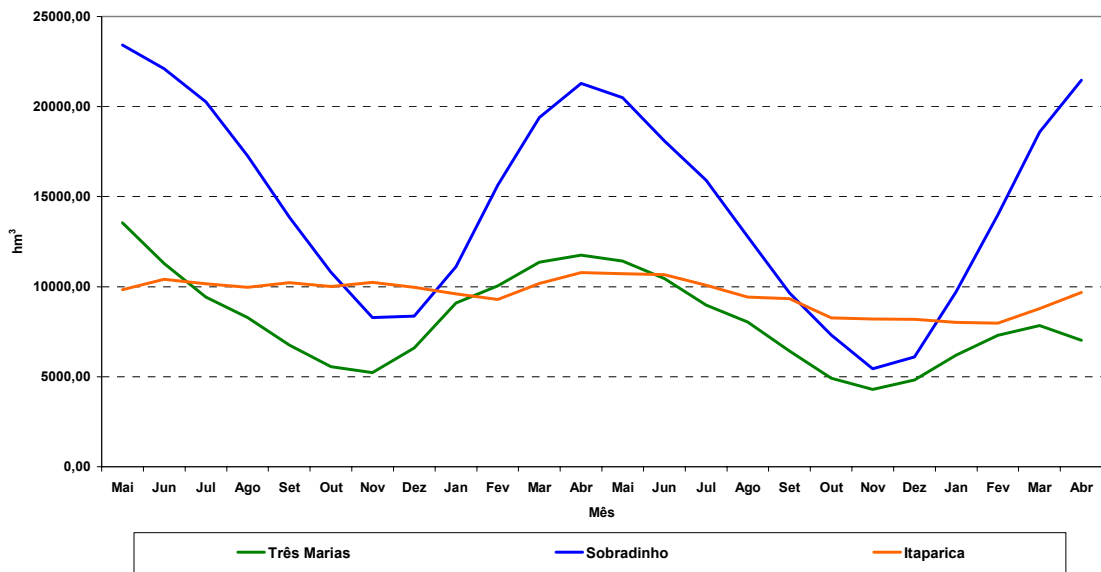


Figura 16 – Experimento RU – Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

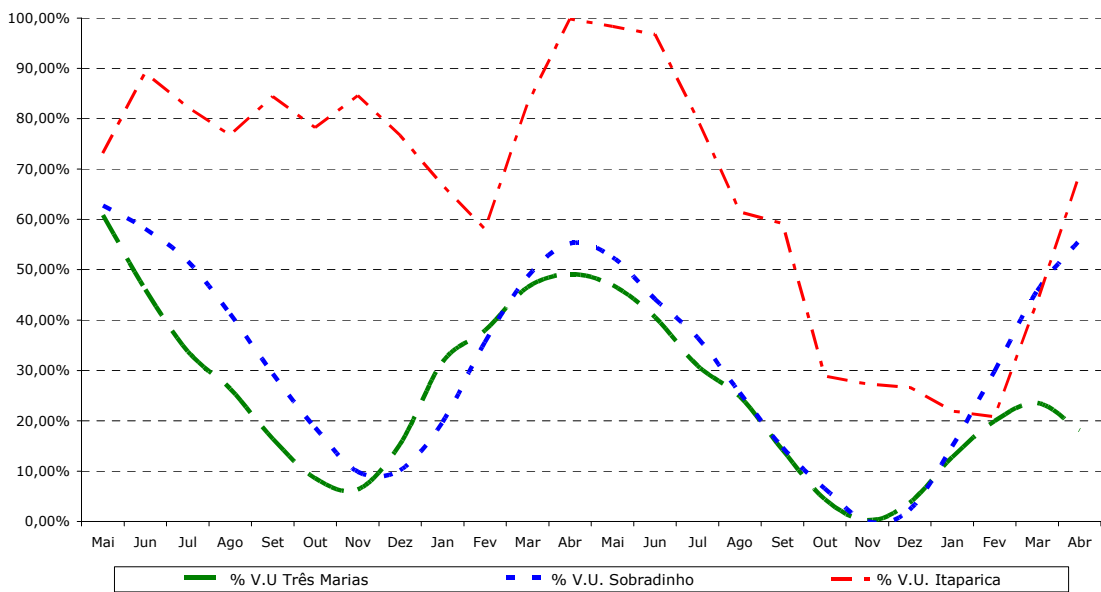


Figura 17 – Experimento RU – Armazenamentos em porcentagem do volume útil



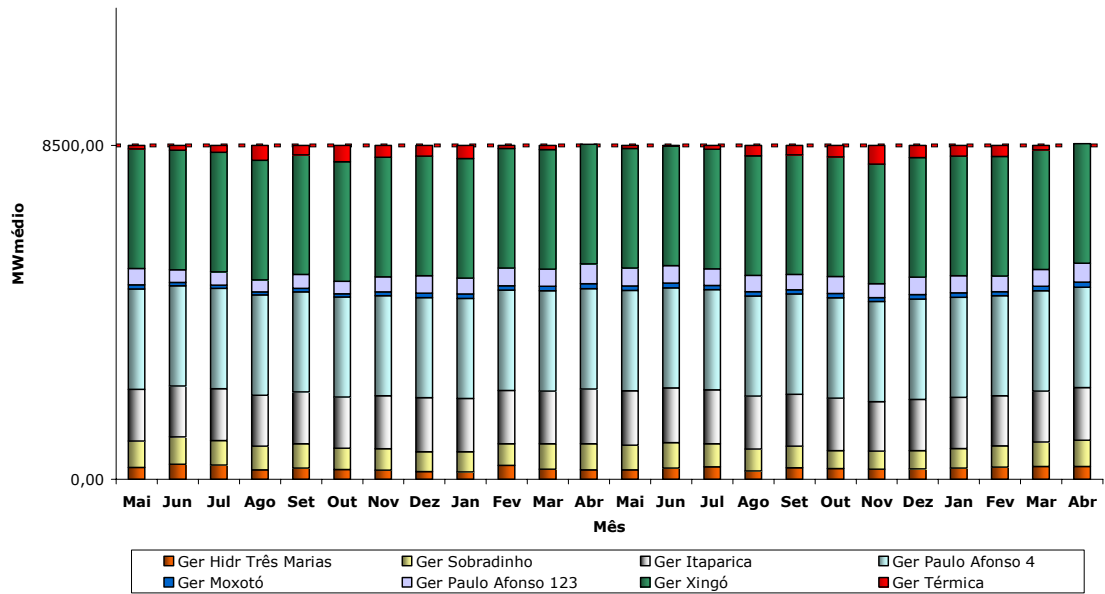


Figura 18 – Experimento RU - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.1.2 Experimento RP

As Figuras 19, 20 e 21 a seguir apresentam a política de operação das usinas com reservatório encontrada, com seleção por “Roleta” e cruzamento “de um ponto”. O custo da operação encontrado foi de **R\$ 194,71 milhões**.

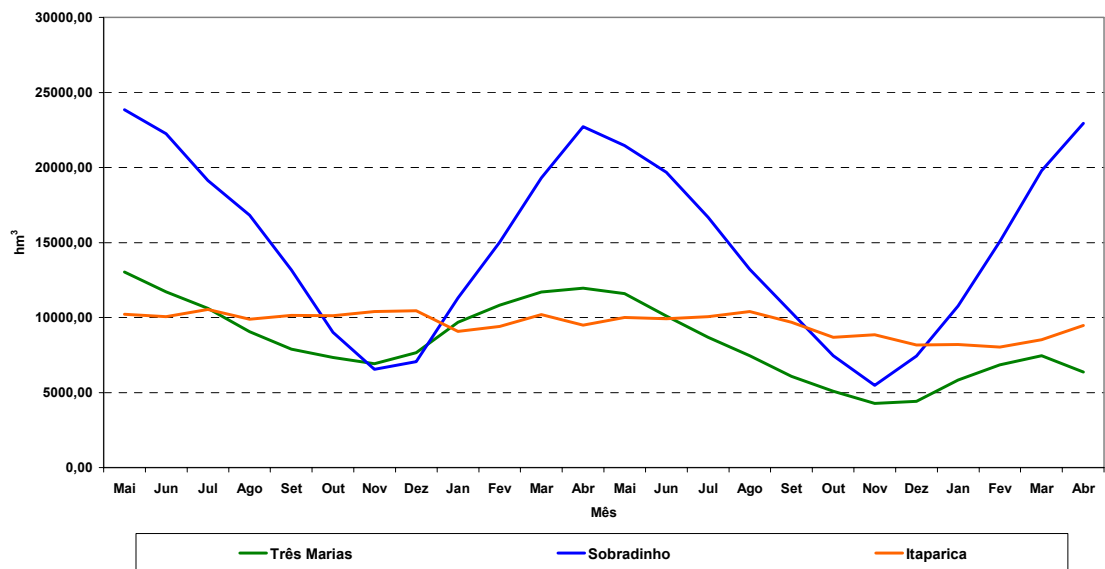


Figura 19 – Experimento RP - Armazenamentos em  $hm^3$

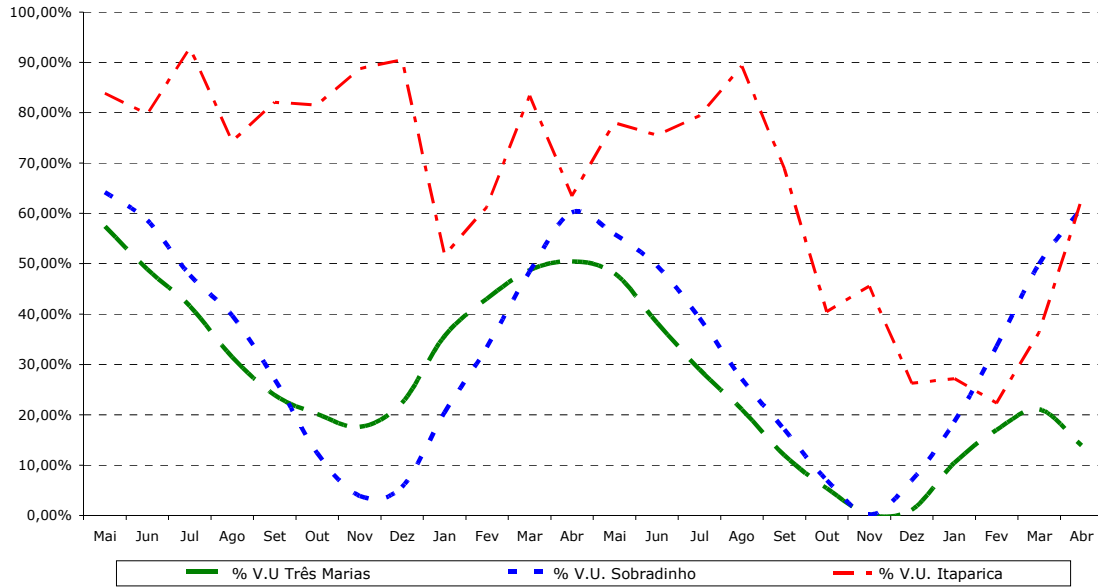


Figura 20 – Experimento RP - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

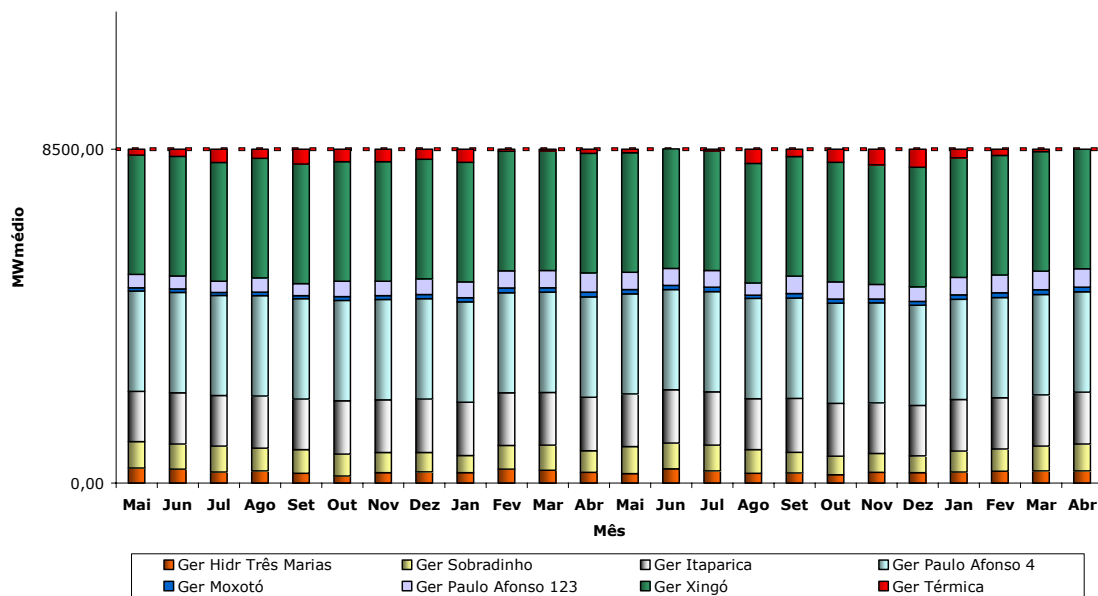


Figura 21 – Experimento RP - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.1.3 Experimento RM

As Figuras 22, 23 e 24 a seguir apresentam a política de operação das usinas com reservatório encontrada, com seleção por “Roleta” e “cruzamento médio”. **Não foi encontrada solução viável.** Neste caso, houve violação do volume máximo do reservatório de Itaparica em diversos meses e do volume máximo de Três Marias em novembro do segundo ano.

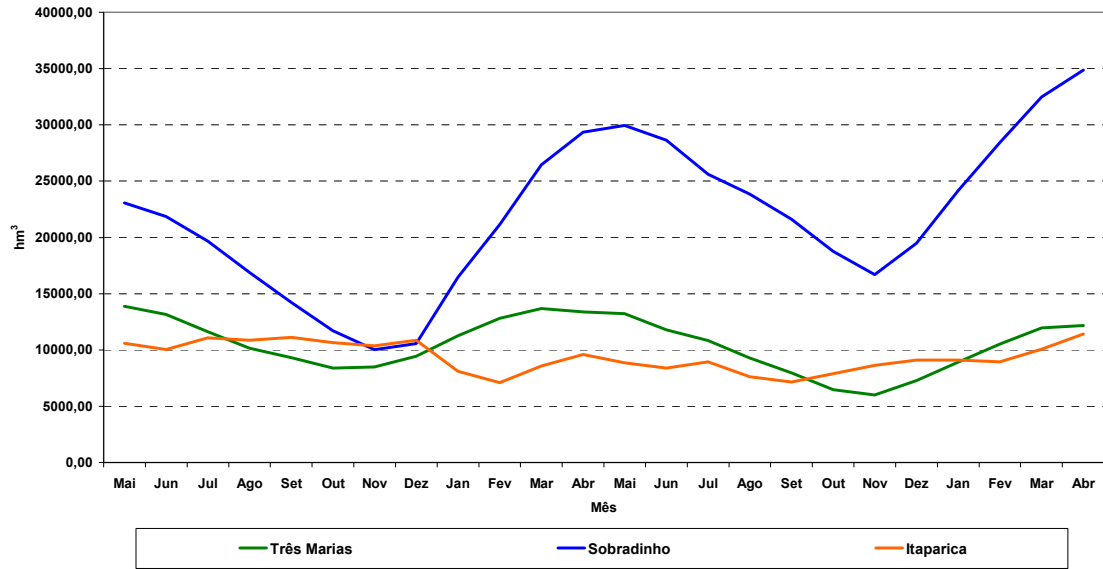


Figura 22 – Experimento RM - Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

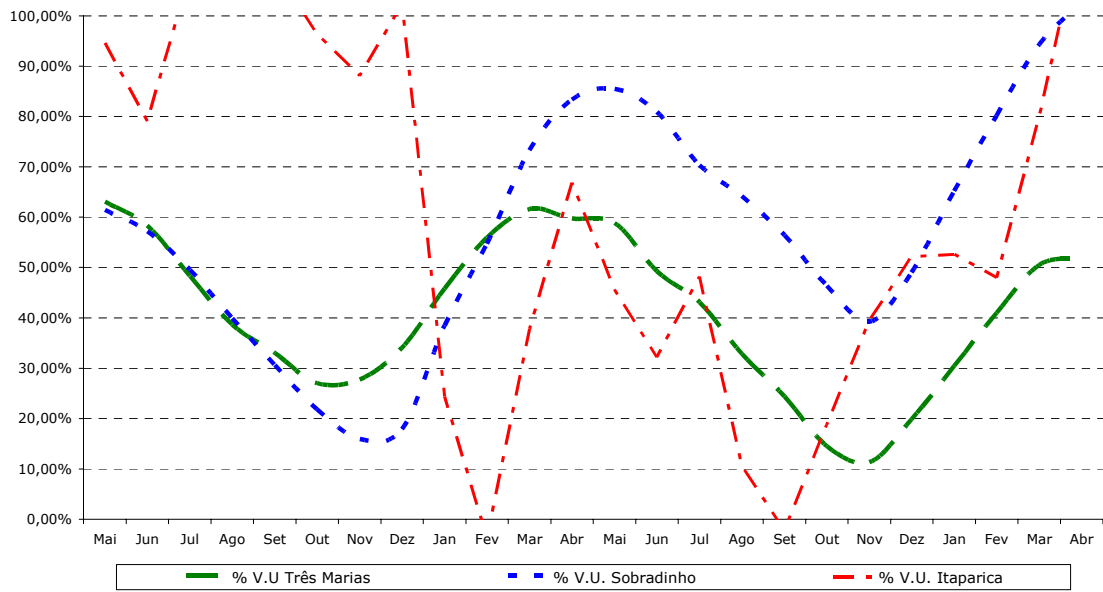


Figura 23 – Experimento RM - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

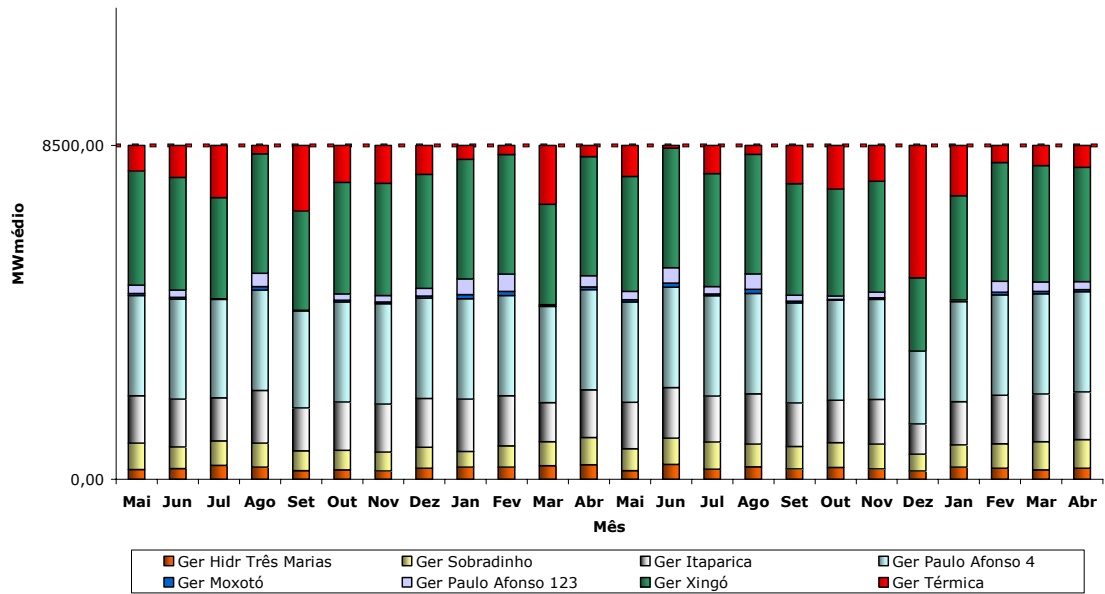


Figura 24 – Experimento RM - Geração total segmentada por fonte

#### 5.2.1.4 Experimento TU

As Figuras 25, 26 e 27 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, encontrada com seleção por “Torneio” e cruzamento “Uniforme”. O menor custo da operação encontrado foi de **R\$ 171,40 milhões**.

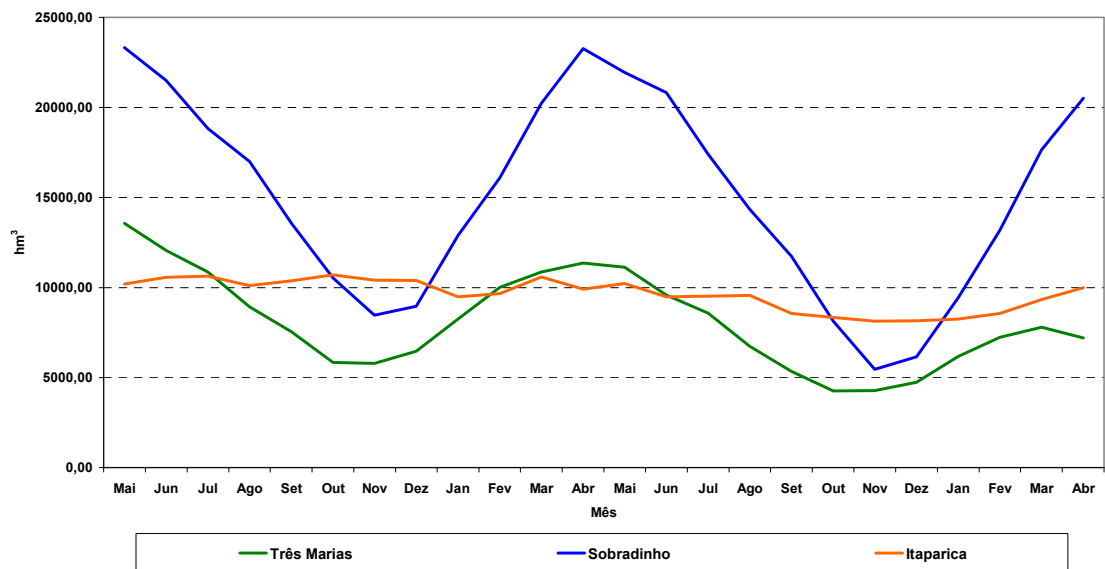


Figura 25 – Experimento TU - Armazenamentos em  $hm^3$

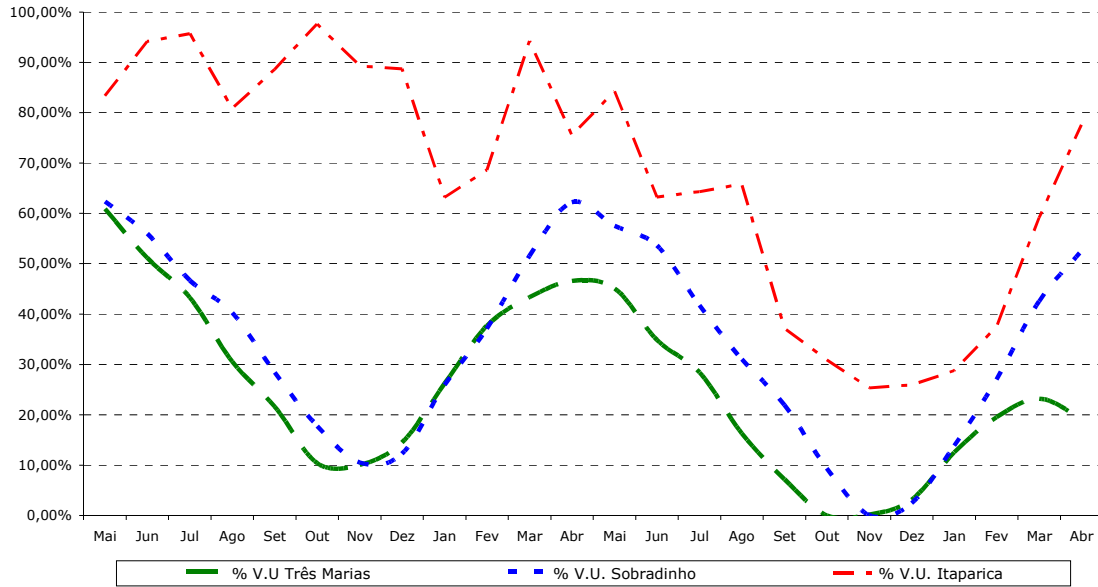


Figura 26 – Experimento TU - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

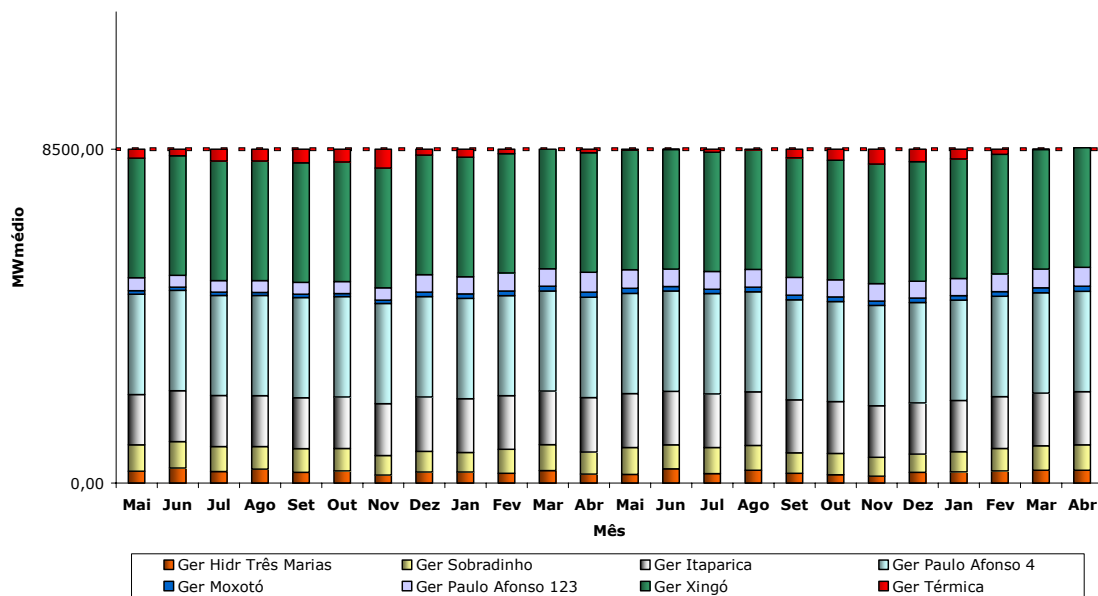


Figura 27 – Experimento TU - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.1.5 Experimento TP

As Figuras 28, 29 e 30 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, encontrada com seleção por “Torneio” e cruzamento “de um ponto”. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 171,10 milhões**.

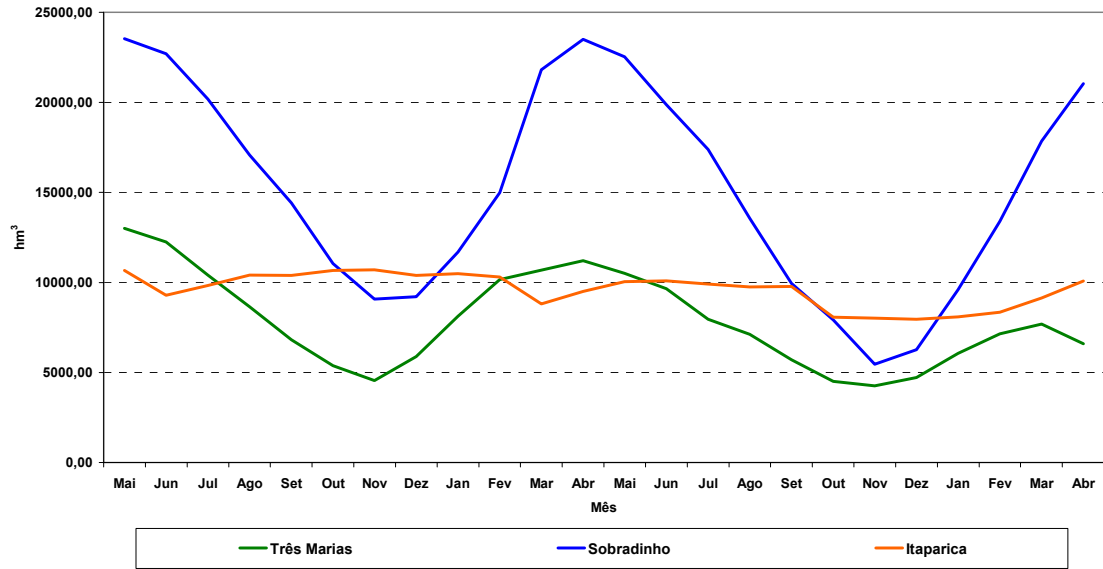


Figura 28 – Experimento TP - Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

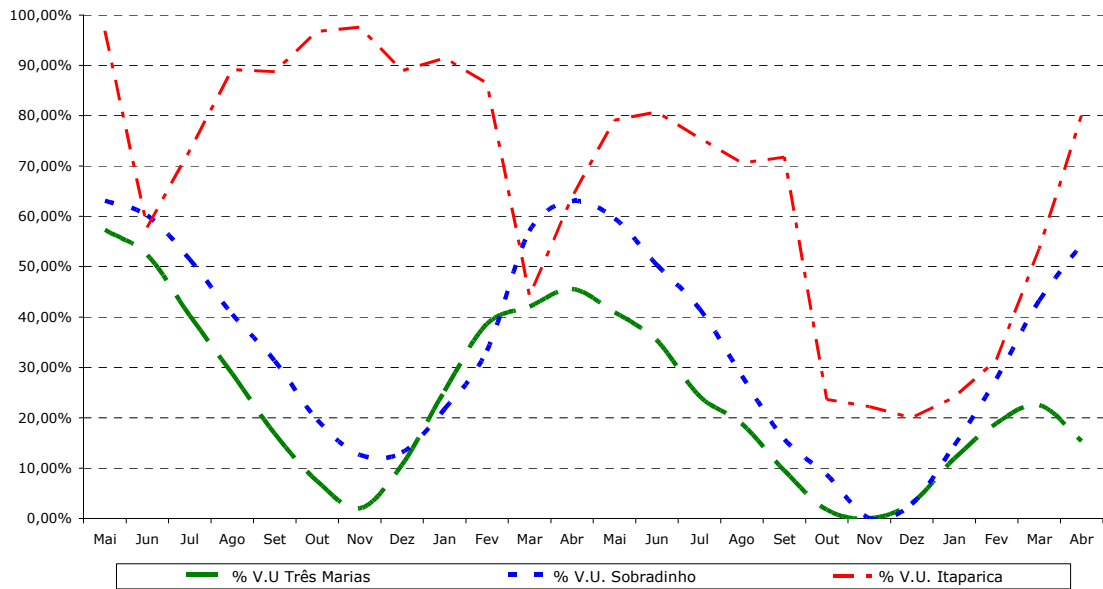


Figura 29 – Experimento TP - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

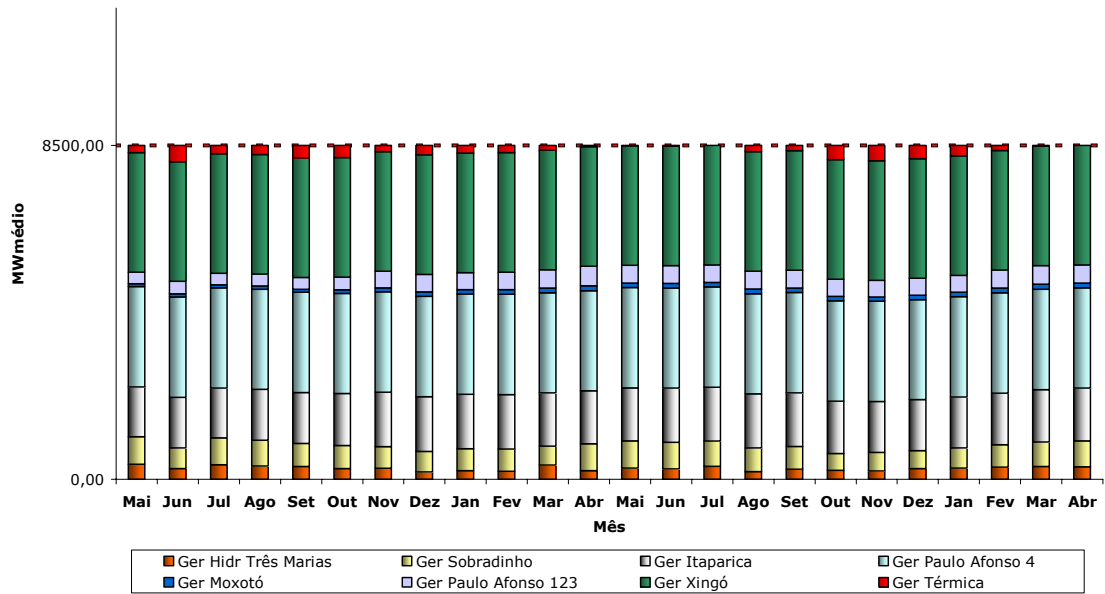


Figura 30 – Experimento TP - Geração total segmentada por fonte

#### 5.2.1.6 Experimento TM

As Figuras 31, 32 e 33 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com seleção por “Torneio” e “Cruzamento Médio”. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 179,66 milhões**.

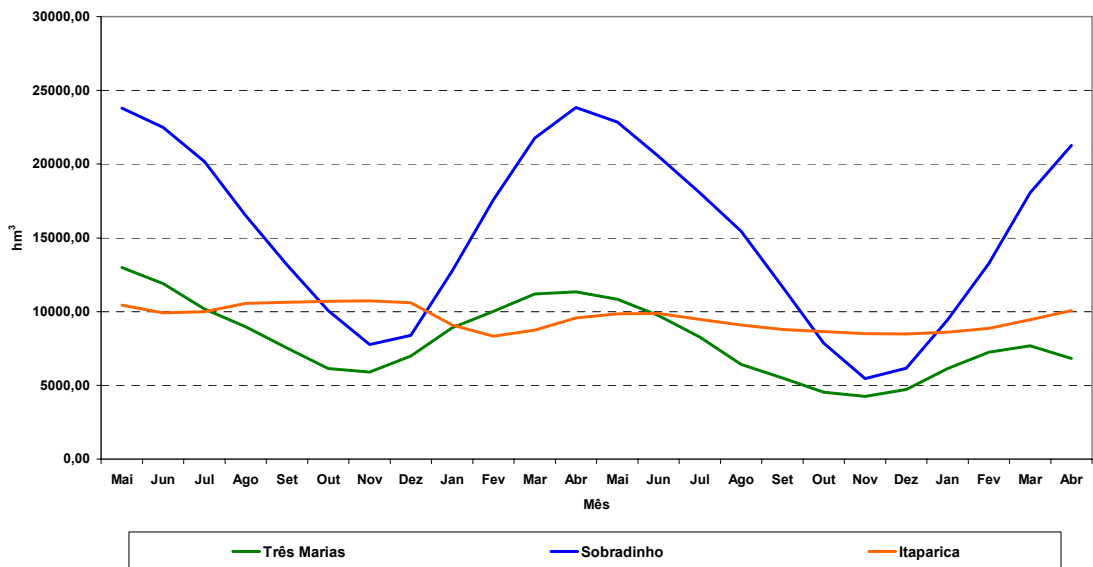


Figura 31 – Experimento TM - Armazenamentos em  $hm^3$

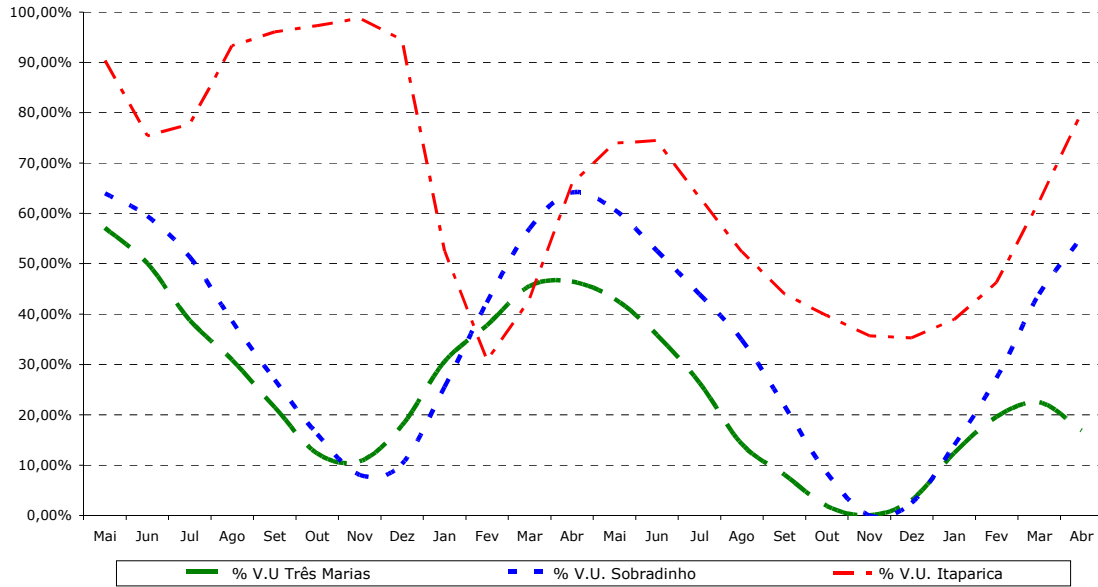


Figura 32 – Experimento TM - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

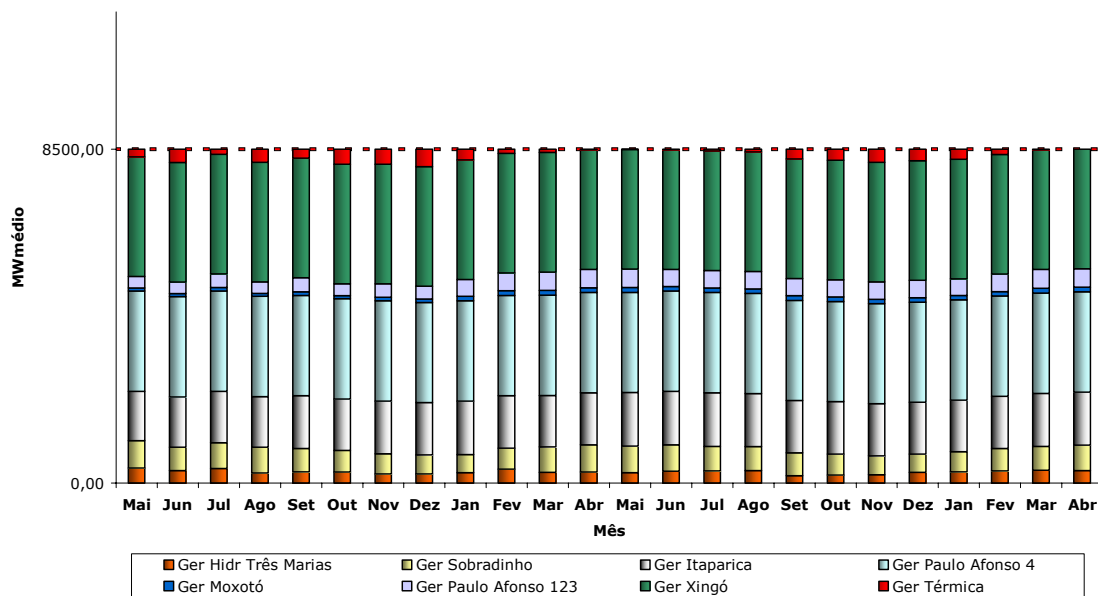


Figura 33 – Experimento TM - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.2 Com Enxame de Partículas

A configuração base do PSO adotada foi escolhida após diversas tentativas preliminares, não documentadas neste trabalho, onde optou-se pela abordagem *Gbest* com fator de contração (CFA).



O número de iterações adotado em todos os processamentos foi de 5000 com uma população de 144 partículas, onde, assim como o AG, fez-se com que a população inicial fosse gerada por meio de sorteio com distribuição uniforme, no intervalo entre 500 e 3000 m<sup>3</sup>/s, para cada dimensão do problema.

A função a ser minimizada foi a mesma que a função adequabilidade empregada no AG, ou seja, a função objetivo com penalização exterior aditiva, cujas parcelas foram modeladas de acordo com a equação (21), onde se fez  $w_1 = w_2 = 5 \times 10^8$ . Desta forma, prescindiu-se de esquemas que proibissem as partículas de se moverem para fora do espaço viável.

Após a definição destes critérios, procedeu-se a uma análise de sensibilidade, onde decidiu-se avaliar a influência dos parâmetros  $c_1$ ,  $c_2$  e  $k$  na qualidade da solução encontrada. Foram avaliadas as seguintes combinações de parâmetros:

- Caso 1:  $c_1=2,0$ ,  $c_2=2,0$ ,  $k=1,0$  ( $\chi=1,0$ )
- Caso 2:  $c_1=3,0$ ,  $c_2=2,0$ ,  $k=1,0$  ( $\chi=0,382$ )
- Caso 3:  $c_1=2,0$ ,  $c_2=3,0$ ,  $k=1,0$  ( $\chi=0,382$ )
- Caso 4:  $c_1=2,0$  e  $c_2=2,0$ ,  $k=0,5$  ( $\chi=0,5$ )
- Caso 5:  $c_1=3,0$ ,  $c_2=2,0$ ,  $k=0,5$  ( $\chi=0,191$ )
- Caso 6:  $c_1=2,0$ ,  $c_2=3,0$ ,  $k=0,5$  ( $\chi=0,191$ )

Processou-se 30 vezes cada configuração acima, de forma a se obter um retrato significativo sobre como a solução encontrada é influenciada pela parametrização do PSO. Os resultados encontrados são sumarizados na Tabela 8 a seguir.

Tabela 8 – Resultados Obtidos com PSO

<i>n</i>	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>	<b>Caso 4</b>	<b>Caso 5</b>	<b>Caso 6</b>
1	1,9341e+08	1,8930e+08	1,6797e+08	2,0248e+08	1,5622e+08	1,4615e+08
2	7,1718e+08	5,0768e+09	1,5200e+08	1,8207e+08	1,6616e+08	1,6414e+08
3	5,7376e+09	1,0106e+10	1,6484e+09	1,7213e+08	1,5574e+08	1,5791e+08
4	1,7611e+08	2,0933e+08	1,5019e+08	1,8024e+08	1,6239e+08	1,6128e+08
5	4,9814e+09	2,1030e+09	1,3099e+09	1,8968e+08	1,8307e+08	1,7788e+08
6	1,6158e+08	1,9655e+08	1,9249e+09	2,1679e+09	1,7240e+08	1,5846e+08
7	1,8697e+08	1,6158e+08	1,7677e+08	1,8608e+08	2,0010e+08	1,6467e+08
8	1,4421e+09	1,6269e+08	2,1700e+09	1,7401e+08	1,6138e+08	1,9003e+08
9	2,0540e+08	1,8600e+08	1,5225e+08	1,7691e+08	2,1148e+08	1,8120e+08
10	1,6796e+09	2,0859e+09	1,7138e+08	1,9215e+08	1,5236e+08	1,9565e+08
11	1,4406e+08	1,5901e+08	1,6153e+08	1,7192e+08	1,8699e+08	2,0012e+08
12	1,4392e+09	1,3808e+09	1,5212e+08	1,7879e+08	2,0567e+08	1,8001e+08
13	2,0317e+09	1,8301e+08	1,6181e+08	2,0317e+08	1,9475e+08	1,9281e+08
14	1,5212e+08	2,1252e+08	1,6323e+09	1,8864e+08	2,0365e+08	1,6391e+08
15	1,8509e+08	1,7564e+08	1,7160e+08	2,4121e+08	1,8888e+08	1,6340e+08
16	1,6737e+08	6,0006e+09	2,0141e+08	1,9945e+08	1,7560e+08	2,1898e+08
17	1,6488e+08	4,5365e+09	1,5905e+08	1,6974e+08	1,5771e+08	1,2220e+09
18	2,3086e+08	2,1773e+09	1,5759e+09	1,6792e+08	1,9120e+08	2,0260e+08
19	1,8360e+08	1,5561e+08	2,1565e+09	1,6212e+08	1,6754e+08	1,7118e+08
20	1,8178e+08	2,1425e+09	1,5874e+08	1,9001e+08	2,0015e+08	1,6898e+08
21	1,8776e+08	1,5617e+08	1,6574e+08	1,6241e+08	1,5970e+08	1,7757e+08
22	1,9829e+09	1,7683e+08	1,7205e+08	1,8604e+09	1,8114e+08	1,7306e+08
23	2,0805e+09	1,8353e+08	2,2062e+09	1,7267e+08	1,6226e+08	1,7817e+08
24	1,7204e+08	5,1453e+09	2,2470e+09	1,9667e+08	1,4815e+08	1,7257e+08
25	1,5850e+08	1,8852e+09	1,7838e+08	2,2134e+08	1,4135e+08	2,0884e+08
26	1,5313e+08	1,8879e+09	1,8946e+08	2,1921e+08	1,8746e+08	1,6295e+08
27	1,5700e+08	1,4257e+09	1,8580e+09	1,7781e+08	1,3433e+08	1,6725e+08
28	1,7219e+08	1,4291e+09	1,5121e+09	1,8185e+08	1,5993e+08	1,8052e+08
29	1,8605e+08	1,6394e+08	1,6378e+08	2,3609e+08	2,4389e+08	1,6548e+08
30	1,7098e+08	1,7461e+09	3,2380e+09	1,9051e+08	1,7546e+08	1,5937e+08
<b>Média</b>	<b>8,5944e+08</b>	<b>1,7267e+09</b>	<b>8,8285e+08</b>	<b>3,1052e+08</b>	<b>1,7624e+08</b>	<b>2,1090e+08</b>
<b>Desvio</b>	<b>1,3676e+09</b>	<b>2,2822e+09</b>	<b>9,2930e+08</b>	<b>4,5746e+08</b>	<b>2,3419e+07</b>	<b>1,8848e+08</b>
<b>Mínimo</b>	<b>1,4406e+08</b>	<b>1,5561e+08</b>	<b>1,5019e+08</b>	<b>1,6212e+08</b>	<b>1,3433e+08</b>	<b>1,4615e+08</b>

Os melhores resultados obtidos (correspondentes à solução “mínima”, exposta acima) em cada um destes experimentos são ilustrados nas seções a seguir, onde são mostrados os gráficos dos armazenamentos ao final de cada mês, bem como a participação por fonte para atendimento ao mercado, refletindo a política de operação recomendada pelo PSO.

### 5.2.2.1 Caso 1

As Figuras 34, 35 e 36 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 1. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 144,06 milhões**.

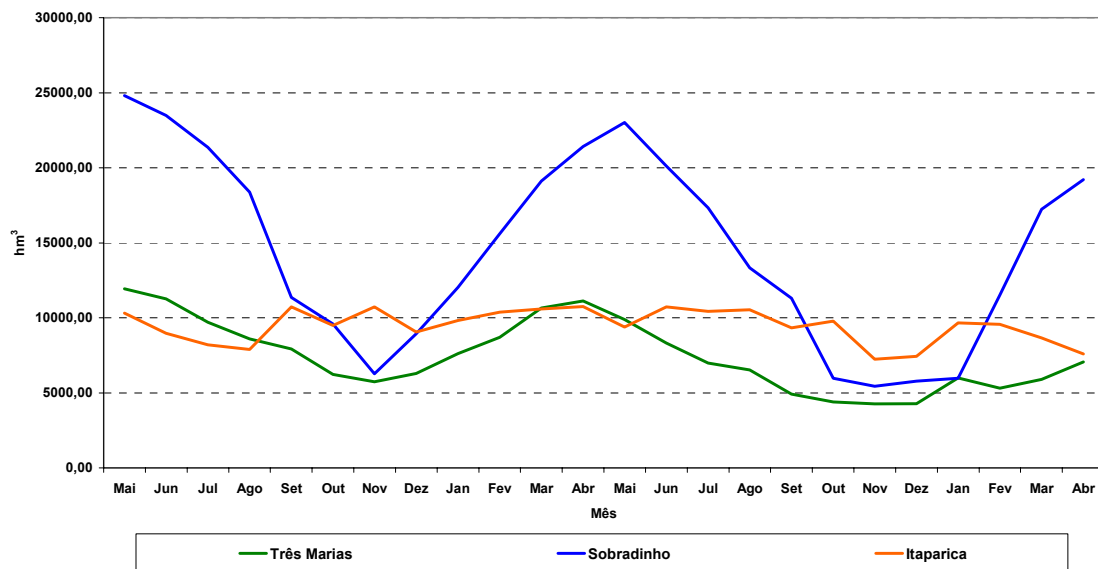


Figura 34 – Caso 1 - Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

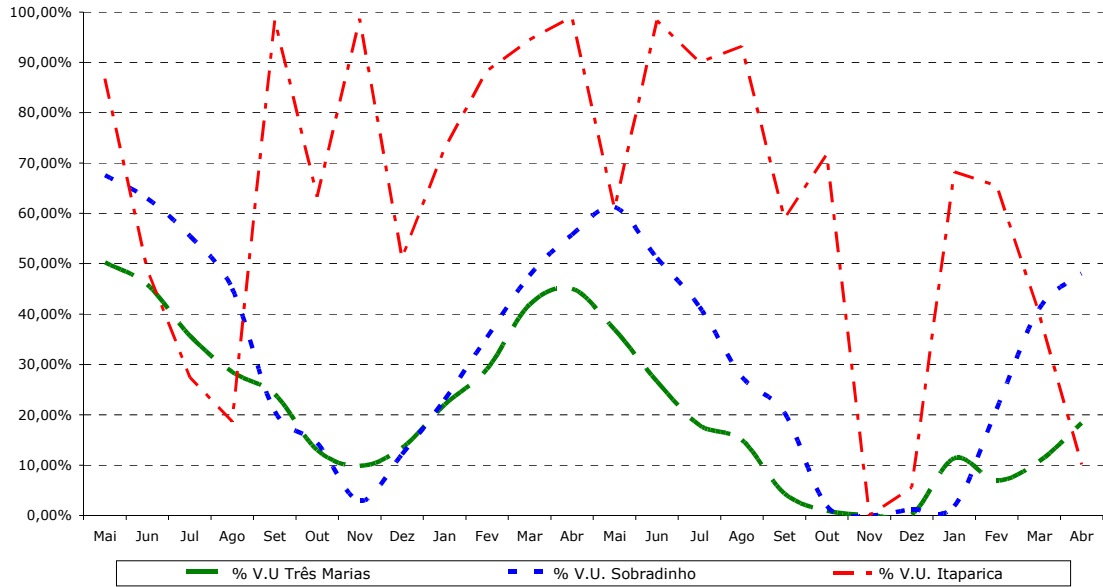


Figura 35 – Caso 1 - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

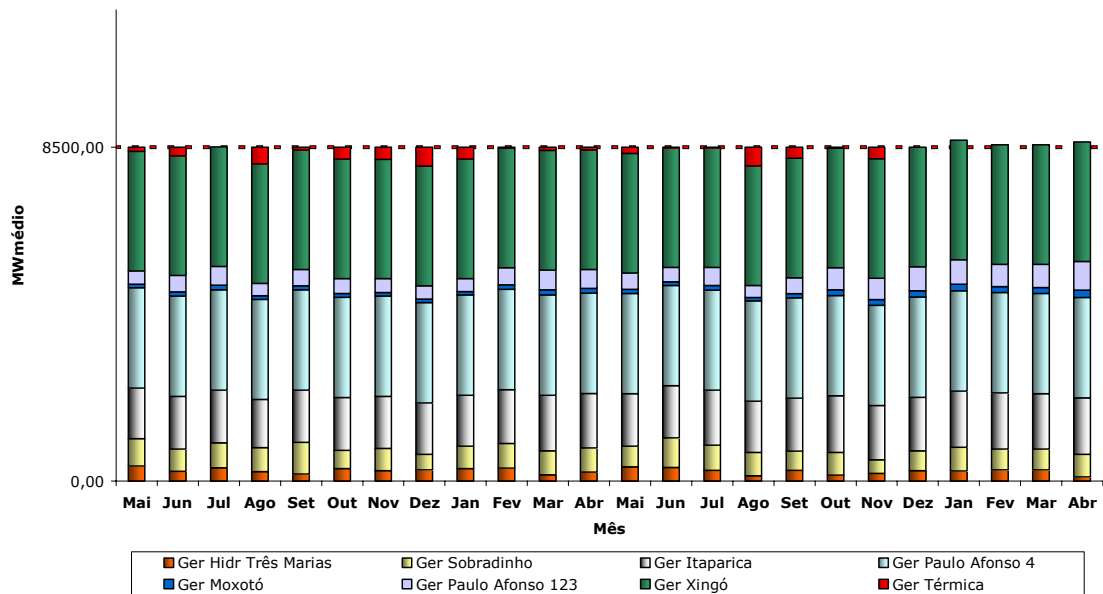


Figura 36 – Caso 1 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.2.2 Caso 2

As Figuras 37, 38 e 39 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 2. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 155,61 milhões**.

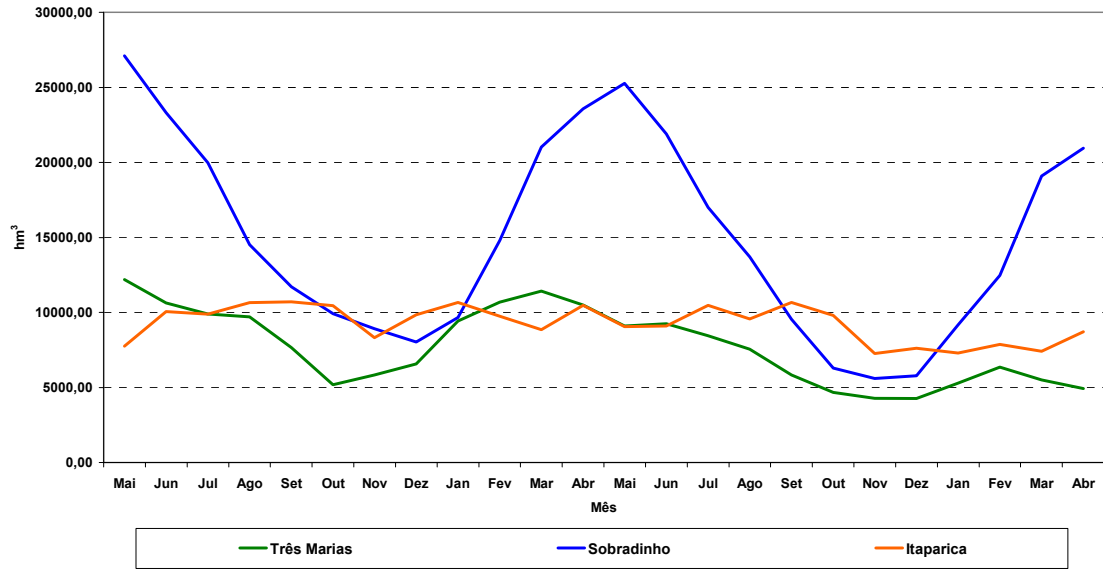


Figura 37 – Caso 2 - Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

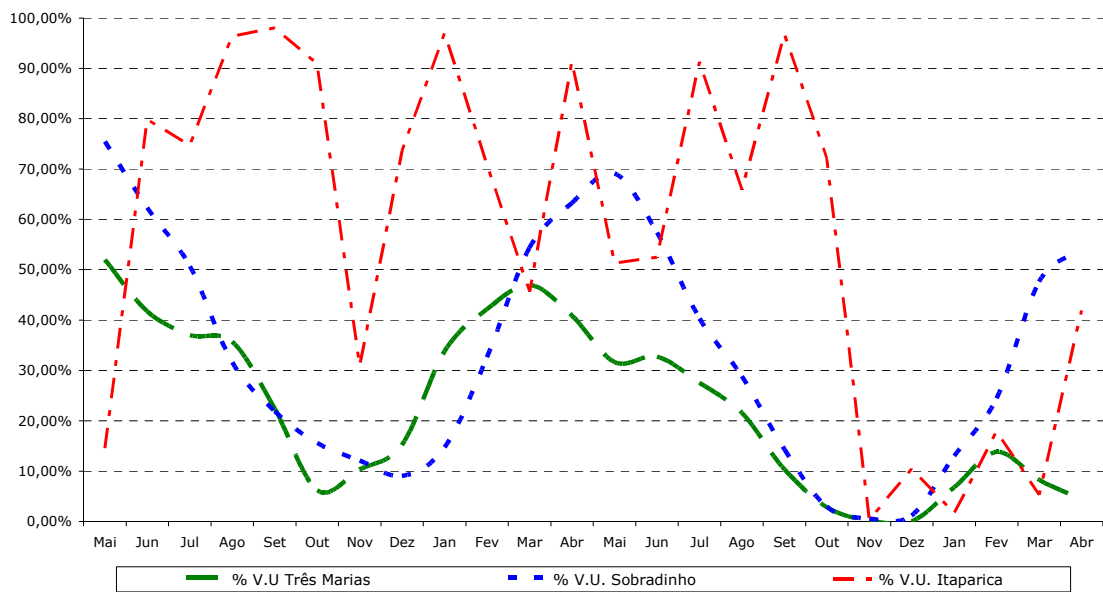


Figura 38– Caso 2 - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

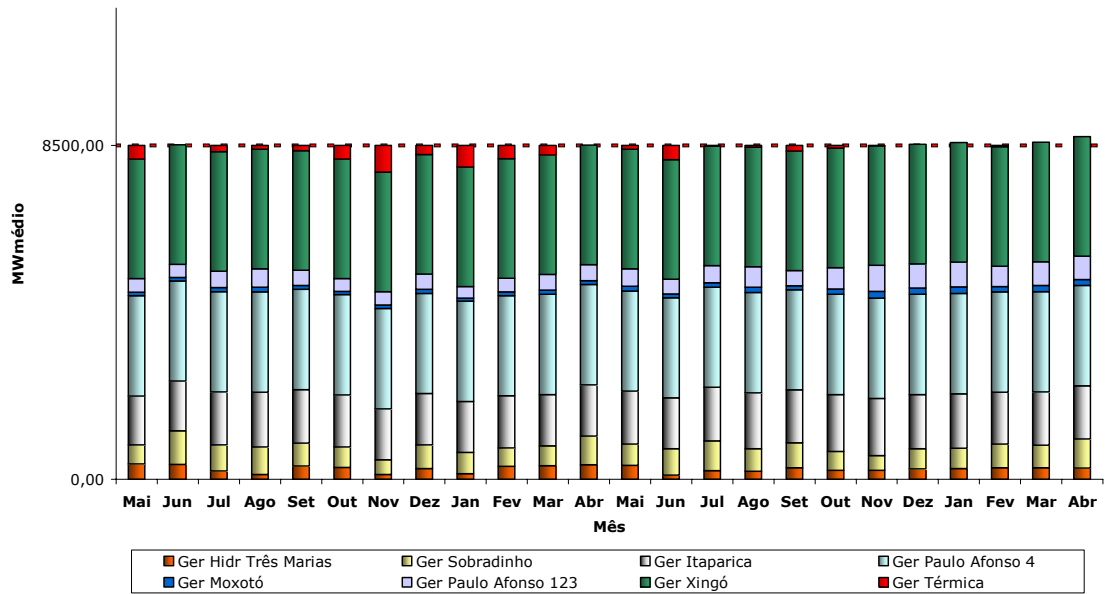


Figura 39– Caso 2 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.2.3 Caso 3

As Figuras 40, 41 e 42 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 3. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 150,19 milhões**.

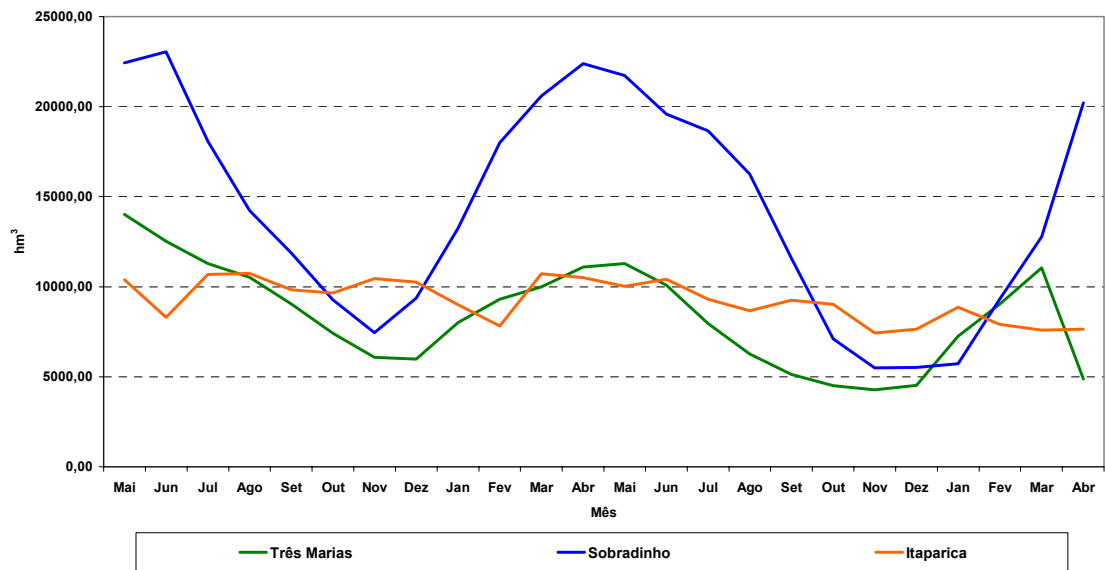


Figura 40 – Caso 3 - Armazenamentos em  $hm^3$

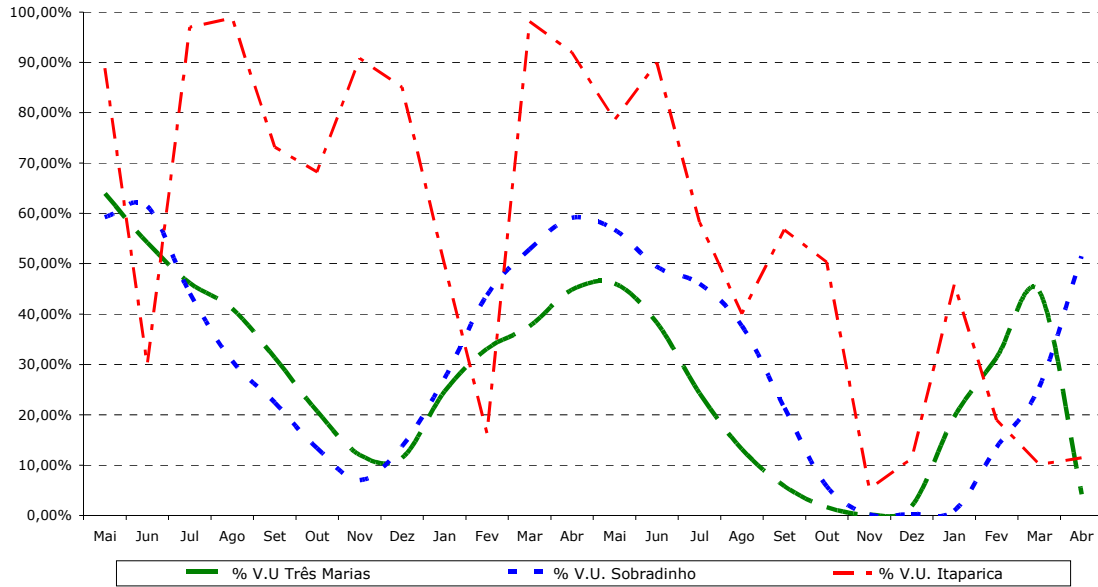


Figura 41 – Caso 3 - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

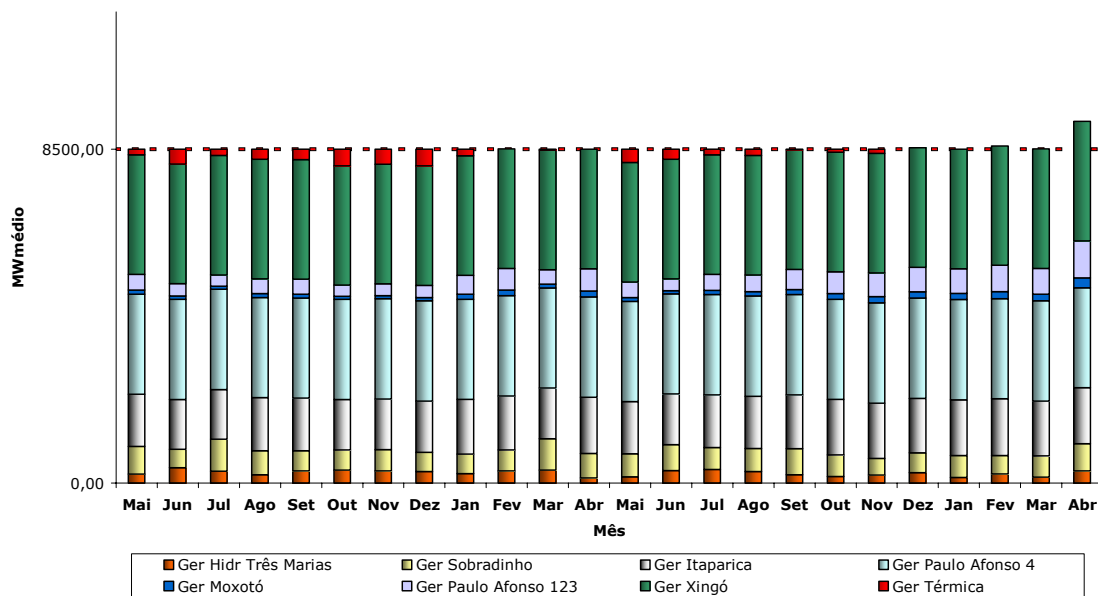


Figura 42– Caso 3 - Geração total segmentada por fonte

#### 5.2.2.4 Caso 4

As Figuras 43, 44 e 45 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 4. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 162,12 milhões**.

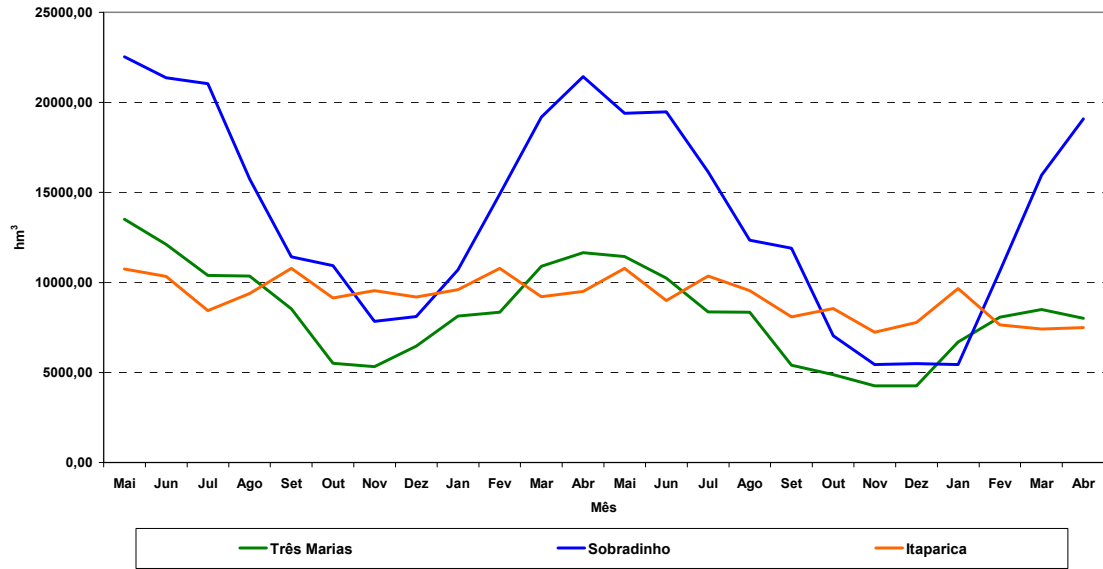


Figura 43 – Caso 4 - Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

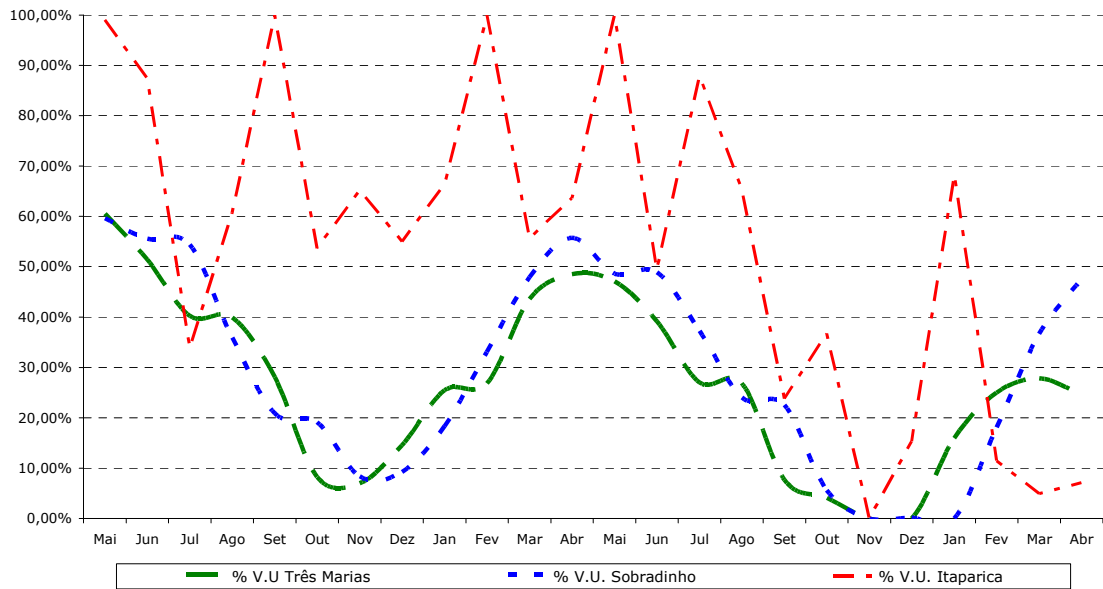


Figura 44 – Caso 4 - Armazenamentos em porcentagem do volume útil



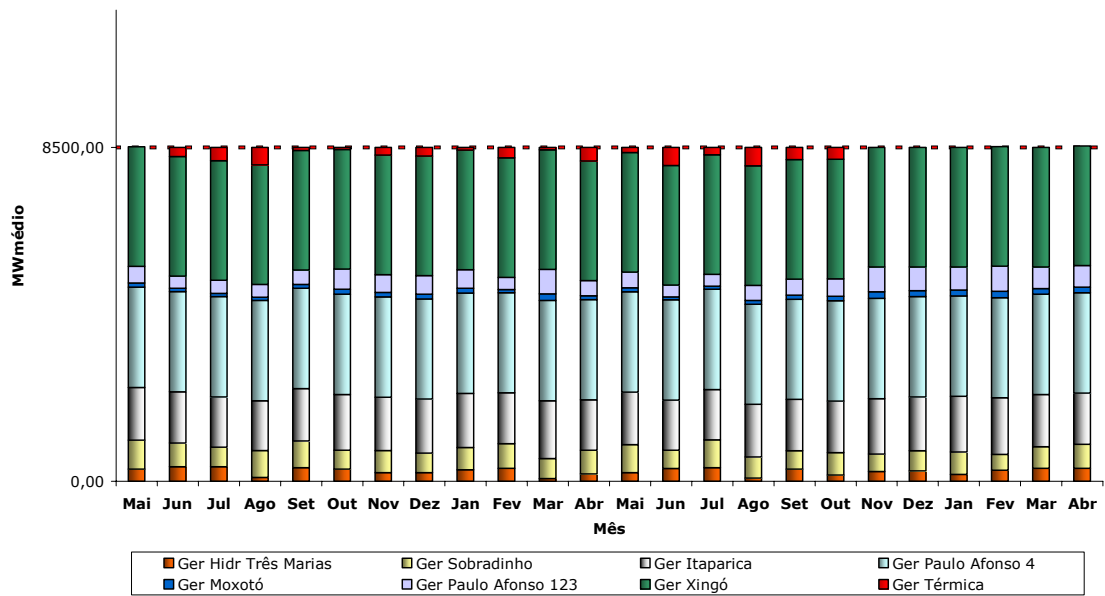


Figura 45– Caso 4 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.2.5 Caso 5

As Figuras 46, 47 e 48 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 5. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 134,33 milhões**.

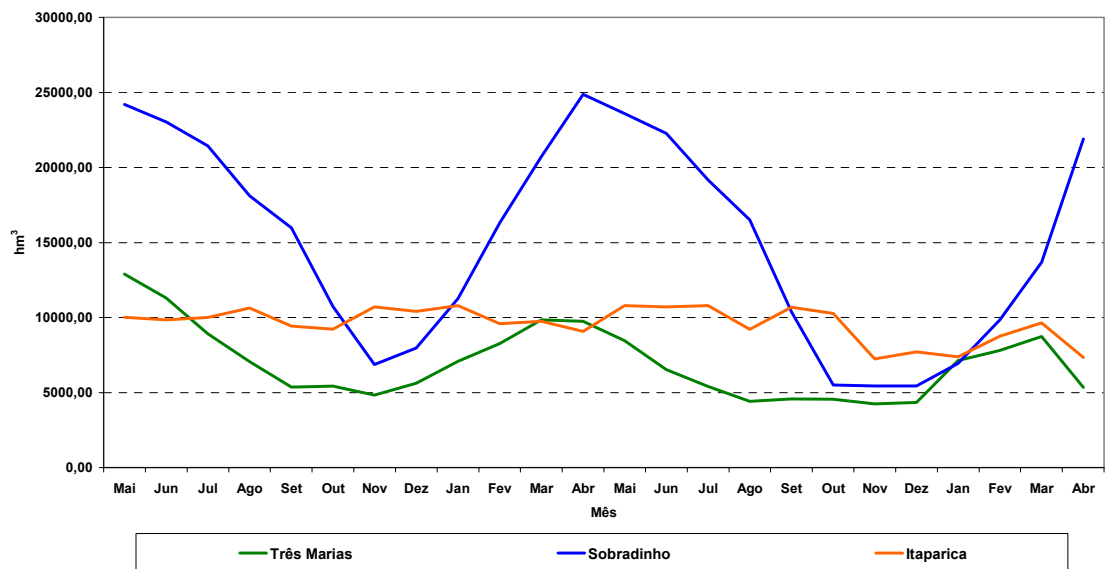


Figura 46 – Caso 5 - Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

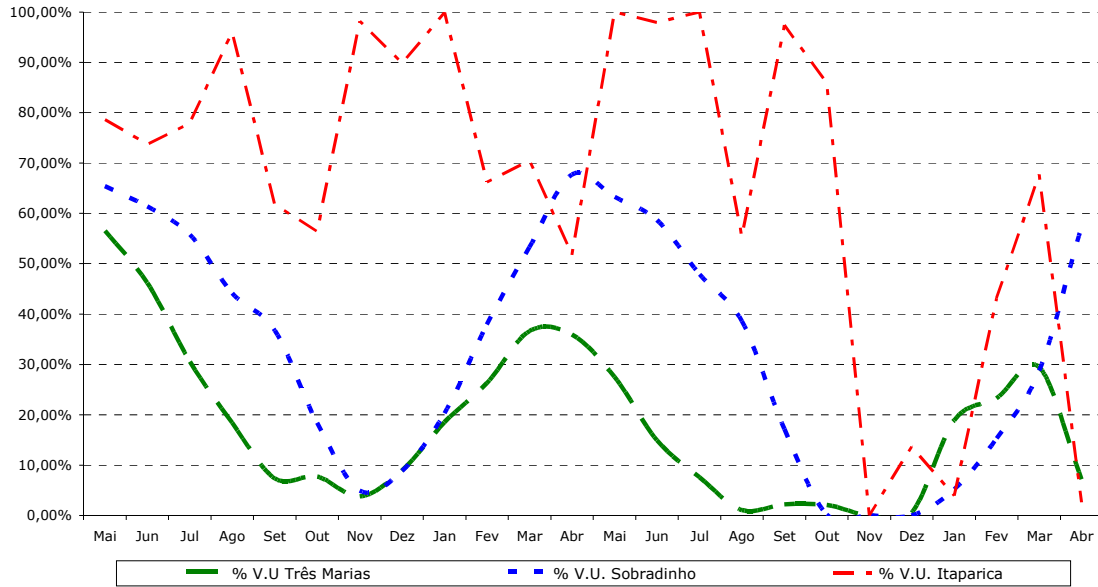


Figura 47 – Caso 5 - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

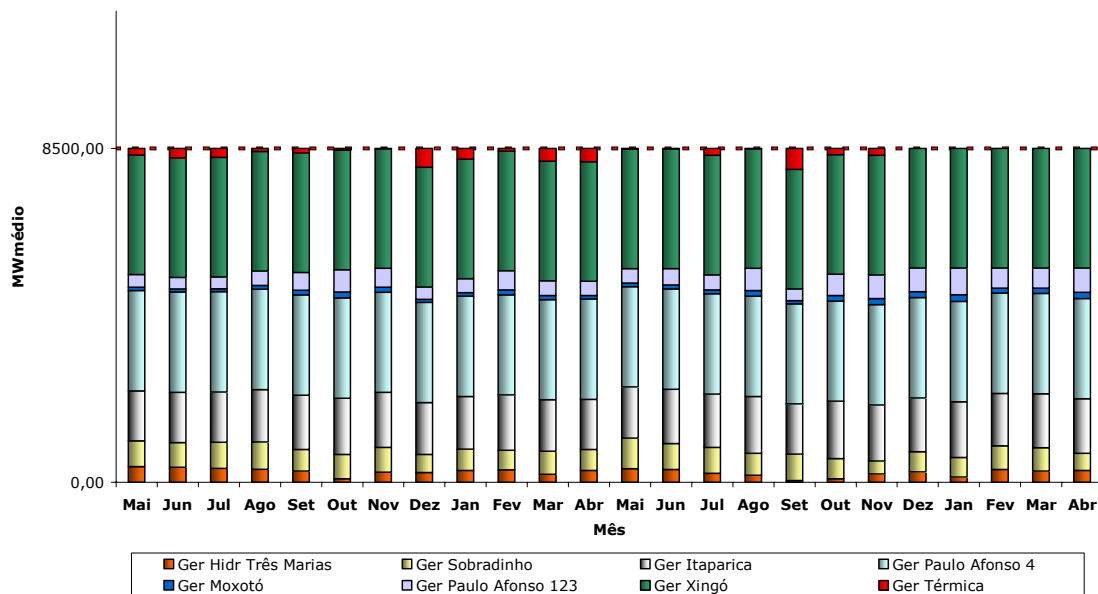


Figura 48– Caso 5 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.2.6 Caso 6

As Figuras 49, 50 e 51 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 6. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 146,15 milhões**.

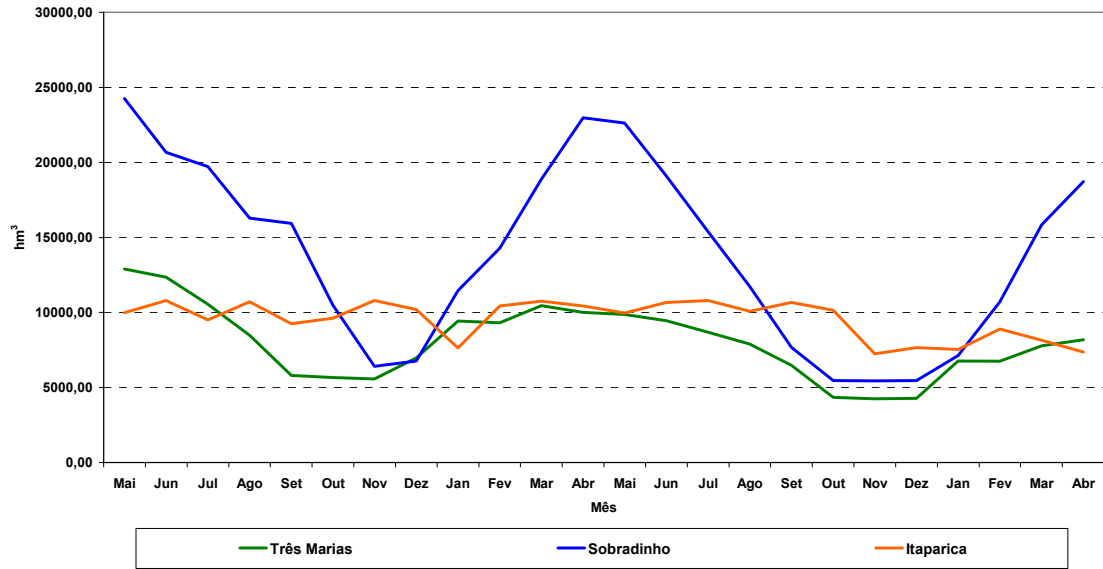


Figura 49 – Caso 6 - Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

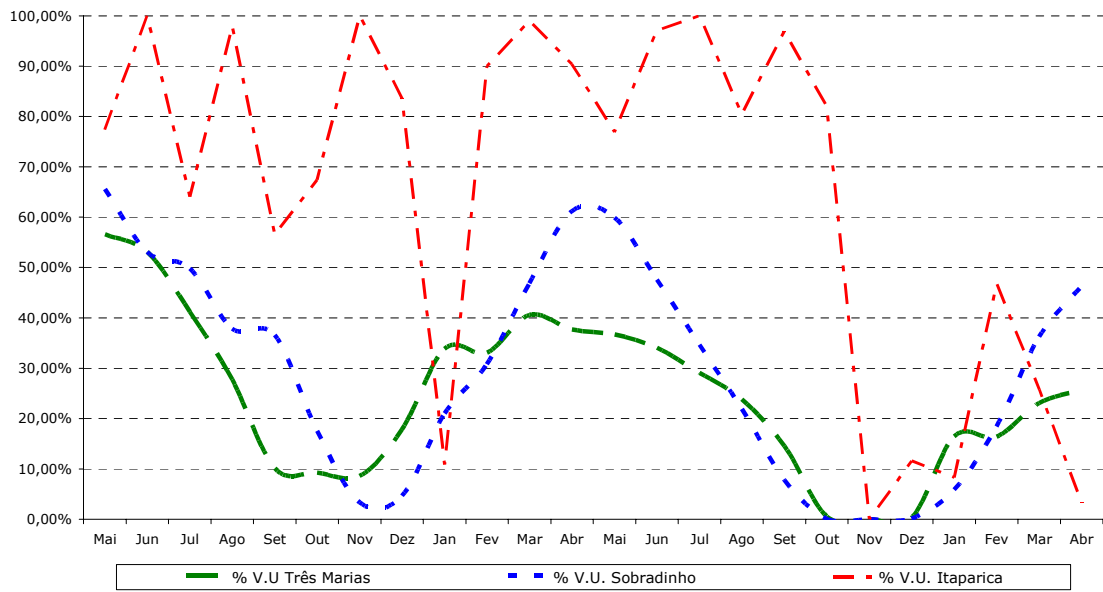


Figura 50 – Caso 6 - Armazenamentos em porcentagem do volume útil

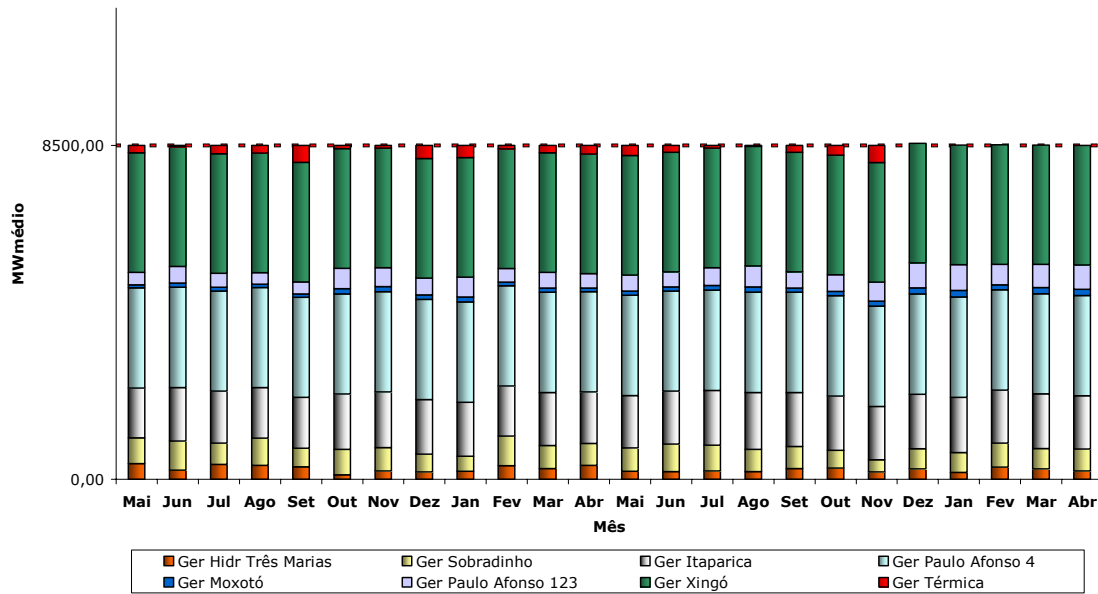


Figura 51– Caso 6 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.3 Com Recozimento Simulado

Assim como as heurísticas AG e PSO, descritas e utilizadas nas seções anteriores, o Recozimento Simulado requer o ajuste de diversos parâmetros, cujas faixas de ajuste são determinadas basicamente por experimentação. Para o sistema-teste sob análise, após um conjunto de tentativas iniciais, decidiu-se pelas seguintes estratégias:

A temperatura inicial  $T_0$  foi escolhida por meio do processo descrito em [47], que utiliza o sugerido pela equação (28). Utilizou-se o valor de  $T_0 = 2,3574 \times 10^8$  para o qual  $X_0 = 0,84$ .

A estratégia de redução de temperatura utilizada foi a de resfriamento constante, conforme mostrado pela equação (35), onde fez-se uma análise de sensibilidade para  $\beta$  iguais a 0,7; 0,8 e 0,9.

O número de transições  $N_k$  foi mantido constante, para todas as temperaturas  $T$  assumidas ao longo do processo iterativo, conforme sugerido pela equação (33). Foi realizada uma análise de sensibilidade para  $N_k$  iguais a 500 e 2000.

O mecanismo de geração de novas soluções adotado foi:  $x = x + rand(1,72) \times 10$ , onde  $rand(1,72)$  é um vetor-linha de números aleatórios, normalmente distribuídos, com média zero e desvio-padrão unitário, com 72 posições. Procurou-se, desta forma, se gerar novas soluções por pequenas perturbações em cada componente da solução anterior.

Foram adotados dois critérios de parada, (i) o atingimento da temperatura mínima  $10^{-18}$  (o que resulta em no máximo 575 reduções de temperatura) ou (ii) 30.000 rejeições consecutivas de novas soluções, o que ocorresse primeiro. Desta forma, garantiu-se que o algoritmo parasse tanto por número de reduções de temperatura quanto por estagnação da solução.

Como *solução inicial* do método SA, foi escolhida uma solução reconhecidamente viável e sub-ótima, correspondente à *operação a fio d'água* de todas as UHEs do sistema-teste com um armazenamento inicial (em maio do primeiro ano) correspondente a 65% do volume útil, no caso das usinas com reservatório de acumulação. Esta solução foi obtida defluindo-se, em cada estágio, toda a vazão afluyente a cada usina. Estas condições que compõem a solução inicial são mostradas nas Figuras 52, 53 e 54 abaixo. O valor presente do custo de operação desta solução inicial é de **R\$ 18.141,60 milhões**. Destaca-se que em determinados meses a geração total excede o mercado total (q.v. pág. 49).

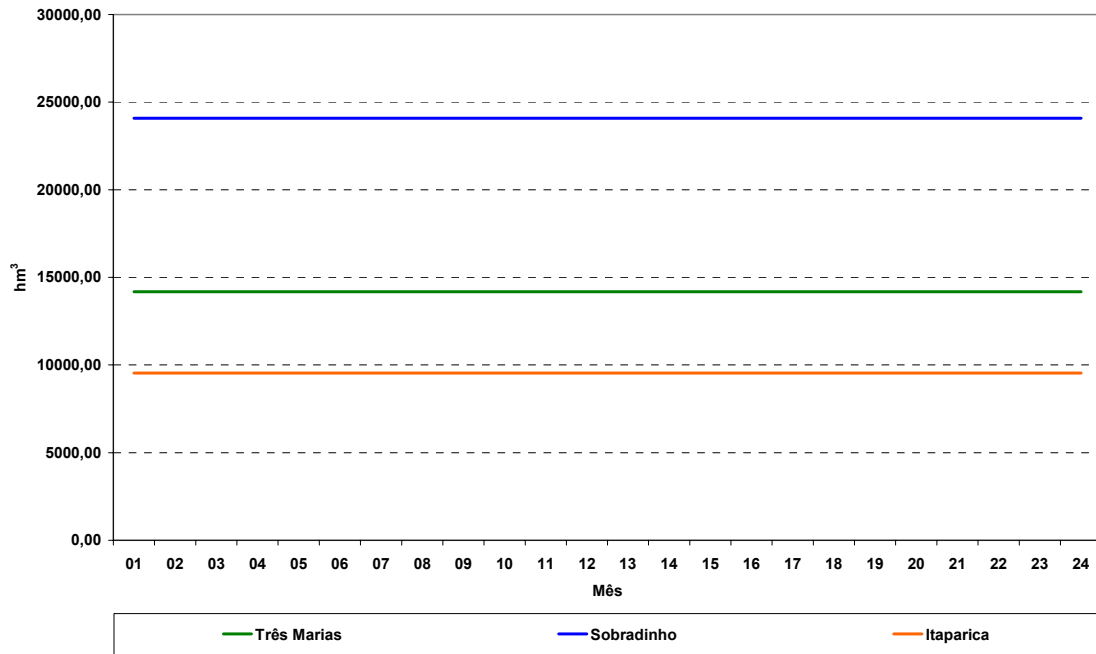


Figura 52 – Solução Inicial – Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

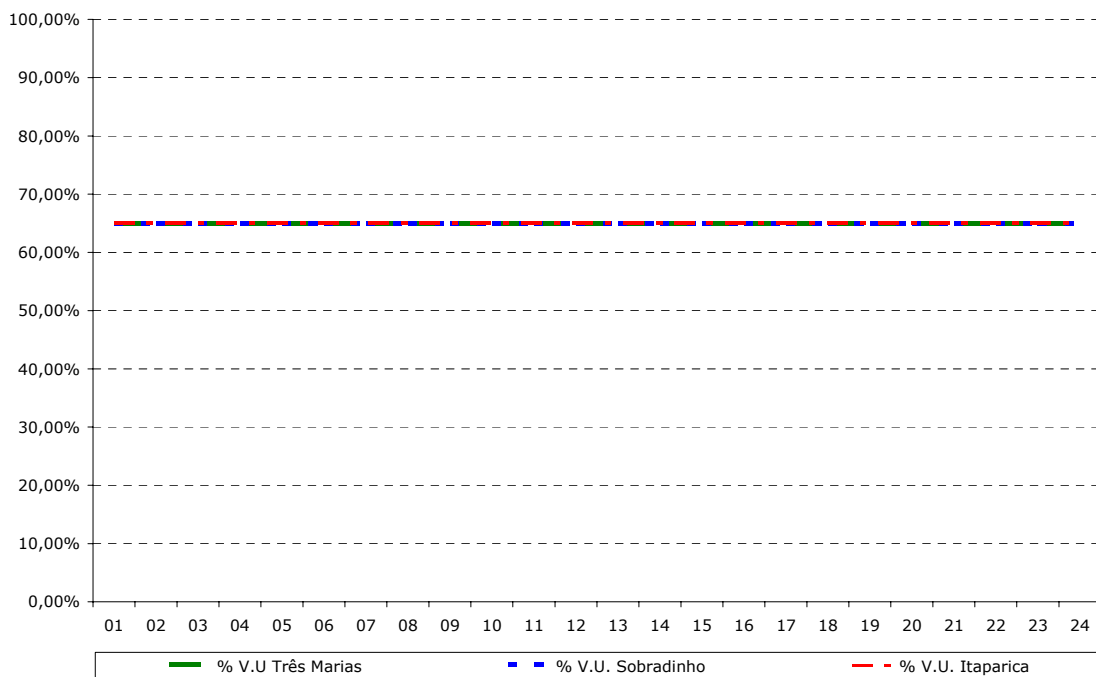


Figura 53 – Solução Inicial – Armazenamentos em porcentagem do volume útil

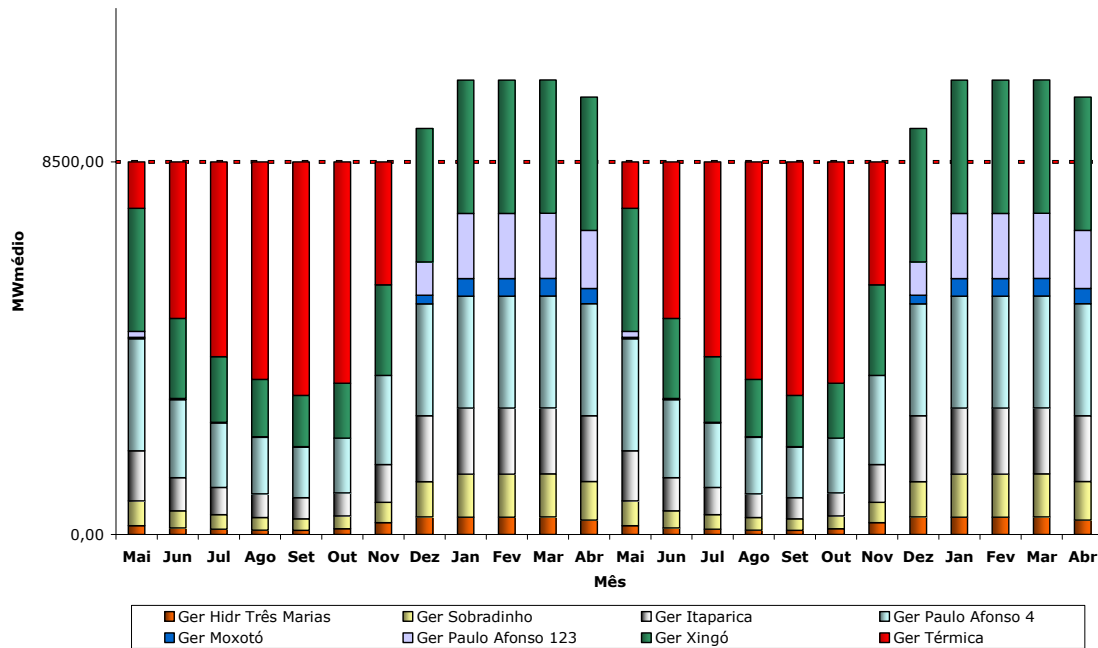


Figura 54 – Solução Inicial - Geração total segmentada por fonte

Como o método SA é de natureza estocástica, e fornece soluções diferentes a cada processamento realizado, foram executados 30 processamentos para cada combinação de parâmetros escolhidos para análise de sensibilidade, de forma a permitir que sejam obtidas conclusões mais significativas sobre o método. Foram portanto gerados seis casos, a saber:

- Caso 1:  $N_k = 500$  e  $\beta=0,7$ ;
- Caso 2:  $N_k = 2000$  e  $\beta=0,7$ ;
- Caso 3:  $N_k = 500$  e  $\beta=0,8$ ;
- Caso 4:  $N_k = 2000$  e  $\beta=0,8$ ;
- Caso 5:  $N_k = 500$  e  $\beta=0,9$ ;
- Caso 6:  $N_k = 2000$  e  $\beta=0,9$ .

Os resultados finais do processamento do SA, para cada caso, são apresentados na Tabela 9, a seguir.

Tabela 9 – Resultados Obtidos com SA

<b>n</b>	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>	<b>Caso 4</b>	<b>Caso 5</b>	<b>Caso 6</b>
1	5,9090e+08	2,0323e+08	7,6328e+08	1,3568e+08	2,6070e+08	1,4337e+08
2	7,2587e+08	2,3007e+08	5,2671e+08	1,4737e+08	2,4103e+08	1,3172e+08
3	8,4368e+08	2,1785e+08	4,9212e+08	1,7897e+08	2,3682e+08	1,5018e+08
4	9,1332e+08	1,5598e+08	4,9085e+08	1,4076e+08	1,8602e+08	1,4912e+08
5	7,5926e+08	1,4460e+08	5,2493e+08	1,5973e+08	4,3088e+08	1,5733e+08
6	5,6858e+08	2,1839e+08	6,6852e+08	1,5741e+08	1,8260e+08	1,4642e+08
7	5,3605e+08	1,9653e+08	3,4499e+08	1,6688e+08	1,7686e+08	1,5029e+08
8	6,1413e+08	1,5718e+08	3,9673e+08	1,6248e+08	1,8935e+08	1,5064e+08
9	7,6295e+08	1,8756e+08	5,6015e+08	1,6126e+08	2,1501e+08	1,4230e+08
10	7,3692e+08	2,7813e+08	4,6883e+08	1,5590e+08	1,5502e+08	1,4996e+08
11	7,8375e+08	1,6040e+08	4,7201e+08	1,8503e+08	2,4668e+08	1,7391e+08
12	8,5922e+08	2,6912e+08	7,0508e+08	1,4755e+08	1,5311e+08	1,3682e+08
13	5,7988e+08	2,3079e+08	3,5731e+08	1,6362e+08	2,1237e+08	1,7151e+08
14	6,5932e+08	1,7128e+08	3,2524e+08	1,5359e+08	1,6757e+08	1,3982e+08
15	7,6730e+08	2,4282e+08	4,5216e+08	1,5464e+08	1,5623e+08	1,4689e+08
16	7,5806e+08	4,1402e+08	4,9008e+08	1,6908e+08	1,8738e+08	1,3475e+08
17	5,8167e+08	1,6225e+08	4,6529e+08	1,6179e+08	2,1167e+08	1,3956e+08
18	6,5130e+08	2,1812e+08	5,1752e+08	1,6841e+08	1,7959e+08	1,4142e+08
19	5,7215e+08	1,8602e+08	4,4941e+08	1,8357e+08	1,5535e+08	1,4956e+08
20	8,3809e+08	1,6282e+08	5,7742e+08	1,7010e+08	1,4588e+08	1,4253e+08
21	7,7726e+08	1,7572e+08	2,9357e+08	1,4923e+08	2,7279e+08	1,6016e+08
22	7,1072e+08	1,9459e+08	4,0674e+08	1,5130e+08	1,6624e+08	1,4550e+08
23	7,5284e+08	1,7612e+08	5,8439e+08	1,5984e+08	2,4992e+08	1,3495e+08
24	7,1278e+08	2,4372e+08	3,8782e+08	1,5743e+08	2,1733e+08	1,3228e+08
25	5,5407e+08	1,5010e+08	4,1181e+08	1,5151e+08	2,5765e+08	1,3474e+08
26	8,0658e+08	1,7615e+08	3,5102e+08	1,5419e+08	2,5646e+08	1,3571e+08
27	6,8944e+08	2,2645e+08	2,9179e+08	1,7833e+08	1,8949e+08	1,4770e+08
28	6,4036e+08	1,6933e+08	5,7322e+08	2,1560e+08	1,5150e+08	1,5091e+08
29	5,6991e+08	3,1694e+08	3,6657e+08	1,4555e+08	1,6231e+08	1,5286e+08
30	6,8018e+08	1,8074e+08	5,1754e+08	1,7575e+08	1,9369e+08	1,2829e+08
<b>Média</b>	<b>6,9988e+08</b>	<b>2,0723e+08</b>	<b>4,7444e+08</b>	<b>1,6209e+08</b>	<b>2,0692e+08</b>	<b>1,4571e+08</b>
<b>Desvio</b>	<b>1,0164e+08</b>	<b>5,5990e+07</b>	<b>1,1444e+08</b>	<b>1,5595e+07</b>	<b>5,6210e+07</b>	<b>1,0538e+07</b>
<b>Mínimo</b>	<b>5,3605e+08</b>	<b>1,4460e+08</b>	<b>2,9179e+08</b>	<b>1,3568e+08</b>	<b>1,4588e+08</b>	<b>1,2829e+08</b>



### 5.2.3.1 Caso 1

As Figuras 55, 56 e 57 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 1. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 536,05 milhões**.

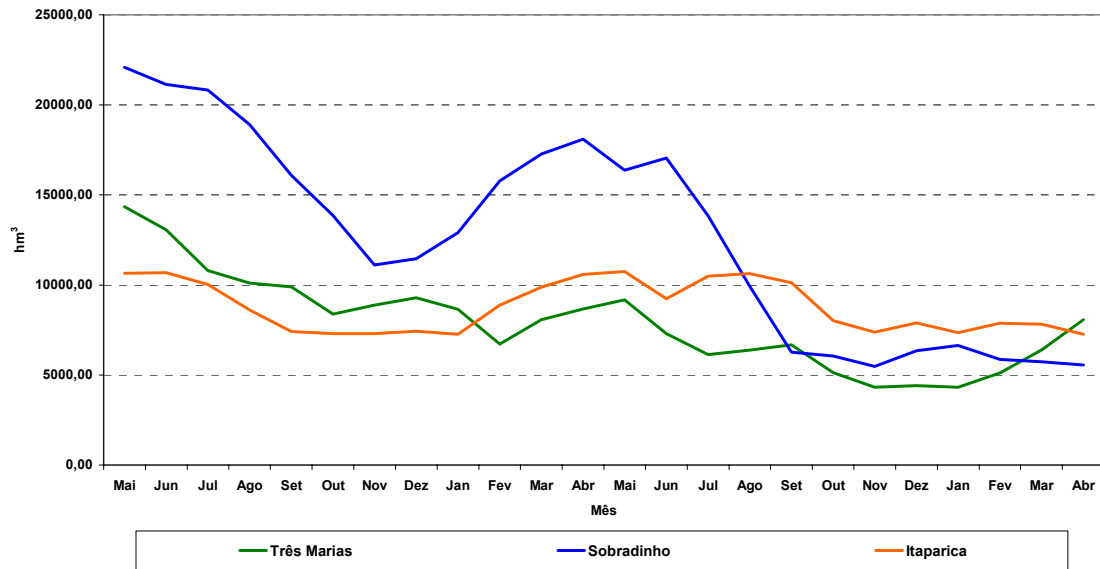


Figura 55 – Caso 1 – Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

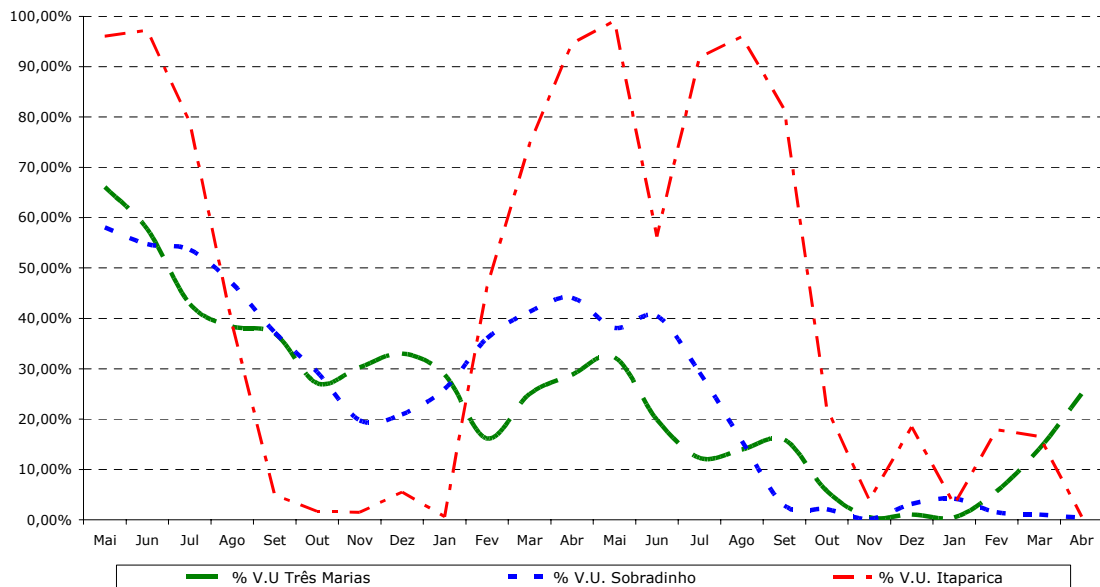


Figura 56 – Caso 1 – Armazenamentos em porcentagem do volume útil

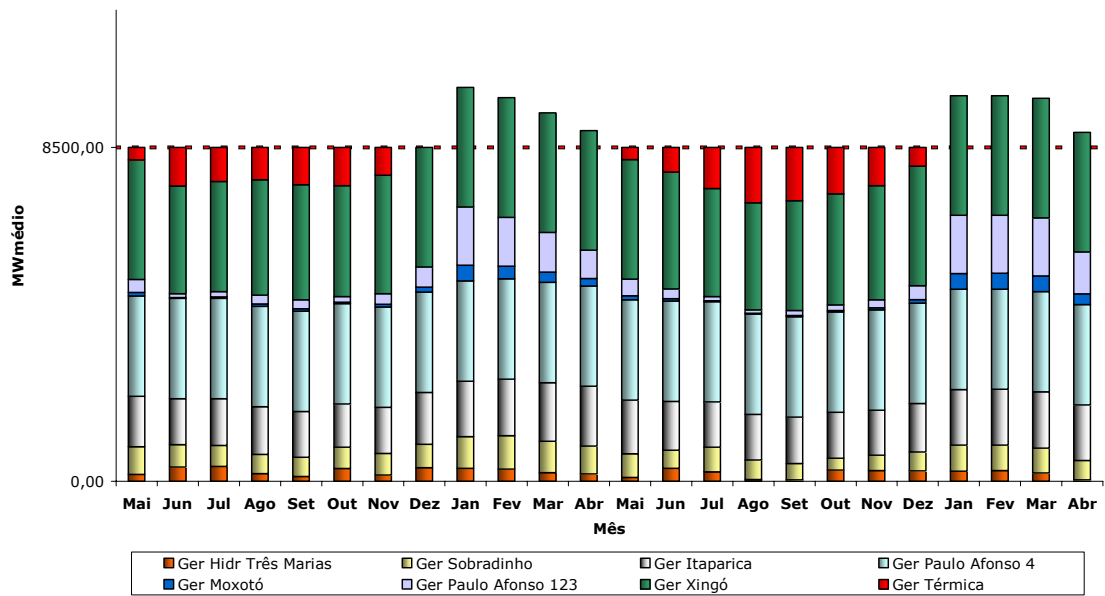


Figura 57 – Caso 1 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.3.2 Caso 2

As Figuras 58, 59 e 60 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 2. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 144,60 milhões**.

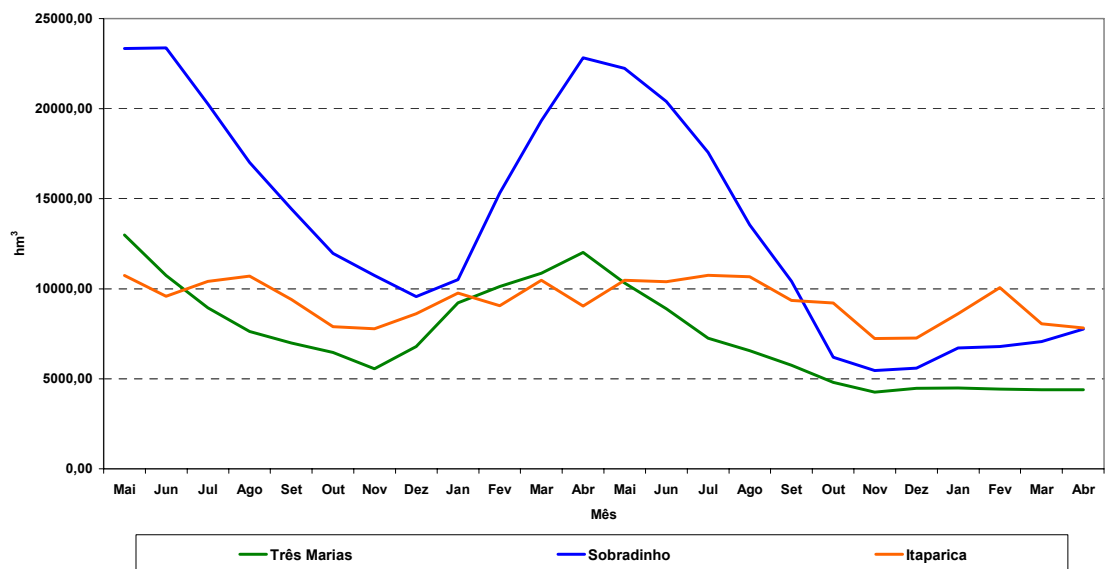


Figura 58 – Caso 2 – Armazenamentos em  $hm^3$

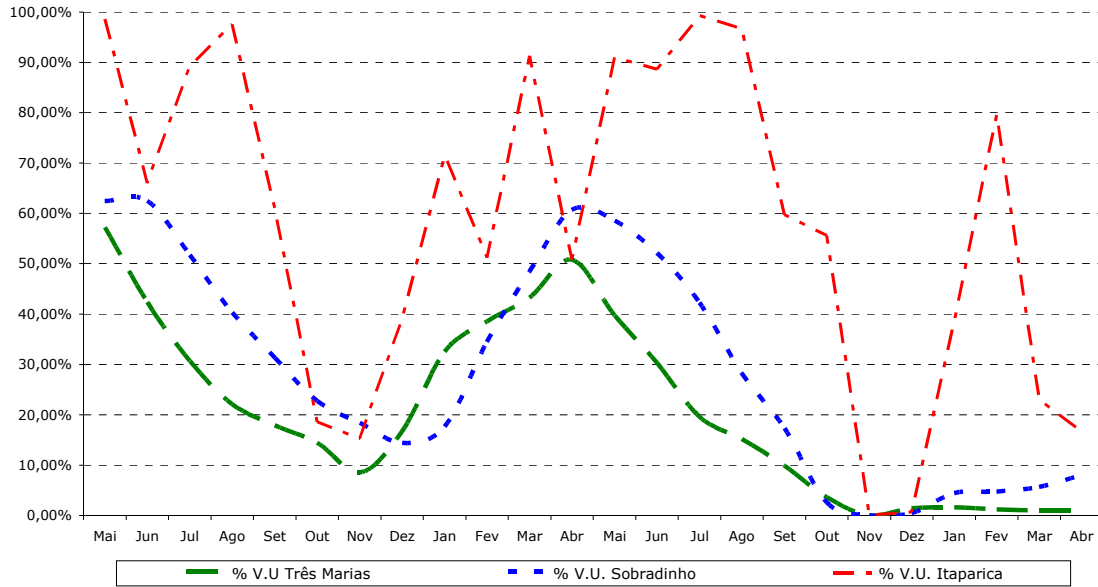


Figura 59 – Caso 2 – Armazenamentos em porcentagem do volume útil

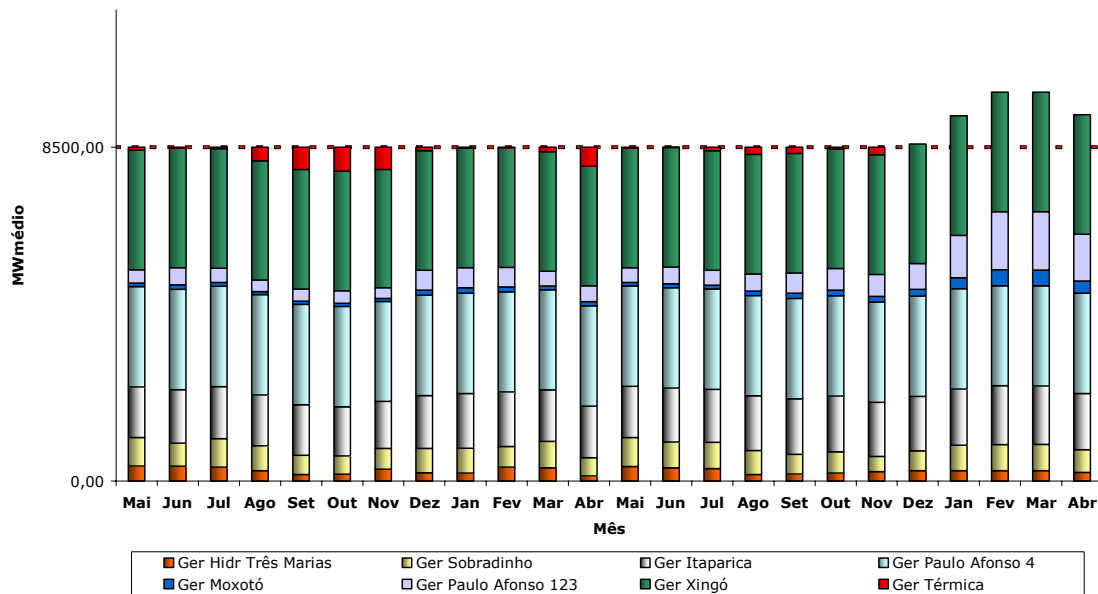


Figura 60 – Caso 2 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.3.3 Caso 3

As Figuras 61, 62 e 63 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 3. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 291,79 milhões**.

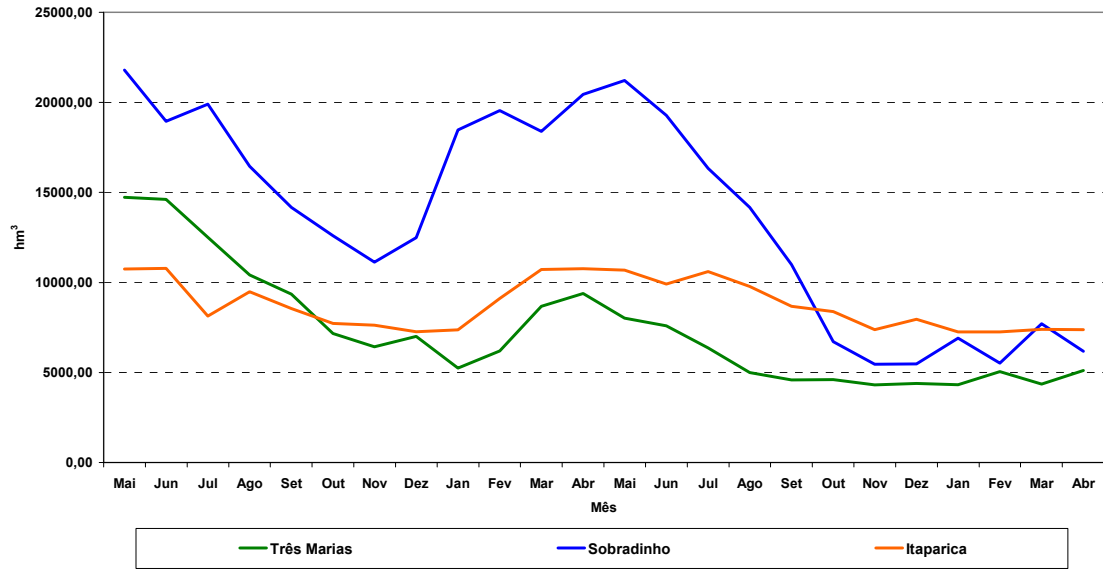


Figura 61 – Caso 3 – Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

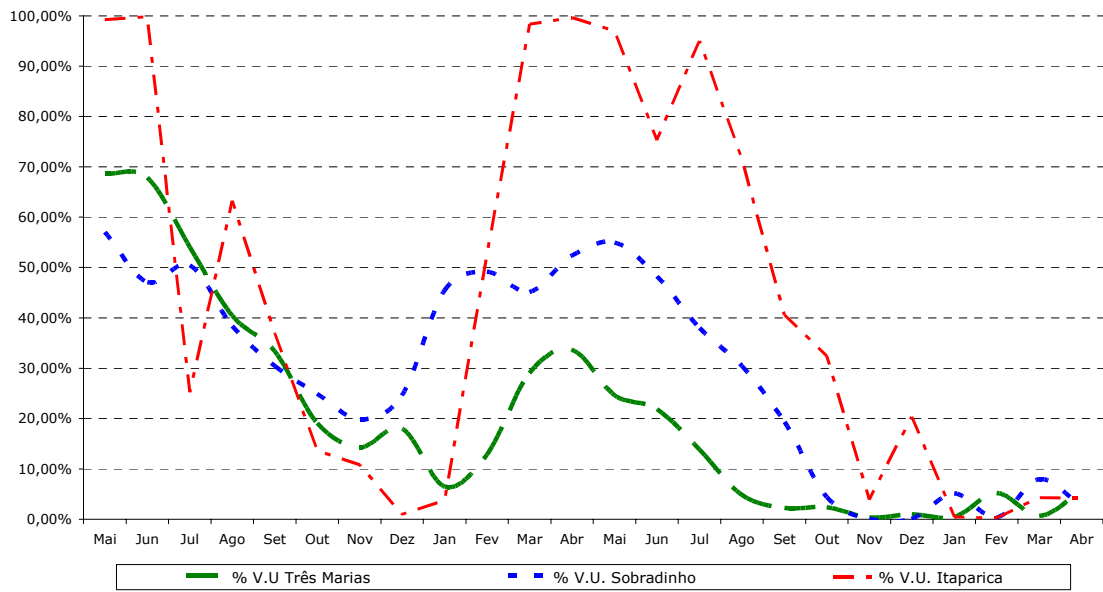


Figura 62 – Caso 3 – Armazenamentos em porcentagem do volume útil

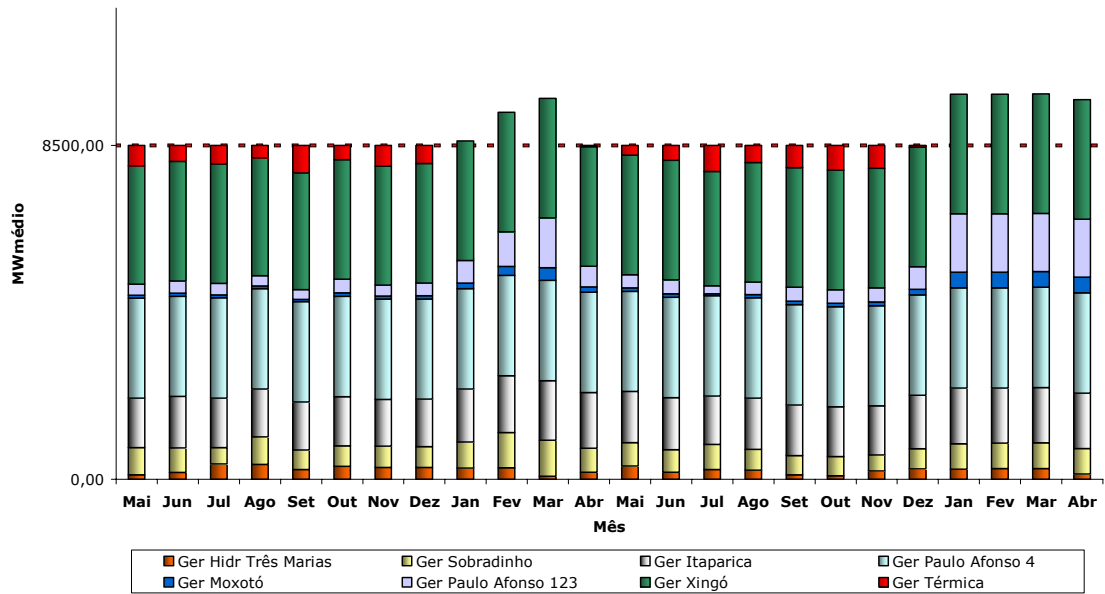


Figura 63 – Caso 3 - Geração total segmentada por fonte

#### 5.2.3.4 Caso 4

As Figuras 64, 65 e 66 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 4. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 135,68 milhões**.

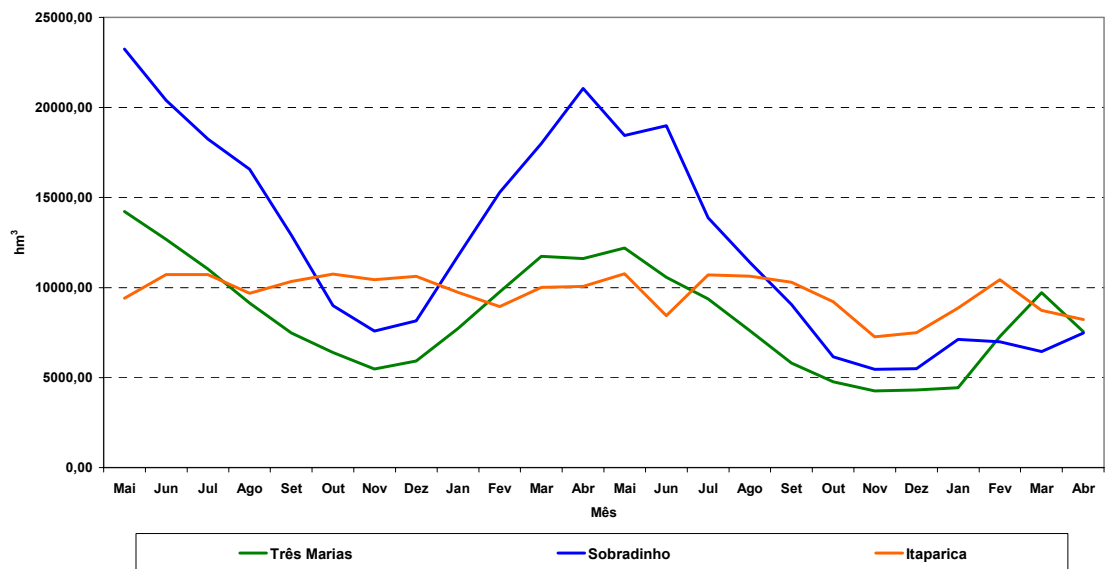


Figura 64 – Caso 4 – Armazenamentos em  $hm^3$

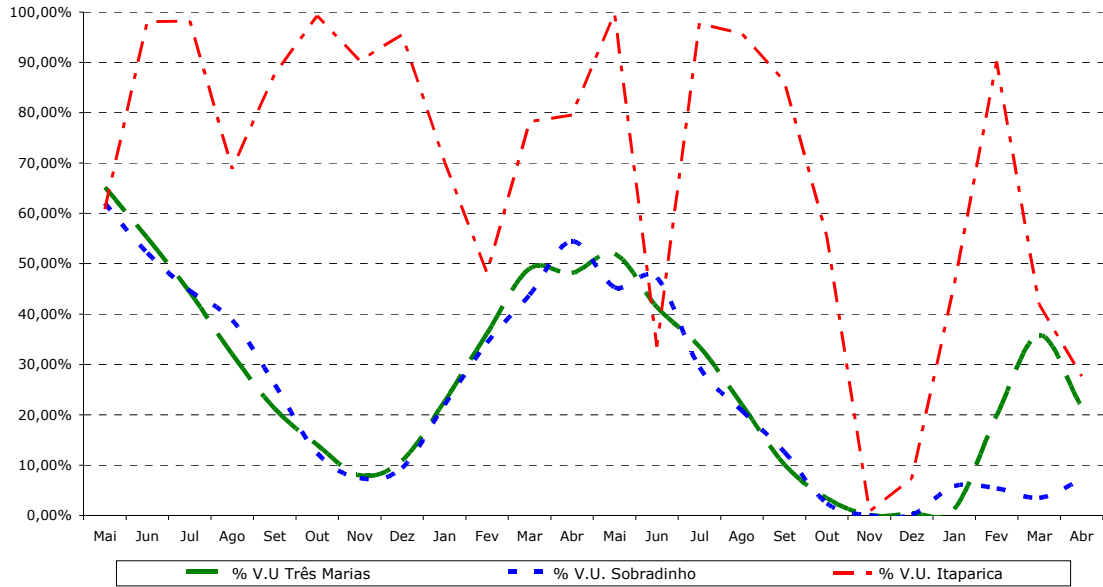


Figura 65 – Caso 4 – Armazenamentos em porcentagem do volume útil

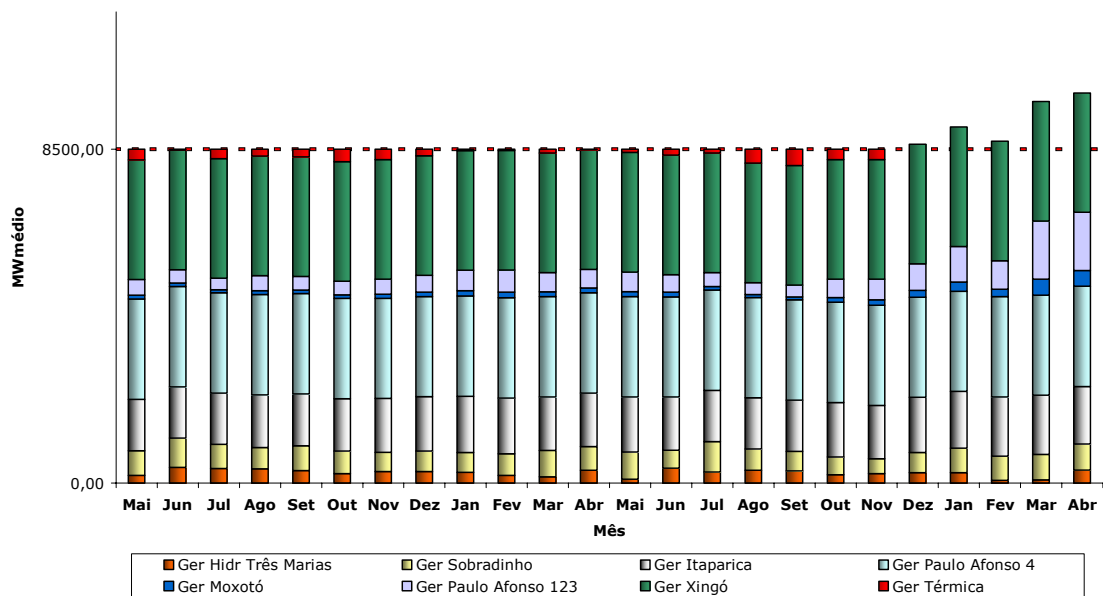


Figura 66 – Caso 4 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.3.5 Caso 5

As Figuras 67, 68 e 69 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 5. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 145,88 milhões**.

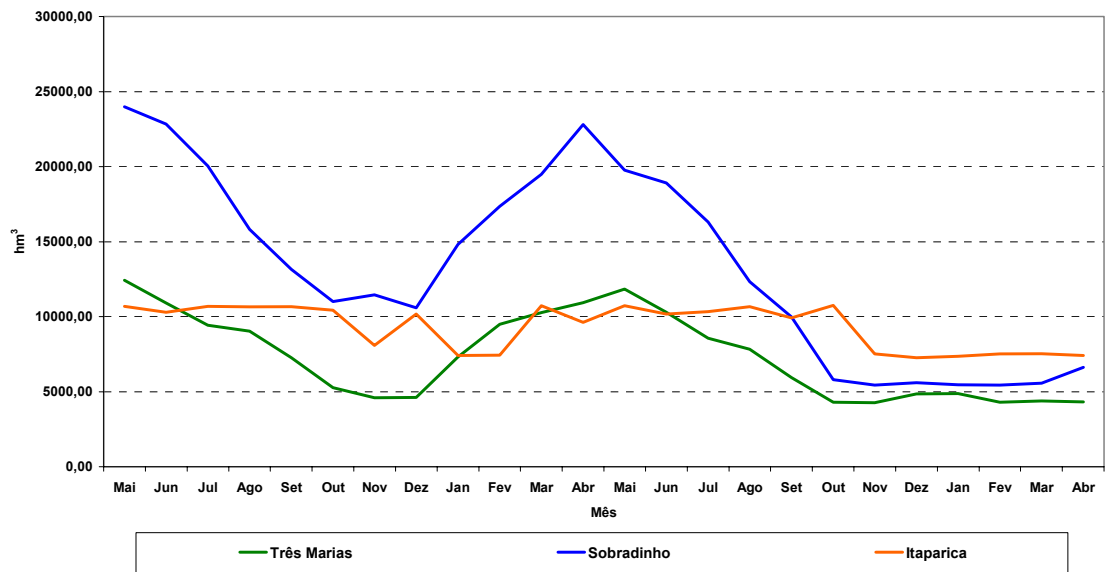


Figura 67 – Caso 5 – Armazenamentos em hm<sup>3</sup>

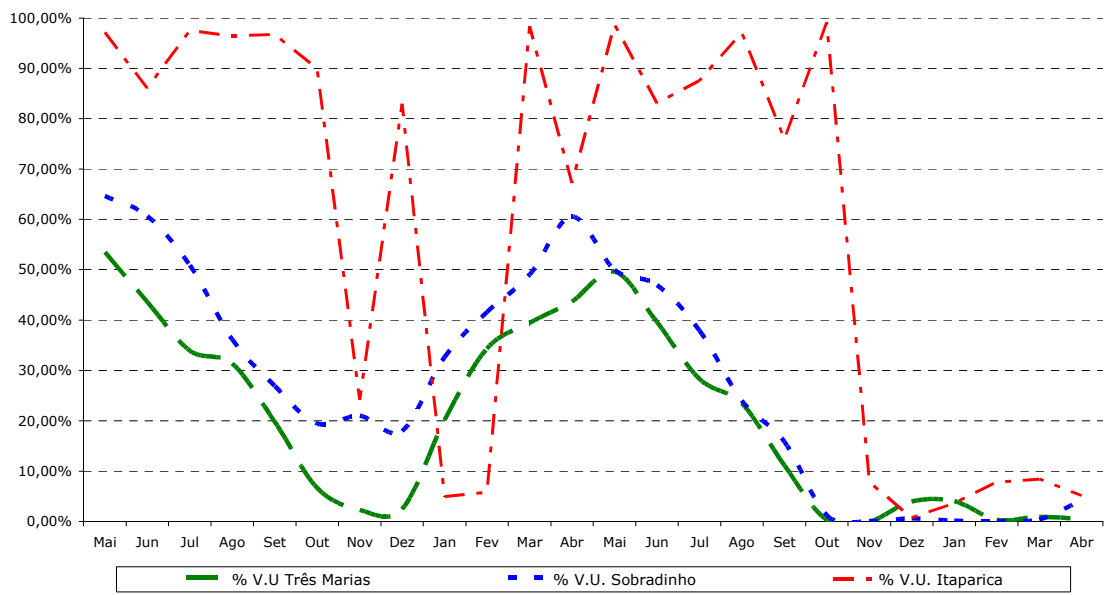


Figura 68 – Caso 5 – Armazenamentos em porcentagem do volume útil

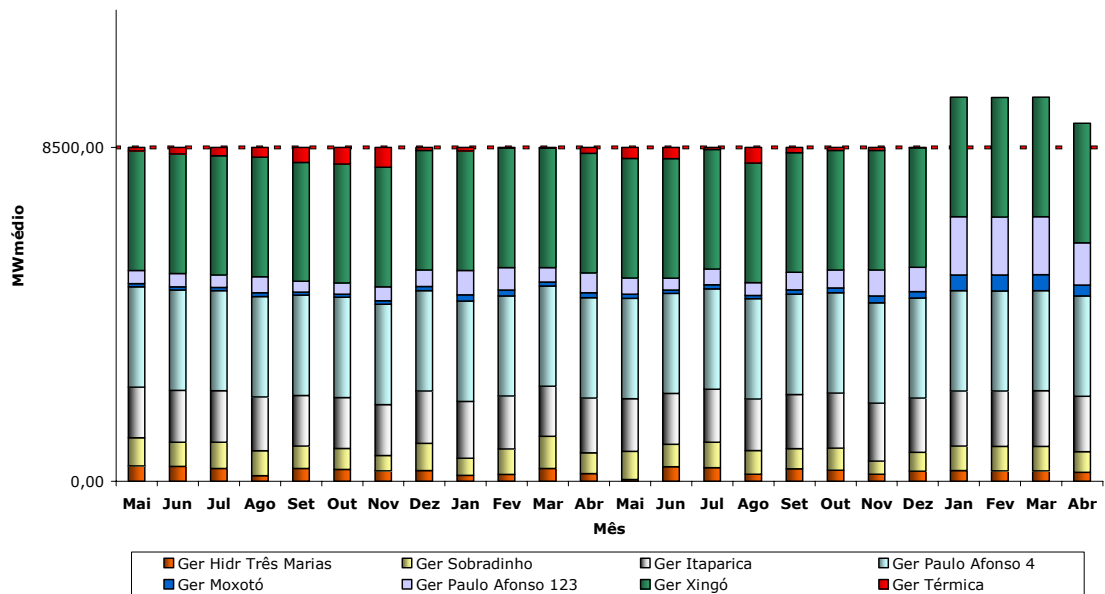


Figura 69 – Caso 5 - Geração total segmentada por fonte

### 5.2.3.6 Caso 6

As Figuras 70, 71 e 72 a seguir apresentam a melhor política de operação das usinas com reservatório, obtida com a configuração do Caso 6. O custo da operação correspondente foi de **R\$ 128,29 milhões**.

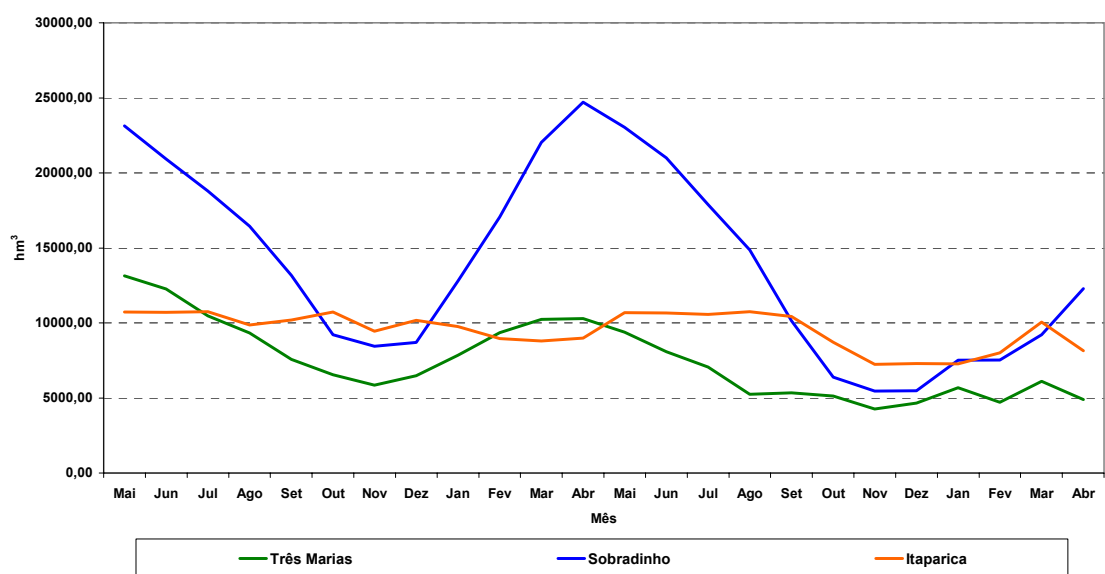


Figura 70 – Caso 6 – Armazenamentos em  $hm^3$



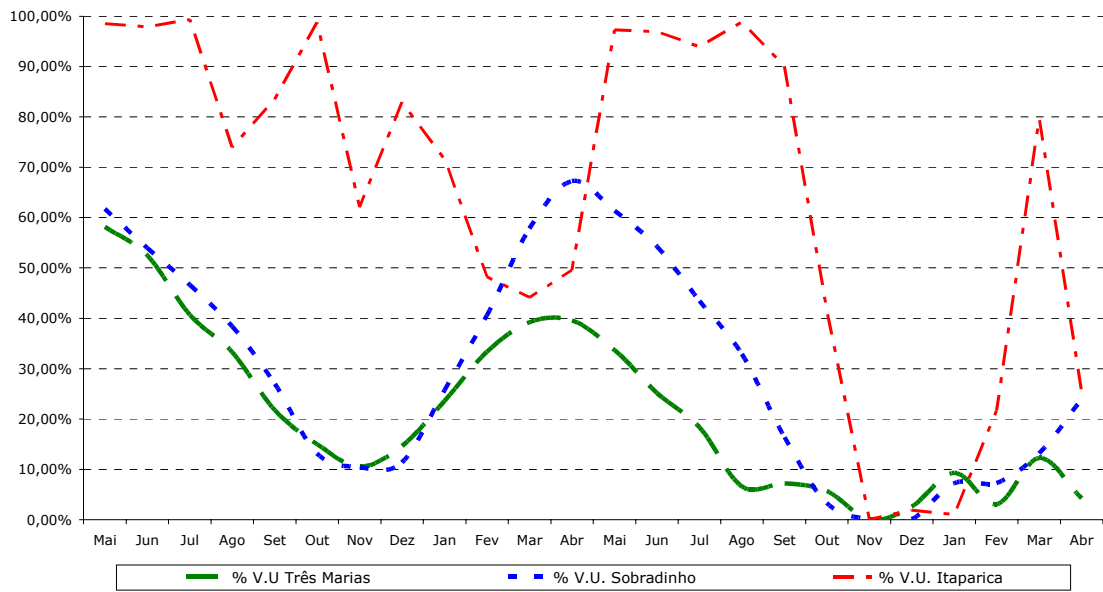


Figura 71 – Caso 6 – Armazenamentos em porcentagem do volume útil

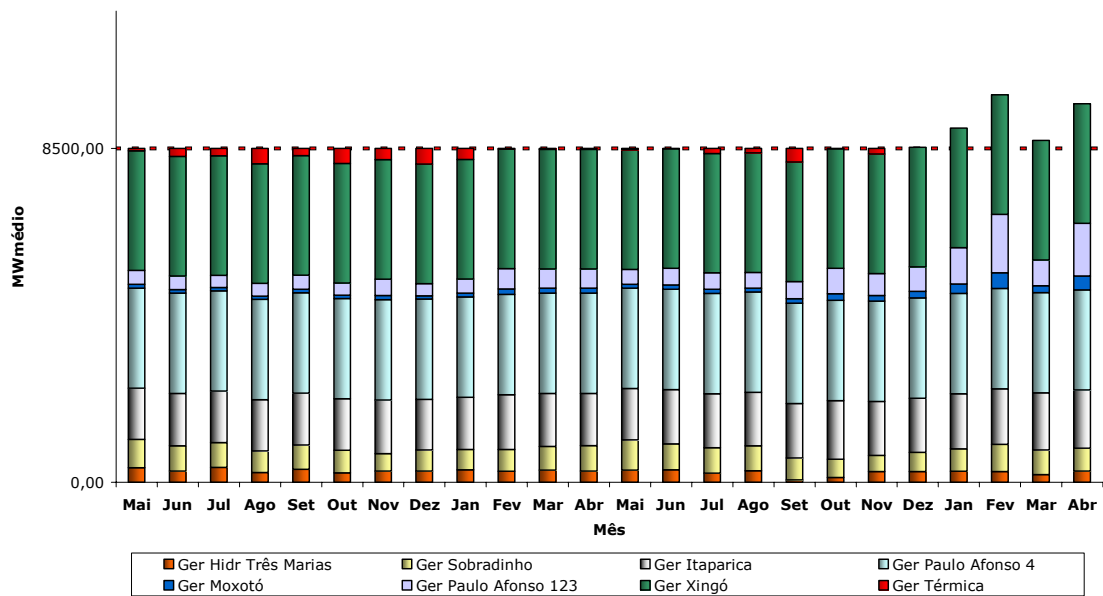


Figura 72 – Caso 6 - Geração total segmentada por fonte

### 5.3 *Análise dos Resultados*

A inspeção dos resultados obtidos nas simulações das seções anteriores permite constatar que a natureza estocástica das três heurísticas empregadas pode conduzir a resultados sobremaneira diferentes mesmo quando, dentro de uma mesma meta-heurística, são comparados os desempenhos de diferentes ajustes de parâmetros. O que confirmou a necessidade de se repetir o processamento de forma a se poderem estabelecer bases consistentes para a comparação de desempenho dos métodos.

Estima-se que o número de estados possíveis das variáveis do problema, considerando uma discretização do espaço de defluências viáveis em intervalos de 100 m<sup>3</sup>/s, totalize  $(2^{22446} - 1)^{24} \approx 10^{162166}$  estados. Já o número de estados visitados, em cada processamento, foi de no máximo 288.000 para AG, 720.000 para PSO e 1.150.000 para SA.

Não se procurou avaliar, neste trabalho, a eficiência computacional dos algoritmos em termos de tempo de processamento<sup>16</sup> ou tempo de CPU, dado a dificuldade de se estabelecer indicadores de avaliação coerentes, que fossem independentes das técnicas de programação utilizadas, pois, apesar de todas as implementações terem sido feitas em MATLAB, estas soluções foram desenvolvidas de forma independente, por programadores diferentes, voltados para aplicações acadêmicas, sendo que, nos casos específicos do PSO e SA, ainda foram necessárias intervenções no código original para que o problema de coordenação do sistema-teste pudesse ser solucionado.

Adicionalmente, de forma a permitir uma melhor comparação entre os métodos, em todos os casos, tomou-se o cuidado de se trabalhar com a mesma função objetivo, que incorporou a técnica de penalização descrita em detalhe no Capítulo 2, o que se mostrou adequada. Assim, embora fosse possível adotar esquemas que proibissem a criação de soluções fora do espaço viável, fez-se com que todos os métodos trabalhassem como

---

<sup>16</sup> A título informativo, em um computador Pentium 1.50 GHz, 504 Mb RAM (Windows XP), cada processamento demorou entre 10 e 15 minutos, dependendo da meta-heurística e do motivo da parada do processamento (estagnação ou número máximo de iterações).

*minimizadores sem restrições* de modo a nivelar, na medida do possível, as condições do teste.

Por outro lado, buscou-se uma avaliação em termos de qualidade e robustez da solução encontrada por cada método, bem como proporcionar evidência experimental sobre ajuste de parâmetros e sensibilidade do resultado em resposta a estes ajustes.

A comparação do desempenho das meta-heurísticas pode ser feita por meio dos indicadores apresentados na Tabela 10, que sumariza os melhores resultados encontrados em cada meta-heurística, medida em termos de *menor resultado médio*, e na qual se verifica que o método SA apresentou a melhor *performance* quanto ao resultado médio e de menor custo encontrado após 30 execuções (R\$ 128,29 milhões). Contudo, o AG apresentou o resultado com maior robustez, medida em termos de menor razão Desvio/Média (coeficiente de variação). Ressalta-se ainda que todas os processamentos destes três casos convergiram em resultados viáveis.

Tabela 10 – Resultados Comparados

	<b>AG – Caso TU</b>	<b>PSO - Caso 5</b>	<b>SA - Caso 6</b>
<b>Média</b>	1,8779e+08	1,7624e+08	1,4571e+08
<b>Desvio</b>	1,0701e+07	2,3419e+07	1,0538e+07
<b>Mínimo</b>	1,7140e+08	1,3433e+08	1,2829e+08
<b>Desv/Med</b>	5,698%	13,288%	7,232%

Destaca-se que o método PSO, apesar de não ter alcançado o menor resultado médio, nem a maior robustez, nem o menor resultado global, não pode ser excluído do campo de métodos aplicáveis em coordenação hidrotérmica, ao menos em casos de porte comparável ao do sistema-teste. Os resultados encontrados foram bastante promissores para este método em especial, principalmente devido à fácil implementação e calibração, quando comparado ao AG, por exemplo.

Contudo, no problema estudado o método SA apresentou a melhor combinação entre qualidade esperada (média) da solução e robustez (volatilidade), além disso, este retornou o melhor resultado global entre todos os processamentos realizados.

Outra forma de avaliação do desempenho das heurísticas pode ser obtida por meio da comparação com uma solução resultante de um método convencional. As Figuras 73 e 74 a seguir apresentam uma solução encontrada pelo pacote de otimização *Frontline Solver Platform*<sup>17</sup> utilizando o método de otimização não-linear GRG<sup>18</sup>. O ponto de partida utilizado foi a política de operação “fio d’água” (também empregada na solução por Recozimento), sendo que o custo encontrado foi de **R\$ 116,68 milhões**, inferior ao menor custo encontrado com o uso de SA (**R\$ 128,29 milhões**).

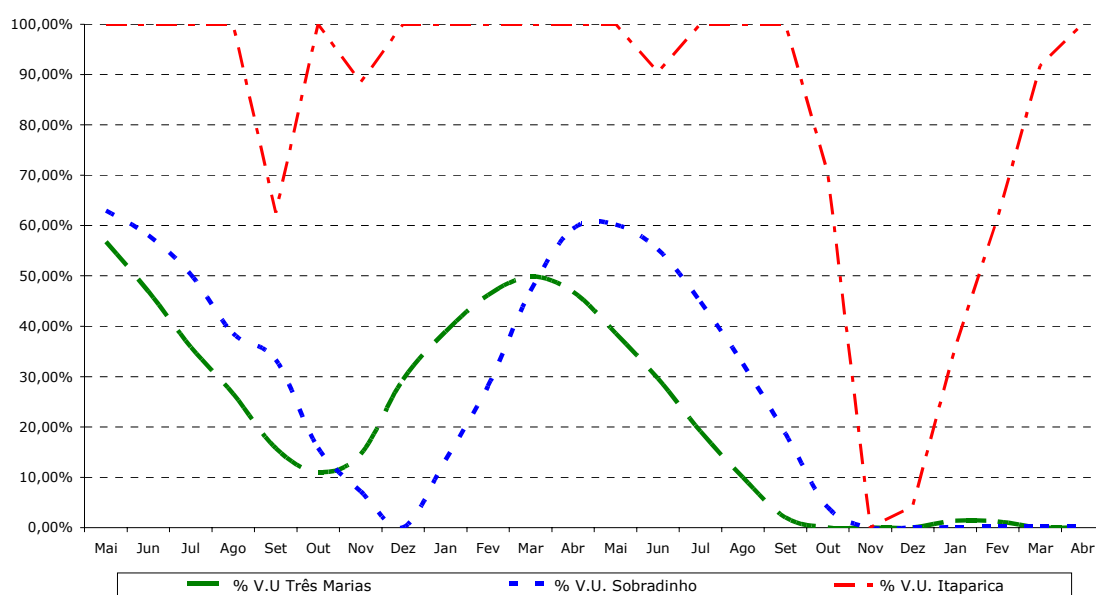


Figura 73 – Solução com GRG – Armazenamentos em Porcentagem do Volume Útil

<sup>17</sup> Comercializado pela empresa Frontline Systems Inc. ([www.solver.com](http://www.solver.com)).

<sup>18</sup> “Generalized Reduced Gradient”. Este método é descrito pelo fabricante como uma extensão não-linear do método Simplex, o qual seleciona uma base e uma direção de busca, realizando uma busca linear a cada iteração, resolvendo sistemas de equações não lineares de forma a manter a viabilidade da solução.

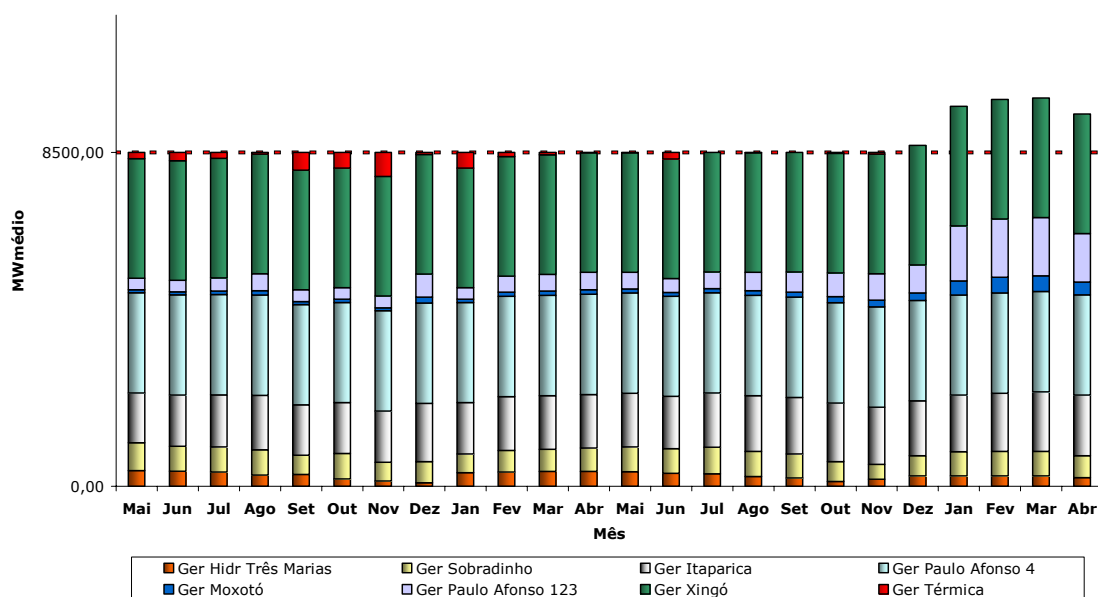


Figura 74 – Solução GRG - Geração total segmentada por fonte

Ressalta-se que esta solução por GRG exigiu a definição dos critérios de convergência assim como do método de estimativa do gradiente, entre diversas opções implementadas, o que exigiu um processo de calibração tão cuidadoso quanto o ajuste dos parâmetros das meta-heurísticas. Ademais, vale destacar que esta solução extremamente bem sucedida foi obtida adotando-se um procedimento iterativo “manual” que demanda conhecimento prévio do problema, o que não foi necessário no uso das meta-heurísticas.

Finalmente, ao se comparar as melhores soluções obtidas por cada meta-heurística e a por GRG (Figuras 26, 47, 71 e 73), pode-se verificar que todos os métodos concordaram quanto ao aproveitamento da capacidade dos reservatórios das UHEs Três Marias e Sobradinho, ou seja, operar segundo a sazonalidade das afluências naturais, embora diverjam quanto ao montante exato a defluir. Contudo observa-se que a operação da UHE Itaparica é bastante diversa nos quatro casos, mas sempre tendendo a manter um armazenamento elevado na maior parte do tempo, sendo que na solução por GRG esta usina encontra-se com armazenamento próximo a 100% do volume útil quase todo o tempo, exceto nos últimos estágios. Como Itaparica possui um reservatório significativamente menor que as outras duas usinas, acredita-se que as meta-heurísticas tenham encontrado dificuldade em coordenar a operação desta usina com a precisão requerida, o que não ocorreu (ou ocorreu em menor grau) no caso do GRG. Este

problema poderia teoricamente ser contornado se recalibrando, por exemplo, a regra de perturbação da solução no caso de SA ou a velocidade máxima da partícula, no caso de PSO.

## 6 Conclusões

Este trabalho procurou preencher uma lacuna quanto à aplicação e comparação de meta-heurísticas em coordenação hidrotérmica, bem como mostrar a competitividade destes métodos frente a outros métodos convencionais de otimização de forma a estabelecer bases para aplicação dos mesmos a problemas reais, de grande porte.

As meta-heurísticas apresentadas e utilizadas neste trabalho evidentemente não esgotam as possibilidades de métodos alternativos de solução do problema de coordenação hidrotérmica com modelagem VDUI, contudo, os resultados obtidos indicam uma rota tecnológica viável, mostrando que as meta-heurísticas são passíveis de serem utilizadas em aplicações de maior porte, com precisão e robustez adequados. No entanto, caso estas técnicas de solução estocásticas venham a ser implementadas em programas profissionais, com uso oficial, dever-se-á garantir a reprodutibilidade dos resultados por todos os agentes ou partes interessadas, sem prejuízo da qualidade da solução. Isto envolveria a determinação de todos os parâmetros de execução que seriam empregados no processamento, o que tornaria necessário se generalizar as conclusões a respeito do ajuste dos parâmetros de uma meta-heurística, que seria então aplicada a diversos pontos de operação, configurações (variáveis no tempo) e estados iniciais do sistema. Contudo, se desconhece se isso seria possível ou se seriam necessários reajustes dos parâmetros a cada revisão do planejamento da operação.

Finalmente, como possíveis desdobramentos deste trabalho, sugere-se a investigação dos esquemas híbridos de solução, onde um método convencional de otimização seja combinado a uma meta-heurística, onde pode-se, por exemplo, fazer que o ponto de partida do primeiro seja a solução encontrada pelo segundo. Espera-se assim que as melhores propriedades<sup>19</sup> dos dois métodos possam se reforçar.

Outra linha de pesquisa consistiria em uma análise mais profunda das conseqüências operativas da abordagem VDUI, procurando responder as seguintes perguntas:

---

<sup>19</sup> Busca-se assim uma resposta mais estável (menos volátil) onde o analista possa prescindir de conhecimento prévio sobre o comportamento do sistema.

- É possível se deduzirem regras de operação de cascatas objetivando a maximização da produção hidrelétrica, que sejam sempre aplicáveis?
- Quais as consequências de serem consideradas as incertezas dos custos de combustíveis das termelétricas? E quanto às incertezas de previsão de carga? Como escolher cenários de vazões determinísticas que confirmam tanta robustez à operação quanto a otimização estocástica a subsistemas equivalentes parece oferecer?
- Como modelar o problema de coordenação hidrotérmica em sistemas que possuam UTEs que dependam de encomenda antecipada de combustível?



## 7 Referências

- [1] MME (Ministério de Minas e Energia) – Balanço Energético Nacional, ano base 2005 (BEN 2005), 2006.
- [2] ELETROBRÁS – site <http://www.elektrobras.com>, acessado em 2006.
- [3] ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico – site <http://www.ons.org.br>, acessado em 2006.
- [4] CEPEL – “Projeto NEWAVE: Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Equivalentes”, Manual do usuário, 2004.
- [5] WOOD, A.J. e WOLLEMBERG, B.F., “Power Generation Operation and Control”, John Wiley, New York, 2nd. edition, 1996.
- [6] PSR – Power Systems Research – SDDP versão 8, Manual de Metodologia, 2005.
- [7] NABONA, N.; CASTRO, J.; GONZÁLEZ, J.A. – “Optimum Long-Term Hydrothermal Coordination with Fuel Limits”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, no. 2, pp. 215-224, May 1995.
- [8] PEREIRA, M.V., CAMPODÓNICO, N. e KELMAN, R. – “Stochastic Optimization of Complex Hydrothermal Systems in a Competitive Framework”, PSR Inc. (publicação interna), 2004
- [9] CICOGNA, M.A. – “Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos a Usinas Individualizadas Orientado por Objetos”, dissertação de mestrado, UNICAMP, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, 1999.
- [10] LEITE, P. – “Um Algoritmo Genético para o Planejamento de Sistemas Hidrelétricos”, dissertação de mestrado, USP, 1999.
- [11] CICOGNA, M.A. – “Sistema de Suporte à Decisão para o Planejamento e a Programação da Operação de Sistemas de Energia Elétrica”, tese de doutorado, UNICAMP, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, 2003.
- [12] FORTUNATO, L.A.M.; ARARIPE NETO, T.A.; ALBUQUERQUE, J.C.R. e PEREIRA, M.V.F. - Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica, EDUFF, 1990.

- [13] SOARES FILHO, S. e CICOGNA, M.A. – “Um Sistema de Suporte à Decisão para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência”, XVII SNPTEE, Grupo de Estudo de Operação de Sistemas Elétricos (GOP), 2003.
- [14] MACEIRA, M.E., DUARTE, V.S., MARCATO, R.M. et al. – “Comparação entre Abordagens Estocástica e Determinística no Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas Hidrotérmicos Interligados”, XVII SNPTEE, Grupo de Estudo de Operação de Sistemas Elétricos (GOP), 2003.
- [15] SILVA, A.P. e FALCÃO, D.M., “Fundamentals of Genetic Algorithms”, in: Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems, ed. Wiley Inc., 2006.
- [16] SARAMOURTSIS, A.; DAMOUSIS, J.; BAKIRTZIS, A. et al – “Genetic Algorithm Solution to the Economic Dispatch Problem - Application to the Electrical Power Grid of Crete Island”, Workshop on Machine learning applications in the electric power industry – Advanced Course on Artificial Intelligence (ACAI 99), Chania, Greece, 1999.
- [17] ZOUMAS, C.E.; BAKIRTZIS, A.G.; THEOCHARIS, J.B. et al. – “A Genetic Algorithm Solution Approach to Hydrothermal Coordination Problem”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, no. 2, May 2004.
- [18] ESHELMAN, L.J. e SCHAFFER, J.D., “Real-coded Genetic Algorithms and Interval-Schemata”, in Foundations of Genetic Algorithms 3, Morgan Kaufmann, 1995, pp.51-72.
- [19] ANTONISSE, H.J., “A New Interpretation of Schema Notation that Overturns the Binary Encoding Constraint”. Proc. 3rd Int. Conf. on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, pp. 86-91, 1989.”
- [20] GEN, M. e CHENG, R., “A Survey of Penalty Techniques in Genetic Algorithms”, Proc. 3rd. IEEE Conf. on Evolutionary Computation, IEEE Press, pp. 804-809, 1996.
- [21] LUENBERGER, D.G., “Linear and Non-Linear Programming”, Kluwer Academic Publishers, 2nd. Ed., chapter 12, 2003.

- [22] GOLDBERG, D.E. e DEB, K., “A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms”, in Foundations of Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, pp. 69-93, 1991.
- [23] BÄCK, T., “Selective Pressure in Evolutionary Algorithms: A Characterization of Selection Mechanisms”, Proc. 1st. IEEE Conf. on Evolutionary Computation, pp. 57-62, IEEE Press, 1994
- [24] SYSWERDA, G., “Uniform Crossover in Genetic Algorithms”, Proc. 3rd. Int. Conf. on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, pp. 2-9, 1989.
- [25] MATHWORKS, INC., “Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox for Use with Matlab – User’s Guide”, disponível em <http://www.mathworks.com>, acessado em 2006.
- [26] REYNOLDS, C., “Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model”, Computer Graphics, vol. 21, no. 4, pp. 25-34, 1987.
- [27] BOYD, R. e RECHARSON, P., “Culture and the Evolutionary Process”, University of Chicago Press, 1985.
- [28] KENNEDY, J. e EBERHART, R., “Particle Swarm Optimization”, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, vol. IV, pp 1942-1948, Perth, Australia, 1995.
- [29] POMEROY, P., “An Introduction to Particle Swarm Optimization”, disponível em <http://www.adaptativeview.com>, acessado em 2006.
- [30] BONABEAU, E., DORIGO, M. e THERAULAZ, G., “Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems”, Oxford Press, 1999.
- [31] SHI, Y. e EBERHART, R., “A Modified Particle Swarm Optimizer”, Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC’98), pp. 69-73, Anchorage, May 1998.
- [32] SHI, Y. e EBERHART, R., “Parameter Selection in Particle Swarm Optimization”, Proc. of the 1998 Annual Conference on Evolutionary Programming, San Diego, 1998.
- [33] FUKUYAMA, Y., “Fundamentals of Particle Swarm Optimization Techniques”, in: Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems, ed. Wiley Inc., 2006.

- [34] CLERC, M. e KENNEDY, J., “The Particle Swarm – Explosion, Stability and Convergence in a Multidimensional Complex Space”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 16, no. 1, pp. 125-138, Feb 2002.
- [35] KENNEDY, J. e EBERHART, R., “Swarm Intelligence”, Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
- [36] PANCHOLI, R.K. e SWARUP, K.S., “Particle Swarm Optimization for Security Constrained Economic Dispatch”, International Conference on Intelligent Sensing and Information Processing, Chennai, India, 2004.
- [37] KENNEDY, J. e EBERHART, R., “A Discrete Binary Version of the Particle Swarm Optimization Algorithm”, Proc. of the 1997 Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC’97), pp. 4104-4109, 1997.
- [38] FUKUYAMA, Y., *et. al.*, “A Particle Swarm Optimization for reactive Power and Voltage Control Considering Voltage Security Assessment”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 4, pp. 235-244, November 2000.
- [39] MIRANDA, V. e FONSECA, N., “EPSO – Best of Two World of Meta-Heuristic Applied to Power System Problems”, Proc. Of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, 2002.
- [40] EL-GALLAD, A., EL-HAWARI, M., SALLAM, A., *et al.*, “Particle Swarm Optimizer for Constrained Economic Dispatch with Prohibited Operating Zones”, Proceedings of the 2002 IEEE Canadian Conference on Electrical & Computing Engineering, 2002.
- [41] GAING, Z.L., “Particle Swarm Optimization to Solving the Economic Dispatch Considering the Generator Constraints”, IEEE Transactions on Power Systems, vol.18, no.1, pp. 118-135, August 2003.
- [42] ZBIGNIEW, M e FOGEL, D.B., “How to Solve it: Modern Heuristics”, ed. Springer-Verlag, 2000.
- [43] MONTICELLI, A., ROMERO, R. e ASADA, E., “Fundamentals of Simulated Annealing”, in: Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems, ed. Wiley Inc., 2006.
- [44] KIRKPATRIK, S., GELLAT Jr. C.D. e VECCHI, M., “Optimization by Simulated Annealing”, Science, 220(4598), pp. 498-516, 1983.

- [45] MANTAWY, A.H., ABDEL-MAGID, Y.L. e SELIM, S., “Integrating Genetic Algorithms, Tabu Search, and Simulated Annealing for the Unit Commitment Problem”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, No. 3, pp. 65-74, August 1999.
- [46] ZHUANG, F. e GALIANA, F.D. “Unit Commitment by Simulated Annealing”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 5, No. 1, pp. 311-318, February 1990.
- [47] ROMERO, R., GALLEGO, R.A. e MONTICELLI, A., “Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing”, IEEE Transactions on Power Systems, vol 11, No. 1, pp. 251-274, February 1996.
- [48] CHIANG, H.D.; WANG, J.C.; COCKINGS, O. e SHIN, H.D., “Optimal Capacitor Placement in Distribution Systems Part I: A New Formulation of the Overall Problem”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 5(2), pp. 634-642, April 1990.
- [49] SOLIMAN, S.A., MANTAWY, A.H. e EL-HAWARY, M.E., “Simulated Annealing Optimization for Power Systems Quality Analysis”, Electrical Power and Energy Systems 26, pp. 31-36, 2004.
- [50] BASU, M. “A Simulated Annealing-based goal-attainment method for economic emission load dispatch of fixed head hydrothermal power systems”, Electrical Power and Energy Systems 27, pp 147-153, 2005.
- [51] WONG, K.P. e WONG, Y.W., “Short –term hydrothermal scheduling, Part I: Simulated Annealing approach, IEE Proc-C 1994; 141, pp. 497-501
- [52] VAN LAARHOVEN, P.J.M. e AARTS, E.H., “Simulated Annealing: Theory and Applications”, D. Reidel Publishing Company, Holand, 1987
- [53] AARTS, E. e KORST, J., “Simulated Annealing and Boltzmann Machines”, Jonh Wiley & Sons, 1989.
- [54] REEVES, C.R., “Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems”, John Wiley & Sons, 1993.